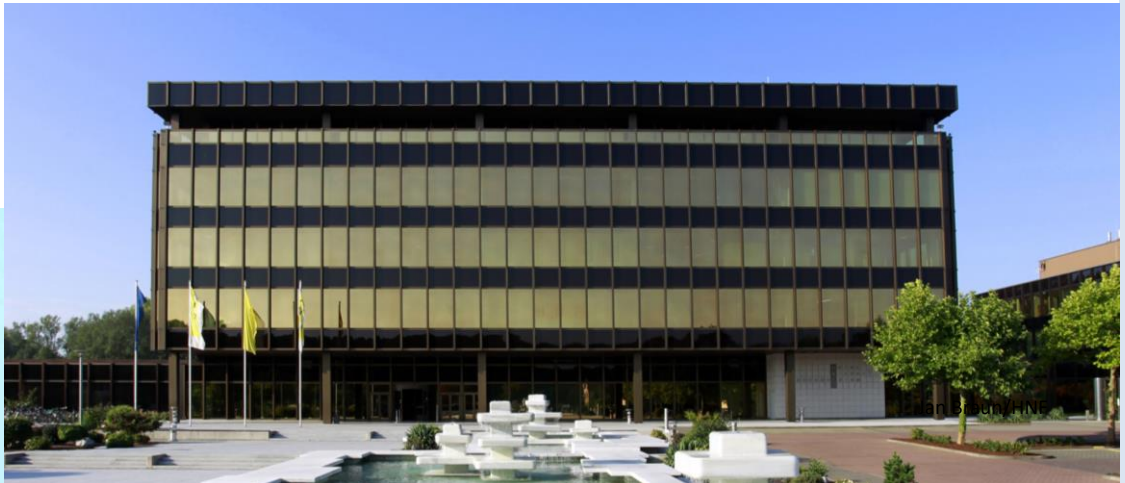




Veranstaltungsort:

Heinz Nixdorf MuseumsForum
Fürstenallee 7, 33102 Paderborn

- **Mechatronische Produkte**
(neue Funktionalitäten, Industrie 4.0, Kosteneffizienz, Zuverlässigkeit, ...)
- **Ressourceneffizienz**
(Energie, Material, ...)
- **Automatisierte Mobilität**
(Konzepte, Modelle, Sensorik)
- **Systems Engineering und Entwicklungsmanagement**
(Prozesse, Verfahren, Software, ...)
- **Innovative Konzepte und digitale Geschäftsmodelle**
(Modelle, Regelung, Optimierung, Eco-Systeme)
- **Nutzerfreundlichkeit und Akzeptanz**
(Assistenzsysteme, Schnittstellen, Interaktion, Gesetzgebung, ...)
- **Systemvernetzung und Systemintegration**
(Konzepte, Verfahren, ...)
- **Smarte Aktoren**
(Konzepte, Beispiele, ...)
- **Serienfertigung mechatronischer Produkte**
(Fallbeispiele, Komponenten, Architektur, Qualitätsmanagement, ...)

www.VDI-Mechatroniktagung.de

Lastraumbasierte Auslegung vollaktuierter Flugroboter

Wrench space based design of fully actuated aerial robots

Micha Schuster, Technische Universität Dresden, Professur für Dynamik und Mechanismentechnik, 01062 Dresden, Deutschland, micha.schuster@tu-dresden.de

David Bernstein, Technische Universität Dresden, Professur für Dynamik und Mechanismentechnik, 01062 Dresden, Deutschland, david.bernstein@tu-dresden.de

Chao Yao, Technische Universität Dresden, Institut für Automatisierungstechnik, 01062 Dresden, Deutschland, chao.yao@tu-dresden.de

Klaus Janschek, Technische Universität Dresden, Institut für Automatisierungstechnik, 01062 Dresden, Deutschland, klaus.janschek@tu-dresden.de

Michael Beitelschmidt, Technische Universität Dresden, Professur für Dynamik und Mechanismentechnik, 01062 Dresden, Deutschland, michael.beitelschmidt@tu-dresden.de

Kurzfassung

Basierend auf dem Prinzip der Maximierung der durch den Flugroboter erzeugbaren Kräfte und Momente werden Methoden präsentiert, die eine schnelle, anwendungsspezifische Auslegung der Rotoranordnung ermöglichen. Dazu wird der sechsdimensionale Lastraum auf Basis anwendungsnaher Annahmen zunächst auf zwei dreidimensionale Unterräume für Kräfte und Momente aufgeteilt. Der resultierende Kraft- bzw. Momentenraum wird anschließend durch skalare Maßzahlen charakterisiert, was den effizienten Vergleich zwischen Lasträumen verschiedener Rotoranordnungen ermöglicht. Dabei werden die Abhängigkeiten der Lasträume von den einzelnen Geometrieparametern gezeigt und prinzipielle Folgen für deren Wahl formuliert. Es werden analytische Beziehungen hergeleitet, aus denen die eingeführten Maßzahlen direkt berechnet werden können. Abschließend wird ein nichtlinearer Regelansatz zur Poseregulierung angewendet und die Vollaktuiertheit des Systems anhand von Testfällen simulativ validiert.

Abstract

Methods are presented to design the rotor setup of a fully actuated aerial robot from an application based perspective. The concept of maximizing generatable forces and torques is used. For this purpose the six dimensional wrench space is split into the force space and the torque space following application based assumptions. Both three dimensional subspaces are characterized by scalar indicators to compare different rotor setups efficiently. The analysis of dependencies between geometry parameters and wrench spaces leads to general suggestions for the robot design. Relations between geometry parameters and introduced indicators are derived analytically to calculate the indicators directly. Finally a nonlinear pose control approach is presented to validate the basic characteristics of the fully actuated system.

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Entwicklung von Flugrobotern hat in den letzten Jahren beachtliche Fortschritte gemacht. Dabei erweitert sich der Anwendungsbereich zunehmend über die Nutzung des Flugroboters als mobile Sensorplattform zur Überwachung, Inspektion oder Dokumentation hinaus [1]. Im Fokus stehen dabei zunehmend Aufgaben, die eine physische Interaktion zwischen Flugroboter und Umwelt beinhalten [2, 3]. Fast alle kommerziell verfügbaren Flugroboter sind unteraktuiert. Dies bedeutet unter anderem, dass das Aufbringen horizontaler Kräfte und damit eine horizontale Bewegung des Flugroboters nur bei einer gleichzeitigen Verkipfung des gesamten Flugroboters möglich ist und keine beliebige Orientierung im Raum eingenommen werden kann. Dadurch sind die durch den Flugroboter direkt erzeugbaren Kräfte und Momente (Lastraum)

und somit die Einsatzmöglichkeiten eines unteraktuierten Flugroboters für Manipulationsaufgaben eingeschränkt. Im Gegensatz dazu zeichnen sich vollaktuierte Flugroboter durch ihre Fähigkeit aus, in alle sechs Raumrichtungen unabhängig voneinander Kräfte und Momente aufbringen zu können [2, 4]. Somit kann der vollaktuierte Flugroboter auf horizontale Störungen reagieren und horizontale Kräfte aufbringen, ohne seine Orientierung zu ändern. Um die Vollaktuiertheit eines Flugroboters zu erreichen, werden die einzelnen Rotorachsen zueinander verkippt. Die Auslegung der Rotoranordnung beinhaltet damit neben der Positionierung auch die Festlegung der Orientierung der einzelnen Rotoren.

1.2 Stand der Technik

Zur Auslegung der Rotoranordnung vollaktuierter Flugroboter finden sich in der aktuellen Forschung zwei prinzipielle Ansätze. Grundlage des ersten Ansatzes, der beispielsweise in [6] verfolgt wird, ist das Finden einer Ro-

toranordnung, die es ermöglicht, eine vorgegebene Trajektorie mit minimalem Stellaufwand zu absolvieren. Durch die Fokussierung auf einen möglichst minimalen Stellaufwand kann so der Energieverbrauch verringert und die maximale Flugzeit erhöht werden. Dieser Ansatz setzt voraus, dass die zu bewältigenden Trajektorien im Vorfeld genau bekannt sind. Dem gegenüber steht ein lastraumbasierter Ansatz, der das Ziel verfolgt, den Raum der durch den Roboter erzeugbaren Kräfte und Momente zu maximieren. Hier sind Annahmen zu treffen, wie der sechsdimensionale Lastraum geeignet aufgeteilt und durch skalare Maßzahlen charakterisiert werden kann. In [7] werden minimal garantierte Kräfte bzw. Momente im Kraft- bzw. Momentenunterraum bestimmt, wobei bei der Betrachtung eines Unterraums der jeweils andere keinen Einschränkungen unterliegt. Dadurch entstehen mitunter Ergebnisse, die nur eingeschränkt in die Praxis übertragbar sind. In [8] werden die maximalen Kräfte bzw. Momente, die in eine einzelne Richtung erzeugt werden können, betrachtet. Allerdings kann daraus beispielsweise nicht auf den Betrag eines erzeugbaren Kraftvektors in eine andere Richtung geschlossen werden, da Superpositionierbarkeit i.d.R. nicht gegeben ist.

1.3 Zielstellung und Aufbau

Ziel dieses Beitrags ist es einerseits, neue Charakterisierungsmöglichkeiten des allgemeinen Lastraums vorzustellen, die bessere Rückschlüsse auf die tatsächlich benötigten Kräfte und Momente ermöglichen. Andererseits sollen Methoden aufgezeigt werden, wie eine systematische Auslegung der Rotoranordnung vollaktuierter Flugroboter durchgeführt werden kann. Dazu wird in Kapitel 2 zunächst der Flugroboter hinsichtlich seiner Geometrie und erzeugbaren Lasten modelliert. Abschnitt 3 stellt eine allgemeine Methodik zur Auslegung der Rotoranordnung vor, welche in Kapitel 4 angewendet wird. Im abschließenden Kapitel 5 wird ein Ansatz zur Regelung des vollaktuierten Systems vorgestellt und die Vollaktuiertheit entsprechend validiert.

2 Systemmodellierung

Um die Vollaktuiertheit des Systems ohne den Einsatz von Hilfsantrieben zu erreichen, ist die Verwendung von sechs Rotoren notwendig. Die Position eines i -ten Rotors wird durch die Parameter L_i , δ_i und γ_i in Kugelkoordinaten und die Orientierung durch die Winkel α_i und β_i beschrieben. In Abb. 1 sind das körperfeste Schwerpunktsystem S des Flugroboters sowie exemplarisch die Rotorsysteme P_1 und P_3 sowie der Winkel γ_2 zwischen Rotor 1 und Rotor 2 dargestellt. Abbildung 2 veranschaulicht die Definition der Orientierungsparameter (α_i , β_i) sowie der Auslegerlänge L_i und des Winkels δ_i der Ausleger gegenüber der Horizontalen.

Die Orientierung der Rotorsysteme P_i relativ zum Schwerpunktsystem S kann durch die Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{S,P_i} \in SO(3)$ mit

$$\mathbf{R}_{S,P_i} = \mathbf{R}_Z(\gamma_i) \cdot \mathbf{R}_Y(\beta_i) \cdot \mathbf{R}_X(\alpha_i) \quad (1)$$

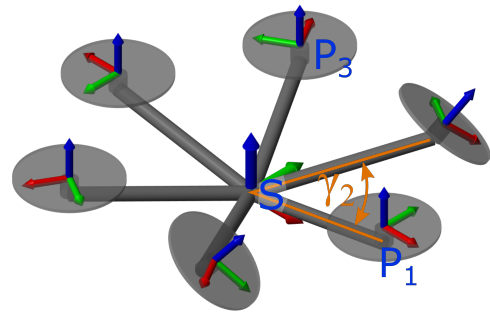


Abbildung 1 Schematische Darstellung des Flugroboters mit Koordinatensystemen (Achsen: x-rot, y-grün, z-blau) und Winkel γ_2 .

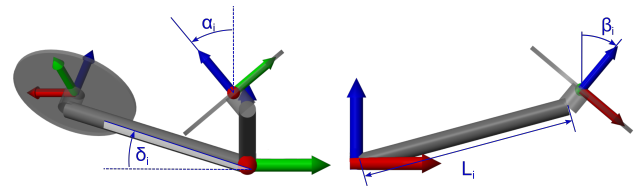


Abbildung 2 Teilansichten des Flugroboters zur Veranschaulichung der verwendeten geometrischen Parameter.

beschrieben werden. Die Position eines Rotors wird durch

$$\mathbf{r}_{S,P_i} = \mathbf{R}_Z(\gamma_i) \cdot \mathbf{R}_Y(\delta_i) \cdot (L \ 0 \ 0)^T \quad (2)$$

angegeben. Dabei stellen die Matrizen $\mathbf{R}_X$, $\mathbf{R}_Y$, $\mathbf{R}_Z$ jeweils eine Elementardrehung um die angegebene, lokale Achse dar.

Maßgeblich für die Bestimmung des Lastraums ist der durch die Rotoren erzeugte Lastvektor $\mathbf{w}$, der sich aus den Schubkräften $\mathbf{u}$ der Rotoren zu

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} f_u \\ \tau_u \end{pmatrix} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{u} \quad (3)$$

ergibt. Die Allokationsmatrix $\mathbf{J}$ ist dabei definiert als

$$\mathbf{J} = [\mathbf{j}_1 \quad \dots \quad \mathbf{j}_6] \quad (4)$$

mit den Spaltenvektoren

$$\mathbf{j}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{S,P_i} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{S,P_i} \times (\mathbf{R}_{S,P_i} \cdot \mathbf{e}_z) + d_i \cdot k_{DT} \cdot \mathbf{R}_{S,P_i} \cdot \mathbf{e}_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

und Einheitsvektor $\mathbf{e}_z = (0 \ 0 \ 1)^T$. Das durch die Rotoren erzeugte Gesamtmoment resultiert dabei aus den Schubkräften mit den entsprechenden Hebelarmen und den Abstützmomenten der Motoren, welche über das Verhältnis aus Schubkraft und Abstützmoment k_{DT} und die Drehrichtung der Rotoren d_i beschrieben werden.

An den Flugroboter wird die Anforderung gestellt, in der horizontalen Ebene in alle Richtungen ähnlich hohe Kräfte aufzubringen zu können. Aus diesem Grund wird eine symmetrische sternförmige Rotoranordnung gewählt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \gamma_i &= 60^\circ \cdot (i-1); & \delta_i &= \delta; & L_i &= L \\ \alpha_i &= \alpha \cdot (-1)^k; & \beta_i &= \beta \cdot (-1)^l \end{aligned} \quad (6)$$

mit $k, l \in \{0; 1\}$ und $i = 1 \dots 6$. In [5] wird gezeigt, dass eine Verkipfung der Ausleger gegenüber der Horizontalen mit den hier getroffenen Annahmen und mit dem Schwerpunkt im Zentrum eine Verringerung der erzeugbaren Kräfte und Momente bedeutet. Damit wird $\delta_i = 0$, $\forall i$ gewählt. Weiter wird in [5] gezeigt, dass nicht alternierende Vorzeichen für die Winkel β_i eine Verkleinerung des Krafraums bewirken. Es wird folglich $\beta_i = \beta \cdot (-1)^{i-1}$ gewählt.

Der Lastvektor, der aus einer gleichen Ansteuerung aller Rotoren resultiert, ist eine Symmetrieachse des Krafraums. Die Erzeugung einer reinen Schubkraft in vertikaler Richtung bei gleicher Ansteuerung der Rotoren ist somit als Voraussetzung für die Erzeugung eines symmetrischen Lastraums zu betrachten. Die Wahl der Vorzeichen der Winkel α_i kann aus diesen Überlegungen zur Symmetrie des Lastraums abgeleitet werden. So zeigt Tabelle

Tabelle 1 Durch die Schubkräfte der Rotoren erzeugter Lastvektor $\mathbf{w}$ für den Fall, dass $u_i = u_j$, $\forall i, j$, bei verschiedenen Rotoranordnungen. Das Zeichen $\bullet$ symbolisiert jeweils einen Wert ungleich null.

$\alpha_i = \alpha$	$\alpha_{1\dots 3} = -\alpha_{4\dots 6}$	$\alpha_i = \alpha \cdot (-1)^i$
$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ \bullet \\ \bullet \end{pmatrix}$	$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
a)	b)	c)

1, dass Konfiguration c) mit alternierenden Vorzeichen für die Winkel α_i bei gleicher Ansteuerung aller Rotoren einen Lastvektor erzeugt, der ausschließlich eine Kraft in vertikaler Richtung beinhaltet. Die Winkel α_i werden folglich als $\alpha_i = \alpha \cdot (-1)^i$ gewählt. Unter den getroffenen Annahmen können demnach folgende Geometrieparameter variiert werden: Die Auslegerlänge L und die Verkipfungen der Rotoren α und β .

3 Methodik zur lastraumbasierten Auslegung

3.1 Definition des Lastraums

Die Grundlage einer lastraumbasierten Auslegung stellt der sechsdimensionale Lastraum dar. Dieser ist in die jeweils dreidimensionalen Unterräume des Kraft- bzw. Momentenraums unterteilt. Bei der Auslegung bezüglich eines dieser Unterräume müssen Annahmen für den jeweils anderen Unterraum getroffen werden. Allgemein lässt sich für den Krafraum $\mathcal{F}$, bzw. den Momentenraum $\mathcal{T}$ schreiben

$$\mathcal{F} = \{\mathbf{f} = \mathbf{A}_1 \mathbf{w} - \mathbf{f}_{\text{ext}} \mid \mathbf{A}_2 \mathbf{w} = \boldsymbol{\tau}_0\}, \quad (7)$$

$$\mathcal{T} = \{\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}_2 \mathbf{w} - \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \mid \mathbf{A}_1 \mathbf{w} = \mathbf{f}_0\} \quad (8)$$

mit den Projektionsmatrizen

$$\mathbf{A}_1 = [\mathbf{E} \quad \mathbf{0}] \in \mathbb{R}^{3 \times 6} \text{ und } \mathbf{A}_2 = [\mathbf{0} \quad \mathbf{E}] \in \mathbb{R}^{3 \times 6} \quad (9)$$

und der 3x3 Einheitsmatrix $\mathbf{E}$. Dabei beschreibt $\mathcal{F}$ in Gl. (7) die Menge aller Kraftvektoren $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ abzüglich einer externen Kraft $\mathbf{f}_{\text{ext}}$ unter der Bedingung, dass der andere Teil des Lastvektors einem Moment $\boldsymbol{\tau}_0$ entspricht. Selbiges gilt analog für die Definition des Momentenraums $\mathcal{T}$ in Gl. (8).

Anwendungsnah wird für den Krafraum unter Einfluss der Schwerkraft $\mathbf{f}_{\text{ext}} = \mathbf{f}_g$ und $\boldsymbol{\tau}_0 = \mathbf{0}$ gewählt, wodurch er die Kraftvektoren enthält, die im Schwebeflug, also bei gleichzeitiger Schwerkraftkompensation, erzeugt werden können und kein zusätzliches Moment generieren. Für den Momentenraum wird analog $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}_g$ und $\boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$ gesetzt. Da der Schwebeflug die Ruhelage des Systems darstellt, ermöglichen die hier getroffenen Annahmen, die Kräfte und Momente direkt zu bestimmen, die aus der Ruhelage heraus erzeugt werden können. Die Grenze des Krafraums $\Gamma_{\mathcal{F}}$ kann definiert werden als

$$\Gamma_{\mathcal{F}} = \{\mathbf{f} \in \mathcal{F} \mid \min(\mathbf{u}) = u_{\min} \vee \max(\mathbf{u}) = u_{\max}\}, \quad (10)$$

wobei $u_i \in [u_{\min}, u_{\max}]$. Dies gilt in analoger Weise für die Grenze des Momentenraums $\Gamma_{\mathcal{T}}$.

3.2 Charakterisierung des Lastraums

Nach der Aufteilung des Lastraums in je einen dreidimensionalen Kraft- und Momentenraum ist für einen effizienten Vergleich verschiedener Lasträume und damit verschiedener Robotergeometrien eine Bewertung der Lasträume notwendig. Eine Möglichkeit ist die Charakterisierung durch skalare Maßzahlen. Für den Krafraum lässt sich als Maßzahl die garantierte Horizontalkraft f_{GH} mit

$$f_{GH} = \min(\{\|\mathbf{f}\| \mid \mathbf{f} \in \Gamma_{\mathcal{F}} \wedge \mathbf{e}_z^T \cdot \mathbf{f} = 0\}) \quad (11)$$

definieren. Dabei ist $\mathbf{f}$ ein Vektor der Grenzfläche des Krafraums $\Gamma_{\mathcal{F}}$, der vollständig in der x-y-Ebene des S-Systems liegt. Die garantierte Horizontalkraft f_{GH} beschreibt den kleinsten Betrag eines solchen Vektors $\mathbf{f}$. Die Wahl einer derartigen Maßzahl ermöglicht es, eine Aussage darüber zu treffen, welche Kraft der Roboter garantiert in eine beliebige Richtung in der Horizontalen aufbringen kann, wenn gleichzeitig die Gewichtskraft kompensiert wird.

In analoger Weise lässt sich im Momentenraum das garantierte Moment τ_G zu

$$\tau_G = \min(\{\|\boldsymbol{\tau}\| \mid \boldsymbol{\tau} \in \Gamma_{\mathcal{T}}\}) \quad (12)$$

definieren. Das garantierte Moment τ_G quantifiziert das Moment, welches unabhängig von der Achse, um die es aufgebracht wird, garantiert werden kann.

Neben den Kräften und Momenten, die der Roboter aufbringen kann, spielt die für den Schwebeflug notwendige Schubkraft eine wichtige Rolle, denn je weniger Schubkraft die einzelnen Rotoren für den Schwebeflug aufbringen müssen, desto niedriger ist der Energieverbrauch im Flug und desto länger ist damit die mögliche Flugzeit. Als entsprechende Maßzahl wird die Schubkraft im Schwebeflug definiert als

$$u_{\text{hover}} = \|\mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{w}_g\| \quad (13)$$

mit dem Lastvektor im Schwebeflug $\mathbf{w}_g$ unter Schwerkraftkompensation.

4 Lastraum eines vollaktuierten Flugroboters

Auf Basis der in Kapitel 3 entwickelten Herangehensweise soll im Folgenden die Charakterisierung des Lastraums eines vollaktuierten Flugroboters anhand der eingeführten Maßzahlen durchgeführt werden. Dazu wird die Abhängigkeit der Maßzahlen von den definierten geometrischen Parametern dargestellt. Weitere dabei verwendete Parameter sind gegeben durch die Masse des Roboters mit $m = 6\text{ kg}$, die maximale Schubkraft eines Rotors mit $u_{\max} = 18\text{ N}$, die Drehrichtung der Rotoren mit $d_i = (-1)^{(i-1)}$ und das Verhältnis aus Schubkraft und Abstützmoment mit $k_{DT} = 0,01\text{ m}$ nach [9].

4.1 Numerische Berechnung

Die numerische Berechnung der erzeugbaren Kräfte und Momente für eine spezifische Rotoranordnung beruht zunächst auf einer Berechnung des Kraft- und Momentenraums, wie in Abb. 3 exemplarisch dargestellt.

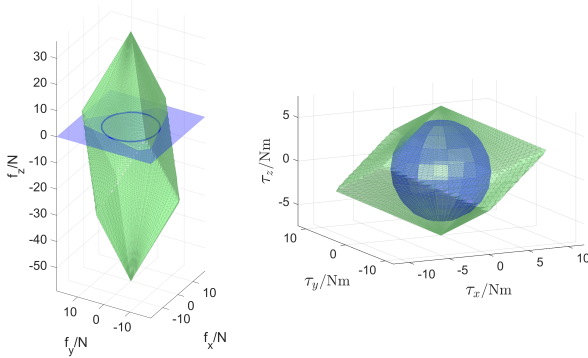


Abbildung 3 Kraftraum (links) und Momentenraum (rechts) mit Visualisierung der jeweiligen Maßzahl (blau) bei $\alpha = \beta = 20^\circ$.

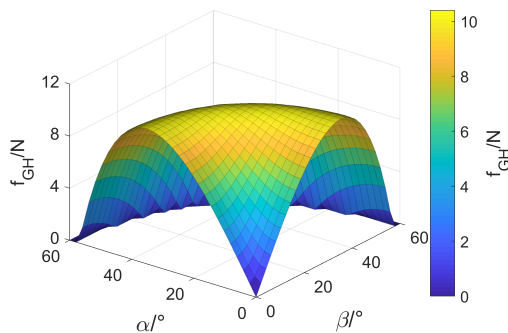


Abbildung 4 Garantierte Horizontalkraft in Abhängigkeit der Rotororientierung.

In einem zweiten Schritt werden die zuvor definierten Maßzahlen aus dem jeweiligen Lastraum bestimmt.

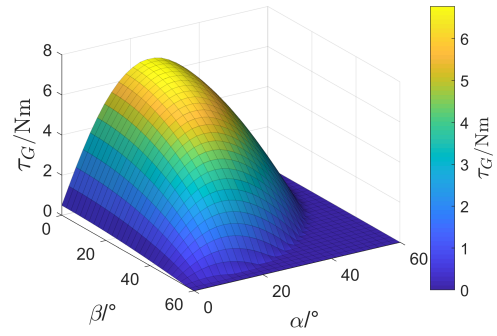


Abbildung 5 Garantiertes Moment in Abhängigkeit der Rotororientierung.

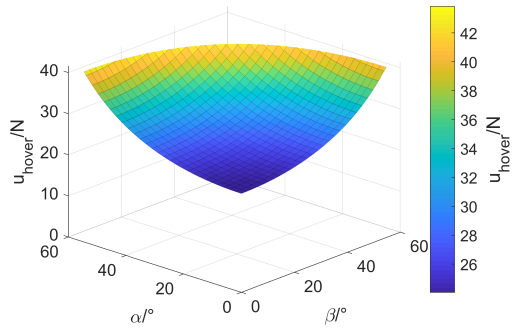


Abbildung 6 Für den Schwebeflug benötigte Schubkraft u_{hover} in Abhängigkeit der Rotororientierung.

Abbildung 4 zeigt die Abhängigkeit der garantierten Horizontalkraft f_{GH} von der Orientierung der Rotoren. Für die gewählte Symmetrie fällt auf, dass die garantierte Horizontalkraft symmetrisch bzgl. der Winkel α und β ist. Das garantierte Moment τ_G ist in Abb. 5 dargestellt. Hier zeigt sich, dass ein maximales Moment für den Fall $\beta = 0$ erreicht wird.

Die Schubkraft im Schwebeflug u_{hover} ist in Abb. 6 in Abhängigkeit der Rotoranordnung dargestellt. Es ist offensichtlich, dass eine stärkere Verkipfung der Rotoren aus einer senkrechten Lage heraus eine zunehmende Schubkraft im Schwebeflug bedeutet. Damit ist das Optimum für eine geringe Schubkraft im Schwebeflug bei $\alpha = \beta = 0$. Dagegen liegt das Optimum für große garantierte Horizontalkräfte bei großen Rotorverkipfungen. Es zeigt sich weiter, dass eine Verkipfung der Rotoren nach außen bzw. innen ($\beta \neq 0$) zu einer Verringerung des erzeugbaren Momentes führt. Es wird damit zur Maximierung der erzeugbaren Momente ein $\beta = 0$ gewählt. Diese Ergebnisse stimmen damit in ihrer Aussage über die zu wählenden Winkel mit denen aus [7] überein, wenngleich dort andere Annahmen zu Grunde gelegt werden. Die Ursache für die Lage des Optimums bei $\beta = 0$ ist die gleiche Gewichtung aller Momente. Die ausschließliche Betrachtung von Momenten um horizontale Achsen erhält hingegen die Symmetrie bzgl. α und β .

4.2 Analytische Berechnung

Unter der Annahme von $\beta = 0$ und $k_{DT} = 0$ ist eine vereinfachte analytische Berechnung der Maßzahlen unter Verwendung von Gl. (3) und (5) möglich, ohne zuvor die einzelnen Lasträume zu berechnen. Die garantierte Horizontalkraft lässt sich unter diesen Annahmen berechnen zu

$$f_{GH} = \left(6 \cdot u_{\max} - \frac{m \cdot g}{\cos(\alpha)}\right) \cdot \frac{\sin(\alpha)}{k_1}. \quad (14)$$

Die Konstante $k_1 = 2$ folgt dabei aus der Rotoranordnung im regelmäßigen Sechseck. Die jeweils kleinste Horizontalkraft kann damit in Richtung der Winkelhalbierenden zwischen zwei Auslegern aufgebracht werden. Das garantierte Moment τ_G lässt sich aus dem Moment um die vertikale Achse τ_z und dem Moment in der horizontalen Ebene τ_{GH} unter der Annahme abschätzen, dass der Momentenraum für $\tau_z > 0$ durch einen Kegel approximiert werden kann, der vollständig innerhalb des Momentenraums liegt. Zur Herleitung siehe [5]. Es folgt

$$\tau_G \approx \left(6 \cdot u_{\max} - \frac{m \cdot g}{\cos(\alpha)}\right) \cdot \frac{L \cdot \sin(\alpha)}{\sqrt{1 + k_2^2 \cdot \tan^2(\alpha)}}. \quad (15)$$

In analoger Betrachtungsweise zur Kraft f_{GH} ergibt sich die Konstante $k_2 = 2$. Für die Schubkraft im Schwebeflug u_{hover} folgt aus Gl. (13)

$$u_{\text{hover}} = \frac{m \cdot g}{\sqrt{6} \cdot \cos(\alpha)}. \quad (16)$$

Auf Basis dieser analytischen Formeln lässt sich der Berechnungsaufwand für die Auslegung deutlich reduzieren, da nicht zuerst für jede Geometrie der Kraft- bzw. Momentenraum berechnet werden muss.

5 Regelung

Zur Regelung des vollaktuierten Systems soll ein Gleitregler mit Erweiterung um einen integralen Anteil zum Einsatz kommen, der in [10] detailliert hergeleitet wird.

5.1 Modellierung

Aus Impuls- und Drallsatz für einen starren Körper im Raum ergibt sich die Bewegungsgleichung für den Flugroboter zu

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\omega} \times \Theta \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u \\ \boldsymbol{\tau}_u \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{\text{ext}} \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{ext}} \end{pmatrix} \quad (17)$$

mit der Position $\mathbf{p}$, der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ und dem Trägheitstensor Θ . Die Terme $\mathbf{f}_u$ und $\boldsymbol{\tau}_u$ stellen die durch die Rotoren erzeugten Kräfte und Momente gemäß Gl. (3) dar.

5.2 Reglerentwurf

Aufgrund der Entkopplung von translatorischer und rotatorischer Bewegung kann für den jeweiligen Anteil ein separater Regler entworfen werden.

Der Regler für translatorische Bewegung ergibt sich wie folgt: Auf Grundlage der Zustandsvektoren $\mathbf{z}_1 = \mathbf{p} - \mathbf{p}_{\text{ref}}$

und $\mathbf{z}_2 = \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_{\text{ref}}$ mit

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = -\ddot{\mathbf{p}}_{\text{ref}} - g \cdot \mathbf{e}_z + \mathbf{f}_u \quad (19)$$

kann eine Gleitfläche $\mathbf{s}$ definiert werden als

$$\mathbf{s} = \mathbf{z}_2 + \lambda \cdot \mathbf{z}_1 \quad (20)$$

mit $\lambda > 0$. Aus einem Ljapunovansatz folgt das Regelgesetz für den konventionellen Gleitregler mit

$$\mathbf{f}_u^C = -\lambda \cdot \mathbf{z}_2 + g \cdot \mathbf{e}_z + \ddot{\mathbf{p}}_{\text{ref}} - \mathbf{K}_T \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\mathbf{s}). \quad (21)$$

In analoger Weise kann eine integrale Gleitfläche $\mathbf{s}^*$ definiert werden als

$$\mathbf{s}^* = \mathbf{s} - \mathbf{s}(\mathbf{z}(0)) - \int_0^t \mathbf{K}_I \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\mathbf{s}) dt, \quad (22)$$

aus der sich der integrale Anteil des Reglers zu

$$\mathbf{f}_u^I = -\mathbf{K}_{T,I} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\mathbf{s}^*) \quad (23)$$

ergibt.

Der Regler für rotatorische Bewegung ergibt sich wie folgt: Zur Beschreibung der Orientierung im Raum werden Quaternionen mit $\mathbf{q} = (\eta \ \boldsymbol{\epsilon})^T$ eingeführt, wobei der Unterschied zwischen zwei Orientierungen über

$$\tilde{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \eta_{\text{ref}} \cdot \eta + \boldsymbol{\epsilon}_{\text{ref}}^T \cdot \boldsymbol{\epsilon} \\ \eta_{\text{ref}} \cdot \boldsymbol{\epsilon} - \eta \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\text{ref}} - [\boldsymbol{\epsilon}_{\text{ref}}]_{\times} \cdot \boldsymbol{\epsilon} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} \end{pmatrix} \quad (24)$$

berechnet wird. Die Notation $[\boldsymbol{\epsilon}_{\text{ref}}]_{\times} \cdot \boldsymbol{\epsilon}$ ist dabei gleichbedeutend mit $\boldsymbol{\epsilon}_{\text{ref}} \times \boldsymbol{\epsilon}$. Die rotatorischen Zustände $\mathbf{z}_3$ und $\mathbf{z}_4$ sind gegeben durch $\mathbf{z}_3 = (1 - |\tilde{\eta}|) \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T$ und $\mathbf{z}_4 = \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$. Es folgt als Regelgesetz

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_u^C = & -\Theta \cdot \mathbf{G} \cdot [2 \cdot \lambda \cdot \mathbf{z}_4 + \dot{\mathbf{G}}^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}} + 2 \cdot \mathbf{K}_R \cdot \text{sign}(\mathbf{s})] \\ & + \Theta \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \Theta \cdot \boldsymbol{\omega} \end{aligned} \quad (25)$$

und als integraler Anteil

$$\boldsymbol{\tau}_u^I = -\mathbf{K}_{R,I} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{2} \cdot (\Theta^{-1})^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{s}^*\right) \quad (26)$$

mit

$$\mathbf{G}^T = \begin{pmatrix} \text{sgn}(\tilde{\eta}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \\ \tilde{\eta} \cdot \mathbf{E} + [\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}]_{\times} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Der durch den Regler erzeugte Lastvektor ergibt sich aus der Addition des jeweiligen konventionellen und integralen Anteils zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_u \\ \boldsymbol{\tau}_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_u^C + \mathbf{f}_u^I \\ \boldsymbol{\tau}_u^C + \boldsymbol{\tau}_u^I \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Die Stellgröße des Systems stellen die Schubkräfte der einzelnen Rotoren $\mathbf{u}$ dar und ergeben sich aus Gl. (3).

5.3 Validierung

Zur Validierung der Vollaktuiertheit des Systems sowie des Regelansatzes wird das Führungs- und Störverhalten des Systems analysiert. Die Reglerv Verstärkungen sind dabei: $\mathbf{K}_T = \text{diag}(2, 2, 2)$, $\mathbf{K}_{T,I} = \text{diag}(1, 1, 1)$, $\mathbf{K}_R = \mathbf{K}_{R,I} =$

diag(3, 3, 3) und $\lambda = 1$. Die Schätzung der aktuellen Pose des Flugroboters geschieht durch ein VIVE Lighthouse Tracking System. Die Zeitverzögerung der Messung beträgt dabei $T_{\text{delay}} = 4\text{ms}$, die Unsicherheit der Positions- und Geschwindigkeitsmessung ist gegeben durch $3\sigma_p = 0,3\text{mm}$, $3\sigma_v = 0,1\text{m/s}$ und die Unsicherheit der Messung von Orientierung und Winkelgeschwindigkeit durch $3\sigma_\phi = 0,02^\circ$, $3\sigma_\omega = 7^\circ/\text{s}$ [11]. Die Masse des Systems beträgt $m = 6\text{kg}$. Als Rotorwinkel wurden $\alpha = 25^\circ$ und $\beta = 0^\circ$ gewählt, um für die gewählte Reglerverstärkung die Begrenzung der Rotorschubkräfte auf $u_{\text{max}} = 18\text{N}$ einzuhalten. Abbildung 7 zeigt die Systemantwort auf einen Sprung der Sollposition auf $x_{\text{ref}} = 1\text{m}$. Es zeigt sich ein gutes Führungsverhalten der Position in Anbetracht der unsicherheitsbehafteten Posenschätzung und Beschränkung der Schubkraft. Die Entkopplung der translatorischen und rotatorischen Bewegung als Basiseigenschaft des vollaktuierten Systems wird deutlich. Die Orientierung ist dabei beschrieben durch die Kardanwinkel ψ , θ und ϕ . In einer

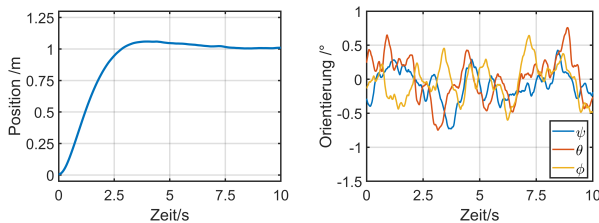


Abbildung 7 Systemantwort auf einen Sprung der Sollposition auf $x_{\text{ref}} = 1\text{m}$ bei Posenschätzung durch VIVE System.

zweiten Simulation wird eine Störung in Form eines Kraftsprungs in x-Richtung auf 1 N aufgebracht. Die Systemantwort zeigt Abb. 8. Auch hier zeigt sich ein gutes Regelverhalten durch eine maximale Positionsabweichung von 7,4 cm und die Entkopplung von translatorischer und rotatorischer Bewegung durch die Vollaktuierung.

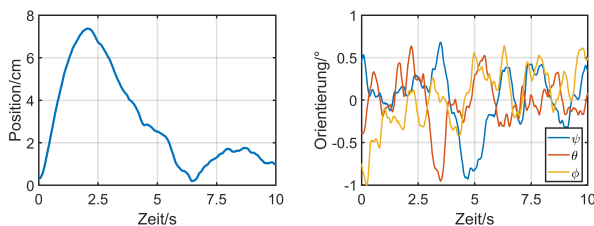


Abbildung 8 Systemantwort auf sprungförmige Störung mit $f_x = 1\text{N}$ bei Posenschätzung durch VIVE System.

6 Zusammenfassung

Der sechsdimensionale Lastraum des Flugroboters wurde durch skalare Maßzahlen charakterisiert. Aus Symmetrieüberlegungen bezüglich des Lastraums wurde die Anzahl variierbarer Geometrieparameter auf die Auslegerlänge L und die Rotorkippwinkel α und β reduziert. Der Lastraum wurde durch Variation dieser Parameter maximiert. Unter den verwendeten Annahmen konnte der Las-

traum für $\beta = 0$ maximiert werden. Dies wirkt sich positiv auf die konstruktive Umsetzung des Flugroboters aus, da die Rotorverkipfung α mithilfe konventioneller Konstruktionselemente einfach realisiert werden kann. Für diesen Fall wurden analytische Vorschriften zur Berechnung der Maßzahlen hergeleitet.

7 Literatur

- [1] Orsag, M.; Korpela, C.; Bogdan, S.; Oh, P.: *Dextrous Aerial Robots - Mobile Manipulation Using Unmanned Aerial Systems*. In: IEEE Transactions on robotics, Vol. 33, No. 6, 2017. S. 1453-1466.
- [2] Ryll, M.; Muscio, G.; Pierri, F.; Cataldi, E.; Antonelli, G.; Caccavale, F.; Fanchi, A.: *6D Physical Interaction with a Fully Actuated Aerial Robot*. 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 2017, Singapore.
- [3] Fumagalli, M.; Naldi, R.; Macchelli, A.; Carloni, R.; Stramigioli, S.; Marcon, L.: *Modeling and Control of a Flying Robot for Contact Inspection*. 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura, Algarve, Portugal.
- [4] Park, S.; Her, J.; Kim, J.; Lee, D.: *Design, Modeling and Control of Omni-Directional Aerial Robot*. 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 2016. Daejeon, Korea.
- [5] Schuster, M.: *Entwicklung und Modellierung einer vollaktuierten Drohne*. Diplomarbeit, TU Dresden, 2018; abrufbar unter: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-236790>.
- [6] Rajappa, S.; Ryll, M.; Bühlhoff, H. H.; Franchi, A.: *Modeling, Control and Design Optimization for a Fully-actuated Hexarotor Aerial Vehicle with Tilted Propellers*. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, Washington, USA, 2015.
- [7] Rashad, R.; Kuipers, P.; Engelen, J.; Stramigioli, S.: *Design, Modeling, and Geometric Control on SE(3) of a Fully-Actuated Hexarotor for Aerial Interaction*. eprint arXiv:1709.05398, 2017.
- [8] Mehmood, H.; Nakamura, T.; Johnson, E. N.: *A Maneuverability Analysis of a Novel Hexarotor UAV Concept*. 2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Arlington, VA, USA.
- [9] Bangura, M.: *Aerodynamics and Control of Quadrotors*. Dissertation, 2017, The Australian National University.
- [10] Yao, Ch.; Krieglstein, J.; Janschek, K.: *Modeling and Sliding Mode Control of a Fully-Actuated Multirotor with Tilted Propellers*. IFAC-PapersOnLine, Volume 51, Issue 22, 2018, Pages 115-120.
- [11] Niehorster, D.C.; Li, L.; Lappe, M.: *The accuracy and precision of position and orientation tracking in the htc vive virtual reality system for scientific research*. i-Perception, 8(3), 2041669517708205, 2017.