Band 404 Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler (Hrsg.) Regelungstechnik und Mechatronik

Simon Olma

Systemtheorie von Hardwarein-the-Loop-Simulationen mit Anwendung auf einem Fahrzeugachsprüfstand mit parallelkinematischem Lastsimulator

Simon Olma

Systemtheorie von Hardware-in-the-Loop-Simulationen mit Anwendung auf einem Fahrzeugachsprüfstand mit parallelkinematischem Lastsimulator

System theory of Hardware-in-the-Loop simulations with application to a vehicle axle test rig with parallel kinematic load simulator

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbi-bliografie detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar

Band 404 der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

© Heinz Nixdorf Institut, Universität Paderborn – Paderborn – Dezember 2021

ISSN (Print): 2195-5239 ISSN (Online): 2365-4422 ISBN: 978-3-947647-23-1

Das Werk einschließlich seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung der Herausgeber und des Verfassers unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigung, Übersetzungen, Mikroverfilmungen, sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Als elektronische Version frei verfügbar über die Digitalen Sammlungen der Universitätsbibliothek Paderborn.

Satz und Gestaltung: Simon Olma

Hersteller: Hans Gieselmann Druck und Medienhaus GmbH & Co. KG Bielefeld

Printed in Germany

Systemtheorie von Hardware-in-the-Loop-Simulationen mit Anwendung auf einem Fahrzeugachsprüfstand mit parallelkinematischem Lastsimulator

zur Erlangung des akademischen Grades DOKTOR DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.) der Fakultät Maschinenbau der Universität Paderborn

> genehmigte DISSERTATION

von Simon Olma, M. Sc. aus Rybnik

Tag des Kolloquiums: Referent: Korreferent: 06. Dezember 2021 Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler Prof. Dr.-Ing. Boris Lohmann

Vorwort

Die vorliegende Dissertationsschrift entstand während meiner Zeit als Stipendiat der International Graduate School Dynamic Intelligent Systems und als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik des Heinz Nixdorf Instituts der Universität Paderborn.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Ansgar Trächtler bin ich zu tiefstem Dank verpflichtet. Er hat mich in meiner studentischen und wissenschaftlichen Ausbildung intensiv begleitet und stand mir nicht nur fachlich stets zur Seite. Ich danke ihm, dass er mir die Möglichkeit und das Vertrauen gegeben hat, das Forschungsthema im Rahmen der Dissertation an seinem Lehrstuhl zu bearbeiten. Die Zeit dort hat mich für meinen weiteren Lebensweg positiv geprägt, wofür ich sehr dankbar bin.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Boris Lohmann der Technischen Universität München möchte ich mich für die Übernahme des Korreferats bedanken. Ebenfalls danke ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Thomas Tröster und Herrn Prof. Dr.-Ing. Walter Sextro für das Mitwirken in der Promotionskommission.

Für die gute Zusammenarbeit und die schönen Erinnerungen am Lehrstuhl möchte ich mich bei meinen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen bedanken. Angefangen bei meinen Teamkollegen Dr.-Ing. Karl-Peter Jäker, Dr.-Ing. Andreas Kohlstedt, Phillip Traphöner und Martin Leibenger, mit denen ich die längste Zeit am Fahrzeugachsprüfstand gearbeitet habe. Ich danke ihnen für die fachlichen Gespräche und die Unterstützung bei meiner Arbeit. Für die am Fahrzeugachsprüfstand erbrachten Vorarbeiten möchte ich ganz herzlich Dr.-Ing. Sarah Knoop, Alexander Weisske und Robin Schütte danken.

Des Weiteren möchte ich allen Studierenden danken, die innerhalb einer studentischen Arbeit oder als studentische Hilfskraft einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben. Insbesondere danke ich hier Heinrich Nissen, Dieter Pries und Annika Junker. Für die Durchsicht dieser Arbeit danke ich Phillip Traphöner, Nikolai Fast und Dr.-Ing. Karl-Peter Jäker.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen ehemaligen Kollegen und Freunden Christopher Lankeit, Phillip Traphöner, Kevin Malena und Patrick Biemelt mit denen ich eine unvergessliche Zeit, auch außerhalb der Arbeit, am Lehrstuhl hatte.

Meinen Eltern Helene und Alois sowie meinem Bruder Lukas danke ich von Herzen für den Rückhalt, die Förderung, die moralische Unterstützung und alles, was sie mir ermöglicht und auf meinem Weg mitgegeben haben. Nicht zuletzt möchte ich meiner wundervollen Ehefrau Jill danken, dass sie mir die gesamte Zeit liebevoll und mit großem Verständnis zur Seite stand und mir eine Inspiration in vielerlei Hinsicht ist. Ich bin stolz darauf, was wir alles gemeinsam geschafft haben.

Vorveröffentlichungen

- [FOT14] FLOTTMEIER, S.; OLMA, S.; TRÄCHTLER, A.: Sliding Mode and Continuous Estimation Techniques for the Realization of Advanced Control Strategies for Parallel Kinematics. *19th IFAC World Congress*. Cape Town, South Africa, 2014, S. 182–190
- [KOF⁺16] KOHLSTEDT, A.; OLMA, S.; FLOTTMEIER, S.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Control of a hydraulic hexapod for a Hardware-in-the-Loop axle test rig. *at - Automatisierungstechnik* 64 (2016), Nr. 5, S. 365–374
- [KOT⁺17] KOHLSTEDT, A.; OLMA, S.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Kinematics-based force/position control of a hexapod in a HiL axle test rig. 17. Internationales Stuttgarter Symposium: Automobil- und Motorentechnik. Stuttgart, 2017, S. 1217–1230
- [KTO⁺17] KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Fast hybrid position / force control of a parallel kinematic load simulator for 6-DOF Hardware-in-the-Loop axle tests. *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*. München, 2017, S. 694–699
- [OKT⁺16a] OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Indirect force control in hardware-in-the-loop simulations for a vehicle axle test rig. *14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*. Phuket, Thailand: IEEE, 2016, Su42.1
- [OKT⁺16b] OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Substructuring and Control Strategies for Hardware-in-the-Loop Simulations of Multiaxial Suspension Test Rigs. 7th IFAC Symposium on Mechatronic Systems. Loughborough, United Kingdom, 2016, S. 141–148
- [OKT⁺18] OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Observer-based nonlinear control strategies for Hardware-in-the-Loop simulations of multiaxial suspension test rigs. *Mechatronics* 50 (2018), S. 212– 224
- [OTK⁺16] OLMA, S.; TRAPHÖNER, P.; KOHLSTEDT, A.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Modelbased Method for the Accuracy Analysis of Hardware-in-the-Loop Test Rigs for Mechatronic Vehicle Axles. *Procedia Technology* 26 (2016), S. 105–112
- [TKO⁺19] TRAPHÖNER, P.; KOHLSTEDT, A.; OLMA, S.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Hardware-in-the-Loop-Simulation einer Fahrzeugachse mit aktiver Wankstabilisierung mithilfe eines hydraulischen Hexapoden. 13. VDI Mechatronik-Tagung. Paderborn, 2019, S. 85–90
- [TOK⁺17] TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Universelle Entwicklungs- und Prüfumgebung für mechatronische Fahrzeugachsen. Wissenschaftsforum Intelligente Technische Systeme (WInTeSys). Paderborn, 2017, S. 157–168
- [TOK⁺19] TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; FAST, N.; JÄKER, K.-P.; TRÄCHTLER, A.: Hardware-in-the-Loop Simulation for a Multiaxial Suspension Test Rig with a Nonlinear Spatial Vehicle Dynamics Model. 8th IFAC Symposium on Mechatronic Systems. Vienna, Austria, 2019, S. 109–114.

Zusammenfassung

Diese Arbeit behandelt die Systemtheorie von Hardware-in-the-Loop-Simulationen (HiL-Simulationen). Das Ziel ist die Entwicklung einer neuartigen Methode mit der auch mechatronische mehrdimensionale HiL-Systeme entworfen und analysiert werden können. Als mächtiges Hilfsmittel des Entwurfsprozesses kann die in dieser Arbeit identifizierte Analogie bestimmter HiL-Systemstrukturen zu indirekten Kraftregelungen genannt werden. Die Analyse der dynamischen Eigenschaften sowie der HiL-Simulationsgüte stellt einen wichtigen Bestandteil des Entwurfs dar. Als Anwendungsbeispiel wird ein Fahrzeugachsprüfstand betrachtet, mit dem HiL-Simulationen für zukünftige Anwendungen in der Fahrwerkentwicklung realisiert werden sollen. Zur Anregung des im Prüfstand verbauten Prüflings wird ein Hexapod, eine parallelkinematische Maschine (PKM), verwendet. Die Analyse des Stands der Technik und Forschung findet zu den Themen HiL-Simulation sowie beobachterbasierte Positions- und Kraftregelung von PKM statt. Im ersten Entwurfsteil werden mehrere HiL-System- und Reglerkonfigurationen entwickelt. Deren Eigenschaften werden mithilfe von Simulationen und theoretischen Überlegungen analysiert und miteinander verglichen. Dies geschieht anhand eines vereinfachten Ersatzsystems. Nach einer Auswahl der für das Anwendungsbeispiel besten HiL-Konfiguration wird diese im zweiten Entwurfsteil für den mehrdimensionalen Fall erweitert. Im Fokus steht dabei die beobachterbasierte Regelung der PKM. Mithilfe von Simulationsergebnissen wird die Effektivität der erarbeiteten Methode nachgewiesen.

Abstract

This thesis deals with the system theory of hardware-in-the-loop simulations (HiL simulations). The aim is to develop a new method to design and analyse mechatronic multidimensional HiL systems. The analogy of certain HiL system configurations to indirect force controls identified in this thesis can be named as a powerful tool of the design process. Within the design process the analysis of the dynamic properties as well as the simulation quality of the HiL systems represents an important component. As an application example a vehicle axle test rig is considered, with which HiL simulations for future applications in chassis development are to be realized. A hexapod, a parallel kinematic machine (PKM), is used to excite the specimen installed in the test rig. The analysis of the state of the art and research includes the topics of HiL simulation as well as of observer-based position and force control of PKM. In the first part of the design process several HiL system and control configurations are developed. Their properties are analysed and compared with each other by means of simulations and theoretical considerations. This is done by means of a simplified analogous model. After a selection of the best HiL configuration for the application example, it is extended in the second part for the multi-axial case. The focus is on the observer-based control of PKM. Simulation results show the effectiveness of the developed method.

Systemtheorie von Hardware-in-the-Loop-Simulationen mit Anwendung auf einem Fahrzeugachsprüfstand mit parallelkinematischem Lastsimulator

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1 1 2 4 6 7
2	Theoretische Grundlagen 1 2.1 Grundlagen der HiL-Methode 1 2.2 Modellierung 1 2.2.1 PKM am Beispiel eines Hexapoden 1 2.2.2 Prüfling - MacPHERSON-Fahrzeugachse 2 2.3 Umgebungsmodelle 2 2.3 Regelungstechnische Grundlagen 3 2.3.1 Stabilität nichtlinearer Systeme - Direkte und indirekte Methode 3 2.3.2 Methode der harmonischen Balance 3 2.3.3 Zustandsbeobachtung mit Sliding-Mode 3	9 4 4 2 6 30 30 32 33
3	Stand der Technik und Forschung 3 3.1 Regelungstechnische Entwurfs- und Analysemethoden für HiL-Systeme 3 3.1.1 Substructuring-Methoden 3 3.1.2 Optimale HiL-Synthese nach MacDIARMID 4 3.1.3 Methoden im Robotik-Bereich 4 3.1.4 Methoden im PHiL-Bereich 4 3.1.5 Weitere Methoden zur Untersuchung der HiL-Simulationsgüte 5 3.2 Vergleichbare Anwendungsbeispiele 5 3.2.1 Automotive-Bereich 5 3.2.2 Bauingenieurwesen 5 3.2.3 Robotik-Bereich 5 3.2 Regelungsverfahren für Parallelkinematiken 5	19 19 14 17 19 50 51 52 55 56 56 56 56 56 56 56 56 56
	3.3.1 Positionsregelungen und Zustandsbeobachter	57

Ι

		3.3.2 Direkte Kraftregelungen und hybride Strukturen	61
		3.3.3 Indirekte Kraftregelungen	63
		3.3.4 Analogie zwischen HiL-Simulationen und indirekten Kraftregelungen	67
	3.4	Zusammenfassung und Handlungsbedarf	68
	3.5	Konkrete Zielsetzung und Forschungsbeitrag	73
4	Мо	dellbasierter HiL-Entwurf - Teil I: Eindimensionales Ersatzsystem	75
•	4.1	Konzipierung und Strukturierung	75
		4.1.1 Ausgangssituation und Problemstellung	75
		4.1.2 HiL-Konfigurationen und Regelungskonzepte	77
	4.2	Modellierung	81
	4.3	HiL-System mit Positionsregelung (Admittanzregelung)	84
		4.3.1 Entwurf	84
		4.3.2 Funktionsnachweis	87
		4.3.3 Stabilitätsanalysen	88
		4.3.4 Auslegung	94
	4.4	HiL-System mit indirekter Kraftregelung (Impedanzregelung)	95
	4.5	HiL-System mit direkter Kraftregelung (explizite Kraftregelung)	97
		4.5.1 Minimalbeispiel zur Realisierung eines HiL-DAE-Systems	97
		4.5.2 Entwurf für das Anwendungsbeispiel (DAE-System)	99
		4.5.3 Realisierung und Auslegung	101
		4.5.4 Modellierung der Aktordynamik	102
		4.5.5 Optimierungsbasierter Entwurf unter Berucksichtigung der System-	100
	16		103
	4.0	A 6 1 Einschwingverhalten der Hil "Systeme	107
		4.0.1 Einschwingverhalten der HiL-Systeme	1107
		4.6.3 Reibungseffekte	121
		4 6 4 Massebehafteter Prüfling / Split-Mass-Problem	123
		4.6.5 Simulationsbasierter Vergleich der HiL-Systeme	130
	4.7	Zusammenfassung und Diskussion	133
5	Mo	dellbasierter HiL-Entwurf - Teil II: Der mehrdimensionale Fall	137
	5.1	Erweiterung der HIL-System- und Regelungsstruktur	137
	5.2		138
	5.5	5.2.1. Rephashtharkoitsmatrix und Rephashtharkoit	139
		5.3.2 Hierarchischer Sliding-Mode-Beobachter	140 1/3
		5.3.3 Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter	148
		5.3.4 Nichtlinearer Luenberger-artiger Beobachter	151
		5.3.5 Simulationsbasierte Analyse der Beobachter	152
	5.4	Entwurf einer hybriden HiL-Regelung	158
	••••	5.4.1 Entwurf der Kraftregelung	158
		5.4.2 Hybride HiL-Regelung	161
	5.5	Simulationsbasierte Analyse des HiL-Systems	162
		5.5.1 Simulationssetup	163
		5.5.2 Simulationsergebnisse - Regelgüte	163

		5.5.3 Auswahl des Referenzsystems
		5.5.4 Simulationsergebnisse - HiL-Güte
	5.6	Zusammenfassung und Diskussion
6	Zus	mmenfassung und Ausblick
	6.1	Zusammenfassung
	6.2	Ausblick
Li	itera	ur

Abkürzungsverzeichnis

ABS	Antiblockiersystem
DAE	differential algebraic equation / differential-algebraische Gleichung
DKP	direktes kinematisches Problem
DSS	Dynamically Substructured Systems
ECU	electronic control unit
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
FHG	Freiheitsgrade
GSTA	Generalized Super-Twisting-Algorithmus
GSTSMB	Generalized Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter
GUI	Graphical User Interface
HiL	Hardware-in-the-Loop
HQSMB	hierarchischer Quasi-Sliding-Mode-Beobachter
HSMB	hierarchischer Sliding-Mode-Beobachter
IKP	inverses kinematisches Problem
JS	Joint Space
LaB	Luenberger-artiger Beobachter
mHiL	mechanical Hardware-in-the-Loop
MIMO	multiple-input multiple-output
MKS	Mehrkörpersystem
OS	Operational Space
PHiL	Power Hardware-in-the-Loop
PKM	parallelkinematische Maschine
RCP	Rapid Control Prototyping
RMS	root mean square
RMSE	root mean square error
RTDS	Real-Time Dynamic Substructuring
RTHS	Real-Time Hybrid Simulation
SiL	Software-in-the-Loop
SISO	single-input single-output

SKM	seriellkinematische Maschine
SMB	Sliding-Mode-Beobachter
STA	Super-Twisting-Algorithmus
STSMB	Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter
ТСР	Tool Center Point

Symbolverzeichnis

Name	Beschreibung	Einheit
A, B, C, D, E	Systemmatrizen	_
Â	Amplitude einer Dauerschwingung	-
α, β, γ	rotatorische Freiheitsgrade	rad, °
b_G, B_G	Vektor, Matrix der Gleichgewichtsbedingung	_
С	Matrix der Coriolis- und Zentrifugalkräfte	_
С	Federsteifigkeit	N/m
d	Dämpfungskonstante	Ns/m
δ	Parameter für Quasi-Sliding-Mode	_
$ar{\delta}$	totaler relativer Grad eines Systems	-
$e_{\{\}}$	Fehlergrößen	_
η	Hilfsparameter der Sliding-Mode-Beobachterverstärkung	-
F	Kraft	Ν
$F_{x/y/z}$	Kräfte in den versch. Freiheitsgraden	Ν
F_q	Vektor der Aktorkräfte	Ν
f(x)	Funktion der Zustandsgrößen eines nichtlinearen Systems	-
G(x)	Funktion der Eingangsgrößen eines nichtlinearen Systems	_
$G_d(x)$	Funktion der Störgrößen eines nichtlinearen Systems	-
G(s)	allgemeine Übertragungsfunktion	_
8	Vektor der Gewichtskräfte	_
g_o	Nebenbedingung einer Optimierung	-
Н	Kinematikmatrix	_
h(x)	Ausgangsfunktion eines nichtlinearen Systems	-
Ι	Einheitsmatrix	-
J_A	analytische Jacobi-Matrix	_
J_G	geometrische Jacobi-Matrix	_
J_o	Zielfunktion einer Optimierung	_
J_R	Jacobi-Matrix der Rotation	-
<i>k</i> , <i>K</i>	Verstärkung	_
K _M	Verdrehung einer Radaufhängung (Elastizität)	rad, $^{\circ}$
L	Beobachtermatrix	_

Name	Beschreibung	Einheit
l	Unebenheitswellenlänge	m
λ	Eigenwert	-
М	Massenmatrix	_
$M_{r/v/z}$	Momente in den versch. Freiheitsgraden	Nm
m	Masse	kg
$N(\hat{A})$	Beschreibungsfunktion	_
n	Systemordnung	_
v	Beobachterrückführung	_
v_{eq}	äquivalente Beobachterrückführung	_
Ω	Wegkreisfrequenz	rad/m
Р	Sliding-Mode-Beobachtermatrix	_
р	Parametervektor	_
$\Phi(\Omega)$	spektrale Leistungsdichte der Unebenheit	cm ³ /rad
$\phi(x)$	Vektorfunktion des Diffeomorphismus	_
arphi	Phasenwinkel	rad, $^{\circ}$
$arphi_M$	Einfederung einer Radaufhängung	rad, $^{\circ}$
ψ	nichtlineare Systemanteile für den Beobachterentwurf	_
Q	Beobachtbarkeitsmatrix	-
q	Vektor der Aktorlängen	m
q_M	Vektor der verallgemeinerten Koordinaten einer Radaufhän- gung	_
$r_{x/y/z}$	translatorische Freiheitsgrade	m
r _M	Verschiebung der Lenkstange einer Radaufhängung	m
ρ	Sliding-Mode-Beobachterverstärkung	-
S	Selektionsmatrix	_
Σ	System	-
Т	Zeitkonstante	S
T_v, T_H	Transformationsmatrix	-
t	Zeit	S
au	Kraftwinder der Interaktionskräfte	-
$ au_q$	Kraftwinder der Aktorkräfte	_
Θ	obere Grenze der unbekannten Systemstörung	-
heta	unbekannte Systemstörung	_
и	Eingangsvektor	-
u_d	Störvektor	_
V	Lyapunov-Funktion	_

Name	Beschreibung	Einheit
V	Geschwindigkeitsvektor	_
V_X	Fahrzeuglängsgeschwindigkeit	m/s
W	Arbeit	Nm
W	Fahrbahnwelligkeit	_
$W_{v/z}$	Eingangsvektor des HiL-Systems und Referenzsystems	_
ω	Kreisfrequenz	rad/s
$\omega_{x/y/z}$	Winkelgeschwindigkeiten	rad/s
x	Zustandsvektor	_
ξ	transformierter Zustandsvektor	_
Y	Regressormatrix	_
У	Ausgangsvektor	_
Z(s)	mechanische Impedanz	_
Z.	Vektor der Pose des Hexapoden (TCP)	_
- Z.м	Vektor der Pose einer Radaufhängung (Radmittelpunkt)	_
Z_{1}	vertikale Verschiebung verschiedener Teilsvsteme	m
ζ	Dämpfungsmaß	_

1 Einleitung

Die Hardware-in-the-Loop-Simulation (HiL-Simulation) ist eine in der Industrie und Forschung bewährte Methode, welche für die Entwicklung und Erprobung mechatronischer Systeme immer mehr Anwendung findet. Zur Umsetzung der HiL-Simulation werden spezielle Prüfstandssysteme benötigt, die das zu testende mechatronische System in geeigneter Weise dynamisch beeinflussen. Immer häufiger werden robotische Manipulatoren verwendet, die räumliche Lasten in Form von Kräften und Momenten auf den Prüfling aufbringen. Dies hat eine zunehmende Komplexität der gesamten HiL-Systeme zur Folge.

Diese Arbeit thematisiert die regelungstechnische Synthese und Analyse solcher HiL-Systeme, in denen eine parallelkinematische Maschine (PKM) als Lastsimulator bzw. Anregungseinheit verwendet wird. Der Fokus liegt dabei auf dem systematischen Vorgehen des Entwurfs der Regelung für die Anregungseinheit und der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften des gesamten HiL-Systems. Im Folgenden wird eine Einführung in die HiL-Simulation gegeben. Des Weiteren wird das Anwendungsbeispiel, welches zur Validierung der in dieser Arbeit entwickelten Methode verwendet wird, vorgestellt. Hierbei handelt es sich um einen Fahrzeugachsprüfstand, welcher in Zukunft für die HiL-basierte Erprobung und Auslegung von Fahrwerkregelsystemen eingesetzt werden soll. Dabei wird ein hydraulischer Hexapod als Anregungseinheit verwendet. Darauf aufbauend wird die Problemstellung und die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit formuliert. Dieses Kapitel endet mit einem kurzen Überblick über den Aufbau der Arbeit.

1.1 Motivation

Die Realisierung von HiL-Simulationen für Prüfstände mit komplexen, mechanischen Lastsimulatoren wird in den beiden folgenden Abschnitten motiviert. Das Anwendungsbeispiel dieser Arbeit wird kurz vorgestellt. Aufbauend auf den identifizierten Potenzialen werden die Herausforderungen und Forschungsfragen erläutert.

1.1.1 Hardware-in-the-Loop-Simulation

Die zunehmende Komplexität mechatronischer Systeme erfordert effektive Entwicklungsund Prüfmethoden. Zudem müssen die meist standardisierten Methoden insbesondere in der Automobilindustrie hohen Anforderungen gerecht werden. In diesem Zusammenhang ist die HiL-Simulation eine leistungsstarke Methode, welche sowohl in der Industrie als auch in der akademischen Forschung zunehmend Beachtung findet, wie eine Analyse in [SY15] bestätigt.

Innerhalb einer HiL-Simulation können Teilsysteme oder Baugruppen eines größeren mechatronischen Systems unter realistischen Bedingungen im Labor getestet werden. Die wesentliche Charakteristik ist, dass die restlichen Teilsysteme bzw. die Umgebung des Prüflings als mathematische Modelle auf echtzeitfähigen Rechnersystemen simuliert werden. Über spezielle Schnittstellen werden diese *physikalischen* und *virtuellen Teilsysteme*

gekoppelt, sodass das dynamische Verhalten des gesamten mechatronischen Systems nachgebildet bzw. emuliert werden kann. Somit kann das Zusammenwirken aller Komponenten des mechatronischen Systems wie die mechanische Struktur, die Sensoren und die gesteuerten Aktoren untersucht werden. Des Weiteren können Wechselwirkungen zwischen mechanischen, elektronischen und hydraulischen Komponenten des realen Gesamtsystems geprüft werden. Aufgrund der Minimierung von Testaufwendungen und Kosten entwickelt sich die HiL-Simulation mittlerweile zu einem festen Bestandteil im mechatronischen Entwurfsprozess. Eine detailliertere Beschreibung der Charakteristika von HiL-Simulationen findet im Grundlagenkapitel statt.

Den größten Bekanntheitsgrad besitzt die HiL-Methodik aus dem Bereich der rechnergestützten Entwicklung und Absicherung von Steuergeräten, engl. *electronic control unit (ECU)*. Schon seit geraumer Zeit wird im Automotive-Bereich die HiL-Simulation als Standardwerkzeug, z. B. für den Test von Steuergeräten für Fahrdynamikregelungen, eingesetzt [Han98]. Diese Art der HiL-Simulation wird in dieser Arbeit als *klassische HiL-Simulation* bezeichnet. Die wesentliche Eigenschaft ist, dass die Kopplung des Prüflings mit seiner Umgebung auf Signalebene stattfindet.

Mittlerweile haben sich die Ausprägungen der HiL-Simulation weiterentwickelt. Es wird bestrebt weitere Teilsysteme des mechatronischen Systems im Labor als physikalisch zu testende Komponenten aufzubauen. In diesem Zusammenhang kann bspw. die HiLbasierte Entwicklung von Regelungsalgorithmen für geregelte Federbeine genannt werden. Dazu wird das gesamte Federbein inklusive aktiver Komponenten als Prüfling im Labor aufgebaut. Die echtzeitfähigen Umgebungsmodelle bestehen dann aus geeigneten Fahrzeugmodellen, welche die notwendigen Signale zur Ansteuerung des aktiven Teils des Federbeins liefern. In diesem konkreten Beispiel muss die signalbasierte Kopplung des virtuellen und physikalischen Teilsystems um einen mechanischen Lastsimulator erweitert werden, da das Federbein mit den Einwirkungen der Straßenanregungen belastet werden muss. Dieses wird in der Regel mit einem hydraulischen Aktor realisiert. Wird nun angestrebt den Integrationsgrad der HiL-Simulation noch weiter zu erhöhen und die gesamte Baugruppe Fahrzeugachse in den Prüfstand zu integrieren, so bedarf es einer räumlichen bzw. multiaxialen Anregung des Prüflings. Dazu werden aufwändige robotische Manipulatoren bzw. multiaxiale Lastsimulatoren benötigt. Als Beispiel können hier PKM wie Hexapoden genannt werden. Mit der Steigerung des Integrationsgrads zu solchen hier bezeichneten mechatronischen HiL-Simulationen wird insbesondere die Genauigkeit der gesamten HiL-Simulation erhöht, da ein größerer Anteil des realen Systems im Prüfstand verbaut ist. Die Modellierung des physikalisch realisierten Teilsystems entfällt, sodass Ungenauigkeiten bzw. Approximationsfehler eines Modells vermieden werden können. Zusätzlich können weitere Effekte, wie z. B. mechanisches Bauteilversagen, untersucht werden, was in echtzeitfähigen Modellen in der Regel nicht berücksichtigt wird.

1.1.2 Anwendungsbeispiel Fahrzeugachsprüfstand

Am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik des Heinz Nixdorf Instituts der Universität Paderborn wurde mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) ein Prüfstand für Fahrzeugachsen entwickelt und aufgebaut. Fotos des Prüfstands sind in Bild 1-1 dargestellt.



Bild 1-1: Fahrzeugachsprüfstand des Lehrstuhls für Regelungstechnik und Mechatronik des Heinz Nixdorf Instituts der Universität Paderborn

Der Prüfstand besteht aus den Anregungseinheiten, einem Achshaltesystem mit Prüfling (MACPHERSON-Vorderachse) sowie aus einem Echtzeitrechner. Das Achshaltesystem ist auf einer schwingungsisolierenden Aufspannplatte montiert. Die Fahrzeugachse ist mit dem Achshaltesystem über die karosserieseitigen Ankoppelpunkte verbunden. Der Prüfling wird über die Radnaben der beiden Einzelradaufhängungen mithilfe der Anregungseinheiten belastet. Auf der rechten Achsseite wird ein Hydraulikzylinder verwendet, welcher die vertikalen Straßenanregungen nachbildet. Auf der linken Achsseite wird eine PKM mit sechs Freiheitsgraden (FHG) in der Form eines hydraulischen Hexapoden als Anregungseinheit eingesetzt. Über einen Radkraftsensor ist der Hexapod mit der Radnabe verbunden. Der Sensor misst die Schnittkräfte und -momente in allen kartesischen Raumrichtungen, welche in der starren Verbindung zwischen Hexapod und Radnabe entstehen. Die Algorithmen zur Ansteuerung der Anregungseinheiten sind auf einer Echtzeithardware implementiert. Zusätzlich übernimmt diese die Auswertung sämtlicher Sensorsignale sowie die Systemüberwachung und -steuerung. Das virtuelle Teilsystem für den HiL-Betrieb wird ebenfalls auf der Echtzeithardware simuliert.

Der Hexapod wurde speziell für die Anwendung als Lastsimulator für Achsprüfungen am Heinz Nixdorf Institut dimensioniert. Er erlaubt das Aufbringen von räumlichen Belastungen auf den Prüfling. Dabei können gezielt Bewegungen oder Kräfte bzw. Momente vorgegeben werden. Die Anforderungen an die Regelbandbreite variieren je nach Anwendungsfall. Beispielsweise müssen bei Untersuchungen der Betriebsfestigkeit der Fahrzeugachse oder von spezifischen Achsbauteilen die Sollvorgaben mit einer Bandbreite von 50 Hz im Kleinsignalbereich eingeregelt werden [EG17].

In der Industrie haben sich Prüfsysteme bewährt, bei denen zur Erreichung der genannten Regelbandbreite *iterative Lernverfahren* eingesetzt werden. Diese Prüfsysteme besitzen in der Regel hydraulische Aktoren, welche über die Radnaben die Fahrzeugachse anregen. Dabei wird für jeden zu aktuierenden FHG der Achse, z. B. die Einfederung, ein Hydraulikzylinder verwendet, sodass multiaxiale Belastungen entstehen. Die von den Aktoren zu stellenden Belastungsgrößen werden in Versuchsfahrten mit spezieller Messtechnik erfasst und aufbereitet. Für aussagekräftige Achstests müssen diese sog. *Target-Signale* möglichst gut nachgebildet werden. Dazu werden die Steuersignale der einzelnen Aktoren,

die sog. *Drive-Signale*, mit dem Lernverfahren iterativ angepasst. Eine "direkte" Regelung der Belastungsprofile mit der geforderten Bandbreite und Genauigkeit ist bei den in der Industrie eingesetzten Achsprüfständen bisher nicht möglich. Der iterative Einlernprozess ist zeit- und kostenintensiv. Für verschiedene Target-Signale muss der Prozess wiederholt werden. Übermäßige Prüflingsbelastung und vorzeitiges Bauteilversagen können nicht ausgeschlossen werden. In der Literatur existieren Ansätze zur Verbesserung der iterativen Regelung, bspw. durch Verringerung der Konvergenzzeit [MVE16]. Jedoch existiert bisher kein Fahrzeugachsprüfstand, der ohne iterative Regelung realisiert wurde.

Ein Prüfkonzept, welches das Aufbringen der Target-Signale mit einer schnellen Folgeregelung erlaubt, würde demgegenüber enorme Vorteile mit sich bringen. Zum einen könnten Achstests schneller und gleichzeitig kostengünstiger durchgeführt werden. Zum anderen wären durch eine "echtzeitfähige" Regelung HiL-Simulationen für gesamte Fahrzeugachsen möglich. Dies wiederum ermöglicht weitere Testszenarien, die zu einer Verkürzung des Entwicklungsprozesses sowohl für passive als auch mechatronische Fahrzeugachsen führen würden. Insbesondere sind Potenziale in der HiL-basierten Entwicklung von Fahrwerkregelsystemen identifizierbar. Wie im vorigen Abschnitt bereits erwähnt, findet die Auslegung von Fahrwerkregelsystemen heutzutage in der Regel an HiL-Komponentenprüfständen statt. Die Interaktion mehrerer aktiver Achskomponenten kann nur mit aufwändigen interagierenden HiL-Systemen oder im Rahmen von Fahrversuchen untersucht werden. Im Gegensatz dazu ermöglicht die HiL-Simulation mit gesamten Fahrzeugachsen die Auslegung und Absicherung aller verbauten mechatronischen Komponenten im Systemverbund. Des Weiteren ist mit einer deutlichen Steigerung der Abbildungsgüte der HiL-Simulation zu rechnen, wenn der Integrationsgrad des HiL-Systems erhöht wird bzw. die HiL-Systemgrenzen verschoben werden. Das räumliche dynamische Verhalten einer Fahrzeugachse ist nur aufwändig modellierbar. Wird diese jedoch physikalisch im HiL-Simulationssetup verwendet, so werden Fehler durch notwendige Vereinfachungen bei der Modellierung verringert.

1.1.3 Problemstellung

Die genannten Potenziale gehen mit einer Vielzahl an Herausforderungen und Forschungsfragen einher. Dies betrifft im Allgemeinen die Realisierung von realitätsnahen, mechatronischen HiL-Simulationen für komplexe Prüfstände, welche sich im Allgemeinen durch eine schnelle und räumliche Anregung des Prüflings kennzeichnen lassen. Der Fokus dieser Arbeit liegt dabei auf der Verwendung parallelkinematischer Lastsimulatoren zur Realisierung der Kopplung zwischen dem physikalischen und dem virtuellen Teilsystem. Insbesondere steht der hydraulische Hexapod, welcher in dem hier betrachteten Anwendungsbeispiel eingesetzt wird, im Vordergrund.

Konzepte zur Prüfstandsumsetzung und Ideen zur HiL-Simulation wurden erstmals in [FJT14] vorgestellt. Das Bild 1-2 gibt in vereinfachter Form einen Überblick über die angestrebte HiL-Simulationsumgebung.

Zur Kopplung der Achse mit den Umgebungsmodellen stehen die geregelten Aktoren und Sensoren zur Verfügung. In diesem Beispiel sind die Stellgrößen die Steuerspannungen der Servoventile der hydraulischen Zylinder. Verschiedene Sensorgrößen in der Aktorik und am Prüfling werden sowohl zur Regelung als auch für die Simulation der



Bild 1-2: Schema der HiL-Simulationsumgebung für den Fahrzeugachsprüfstand

Umgebungsmodelle benötigt. Diese bestehen aus dynamischen Modellen, die das System "Gesamtfahrzeug" komplettieren, wie Fahrzeug- (ohne Vorderachse) sowie Straßenmodelle. Außerdem werden Fahrermodelle benötigt, welche die vorgegebenen Testmanöver, z.B. Kurvenfahrten, umsetzen. Aus den Rückführungsgrößen und den Testmanövern berechnen die Umgebungsmodelle geeignete Sollgrößen zur Regelung der Anregungseinheiten.

Zur Realisierung der HiL-Simulation müssen zunächst konzeptionelle Fragen hinsichtlich der generellen Struktur des HiL-Systems beantwortet werden. Dazu gehört die Festlegung, welche virtuellen Teilsysteme "explizit" modelliert werden müssen und welche Schnittstellen zwischen dem Prüfling und den Echtzeitmodellen sinnvoll bzw. realisierbar sind. In der Literatur hat sich für das "Zerteilen" eines Systems in virtuelle und physikalische Teilsysteme für eine HiL-Simulation der Begriff Substructuring etabliert. Die zu findenden Literaturstellen sind allerdings rar und die betrachteten HiL-Systeme einfache dynamische Systeme, welche mit der Komplexität des Fahrzeugachsprüfstands nicht vergleichbar sind. Aufgrund der Einfachheit der HiL-Systeme können in der Regel an jeder Schnittstelle die notwendigen Aktoren und Sensoren angebracht werden, sodass eine "optimale" Strukturierung erreicht werden kann. Im Gegensatz dazu ist dies bei dem Anwendungsbeispiel aufgrund des enormen Kosten- und Implementierungsaufwands nicht realisiert. An den karosserieseitigen Ankoppelpunkten des Prüflings werden weder Kräfte noch Bewegungen gemessen. Es sind auch keine Aktoren angebracht, welche die Aufbaubewegungen des Fahrzeugs nachbilden. Die Auswirkungen des, bezogen auf die HiL-Simulation, "suboptimalen" Prüfstandsaufbaus und die unter Umständen notwendigen Maßnahmen zur Kompensation müssen untersucht werden.

Als größte Herausforderung ist die Regelung der PKM für den Einsatz in einer HiL-Simulation zu sehen. In diesem Zusammenhang lassen sich mehrere wesentliche Probleme identifizieren. Zum einen ist die starre Verbindung zwischen der PKM mit der Umgebung bzw. mit dem Prüfling zu nennen. Dies macht eine Berücksichtigung der Schnittkräfte und -momente bei der Regelung unentbehrlich. Unerwünschte Belastungen sowie eine Zerstörung des Prüflings und der Anregungseinheit sind möglich. Um dieser Problematik zu begegnen, werden typischerweise indirekte oder direkte Kraftregelungsverfahren eingesetzt. Da diese Regelungen bei Achsprüfständen auf iterativen Lernverfahren basieren, sind diesbezügliche Ansätze in der Literatur kaum zu finden. Auch im Kontext der mechatronischen HiL-Simulation sind Strategien zur Kraftregelung rar. Forschungsarbeiten zu Regelungen von PKM fokussieren sich in erster Linie auf die Realisierung von Positionsregelungen. Das Ziel, im Falle einer PKM mit sechs FHG, ist bspw. die Folgeregelung der Verschiebungen und Verdrehungen am *Tool Center Point (TCP)* in den kartesischen Raumrichtungen. Im Allgemeinen existieren dazu zwei grundsätzliche Regelungsstrategien. Einerseits können die *Gelenkkoordinaten* geregelt werden. Generell lassen sich die Bewegungen der Gelenke bei PKM einfach messtechnisch erfassen. Bezogen auf den Hexapoden sind dies die Verschiebungen bzw. Längen der sechs hydraulischen Aktoren. Die Sollgrößen der Folgeregelung, welche als kartesische Größen vorliegen, werden mithilfe der *inversen Kinematik* der PKM in Gelenkkoordinaten transformiert. Die Berechnung kann für PKM eindeutig gelöst werden und wird als *inverses kinematisches Problem (IKP)* bezeichnet. Im Gegensatz dazu können auch die kartesischen Sollgrößen direkt geregelt werden. Zur Ausnutzung der strukturbedingten Vorteile von PKM sind nach [PAM09] diese Regelungsansätze besser geeignet. Dazu werden jedoch die aktuellen Zustandsgrößen der PKM am TCP benötigt.

Die Berechnung der kartesischen Koordinaten aus den einfach messbaren Gelenkkoordinaten wird als *direktes kinematisches Problem (DKP)* bezeichnet. Das DKP gilt in der Praxis als größte Herausforderung zur Regelung von PKM in kartesischen Koordinaten, da eine allgemeine, analytische Berechnungsvorschrift nicht existiert. Das DKP kann mithilfe von Zustandsbeobachtern umgangen werden, sodass die benötigten Größen am TCP in Echtzeit geschätzt werden können. Möglichkeiten zur Zustandsbeobachtung für den frei beweglichen Hexapoden wurden in [OF13] entwickelt. Beide Herangehensweisen der Positionsregelung und die Zustandsbeobachter wurden in [Kno17] umgesetzt und erprobt. Die bessere Performance der Zustandsregelung in kartesischen Koordinaten gegenüber der Regelung in Gelenkkoordinaten konnte in [Kno17] bestätigt werden.

Für den Einsatz in einem Achsprüfstand sind die entwickelten Regelungen und Beobachtertechniken aufgrund der starren Kopplung der Anregungseinheit zum Prüfling zu erweitern. Zudem müssen diese mit den Eigenschaften der HiL-Simulation in Einklang gebracht werden. Damit ist gemeint, dass durch die zusätzliche Rückkopplung der Solldaten aus den Umgebungsmodellen das systemdynamische Verhalten des gesamten HiL-Systems verändert wird. Dies erfordert mindestens die Stabilitätsanalyse des Systems. In der Regel ist aber eine Modifikation oder eine Neuentwicklung der Regelalgorithmen unabdingbar. Letztlich muss die Güte der HiL-Simulation mit geeigneten Methoden analysiert werden. Das Ziel der HiL-Simulation ist stets die hinreichende Nachbildung des systemdynamischen Verhaltens des zu emulierenden Gesamtsystems.

1.2 Zielsetzung

Mechatronische HiL-Simulationen mit parallelkinematischen Lastsimulatoren, welche den Prüfling mehrdimensional und hochdynamisch belasten, sind nicht Stand der Technik. Ebenso existiert keine allgemeingültige Methode mit der solche HiL-Systeme entworfen und analysiert werden können. In diesem Kontext liefert diese Arbeit einen Beitrag zum Entwurf und zur Analyse von HiL-Systemen mit PKM unter Anwendung systemtheoretischer Methoden. Dies umfasst insbesondere die Beantwortung folgender Fragen, welche sich aus der Problemstellung ergeben:

• Wie soll die generelle Struktur eines HiL-Systems gewählt werden?

- Welche Regelungsstrategien sind insbesondere im Hinblick auf die starre Verbindung des Lastsimulators (z. B. PKM) mit dem Prüfling sowie auf die dynamischen Eigenschaften des gesamten HiL-Systems sinnvoll?
- Wie sieht der Regelungsentwurf aus?
- Wie können die für die Regelung notwendigen Systemzustände geschätzt werden?
- Wie kann die Güte der HiL-Simulation beurteilt werden und welche Maßnahmen können diese steigern?

1.3 Aufbau der Arbeit

Die theoretischen Grundlagen, die für das Verständnis dieser Arbeit wichtig sind, werden in Kapitel 2 erläutert. Dies umfasst zunächst die Erläuterung der Methode der HiL-Simulation im Allgemeinen. Anschließend werden alle dynamischen Modelle gezeigt, welche zum einen für den Regelungs- und Beobachterentwurf und zum anderen für die HiL-Simulationsumgebung benötigt werden. Zum Ende des Kapitels werden die relevanten regelungstechnischen Grundlagen näher beleuchtet.

Das Kapitel 3 beinhaltet die Analyse des relevanten Stands der Technik und Forschung. Die Analyse geschieht dabei zweigeteilt. Einerseits werden HiL-Entwurfsmethoden und vergleichbare Anwendungsbeispiele behandelt. Andererseits umfasst die Analyse (beobachterbasierte) Regelungsverfahren für PKM. Aus der Analyse wird der Handlungsbedarf abgeleitet. Das Kapitel endet mit der Zieldefinition und der Zusammenfassung des Forschungsbeitrags dieser Arbeit.

Der systemtheoretische Entwurf von HiL-Simulationen wird in den Kapiteln 4 und 5 thematisiert. In Kapitel 4 wird der systematische Entwurfsprozess an einem vereinfachten Ersatzsystem des Fahrzeugachsprüfstands durchgeführt. Nacheinander werden die Fragestellungen aus der Zielsetzung des vorigen Abschnitts beantwortet. Zunächst werden HiL-Konzepte erarbeitet, welche die grobe Gestalt des HiL-Systems festlegen. Aufbauend auf den HiL-Strukturen werden Regelungsstrategien entwickelt. Im Weiteren werden die entworfenen HiL-Systeme hinsichtlich ihrer dynamischen Eigenschaften analysiert. In Kapitel 5 wird der HiL-Systementwurf für den mehrdimensionalen Fall, also für die Anwendung am Fahrzeugachsprüfstand mit PKM, erweitert. Ein wichtiger Bestandteil der in dieser Arbeit betrachteten Regelungsstrategien der PKM ist die Beobachtung der Systemzustände. Es werden mehrere Beobachtertechniken entwickelt und diskutiert. Auf Basis einer definierten HiL-Konfiguration wird ein hybrides Regelungskonzept entworfen. Die Güte der Zustandsbeobachtung, der Regelung sowie der gesamten HiL-Simulation wird mithilfe von Simulationsergebnissen beurteilt.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick in Kapitel 6 ab.

2 Theoretische Grundlagen

Zum besseren Verständnis dieser Arbeit werden in diesem Kapitel einige Grundlagen eingeführt. Zuerst wird die HiL-Methode erläutert, wobei nur die wesentlichen Charakteristika von HiL-Systemen im Vordergrund stehen. Konkrete Anwendungsbeispiele, welche den Stand der Technik und Forschung beschreiben, finden sich im nachfolgenden Kapitel. Für die Umsetzung der HiL-Simulation für das in dieser Arbeit betrachtete Anwendungsbeispiel werden dynamische Modelle benötigt, welche in diesem Kapitel vorgestellt werden. Zum Ende des Kapitels werden die relevanten regelungstechnischen Grundlagen erörtert.

2.1 Grundlagen der HiL-Methode

Die HiL-Methode ist eine effektive und bewährte Prüf- und Entwicklungsmethode, die in der *VDI-Richtlinie 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme* [VDI04] folgendermaßen definiert wird:

"Hardware-in-the-Loop (HiL) ist die Integration von realen Komponenten (Bauteilen) und Systemmodellen in eine gemeinsame Simulationsumgebung. Die HiL-Nachbildung (Simulation) dynamischer Systeme durch physikalische und mathematische Modelle muss dabei in Echtzeit und unter Nachbildung der physikalischen Lasten erfolgen."

Die HiL-Simulation ist eine Simulationstechnik, welche für die Nachbildung eines realistischen, reproduzierbaren Verhaltens genutzt wird. Sie weist dabei gewisse Vorteile gegenüber anderen Simulationstechniken oder Prüfverfahren auf. Das Hauptmerkmal ist, dass die gesamte Simulation in Echtzeit abläuft. Somit eignet sie sich insbesondere für regelungstechnische Anwendungen. Das Ziel der HiL-Simulation ist, dass sich der Prüfling in seiner Prüfstandsumgebung "fühlen" soll, als ob er sich in seiner realen Umgebung befinden würde. Die Anforderungen an die Güte der Nachbildung hängen vom Anwendungsfall ab und müssen für jede Anwendung definiert werden.

Aufbau und Bestandteile von HiL-Systemen

Wie ein HiL-System schematisch strukturiert ist, verdeutlicht Bild 2-1. Im linken Teil der Abbildung ist das nachzubildende bzw. zu emulierende *Referenzsystem* bzw. *Zielsystem* zu sehen. Dieses besteht aus dem *Prüfling*, welcher im Fokus der Tests steht. Dieser kann aus mechatronischen Teilsystemen oder Baugruppen bestehen. Der Prüfling interagiert im Referenzsystem mit seiner *lokalen Umgebung*. Die Umgebung kann ebenfalls aus mechatronischen Teilsystemen oder Baugruppen bestehen, aber auch Umwelteinflüsse darstellen. Je nach Anwendungsfall ist diese Interaktion, z. B. Austausch von Energie oder Informationen, unterschiedlich ausgeprägt. Dies gilt ebenso für die jeweiligen Ein- und Ausgangsgrößen. Aus dem Grund sind die Pfeile nicht näher gekennzeichnet. Die Eingänge der einzelnen Teilsysteme können bspw. Testmanöver oder Referenztrajektorien sein, welche die Umgebung beeinflussen. Auch die Ansteuerung eines im Prüfling verbauten Steuergeräts ist vorstellbar, was im weiteren Verlauf der Arbeit jedoch nicht betrachtet wird. Die jeweiligen Ausgänge stellen für den Anwendungsfall interessante Größen dar, welche z. B. messtechnisch erfasst oder direkt aus der Echtzeitsimulation entnommen werden.



Bild 2-1: Allgemeine Strukturdarstellung des Referenzsystems und des entsprechenden HiL-Systems

Systeme, die mithilfe der HiL-Simulation untersucht werden sollen, haben die Eigenschaft, dass die Interaktion zwischen den beiden Teilsystemen *bidirektional* stattfindet [FFHS06]. In dem Kontext lassen sich die Wechselwirkungen mit den generalisierten Variablen *effort* und *flow* illustrieren [Tra14; GWW05]. Das Produkt beider Variablen ist die Leistung. In verschiedenen Domänen existieren unterschiedliche Variablen. Für effort sind dies bspw. Kraft, Spannung, Druck und für flow bspw. Geschwindigkeit, Strom, Volumenstrom. Eine Systemdarstellung mit den Variablen findet bei der Modellierung mit Bondgraphen statt. Dies wird in dieser Arbeit jedoch nicht weiter verfolgt.

Die rechte Struktur in Bild 2-1 zeigt das entsprechende HiL-System. Der Prüfling wird physikalisch realisiert, während von der lokalen Umgebung Modelle verwendet werden. Der Prüfling wird in allgemeiner Form auch als physikalisches bzw. reales Teilsystem bezeichnet. Die Umgebungsmodelle werden auch als virtuelles bzw. numerisches Teilsystem bezeichnet. Zur Realisierung der HiL-Simulation bzw. zur Kopplung des physikalischen und virtuellen Teilsystems wird ein Schnittstellensystem benötigt. Werden lediglich Signale zwischen dem Prüfling und den Umgebungsmodellen ausgetauscht, so wie es bei der Erprobung von Steuergeräten der Fall ist, besteht das Schnittstellensystem aus einem geeigneten System zur Datenverarbeitung. Wie bereits in Abschnitt 1.1.1 erwähnt, wird die HiL-Simulation in dieser Arbeit als klassische HiL-Simulation bezeichnet. Sollen aber bspw. mechanische Lasten auf einen Prüfling aufgebracht werden, werden in der Regel Lastmaschinen benötigt, welche aus geregelten Aktoren bzw. Manipulatoren und Sensoren bestehen. Gegenüber der klassischen HiL-Simulation unterscheidet sich diese Variante deutlich im Realisierungsaufwand [FFHS06]. Die Sensoren messen alle relevanten Größen im System. Diese werden der Regelung der Aktorik und den Umgebungsmodellen zur Verfügung gestellt. Die Umgebungsmodelle reagieren auf die Eingangssignale und geben anschließend die Sollgrößen für die Regelung aus. Diese Form der HiL-Simulation wird im weiteren Verlauf als mechatronische HiL-Simulation bezeichnet. Diese Arbeit fokussiert sich auf die zuletzt genannte Variante der HiL-Simulation.

Regelungstechnische Darstellung von HiL-Systemen

Bild 2-2 zeigt eine mögliche regelungstechnische Darstellung einer mechatronischen HiL-Simulation als Strukturbild.



Bild 2-2: Strukturbild eines typischen Regelkreises für ein mechatronisches HiL-System, angelehnt an [SLN07]

Das Schnittstellensystem besteht aus einem Manipulator, welcher mit einer unterlagerten Regelschleife angesteuert werden kann. In der Regel wird zur Kopplung des physikalischen und virtuellen Teilsystems eine erweiterte Regelungsschleife benötigt. Diese wird im Folgenden als *HiL-Regelung* bezeichnet. Eine explizite Darstellung der Sensorik wird in dem Strukturbild vernachlässigt. Die Sollgrößen der HiL-Regelung werden im virtuellen Teilsystem berechnet und resultieren aus dessen Wechselwirkung mit dem physikalischen Teilsystem. Häufig werden Bewegungsgrößen verwendet. Die Größen, welche die Reaktion des Prüflings auf die Einwirkung der Aktorik beschreiben, werden an der Schnittstelle gemessen und in das Umgebungsmodell zurückgeführt. In der Regel bieten sich Kräfte als Reaktionsgrößen an. Die *Regelstrecke* des HiL-Systems besteht aus allen physikalisch realisierten Prüfstandskomponenten wie Prüfling, Aktorik und Sensorik. Eingänge des virtuellen Teilsystems sind die für den Anwendungsfall interessanten Systemgrößen, welche im virtuellen oder physikalischen Teilsystem berechnet bzw. gemessen werden.

Echtzeitfähigkeit

Ein wichtiger Bestandteil des HiL-Systems sind die Umgebungsmodelle, welche während der HiL-Simulation in *Echtzeit* (engl. *real-time*) simuliert werden müssen. Die Echtzeitfähigkeit der Modelle wird gefordert, da diese über das Schnittstellensystem in Interaktion mit dem Prüfling stehen, dessen dynamische Prozesse real ablaufen. Bei sog. *festen Echtzeitanforderungen* muss der (Echtzeit-)Rechner in einer definierten Zeit das Ergebnis der Berechnung bereitstellen, sodass ein deterministisches Verhalten vorliegt [AB06]. Wie schnell das passieren soll, hängt von der Anwendung ab. Die für die HiL-Simulation notwendigen Umgebungsmodelle sind in der Regel dynamische Modelle, welche mit Differentialgleichungen beschrieben werden. Für mechanische Mehrkörpersysteme kann zur Herleitung der Bewegungsgleichungen z. B. das *Prinzip nach Newton-Euler* oder der

Lagrange-Formalismus genutzt werden. Die resultierenden Gleichungen werden dann unter Zuhilfenahme geeigneter Tools, z. B. MATLAB/Simulink, in einen interpretierbaren Code automatisch generiert. Dieser wird anschließend auf das Echtzeitsystem übertragen. Zur Beurteilung der Echtzeitfähigkeit kann die Turnaround-Zeit verwendet werden, vgl. [Löf16]. Diese beschreibt die Dauer pro Zeitschritt vom Start der Berechnung, z. B. bei der Integration eines Modells, bis zur Ausgabe der relevanten Daten und kann je nach Unterstützung der vorliegenden Hardware ausgegeben werden. Um die Berechnungsdauer gering zu halten, gibt es zahlreiche Maßnahmen wie die strikte Verwendung von gewöhnlichen Differentialgleichungen oder die Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften bei Matrizen, z. B. bei der Massenmatrix von mechanischen Systemen. Methoden zur effizienten, echtzeitfähigen Modellierung insbesondere im Kontext der Fahrdynamik sind in [Ame14] zu finden. Des Weiteren können komplexe Modelle mit Verfahren zur Modellordnungsreduktion vereinfacht werden. Darüber hinaus bestimmt das gewählte Integrationsverfahren über die Berechnungsdauer. Umfangreichere Informationen zum Thema Echtzeit und der in diesem Kontext thematisierten Programmierung sind in [AB06] zu finden.

Eigenschaften von HiL-Simulationen

Der wesentliche Vorteil von HiL-Simulationen ist die Minimierung von Aufwänden und Kosten. Außerdem werden HiL-Simulationen eingesetzt, falls sicherheitskritische Aspekte wichtig sind. So kann bspw. die Anzahl von Fahrversuchen reduziert werden. Zusätzlich werden eine hohe Flexibilität und Reproduzierbarkeit erreicht, welche für eine Testautomatisierung entscheidende Faktoren darstellen. Da das virtuelle Teilsystem als Modell vorliegt, kann es einfach und schnell variiert werden. Somit können verschiedene, auch extreme, Einflüsse der Umgebung auf den Prüfling untersucht werden. Zusammengefasst kombiniert die HiL-Methode die Flexibilität der Computersimulation und die Genauigkeit von realen, physikalischen Versuchen und ermöglicht ein gleichzeitiges physikalisches und virtuelles Prototyping. Zudem ist die Verwendung von HiL-Simulationen in der Entwicklungsphase sehr attraktiv, in der das mechatronische System oder nur bestimmte Subsysteme als Prototypen existieren, welche dann im Systemverbund getestet werden können.

Neben den genannten Vorteilen haben HiL-Simulationen auch verschiedene Nachteile bzw. Restriktionen im Vergleich zu anderen Testverfahren wie der Erprobung am Zielsystem oder der reinen Computersimulation. Zum einen ist die Modellierungstiefe des virtuellen Teilsystems vergleichsweise geringer als bei detaillierten Modellen, welche die Anforderungen an die Echtzeitfähigkeit nicht erfüllen müssen. Somit können gewisse dynamische Effekte in der HiL-Simulation nicht berücksichtigt werden. Bei steigendem Integrationsgrad mechatronischer HiL-Simulationen steigt ebenso die Komplexität der Realisierung der Schnittstellensysteme. Gleichzeitig werden durch das System dynamische Effekte bzw. Störungen hinzugefügt, welche im Zielsystem nicht vorhanden sind. Dies umfasst die Aktordynamik und Stellgrößenbegrenzungen sowie Messrauschen und Totzeiten der Sensorik bzw. der Signalaufbereitung. Zudem können strukturelle Vereinfachungen in der Prüfumgebung die Genauigkeit der HiL-Simulation einschränken. Damit ist das Fehlen von Sensoren und Aktoren an Schnittstellen gemeint, sodass gewisse Wechselwirkungen des Prüflings mit dem virtuellen Teilsystem nicht nachgebildet werden können.

Geschichtliche Hintergründe

Die ersten dokumentierten Anwendungen von HiL-Simulationen fanden in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts statt. Die folgende Zusammenfassung basiert sowohl auf Analysen von Literaturstellen, die in [ISS99; SY15] enthalten sind, als auch auf eigenen Recherchen. Die damals eingesetzten HiL-Simulationen wurden bspw. im Bereich der Flugsimulation genutzt. Das Flugzeugcockpit wurde real im Labor aufgebaut und konnte mit elektrischen und hydraulischen Aktoren bewegt werden. Die Bewegungsvorgaben wurden mithilfe einer Simulation des dynamischen Verhaltens des Flugzeugs auf Analogrechnern bestimmt [ISS99]. Weitere Beispiele sind in amerikanischen Raumfahrtprogrammen, z. B. Gemini oder Apollo, zu finden. In [Gro67] wird die HiL-Simulation genutzt, um die Funktionen des in Gemini-Missionen eingesetzten, von IBM entwickelten, Digitalrechners abzusichern. In den 1980er-Jahren erhielt die HiL-Simulation ihre industrielle Bekanntheit durch Anwendungen im Automotive-Bereich [SW05]. Ähnlich zu Flugsimulatoren wurden HiL-basierte Fahrsimulatoren verwendet, z. B. von Daimler-Benz [DKP85]. Auch einzelne Fahrzeugkomponenten, wie z. B. Federbeine, wurden mittels HiL- Prüfständen getestet [BCC95]. Zum Ende des 20. Jahrhunderts hatte die HiL-Simulation ihren Durchbruch insbesondere durch den Einzug der elektronischen Regelungssysteme ins Fahrzeug, wie z. B. das Antiblockiersystem (ABS) und das Elektronische Stabilitätsprogramm (ESP) [ISS99]. Wie bereits in Abschnitt 1.1.1 erwähnt, wurde die HiL-Simulation für die Entwicklung und Absicherung der Steuergeräte, welche die Regelungsalgorithmen enthalten, verwendet. Heutzutage werden HiL-Anwendungen auch für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen umgesetzt [Tel12]. Wahrscheinlich sind wegen Geheimhaltungsgründen der Fahrzeughersteller Dokumentationen rar. Erst seitdem die HiL-Simulation auch in der akademischen Forschung Beachtung gefunden hat, lassen sich zahlreiche Dokumentation in der Form von wissenschaftlichen Publikationen finden.

Aktuelle Entwicklungen

Bezogen auf den Entwurfsprozess mechatronischer Systeme ist die HiL-Simulation ein wichtiger Bestandteil diverser Methodiken geworden. Insbesondere kann hier die *VDI-Richtlinie 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme* genannt werden, vgl. [VDI04]. Durch die stetig steigende Rechnerperformance hat sich die HiL-Simulation in den letzten Jahren zu einem aktiven Forschungsgegenstand entwickelt [SY15]. Mittlerweile gibt es zahlreiche Unternehmen, z. B. *dSPACE*, die sich auf die Entwicklung von HiL-Simulationen, HiL-Simulatoren und Echtzeitsystemen spezialisiert haben. Die HiL-Methode bietet sich außerdem sehr gut für Lehrzwecke an Universitäten und Hochschulen an, da die Studenten/-innen die einzelnen Schritte des mechatronischen Entwurfsprozesses von der Modellbildung über den Regelungsentwurf bis zur Realisierung und Verifikation am Prüfstand durchführen können [Gre99].

Weitere Echtzeitanwendungen, insbesondere im Zusammenhang mit regelungstechnischen Anwendungen und der Steuergeräteentwicklung, sind neben der HiL-Simulation das *Rapid Control Prototyping (RCP)* und *Software-in-the-Loop (SiL)* [ISS99; Ise08]. Bei SiL werden sowohl die Regelstrecke als auch die Regelung in Echtzeit simuliert, falls noch keine Prototypen existieren und grundlegende Funktionen getestet werden sollen. Liegt hingegen ein Prototyp der Regelstrecke vor, aber nicht das Steuergerät für die Regelung, kann RCP eingesetzt werden. Dann wird die Regelung auf der Echtzeithardware simuliert und interagiert mit der realen Regelstrecke. Die geschichtlichen Hintergründe und die aktuellen Entwicklungen unterstreichen die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten und die verschiedenen Domänen in denen die HiL-Methode verwendet wird. Domänen sind bspw. Automotive, Robotik, Luft- und Raumfahrt, Leistungselektronik und Fertigungssysteme. Konkrete Beispiele mit Quellenangaben können in [SY15] gefunden werden. Leider existiert bisher keine einheitliche Namenskonvention bzw. Klassifikation der verschiedenen Umsetzungsmöglichkeiten von HiL-Simulationen. Im Bereich der Leistungselektronik wird z. B. der Begriff *Power Hardware-in-the-Loop (PHiL)* verwendet. Der Prüfstandshersteller *MTS* verwendet die Begriffe *hybride Simulation* oder *mechanical Hardware-in-the-Loop* (*mHiL*). In einigen Publikationen, welche sich auf Strukturuntersuchungen von Gebäuden konzentrieren, hat sich z. B. der Begriff *Dynamically Substructured Systems* (*DSS*) etabliert. Im Automobilbereich wird hauptsächlich der Begriff HiL für alle Systeme verwendet, die mit der Definition der *VDI-Richtlinie 2206* übereinstimmen.

2.2 Modellierung

In typischen HiL-Anwendungsbeispielen, welche im Stand der Technik und Forschung dieser Arbeit noch näher erläutert werden, werden typischerweise nur einfache, lineare Modelle des HiL-Systems erstellt, vgl. [Mac09, S. 34]. Diese werden zur Systemsynthese sowie -analyse verwendet. In regelungstechnischen Problemstellungen und üblichen HiL-Setups im Automobilbereich ist dies sinnvoll, jedoch für eine aussagekräftige Systemanalyse oftmals nicht ausreichend. Insbesondere trifft dies für den Systementwurf von HiL-Simulationen zu, in denen räumliche Manipulatoren verwendet werden, welche mit einem Prüfling mit nichtlinearen, dynamischen Eigenschaften gekoppelt sind.

Dieser Abschnitt beinhaltet die Modellierung aller notwendigen HiL-Systemkomponenten. Dies umfasst die Erstellung mathematischer Modelle des parallelkinematischen Lastsimulators für den modellbasierten Regelungs- und Beobachterentwurf. Des Weiteren wird die Modellierung des Prüflings sowie der Umgebung thematisiert.

2.2.1 PKM am Beispiel eines Hexapoden

Die Bewegungsachsen der kinematischen Struktur einer PKM sind parallel zueinander angeordnet. Im Vergleich dazu sind die Bewegungsachsen von seriellen Kinematiken, wie bei dem in der Automatisierungstechnik weit verbreiteten Gelenkarmroboter, hintereinander angeordnet. Aufgrund der kinematischen Struktur haben PKM im Vergleich gewisse Vorteile wie die geringere bewegte Masse, die erhöhte Steifigkeit und bessere dynamische Eigenschaften. Eine detaillierte Abhandlung von PKM liefern die Werke [Mer06] und [Neu06].

Die am meisten genutzte Form von PKM sind Hexapoden. Diese werden häufig auch als *Stewart*- oder *Stewart-Gough-Plattform* bezeichnet, da in der Mitte des 20. Jahrhunderts *D. Stewart* und *V. E. Gough* Hexapod-ähnliche Strukturen eingesetzt bzw. entwickelt haben, vgl. [Gou56; Ste65]. Prinzipiell besteht ein Hexapod aus zwei Plattformen, welche symmetrisch mit sechs translatorisch verschiebbaren Zylindergelenken verbunden sind. Je nach Aktorkonzept werden diese Gelenke elektromechanisch oder hydraulisch angetrieben.
Mit den Plattformen werden die Aktoren in der Regel jeweils mit Kugel- oder Kardangelenken verbunden. Diese Struktur ermöglicht die räumliche Bewegung der oberen Plattform (*Endeffektorplattform*) in sechs FHG. Eine schematische Darstellung eines Hexapoden ist in Bild 2-3 zu sehen. Die abgebildeten Größen werden bei der Zusammenfassung der Bewegungsgleichungen näher erläutert.



Bild 2-3: Schematische Darstellung einer PKM am Beispiel eines Hexapoden

Die Bewegungsgleichungen des Hexapoden können entweder mithilfe der *Gelenkkoordinaten* (engl. Joint Space (JS)), z. B. Längen der sechs hydraulischen Aktoren, oder mit den *kartesischen Koordinaten* (engl. Operational Space (OS)), z. B. Positionen und Geschwindigkeiten des TCP am Endeffektor, formuliert werden. Ersteres stellt ein System von Funktionen in Abhängigkeit der Aktorlängen, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen dar. Letzteres ist ein System von Funktionen in Abhängigkeit der TCP-Pose (Lage- und Orientierung), Geschwindigkeiten bzw. Winkelgeschwindigkeiten sowie Beschleunigungen bzw. Winkelbeschleunigungen. Eine alternative Darstellung mit den zeitlichen Ableitungen der Winkel anstelle der Winkelgeschwindigkeiten ist ebenfalls möglich¹. Nichtsdestotrotz kann der Zustand des Hexapoden nur eindeutig mithilfe der kartesischen Größen beschrieben werden. Bis auf wenige Ausnahmen gilt dies für die Gesamtheit aller PKM [PAM09]. In dieser Arbeit wird die Variante im OS verwendet, da diese Systemdarstellung für den anschließenden Regelungsentwurf benötigt wird.

Im Folgenden werden nur die notwendigen Gleichungen und Matrizen beschrieben, welche für den Regelungs- und Beobachterentwurf notwendig sind. Eine allgemeine und detaillierte Herleitung der Bewegungsgleichungen für Hexapoden mit dem *Newton-Euler-Verfahren*

¹Die Darstellung mit den Winkelgeschwindigkeiten ist bei der Modellierung mechanischer Mehrkörpersysteme oftmals physikalisch anschaulicher. Im Gegensatz dazu sind die Ableitungen der Drehwinkel nicht-orthogonale Komponenten der Winkelgeschwindigkeiten, welche zudem von der Orientierung des Endeffektors abhängen. Andererseits ergibt ihre Integration die Winkelgrößen, während das Integral der Winkelgeschwindigkeiten keine physikalische Größe darstellt [SSVO10, S. 130 f.]. Somit eignet sich die alternative Darstellung insbesondere für die Zustandsraumdarstellung und (flachheitsbasierte) Regelungsaufgaben, vgl. [Kno17, S. 26].

im JS sowie OS kann z. B. in [DM98] gefunden werden. Damit lässt sich auch die konkrete Gestalt aller Matrizen, wie z. B. der Massenmatrix, und Vektoren bestimmen. Es wird ein Hexapod betrachtet, welcher an der unteren Plattform Kardangelenke und an der oberen Plattform Kugelgelenke besitzt. Somit existieren isolierte FHG in den zylindrischen Gelenken der Aktoren (Rotation um die Längsachse), die aber nicht weiter betrachtet werden. Es resultiert ein System mit sechs FHG.

Im Vergleich zu [Kno17], wo die Bewegung des Hexapoden mit den Größen am Endeffektorschwerpunkt beschrieben wird, wird in dieser Arbeit der TCP als Bezugspunkt gewählt. Außerdem wird das dynamische Modell um einen Kraftwinder erweitert, welcher die externen Kräfte und Momente enthält, die auf den Endeffektor wirken und am TCP angreifen. Die Pose $z \in \mathbb{R}^6$ bezieht sich auf ein frei wählbares, ortsfestes Inertialsystem, welches sich hier im Zentrum des Gelenkkreises der unteren Plattform befindet (Inertialkoordinatensystem *E*). Die Pose wird durch die translatorischen Koordinaten r_x , r_y und r_z sowie die Winkel α , β und γ beschrieben. Die Drehreihenfolge bei der Umrechnung der körperfesten Größen in das ortsfeste Inertialsystem ist x - y - z. Die Winkel α , β und γ werden daher auch als KARDAN-Winkel bezeichnet².

Der Vektor z setzt sich zusammen aus

$$z = \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^T$$
(2-1)

und der Geschwindigkeitsvektor v aus

$$v = \begin{bmatrix} \dot{r}_x & \dot{r}_y & \dot{r}_z & \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T.$$

Der alternative Geschwindigkeitsvektor ż resultiert aus der zeitlichen Ableitung von z:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{r}_x & \dot{r}_y & \dot{r}_z & \dot{\alpha} & \dot{\beta} & \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T.$$
(2-2)

Die Umrechnung von *v* und \dot{z} geschieht mit der Kinematikmatrix $H(z) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$:

$$v = H(z)\dot{z}.$$
(2-3)

Diese berechnet sich aus

$$H(z) = \begin{bmatrix} I_3 & 0\\ 0 & J_R(z) \end{bmatrix},$$

wobei $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ die Einheitsmatrix ist und J_R die Jacobi-Matrix der Rotation darstellt:

$$J_R(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & \cos(\alpha) & -\cos(\beta)\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix}.$$
 (2-4)

Die von außen wirkenden Kräfte und Momente, welche am TCP angreifen, werden mit dem Kraftwinder $\tau \in \mathbb{R}^6$ beschrieben:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z & M_x & M_y & M_z \end{bmatrix}^T.$$

²Eine eindeutige Benennung für die drei Drehwinkel existiert in der Literatur nicht. Häufig wird nach der Drehreihenfolge unterschieden, vgl. [Woe11, S. 72].

Am Anwendungsbeispiel sind dies die Interaktionskräfte bzw. -momente, welche mit einem Radkraftsensor gemessen werden.

Bei der Modellierung der PKM wird angenommen, dass die Aktoren in den zylindrischen Gelenken ideale Kraftsteller sind und lediglich Kräfte in ihrer jeweiligen Bewegungsrichtung ausüben. Die absoluten Größen der sechs Kräfte $F_{q,i}$ werden in dem Vektor $F_q \in \mathbb{R}^6$ und die absoluten Längen der einzelnen Zylinder q_i in dem Vektor $q \in \mathbb{R}^6$ zusammengefasst.

Die Berechnung der Aktorlängen q aus der Pose z ist für den Hexapoden sowie für alle PKM eindeutig möglich und wird als *inverse Kinematik* (engl. *inverse kinematics*) bezeichnet. Dies geschieht in der Regel mit einfachen geometrischen Zusammenhängen der PKM, hier: $q: \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^6, z \mapsto q(z)$.

Die Umkehrfunktion, also die Berechnung der TCP-Pose in kartesischen Koordinaten aus einem gegebenen Satz von Aktorlängen, wird als *direkte Kinematik* oder *Vorwärtskinematik* (engl. *forward kinematics*) bezeichnet. Die direkte Kinematik von PKM ist im Vergleich zu seriellen Kinematiken deutlich komplexer, da bis auf wenige Ausnahmen keine analytische Lösung existiert, vgl. [Kno17]. Diese Problematik wird als direktes kinematisches Problem (DKP) bezeichnet.

Im Gegensatz dazu bestehen für die Geschwindigkeiten sowie für die Kräfte und Momente eindeutige Transformationen zwischen den Größen im OS und JS, welche mit den Jacobi-Matrizen des Manipulators beschrieben werden [MLS94]. Der Geschwindigkeitsvektor \dot{z} wird aus den Zylindergeschwindigkeiten folgendermaßen berechnet:

$$\dot{z} = J_A(z)\dot{q}.\tag{2-5}$$

Dabei wird $J_A(z) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ als analytische Jacobi-Matrix bezeichnet [SSVO10, S. 128]. Sie wird mit

$$J_A(z) = \left(\frac{\partial q(z)}{\partial z}\right)^{-1} \tag{2-6}$$

berechnet. Zusätzlich können die Aktorkräfte auf das Inertialsystem mit

$$\tau_q = J_G^{-T}(z)F_q \tag{2-7}$$

umgerechnet werden, wobei $J_G(z) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ die geometrische Jacobi-Matrix ist. Diese lässt sich aus der analytischen Jacobi-Matrix $J_A(z)$ und der Kinematikmatrix H(z) bestimmen:

$$J_G(z) = H(z)J_A(z).$$
 (2-8)

Mithilfe der dargestellten Beziehungen lassen sich die Bewegungsgleichungen des Hexapoden aufstellen. Diese lauten

$$M_{\nu}(z)\dot{\nu} + C_{\nu}(z,\nu)\nu + g_{\nu}(z) = J_{G}^{-T}(z)F_{q} - \tau$$
(2-9)

mit der Massenmatrix $M_{\nu}(z) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$, dem Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. -momente $C_{\nu}(z, \nu)\nu \in \mathbb{R}^{6}$ sowie dem Vektor der Gewichtskräfte und -momente $g_{\nu}(z) \in \mathbb{R}^{6}$. Der Vektor $g_{\nu}(z)$ ist lageabhängig, da sich die Bewegungsgleichungen auf den TCP und nicht auf den Schwerpunkt der Endeffektorplattform beziehen. Um die alternative Darstellung der Bewegungsgleichungen zu erhalten, müssen der Geschwindigkeitsvektor v mithilfe von (2-3) und die zeitliche Ableitung \dot{v} mithilfe von

$$\dot{v} = \dot{H}(z, \dot{z})\dot{z} + H(z)\ddot{z}$$

ersetzt werden. Es resultiert

$$M_{\nu}(z)H(z)\ddot{z} + \left(M_{\nu}(z)\dot{H}(z,\dot{z}) + C_{\nu}(z,\dot{z})H(z)\right)\dot{z} + g_{\nu}(z) = J_{G}^{-T}(z)F_{q} - \tau.$$

Es ist zu beachten, dass die neue Massenmatrix, die durch M(z)H(z) dargestellt wird, nicht symmetrisch ist. Zur Herstellung der Symmetrie muss die Jacobi-Matrix $J_G(z)$ mit der Gleichung (2-8) ersetzt werden. Daraus ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen:

$$M(z)\ddot{z} + C(z,\dot{z})\dot{z} + g(z) = J_A^{-T}(z)F_q - H^T(z)\tau.$$
(2-10)

Dabei ist $M(z) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ die resultierende symmetrische Massenmatrix mit

-

$$M(z) = H^T(z)M_v(z)H(z).$$

Der Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. -momente $C(z, \dot{z})\dot{z} \in \mathbb{R}^6$ berechnet sich mithilfe der Coriolis- und Zentrifugalmatrix $C(z, \dot{z}) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ mit

$$C(z, \dot{z}) = H^T(z)M_{\nu}(z)\dot{H}(z, \dot{z}) + H^T(z)C_{\nu}(z, \dot{z})H(z)$$

und der Vektor der Gewichtskräfte und -momente $g(z) \in \mathbb{R}^6$ mit

$$g(z) = H^T(z)g_v(z).$$

Im Prinzip ist die grundlegende Darstellung der Gleichungen für alle voll aktuierten PKM gleich, vgl. [Kno17]. Jedoch ändern sich die Dimensionen des Gleichungssystems bzw. der Matrizen und Vektoren je nach Anzahl der FHG der Struktur. Die Gleichungssysteme in (2-9) und (2-10) beschreiben die Dynamik des TCP am Endeffektor eindeutig. Die Nichtlinearitäten im System resultieren aus der räumlichen Bewegung und der Kopplung der Aktoren untereinander zu geschlossenen kinematischen Ketten.

Strukturelle Eigenschaften der Bewegungsgleichungen

Im Folgenden werden auf Basis von [SHV05] und [MLS94] einige strukturelle Eigenschaften der Bewegungsgleichungen diskutiert. Beispielhaft wird die Gleichung (2-10) betrachtet, wobei sich die Eigenschaften auch analog auf (2-9) übertragen lassen.

Satz 2.1 (Strukturelle Eigenschaften der Bewegungsgleichungen) Für die Bewegungsgleichungen in (2-10) gelten folgende Zusammenhänge:

- (1) M(z) ist symmetrisch und positiv definit.
- (2) Die Matrix $\dot{M}(z) 2C(z, \dot{z})$ ist schiefsymmetrisch.
- (3) Die Bewegungsgleichungen sind linear in den Parametern und können auch mit

 $M(z)\ddot{z} + C(z,\dot{z})\dot{z} + g(z) = Y(z,\dot{z},\ddot{z})p$

formuliert werden, wobei $Y(z, \dot{z}, \ddot{z}) \in \mathbb{R}^{6 \times n_p}$ als Regressormatrix bezeichnet wird und $p \in \mathbb{R}^{n_p}$ ein Vektor der Systemparameter ist. Es ist zu beachten, dass $C(z, \dot{z})$ frei wählbar ist, solange die Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. -momente $C(z, \dot{z})\dot{z}$ gleich sind. Bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen kann es passieren, dass die Eigenschaft (2) in Satz 2.1 nicht auf Anhieb erfüllt ist. Eine detaillierte Diskussion ist in [LLY95] zu finden. Es existieren Berechnungsvorschriften, welche zur Generierung einer geeigneten Matrix $C^*(z, \dot{z})$ für serielle Kinematiken eingesetzt werden, vgl. [MLS94, S. 171]. Es hat sich gezeigt, dass die Gleichung

$$C_{ij}^*(z,\dot{z}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial M_{ij}(z)}{\partial z_k} + \frac{\partial M_{ik}(z)}{\partial z_j} - \frac{\partial M_{kj}(z)}{\partial z_i} \right) \dot{z}_k$$

auch für Bewegungsgleichungen des Hexapoden verwendet werden kann (n = 6). Außerdem gilt, dass die Berechnung einer geeigneten Matrix $C_v^*(z, v)$ für die Bewegungsgleichungen (2-9) mit

$$C_{\nu}^{*}(z,\dot{z}) = H^{-T}(z)C^{*}(z,\dot{z})H^{-1}(z) - M_{\nu}(z)\dot{H}(z,\dot{z})H^{-1}(z)$$

und der Substitution von \dot{z} durch v nach (2-3) erfolgen kann. Dann ist auch $\dot{M}_v(z) - 2C_v^*(z, v)$ schiefsymmetrisch. Die Eigenschaft (2) in Satz 2.1 ist eng verknüpft mit der *Passivitätseigenschaft* des Manipulators und besagt, dass die Energie des Systems konserviert ist [LLY95].

Die Eigenschaft (3) in Satz 2.1 trifft auf alle mechanischen Systeme zu [SL91, S. 362]. In der Regel besitzt ein starrer Körper zehn unabhängige Parameter. Diese sind die Masse, die sechs Massenträgheitsmomente und die drei Größen des Lagevektors vom Bezugspunkt zum Schwerpunkt. Die Einträge des Parametervektors *p* entsprechen im seltensten Fall vollständig den Parametern des starren Körpers. Normalerweise sind diese Kombinationen mehrerer Parameter. Bei den Bewegungsgleichungen des Hexapoden trifft dies ebenfalls zu. Es existieren sechs unterschiedliche Massenträgheitsmomente und der Bezugspunkt (TCP) ist im Raum in den drei translatorischen Richtungen vom Schwerpunkt verschoben. Die Eigenschaft (3) wird häufig für den Entwurf adaptiver Regelungen verwendet, vgl. [SL91, S. 311 ff.]. In [NKO18] wird sie genutzt, um adaptive Positionsregelungen für das Zielsystem dieser Arbeit zu entwerfen. Die Ansätze haben bei dem konkreten Beispiel leider zu keinen nennenswerten Verbesserungen im Vergleich zu den nicht-adaptiven Regelungsverfahren, welche im weiteren Verlauf vorgestellt werden, geführt.

Zustandsraumdarstellung

Die Bewegungsgleichungen in (2-10) werden für den Regelungs- und Beobachterentwurf in Kapitel 5 in eine Zustandsraumdarstellung überführt. Der Zustandsvektor $x \in \mathbb{R}^{12}$ setzt sich aus dem Vektor der Pose z sowie der zeitlichen Ableitung \dot{z} zusammen:

$$x = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} z^T & \dot{z}^T \end{bmatrix}^T.$$

Der Eingangsvektor des Systems $u \in \mathbb{R}^6$ sind die sechs Aktorkräfte der zylindrischen Gelenke der PKM, welche in dem Modell ideale Kraftsteller sind:

$$u = F_q$$

Der Ausgangsvektor des Systems $y \in \mathbb{R}^6$ sind die Aktorlängen, welche am Anwendungsbeispiel mit Wegsensoren erfasst werden und mit der inversen Kinematik aus der TCP-Pose z berechnet werden können:

y = h(x) = q(z).

Der externe Kraftwinder τ geht als Störung $u_d \in \mathbb{R}^6$ in das System ein:

 $u_d = \tau$.

Nach algebraischen Umformungen von (2-10) resultiert die nichtlineare, eingangsaffine Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u + G_d(x)u_d,$$

$$y = h(x)$$
(2-11)

mit

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ -M^{-1}(z) \left(C(z, \dot{z})\dot{z} + g(z)\right) \end{bmatrix},$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(z)J_A^{-T}(z) \end{bmatrix},$$

$$G_d(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}(z)H^{T}(z), \end{bmatrix}.$$
(2-12)

Realisierung und Parameter am Anwendungsbeispiel

Im Folgenden werden kurz die Eigenschaften und technischen Daten des Hexapoden vom Fahrzeugachsprüfstand vorgestellt. In Bild 2-4 ist eine CAD-Darstellung des Hexapoden zu sehen. Alle Komponenten wurden speziell für die hochdynamische Achsprüfung am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik des Heinz Nixdorf Instituts ausgelegt und optimiert. Dazu gehören unter anderem die Dimensionierung der Zylinder und die gezielte Auswahl und Auswertung der Sensorsignale. Die Aktoren werden hydraulisch angetrieben. Diese sind als Gleichlaufzylinder mit hydrodynamischer Lagerung ausgelegt. Zur Ansteuerung werden zwei Servoventile für den hohen Volumenstrombedarf der Hydraulikzylinder verwendet. Die Verbindung zu der unteren Plattform des Hexapoden stellen die Kardangelenke her, wohingegen zur Endeffektorplattform Kugelgelenke eingesetzt werden. Die Ölzufuhr der Zylinder geschieht einerseits über die Kardangelenke und andererseits über integrierte Rohrleitungen im Zylindergehäuse. Damit wird die Anzahl flexibler Schläuche reduziert.

Als Sensorik werden zum einen in den Zylindern integrierte, digitale Wegaufnehmer für die Zylinderlängen q verwendet. Diese besitzen eine Abtastfrequenz von 10 kHz. Außerdem ist jeweils ein Differenzdrucksensor zwischen den beiden Zylinderkammern verbaut. Aus den Differenzdrücken können die Aktorkräfte $F_{q,i}$ berechnet werden. Die Sensoren verwenden Dehnungsmessstreifen und die Signale werden analog verstärkt. Am TCP ist ein Radkraftsensor angebracht, welcher auch in Fahrversuchen eingesetzt wird. Dieser misst die Schnittkräfte und -drehmomente in der starren Verbindung zwischen Hexapod und Radnabe. Die Größen sind in dem Kraftwinder τ zusammengefasst. An der Fahrzeugachse sind ein Sensor für die Verdrehung des Dreiecksquerlenkers sowie ein Wegsensor an der Zahnstange der Lenkung montiert.



Bild 2-4: CAD-Darstellung des Hexapoden am Fahrzeugachsprüfstand

Als unterlagerte Regelung kommt für jeden hydraulischen Zylinder eine Differenzdruckregelung zum Einsatz. Das Regelungsziel ist eine schnelle Folgeregelung der Aktorkräfte F_q , die eine deutlich höhere Bandbreite besitzt als die überlagerte Hexapod-Regelung bzw. HiL-Regelung. Dann können die hydraulischen Aktoren als ideale Kraftsteller angenommen werden und die Modellgleichungen des Hexapoden besitzen ihre Gültigkeit.

Im Prinzip basiert die Regelung auf einer *exakten Zustandslinearisierung* der nichtlinearen Dynamik der hydraulischen Strecke, vgl. [Ada18, S. 309 ff.]. Die gewünschte Dynamik kann dann für die linearisierte Strecke mithilfe eines geeigneten linearen Reglers vorgegeben werden. Bei dem Hexapoden wurde für die Kraftregelung der einzelnen Aktoren eine Bandbreite des geschlossenen Regelkreises von ca. 159 Hz erreicht. Nähere Informationen zur Modellierung der hydraulischen Strecke und zum Regelungsentwurf finden sich in [Kno17] bzw. [FJT14] und der Originalquelle, auf dem der Regelungsansatz basiert, vgl. [RSSS12]. In Tabelle 2-1 sind die wichtigsten Parameter des Hexapoden zusammengefasst.

Beschreibung	Wert	
Masse des Endeffektors (mit Messnabe)	235 kg	
max. Kraft pro Zylinder	21 kN	
max. Kraft in vertikaler Richtung	93 kN	
min. Zylinderlänge	0,785 m	
max. Zylinderhub	0,23 m	
Kolbenfläche der hydraulischen Zylinder	$7,42 \mathrm{cm}^2$	
Versorgungsdruck	280 bar	
Ventileckfrequenz	350 Hz	

Tabelle 2-1: Wichtige Parameter des Hexapoden am Anwendungsbeispiel

2.2.2 Prüfling - MACPHERSON-Fahrzeugachse

Für den modellbasierten Entwurf des HiL-Systems werden geeignete Modelle des Prüflings (MACPHERSON-Vorderachse) benötigt. Hierzu werden im Folgenden verschiedene Modelle mit unterschiedlichen Modellierungsarten vorgestellt, welche im Rahmen dieser Arbeit betrachtet wurden.

Allgemeine Eigenschaften von Fahrzeugachsen (insb. MacPherson)

Die Einzelradaufhängung nach dem MACPHERSON-Prinzip zeichnet sich, wie alle modernen Radaufhängungen, durch eine komplexe Kinematik und eine Vielzahl an verbauten Bauteilen aus. Strukturelle Kopplungen, ähnlich zu PKM, und Komponenten mit einem nichtlinearen, elastischen Verhalten in allen Raumrichtungen sind nur einige Beispiele, welche zu einem stark nichtlinearen dynamischen Verhalten der Fahrzeugachse führen. Bei einer Einzelradaufhängung besteht zwischen den beiden Rädern einer Fahrzeugachse, bis auf den Stabilisator und ggf. die Lenkung, keine direkte Verbindung. Die Radführung ist ein Teil der Radaufhängung und stellt die Verbindung zwischen dem Radträger und dem Fahrzeugaufbau her. Sie besteht aus starren Stangen (Lenkern), welche über verschiedene Gelenke, meist elastische Gummigelenke, miteinander gekoppelt sind. Es resultieren geschlossene kinematische Ketten. Die Auswahl der Aufhängungsart und der Komponenten erlaubt die gezielte Auslegung der Radbewegung. Eine Einzelradaufhängung besitzt bei Betrachtung idealer Gelenke und der Vernachlässigung der Raddrehung nur einen FHG. Bei gelenkten Fahrzeugachsen existieren zwei FHG. Das Ein- bzw. Ausfedern des Rades geschieht durch die vorgegebene Kinematik der Radführung auf einer definierten räumlichen Bahnkurve. Eine detaillierte Übersicht über das Thema der Radführungen ist in [Mat07] zu finden. Die gesamte Thematik des Fahrwerks wird in [EG17] beleuchtet, während die Simulation im Fahrwerkbereich in [Ada14] näher thematisiert wird.

Die MACPHERSON-Einzelradaufhängung wird aufgrund ihrer kompakten und einfachen Bauweise häufig für frontgetriebene und lenkbare Achsen in Fahrzeugen bis zur oberen Mittelklasse verbaut [Ada14]. In Bild 2-5 ist eine schematische Darstellung einer MACPHERSON-Einzelradaufhängung für das linke Rad abgebildet. Das Bild zeigt die verbauten Komponenten in vereinfachter Form. Im weiteren Verlauf wird das Bild für ein mathematisches Modell näher erläutert.

Die wesentliche Charakteristik ist, dass das Federbein ein Teil der Kinematik der Radführung ist. Das Federbein ist an der Karosserie über ein elastisches Federdomlager montiert, während die Verbindung zum Radträger starr ist. Am Radträger befindet sich die Radnabe, welche die Raddrehung ermöglicht. Zudem ist ein Dreiecksquerlenker verbaut. Dieser ist einerseits über zwei Elastomerlager mit dem Achsträger und andererseits über ein Kugellager mit der Radträger befestigt. Die Lenkung geschieht über eine Spurstange und Kugelgelenke. Der Stabilisator ist über eine Koppelstange mit dem Federbein verbunden.

Das Federbein besteht aus einer Aufbaufeder und einem Schwingungsdämpfer. Bei einer MACPHERSON-Aufhängung befindet sich der Dämpfer innerhalb der Aufbaufeder. Um den maximalen Hub zu begrenzen, sind in dem Schwingungsdämpfer Zug- und Druckanschläge enthalten. Diese besitzen wie der Schwingungsdämpfer einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Kraft und Geschwindigkeit bzw. Position.



Bild 2-5: Schematische Darstellung einer MACPHERSON-Einzelradaufhängung, angelehnt an [Ril94] und [OF12]

Modellierungsansätze für MacPherson-Fahrzeugachsen

In der Literatur existieren verschiedene Modellierungsansätze zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von MACPHERSON-Achsen. Einen Überblick mit konkreten Literaturstellen ist in [KOT⁺17] zu finden. Im Prinzip unterscheiden sich die Modelle in ihrer Anzahl der abgebildeten FHG. Beispielsweise werden zur Abbildung der Vertikaldynamik lineare *Viertelfahrzeugmodelle* verwendet. Ebenfalls existieren zahlreiche Beispiele mit zwei FHG, in denen die Einfederung in der Ebene betrachtet wird. Je nach Anforderungen sind diese einfachen Modelle linear oder nichtlinear. Die Nichtlinearität resultiert unter anderem aus der Kinematik der Radführung oder der nichtlinearen Charakteristik des Schwingungsdämpfers. Solche Modelle finden üblicherweise Anwendung bei der Entwicklung von Regelungen für aktive bzw. semi-aktive Federungssysteme. Auch werden sie zur Analyse der Kinematik und Dynamik mittels Simulationen verwendet. Diese Modelle lassen sich mit wenig Aufwand mithilfe von physikalischen Ersatzmodellen mathematisch beschreiben.

Werden jedoch detailliertere Modelle benötigt, welche sich durch eine dreidimensionale Darstellung der Kinematik und Dynamik kennzeichnen, ist die Herleitung der Bewegungsgleichungen deutlich aufwändiger. Dies liegt an den geometrischen Verkopplungen der geschlossenen kinematischen Ketten der Radaufhängung. Ein räumliches und mathematisches Modell einer MACPHERSON-Achse wird in [Ril94] präsentiert. Ein darauf basierendes Modell wird im weiteren Verlauf der Arbeit vorgestellt. Im Gegensatz zur umfangreichen Herleitung der Bewegungsgleichungen können auch geeignete Tools für Mehrkörpersimulationen verwendet werden. Zu solchen Tools gehören unter anderem das in MATLAB/*Simulink* integrierte *Simscape Multibody* oder das Modellierungs- und Simulationsprogramm *Dymola*. Diese erlauben die einfache objektorientierte Erstellung von Mehrkörpersystemen und die anschließende automatisierte Generierung der Bewegungsgleichungen sowie Simulation. Im Folgenden wird ein Modell einer MACPHERSON-Achse vorgestellt, welches mithilfe von *Simscape Multibody* erstellt wurde.

Detailliertes Mehrkörpermodell

Bei dem Entwurf von HiL-Systemen, wie es bei dem Anwendungsbeispiel der Fall ist, bietet es sich an, den gesamten Modellierungs- sowie Entwurfsprozess mit einem Tool durchzuführen. Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, kann der Prüfling ein komplexes Mehrkörpersystem darstellen. Somit sollte das Tool in der Lage sein, dass geeignete Modelle des Prüflings auch objektorientiert erstellt werden können. Weitere Möglichkeiten sind die Verwendung von *Co-Simulationen* oder die Modellbildung in verschiedenen Tools und der anschließende Modellexport bzw. -import. Nachteile dieser Verfahren sind der erhöhte Simulationsaufwand und die eingeschränkte Flexibilität bei Modellanpassungen. Der modellbasierte Entwurf der HiL-Simulationen inkl. Prüfstandsansteuerung für das Anwendungsbeispiel finden in MATLAB/*Simulink* statt. Um die genannten Nachteile zu umgehen, wurde ein detailliertes Modell des Prüflings in dem integrierten Tool *Simscape Multibody* erstellt. Zusätzlich können somit alle mathematischen Funktionen von MATLAB bspw. zur Analyse direkt genutzt werden.

Die Grundlagen des Mehrkörpermodells der MACPHERSON-Achse wurden in [OF12] erarbeitet. Die Basis lieferte ein am Lehrstuhl für Regelungstechnik und Mechatronik des Heinz Nixdorf Instituts vorhandenes Fahrzeugmodell mit einer zum Prüfling baugleichen MACPHERSON-Vorderachse. Dieses wurde für das Anwendungsbeispiel aufbereitet. Eine umfassende Darstellung des Modellbildungsprozesses in *Dymola* ist in [OF12] zu finden.

Der Fokus des in dieser Arbeit betrachteten Modells einer MACPHERSON-Fahrzeugachse ist die realitätsnahe Abbildung des dynamischen Verhaltens. Dazu muss das Achsmodell die räumliche Kinematik der Radführung und möglichst alle Nichtlinearitäten des Schwingungsdämpfers sowie der elastischen Gelenke beinhalten. Die Anforderung der Echtzeitfähigkeit ist nicht notwendig, da das Modell in der HiL-Simulation nicht verwendet werden soll. Dennoch hat sich gezeigt, dass das Modell Echtzeitfähigkeit besitzt. Nähere Informationen zur Echtzeitsimulation mit *Simscape* sind in [MW12] zu finden.

Das *Simscape*-Modell der Vorderachse ist als mechanisches Mehrkörpersystem, bestehend aus starren Massen, Feder- und Dämpferelementen, realisiert und besitzt insgesamt 31 FHG. Die Elastomerlager sind in den Gelenken am Dreiecksquerlenker zum Achsträger und am Federdomlager modelliert. Diese bilden das viskoelastische Verhalten mithilfe von Kennlinien für die Steifigkeiten und konstanten Dämpfungsparametern für alle sechs FHG ab. Die Aufbaufeder wird mit einer konstanten Steifigkeit modelliert. Die Kräfte der Schwingungsdämpfung sowie der Zug- bzw. Druckanschläge werden mithilfe von Kennlinien berechnet. Das Torsionsmoment des Stabilisators wird mithilfe einer konstanten Drehsteifigkeit berechnet. Das Achsmodell verfügt über eine umfangreiche Modellbibliothek. Die erstellten Blöcke, wie z. B. die der Elastomerlager, besitzen eine Graphical User Interface (GUI). So lassen sich die zahlreichen Parameter und Kennlinien effizient eingeben und verwalten. Des Weiteren können die Simulationsgrößen, wie Kräfte und Momente, ausgegeben und analysiert werden.

In Bild 2-6 ist die Visualisierung der Simulation in *Simscape* zu sehen. Neben der MACPHERson-Achse sind auch der Prüfstandsrahmen, die Aufspannplatte sowie ein *Simscape*-Modell des Hexapoden abgebildet. Dieses wurde aufgrund der einfacheren Kopplung mit dem Achsmodell im Rahmen dieser Arbeit in *Simscape* erstellt. Bei dem Hexapod-Modell kann eine Auswahl getroffen werden, ob die Trägheitseigenschaften der Hydraulikzylinder berücksichtigt werden sollen. Dann besitzt der Hexapod 13 Körper. Ist dies nicht der



Fall, dann entspricht das Modell dem in Abschnitt 2.2.1 vorgestellten mathematischen Modell.

Bild 2-6: Simscape-Visualisierung des Achsprüfstands

Mathematisches Einmassenmodell

Im Folgenden wird kurz ein mathematisches Einmassenmodell einer MACPHERSON-Radaufhängung beschrieben, welches für Identifikationszwecke verwendet wurde. Das dynamische Modell zeichnet sich durch eine analytische Berechnung der Bewegung des Radkörpers aus. Somit lassen sich die Dynamik und Kinematik in sehr guter Näherung mathematisch beschreiben, was mit dem Modell in *Simscape Multibody* nicht möglich ist. Die Gleichungen basieren auf der Herleitung in [Ril94]. Die Bewegungsgleichungen werden mithilfe des *Prinzips von Jourdain* hergeleitet.

Im Vergleich zum detaillierten Mehrkörpermodell im vorigen Abschnitt besitzt das Modell gewisse Vereinfachungen. Die Bewegungsgleichungen beschreiben die Bewegung eines starren Körpers mit einer Ersatzmasse für Radträger und Dämpferrohr. Die restlichen Körper wie Lenker, Aufbaufeder und Schwingungsdämpfer sind masselos. Das Elastomerlager am Federdom wird durch ein ideales Kugelgelenk ersetzt (*Punkt O* in Bild 2-5). Die Elastomerlager am Querlenker zum Achsträger werden durch ein rotatorisches Gelenk in Einfederrichtung ersetzt. Die Drehung dieses Gelenks φ_M beschreibt die Einfederung der Radaufhängung. Zur Verbesserung der dynamischen Abbildung in Fahrtrichtung wird ein elastisches Verhalten im Gelenk in *Punkt D* durch eine Drehung κ_M um die Hochachse und eine geeignete Steifigkeit im Gelenk ermöglicht. Die Lenkung wird ideal durch eine Verschiebung r_M der Zahnstange berücksichtigt.

Es resultieren für eine Achsseite drei FHG, welche durch die verallgemeinerten Koordinaten φ_M, κ_M und r_M beschrieben werden. Diese werden in dem Vektor $q_M \in \mathbb{R}^3$ mit

$$q_M = \begin{bmatrix} \varphi_M & \kappa_M & r_M \end{bmatrix}^T$$

zusammengefasst. Für die gesamte MACPHERSON-Achse resultieren fünf FHG. Aufgrund der genannten Vereinfachungen und somit geringeren Modellierungstiefe benötigt das mathematische Modell deutlich weniger Parameter als das Mehrkörpermodell.

Die Kinematik der Radaufhängung wird durch die acht Lagevektoren zu den Kinematikpunkten *B*, *C*, *D*, *O*, *P*, *Q*, *T*, *U* in der sog. Konfigurationslage, d. h. $\varphi_M = 0$, $\kappa_M = 0$ und $r_M = 0$, bestimmt. Somit resultieren 24 Parameter für die Kinematik. Für die Bewegungsgleichungen werden noch die Ersatzmasse und die Massenträgheitsmomente benötigt. Zudem werden die Parameter zur Berechnung der eingeprägten Kräfte bzw. Momente benötigt. Diese setzen sich aus den Kräften und Momenten des Federbeins, des Stabilisators und des elastischen FHG in *Punkt D* zusammen.

Aus dem nichtlinearen Zusammenhang der drei verallgemeinerten Koordinaten φ_M, κ_M und r_M in q_M kann die Pose des Radmittelpunktes (M) bzw. des Radträgers $z_M \in \mathbb{R}^6$ in kartesischen Größen eindeutig bestimmt werden. Die Pose setzt sich aus den drei translatorischen Koordinaten und den KARDAN-Winkeln zusammen und bezieht sich auf ein ortsfestes Inertialsystem E. Die Berechnung der idealen Kinematik unter Vernachlässigung aller Elastizitäten der MACPHERSON-Radaufhängung wird durch die nichtlineare Funktion $z_M : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^6, q_M \mapsto z_M(q_M)$ beschrieben.

Für den HiL-Systementwurf und die Analyse dieser Arbeit wird das vorgestellte Modell im weiteren Verlauf nicht näher betrachtet. Es hat sich herausgestellt, dass durch die geringere Modellierungstiefe des mathematischen Modells wichtige Dynamiken vernachlässigt werden. Zudem konnte die Simulationsdauer nicht nennenswert verbessert werden. Für Analysezwecke hat sich somit das detailliertere Modell der Fahrzeugachse mit 31 FHG als geeignet erwiesen.

2.2.3 Umgebungsmodelle

Ein Bestandteil der HiL-Simulation ist das echtzeitfähige Modell der Umgebung bzw. das virtuelle Teilsystem. Die HiL-Simulation einer Fahrzeugachse erfordert Modelle des restlichen Fahrzeugs, der Räder und Reifen sowie der Fahrbahn. Die Erstellung echtzeitfähiger und gleichzeitig detaillierter Umgebungsmodelle ist ein eigenes und weitreichendes Forschungsfeld. Das Umgebungsmodell berechnet die Sollgrößen für die Regelung der Aktorik, welche darauf aufbauend die Lasten auf den Prüfling einprägt. Es erscheint plausibel, dass ein genaues Umgebungsmodell zu einer höheren Abbildungsgüte der HiL-Simulation führt. Nichtsdestotrotz spielen weitere Faktoren wie die Aktorik, die Regelung sowie die Sensorik eine ebenso entscheidende Rolle. Diese Arbeit konzentriert sich nicht auf die effiziente Modellierung von virtuellen Teilsystemen zur Steigerung der Güte der HiL-Simulation. Vielmehr wird ein gängiges und physikalisch motiviertes Modell in Betracht gezogen, welches bei der HiL-Simulation im Fahrwerkbereich im Allgemeinen Anwendung findet.

In diesem Abschnitt werden zunächst Anforderungen an die Modelle für die HiL-Simulation definiert sowie eine geeignete Modellvariante ausgewählt. Anschließend wird ein Fahrbahnmodell zur Nachbildung der Straßenanregung präsentiert.

Anforderungen an Modelle für die HiL-Simulation

Vor der Erstellung bzw. Verwendung bestehender Umgebungsmodelle für eine HiL-Simulation müssen zunächst Modellanforderungen definiert werden. Dies wird im Folgenden für das Anwendungsbeispiel dieser Arbeit durchgeführt. Teile dieses Abschnitts basieren auf den Untersuchungen in den Arbeiten [SLO15; NO16].

Eine wesentliche Anforderung ist die Einhaltung der Echtzeitfähigkeit des gesamten Simulationsmodells. Zudem ist die Verwendung physikalisch orientierter Modelle des virtuellen Teilsystems notwendig, damit virtuelle Sensorsignale, wie z. B. die Fahrzeugaufbaubeschleunigung, für die Ansteuerung mechatronischer Fahrwerkskomponenten direkt zur Verfügung stehen. Des Weiteren soll eine möglichst einfache Austauschbarkeit der Modelle möglich sein. Dies ermöglicht unter anderem die Verwendung von Modellen unterschiedlicher Modellierungstiefe. Auch müssen die einzelnen Teilmodelle von Fahrzeug, Reifen und Straße untereinander verträglich sein.

Die Modellierungstiefe der Modelle wird durch die Anforderung an die Genauigkeit bestimmt. Dabei muss geklärt werden, welche relevanten dynamischen Effekte abgebildet werden müssen. Diese Anforderungen resultieren aus den konkreten Anwendungsfällen der HiL-Simulation. Im Entwurfsteil dieser Arbeit werden Anwendungsszenarien für das betrachtete HiL-System ausgewählt, s. Abschnitt 4.1.1. Diese beinhalten die HiL-basierte Untersuchung der Fahrzeugvertikaldynamik zur Funktionsentwicklung aktiver/semi-aktiver Federbeine zur Erhöhung der Fahrsicherheit und des Fahrkomforts. Für die HiL-Anwendungsszenarien ist ein bestimmtes Frequenzband der Fahrzeugschwingungen von besonderem Interesse. Nach einer Analyse von H. AMELUNXEN können die Schwingungsphänomene im Fahrzeug bestimmten Frequenzbereichen zugeordnet werden, vgl. [Ame14, S. 11 ff.]. Schwingungen im unteren Frequenzbereich von 0 bis 5 Hz werden dem Bereich Handling zugeordnet und entstehen bei Huben, Nicken und Wanken des Fahrzeugs, also bei einem Gesamtfahrzeugverhalten. Modelle, welche diese Effekte berücksichtigen, werden bspw. für die Entwicklung von Fahrdynamikregelsystemen verwendet. Das Frequenzband von 5 bis 30 Hz wird dem Bereich Fahrkomfort zugeordnet und berücksichtigt Schwingungen, welche vom Fahrzeuginsassen wahrgenommen werden können. Diese entstehen bspw. durch Straßenunebenheiten, welche über den Reifen und die Radaufhängung auf die Karosserie übertragen werden. Fahrzeugschwingungen im Bereich von 30 bis 100 Hz sind fühl- und hörbar und gehören dem Bereich Rauheit/Akustik an.

Die in dieser Arbeit betrachteten HiL-Anwendungsszenarien können den Schwingungsbereichen Handling und Fahrkomfort zugeordnet werden. Somit müssen die Umgebungsmodelle Schwingungen bis maximal 30 Hz berücksichtigen. Bis zu diesen Frequenzen lassen sich Fahrzeugschwingungen mit Mehrkörpersystemen bestehend aus Starrkörpern nachbilden, vgl. [Ril94, S. 3].

Eine Abbildung des charakteristischen dynamischen Verhaltens eines Fahrzeugs in vertikaler Richtung kann bereits mithilfe eines Viertelfahrzeugmodells (mit nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungskennlinien) und einer geeigneten Straßenanregung erreicht werden. In dieser Arbeit wird somit ein geeignet parametriertes, nichtlineares Starrkörpermodell eines Zweimassenschwingers zur Nachbildung eines Viertelfahrzeugs für das virtuelle Teilsystem ausgewählt. Die Modellgleichungen werden im Entwurfsteil in Kapitel 4 vorgestellt.

Fahrbahnmodell

Bei einer Fahrt unterliegt ein Fahrzeug verschiedenen Störungen aus der Umwelt. Insbesondere verursacht die Fahrbahnoberfläche erhebliche Fahrzeugschwingungen, die über den Reifen und das Fahrwerk (hauptsächlich Vertikaldynamik) auf den Fahrer übertragen werden. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf diese Art von Störungen. Die in dem Fahrwerkbereich verwendeten Straßenmodelle werden mit mathematischen Funktionen erzeugt, welche einen Zusammenhang zwischen dem Höhenprofil der Straße in vertikaler Richtung, z. B. Rechteckfunktion, und der Fahrzeugposition herstellen.

Bei Straßenanregungen wird zwischen deterministischen und stochastischen Unebenheiten unterschieden. Erstere sind Einzelerregungen wie z. B. die Überfahrt über Schlaglöcher. Die (ideale) Impulsanregung ist eine gutes Anregungssignal, da alle Frequenzen gleichermaßen angeregt werden. Stochastische Straßenunebenheiten werden häufig für Untersuchungen des Fahrkomforts und der Fahrsicherheit verwendet. Im Folgenden wird ein einfaches, jedoch häufig verwendetes mathematisches Straßenmodell vorgestellt. Das Modell und die Gleichungen entstammen [MW04] und [PS10]. Die Grundlagen und die Herleitung sind in den genannten Werken zu finden.

Stochastische Straßenunebenheiten können mithilfe der folgenden Gleichung zur Berechnung der sog. spektralen Leistungsdichte der Unebenheit $\Phi(\Omega)$ dargestellt werden:

$$\Phi(\Omega) = \Phi(\Omega_0) \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w}.$$
(2-13)

Hierbei wird Ω als Wegkreisfrequenz bezeichnet. Diese wird verwendet, um den Verlauf der Unebenheiten in Abhängigkeit des Weges und nicht der Zeit zu beschreiben. Die Wegkreisfrequenz ist

$$\Omega = \frac{2\pi}{l},$$

wobei *l* die Unebenheitswellenlänge ist. Weiterhin beschreibt $\Phi(\Omega_0)$ in Abhängigkeit einer Bezugswegkreisfrequenz Ω_0 die Unebenheit bzw. die Güte der Straße. Der Parameter *w* kennzeichnet die Welligkeit der Fahrbahn. In der Regel wird w = 2 angenommen.

Die Gleichung (2-13) liefert für $\Omega \rightarrow 0$ eine unendlich hohe spektrale Leistungsdichte, was nicht der Realität entspricht, vgl. [MW04, S. 297]. Um dies zu vermeiden, können die stochastischen Anregungen auch durch ein *farbiges Rauschen* abgebildet werden. Dazu wird *weißes Rauschen* mit einem sog. *Formfilter* kombiniert.

Ein einfaches Formfilter 1. Ordnung kann mit folgender Übertragungsfunktion formuliert werden, vgl. [Jäk90, S. 60 ff.]:

$$G_F(s) = \frac{z_S(s)}{u_w(s)} = \frac{k_S}{T_S s + 1}.$$
(2-14)

Der Eingang $u_w(s)$ ist weißes Rauschen (Intensität 1) und der Ausgang $z_S(s)$ ist die Unebenheitsamplitude der Straße. Die Parameter werden wie folgt berechnet:

$$T_{S} = \frac{1}{v_{x}\Omega_{e}},$$

$$k_{S} = \frac{\Omega_{0}}{\Omega_{e}}\sqrt{\Phi(\Omega_{0})}.$$
(2-15)

Hierbei sind Ω_e die Eckfrequenz und v_x die Fahrzeuggeschwindigkeit. Mit

$$\Omega = \frac{\omega}{v_{y}}$$

lässt sich die spektrale Leistungsdichte des Filters folgendermaßen berechnen:

$$\Phi_F(\Omega) = \frac{k_S^2}{1 + T_S^2 v_x^2 \Omega^2}.$$

Eine Klassifizierung von Fahrbahnunebenheiten ist in der *ISO-Norm 8608: 1995(E)* zu finden, vgl. [MW04, S. 299] bzw. [ISO95]. Es werden fünf *Güteklassen (A-E)* definiert. Die Güteklasse A ist einem sehr guten Asphaltbeton und die Güteklasse E einem unbefestigten Weg bzw. Schlechtweg zugeordnet. Bild 2-7 zeigt die spektralen Unebenheitsdichten für die fünf Güteklassen. Hierbei sind w = 2 und $\Omega_0 = 1$ rad/m. Des Weiteren ist für die Güteklasse E der Verlauf der spektralen Leistungsdichte eines Formfilters dargestellt. Dabei wird $\Omega_e = 0.25$ rad/m angenommen.



Bild 2-7: Spektrale Leistungsdichten der Unebenheit für die Güteklassen A-E sowie des Formfilters für die Güteklasse E

Das einfache Straßenmodell hat gewisse Einschränkungen. Die Fahrzeuggeschwindigkeit muss als konstant angenommen werden. Zudem liefert das Straßenprofil lediglich eine punktförmige Anregung des Reifens, was aber gut mit dem in dieser Arbeit betrachteten Reifenmodell des Viertelfahrzeugs korrespondiert.

2.3 Regelungstechnische Grundlagen

Im Folgenden werden regelungstechnische Grundlagen vorgestellt, welche zum Verständnis der Arbeit wichtig sind. Dazu zählen Methoden zur Analyse der Stabilität und von Grenzzyklen nichtlinearer Systeme. Des Weiteren werden die in dieser Arbeit verwendeten Sliding-Mode-Techniken zur Zustandsschätzung vorgestellt.

2.3.1 Stabilität nichtlinearer Systeme - Direkte und indirekte Methode nach Lyapunov

Ein mächtiges Werkzeug zum Entwurf und zur Analyse nichtlinearer Systeme stellt die *direkte Methode nach Lyapunov* dar, welche bereits im Jahr 1892 vom russischen Mathematiker A. M. LYAPUNOV vorgestellt wurde. Die *direkte Methode* wird in der Regelungstechnik insbesondere für Stabilitätsanalysen nichtlinearer Systeme verwendet. Die Grundidee des Verfahrens basiert auf einer verallgemeinerten Energiebetrachtung des zu untersuchenden Systems. In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Grundlagen sowie Definitionen aus [Ada18; Kha92; SL91], die zum Verständnis notwendig sind, vorgestellt.

Betrachtet wird ein nichtlineares, autonomes System der Form

$$\dot{x} = f(x) \tag{2-16}$$

mit $f \in \mathbb{R}^n$. Sei $x_R = 0$ eine Ruhelage des Systems und sei $U \subseteq \mathbb{R}^n$ eine Umgebung, welche die Ruhelage beinhaltet. Eine Aussage über die Stabilität der Ruhelage kann mit folgendem Satz untersucht werden.

Satz 2.2 (Direkte Methode nach Lyapunov) *Existiert für das System in* (2-16) *eine Funktion* V(x) *mit* V(x): $U \rightarrow \mathbb{R}$, welche stetig differenzierbar ist, und gilt

(1)
$$V(0) = 0$$

sowie für $x \in U \setminus \{0\}$

- (2) V(x) > 0,
- (3) $\dot{V}(x) \le 0$,

dann ist die Ruhelage x_R stabil im Sinne von Lyapunov. Gilt ferner, dass

(4) $\dot{V}(x) < 0$,

so ist die Ruhelage x_R asymptotisch stabil. Gelten die Bedingungen im gesamten Zustandsraum und ist V(x) zusätzlich radial unbeschränkt mit

(5) $V(x) \to \infty f \ddot{u} r ||x|| \to \infty$,

ist die Ruhelage x_R global asymptotisch stabil.

Die Funktion V(x) wird als *Lyapunov-Funktion* bezeichnet. Sind Bedingungen (1) und (2) erfüllt, ist die Funktion V(x) positiv definit. Sind hingegen (1) und (3) erfüllt, ist $\dot{V}(x)$ negativ semidefinit. Die Stabilitätsaussage mithilfe der Definitheit einer Lyapunov-Funktion und der zeitlichen Ableitung stellt den Zusammenhang zum Energiebegriff dar.

Beispielsweise lässt sich die Stabilität mechanischer Systeme, bzw. derer Ruhelagen, mit der Untersuchung der mechanischen Energie mit einer geeigneten Energiefunktion durchführen, welche die entsprechenden Bedingungen in Satz 2.2 erfüllen muss. Um auch ein allgemeines dynamisches System untersuchen zu können, für das keine Energiefunktion angegeben werden kann, wird die verallgemeinerte Lyapunov-Funktion verwendet. Ein wesentlicher Vorteil der *direkten Methode* ist, dass das Differentialgleichungssystem in (2-16) nicht explizit gelöst werden muss.

Bei der Realisierung einer Folgeregelung für einen Manipulator wird in erster Linie nicht die Stabilität der Ruhelagen betrachtet. Vielmehr ist die Stabilität einer vorgegebenen Referenztrajektorie, in der Form von Bewegungen oder Kräften, des geregelten Manipulators zu analysieren. Dabei stellt sich die Frage, ob das System in der Umgebung der Referenztrajektorie bleibt, falls Störungen auftreten [SL91, S. 45]. Um diesbezüglich eine Stabilität von Ruhelagen überführen, auch wenn das System nicht autonom ist [SL91].

Die Stabilität nichtlinearer Systeme kann auch auf Basis der linearisierten Darstellung des Systems erfolgen. Dabei wird das System um die Ruhelage mithilfe einer Taylorreihe approximiert, um in dessen Umgebung die lokale Stabilität zu analysieren. Die Stabiliätskriterien werden in der *indirekten Methode* bzw. in der *Methode der ersten Näherung* nach Lyapunov definiert.

Satz 2.3 (Indirekte Methode nach Lyapunov) *Das System in* (2-16) *mit der Ruhelage* $x_R = 0$ kann durch eine Taylorreihe der Form

$$\dot{x} = f(x) = f(0) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=0} x + r(x)$$

beschrieben werden. Für das Restglied r(x) muss gelten, vgl. [Kha92, S. 130]:

$$\lim_{\|x\|\to 0} \frac{\|r(x)\|}{\|x\|} = 0.$$

Für

$$f(0) = 0$$
 und $\bar{A} = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=0}$

kann das System in der Umgebung von x_R mit

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x}$$

linearisiert werden. Gilt für alle Realteile der Eigenwerte λ_i von \overline{A}

```
(1) \operatorname{Re}(\lambda_i) < 0,
```

dann ist die Ruhelage asymptotisch stabil. Existiert mindestens ein Eigenwert mit

(2) $\operatorname{Re}(\lambda_i) > 0$,

dann ist die Ruhelage instabil. Bei mindestens einem Eigenwert mit

(3) $\operatorname{Re}(\lambda_i) = 0$,

und sonst stabilen Eigenwerten, kann keine Stabilitätsaussage getroffen werden.

Der Beweis von Satz 2.3 ist in [Kha92, S. 131 ff.] zu finden.

2.3.2 Methode der harmonischen Balance

Zur Analyse von Grenzzyklen in nichtlinearen Regelkreisen kann die *Methode der harmonischen Balance* verwendet werden. Mit diesem Näherungsverfahren können Grenzzyklen aufgespürt sowie deren Stabilität untersucht werden. Im Folgenden werden nur die zum Verständnis notwendigen Grundlagen aus [Ada18] sowie [SL91] zusammengefasst. Detailliertere Informationen sind in den genannten Werken zu finden.

Zur Anwendung der Methode der harmonischen Balance wird der *nichtlineare Standardregelkreis* in Bild 2-8 betrachtet. Der Regelkreis besteht aus einem linearen Teilsystem mit der Übertragungsfunktion G(s) und einer nichtlinearen Kennlinie, welche durch die Funktion $f(e, \dot{e})$ beschrieben wird. Beispiele für nichtlineare Kennlinien sind Zweipunktglieder oder Totzonen.



Bild 2-8: Standardregelkreis in der Methode der harmonischen Balance

Wird angenommen, dass der Eingang der Nichtlinearität eine harmonische Schwingung der Form

$$e(t) = \hat{A} \cdot \sin(\omega_0 t)$$

ist, so resultiert aus der Kennlinie eine verzerrte Sinusschwingung. Das Signal kann mithilfe einer Fourierreihe beschrieben werden. Unter den Annahmen, dass die Amplituden der Oberschwingungen im Vergleich zu der Amplitude der Grundschwingung klein sind und die Schwingung um Null schwingt, vgl. [Ada18, S. 59], resultiert folgendes Ausgangssignal des Kennlinienglieds:

$$u(t) \approx c_1(\hat{A}) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_1(\hat{A})).$$

Die Amplitude c_1 und die Phasenverschiebung φ_1 sind abhängig von \hat{A} . Die obigen Annahmen sind nur zutreffend, falls G(s) ein genügend starkes Tiefpassverhalten besitzt und die Kennlinie $f(e, \dot{e})$ punktsymmetrisch zum Ursprung ist. Durch die Approximation der Fourierreihe ist die Kennlinie linearisiert. Das Verhältnis des Ausgangs zum Eingang

$$N(\hat{A}) = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{e}(t)} = \frac{c_1(\hat{A})}{\hat{A}} \cdot e^{j\varphi_1(\hat{A})}$$

wird als *Beschreibungsfunktion* des linearisierten Kennlinienglieds bezeichnet. Hierbei werden die komplexen Darstellungen der Schwingungen³ verwendet, vgl. [Ada18, S. 60]. Der Standardregelkreis kann nun angepasst werden und es resultiert das in Bild 2-9 dargestellte Strukturbild.

 ${}^{3}\underline{e}(t) = \hat{A} \cdot e^{j\left(\omega_{0}t - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad \underline{u}(t) = c_{1}(\hat{A}) \cdot e^{j\left(\omega_{0}t - \frac{\pi}{2} + \varphi_{1}(\hat{A})\right)}.$



Bild 2-9: Standardregelkreis mit Beschreibungsfunktion

Im Schwingungsgleichgewicht, also im Zustand einer Dauerschwingung, gilt folgende *Gleichung der harmonischen Balance*:

$$G(j\omega) \cdot N(\hat{A}) = -1$$
 bzw. $G(j\omega) = -\frac{1}{N(\hat{A})}$. (2-17)

Können für die komplexe Gleichung (2-17) Werte für die zwei Unbekannten ω und \hat{A} gefunden werden, so tritt vermutlich eine Dauerschwingung auf, welche ungefähr mit der Kreisfrequenz ω und der Amplitude \hat{A} schwingt, vgl. [Ada18, S. 60]. Je nach Beschaffenheit der Nichtlinearität kann die approximierte Dauerschwingung mehr oder weniger mit der tatsächlichen Gestalt des Grenzzyklus der nichtlinearen Regelstrecke übereinstimmen, vgl. [SL91, S. 161]. In der Literatur existieren Beschreibungsfunktionen und Ortskurven für verschiedene Kennlinienglieder, vgl. [Ada18, S. 65 ff.].

Die Gleichung (2-17) kann auch grafisch gelöst werden. Dazu wird die Ortskurve von $G(j\omega)$ und die Ortskurve von $-1/N(\hat{A})$ in die komplexe Ebene eingezeichnet und untersucht, ob Schnittpunkte existieren. Des Weiteren kann das Stabilitätsverhalten von Grenzzyklen grafisch untersucht werden. Hierbei wird zwischen *stabilen*, *semistabilen* und *instabilen* Grenzzyklen unterschieden. Stabilitätskriterien sind in [Ada18, S. 72] zusammengefasst.

2.3.3 Zustandsbeobachtung mit Sliding-Mode

Die Zustandsbeobachtung umfasst ein weitreichendes Themenfeld der Regelungstechnik in dem heutzutage ein immer noch hoher Forschungsbedarf besteht. Zustandsbeobachter werden unter anderem bei Zustandsregelungen eingesetzt, falls die Zustandsgrößen nicht gemessen werden können. Die Voraussetzung für den Einsatz von Beobachtern ist die Beobachtbarkeit des Systems, welche mit verschiedenen Methoden für lineare und nichtlineare Systeme verifiziert werden kann. Eine übersichtliche Einführung in die Thematik der Beobachter liefern [Föl16] und [Ada18].

Für nichtlineare Systeme haben sich insbesondere *Sliding-Mode-Beobachter (SMB)* etabliert. Diese zeichnen sich durch ihre Robustheit gegenüber Systemunsicherheiten, wie ungenaue oder sich ändernde Modellparameter, unbekannte externe Störungen oder vernachlässigte Nichtlinearitäten, aus. Den wesentlichen Bekanntheitsgrad besitzt die Sliding-Mode-Technik aus dem Bereich der Regelungen. Hierbei haben Sliding-Mode-Regelungen einen wesentlichen Nachteil, da das diskontinuierliche Signal der Rückführung unter Umständen zu einem hochfrequenten Schalten und zu einer starken Beanspruchung der Aktorik führen kann. Dieser Effekt wird als *Rattern* (engl. *chattering*) bezeichnet. Bei Beobachtern tritt diese Beanspruchung nicht direkt auf, sondern begrenzt sich hauptsächlich auf die Beobachterrückführung und die Güte des berechneten Signals im Modell. Nichtsdestotrotz kann das Rattern die Schätzgüte der rekonstruierten Zustände beeinflussen und zu einem verrauschten Signal führen. Dies kann sich auf die Regelung auswirken und somit die Sollgrößen der Aktorik "verunreinigen". Einen umfassenden Einblick in die Theorie von Sliding-Mode ist in [SEFL14; PB02; Utk92] zu finden.

Die Grundidee eines Zustandsbeobachters ist die Rekonstruktion der Systemzustände x mithilfe eines Modells der Strecke und verfügbaren bzw. gemessenen Ein- sowie Ausgangsgrößen u bzw. y. Die Schätzung wird mit einer *Beobachterrückführung* realisiert, welche über den *Ausgangsfehler* $e_y = y - \hat{y}$ das Beobachtermodell dazu "zwingt", dass die Zustände im Beobachter \hat{x} und somit auch der Ausgang \hat{y} denen der Strecke entsprechen.

Bei einem klassischen *Luenberger-Beobachter* geschieht die Beobachterrückführung mithilfe *kontinuierlicher* Terme. Für das lineare System in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$
$$y = Cx$$

hat ein Luenberger-Beobachter folgende Gestalt:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Le_y,$$

$$\hat{y} = C\hat{x}.$$

Hierbei ist *A* die Systemmatrix, *B* die Eingangsmatrix, *C* die Ausgangsmatrix und *L* die Beobachtermatrix. Es resultiert die *Schätzfehlerdifferentialgleichung*

$$\dot{e}_x = (A - LC) e_x,$$

mit der sich das zeitliche Verhalten der Konvergenz beschreiben lässt. Dabei ist $e_x = x - \hat{x}$ der Schätzfehler der Zustände. Für eine geeignete Wahl von *L* wird die Konvergenz sichergestellt und das dynamische Verhalten vorgegeben. Dies geschieht über die Vorgabe der *Eigenwerte* der Matrix (*A* – *LC*). Bei geeigneter Platzierung der Eigenwerte konvergiert der Schätzfehler *asymptotisch* gegen Null.

Bei einem SMB ist die Beobachterrückführung *diskontinuierlich*, da sie unter anderem mit einer *Signumfunktion* realisiert wird. Im einfachsten Fall kann folgende beispielhafte Schätzfehlerdifferentialgleichung für den *i*-ten Eintrag eines Zustandsvektors *x* resultieren:

$$\dot{e}_{x,i} = \theta(t) - \rho \operatorname{sign}(e_{x,i}). \tag{2-18}$$

Hierbei ist $\theta(t)$ eine unbekannte Systemstörung, welche jedoch durch

$$|\theta(t)| \le \Theta \tag{2-19}$$

beschränkt ist. Die Beobachterrückführung

$$\nu = \rho \operatorname{sign}(e_{x,i}) \tag{2-20}$$

beinhaltet den Verstärkungsfaktor ρ . Bei dem Beispiel wird vorausgesetzt, dass ein Teil des Zustandsvektors direkt gemessen werden kann. Außerdem wird angenommen, dass die restlichen Systemzustände ebenfalls konvergieren, was je nach Ausprägung des SMB mithilfe verschiedener Verfahren realisiert werden kann, z. B. mit einem *hierarchischen*

SMB oder einem Beobachter mit einem *Super-Twisting-Algorithmus (STA)*. Diese Verfahren werden in Abschnitt 5.3 an dem Anwendungsbeispiel dieser Arbeit näher erläutert. In dem hier betrachteten Beispiel entspricht $e_{x,i}$ der *Sliding-Variable* sowie der *Schaltfunktion*. Die Schaltgerade wird durch $e_{x,i} = 0$ beschrieben.

Wie die Verstärkung ρ gewählt werden soll und welche Auswirkungen das auf das Zeitverhalten des Schätzfehlers $e_{x,i}$ hat, wird im Folgenden erläutert. Zunächst wird Gleichung (2-18) mithilfe von (2-19) folgendermaßen modifiziert:

$$e_{x,i}\dot{e}_{x,i} = e_{x,i}(\theta(t) - \rho \operatorname{sign}(e_{x,i})) \le |e_{x,i}|(\Theta - \rho).$$
 (2-21)

Für das Abklingen des Fehlers in Gleichung (2-18) muss ρ mit

$$\rho > \Theta + \eta \tag{2-22}$$

gewählt werden, wobei $\eta \in \mathbb{R}^+$ gilt, vgl. [SEFL14, S. 107]. Dadurch vereinfacht sich die Ungleichung in (2-21) zu

$$e_{x,i}\dot{e}_{x,i} \le -\eta |e_{x,i}|$$
. (2-23)

Es lässt sich zeigen⁴, dass die linke Seite der Ungleichung in (2-23) der zeitlichen Ableitung der Lyapunov-Funktion

$$V = \frac{1}{2}e_{x,i}^2$$

entspricht, vgl. Abschnitt 2.3.1. Es gilt

$$\dot{V} = e_{x,i}\dot{e}_{x,i}$$

Die Bedingungen (1), (2) sowie (5) in Satz 2.2 der direkten Methode sind für V offensichtlich erfüllt. Für die zeitliche Ableitung \dot{V} ergibt sich ein anderer Zusammenhang als in den Bedingungen (3) bzw. (4) in Satz 2.2. Das hat zur Folge, dass der Schätzfehler nicht asymptotisch sondern in *endlicher Zeit* konvergiert. Die Ungleichung (2-23) resultiert nämlich auch aus dem Zusammenhang

$$\dot{V} \le -\sqrt{2\eta}V^{\frac{1}{2}}.$$
 (2-24)

Die Lösung der Ungleichung in (2-24) ergibt sich nach Trennung der Variablen und Integration zu

$$V^{\frac{1}{2}}(t) \le -\frac{\eta}{\sqrt{2}}t + V^{\frac{1}{2}}(0).$$

Es gilt $V^{\frac{1}{2}}(t_r) \rightarrow 0$ in endlicher Zeit und zwar spätestens bei

$$t_r \leq \frac{\sqrt{2}}{\eta} V^{\frac{1}{2}}(0).$$

⁴Die Herleitung entspricht der Herleitung für Sliding-Mode-Regelungen aus [SEFL14, S. 3 ff.]. Sie wurde hier auf das Beobachterproblem übertragen.

Der Schätzfehler klingt folglich nach

$$t_r \le \frac{\left|e_{x,i}(0)\right|}{\eta}$$

ab. Dann gilt $e_{x,i} \rightarrow 0$ bzw. $\hat{x}_i \rightarrow x_i$. Der Anfangsfehler ist $e_{x,i}(0) = x_i(0) - \hat{x}_i(0)$. Nach der Konvergenz verbleibt die Trajektorie des Schätzfehlers bei $e_{x,i} = 0$. Dies gilt auch bei einer größer werdenden Störung, solange die Bedingung in (2-22) eingehalten wird. Das System befindet sich dann im sog. *Sliding-Mode* bzw. *Gleitzustand* mit $\dot{e}_{x,i} = e_{x,i} = 0$. Im Gleitzustand, d. h. $t > t_r$, schaltet die Signumfunktion mit theoretisch unendlich hoher Frequenz. Jedoch wird dies in der Realität durch die Rechenleistung begrenzt, sodass die Trajektorie des Schätzfehlers in der Nähe der Schaltgeraden $e_{x,i} = 0$ verbleibt. Die Beobachterrückführung besteht dabei sowohl aus hochfrequenten Anteilen, welche aus der Signumfunktion stammen, als auch aus niederfrequenten Anteilen, welche durch die Störgröße bestimmt werden.

Gleichungen wie in (2-18) werden als *Differentialgleichungen mit unstetiger rechter Seite* bezeichnet. Solche Funktionen besitzen im Gleitzustand keine eindeutige Lösung. Es existieren in der Literatur viele Methoden, um die Dynamik des Systems dennoch zu beschreiben [Ada18, S. 467]. In der Sliding-Mode-Community wird unter anderem die *Methode nach* FILIPOV genutzt. Die Grundidee der Methode basiert auf der Annahme von *Durchschnittswerten* aller möglichen Lösungen des Systems. Die Methode wird in [FA88] vollständig erläutert. Weiterhin lässt sich die Dynamik im Gleitzustand mithilfe sog. *äquivalenter Werte* beschreiben. Die Methode ist vor allem den Arbeiten von V. UTKIN, z. B. [Utk92], zu verdanken [SEFL14].

Nach dem Konzept der äquivalenten Werte wird die Dynamik von (2-18) im Gleitzustand durch die algebraische Gleichung

$$\dot{e}_{x,i} = \theta(t) - v_{eq} = 0$$

beschrieben, wobei v_{eq} als äquivalente Beobachterrückführung, engl. equivalent output error injection, bezeichnet wird, vgl. [SEFL14, S. 108]. Somit unterliegt das System einer Dynamik niedrigerer Ordnung und es besitzt die oben beschriebenen Eigenschaften der Robustheit. Die Beobachterrückführung müsste genau die unbekannte Störgröße $\theta(t)$ annehmen, damit das gleiche Systemverhalten resultiert, welches durch die diskontinuierliche Rückführung herbeigeführt wird. Diese Tatsache kann genutzt werden, um zusätzliche Informationen aus dem System zu gewinnen.

Da die niederfrequenten Anteile der Beobachterrückführung ν durch die Störgröße bestimmt werden, kann mittels einer Tiefpassfilterung von ν in Gleichung (2-20) der äquivalente Wert $\hat{\nu}_{eq}$ geschätzt werden, z. B. mit

$$T_{TP}\dot{\hat{v}}_{eq} + \hat{v}_{eq} = \rho \operatorname{sign}(e_{x,i}).$$
 (2-25)

Die Zeitkonstante T_{TP} sollte so klein wie möglich, jedoch größer als die Integrationsschrittweite sein, vgl. [SEFL14, S. 17]. Durch die Tiefpassfilterung lässt sich nach Gleichung (2-25) die unbekannte Störung in der Strecke mit $\hat{v}_{eq} = \theta(t)$ berechnen. Das Konzept der äquivalenten Verstärkungen ist im Sliding-Mode-Bereich sowohl bei den Beobachtertechniken als auch für Sliding-Mode-Regelungen ein mächtiges Werkzeug zur Schätzung unbekannter Systemgrößen und wird bspw. zur Störgrößenkompensation genutzt. Wie bereits erwähnt, kann sich das hochfrequente Schalten der Signumfunktion negativ auf die Schätzgüte auswirken. In diesem Kontext existieren in der Literatur zahlreiche Maßnahmen zur Reduzierung der Effekte des Ratterns. Die einfachste Möglichkeit ist die Approximation der diskontinuierlichen Signumfunktion durch eine kontinuierliche Ersatzfunktion⁵, z. B. mit

$$\rho \operatorname{sign}(e_{x,i}) \approx \rho \frac{e_{x,i}}{|e_{x,i}| + \delta},$$

wobei $\delta \in \mathbb{R}^+$ ein zu wählender Parameter ist. Im Prinzip findet durch die Approximation kein Gleitzustand statt. Der Fehler konvergiert nicht exakt gegen Null. Die Trajektorie des Schätzfehlers $e_{x,i}$ bleibt aufgrund der Störgröße $\theta(t)$ in einer Grenzumgebung gefangen, deren Größe durch den Parameter δ bestimmt wird, d. h. $|e_{x,i}| \leq \delta$. Dieser Zustand wird als *Quasi-Sliding-Mode* bezeichnet. Die Leistungsfähigkeit des Ansatzes ist vergleichbar mit der einer Rückführung mit diskontinuierlichen Termen, vgl. [SEFL14, S. 10]. Fortgeschrittene Methoden sind *Sliding-Mode-Verfahren höherer Ordnung*, welche Sliding-Variablen mit höheren zeitlichen Ableitungen verwenden. Diese zeichnen sich ebenfalls durch eine Minimierung des Rattervorgangs aus.

Ein wesentlicher Vorteil der Approximation der Signumfunktion ist, dass die hochfrequenten Anteile bereits eliminiert werden und die Beobachterrückführung v auch annähernd der äquivalenten Beobachterrückführung v_{eq} entspricht. Somit entfällt eine zusätzliche Tiefpassfilterung und etwaige Phasenverschiebungen im System. Es kann bspw. folgender Ansatz verwendet werden, vgl. [TE03]:

$$\hat{v}_{eq} = \{\rho \operatorname{sign}(e_{x,i})\}_{eq} = \rho \frac{e_{x,i}}{|e_{x,i}| + \delta} \approx \theta(t).$$
(2-26)

Zusammengefasst lässt sich festhalten, dass ein SMB bei geeigneter Wahl der Beobachterverstärkung ρ trotz einer unbekannten Störung $\theta(t)$ in endlicher Zeit konvergiert. Zusätzlich lässt sich mit relativ einfachen Maßnahmen die Störgröße schätzen.

⁵ Alternativ lässt sich auch folgende Hyperbelfunktion verwenden: $\rho \operatorname{sign}(e_{x,i}) \approx \rho \operatorname{tanh}(\delta_t e_{x,i}), \delta_t \in \mathbb{R}^+$.

3 Stand der Technik und Forschung

Die Realisierung von HiL-Simulationen für Prüfstände, in denen eine PKM als Anregungseinheit verwendet wird, erfordert ein ganzheitliches Systemverständnis und Kenntnisse in mehreren unterschiedlichen Forschungsgebieten. Einerseits werden Entwurfs- und Analysemethoden für HiL-Systeme mit aufwändigen mechatronischen Prüfständen benötigt. Andererseits sind Kenntnisse über fortgeschrittene Regelungsverfahren aus der Robotik für die Ansteuerung der Anregungseinheit notwendig. Darüber hinaus müssen die Grundlagen und der Stand der Technik für das betrachtete Anwendungsbeispiel bekannt sein.

Im Folgenden wird eine Analyse des relevanten Stands der Technik und Forschung durchgeführt. Die Analyse umfasst im Wesentlichen die Methoden, welche in der Entwicklung von HiL-Prüfständen und bei dem Entwurf von Regelungen in der Robotik Grundlagenwissen sowie den gegenwärtigen Forschungsgegenstand darstellen. Hierbei werden vor allem Verknüpfungen zwischen den einzelnen Forschungsgebieten identifiziert. Dabei handelt es sich um Gemeinsamkeiten und Schnittstellen bestimmter Problematiken sowie regelungstechnischer Methoden. Die Analyse endet mit einer Zusammenfassung der offenen Punkte, die über den aktuellen Stand der Technik und Forschung hinausgehen. Der sich daraus ergebende Handlungsbedarf und der Forschungsbeitrag werden formuliert.

3.1 Regelungstechnische Entwurfs- und Analysemethoden für HiL-Systeme

Der Entwurf von mechatronischen HiL-Simulationen ist keine triviale Aufgabe. Er unterscheidet sich von einer klassischen Regelungsaufgabe, da die Qualität der HiL-Simulation nicht nur durch die Güte der geregelten Aktorik bestimmt wird. Auch die Interaktion der einzelnen HiL-Teilsysteme wirkt sich auf die Güte aus. Eine allgemeingültige Systematik für den Entwurf von HiL-Simulationen ist in der Literatur nicht vorhanden. In den nachfolgenden Abschnitten werden vorhandene Entwurfs- und Analysemethoden für mechatronische HiL-Systeme, die in verschiedenen Domänen entwickelt wurden, vorgestellt. Die einzelnen Abschnitte basieren auf Analysen der dort genannten Quellen. Außerdem sind in [Mac09] und [HTY12] ähnliche Analysen der Thematik zu finden. Die Anwendungsbeispiele, welche zur Validierung der Methoden in den jeweiligen Quellen zu finden sind, werden kurz erläutert. Anwendungsbeispiele, welche mit dem HiL-Achsprüfstand vergleichbar sind, werden in Abschnitt 3.2 vorgestellt.

3.1.1 Substructuring-Methoden

In der Literatur haben sich in kleinen Forscherkreisen weitere Bezeichnungen für Systemklassen etabliert, welche zu mechatronischen HiL-Systemen äquivalent sind. Dabei werden unter anderem Begriffe wie *Dynamically Substructured Systems (DSS), Real-Time Dynamic Substructuring (RTDS)* sowie *Real-Time Hybrid Simulation (RTHS)* verwendet. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden diese als *Substructuring-Methoden* bezeichnet. Diese Methoden haben ihren Ursprung in der Untersuchung von mechanischen Strukturen, z. B. von Gebäuden im Bereich des Bauingenieurwesens [BWB07]. Dabei werden diese HiL-ähnlichen Methoden verwendet, um Teilstrukturen unter extremen Lasten, z. B. bei Erdbeben, im Labor zu testen. Die restlichen Teilstrukturen des Gesamtsystems werden parallel am Rechner in Echtzeit simuliert. Nach [MW16] wurde ein echtzeitfähiger Substructuring-Test erstmals von M. NAKASHIMA *et al.* realisiert, vgl. [NKT92].

Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten zwischen den Substructuring-Methoden und der HiL-Methode werden auch in [LHS⁺13] thematisiert. Dabei wird HiL hauptsächlich mit der klassischen HiL-Simulation in Verbindung gebracht und folgender Unterschied zur mechatronischen HiL-Simulation identifiziert: *"The distinguishing feature of DSS is to produce a composite system involving both numerical and physical testing components, which must be synchronized at their interfaces in order to create a similar testing environment to the original emulated system.* " Die Haupteigenschaft ist folglich die Nachbildung (Emulation) eines Gesamtsystems, was für HiL-Systeme im Allgemeinen nicht zutreffen muss. Nichtsdestotrotz trifft dies oft für mechatronische HiL-Systeme und im Speziellen für das in dieser Arbeit betrachtete Anwendungsbeispiel zu. Daraus resultierend stimmt das Verständnis der HiL-Simulation in dieser Arbeit mit den Substructuring-Methoden überein. Eine gute Einführung in die Thematik der echtzeitfähigen Substructuring-Methoden ist in [WB01] zu finden.

Im Bereich des Substructuring wurden und werden heutzutage noch zahlreiche verallgemeinerte regelungstechnische Methoden erarbeitet, welche für den Entwurf und die Analyse von mechatronischen HiL-Simulationen sehr attraktiv wirken. In dem Kontext existieren hauptsächlich zwei Forschungsschwerpunkte, vgl. [DG17; TSHL11]. Einerseits liegt der Fokus auf der Modellierung der virtuellen Teilsysteme zur Verbesserung der Genauigkeit, Geschwindigkeit und Stabilität der Simulation. Andererseits werden insbesondere Regelungen zur "Verknüpfung" des physikalischen und virtuellen Teilsystems betrachtet. Im Vordergrund steht dabei vor allem die Kompensation der ungewünschten Dynamik der Anregungseinheit, welche im realen Gesamtsystem nicht vorkommt. Das Regelungsziel wird allgemein als *Synchronisierung* bezeichnet. Die Notwendigkeit der Synchronisierung wird in [Sto17] folgendermaßen begründet: "*Ideally, exact synchronisation of the physical and numerical elements (i.e. substructures) at their interfaces is required, so that the combined substructures generate responses that exactly match those of the emulated system.*"

Die Vor- und Nachteile des Einsatzes der einzelnen Substructuring-Methoden entsprechen denen der HiL-Simulation, vgl. Abschnitt 2.1. Die Eigenschaften der theoretischen Entwurfsmethoden werden in Abschnitt 3.4 diskutiert.

Typisches Anwendungsbeispiel

In Bild 3-1 ist eine beispielhafte Systemstruktur mittels mechanischen Ersatzbildern eines Substructuring-Systems zu sehen, welches häufig als Anwendungsbeispiel dient, vgl. [TNL+16; Tu13; WT13; BWB07; SH06]. Anhand dessen werden die Grundidee und das Entwurfs- bzw. Regelungsziel verdeutlicht.

Das Referenzsystem im linken Teil des Bildes, s. Bild 3-1 (a), besteht aus zwei Massenschwingern mit den Parametern $m_P, d_P, c_P, m_V, d_V, c_V \in \mathbb{R}^+$. Die Bewegungsgrößen sind z_P, z_V . Die untere Masse wird an der Feder und dem Dämpferelement durch die Bewegung von z_0 , \dot{z}_0 angeregt. In der hier betrachteten HiL-Konfiguration wird das System folgendermaßen strukturiert: Der Prüfling (physikalisches Teilsystem) besteht aus dem oberen Massenschwinger und wird durch einen eindimensionalen Aktor angeregt, s. Bild 3-1 (b). Das Umgebungsmodell (virtuelles Teilsystem) besteht aus dem unteren Massenschwinger, s. Bild 3-1 (c), welches in Echtzeit simuliert werden soll. Die Schnittstelle zwischen dem physikalischen und virtuellen Teilsystem ist die Verbindung von m_V zum oberen Massenschwinger.



(a) Referenzsystem (b) Physikalisches Teilsystem im Prüfstand (c) Virtuelles Teilsystem

Bild 3-1: Mechanische Ersatzbilder eines beispielhaften Substructuring-Systems

Das Entwurfsziel der HiL-Simulation bzw. der Substructuring-Methode ist die Nachbildung des dynamischen Verhaltens des Referenzsystems unter Einbezug des real im Labor vorhandenen Prüflings sowie eines Modells der Umgebung. Zur Kopplung beider Teilsysteme steht ein Aktor sowie Sensorik zur Verfügung. Wie zu erkennen ist, beinhaltet das HiL-System ein zusätzliches mechatronisches System (Schnittstellensystem). Dieses System besitzt ein eigenes dynamisches Verhalten, welches im Referenzsystem nicht existiert. In diesem Beispiel wird ein Aktor betrachtet, welcher vereinfacht aus der Masse $m_A \in \mathbb{R}^+$ besteht. Häufig wird für dessen Dynamik ein PT₁-Verhalten mit der Übertragungsfunktion

$$\frac{z_A(s)}{u_A(s)} = \frac{k_A}{T_A s + 1}$$
(3-1)

und den Konstanten $k_A, T_A \in \mathbb{R}^+$ sowie der Steuergröße u_A angenommen. Die Bewegungsgleichung des Aktors ist

$$m_A \ddot{z}_A = F_A - F_M. \tag{3-2}$$

Die aus der Dynamik resultierende Aktorkraft wird mit F_A bezeichnet. Die Interaktionskraft F_M an der Schnittstelle zwischen Aktorik und Prüfling sowie die Positionsgröße z_A können gemessen werden. Die gekoppelten Bewegungsgleichungen des Referenzsystems sind

$$m_P \ddot{z}_P + d_P \dot{z}_P + c_P z_P = d_P \dot{z}_V + c_P z_V,$$

$$m_V \ddot{z}_V + (d_P + d_V) \dot{z}_V + (c_P + c_V) z_V = d_P \dot{z}_P + c_P z_P + d_V \dot{z}_0 + c_V z_0.$$
(3-3)

Die Bewegungsgleichung des Prüflings lautet

$$m_P \ddot{z}_P + d_P \dot{z}_P + c_P z_P = d_P \dot{z}_A + c_P z_A.$$
(3-4)

Die Kraft an der Schnittstelle F_M berechnet sich aus

$$F_M = d_P \left(\dot{z}_A - \dot{z}_P \right) + c_P \left(z_A - z_P \right). \tag{3-5}$$

Die Bewegungsgleichung des virtuellen Teilsystems, welche auf dem Echtzeitrechner implementiert wird, ist

$$m_V \ddot{z}_V + d_V \dot{z}_V + c_V z_V = d_V \dot{z}_0 + c_V z_0 - F_M.$$
(3-6)

Das Modell wird wie das Referenzsystem durch z_0 , \dot{z}_0 angeregt. Zusätzlich wird die gemessene Kraft F_M aufgeprägt.

Regelungsaufgabe

Nach einer Analyse der Bewegungsgleichungen, lässt sich schnell die Regelungsaufgabe identifizieren. Wird zunächst die Aktordynamik vernachlässigt, eine ideale Positionsregelung, d. h. $z_A \equiv z_V$, sowie eine ideale Messung von z_A und F_M angenommen, so lässt sich durch Einsetzen der Gleichung (3-5) in Gleichung (3-6) und mit Gleichung (3-4) das Referenzsystem in den Gleichungen (3-3) reproduzieren. Da es sich hierbei um eine idealisierte Vorstellung handelt, müssen im realen System einerseits die Aktordynamik kompensiert und andererseits Einflüsse jeglicher Systemunsicherheiten minimiert werden. Vor allem wird dies durch die Minimierung der Differenz der "virtuellen" Position an der Schnittstelle z_V und der gemessenen Position der Aktorik z_A erreicht. Die Differenz $\Delta y_S = z_V - z_A$ wird als Synchronisierungsfehler oder Substructuring-Fehler bezeichnet. Die an der Schnittstelle gemessene Kraft F_M , welche in das virtuelle Teilsystem geführt wird, stellt die sog. dynamische Zwangsbedingung her.

Die Regelungsaufgabe ist die Minimierung von Δy_S bzw. die Synchronisierung der Systemantworten der Teilsysteme mittels der Stellgröße u_A . In diesem Beispiel müsste folglich eine schnelle Positionsregelung realisiert werden. Wird $\Delta y_S \rightarrow 0$ erreicht, sind die beiden Teilsysteme ideal gekoppelt und die Aktordynamik wirkt sich nicht auf die Dynamik des strukturierten Systems aus. Die Güte der HiL-Simulation wird oftmals über den minimal erreichbaren Synchronisierungsfehler bzw. über die Regelgüte quantifiziert.

In der Regel werden im Substructuring-Bereich zu dem vorgestellten Beispiel vergleichbare Systemkonfigurationen betrachtet. Diese zeichnen sich durch die Verwendung positionsgeregelter, oftmals hydraulischer Aktoren und die Verwendung von Kräften für die dynamische Zwangsbedingung aus, vgl. [Mac09]. Außerdem werden Systeme betrachtet, bei denen eine optimale Strukturierung in physikalische und virtuelle Teilsysteme möglich ist.

Für das Beispiel resultiert das Strukturbild in Bild 3-2. In der Substructuring-Community existieren für den Regelungsentwurf unterschiedliche Darstellungsformen für Blockschaltbilder, die hier nicht weiter thematisiert werden.



Bild 3-2: Strukturbild eines typischen Regelkreises im Substructuring-Bereich

Herausforderungen beim Regelungsentwurf

Die Herausforderung des Entwurfs einer HiL-Simulation (mit hydraulischen Anregungseinheiten) aus dem Substructuring-Bereich wird in [WB01] folgendermaßen beschrieben: "A problem with real-time testing is the finite response time of the hydraulic actuators; there is an unavoidable delay between a command signal being sent to an actuator and it moving to the desired position. The force fed back from the experiment to the numerical model is therefore incorrect, since it is measured before the actuator has reached its target position. "Folglich ist die Leistungsfähigkeit der Aktorik und der Regelung für die Güte der HiL-Simulation entscheidend. Aufgrund der begrenzten Leistungsfähigkeit jeder Aktorik kann eine perfekte Synchronisierung nie erreicht werden. Des Weiteren kann die Kopplung der Teilsysteme über die Aktorik und Sensorik zu Instabilitäten des gesamten HiL-Systems führen. Eine Verzögerung der Stellglieder kann zusätzliche Energie ins System bringen, die vom System nicht schnell genug dissipiert werden kann, vgl. [BWB07] und die darin enthaltenen Quellen.

Generelles Vorgehen und Regelungsmethoden

In der Substructuring-Community ist das Vorgehen der verschiedenen Entwurfsmethoden ähnlich. Im ersten Schritt findet die Modellierung des HiL-Systems statt. Dies geschieht im Zustandsraum [TSHL11], im Frequenzbereich [STL09], seltener auch mit Bondgraphen [GWN09]. Je nach Methode werden unterschiedliche Modelle der einzelnen Teilsysteme benötigt. Einen Überblick dazu liefert [Tu13]. Auf Basis der Systemmodelle wird die Regelung zur Kompensation der Aktordynamik bzw. zur Synchronisierung entworfen.

In einigen Veröffentlichungen werden die Auswirkungen der Aktordynamik auf das gesamte HiL-System untersucht. Dabei hat es sich unter anderem bewährt, diese mit einem Totzeitglied zu approximieren. Nach [TNL⁺16] hat dies folgende Gründe: Aufgrund der begrenzten Leistungsfähigkeit besitzt eine geregelte Aktorik einen Amplitudenfehler und eine Phasenverschiebung. Mithilfe einer Regelung lässt sich der Amplitudenfehler größtenteils korrigieren. Im Gegensatz dazu bleibt der Fehler in der Phase bestehen. Jedoch kann, für die in den Anwendungen betrachteten schmalen Frequenzbänder, der Phasenverlauf als frequenzunabhängig angenommen werden. Außerdem besitzt der Echtzeitrechner zur Berechnung der Regelalgorithmen und der Echtzeitmodelle eine endliche Rechenleistung, welche mit einer Totzeit gut approximiert werden kann. In einer Analyse von totzeitbehafteten HiL-Systemen in [TNL⁺16], unter anderem an dem Beispiel in Bild 3-1, werden Stabilitätsgebiete in Abhängigkeit der Totzeit untersucht. Zur direkten Kompensation der Aktordynamik werden vor allem modellbasierte Prädiktionsverfahren verwendet, vgl. [GVNW08; BWB07].

Für die Synchronisierung der einzelnen Teilsysteme werden bewährte Regelungsansätze angewandt und bei Bedarf für das konkrete Anwendungsszenario modifiziert. Beispiele sind adaptive [SH06], modellprädiktive [LST10] oder H_{∞} -Regelungen [TSHL11]. Dabei werden in den Veröffentlichungen die Stabilität des gesamten HiL-Systems, Robustheit, Systemunsicherheiten, Totzeiten, schwache Nichtlinearitäten oder externe Störgrößen berücksichtigt. Des Weiteren existieren Ansätze zum Umgang mit Stellgrößenbegrenzungen der Aktorik, vgl. [LHS⁺13]. Aktuelle Forschungsarbeiten befassen sich mit der Vereinheitlichung der verschiedenen Substructuring-Methoden, vgl. [Sto17; Li14].

Systemkonfigurationen

Neben dem konkreten Regelungsentwurf behandeln einige Veröffentlichungen im Rahmen des Substructuring auch weitere regelungstechnische Problemstellungen wie das Auffinden einer optimalen Systemkonfiguration (Konzipierung) für das gesamte HiL-System, vgl. [TNL⁺16; GNGW09; GWN09; Plu06]. Vor allem wird die Realisierbarkeit der Kopplung der einzelnen Teilsysteme, die sog. *Kausalität*⁶, thematisiert. Dies beinhaltet unter anderem die Auswahl der einzelnen Signale und Größen zur Synchronisierung sowie der dynamischen Zwangsbedingung [Tu13]. Weiterhin soll durch eine gezielte Auswahl der Systemstruktur das HiL-System die größte systemdynamische Ähnlichkeit zum realen Referenzsystem erhalten. Die Begriffe der Realisierbarkeit bzw. Kausalität werden im Entwurfsteil dieser Arbeit näher beleuchtet.

Anwendungsbeispiele

In der Substructuring-Literatur werden die Entwurfsmethoden oftmals an einfachen, akademischen Anwendungsbeispielen validiert, vgl. Bild 3-1. Diese zeichnen sich vor allem durch ein lineares Systemverhalten aus. Üblich sind außerdem positionsgeregelte, hydraulische Aktoren mit Kraftsensorik im Schnittstellensystem. Beispiele mit einer hochdynamischen und multiaxialen Anregung des Prüflings sind rar. Konkrete Beispiele werden in Abschnitt 3.2 dieser Arbeit vorgestellt.

3.1.2 Optimale HiL-Synthese nach MacDiarmid

Eine intensive Auseinandersetzung mit der Thematik des systematischen Entwurfs von mechatronischen HiL-Simulationen ist in den Arbeiten von M. MACDIARMID zu finden. Im Rahmen mehrerer Veröffentlichungen und einer Dissertation sind zahlreiche Methoden entstanden. MACDIARMID und Koautoren besitzen das gleiche Verständnis einer HiL-Simulation wie es in den Substructuring-Methoden der Fall ist. Das Ziel der Arbeiten ist die Formalisierung des HiL-Entwurfsproblems. Im Fokus steht der Entwurf der Regelung der Anregungseinheiten sowie der Umgebungsmodelle für bestehende HiL-Prüfstande. Dabei soll eine quantifizierbare HiL-Simulationsgüte modellbasiert abgeschätzt werden.

⁶Im regelungstechnischen Sinne gilt für ein kausales Übertragungsglied, dass das Ausgangssignal zu jedem Zeitpunkt nur vom Verlauf des Eingangssignals abhängt [Föl16].

Die Methoden fußen auf Optimierungsproblemen, welche im Folgenden erläutert werden. Die konkreten Optimierungsalgorithmen sind in den genannten Quellen zu finden.

Die Arbeiten sind dadurch gekennzeichnet, dass die Autoren die Hardware (Prüfling) in der HiL-Simulation als unsicher, nichtlinear und zeitvariant beschreiben, vgl. [MB07]: "Hardware included in HWIL⁷ simulators is often uncertain, non-linear, time varying, or generally unpredictable. Therefore, it is impractical to expect rich sources of information about this hardware's behaviour (e.g. probability distributions) as a basis for accuracy quantification."

In dem Beitrag [MB07] wird eine Methode zur modellbasierten Abschätzung der HiL-Simulationsgüte vorgestellt. Diese ermöglicht die *a priori* Berechnung eines beschränkten maximalen Fehlers der Systemantworten der HiL-Simulation und des Referenzsystems. Der Fehler wird mithilfe einer geringen Anzahl von Annahmen an das Verhalten des Prüflings bestimmt.

Die Basis der Fehlerberechnung sind zeitdiskrete Modelle des HiL-Systems sowie des Referenzsystems. Ausgenutzt wird die Tatsache, dass der Prüfling in beiden Systemen (Referenzsystem, HiL-System) enthalten ist. Die restlichen Teilsysteme (Umgebungsmodell, Aktorik, Sensorik) werden als bekannte sowie lineare, zeitinvariante Systeme angenommen. Für das dynamische Verhalten des Prüflings wird eine nichtlineare, zeitvariante Funktion mit einer ungewissen Dynamik angenommen, wobei die Unsicherheit mit Annahmen begrenzt wird. Dazu zählt unter anderem eine Beschränkung der anzunehmenden Werte der nichtlinearen Funktion sowie die Notwendigkeit von Stetigkeit. Die Güte der HiL-Simulation wird über den Fehler der Systemantworten des Referenzsystems und des HiL-Systems beurteilt. Die interessanten Größen werden für den spezifischen Anwendungsfall ausgewählt. Zur Fehlerabschätzung wird eine "Simulation" der HiL-Simulation und des Referenzsystems durchgeführt. Die mathematischen Hintergründe zur Berechnung des Fehlers sind in dem Beitrag sowie den enthaltenen Literaturstellen zu finden.

Die Methode wird an einem realen Prüfstand validiert. Das Referenzsystem besteht aus einem gedämpften Schwungrad, welches ein Antriebsmoment als Eingang besitzt. Für das HiL-System wird die Dynamik des Schwungrads simuliert, während das restliche Teilsystem real aufgebaut ist. Dazu gehört auch die gelagerte Welle des Schwungrads. Zur Nachbildung der Bewegung des simulierten Schwungrads an der Welle wird ein geschwindigkeitsgeregelter Antriebsmotor eingesetzt. An diesem Beispiel werden zwei verschiedene Versuche durchgeführt. Dabei werden unterschiedlich stark ausgeprägte Nichtlinearitäten des Prüflings verwendet und die Annahmen an die Beschränkungen variiert. Für beide Szenarien kann die HiL-Simulationsgüte a priori abgeschätzt werden. Für das System mit stark nichtlinearem Verhalten liegt der Fehler jedoch über dem des rein simulierten Gesamtsystems, sodass in diesem Fall mit dem HiL-System die notwendige Genauigkeit nicht garantiert werden kann.

Während in [MB07] die Abschätzung einer maximalen HiL-Simulationsgüte behandelt wird, thematisieren die Veröffentlichungen [MBD08; MDB07] Methoden für den Entwurf von Regelungen für HiL-Systeme. Ein wichtiger Bestandteil von [MDB07] ist die Auseinandersetzung mit dem Unterschied zwischen einem klassischen Regelungsentwurf und dem Entwurf einer HiL-Simulation. Das Regelungsproblem für eine HiL-Simulation wird in diesem Kontext folgendermaßen beschrieben: *"The simulator design problem is*

⁷HWIL wird von den Autoren als Abkürzung für Hardware-in-the-Loop verwendet.

qualitatively different from the standard control design problem; while classical control design aims to reduce uncertainty in plant behaviour, controllers in HWIL simulators must instead match simulator behaviour to the behaviour of the real object, which are both sensitive to the underlying uncertainty in the hardware."

In den Beiträgen wird erneut das nichtlineare und unsichere dynamische Verhalten des Prüflings hervorgehoben. Mit den Prüfstandskomponenten, wie Aktoren und Sensoren, wird der Prüfling zu einem *Hardware-Teilsystem* $f_H(\theta)$ zusammengefasst. Im Vergleich zu den Substructuring-Methoden werden der Regler und das virtuelle Teilsystem bzw. das Umgebungsmodell des HiL-Systems nicht getrennt voneinander betrachtet. Stattdessen werden beide Teilsysteme in ein *Software-Teilsystem* f_S zusammengefasst. Bild 3-3 zeigt die Strukturbilder des Referenzsystems $f_R(\theta)$ sowie des HiL-Systems. Software- und Hardware-Teilsystem werden jeweils mit einer allgemeinen nichtlinearen und diskreten Funktion beschrieben (*single-input single-output (SISO)*). Die Funktionen $f_R(\theta)$ und $f_H(\theta)$ hängen von den unsicheren Systemparametern θ ab, welche als beschränkt angenommen werden. Beide Systeme werden mit dem Referenzsignal r angeregt. Die interessanten Systemgrößen sind y_r bzw. y_s . Der Ausgang des Software-Teilsystems ist u.



Bild 3-3: Strukturbilder des Referenzsystems und des entsprechenden HiL-Systems nach MacDIARMID, vgl. [MDB07]

Für definierte Annahmen und Beschränkungen an die einzelnen Teilsysteme wird die Regelungsaufgabe als Optimierungsproblem folgendermaßen formuliert: Finde ein Software-Teilsystem, sodass der Fehler der Systemantworten des Referenzsystems y_r und des HiL-Systems y_s minimiert wird. Die rein modellbasierte Optimierung findet offline statt. Es resultiert ein gleichzeitiger Entwurf der Regelung und des Umgebungsmodells.

Die Entwurfsmethode wird am gleichen Anwendungsbeispiel wie in [MB07] validiert. Modelle für Referenzsystem und HiL-System sowie Anregungssignale sind bekannt. Die Modelle hängen von den unsicheren Parametern ab, sind jedoch durch Angabe konkreter Werte beschränkt. Die Optimierung liefert Trajektorien der Systemantworten für das Referenzsystem und das HiL-System. Somit kann anhand der modellbasierten Methode zusätzlich die HiL-Simulationsgüte abgeschätzt werden. Zur Validierung der Optimierungsergebnisse wird das Software-Teilsystem auf dem Prüfstand implementiert. Für Versuche des Referenzsystems wird das Schwungrad montiert, wobei dieses für den HiL-Modus demontiert wird. Die prädizierten Systemtrajektorien für HiL-System und Referenzsystem werden mit den gemessenen Größen verglichen. Die Ergebnisse zeigen, bis auf Sensorrauschen, eine sehr gute Übereinstimmung der jeweiligen Trajektorien.

In [MBD08] wird die Entwurfsmethode für Mehrgrößensysteme (*multiple-input multiple-output (MIMO)*) erweitert. Des Weiteren werden zusätzliche Systemunsicherheiten wie Sensorrauschen berücksichtigt. In der vorgestellten Methode wird die Differenz der Eingänge des Prüflings im Referenzsystem sowie im HiL-Prüfstand als zu minimierende Zielgröße verwendet. Die Methode wird an einem weiteren Anwendungsbeispiel validiert.

Im Fokus steht die Untersuchung der Aerodynamik der Tragfläche eines Flugobjekts im Windtunnel. Als Aktorik wird ein Bewegungssimulator mit einem FHG verwendet. Hervorzuheben ist der Vergleich der Ergebnisse eines "üblichen" HiL-Systementwurfs mit dem der vorgeschlagenen Methode. Der übliche Systementwurf wird von den Autoren in drei Schritte unterteilt. Zunächst wird zur Gewinnung der notwendigen Signale aus den Sensordaten ein Filter entworfen. Anschließend wird das virtuelle Teilsystem modelliert. Letztlich muss eine Folgeregelung für den Bewegungssimulator entworfen werden, welche die berechneten Solltrajektorien des Modells stellen kann. Die Ergebnisse der Optimierung zeigen eine deutliche Verbesserung der HiL-Simulationsgüte im Vergleich zum üblichen HiL-Entwurf.

Eine ausführliche Beschreibung der von MACDIARMID entwickelten Methoden sowie weitere Anwendungsbeispiele sind in [Mac09] zu finden. Des Weiteren wird die Entwurfsmethode um einen weiteren Optimierungsschritt erweitert. Ziel ist es, die beiden Fehlergrößen, welche in [MB07] und [MBD08] definiert werden, gleichermaßen zu minimieren. Die Grundidee des optimierungsbasierten Entwurfs eines Software-Teilsystems, welches die Umgebungsmodelle und die Regelung beinhaltet, bleibt erhalten.

3.1.3 Methoden im Robotik-Bereich

Es existieren zahlreiche Veröffentlichungen im Robotik-Bereich, welche sich mit dem Entwurf einer mechatronischen HiL-Simulation befassen. Die Beispiele zeichnen sich dadurch aus, dass die Prüfstandsaktorik aus robotischen Manipulatoren besteht, welche mehrere FHG des Prüflings aktuieren. Im Zuge der Literaturrecherche hat sich gezeigt, dass die Beiträge ähnliche Problemstellungen wie im Substructuring-Bereich behandeln. Dazu gehört unter anderem die Auseinandersetzung mit der zusätzlichen Dynamik, welche durch das Schnittstellensystem eingebracht wird, vgl. [QGZ+16; KS99]. Außerdem wird die möglichst gute Emulation der Systemdynamik mithilfe einer HiL-Regelung thematisiert, vgl. [MFB12; AP06]. Aufgrund der mehrdimensionalen Anregung des Prüflings steigt die Komplexität der HiL-Simulation. Somit werden zusätzlich andere Problemstellungen behandelt wie die Sicherstellung eines Kontakts zwischen Aktor und Prüfling, vgl. [AP06]. Auch fortgeschrittene Regelungsverfahren der Robotik werden für den Einsatz innerhalb einer HiL-Simulation diskutiert, vgl. [CMP00]. In der Regel werden diese Forschungsfragen anwendungsorientiert beantwortet, sodass eine Übertragbarkeit auf andere HiL-Systeme nicht im Vordergrund steht. Eine Übersicht typischer Anwendungsbeispiele wird in Abschnitt 3.2 gegeben.

Im Robotik-Bereich finden sich Ansätze, die den HiL-Entwurf zu systematisieren versuchen. In diesem Kontext können insbesondere die Arbeiten von F. AGHILI genannt werden. Beispielhaft wird im Folgenden die Arbeit [AP06] zusammengefasst. Die systematische Herangehensweise sowie vergleichbare Methoden lassen sich ebenfalls in [AN09; ANV06] wiederfinden.

In [AP06] wird die roboterbasierte Emulation eines dynamischen Verhaltens betrachtet. Dabei soll mithilfe einer Regelung einem seriellen Robotor die Dynamik eines virtuellen Roboters aufgeprägt werden. Der Roboter interagiert mit seiner Umgebung über den TCP und kann unterschiedliche Aufgaben ausführen. Durch die frei vorgebbare Dynamik des TCP, mithilfe echtzeitfähiger Modelle der Zieldynamik, können so verschiedene Szenarien emuliert werden. Somit kann die HiL-Simulation genutzt werden, um im Bereich der Raumfahrt funktionelle Absicherungen im gravitationsfreien Raum im Labor durchzuführen. Dazu gehören Untersuchungen der Kontaktdynamik zwischen Roboter und Umgebung. Kernelement des Beitrags ist die Regelungsstrategie für die serielle Kinematik. Bei der Bewegung des Roboters werden zwei Phasen betrachtet. Einerseits wird die Anfahrphase, bei der noch kein Kontakt mit der Umgebung besteht, andererseits die Kontaktphase, in der die Arbeiten durchgeführt werden, thematisiert.

Basis des modellbasierten Regelungsentwurfs sind Modelle des Ziel- sowie Prüfstandsroboters. Die nichtlinearen Bewegungsgleichungen resultieren aus einer Starrkörpermodellierung im JS. Die komplexe Umgebung muss nicht modelliert werden. Das Regelungsziel ist es, die Pose des TCP des virtuellen Roboters auf den TCP des Prüfstandsroboters zu übertragen. Die Stellgrößen des Systems sind die Aktormomente der Antriebe der seriellen Kinematik. In dem Beitrag werden zwei verschiedene Regelungsstrategien präsentiert.

In der ersten Regelungsvariante werden die Schnittkräfte bzw. -momente eingeregelt. Dazu muss die tatsächliche Pose in das virtuelle Teilsystem zurückgeführt werden. Es muss sichergestellt werden, dass die Dynamik des virtuellen Robotors in Abhängigkeit der Pose stattfindet. Das hat zur Folge, dass das Modell eine *rheonome Zwangsbedingung*⁸ besitzt. Er resultiert ein System mit *differential-algebraischen Gleichungen (DAE-System)*. Die zweite Regelungsstrategie basiert auf einer Positionsregelung, wobei die Schnittkräfte und -momente in das virtuelle Teilsystem eingeführt werden. Der virtuelle Roboter kann in diesem Fall mit *gewöhnlichen Differentialgleichungen* beschrieben werden. Laut den Autoren resultiert eine exakte Übereinstimmung des dynamischen Verhaltens beider HiL-Systeme unter der Annahme idealer Modellierung und dem Ausbleiben jeglicher Systemstörungen.

Der Analyseteil der Methode befasst sich mit der Stabilität und Genauigkeit der HiL-Simulation bei Einwirkung externer Störungen und unter Anbetracht einer Aktordynamik. Es wird angenommen, dass während der Kontaktphase nur kleine Bewegungen am TCP stattfinden. Somit verschwinden die Coriolis- und Zentrifugalkräfte bzw. -momente und die Massen- sowie Jacobi-Matrizen bleiben konstant. Die Analyse findet dann im Frequenzbereich statt. Das Verhältnis der tatsächlichen und nachzubildenden Masse des Endeffektors wird als entscheidender Einflussfaktor identifiziert. Je geringer die Masse des realen Roboters ist, desto sensibler reagiert das System auf externe Störungen und Messrauschen. Die Analyse der Auswirkungen der Aktordynamik auf das HiL-System beschränkt sich auf die Kontaktphase. Die Aktordynamik wird als PT₁-Glied angenommen. Die Stabiliät des gesamten HiL-Systems wird mit dem NyQUIST-*Kriterium* analysiert. Es resultieren verschiedene Stabilitätskriterien, welche ebenfalls von dem oben beschriebenen Masseverhältnis abhängen. Zusätzlich spielt das Verhältnis zwischen der Aktorbandbreite und der Regelungsbandbreite eine wichtige Rolle.

Die Validierung der Methode wird an mehreren Prüfständen unterschiedlicher Komplexität durchgeführt. Es werden serielle Kinematiken mit einem FHG und drei FHG betrachtet. Dazu werden verschiedene Prüfszenarien für die beiden Regelungsstrategien durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Nachbildung der Bewegungen und Schnittkräfte. Bei dem Übergang in die Kontaktphase weisen lediglich die Schnittkraftverläufe Kraftüberhöhungen und hochfrequente Schwingungen auf.

⁸Zwangsbedingung in mechanischen Systemen, welche explizit von der Zeit abhängt [MLS94].

3.1.4 Methoden im PHiL-Bereich

Neben den betrachteten mechanischen Systemen bei den Substructuring-Methoden sowie im Robotik-Bereich existiert im Bereich der Leistungselektronik ebenfalls ein zunehmender Einsatz von HiL-Simulationen sowie eine intensive Auseinandersetzung mit dem systematischen HiL-Entwurf. Die HiL-Simulation auf Leistungsebene wird dort als *Power Hardware-in-the-Loop (PHiL)* bezeichnet.

In diesem Zusammenhang liefert [RSS⁺11] eine gute Zusammenfassung über die Thematik. Insbesondere wird in dem Beitrag die Kopplung zwischen dem physikalischen und virtuellen Teilsystem diskutiert. Die dazu notwendigen Systeme, wie Sensoren und elektronische Verstärker, werden allgemein als *Schnittstelle* (engl. *interface*) bezeichnet. Der Fokus des Beitrags liegt auf einem systematischen Vorgehen der HiL-Synthese und Analyse. In diesem Kontext werden zwei Fragestellungen formuliert: Wie kann die HiL-Simulationsgüte abgeschätzt werden, wenn das Referenzsystem nicht vorhanden ist? Falls die Leistung der Schnittstelle begrenzt ist und nicht gesteigert werden kann, wie kann die Güte dennoch erhöht werden?

In dem Beitrag werden zahlreiche Literaturquellen und anschauliche Beispiele im Bereich des PHiL genannt. Zum Thema Genauigkeitsanalyse von HiL-Simulationen werden unter anderem Arbeiten von MacDIARMID und eigene Forschungsbeiträge der Autoren zusammengefasst. Bei dem Entwurf der HiL-Simulation werden drei Aspekte diskutiert. Zum einen wird von den Autoren der Begriff interface algorithm eingeführt. Damit ist die Auswahl einer allgemeinen Struktur der Schnittstelle (HiL-Konfiguration) gemeint. Dies beinhaltet die Gestalt des virtuellen Teilsystems und der Regelgrößen der Aktorik. Diese stehen in direktem Zusammenhang zur Stabilität und Simulationsgüte des HiL-Systems. Zweitens werden Kompensationsmöglichkeiten (interface compensation) diskutiert. Ähnlich zu den Methoden der Substructuring-Community werden unter anderem Prädiktionsverfahren zur Kompensation von Totzeiten sowie Filtertechniken zur Sensordatenverarbeitung vorgestellt. Neben der Verbesserung der HiL-Simulationsgüte werden sicherheitskritische Aspekte thematisiert (interface protection). Der Fehler in der HiL-Simulation kann so groß sein, dass es zu Instabilitäten des HiL-Systems und zu einer Beschädigung des Prüflings kommen kann. Dazu wird vorgeschlagen, Sicherheitsmechanismen auf zwei Ebenen zu verwenden. Zunächst müssen harte Grenzen in der Aktorik festgelegt werden, die verhindern, dass der Prüfling zu hohen Belastungen ausgesetzt wird. Zweitens sollen die Ausgänge der Umgebungsmodelle für die unterschiedlichen HiL-Konfigurationen begrenzt werden.

Die Arbeit [RSB09] thematisiert die Genauigkeitsanalyse von PHiL-Simulationen. Der Fokus der Analyse ist das dynamische Verhalten des Schnittstellensystems. Dabei werden zwei Arten von Unsicherheiten im HiL-System betrachtet, die durch das Schnittstellensystem eingebracht werden. Zum einen wird die nicht ideale Übertragungsfunktion der Aktorik genannt. Beispiele sind Effekte der Tiefpassfilterung und zeitliche Verzögerungen. Zum anderen existieren im HiL-System verrauschte Sensorsignale. Die Modellierung des gesamten HiL-Systems erfolgt im Frequenzbereich. Die erste Systemunsicherheit wird als additive Störung, die zweite als externe Systemstörung im Regelkreis berücksichtigt. Je nach Anwendungsfall können die zu untersuchenden Signale im System variieren. Beispielsweise kann das Übertragungsverhalten zwischen dem Eingang des virtuellen Teilsystems und der gemessenen Reaktion des Prüflings von Interesse sein. Das Ziel ist, das Übertragungsverhalten des idealen Referenzsystems mit dem des unsicheren HiL-Systems hinsichtlich der Einflüsse der beiden Unsicherheiten zu vergleichen. Dazu werden zwei Maßzahlen definiert, welche frequenzabhängig gewichtet werden können. Die Berechnung der Maßzahlen erfordert die Modellierung aller Teilsysteme des HiL-Systems. Je nach Komplexität des betrachteten Systems kann dies unter Umständen nicht realisierbar sein. Diesbezüglich wird in dem Beitrag eine Methode zur Abschätzung der Fehlerschranken vorgeschlagen, welche den zu erwartenden Fehler des HiL-Systems enthält. Mithilfe weniger Annahmen kann der maximale Fehler der HiL-Simulation berechnet werden.

3.1.5 Weitere Methoden zur Untersuchung der HiL-Simulationsgüte

Die vorgestellten Entwurfsmethoden aus den verschiedenen Domänen beinhalten neben den Entwurfsschritten ebenfalls methodische Ansätze, um Aussagen über die Genauigkeit der HiL-Simulation zu treffen. Den Autoren der vorgestellten Arbeiten ist bewusst, dass eine möglichst realitätsnahe Nachbildung des Referenzsystems oberste Priorität besitzt. Im Folgenden werden weitere Analysemethoden aus dem Stand der Technik und Forschung vorgestellt.

Die Herausforderung der Bestimmung oder Abschätzung der Güte einer HiL-Simulation wird von W. REN aus der PHiL-Community folgendermaßen formuliert, vgl. [RSB09]: "However, evaluating the accuracy of a PHiL simulation is not a trivial task because, at the time of performing the PHiL simulation, the original system, which is the only system able to generate the correct response, is usually unavailable (otherwise, there would be no reason to perform the PHIL simulation must be evaluated only with the information of the PHIL system itself." Das gleiche Verständnis der Problematik ist ebenfalls in den Arbeiten der Substructuring-Community und von MACDIARMID wiederzufinden. Im Allgemeinen kann die Güte jeder Simulation, auch von reinen Computersimulationen, nur schwer abgeschätzt werden, wenn die Ergebnisse nicht mit denen des nachzubildenden Referenzsystems validiert werden können.

Regelungstechnische HiL-Analyse nach FRANGOS

Zu den ersten Veröffentlichungen, die den Entwurf und die Analyse von mechatronischen HiL-Simulationen als regelungstechnisches Problem behandeln, zählt die Arbeit von C. FRANGOS, vgl. [Fra90]. Im Fokus steht die Untersuchung der Stabilität und Performance eines beispielhaften HiL-Systems. Als Anwendungsbeispiel dient die HiL-Simulation von Flugregelungen. Dazu wird die digitale Regeleinrichtung mit einem dreiachsigen Bewegungssimulator gekoppelt. Ein echtzeitfähiger Rechner simuliert das dynamische Verhalten des Flugobjekts. Wesentlich ist die Hervorhebung der Tatsache, dass dynamische Effekte des HiL-Systems die Nachbildung des Referenzsystems beeinflussen. Identifiziert werden die Einflüsse des dynamischen Verhaltens des Bewegungssimulators und der eingebrachten Verzögerungen durch die Simulation des virtuellen Teilsystems. Die Effekte beeinflussen das Gesamtsystem in negativer Weise durch die Einbringung einer zusätzlichen Phasenverzögerung.

Die Analyse wird mithilfe von zeitdiskreten Modellen der einzelnen Teilsysteme durchgeführt. Zunächst wird ein Blockschaltbild des Gesamtsystems erstellt. Die Übertragungsfunktionen des Referenzsystems und des HiL-Systems werden hinsichtlich ihrer Amplitu-
den- und Phasenreserven miteinander verglichen. Dazu werden Berechungsvorschriften angegeben. Konkrete Zahlenwerte werden nicht betrachtet, sodass eine quantitative Auseinandersetzung nicht stattfindet. Es wird zudem vorgeschlagen, die Eigenwerte miteinander zu vergleichen. Ein Vergleich der Systemantworten würde eine Aussage über die Güte der HiL-Simulation geben. Nach eigenen Aussagen liefern die vorgeschlagenen Ansätze einen ersten vereinfachten Leitfaden für die Analyse einer HiL-Simulation.

Verwendung der Transparenz im Kontext der HiL-Simulation

Die Arbeit von M. BACIC führte den Begriff der *Transparenz*⁹ im Kontext der HiL-Simulation ein, vgl. [Bac05]. Je "transparenter" die Schnittstelle ist, desto höher ist die HiL-Simulationsgüte. Zur Ermittlung der Transparenz wird eine Maßzahl im Frequenzbereich definiert, welche eine Funktion verschiedener *Impedanzen* ist. Eine mechanische Impedanz bspw. ist das Verhältnis von Kraft zu Geschwindigkeit. Die von BACIC vorgeschlagene Maßzahl vergleicht die Impedanzen an der Schnittstelle der Teilsysteme des realen Referenzsystems mit denen des HiL-Systems. Der Prüfling "fühlt" keinen Unterschied, ob er sich in seiner realen oder HiL-Umgebung befindet, wenn auf ihn die gleichen Kräfte wirken und er das gleiche dynamische Verhalten erfährt, vgl. [Bac05]. Die Transparenz bezieht sich vollständig auf das Schnittstellensystem zwischen dem physikalischen und virtuellen Teilsystem.

Eine weitere Methode, welche den Grundgedanken der Transparenz verwendet, wird in [KMH08] vorgeschlagen. Der Fokus der regelungstechnischen Methode liegt auf der Bewertung der Güte des Schnittstellensystems. Zur Anwendung muss das Schnittstellensystem modelliert werden. Dies geschieht mit Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich. In einem vollständig transparenten System nimmt die Übertragungsfunktion im Eingrößenfall den Wert 1 an. Dabei muss angenommen werden, dass der Prüfling und die Umgebung die gleichen Ein- und Ausgänge im Referenzsystem und HiL-System besitzen. Etwaige Abweichungen, z. B. durch strukturelle Änderungen im Prüfsystem, werden nicht berücksichtigt. Die vorgeschlagene Maßzahl berechnet sich aus der Vektornorm der Differenz der Polynomkoeffizienten vom Zähler- und entsprechendem Nennerpolynom. Die Einflüsse der einzelnen Differenzen auf die Maßzahl können mit Gewichtungsfaktoren beeinflusst werden. Die Maßzahl wird sowohl für SISO- als auch MIMO-Systeme angegeben. Mit ihr wird die Genauigkeit der HiL-Simulation in Abhängigkeit der Übertragungsfunktion des Schnittstellensystems bewertet. Die Einflussfaktoren sind die Parameter des Schnittstellensystems, welche sich aus der Aktorik, Sensorik oder Regelung ergeben.

3.2 Vergleichbare Anwendungsbeispiele

Im Vergleich zum vorigen Abschnitt, welcher sich mit den Entwurfs- und Analysemethoden befasst, fasst dieser Abschnitt einige zum Fahrzeugachsprüfstand vergleichbare Anwendungsbeispiele zur HiL-Simulation aus Industrie und Forschung zusammen. Im Fokus stehen Beispiele aus dem Automobilbereich sowie fortgeschrittene HiL-Beispiele aus anderen Domänen.

⁹Der Begriff der Transparenz wird häufig im Bereich der *Teleoperation* verwendet. Damit ist die Steuerung, z. B. eines Roboters, über eine entfernte Distanz, z. B. mittels Fernsteuerung, gemeint. Weitere Informationen zur Teleoperation sind in den Literaturverweisen in [Bac05] zu finden.

3.2.1 Automotive-Bereich

Im Automobilbereich werden mechatronische HiL-Simulationen hauptsächlich für die Entwicklung von Fahrwerkregelsystemen verwendet. Typisch sind Federbeinprüfstände für aktive bzw. semi-aktive Federungssysteme, vgl. [LMR15; FBX12; MTE06; HSH02]. Diese zeichnen sich, bezogen auf die HiL-Simulation, durch einen relativ einfachen Aufbau aus. Das zu untersuchende aktive bzw. semi-aktive Federungssystem stellt den Prüfling dar, während geeignete Fahrzeugmodelle das virtuelle Teilsystem darstellen. Diese stellen ebenso die Signale zur Ansteuerung der aktiven Komponente zur Verfügung. Die Aktuierung ist einachsig und erfolgt meist mit hydraulischen, positionsgeregelten Stellern. Die resultierende Kraft an der Schnittstelle wird gemessen und in das virtuelle Teilsystem zurückgeführt, vgl. Bild 3-1. Bei den genannten Literaturstellen wird die HiL-Simulation als Methode zur Validierung oder zur Auslegung der Fahrwerksregelung verwendet. Es findet keine explizite Beachtung des Entwurfs des HiL-Systems bzw. der Prüfstandsregelung statt. Des Weiteren werden keine Aussagen getroffen, wie gut die durchgeführten HiL-Simulationen die Realität nachbilden.

Neben HiL-Federbeinprüfständen existieren auch fortgeschrittene HiL-Systeme im Automobilbereich. Für diese Arbeit interessant ist ein im Substructuring-Bereich verwendeter Motorradprüfstand. Der Prüfling wird mit mehreren Aktoren angeregt. In der HiL-Simulation soll vor allem die Fahrzeugvertikaldynamik nachgebildet werden.

Motorradprüfstand (University of Bristol)

Eines der wenigen Anwendungsbeispiele aus dem Substructuring-Bereich, welches dem Automotive-Bereich zuzuordnen ist, ist ein Motorradprüfstand an der University of Bristol. Der Prüfstand dient als Anwendungsbeispiel in einigen Veröffentlichungen im Kontext der Substructuring-Methoden, vgl. [LHS⁺13; TSHL11; STL09]. Bild 3-4 zeigt ein Foto des Prüfstands. Die folgende Beschreibung der Anwendungsszenarien bezieht sich auf die genannten Literaturstellen.



Bild 3-4: Motorradprüfstand an der University of Bristol, z. B. [LHS+13]

Das Referenzsystem (Motorrad) wird in drei Teilsysteme (zwei Räder mit Reifen sowie der starre Körper des Aufbaus) zerteilt. Um die Effekte der Einfederung nachzubilden,

werden die Räder jeweils mit einem hydraulischen Zylinder angeregt. Zwei weitere hydraulische Zylinder sind mit dem Aufbau an den ursprünglichen Räder-Koppelpunkten verbunden. Der Aufbau ist vereinfacht aus starren Elementen nachgebaut, wobei die Federbeine enthalten sind. Als Dynamik für die einzelnen hydraulischen Zylinder, welche eine unterlagerte Regelung besitzen, wird ein PT₁-Glied angenommen. Die Zylinder sind mit Positionssensoren und Kraftmessdosen ausgestattet. Da alle Teilsysteme des teilstrukturierten Systems auch physikalisch im Prüfstand belastet werden können, können verschiedene HiL-Konfigurationen mit unterschiedlichen virtuellen Teilsystemen implementiert werden. Außerdem werden in den genannten Quellen auch die Synchronisierungsgrößen variiert. In den untersuchten HiL-Konfigurationen werden einerseits die gemessenen Positionssignale, andererseits die gemessenen Kräfte an der Schnittstelle verwendet. Die virtuellen Teilsysteme sind stets lineare Systeme. Für die Hub- und Nickbewegung des Aufbaus werden kleine Auslenkungen angenommen, sodass sich für die Aufbaubewegung lineare Bewegungsgleichungen ergeben. Für die unterschiedlichen HiL-Konfigurationen werden Synchronisierungsregler mit den in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Methoden entworfen und verglichen.

3.2.2 Bauingenieurwesen

HiL-Simulationen werden auch für Strukturtests von Gebäuden oder für seismische Untersuchungen eingesetzt. Aus dem Bereich entstammen die Substructuring-Methoden. Neben den bereits beschriebenen, eher akademischen Anwendungsbeispielen lassen sich in der Literatur ebenfalls anspruchsvollere HiL-Beispiele finden. In der Regel werden als Prüfsysteme sog. *Rütteltische*, engl. *shaking-tables*, eingesetzt, vgl. Bild 3-5. In diesen wird die zu untersuchende Struktur Schwingungen ausgesetzt. Die Reaktionen werden mit geeigneter Sensorik erfasst, z. B. Kraftaufnehmer oder Beschleunigungssensoren. Die Anregung erfolgt mit hydraulischen Zylindern.



Bild 3-5: Rütteltisch für Strukturtests [ZPT+17]

In [ZPT⁺17] wird mithilfe der HiL-Simulation das dynamische Verhalten eines Gebäudes nachgebildet. Im Speziellen geht es um die Untersuchung von Elementen zur Erhöhung der Erdbebensicherheit. Beispielsweise werden Zwischengeschosse mit elastischen Elementen und speziellen Schwingungsdämpfern ausgestattet. Das virtuelle Teilsystem bildet

die unteren Geschosse des Gebäudes ab, während das physikalische Teilsystem das Zwischengeschoss und die oberen Geschosse abbilden soll. Das physikalische Teilsystem wird mithilfe des Rütteltisches angeregt. Bild 3-5 zeigt das entsprechende Prüfsystem mit Zwischengeschoss und einer vereinfachten Struktur zur Nachbildung des dynamischen Verhaltens der oberen Geschosse. Die resultierenden Kräfte im Prüfling werden in das virtuelle Teilsystem zurückgeführt. Die Anregung des Gebäudes geschieht "virtuell" durch die Vorgabe der Bodenbewegungen in Form von Beschleunigungen. Das dynamische Verhalten der unteren Geschosse resultiert aus dem Modell und die Beschleunigungen an der Schnittstelle werden der geregelten Aktorik des Rütteltisches als Sollvorgabe (beschleunigungsbasierte Regelung) zur Verfügung gestellt. In dem Beitrag wird lediglich ein FHG der realen Struktur angeregt.

In dem Kontext der Strukturtests existieren auch einige HiL-Beispiele in der Literatur, welche eine dynamische Anregung des Prüflings in mehreren FHG beinhalten. Nichtsdestotrotz ist die Anzahl konkreter Anwendungen rar. Dies wird damit begründet, dass die Kopplung mehrerer Aktoren mit einem Prüfling eine große Herausforderung an die Regelung darstellt, vgl. [MW16, S. 255]. Einen Überblick über die Thematik ist in [MW16] enthalten. Außerdem sind Literaturstellen mit entsprechenden Anwendungsbeispielen zusammengefasst.

Im Folgenden wird ein weiterer Beitrag aus der Literatur beschrieben, vgl. [PS13], welcher eine Mehrgrößenregelung für ein Aktorsystem, bestehend aus mehreren Aktoren, behandelt. Eine schematische Darstellung der Teilsysteme der HiL-Simulation ist in Bild 3-6 abgebildet. Die Aktoren sind mit einem Prüfling verbunden, sodass sich geschlossene kinematische Ketten ergeben, welche einer parallelkinematischen Struktur ähneln. In der betrachteten HiL-Konfiguration ist eine dreistöckige Gebäudestruktur real aufgebaut. Mit jedem Geschoss ist ein Aktor horizontal über eine Kraftmessdose verbunden. Außerdem sind jeweils Wegaufnehmer in den Zylindern verbaut. Neben den Anregungseinheiten ist ein semi-aktiver Schwingungsdämpfer in der Gebäudestruktur enthalten. Das virtuelle Teilsystem besteht vereinfacht aus Massenschwingern, um die Eigenfrequenzen des zu emulierenden Referenzsystems nachzubilden.



Bild 3-6: Schematische Darstellung der Teilsysteme der HiL-Simulation in [PS13]

In dem Beitrag wird zur Regelung des Aktorsystems eine modellbasierte Zwei-FHG-Regelung auf Basis von linearisierten Modellen der Strecke vorgeschlagen. Ein wesentlicher Bestandteil ist die Kompensation der strukturellen Verkopplungen der Aktoren sowie deren inhärenter Dynamik. Zur Reglerauslegung ist ein Identifikationsprozess notwendig. Die Analyse basiert auf modellbasierten Untersuchungen der HiL-Simulation. Die Performance wird mithilfe des Synchronisierungsfehlers ausgewertet.

3.2.3 Robotik-Bereich

Im Folgenden werden kurz einige HiL-Anwendungsbeispiele diskutiert, welche robotische Manipulatoren als Anregungseinheiten beinhalten. Wie bereits in Abschnitt 3.1.3 erwähnt, wird in diesem Bereich die HiL-Simulation oft genutzt, um das dynamische Verhalten im gravitationsfreien Raum auf der Erde nachzubilden.

In [MFB12] wird die HiL-Simulation zur Nachbildung eines sog. *Rendezvous and Docking* (*RvD*) Manövers genutzt. Damit wird die Dynamik des räumlichen Andockvorgangs zweier Satelliten simuliert. Die Parameter der sog. *Docking-Hardware* sind in der Regel unsicher, zeitvariant oder auch unbekannt. Demzufolge ist eine reine Computersimulation zur Funktionsabsicherung nicht ausreichend. Es werden zwei positionsgeregelte Gelenkarmroboter, im Folgenden seriellkinematische Maschine (SKM) genannt, verwendet, welche das dynamische Verhalten der Satelliten nachbilden sollen. In Bild 3-7 ist ein Foto der Prüfumgebung dargestellt.



Bild 3-7: Prüfumgebung für die HiL-Simulation zur Nachbildung eines Rendezvous and Docking Manövers [MFB12]

Am Endeffektor der SKM wird anwendungsspezifisches Werkzeug (Aktorik und Sensorik) montiert. Die Kontaktdynamik findet somit mit realer Hardware (physikalisches Teilsystem) statt, während die Umgebungseinflüsse in Echtzeit simuliert werden. Dazu werden Modelle von Satelliten verwendet, welche dabei das virtuelle Teilsystem repräsentieren. Die Rückführung des HiL-Systems (dynamische Zwangsbedingung) wird durch gemessene Kräfte und Momente am TCP realisiert. Als größte Herausforderung wird der Andockvorgang beschrieben. Die eingesetzten SKM besitzen ein zu niedriges Ansprechverhalten sowie eine zur Abbildung der Kontaktdynamik zu geringe Abtastrate. Der geschlossene HiL-Regelkreis kann bei Herstellung des Kontakts instabil werden. Zur Lösung des Problems wird das HiL-System um eine Admittanzregelung erweitert, welche die Referenztrajektorien aus dem virtuellen Teilsystem (Simulation der Satelliten) geeignet modifiziert. Somit können etwaige Abweichungen des Andockvorgangs, die zu Eigenschwingungen führen, abgefangen und die Stabilität des HiL-Systems gewährleistet werden. Admittanzregelungen werden im weiteren Verlauf der Arbeit, s. Abschnitt 3.3.3, erläutert.

Einen weiteren Beitrag zur Thematik der Andockvorgänge zweier Raumfahrzeuge liefert [QGZ⁺16]. Fokus ist erneut der Umgang mit Verzögerungen bzw. Totzeiten im HiL-System. Die Verzögerung wird auf die Kraftsensorik und die Aktorbandbreite zurückgeführt. Diese Verzögerungen führen zu einer ungenauen und unter Umständen instabilen HiL-Simulation. Als Anwendungsbeispiel dient ein Prüfsystem mit einer PKM mit sechs FHG. In dem Beitrag wird untersucht, wie sich Methoden zur Kompensation der Zeitverzögerungen, wie die *Phase-Lead-Kompensation* oder der *Smith-Prädiktor*, in den HiL-Regelkreis integrieren lassen, um eine realitätsnahe HiL-Simulation zu realisieren und insbesondere die Stabilität des HiL-Systems sicherzustellen.

3.3 Regelungsverfahren für Parallelkinematiken

Bei den meisten Anwendungen der Robotik überträgt der geregelte Roboter bzw. Manipulator, meist als SKM realisiert, keine Kräfte auf seine Umgebung. Industrielle Beispiele sind Pick-and-Place-Anwendungen oder Robotersysteme, welche Schweißarbeiten durchführen. Im Vordergrund steht dabei eine genaue Bewegungs- bzw. Positionsregelung. Eine dynamische Interaktion zwischen dem Endeffektor und der Umgebung, bei der Energie ausgetauscht wird, z. B. in Form von Kontaktkräften, findet nicht statt [OMN15].

Soll jedoch der Manipulator mit seiner Umgebung interagieren, reicht eine Positionsregelung nicht aus, da die entstehenden Kontakt- bzw. Interaktionskräfte an der Schnittstelle zwischen Endeffektor und Umgebung nicht berücksichtigt werden. Folglich kann es zu Instabilitäten und somit zu einer Beschädigung der Umgebung oder des Manipulators kommen. Der Einsatz von Kraftregelungen zur Regelung der Interaktion wird notwendig. Der Entwurf dieser ist herausfordernder als der von Positionsregelungen, vgl. [SBZS98, S. 9]: "Force controllers are more sensitive than motion controllers to the system they work with, because the interaction with a changing environment is much more difficult to model and identify correctly than the dynamic and kinematic model of the robot itself, especially in the multiple degree of freedom case." Im Besonderen ist dies der Fall, wenn der Manipulator als Anregungseinheit in einem Prüfsystem verwendet wird. Die Umgebung ist dabei der Prüfling, welcher mit einer mechanischen Ankopplung mit dem Endeffektor verbunden wird. Bei dem Anwendungsbeispiel des Achsprüfstands weist die zu untersuchende Achse ein ausgeprägtes nichtlineares und verkoppeltes Verhalten auf. Zudem variieren die dynamischen Eigenschaften, wie z. B. Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften, stark in den einzelnen Bewegungsrichtungen, vgl. Abschnitt 2.2.2.

Im Folgenden werden die Grundlagen und der aktuelle Stand der Forschung der Regelungsverfahren in der Robotik vorgestellt, welche im Entwurfsteil dieser Arbeit Anwendung finden und erweitert werden. Der Fokus liegt auf Regelungen, welche im OS formuliert sind. Diese zeigen im Vergleich zu Regelungen, welche die Größen im JS regeln, ein deutlich besseres Regelverhalten für PKM. In [Kno17] ist eine umfassende Analyse zu der Thematik im Kontext von Positionsregelungen für PKM, insbesondere für den Hexapoden des Anwendungsbeispiels, zu finden. Des Weiteren werden Regelungen im OS benötigt, wenn die Interaktion des Manipulators mit seiner Umgebung geregelt werden soll [SSVO10, S. 344].

Zunächst werden in diesem Abschnitt Positionsregelungen mit Zustandsschätzung für PKM thematisiert. Da für PKM die Positionsregelung oftmals beobachterbasiert erfolgt, gehören die im Kontext der Beobachtung analysierten Arbeiten größtenteils auch zum Stand der Forschung der Positionsregelungen, sodass die beiden Thematiken gemeinsam betrachtet werden. Anschließend werden *direkte* und *indirekte Kraftregelungsverfahren* präsentiert. Dieser Abschnitt endet mit der Diskussion eines identifizierten Sachverhaltes, welcher einen wichtigen Kern dieser Arbeit darstellt. Dabei wird der Zusammenhang zwischen einer indirekten Kraftregelung und der Grundstruktur einer HiL-Simulation hergestellt und näher beleuchtet.

3.3.1 Positionsregelungen und Zustandsbeobachter

Die größte Herausforderung bei der Realisierung von OS-Regelungen für PKM, welche den aktuellen Zustand benötigen, ist die Bestimmung der Endeffektor-Pose z am TCP, vgl. Gleichung (2-1), vgl. [PAM09, S. 404]. In diesem Kontext existieren zur Lösung des DKP verschiedene Möglichkeiten. In [CF15, S. 101] werden diese in numerische, analytische und beobachterbasierte Methoden unterteilt. Ein häufig verwendetes numerisches Verfahren ist das Newton-Raphson-Verfahren. Mit diesem Verfahren lässt sich die Pose am TCP iterativ, ausgehend von einer Anfangsposition, bestimmen. Nähere Informationen zum Newton-Raphson-Verfahren und dessen Anwendung am Zielsystem sind in [Kno17] zu finden. Ein wesentlicher Nachteil des Newton-Raphson-Verfahrens ist, dass die Konvergenz zur tatsächlichen Lösung nicht gewährleistet werden kann, vgl. [LS01]. Mithilfe analytischer Verfahren werden die expliziten Lösungen des DKP berechnet. Anschließend wird unter Zuhilfenahme von Randbedingungen die tatsächliche Lösung unter hohem Rechenaufwand ausgewählt. Diese Arbeit beschränkt sich auf die beobachterbasierten Methoden, vgl. Abschnitt 2.3.3. Ein Vorteil der Verfahren ist die gesicherte Konvergenz der Lösung im Vergleich zum Newton-Raphson-Verfahren. Zudem wird bei den betrachteten Verfahren gleichzeitig der Geschwindigkeitsvektor mitgeschätzt, vgl. Gleichung (2-2), sodass Maßnahmen zur Differentiation von z nicht notwendig sind.

Ziel der Positionsregelung ist das Nachfahren einer vorgegebenen Trajektorie für den TCP der PKM, welche in der Regel in den kartesischen Koordinaten gegeben ist. Neben der Bestimmung der Zustandsgrößen stellt der Umgang mit den nichtlinearen dynamischen Systemeigenschaften der PKM, vgl. Gleichungen in (2-11) und (2-12), eine weitere große Herausforderung beim Regelungsentwurf dar. Diese sind je nach betrachtetem System und Arbeitsraum unterschiedlich stark ausgeprägt.

Es existieren verschiedene Verfahren für die Regelung der Bewegungen von PKM. Jedoch besitzen sie in der Regel eine gemeinsame Grundstruktur und bestehen im Wesentlichen aus zwei Elementen. Die innere Regelschleife dient der modellbasierten Kompensation der Nichtlinearitäten. Dies erfordert die Berechnung der Matrizen bzw. Vektoren der Bewegungsgleichungen der PKM zur Laufzeit. Es resultiert eine vereinfachte Systemgestalt, im besten Fall ein lineares Ein-/Ausgangsverhalten. In diesem Fall werden zudem die einzelnen kartesischen Bewegungsrichtungen dynamisch voneinander entkoppelt. Für das vereinfachte System wird dann eine äußere Regelkaskade entworfen, welche das Folgeverhalten vorgibt und die Stabilität der Regelung sicherstellt. Das Strukturbild in Bild 3-8 veranschaulicht den prinzipiellen Aufbau einer nichtlinearen, beobachterbasierten OS-Positionsregelung für PKM. Die Referenzgrößen bestehen aus der Pose am TCP und den zeitlichen Ableitungen $\{z, \dot{z}, \ddot{z}\}_{ref}$. Die geschätzten Zustände in \hat{x} des Zustandsvektors $x = [x_1^T x_2^T]^T = [z^T \dot{z}^T]^T$ werden zur Linearisierung und für den Soll-Ist-Vergleich innerhalb der Positionsregelung benötigt. Da in diesem Fall zur Linearisierung die Istgrößen verwendet werden, werden solche Strukturen als *feedback-Linearisierung* bezeichnet. Der Ausgang der Positionsregelung u_z ist ein "neuer" Eingang für die linearisierte Regelstrecke. Der Ausgang des Linearisierungsblocks sind die Soll-Aktorkräfte $F_{q,ref}$ für die unterlagerte Kraft- bzw. Differenzdruckregelung. Messgrößen sind die Ist-Aktorkräfte F_q und die Aktorlängen q. Die expliziten Berechnungsvorschriften der Regelung sind in Abschnitt 5.2 und die der Zustandsbeobachtung in Abschnitt 5.3 zu finden.



Bild 3-8: Beispielhaftes Strukturbild einer beobachter- und flachheitsbasierten Positionsregelung mit feedback-Linearisierung

In der Literatur finden sich verschiedene Bezeichnungen der Regelungsstruktur mit vollständiger Linearisierung bzw. Entkopplung. Aus regelungstechnischer Sicht handelt es sich hierbei um eine *flachheitsbasierte Regelung* mit, im Falle des hier betrachteten Hexapoden, *exakter Zustandslinearisierung*. Im Robotik-Bereich werden solche Regelungen auch als *Inverse Dynamics Control* oder *Computed Torque Control* bezeichnet. Die Grundlagen zur flachheitsbasierten Regelung sind in [Ada18] zu finden. Die Grundlagen zur Positionsregelung in allgemeiner Form für robotische Manipulatoren finden sich in [SSVO10] sowie im Kontext von PKM in [PAM09]. Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über den, bei dem Zeitpunkt der Niederschrift dieser Arbeit, aktuellen Stand der Forschung von Positionsregelungen sowie der Zustandsbeobachtung gegeben. Weitere Quellen sind in [FOT14] bzw. [Kno17] enthalten.

Flachheitsbasierte Regelungen nach KNOOP

Den aktuellen Stand der Technik der Positionsregelungen für hochdynamische PKM und insbesondere für den in dieser Arbeit betrachteten Hexapoden des Anwendungsbeispiels stellen die Ergebnisse von S. KNOOP dar. Eine ausführliche Beschreibung der entwickelten Methoden findet sich in der Dissertationsschrift [Kno17]. Diese basieren teilweise auf den zuvor veröffentlichten Arbeiten der Autorin und der beteiligten Koautoren.

Es werden verschiedene Regelungsvarianten erarbeitet. Diese werden simulativ sowie experimentell analysiert. Dazu gehören Zustandsregelungen im OS und JS. Des Weiteren

werden verschiedene Vorsteuerungsmaßnahmen zur Kompensation der systeminhärenten Nichtlinearitäten vorgestellt. Dies beinhaltet die *feedforward-* und *feedback-Linearisierung*. Die beiden Fälle unterscheiden sich in der Wahl der Zustandsgrößen zur Berechnung der Systemmatrizen bzw. zur Kompensation. Im ersten Fall werden die Sollzustände, im zweiten Fall die Istzustände verwendet. Bei dem Entwurf werden die dynamischen Effekte der Aktordynamik auf den überlagerten Positionsregelkreis berücksichtigt. Zusätzlich werden auch Maßnahmen gegen Stellbegrenzungen ergriffen. Zur Zustandsbeobachtung werden SMB sowie *Kalman-Bucy-Filter* im OS und JS entworfen. Außerdem werden die Beobachter um eine Schätzung von Störgrößen erweitert. Zur Erläuterung der Beobachtung im OS, wird auf Abschnitt 5.3 dieser Arbeit verwiesen.

Mit den erarbeiteten Regelungskonzepten kann eine vollständige Entkopplung der Bewegungsrichtungen erreicht und das dynamische Verhalten für jeden FHG vorgegeben werden. Durch die Kombination aus schnellem Aktorsystem und dem systematischen Regelungsentwurf wird eine hohe Dynamik des betrachteten hydraulischen Hexapoden bei der Nachbildung der Positionssollgrößen erreicht. Experimentelle Ergebnisse bestätigen eine Regelungsbandbreite für die verschiedenen FHG von 30-60 Hz im Kleinsignalbereich.

Backstepping-Regelung mit kontinuierlichem Beobachter nach CHEN et al.

In den Arbeiten von CHEN et al. werden der Entwurf und die Analyse von beobachterbasierten Positionsregelungen für einen Hexapoden mit sechs FHG behandelt, vgl. [CF15] und die darin enthaltenen Verweise auf frühere Beiträge. Das Anwendungsbeispiel ist ein frei beweglicher, hydraulischer Hexapod, welcher als Bewegungssimulator verwendet wird. Die Grundlage des Entwurfs ist zum einen ein Modell eines Hexapoden, vgl. Abschnitt 2.2.1. Zum anderen wird das dynamische Verhalten der einzelnen hydraulischen Zylinder durch Modelle berücksichtigt.

Die Regelung besteht aus einer überlagerten Positions- und unterlagerten Kraft- bzw. Differenzdruckregelung. Aufgrund der Kaskadierung bezeichnen die Autoren den gesamten Regelkreis als *Backstepping-Regelung*. Das Backstepping-Verfahren wird ausführlich in [Ada18, S. 422 ff.] beschrieben. Der Entwurf der unterlagerten Kraftregelung sowie die Modellierung der hydraulischen Komponenten ist in ähnlicher Form für das Zielsystem dieser Arbeit in [Kno17, S. 14 f.] bzw. [FKT15] zu finden. In [CF15] werden die Modelle genutzt, um Reibungseffekte der Zylinder zu kompensieren. Der Entwurf der Positionsregelung geschieht mit der exakten Zustandslinearisierung. Dazu wird eine Kombination aus feedforward- und feedback-Linearisierung verwendet. Für das linearisierte System wird eine kontinuierliche Regelungsstrategie mit konstanten Reglerverstärkungen gewählt.

Die Positionsregelung ist im OS formuliert und benötigt die Pose und Geschwindigkeiten am TCP in den sechs FHG. Diese Größen werden mit einem nichtlinearen, kontinuierlichen Zustandsbeobachter geschätzt. Als Messgrößen dienen die Auslenkungen sowie die Druckgrößen in den einzelnen Zylindern. Das Beobachtermodell besteht aus den Dynamikgleichungen des Hexapoden. Der Ausgangsfehler, d. h. die Differenz zwischen den gemessenen Aktorlängen q und den im Beobachter berechneten Aktorlängen \hat{q} , wird über eine konstante Matrix der Beobachterverstärkungen verstärkt. Folglich besteht die Beobachterrückführung aus Größen im JS. Die Beobachtergleichungen sind jedoch im OS formuliert. Die Transformation der Beobachterrückführung geschieht über eine sog. *Beobachtbarkeitsmatrix*. Solche nichtlinearen Beobachterstrukturen werden in anderen Quellen auch als "*Luenberger-artige Beobachter*", engl. *Luenberger-like observers*, vgl. [BCG⁺17; CDG93], oder *High-gain-Beobachter*, vgl. [Ada18, S. 560 ff.], bezeichnet. Die Herleitung und die Eigenschaften der Beobachtbarkeitsmatrix für das Anwendungsbeispiel dieser Arbeit werden in Abschnitt 5.3 präsentiert. Mithilfe der Transformation lässt sich das System in eine sog. *Beobachtbarkeitsnormalform* überführen, vgl. [Ada18, S. 535 ff.]. Dies erlaubt die Darstellung der Schätzfehlerdifferentialgleichungen im JS. Somit kann die Matrix der Beobachterverstärkungen, analog zu einem Luenberger-Beobachter, anhand der Eigenwerte ausgelegt werden. Aufgrund der Transformation der Beobachtervückführung und bei hinreichend großen Verstärkungen kann, trotz der nichtlinearen Gestalt des Systems, eine Konvergenz des Beobachters gesichert bzw. die Zustandsschätzung ermöglicht werden.

Die Stabilität der Regelung und des Beobachters wird formal mit der direkten Methode nach Lyapunov gezeigt. Die Wahl der Lyapunov-Funktionen orientiert sich dabei an der Herangehensweise des Backstepping-Verfahrens. Die Validierung der Regelungs- und Beobachterstrategie erfolgt mithilfe von Simulationen und Experimenten an einem realen hydraulischen Hexapoden. Dieser ähnelt, bezogen auf die Dimensionierung, dem in dieser Arbeit betrachteten Zielsystem. Jedoch ist die Leistungsfähigkeit der hydraulischen Zylinder, bezogen auf die maximal zu stellende Kraft, um den Faktor 4 geringer. Zur Beurteilung der Beobachtergüte am realen System werden die geschätzten Trajektorien mit iterativ berechneten Trajektorien (Newton-Raphson-Verfahren) verglichen. Die Referenztrajektorien sind einfache Bewegungen wie Sinusschwingungen mit einer maximalen Frequenz von ca. 1,1 Hz. Im Vergleich zu den vorigen Arbeiten der Autoren konnte aufgrund der Druckregelung eine deutliche Steigerung der Performance erzielt werden. Trotz der schwachen Performance im Vergleich zu den erzielten Ergebnissen in [Kno17] beinhaltet der Beitrag [CF15] eine rigorose theoretische Entwurfsmethode mit Lyapunov-Stabilitätsnachweis für Positionsregelungen für PKM, wie auch in der Analyse in [MKCS17] identifiziert wird.

Sliding-Mode-Regelung und Beobachter nach KUMAR et al.

In dem Beitrag [KBB17] wird eine beobachterbasierte Positionsregelung vorgeschlagen, welche sich durch die Verwendung von Sliding-Mode-Techniken auszeichnet. Sowohl für die Regelung als auch für den Beobachter werden Sliding-Mode-Methoden höherer Ordnung verwendet. Die Folgeregelung besteht zum einen aus Termen zur Kompensation der Nichtlinearitäten in den Bewegungsgleichungen des Hexapoden. Zum anderen wird für den Soll-Ist-Vergleich ein Sliding-Mode-Regler mit einem konventionellen Twisting-Algorithmus vorgeschlagen, vgl. [SEFL14, S. 148 ff.]. Für die Zustandsschätzung werden SMB mit einem STA entworfen. Die Beobachterrückführung besteht aus Super-Twisting-Termen, welche in Abschnitt 5.3.3 vorgestellt werden. Sie ist im JS formuliert und wird mit einer Transformationsmatrix multipliziert. Dadurch lassen sich die Beobachtergleichungen in eine Standardform von STA-Beobachtern bringen, vgl. [DFL05]. Im Vergleich zu dem vorher beschriebenen Luenberger-artigen Beobachteransatz wird für die Transformation keine Beobachtbarkeitsmatrix benötigt. Die Transformationsmatrix beinhaltet lediglich eine analytische Jacobi-Matrix, vgl. Gleichung (2-6).

Hervorzuheben ist, dass Systemunsicherheiten beim Regelungs- und Beobachterentwurf berücksichtigt werden. Diese werden qualitativ, durch die Angabe von oberen Grenzen, abgeschätzt. Der Beitrag beinhaltet Stabilitätsanalysen bzw. Konvergenzbeweise für die Regelung sowie den Beobachter. Die Konvergenz des Beobachters wird mit einer Analyse der Schätzfehlerdifferentialgleichungen im JS durchgeführt. Dabei wird die Methode nach Filippov genutzt, vgl. [FA88]. Anhand der abgeschätzten Unsicherheiten im System werden die Beobachterverstärkungen vorgeschlagen, vgl. Abschnitt 2.3.3. Anschließend wird gezeigt, dass bei Konvergenz der Ausgangsgrößen ebenfalls eine Konvergenz der Zustandsgrößen vorliegt. Die Konvergenz geschieht in endlicher Zeit. Zur Validierung der vorgeschlagenen beobachterbasierten Regelung werden Simulationen durchgeführt. Dabei werden die Systemunsicherheiten durch eine zeitliche Änderung der Masse der Endeffektorplattform sowie durch eine additive Störung auf Beschleunigungsebene berücksichtigt. Die Referenztrajektorien sind einfache sinusförmige Verläufe mit einer Frequenz von ca. 0,8 Hz. Eine Dynamik der Aktoren wird in den Simulationen nicht berücksichtigt.

3.3.2 Direkte Kraftregelungen und hybride Strukturen

Regelungen für Manipulatoren, welche mit der Umgebung interagieren, lassen sich in *direkte* und *indirekte Kraftregelungen* unterteilen. Der Unterschied liegt in der Vorgabe der Sollgrößen. Bei einer direkten Kraftregelung sollen gezielt *Interaktionskräfte/-momente* eingeregelt werden. Bei indirekten Verfahren wird dem Manipulator ein dynamisches Soll-Übertragungsverhalten in Form einer Impedanz oder Admittanz vorgegeben. Im Folgenden werden die notwendigen Grundlagen sowie der für diese Arbeit relevante Stand der Forschung der direkten Kraftregelverfahren präsentiert. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf den indirekten Kraftregelungsverfahren, da das Regelungsziel im Allgemeinen dem der HiL-Simulation entspricht. Näheres wird in den darauffolgenden Abschnitten präsentiert. Einen umfassenden Überblick zu den Grundlagen von Kraftregelungen liefern das Fachbuch [SSVO10] sowie die Artikel [VS08; SBZS98], auf denen die folgende Zusammenfassung basiert.

Es existieren verschiedene Realisierungsmöglichkeiten von Kraftregelungen. Zur gezielten Regelung der Sollgrößen in der Form von Kräften und Momenten werden üblicherweise kaskadierte Strukturen mit unterlagerten Positions- und Geschwindigkeitsregelungen verwendet. Solche Kaskadenregelungen weisen eine höhere Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten oder externen Störungen auf, vgl. [SBZS98]. Der Nachteil ist, dass die erreichbare Regelbandbreite durch den unterlagerten Regelkreis eingeschränkt wird. Im Gegensatz dazu sind auch Kraftregelungen ohne unterlagerte Rückführungen der Bewegungsgrößen möglich, welche als sog. *explizite Kraftregelungen* bezeichnet werden.

Zur Realisierung breitbandiger Kraftregelungen ist eine Verwendung der im vorigen Abschnitt beschriebenen Methoden zur Kompensation der Nichtlinearitäten zweckmäßig. Für das linearisierte System werden in der Regel PI- oder PID-Regler verwendet. Da außerdem die Schnittkräfte bzw. -momente zwischen Manipulator und Umgebung die Größen darstellen, welche die Interaktion vollständig beschreiben, ist die Verwendung gemessener Größen im Regelkreis ein hilfreiches Mittel, um die Regelgüte weiter zu erhöhen, vgl. [SSVO10, S. 364]. Bei komplexen Kontaktsituationen, die sich durch stark variierende dynamische Eigenschaften in verschiedenen FHG auszeichnen, kann es sinnvoll sein, kinematische Zusammenhänge oder Dynamikmodelle der Umgebung bzw. des Prüflings in der Regelung zu verwenden, vgl. [VS08].

Üblicherweise werden Kraftregelungen in Kombination mit Positionsregelungen als sog. hybride Positions-/Kraftregelungen eingesetzt. Die grundlegende Idee dabei ist die Aufteilung der regelbaren FHG eines Manipulators in entweder kraft- oder positionsgeregelte FHG, vgl. [RC81]. Dies bezieht sich nicht nur auf Größen im kartesischen Raum. Wesentlich ist, dass eine gleichzeitige Regelung von Positions- und Kraftgrößen eines FHG nicht möglich ist. Die Auswahl zwischen einer Positions- und Kraftregelung geschieht mithilfe einer diagonalen Selektionsmatrix S. Die Einträge auf der Hauptdiagonalen sind für die kraftgeregelten Richtungen 1 und für die positionsgeregelten Richtungen 0. Bild 3-9 zeigt ein allgemeines Strukturbild einer hybriden Positions-/Kraftregelung. Im Vergleich zu dem Strukturbild der Positionsregelung in Bild 3-8 steht die PKM über den TCP in Interaktion mit einer Umgebung, sodass Kontaktkräfte bzw. -momente τ entstehen. Auf die Darstellung des Zustandsbeobachters wird in dem Strukturbild verzichtet. Der Ist-Zustand, welcher durch z und \dot{z} beschrieben wird, sowie die Ist-Kräfte τ werden zurückgeführt. Die Reglerausgänge werden mit der jeweiligen Selektionsmatrix multipliziert und anschließend addiert, sodass für jeden regelbaren FHG eine Regelungsvorschrift existiert.



Bild 3-9: Strukturbild einer hybriden Positions-/Kraftregelung, angelehnt an [SSVO10]

Die FHG, in denen die Bewegung des Manipulators durch die Umgebung eingeschränkt wird (engl. *constrained motion*), werden üblicherweise kraftgeregelt. In den Richtungen, welche keine "großen" Beschränkungen aufweisen, werden Positionsregelungen eingesetzt. Auch in mechanischen Prüfsystemen, insb. Achsprüfständen, werden die FHG positionsgeregelt, die aufgrund der "idealen" Kinematik des Prüflings viel Bewegung erlauben. Dazu gehört bspw. die Einfederung einer Radaufhängung, vgl. Abschnitt 2.2.2. Die Richtungen, in denen nur eine geringe Bewegung aufgrund der steifen Elemente, z. B. Elastomerlager, möglich ist, werden in der Regel kraftgeregelt.

Die Anzahl der Anwendungen von Kraftregelungsverfahren (direkte und indirekte Verfahren) für PKM ist deutlich geringer als von Positionsregelungen. In diesem Kontext ist auch der Einsatz von PKM in mechanischen Prüfständen eher selten, vgl. [LPBC14]. Dies lässt sich damit begründen, dass PKM eher für Pick-and-Place-Anwendungen oder als Bewegungssimulatoren verwendet werden, sodass eine Kraftregelung für die Interaktionskräfte nicht notwendig ist. Einen Beitrag zu (hybriden) Kraftregelungen für PKM als Lastsimulatoren im Allgemeinen und für das Anwendungsbeispiel dieser Arbeit im Speziellen liefern die Arbeiten von A. KOHLSTEDT, z. B. [KOF⁺16]. Im Fokus steht eine schnelle, breitbandige Regelung der Kräfte bzw. Momente für PKM. Das Ziel ist die Vermeidung von den in Abschnitt 1.1.2 beschriebenen üblichen iterativen Einlernprozessen bei Fahrzeugachstests. Im Kontext der HiL-Simulation werden direkte Verfahren auch in [OKT⁺18] behandelt. Weitere Arbeiten im Kontext von PKM behandeln unter anderem den Entwurf von adaptiven Kraftregelungen zur Anpassung der Reglerparameter an sich verändernde dynamische Eigenschaften eines Prüflings, vgl. [WFC14; LPBC14]. In [BAMT11] werden hybride Positions-/Kraftregelungen für verschiedene PKM entworfen. Ein ausführlicher Stand der Technik und Forschung ist in [MKCS17, S. 673 f.] sowie in [KTO⁺17] zu finden.

3.3.3 Indirekte Kraftregelungen

Im Vergleich zu direkten Kraftregelungen, bei denen die Kräfte bzw. Momente die Sollgrößen für die Regelung darstellen und das Regelziel die genaue Einstellung dieser ist, wird bei indirekten Kraftregelungen dem Manipulator eine gewünschte Zieldynamik aufgeprägt. Bei Vorhandensein von Kräften aufgrund einer Interaktion mit der Umgebung verhält bzw. bewegt sich der Manipulator dann gemäß der vorgegebenen Dynamik. Somit wird ein Zusammenhang zwischen der Endeffektor-Pose und den Interaktionskräften/-momenten hergestellt. Es lässt sich bspw. bei Krafteinwirkung eine gewünschte Nachgiebigkeit einstellen. Folglich werden die Interaktionskräfte zwischen Manipulator und Umgebung auf indirekte Weise geregelt. In der Regel finden indirekte Kraftregelungen Einsatz bei Montageaufgaben oder bei Aufgaben mit einer *Mensch-Maschine-Interaktion*. Die Grundlagen der hier vorgestellten Regelungen basieren auf [SSVO10; SHV05] sowie in Teilen auf den Ergebnissen der Arbeiten [PO16; GKO15].

Indirekte Kraftregelungen wurden erstmals in dem mehrteiligen Artikel von N. Hogan [Hog85] beschrieben. Seitdem haben sich verschiedene Varianten etabliert, welche sich in der grundsätzlichen Regelungsstruktur unterscheiden. Im Folgenden werden nur die beiden am häufigsten verwendeten Strukturen erläutert, die für das Verständnis dieser Arbeit hilfreich sind. Zum einen ist dies die *Impedanzregelung*, zum anderen die *Admittanzregelung*. Es wird betont, dass diese Bezeichnungen in der Literatur nicht einheitlich sind und abweichen können.

Die Begriffe Impedanz bzw. Admittanz werden verwendet, da die Zieldynamik als Verhältnis zwischen den Bewegungsgrößen, wie Positionen bzw. Geschwindigkeiten, und den Interaktionskräften bzw. -momenten des Endeffektors beschrieben wird. Gleichzeitig wird der Quotient einer Kraft F und Geschwindigkeit v bei mechanischen Systemen als sog. mechanische Impedanz bezeichnet. Allgemein ist die mechanische Impedanz Z für ein lineares System im Laplace-/Frequenzbereich

$$Z(s) = \frac{F(s)}{v(s)}.$$
(3-7)

Für rotatorische Größen gilt dies analog mit Momenten und Winkelgeschwindigkeiten. Der Kehrwert ist die sog. *mechanische Admittanz*. Bei linearen Systemen sind Impedanzmodelle nach Gleichung (3-7) äquivalent zu Übertragungsfunktionen. Das grundlegende Regelungsziel ist, dass der geschlossene Regelkreis das Impedanzmodell abbildet. Anhand der Parameter der Impedanzmodelle, z. B. Masse, Dämpfung oder Steifigkeit, wird das Regelverhalten eingestellt. Folglich lässt sich, je nach Leistungsfähigkeit des Manipulators, das Verhalten eines anderen dynamischen Systems emulieren, um bspw. Interaktionskräfte zu minimieren oder die Anpassungsfähigkeit an die Umgebung zu steigern.

Akademisches Beispiel

Die Idee der indirekten Kraftregelung sowie die Unterschiede zwischen Impedanz- und Admittanzregelung werden anhand eines akademischen Beispiels verdeutlicht. Das Beispiel sowie die Herleitung und Diskussion sind größtenteils [OMN15] entnommen.

Das betrachtete System ist eindimensional und linear. Betrachtet wird ein ideal kraftgeregelter Aktor, welcher mit einer Umgebung interagieren soll. Der Aktor besteht aus einer Masse $m_A \in \mathbb{R}^+$ (Endeffektormasse), welche durch die Vorgabe einer Kraft F_A angesteuert und durch die externe Interaktionskraft F_M beeinflusst wird. Beide Kraftgrößen liegen als ideale Messgrößen vor. Die Bewegung der Aktormasse wird durch die Position z_A mit der Bewegungsdifferentialgleichung

$$m_A \ddot{z}_A = F_A - F_M \tag{3-8}$$

beschrieben. Mithilfe einer indirekten Regelung soll folgende Impedanz eingestellt werden:

$$m_{I}\ddot{e}_{z} + d_{I}\dot{e}_{z} + c_{I}e_{z} = -F_{M}.$$
(3-9)

Hierbei sind $m_I, d_I, c_I \in \mathbb{R}^+$ die vorgebbaren Trägheits-, Dämpfungs- und Steifigkeitsgrößen des Impedanzmodells. Die Abweichung der aktuellen Positionstrajektorie z_A von einer beliebigen Trajektorie z_0 , z. B. Gleichgewichtslage, stellt die Größe $e_z = z_A - z_0$ dar. Die Übertragungsfunktion von der negativen Interaktionskraft F_M zu der Differenz e_z lautet

$$G_{I} = \frac{e_{z}(s)}{-F_{M}(s)} = \frac{1}{m_{I}s^{2} + d_{I}s + c_{I}}$$

Zur Realisierung der Wunschübertragungsfunktion muss eine Regelungsvorschrift für F_A gefunden werden. Diese lässt sich durch Umstellen der Gleichung (3-8) und durch Einsetzen des Impedanzmodells (3-9) finden:

$$F_{A} = m_{A}\ddot{z}_{A} + F_{M}$$

= $m_{A}\ddot{z}_{A} - m_{I}\ddot{e}_{z} - d_{I}\dot{e}_{z} - c_{I}e_{z}$
= $(m_{A} - m_{I})\ddot{z}_{A} + m_{I}\ddot{z}_{0} - d_{I}\dot{e}_{z} - c_{I}e_{z}.$ (3-10)

Eine Rückführung der Beschleunigung \ddot{z}_A kann durch Verwendung der messbaren Interaktionskraft F_M mithilfe der Gleichung (3-8) vermieden werden. Es resultiert

$$F_A = \left(1 - \frac{m_A}{m_I}\right) F_M + m_A \ddot{z}_0 - \frac{m_A}{m_I} \left(d_I \dot{e}_z + c_I e_z\right).$$
(3-11)

Die Regelungsvorschrift erfordert eine zusätzliche Messung der Position z_A und Geschwindigkeit \dot{z}_A . Mithilfe der Regelungsvorschrift lässt sich bei Annahme einer perfekten Modellierung sowie einer idealen Aktorik und Sensorik die gewünschte Zielimpedanz einstellen. Bild 3-10 zeigt das Strukturbild des impedanzgeregelten Systems.

Im Vergleich zu einer Impedanzregelung wird bei einer Admittanzregelung unterlagert keine Kraftregelung sondern eine Positionsregelung verwendet. Das Ziel dieser ist eine Folgeregelung der Position z_A . Im Folgenden wird ein zu [OMN15] modifizierter Ansatz vorgestellt, welcher auf einer Kompensation der Systemdynamik der Strecke, s. Gleichung (3-8),



Bild 3-10: Strukturbild eines impedanzgeregelten Systems, angelehnt an [OMN15]

und einer PD-Regelungsvorschrift basiert. Zusätzlich werden die Geschwindigkeit $\dot{z}_{A,r}$ und die Beschleunigung $\ddot{z}_{A,r}$ vorgesteuert, sodass sich eine höhere Regelbandbreite erreichen lässt. Die Regelungsvorschrift lautet

$$F_A = m_A \left(\ddot{z}_{A,r} + k_D \left(\dot{z}_{A,r} - \dot{z}_A \right) + k_P \left(z_{A,r} - z_A \right) \right) + F_M.$$
(3-12)

Die Größe $z_{A,r}$ und ihre zeitlichen Ableitungen sind die Referenzwerte der Positionsregelung. Die Regelfehlerdifferentialgleichung des positionsgeregelten Systems ergibt sich aus den Gleichungen (3-8) und (3-12):

$$\ddot{e}_{p,z} + k_D \dot{e}_{p,z} + k_P e_{p,z} = 0$$

Hierbei ist $e_{p,z}$ der Regelfehler der Positionsregelung mit $e_{p,z} = z_{A,r} - z_A$. Mithilfe der positiven Reglerverstärkungen $k_D, k_P \in \mathbb{R}^+$ lässt sich das Konvergenzverhalten einstellen.

Zur Einstellung der Zielimpedanz in Gleichung (3-9) müssen die Sollwerte für den Positionsregler $z_{A,r}, \dot{z}_{A,r}, \ddot{z}_{A,r}$ geeignet vorgegeben werden. Dies lässt sich mit folgendem Admittanzmodell erreichen:

$$m_I(\ddot{z}_{A,r} - \ddot{z}_0) + d_I(\dot{z}_{A,r} - \dot{z}_0) + c_I(z_{A,r} - z_0) = -F_M.$$
(3-13)

Somit besteht die gesamte Regelung aus zwei Regelungsvorschriften, nämlich aus der unterlagerten Positionsregelung in Gleichung (3-12) und aus dem Admittanzmodell in Gleichung (3-13). Des Weiteren besitzt das admittanzgeregelte System im Vergleich zum impedanzgeregelten System zwei zusätzliche Zustände. In Bild 3-11 ist das Strukturbild des admittanzgeregelten Systems abgebildet.



Bild 3-11: Strukturbild eines admittanzgeregelten Systems, angelehnt an [OMN15]

Die resultierende Stellgröße F_A kann durch Einsetzen der Beschleunigung $\ddot{z}_{A,r}$ aus Gleichung (3-13) in Gleichung (3-12) bestimmt werden. Es resultiert

$$F_{A} = \left(1 - \frac{m_{A}}{m_{I}}\right)F_{M} + m_{A}\ddot{z}_{0} - \frac{m_{A}}{m_{I}}\left(d_{I}\left(\dot{z}_{A,r} - \dot{z}_{0}\right) + c_{I}\left(z_{A,r} - z_{0}\right)\right) + m_{A}\left(k_{D}\left(\dot{z}_{A,r} - \dot{z}_{A}\right) + k_{P}\left(z_{A,r} - z_{A}\right)\right).$$

Wird nun angenommen, die Positionsregelung besitzt eine unendlich hohe Regelbandbreite und es gilt $z_A \equiv z_{A,r}$, so resultiert die Stellgröße der Impedanzregelung in (3-11). Somit bilden beide vorgestellten indirekten Kraftregelungen das gewünschte Impedanzmodell, jedoch mit einer unterschiedlichen Realisierung und damit einhergehenden Dynamik, ab.

Eigenschaften und Diskussion

Als Vorteil der indirekten Kraftregelungen lässt sich vor allem die Tatsache nennen, dass in der Regel kein Modell der Umgebung benötigt wird. Die Interaktionskräfte werden durch ihre Rückführung über ein Impedanz- bzw. Admittanzmodell kontrolliert ohne direkt einen bestimmten Wert einnehmen zu müssen.

Die oben genannten Umsetzungen der indirekten Kraftregelung als Impedanz- oder Admittanzregelung weisen andere dynamische Eigenschaften auf. Die Impedanzregelung eignet sich vor allem für den Einsatz in Manipulatoren, welche mit einer "steifen" Umgebung interagieren. Im Gegensatz dazu eignet sich die Admittanzregelung für die Interaktion mit einer "weicheren" Umgebung sowie für die Regelung des Manipulators, welcher noch nicht mit der Umgebung gekoppelt ist bzw. mit dieser noch keinen Kontakt hergestellt hat. Durch die unterlagerte Positionsregelung zeigen Admittanzregelungen eine höhere Robustheit gegenüber Systemunsicherheiten, wie z. B. Reibungseffekte in der Strecke. Jedoch kann die Positionsregelung das dynamische Verhalten der gesamten Regelstrecke beeinflussen. Somit sollte sie so ausgelegt werden, dass eine möglichst hohe Regelbandbreite realisiert werden kann. Zusätzlich sollte das dynamische Regelverhalten für den Manipulator optimiert werden. Eine umfangreiche Diskussion über die Unterschiede bezüglich der Stabilitäts- und Performanceeigenschaften am oben aufgeführten Beispiel ist in [OMN15] sowie in allgemeiner Form in [SSVO10] zu finden.

Die Stabilität des Regelkreises hängt von vielen Faktoren ab. Für eine Stabilitätsanalyse muss ein Modell zur Berechnung der Interaktionskraft angenommen werden. Anschließend muss ein Gesamtmodell des geschlossenen Regelkreises mit Umgebung gebildet werden. Anhand dessen kann das dynamische Verhalten beschrieben und, z. B. anhand von Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen, analysiert werden, vgl. [SSVO10]. Untersuchungen von Stabilitätsgrenzen des geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit einzelner Regelparameter sowie Totzeiten sind bspw. in [Law88; AH87; LS87] zu finden. Bei einem admittanzgeregelten System muss die unterlagerte Positionsregelung eine höhere Regelbandbreite besitzen als die überlagerte Admittanzregelung, vgl. [SSVO10, S. 377].

Die Idee der indirekten Kraftregelung, welche am eindimensionalen System veranschaulicht wurde, lässt sich auf den mehrdimensionalen Fall übertragen, was den Einsatz für robotische Anwendungen interessant macht. Die Regelungen können dabei im JS oder OS formuliert werden. Die Impedanzmodelle werden jedoch häufig mit kartesischen Größen dargestellt, da dies physikalisch anschaulicher ist. Ansonsten ist eine Umrechnung mit der inversen bzw. direkten Kinematik notwendig. Die Ausprägung der Impedanz- und Admittanzmodelle kann dabei vielfältig sein. Ein häufig verwendetes lineares Modell ist das eines Massenschwingers, vgl. Gleichung (3-9), bestehend aus Trägheits-, Dämpfungs- sowie Steifigkeitselementen. Nichtlineare Modelle sind ebenfalls möglich. Eine detaillierte Diskussion zu der Auswahl und Gestaltung ist in den Arbeiten [WW13; SF12] zu finden.

Theoretisch sind indirekte Kraftregelungen auch ohne eine Messung der Interaktionskräfte bzw. -momente realisierbar. Solche Verfahren werden nicht näher betrachtet. Vorteile der Messung sind die Entkoppelbarkeit der einzelnen kartesischen Bewegungsrichtungen und die damit einhergehende Linearisierung des Systemverhaltens für den Mehrgrößenfall. Näheres dazu ist in [SSVO10, S. 373] zu finden.

Stand der Forschung

Fortgeschrittene Verfahren der indirekten Kraftregelungen beinhalten bspw. eine adaptive Anpassung der Impedanzparameter, vgl. [GLW14], oder sie verwenden einen iterativ lernenden Algorithmus, vgl. [HDS16; LYTB14; BSTS11]. Des Weiteren existieren passivitätsbasierte Verfahren, welche einen sanften Übergang zwischen der freien Bewegung des Manipulators und dem Kontakt zur Umgebung ermöglichen, vgl. [Had17].

Anwendungen der indirekten Kraftregelung für PKM sind rar, da die Systemanordnung eher untypisch ist. PKM, welche mit der Umgebung interagieren, z. B. als Lastsimulator, verlangen meist eine direkte Einstellung von Kräften oder Momenten. Einen Beitrag zur indirekten Kraftregelung für PKM liefert [DP09]. Betrachtet wird ein hydraulischer Hexapod. Der modellbasierte Entwurf berücksichtigt die Dynamik des Starrkörpers des Endeffektors und der Hydraulik. Die indirekte Regelung ist als Admittanzregelung realisiert. Unterlagert wird eine PD-Positionsregelung im JS und als Admittanzmodell die Dynamik des Massenschwingers für jeden einzelnen Hydraulikzylinder verwendet. Eine Messung der Interaktionskräfte und -momente ist gegeben. Mithilfe von Simulationsergebnissen wird die Regelgüte beurteilt.

3.3.4 Analogie zwischen HiL-Simulationen und indirekten Kraftregelungen

Bei einem Vergleich der regelungstechnischen Problemstellungen von mechatronischen HiL-Systemen, insb. im Substructuring-Bereich, und von indirekten Kraftregelungen lassen sich interessante Zusammenhänge erkennen. Bei näherer Betrachtung des akademischen Beispiels in Abschnitt 3.1.1 sowie der Erkenntnisse aus dem vorigen Abschnitt lässt sich bspw. feststellen, dass durch die Struktur des HiL-Systems die Kontaktkraft F_M an der Schnittstelle zwischen dem physikalischen und virtuellen Teilsystem indirekt geregelt wird. Es wird angenommen, dass die Synchronisierungsregelung als Positionsregelung analog zur Regelungsvorschrift in Gleichung (3-12) ausgelegt wird und der Aktor durch die Vorgabe der Aktorkräfte F_A mithilfe einer unterlagerten Kraft bzw. Druckregelung angesteuert werden kann. Dann entspricht die Regelung mit dem virtuellen Teilsystem einer Admittanzregelung, vgl. Bild 3-11. Eine Umstrukturierung des Blockschaltbilds des HiL-Systems in Bild 3-2 ist in Bild 3-12 zu sehen und verdeutlicht den Zusammenhang. Da das virtuelle Teilsystem die Positionssollgrößen aus der Interaktionskraft berechnet, stellt es die mechanische Admittanz dar. Es gilt $\{z, z, \ddot{z}\}_{A,r} = \{z, z, \ddot{z}\}_V$.



Bild 3-12: Umstrukturiertes Blockschaltbild des beispielhaften Substructuring-/HiL-Systems aus Bild 3-2

In beiden Regelkreisen, vgl. Bild 3-12 bzw. Bild 3-11, wird die Solltrajektorie der Position für die unterlagerte Positionsregelung durch das virtuelle Teilsystem bzw. Admittanzmodell in Abhängigkeit der gemessenen Interaktionskraft modifiziert. Wie bei den indirekten Kraftregelungsverfahren ist bei HiL-Simulationen die gezielte Einregelung von Kräften oder Positionen nicht entscheidend. Vielmehr soll eine gewünschte Zieldynamik nachgebildet werden, welche sich aus der Interaktion zwischen dem Prüfling und dem virtuellen Teilsystem zusammensetzt. Da in bestimmten HiL-Systemstrukturen die Interaktionskräfte indirekt durch das virtuelle Teilsystem geregelt werden, können - innerhalb einer HiL-Simulation - auch in komplexen räumlichen Kontaktsituationen zwischen Manipulator und Prüfling "einfache" Positionsregelungen verwendet werden. Somit entfällt unter Umständen die Realisierung aufwändiger Kraftregelungsverfahren und die damit einhergehende Erstellung von Modellen des Prüflings. Ein weiterer Vorteil ist, dass sich bewährte Methoden zur Analyse und Synthese von indirekten Kraftregelungen, z. B. für Stabilitätsuntersuchungen, auf die HiL-Problematik übertragen lassen. Diese können genutzt werden, um den Entwurf und die Analyse von komplexen HiL-Simulationen mit PKM oder allgemeinen Manipulatoren zu vereinfachen.

Der wesentliche Unterschied des Entwurfs einer indirekten Kraftregelung zum HiL-Systementwurf liegt in der Auslegung des Impedanz- bzw. Admittanzmodells und des virtuellen Teilsystems. Ersteres kann, je nach Anforderung an die dynamischen Eigenschaften der Interaktion, modifiziert werden. Dies kann erforderlich sein, falls sich die Umgebung des Prüflings ändert. Für HiL-Simulationen ist das virtuelle Teilsystem meist gegeben und bereits validiert. Eine Modifikation des Modells ist in der Regel nicht erwünscht. Eine Diskussion der Analogie zwischen HiL-Simulationen und indirekten Kraftregelungen wurde erstmals in [OKT⁺16a] veröffentlicht.

3.4 Zusammenfassung und Handlungsbedarf

Im Folgenden wird der Stand der Technik und Forschung der drei Themenfelder aus den vorigen Abschnitten zusammengefasst und diskutiert. Darauf aufbauend werden anschließend offene Fragen und der Handlungsbedarf dieser Arbeit identifiziert.

Regelungstechnische Entwurfs- und Analysemethoden für HiL-Systeme

Der Großteil der formalen Entwurfs- und Analysemethoden von HiL-Systemen stammt aus dem Substructuring-Bereich. Der Beitrag dieser Methoden für den Entwurf von mechatronischen HiL-Simulation ist enorm, wie auch in [Mac09, S. 22] aus der HiL-basierten Perspektive festgestellt wird.

Die Formulierung des HiL-Entwurfs wird als regelungstechnisches Problem verstanden. Allen Methoden gemein ist der Versuch einen allgemeinen, domänenunabhängigen Formalismus zu schaffen. Das übergeordnete Ziel ist stets die Nachbildung eines realen Referenzsystems. Es existieren zahlreiche Regelungen zur Synchronisierung des physikalischen und virtuellen Teilsystems sowie Methoden zur Kompensation der unerwünschten Aktordynamik. Auch in der Konzipierungsphase eines HiL-Prüfstands können die Ideen des Substructuring für Kausalitätsüberprüfungen von HiL-Konfigurationen angewandt werden. Im Vergleich zu den Arbeiten von *MacDiarmid* wird ein physikalisch orientiertes Verständnis der Problematik bevorzugt.

Zur Validierung werden meist einfache, akademische Anwendungsbeispiele untersucht (lineare bzw. linearisierte Systeme). Erweiterungen auf nichtlineare Systeme sind nicht bekannt. Im Rahmen der Literaturrecherche konnte nur ein konkretes Anwendungsbeispiel im Automotive-Bereich gefunden werden, vgl. Abschnitt 3.2.1.

Die Substructuring-Methoden sind außerhalb des Forscherkreises und der Anwender von Strukturtests relativ unbekannt. Dies kann damit begründet werden, dass die Methoden ein relativ neues Forschungsfeld darstellen und den Ursprung in der HiL-Simulation von Gebäudestrukturen besitzen. Als weiterer Grund kann die Verwendung verschiedener Systembezeichnungen für HiL genannt werden. Vor allem in der regelungstechnischen Community ist die Bezeichnung HiL geläufig und etabliert. Die Bekanntheit des Substructuring ist auch im deutschsprachigen Raum kaum gegeben.

Im Kontext dieser Arbeit sind vor allem die Ansätze interessant, welche kein Modell des Prüflings benötigen, wie auch in [KRV08] festgestellt wird: "This technique is, among others, useful when dealing with nonlinear substructures because no explicit dynamic model of the nonlinear substructure has to be constructed. The nonlinear dynamic behavior can be taken into account experimentally by including the substructure in the real-time substructuring loop." Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, ist die Modellierung von Fahrzeugachsen aufwändig. Eine HiL-Simulation ohne die Verwendung von Achsmodellen ist somit einfacher realisierbar und flexibler. Von besonderem Interesse ist auch die Betrachtung der Substructuring-Methoden im Kontext multiaxialer Prüfstände. Wie bereits erwähnt, werden bei einachsigen Anregungen des Prüflings oft Positionsregelungen verwendet. Diese sind im Vergleich zu Kraftregelungsverfahren einfacher zu realisieren. Bei räumlichen Anregungen des Prüflings mit einer starren Verbindung zwischen Manipulator und Prüfling ist die Verwendung einer Positionsregelung ohne Weiteres nicht möglich. Eine Berücksichtigung der resultierenden Kräfte und Momente ist notwendig, um eine sichere HiL-Simulation zu ermöglichen. Eine Auseinandersetzung mit dieser Problematik sowie Anwendungen von Kraftregelungsverfahren sind im Substructuring-Bereich rar, vgl. [MW16].

Bei der Analyse der HiL-Simulationsgüte wird häufig nur die Stabilität des gesamten HiL-Systems mit einer genauen Nachbildung des Referenzsystems gleichgesetzt. Eine Validierung mit realen, gemessenen Größen am Referenzsystem findet nicht statt. Jedoch muss beachtet werden, dass ein stabiles HiL-System nicht unbedingt die Realität wiedergeben muss. Oftmals wird auch der Synchronisierungsfehler als Gütemaß herangezogen. Wie auch in [Mac09, S. 25] thematisiert, ist die Wahl des Synchronisierungsfehlers sehr sinnvoll, falls das HiL-System im Ganzen bereits vorhanden ist und die Güte durch Verbesserung der Aktorregelung gesteigert werden soll. Dies trifft aber nur zu, wenn das HiL-System *optimal* strukturiert ist. Damit ist gemeint, dass das nachzubildende Referenzsystem in ein physikalisches und ein virtuelles Teilsystem aufgeteilt werden kann sowie alle notwendigen Signale zu deren Kopplung zur Verfügung stehen. Eine Auseinandersetzung mit dieser Problematik ist in der Substructuring-Literatur nicht zu finden. Bei dem Anwendungsbeispiel dieser Arbeit ist eine optimale Strukturierung nicht möglich, da nicht an jeder Schnittstelle des Prüflings zu seiner Umgebung Aktoren und Sensoren vorhanden sind.

Neben den formalen Entwurfsmethoden der Substructuring-Community wurden weitere Methoden identifiziert, welche den HiL-Entwurf als regelungstechnisches Problem behandeln. Die Forschungsbeiträge von *MacDiarmid* sind hilfreich, um das Verständnis zur Komplexität des HiL-Entwurfs zu schaffen. Die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Unsicherheiten im Prüfling und im HiL-System werden gut begründet. Die stark mathematisch geprägten Methoden vereinheitlichen den Entwurf der HiL-Regelung mit dem Entwurf der Umgebungsmodelle. Nichtsdestotrotz spielt neben der erwähnten Flexibilität bei dem in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel die physikalische Bedeutung der Modelle eine wichtige Rolle. Der zukünftige Einsatz des Fahrzeugachsprüfstands für die HiL-basierte Entwicklung von Fahrwerkregelsystemen für mechatronische Achsen erfordert virtuelle Sensorsignale, wie z. B. die Aufbaubeschleunigung oder die Gierrate des Fahrzeugs. Bei einem Entwurf und der Verwendung eines Modells ohne physikalische Bedeutung, wie es MacDIARMID vorschlägt, sind die notwendigen Signale zur Ansteuerung der mechatronischen Achskomponenten nicht vorhanden.

Die vorgestellten Methoden aus dem Robotik-Bereich zeichnen sich durch die Betrachtung räumlicher Manipulatoren (SKM) aus, welche den Prüfling in mehreren FHG belasten. Positiv ist die Diskussion verschiedener HiL-Konfigurationen und Regelungsstrategien zur Realisierung einer möglichst realistischen HiL-Simulation. Außerdem hervorzuheben ist die Auseinandersetzung mit den Interaktionskräften und -momenten an der Schnittstelle zwischen der Aktorik und des Prüflings. Des Weiteren werden im Vergleich zum Substructuring-Bereich anspruchsvollere Anwendungsbeispiele betrachtet. Im Gegensatz dazu sind die vorgestellten Ideen nicht so methodisch aufbereitet wie im Substructuring-Bereich. Auch ist die Anzahl der Beiträge eher gering. Bei der Analyse des HiL-Systems werden einige interessante Feststellungen gemacht. Zum einen werden Einflussfaktoren identifiziert, welche z. B. die Sensitivität des HiL-Systems hinsichtlich Störungen beeinflussen. Des Weiteren werden regelungstechnische Methoden verwendet, um die Systemstabilität zu untersuchen.

Die Beiträge aus dem PHiL-Bereich ähneln denen aus der Substructuring-Community, haben ihren Fokus jedoch auf elektronischen Systemen. Es existieren zahlreiche Arbeiten, die sich mit dem systematischen Entwurf und der Analyse einer HiL-Simulation auseinandersetzen. Die in dieser Arbeit vorgestellten Beiträge von W. REN zeichnen sich insbesondere durch die methodische und regelungstechnische Betrachtungsweise aus. Außerdem wird der Analyse der HiL-Simulationsgüte eine hohe Priorität zugesprochen. Die dazu verwendeten Methoden ähneln denen des *robusten Regelungsentwurfs*, vgl. [ZDG96]. Die Abweichungen zu einem "idealen" HiL-System durch die Aktor- sowie Sensordynamik werden mit Unsicherheiten berücksichtigt. Auf deren Basis wird die HiL-Simulationsgüte abgeschätzt. Hervorzuheben ist die Beachtung des dynamischen Verhaltens des gesamten HiL-Systems. Außerdem erwähnenswert ist die Diskussion der sicherheitstechnischen Aspekte bei HiL-Simulationen.

Die Theorien zur Analyse der HiL-Simulationsgüte, welche im Zuge der Literaturrecherche analysiert wurden, schaffen ein Verständnis zur Problematik einer realistischen HiL-Simulation. Die Idee der Transparenz ist interessant, wirkt jedoch nicht ausgereift und lässt sich nur schwer auf konkrete Anwendungsbeispiele anwenden. Der Fokus der Untersuchungen ist die Schnittstelle zwischen Prüfling und Umgebung. Die Tatsache, dass es sich bei einem HiL-System um einen geschlossenen Regelkreis handelt, wird nicht berücksichtigt. Eine hohe Transparenz resultiert nicht unbedingt in einer hohen HiL-Simulationsgüte, vgl. [RSS⁺11, S.1226]. Zudem wird die Stabilität nicht gewährleistet. Die Theorien lassen sich nur auf lineare HiL-Systeme anwenden, in denen die Teilsysteme ideal miteinander gekoppelt werden können.

Vergleichbare Anwendungsbeispiele

Die Zusammenfassungen der HiL-Beispiele aus den verschiedenen Domänen verdeutlichen die Komplexität der Realisierung fortgeschrittener mechatronischer HiL-Simulationen. Neben den allgemeinen Schwierigkeiten des HiL-Entwurfs muss domänenspezifischen Herausforderungen begegnet werden. Festgestellt wird, dass in der Entwicklung von HiL-Prüfständen im Automotive-Bereich, z. B. Federbeinprüfstände, auf eine methodische Herangehensweise, z. B. Substructuring-Methoden, in der Regel verzichtet wird. P. J. GAWTHROP *et al.* begründen dies folgendermaßen, vgl. [GVNW08, S. 898]: "*In the automotive suspension systems studied by* MISSELHORN *et al.* (2006)¹⁰ *the damping levels are significantly higher than in most RTDS tests, such that phase margin instabilities can be avoided. In fact the approach is to use PID control, and operate in a frequency range where actuator phase lag is seen to be acceptable. However, for mechanical components with lower damping, it is believed that the delay compensation techniques developed for RTDS will be of significant benefit for actuator-based HWiL¹¹."*

Bei der HiL-basierten Untersuchung von mechanischen Strukturen innerhalb seismischer Analysen sind insbesondere multiaxiale Anwendungen interessant. Diese HiL-Systeme zeichnen sich ebenfalls dadurch aus, dass der Prüfling eine vergleichsweise hohe Steifigkeit aufweist. Die größte Herausforderung bei der Realisierung von HiL-Simulationen für solche Prüfsysteme ist die Kompensation der strukturellen Verkopplungen der einzelnen Aktoren. Aus den Beispielen des Robotik-Bereichs wird einerseits deutlich, dass die Regelung der Manipulatoren eine Auseinandersetzung mit geeigneten Kraftregelungsstrategien erfordert. Andererseits können Verzögerungen im HiL-System eine destabilisierende Wirkung besitzen.

Die mit dieser Arbeit verbundene Literaturrecherche brachte kein vergleichbares Anwendungsbeispiel eines HiL-Systems zum Vorschein, welches eine PKM als Anregungseinheit verwendet und diese zudem eine starre Kopplung mit dem Prüfling besitzt.

¹⁰vgl. [MTE06].

¹¹Mit actuator-based HWiL meinen die Autoren eine mechatronische HiL-Simulation.

Regelungsverfahren für PKM

Positionsregelungen für frei bewegliche PKM, z. B. als Bewegungssimulatoren, sind Stand der Technik. Auch für hochdynamische Anwendungen existieren Ansätze, welche Anregungen bis zu 60 Hz im Kleinsignalbereich erlauben. Die größte Herausforderung dabei ist das DKP, welches mit Zustandsbeobachtern begegnet werden kann. In diesem Kontext wirken insbesondere Sliding-Mode-Techniken attraktiv, welche eine hohe Robustheit aufweisen sowie eine Konvergenz in endlicher Zeit erlauben.

Regelungsverfahren für gekoppelte PKM, z. B. als Lastsimulatoren, sind rar. Dies gilt speziell für Kraftregelungen wie hybride Positions-/Kraftregelungen als auch für indirekte Kraftregelungen. Anwendungen finden sich eher für SKM mit einer geringen dynamischen Anforderung. Aufgrund von Gemeinsamkeiten von SKM und PKM, vor allem bei der Modellierung und der Regelung, lassen sich Ansätze auf PKM relativ einfach übertragen, vgl. [PAM09]. Im Kontext der HiL-Simulation sowie der "iterationsfreien" Achsprüfung sind keine Anwendungen mit PKM bekannt. Die im Rahmen dieser Arbeit identifizierte Analogie der Systemstruktur von indirekt kraftgeregelten Systemen zu bestimmten HiL-Systemstrukturen, vgl. Abschnitt 3.3.4, ist ein wertvolles Hilfsmittel zum Entwurf und zur Analyse komplexer mechatronischer HiL-Simulationen.

Offene Punkte - Handlungsbedarf

Zur Realisierung von HiL-Simulationen für einen Fahrzeugachsprüfstand mit einer PKM bleiben zahlreiche wissenschaftliche Fragestellungen unbeantwortet. Die Komplexität des HiL-Prüfstandssystems, insb. die räumliche Bewegung der gekoppelten PKM, erfordert einen systematischen Entwurfsprozess sowie geeignete Analysemethoden. Die aus der Analyse des Stands der Technik und Forschung resultierenden offenen Punkte aus den verschiedenen Themengebieten (Entwurfs-/Analysemethoden HiL, Regelungsverfahren PKM) ergeben den Handlungsbedarf dieser Arbeit. Im Folgenden werden die einzelnen Forschungsfragen aufgezählt und erläutert.

HiL-Systemstruktur: Für ein Prüfsystem mit sechs FHG resultiert eine hohe Anzahl an möglichen Realisierungsvarianten von HiL-Simulationen hinsichtlich ihrer Systemstrukturen. Dies beinhaltet unter anderem die Auswahl geeigneter virtueller und physikalischer Teilsysteme bzw. Teilsystemgrenzen des Gesamtsystems. Für einen vorhandenen Prüfstandsaufbau wie in dem hier betrachteten Fall wird dies zum Teil vorgegeben. Es müssen lediglich geeignete Umgebungsmodelle für das virtuelle Teilsysteme erstellt werden. Es wird betont, dass eine detaillierte Modellierung des virtuellen Teilsystems zur Steigerung der Güte der HiL-Simulation nicht Bestandteil dieser Arbeit ist. Diese Arbeit beschränkt sich auf einfache, im Fahrwerkbereich etablierte Umgebungsmodelle. Dennoch muss geklärt werden, was die Grenzen der Integration realistischer Fahrzeugmodelle in das HiL-System sind. Weiterhin müssen die Ausprägungen des Signals- und Energieflusses der Teilsysteme untereinander definiert werden. Dies resultiert in unterschiedlichen Regelungsverfahren (Positions-, Kraftregelung). Dabei muss die Realisierbarkeit hinsichtlich der Kausalität und des Regelungsalgorithmus beachtet werden. Die Systemstruktur und das resultierende Regelungsverfahren beeinflussen die HiL-Simulationsgüte. Wie lassen sich in diesem Kontext die Ideen aus dem Substructuring-Bereich sowie aus den Arbeiten von F. AGHILI auf multiaxiale Achsprüfstände übertragen? Des Weiteren stellt sich die Frage, wie die bestmögliche Systemstruktur für suboptimal strukturierbare Systeme zu

wählen ist. Inwieweit können fehlende dynamische Effekte, fehlende Sensorik bzw. Aktorik kompensiert werden?

Regelungsstrategien für PKM: Ein Bestandteil der Realisierung der HiL-Konfigurationen ist der Entwurf der Regelungen für die PKM. Durch die Rückführung der dynamischen Zwangsbedingung über das virtuelle Teilsystem erweitert sich das zu regelnde System um eine weitere Regelkaskade. Das dynamische Verhalten des gesamten HiL-Systems muss beim Regelungsentwurf berücksichtigt werden. Zahlreiche Ansätze wurden im Stand der Forschung identifiziert. Wie lassen sich diese im Allgemeinen auf nichtlineare mechatronische HiL-Systeme und im Speziellen auf den Achsprüfstand mit PKM übertragen? Welche Auswirkungen haben bspw. die unerwünschte Dynamik des Hexapoden (begrenzte Regelungsbandbreite) sowie Sensoreffekte (Totzeiten, Rauschen) auf die Stabilität des Regelkreises? Wie machen sich Parameterunsicherheiten bemerkbar?

Aufgrund der diskutierten Zusammenhänge und Vorteile in Abschnitt 3.3.4 liegt der Fokus dieser Arbeit auf den indirekten Kraftregelungsverfahren. Lassen sich Theorien der allgemeinen Impedanz- bzw. Admittanzregelung, die in der Robotik bekannt sind, auf ein positionsgeregeltes HiL-System und konkret auf das Anwendungsbeispiel übertragen? Können in diesem Kontext vorhandene bereits validierte, breitbandige Regelungen und Zustandsbeobachter in dem HiL-Regelkreis verwendet werden? Wie sollen die Reglerparameter für den gekoppelten Hexapoden mit Achse für die HiL-Simulation gewählt werden? Was sind die Grenzen (vor allem Stabilitätsgrenzen)? Welchen Einfluss haben die Eigenschaften des Prüflings (Steifigkeiten, Dämpfung, Trägheiten, Reibung) auf das dynamische Verhalten des HiL-Systems? Aufgrund der unterschiedlichen dynamischen Eigenschaften in den verschiedenen FHG des Prüflings sind unter Umständen hybride Regelungsstrukturen zweckmäßig. Bei Verwendung von Kraftregelungen können algebraische Zwangsbedingungen im virtuellen Teilsystem vorliegen. Ist ein HiL-System dann noch realisierbar?

HiL-Systemanalyse: Im Kontext der Beurteilung der HiL-Simulationen für das Anwendungsbeispiel sind ebenfalls einige Fragen offen. Das Ziel ist die objektive, modellbasierte Analyse der HiL-Simulationsgüte. Welche systemdynamischen Größen sind für das Anwendungsbeispiel von besonderem Interesse? Kann unter Umständen der Synchronisierungsfehler auch bei suboptimal strukturierten Systemen verwendet werden? Reicht eine Synchronisierung des virtuellen und physikalischen Teilsystems für eine realitätsnahe Nachbildung des Referenzsystems aus?

3.5 Konkrete Zielsetzung und Forschungsbeitrag

Das Ziel dieser Arbeit ist es, einen systemtheoretischen Beitrag zur Realisierung von mechatronischen HiL-Simulationen zu leisten. Im Fokus steht dabei eine räumliche und hochdynamische Anregung eines starr angekoppelten Prüflings mit einer PKM. Als Anwendungsbeispiel dient der beschriebene Hexapod-Fahrzeugachsprüfstand. Beim modellbasierten Entwurf und der Analyse wird auf eine allgemeine Formulierung der Forschungsergebnisse geachtet, sodass eine einfache Übertragbarkeit auf andere mechatronische HiL-Systeme möglich wird.

Schwerpunkte der Arbeit ergeben sich aus der vorangegangenen Analyse des Handlungsbedarfs. Die Beantwortung der offenen wissenschaftlichen Fragestellungen stellt den Forschungsbeitrag dar. Dies umfasst unter anderem die systematische Ausarbeitung realisierbarer, regelungstechnischer HiL-Systemstrukturen für den Achsprüfstand. Vorarbeiten zu dem Thema wurden in [OKT+16b] veröffentlicht. Den größten Beitrag liefert die Arbeit zum Thema des Entwurfs und der Analyse geeigneter Regelungsstrategien der PKM innerhalb einer HiL-Simulation. Auf Basis der groben HiL-Systemgestalt werden modellbasiert Regelungen entworfen, welche eine HiL-Simulation ermöglichen. In diesem Zusammenhang stellt die Berücksichtigung der Interaktionskräfte bzw. -momente zwischen PKM und Prüfling ein wichtiges Kriterium dar, damit eine sichere HiL-Simulation ermöglicht wird und etwaige Beschädigungen des Prüfsystems verhindert werden. Eine Diskussion zur Thematik indirekter Kraftregelungsverfahren und erste regelungstechnische Ansätze wurden in [OKT+16a] veröffentlicht. Die Zustandsbeobachtung stellt einen wichtigen Bestandteil der Regelung von PKM dar. Bereits am Prüfstand validierte Sliding-Mode-Techniken wurden in [FOT14] veröffentlicht. Erweiterte Sliding-Mode-Ansätze im Kontext der HiL-Simulation wurden in [OKT+18] erarbeitet. In [OKT+18] wurden zudem Vorarbeiten zu fortgeschrittenen Regelungsverfahren für die HiL-Simulation veröffentlicht, welche in dieser Arbeit aufgegriffen und erweitert werden. Der Entwurf der Regelungs- und Beobachtungsverfahren wird im Rahmen dieser Arbeit mit theoretischen Untersuchungen gestützt. Dies umfasst die im vorigen Abschnitt thematisierten offenen Punkte, wie z. B. Stabilitätsanalysen oder die Auswirkung der Aktordynamik.

Ein weiterer Fokus der Arbeit ist die Analyse von HiL-Simulationen. Das Ziel ist die modellbasierte Abschätzung der zu erwartenden Güte von entwickelten HiL-Systemstrukturen und der Regelungen. In diesem Kontext werden Gütemaße präsentiert. Erste Ideen wurden im Rahmen einer modellbasierten Methode in [OTK⁺16] vorgestellt. Diese werden teilweise aufgegriffen, um die entwickelten HiL-Konfigurationen modellbasiert analysieren und bewerten zu können.

Neben den erarbeiteten Aspekten des allgemeinen systemtheoretischen Entwurfs und der Analyse stellt die Realisierung der HiL-Simulation für das konkrete Anwendungsbeispiel ebenfalls einen Forschungsbeitrag dar. Die Forschungsergebnisse zielen darauf ab, den Achsprüfstand für die HiL-Simulation mechatronischer Fahrzeugachsen vorzubereiten. Damit einhergehend ist ein großer Mehrwert im Entwicklungs- und Absicherungsprozess passiver als auch aktiv geregelter Fahrzeugachsen zu erwarten, vgl. Abschnitt 1.1.1. Vorstellbar ist bspw. eine Funktionsentwicklung der mechatronischen Komponenten der Fahrzeugachse, wie z. B. aktive Federbeine und Lenkung, im Systemverbund. Weiterhin ist eine deutliche Minderung der Anzahl von Fahrversuchen zu erwarten.

4 Modellbasierter Entwurf von HiL-Simulationen für den Achsprüfstand - Teil I: Eindimensionales Ersatzsystem

Der Entwurf von HiL-Simulationen für den Hexapod-Achsprüfstand wird zweigeteilt. Zunächst wird der Entwurf systematisch an einem vereinfachten Ersatzsystem durchgeführt. Dabei wird der Fokus auf den HiL-Entwurf gerichtet und nicht durch die Komplexität des Prüfstandssystems, die sich z. B. durch die Regelung der PKM ergibt, verzerrt. Die Erweiterung auf den Mehrgrößenfall findet im nächsten Kapitel statt.

In diesem Kapitel werden zunächst mögliche HiL-Systemstrukturen ausgewählt. Für das virtuelle Teilsystem wird ein geeignetes Modell erstellt. Es wird eine Zustandsraumdarstellung entwickelt, welche die Synthese mechatronischer HiL-Simulationen vereinfacht. Im nächsten Schritt werden auf Basis direkter und indirekter Kraftregelungen geeignete Regelungsstrategien entwickelt und diese modellbasiert ausgelegt. Das Resultat sind mehrere HiL-Systeme. Das dynamische Verhalten der unterschiedlichen HiL-Systeme wird hinsichtlich der im vorigen Kapitel beschriebenen Aspekte, wie z. B. Einflüsse der Aktordynamik, analysiert. Die HiL-Simulationsgüte der einzelnen Systeme wird modellbasiert miteinander verglichen.

4.1 Konzipierung und Strukturierung

Im ersten Schritt der HiL-Synthese werden Konzepte zur HiL-Simulation erarbeitet. Das Ziel der Konzipierung ist die Entwicklung einer systemtheoretischen Struktur des HiL-Systems. Zunächst müssen konkrete Anwendungsszenarien ausgewählt und Anforderungen an das HiL-System definiert werden. Unter Betrachtung der anwendungsbezogenen Ausgangssituation wird anschließend das Referenzsystem mithilfe von mechanischen Ersatzbildern dargestellt. Im nächsten Schritt wird dieses in virtuelle und physikalische Teilsysteme zerteilt. Wie das System partitioniert werden soll, resultiert in der Regel aus der spezifischen Anwendung und den gegebenen Rahmen- bzw. Prüfstandsbedingungen. An den definierten Teilsystemgrenzen (Schnittstellen) müssen Ein- und Ausgänge ausgewählt werden. Um die zerteilten Systeme zu einem HiL-System zu verknüpfen, müssen die dynamischen Wechselwirkungen der Teilsysteme untereinander untersucht werden. Dabei muss die Realisierbarkeit berücksichtigt werden. Das Resultat der Konzipierung sind konkrete HiL-Konfigurationen, welche den Ausgangspunkt für den Regelungsentwurf darstellen. Im Folgenden wird ein vereinfachtes Ersatzsystem des Fahrzeugachsprüfstands ausgewählt. Für dieses wird das genannte Vorgehen, unter der Zuhilfenahme der in Abschnitt 3.1.1 (S. 44) vorgestellten Ideen und Quellen, angewandt.

4.1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

Als ein mögliches Anwendungsszenario des Achsprüfstands wird die HiL-basierte Untersuchung der Fahrzeugvertikaldynamik ausgewählt. Mögliche Anwendungen sind bspw. die Analyse fahrdynamischer Größen, wie Fahrkomfort oder -sicherheit, sowie die Funktionsentwicklung (Dimensionierung, Regelung) aktiver/semi-aktiver Federbeine unter Betrachtung der gesamten Achskinematik bzw. -dynamik. Außerdem lassen sich Achskomponenten im realen Prüfstand, wie Elastomerlager oder Lenker, austauschen und deren Einfluss auf die Vertikaldynamik untersuchen.

Struktur des HiL-Systems

Im Folgenden werden die Struktur des HiL-Systems sowie die Anforderungen an die HiL-Simulation erläutert. Der Zweimassenschwinger wird als exemplarisches Ersatzsystem für die Fahrzeugvertikaldynamik verwendet. Die Strukturierung des Referenzsystems erfolgt durch Betrachtung der vorhandenen Komponenten des physikalischen Teilsystems im Prüfstandsaufbau des Anwendungsbeispiels, s. Abschnitt 1.1.2. Es resultiert die in Bild 4-1 mit mechanischen Ersatzbildern dargestellte HiL-Systemstruktur.



(a) Referenzsystem (b) Physikalisches Teilsystem im Prüfstand (c) Virtuelles Teilsystem

Bild 4-1: Mechanische Ersatzbilder des Referenzsystems und der Teilsysteme des HiL-Systems zur Nachbildung der Vertikaldynamik

Die Größe $z_{R,z}$ des Referenzsystems, s. Bild 4-1 (a), beschreibt die Bewegung des Rades und $z_{F,z}$ die des Fahrzeugaufbaus. Die Parameter sind m_F , d_F , c_F , m_R , d_R , $c_R \in \mathbb{R}^+$. Die Masse der Radaufhängung bzw. des Federbeins wird zunächst vernachlässigt. In Abschnitt 4.6.4 wird die Masse berücksichtigt und die Auswirkungen werden analysiert. Der Reifen wird über die Reifenfeder c_R und Reifendämpfung d_R durch ein Straßenprofil $z_{S,z}$ angeregt.

Das physikalische Teilsystem repräsentiert die Fahrzeugachse, s. Bild 4-1 (b), und besteht aus dem Feder-Dämpfer-Paar, welches über den Aktor angeregt wird. Die Bewegung an der Schnittstelle wird mit z_A beschrieben. Der Aktor besitzt die Masse m_A und wird über u_A angesteuert. Daraus resultiert die Aktorkraft F_A . Aktor und Prüfling sind starr miteinander verbunden und die Interaktionskraft ist F_M . Die Aktorkraft F_A , die Interaktionskraft F_M sowie die Aktorposition z_A und -geschwindigkeit \dot{z}_A können gemessen werden. Das Federbein ist starr mit dem Prüfstandsrahmen verbunden. Das virtuelle Teilsystem beinhaltet die Fahrzeugaufbaumasse, welche über die Kraft $F_{F,v}$ an Schnittstelle 2 angeregt wird, sowie einen Massenschwinger, welcher das Radmodell darstellt. Analog zum Referenzsystem wird die Bewegung des Rades mit $z_{R,v}$ und die des Fahrzeugaufbaus mit $z_{F,v}$ beschrieben. An Schnittstelle 1 wird das Rad über die Kraft $F_{R,v}$ belastet. Das System wird mithilfe eines Straßenprofils über $z_{S,v}$ angeregt.

Aus dem Freischnitt folgen zwei Schnittstellen zwischen dem physikalischen und virtuellen Teilsystem. An Schnittstelle 1 können die dynamischen Größen z_A bzw. \dot{z}_A und die Interaktionskraft F_M gemessen werden. An Schnittstelle 2 findet keine Bewegung statt und die Kraft am Koppelpunkt F_K ist unbekannt. Diese "Prüfstandsvereinfachungen", aufgrund fehlender Aktorik und Sensorik, führen zu einer *suboptimalen HiL-Systemstruktur*.

Anforderungen an das HiL-System

Die Realisierung einer HiL-Simulation und insbesondere der damit einhergehende Regelungsentwurf erfordern die Definition von Anforderungen, die sich größtenteils aus der Analyse des Stands der Technik, s. Abschnitt 3.4, sowie der theoretischen Grundlagen, s. Kapitel 2, dieser Arbeit ergeben.

Eine wichtige Anforderung ist, dass möglichst wenige Informationen des Prüflings für den HiL-Entwurf bzw. HiL-Betrieb verwendet werden sollen. In der Regel ist das dynamische Verhalten unsicher und es kann nur mit hohem Aufwand modelliert werden.

Die Anforderung an die Echtzeitfähigkeit kann bei der Einfachheit der Modelle in diesem Abschnitt mit Sicherheit gewährleistet werden.

Die Anforderungen an die HiL-Regelung resultieren aus der anwendungsbezogenen Abbildungsgenauigkeit der HiL-Simulation. Die in diesem Zusammenhang bestehenden Modellanforderungen wurden bereits in Abschnitt 2.2.3 thematisiert. Die Sollgrößen zur Regelung stammen aus den Ausgangsgrößen des virtuellen Teilsystems. Ein Viertelfahrzeugmodell kann die Vertikaldynamik bis 30 Hz gut nachbilden. Die im Modell berechnete Last oder Bewegung muss hinreichend schnell umgesetzt werden, sodass die Bandbreite des geschlossenen Regelkreises der Aktorik oberhalb der genannten Frequenz liegen sollte. Neben der schnellen Nachbildung der dynamischen Effekte muss zusätzlich ein gutes Führungs- sowie Störverhalten vorliegen. Die Regelung sollte keine dynamischen Effekte in das HiL-System einbringen sowie bei Bedarf die Dynamik des Schnittstellensystems kompensieren.

Zudem sollen die entwickelten Regelungsstrategien unabhängig vom verwendeten Prüfling ausgelegt werden (Robustheit), sodass eine HiL-Simulation mit einem anderen Prüfling ohne großen Aufwand realisiert werden kann. Aufgrund der Rückkopplung der dynamischen Zwangsbedingung muss die Stabilität des HiL-Systems gewährleistet werden. Dabei müssen die Interaktionskräfte berücksichtigt werden.

Für die Quantifizierung der HiL-Simulationsgüte müssen konkrete Testmanöver sowie systemdynamische und anwendungsbezogene Systemgrößen definiert werden. Dies geschieht im Analyseteil dieses Kapitels in Abschnitt 4.6.

4.1.2 HiL-Konfigurationen und Regelungskonzepte

Das Ziel der HiL-Simulation ist die Reproduktion des dynamischen Verhaltens des Referenzsystems unter Einbezug des physikalisch existierenden Prüflings und der Modelle des virtuellen Teilsystems. Dazu muss die Aktorik durch die Wahl einer Regelungsvorschrift für u_A bzw. für F_A , bei einer bestehenden unterlagerten Kraftregelung, geeignet angesteuert werden. Wie ausführlich im Stand der Technik und Forschung diskutiert, insb. in Abschnitt 3.1.1, ist eine bewährte Methode die dynamischen Größen an der Schnittstelle des physikalischen mit denen des virtuellen Teilsystems zu synchronisieren. Zur Wahl der Synchronisierungsgrößen sind mehrere Varianten möglich, welche im Folgenden erarbeitet und diskutiert werden.

Das betrachtete HiL-System unterscheidet sich von den typischen, im Substructuring-Bereich betrachteten Systemen, vgl. Beispiel in Bild 3-1. Der Unterschied ist, dass nicht an jeder Schnittstelle Aktoren und Sensoren verbaut sind. An Schnittstelle 2 kann bspw. der Prüfling nicht direkt dynamisch beeinflusst werden. Somit lassen sich die zu synchronisierenden Größen an den Schnittstellen nicht "durch bloßes Hinsehen" identifizieren.

Bedingungen an die Kopplung von mechanischen Teilsystemen

Die Partitionierung des Referenzsystems in ein virtuelles und physikalisches Teilsystem wurde durch einen Freischnitt in Bild 4-1 bereits realisiert. Für eine HiL-Synthese müssen im nächsten Schritt die Teilsysteme wieder zusammengesetzt werden. Für das erfolgreiche Zusammensetzen der interagierenden Teilsysteme zu einem Gesamtsystem müssen jeweils zwei Bedingungen an den Schnittstellen erfüllt werden, vgl. [KRV08; GNGW09]:

- 1. Kompatibilitätsbedingung (engl. compatibility condition)
- 2. Gleichgewichtsbedingung (engl. equilibrium condition)

Die erste Bedingung sichert die Übereinstimmung von (relativen) Verschiebungen bzw. Verdrehungen an der Schnittstelle zwischen zwei Teilsystemen. Die zweite Bedingung sichert das Kräfte- bzw. Momentengleichgewicht an der Schnittstelle. Für jeden Freiheitsgrad einer Schnittstelle muss jeweils eine Kompatibilitäts- sowie Gleichgewichtsbedingung erfüllt werden [KRV08]. Die Kombination der Kompatibilitäts- und Gleichgewichtsbedingung sichert die *Kausalität* des Systems, vgl. [GNGW09]. Die oben genannten Begriffe stammen aus dem Bereich der Strukturmechanik und lassen sich auch auf die Problematik der Strukturierung von HiL-Systemen übertragen.

Zusammenhang zu Regelungsstrategien für HiL-Systeme

Zur Realisierung einer HiL-Regelung für mechanische Systeme existieren im Prinzip zwei Möglichkeiten, vgl. [GNGW09]. Der Aktor kann entweder zum gezielten Nachfahren von Positionstrajektorien oder zur Einprägung von Kräften/Momenten positions- oder kraftgeregelt werden. Dies geht damit einher, ob für das physikalische Teilsystem an der betrachteten Schnittstelle primär die Kompatibilitäts- oder die Gleichgewichtsbedingung eingehalten werden soll. Soll bspw. die Kompatibilitätsbedingung eingehalten werden, wird eine Positionsregelung für den Aktor benötigt. Die Messung von Kräften bzw. Momenten an der Schnittstelle, die dann in das virtuelle Teilsystem eingespeist werden, erfüllt die Gleichgewichtsbedingung für das virtuelle Teilsystem. Die Modelle im virtuellen Teilsystem werden in der Regel mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben. Die Lösung der Differentialgleichungen durch numerische Integration auf dem Echtzeitsystem liefert die Sollgrößen für den positionsgeregelten Aktor, wie z. B. Verschiebungen an der Schnittstelle, welche durch den Regler eingeregelt bzw. synchronisiert werden. Für den umgekehrten (kraftgeregelten) Fall wird für den Aktor eine Kraftregelung benötigt. Die Modelle des virtuellen Teilsystems berechnen aus den gemessenen Bewegungsgrößen wie Positionen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen die Sollkräfte für den Aktor. Je nach Systemstruktur müssen die Modelle des virtuellen Teilsystems dann mit aufwändigen differential-algebraischen Gleichungen beschrieben werden.

Systematische Identifikation der Regel- bzw. Synchronisierungsgrößen

Mithilfe der Kompatibilitäts- sowie Gleichgewichtsbedingung lassen sich systematisch Lösungen zur Identifikation der Synchronisierungs- bzw. Regelgrößen erarbeiten. Wie das für ein suboptimal strukturiertes System im Allgemeinen und für das Anwendungsbeispiel im Speziellen realisiert werden kann, wird im Folgenden gezeigt. Bei den Betrachtungen werden zunächst jegliche Einflüsse des Schnittstellensystems (Aktorik, Sensorik) vernachlässigt. Im ersten Schritt muss das Referenzsystem in Bild 4-1 (a) gemäß der geplanten HiL-Strukturierung freigeschnitten werden, vgl. Bild 4-2.



Bild 4-2: Freischnitt des Referenzsystems in Bild 4-1 (a)

Der Freischnitt repräsentiert die optimale Strukturierung des Referenzsystems. Zur Überprüfung der Kompatibilitäts- und Gleichgewichtsbedingungen sind die Bewegungs- und Kraftgrößen an den Schnittstellen zu betrachten. Die mit p indizierten Größen sind dem physikalischen Teilsystem und die mit v indizierten Größen dem virtuellen Teilsystem zugeordnet. In dem akademischen Beispiel bedingt die Erfüllung der Kompatibilitätsbedingungen

$$z_{F,v} = z_{F,p},$$

 $z_{R,v} = z_{R,p}.$
(4-1)

Für die Gleichgewichtsbedingungen muss gelten

$$F_{F,v} = -F_{F,p}, F_{R,v} = -F_{R,p}.$$
(4-2)

Für den betrachteten Fall kann aus den zwei notwendigen Bedingungen in (4-1) eine weitere Kompatibilitätsbedingung aufgestellt werden:

$$z_{F,\nu} - z_{R,\nu} = z_{F,p} - z_{R,p}.$$
(4-3)

Diese Bedingung besagt, dass die Differenzbewegung (hier: Federbeineinfederung) der Massen gleich sein soll. Da der Prüfling in dieser idealisierten Form keine Masse besitzt, lässt sich zusätzlich eine weitere Gleichgewichtsbedingung identifizieren:

$$F_{F,p} = -F_{R,p}.$$
 (4-4)

Für die starre Ankopplung des Prüflings an Schnittstelle 2, vgl. Bild 4-1 (b), ist keine Bewegung möglich und es gilt

$$z_{F,p}=0.$$

Weiterhin ist kein Sensor für eine Kraftmessung vorhanden, sodass $F_{F,p}$ unbekannt ist.

Für ein positionsgeregeltes HiL-System ist die Stellgröße die Position des Aktors z_A , vgl. Bild 4-1 (b). Diese muss mit der entsprechenden Größe der Schnittstelle 1, hier $z_{R,p}$, unter Einhaltung der Kompatibilitätsbedingung übereinstimmen. Zur Generierung kann die Kompatibilitätsbedingung in (4-3) genutzt werden. Für die Sollposition des Reglers folgt

$$z_{A,r} = z_{R,p} = z_{R,v} - z_{F,v}.$$
(4-5)

Folglich muss die Relativbewegung zwischen Rad und Aufbau eingeregelt werden. Diese resultiert aus den beiden Positionsgrößen $z_{R,v}$ bzw. $z_{F,v}$ des Modells des virtuellen Teilsystems. Zur Einhaltung der Gleichgewichtsbedingungen für das virtuelle Teilsystem können die Zusammenhänge in den Gleichungen (4-2) bzw. (4-4) verwendet werden. Die unbekannte Größe $F_{F,p}$ resultiert aus der Messgröße F_M an der Schnittstelle 1 mit

$$F_{F,p} = -F_{R,p} = -F_M. (4-6)$$

Die Eingangsgrößen des virtuellen Teilsystems sind $F_{R,v}$ sowie $F_{F,v}$ und können nach den Gleichungen in (4-2) daher ebenfalls aus der Messgröße F_M bestimmt werden.

Für ein kraftgeregeltes HiL-System wird zunächst angenommen, dass die Interaktionskraft F_M ideal geregelt werden kann. Die Sollgrößen für die Kraftregelung stammen aus dem virtuellen Teilsystem. Zur Berechnung dieser sind die Bewegungsgrößen an den Schnittstellen notwendig. Ein kraftgeregeltes HiL-Systems bedingt die Einhaltung der Kompatibilitätsbedingung

$$z_A = z_{R,\nu} - z_{F,\nu} \tag{4-7}$$

für das virtuelle Teilsystem. Die Sollkraft $F_{M,r}$ resultiert aus dem virtuellen Teilsystem unter Einhaltung der, hier holonomen, Zwangsbedingung in (4-7). Eine solche Systemstruktur kann je nach Vorhandensein von Messgrößen im Prüfstandssystem auf unterschiedliche Art und Weise realisiert werden. Einerseits ist die Verwendung eines DAE-Systems zur Abbildung der virtuellen Teilsysteme vorstellbar. Für dieses einfache Beispiel lassen sich aber auch andererseits Messgrößen der Beschleunigung oder der Stellgröße der Aktorik nutzen. Eine mögliche Realisierung ist die Berechnung der Sollkraft $F_{M,r}$ mithilfe von (4-2) sowie (4-6):

$$F_{M,r} = F_{F,v}$$

Die Kraft $F_{F,v}$ berechnet sich aus einem entsprechenden Fahrzeugmodell und der Kompatibilitätsbedingung in (4-7) mit

$$z_{F,v}=z_{R,v}-z_A.$$

Die Radbewegung $z_{R,v}$ berechnet sich aus einem Radmodell und den Zusammenhängen für die Kraft, vgl. (4-2) sowie (4-6):

$$F_{R,v} = -F_M.$$

In beiden Konfigurationen können die Kompatibilitäts- sowie Gleichgewichtsbedingungen genutzt werden, um die Regelgrößen für ein positions- sowie kraftgeregeltes System zu identifizieren. Zudem können alle notwendigen Bedingungen eingehalten werden. Somit ist eine theoretische Nachbildung des Referenzsystems trotz suboptimaler HiL-Struktur (fehlende Aktorik und Sensorik an Schnittstelle 2) möglich.

4.2 Modellierung

Im Folgenden wird zur HiL-Synthese und -Analyse das dynamische Verhalten aller HiL-Systemkomponenten mit mathematischen Modellen beschrieben. Zunächst werden die Bewegungsgleichungen der mechanischen Systeme formuliert, welche anschließend in eine Zustandsraumdarstellung überführt werden.

Bewegungsgleichungen

Es wird angenommen, dass die dynamischen Eigenschaften des Prüflings vollständig bekannt und linear sind. Die Bewegungsgleichungen des Referenzsystems sind dann

$$m_F \ddot{z}_{F,z} + d_F \dot{z}_{F,z} + c_F z_{F,z} = d_F \dot{z}_{R,z} + c_F z_{R,z},$$
$$m_R \ddot{z}_{R,z} + (d_F + d_R) \dot{z}_{R,z} + (c_F + c_R) z_{R,z} = d_F \dot{z}_{F,z} + c_F z_{F,z} + d_R \dot{z}_{S,z} + c_R z_{S,z}.$$

Für den Entwurf der HiL-Systeme ist es sinnvoll, die Kräfte des Prüflings zu isolieren. Aus der Analyse im vorigen Abschnitt geht hervor, dass die am Aufbau und am Rad wirkenden Interaktionskräfte gleich sind, hier F_P , sodass gilt

$$m_F \ddot{z}_{F,z} = F_P,$$

$$m_R \ddot{z}_{R,z} + d_R \dot{z}_{R,z} + c_R z_{R,z} = -F_P + d_R \dot{z}_{S,z} + c_R z_{S,z}$$
(4-8)

mit

$$F_P = d_F \left(\dot{z}_{R,z} - \dot{z}_{F,z} \right) + c_F \left(z_{R,z} - z_{F,z} \right). \tag{4-9}$$

Die Eigenschaften des Prüflings sind in der Regel unsicher oder sogar unbekannt. Sie werden im Weiteren als eine allgemeine nichtlineare Funktion in Abhängigkeit der Bewegungen und Geschwindigkeiten angenommen:

$$F_P = F_P(\dot{z}_{F,z}, z_{F,z}, \dot{z}_{R,z}, z_{R,z}).$$

Die Dynamik der mechanischen Komponenten der Prüfstandsaktorik wird wie in Abschnitt 3.1.1 mit der Gleichung

$$m_A \ddot{z}_A = F_A - F_M \tag{4-10}$$

beschrieben. Die im Prüfstand messbare Interaktionskraft berechnet sich mit dem linearen Prüflingsmodell mit

$$F_M = d_F \dot{z}_A + c_F z_A, \tag{4-11}$$

sodass die Bewegungsgleichung des Prüfstands mit Prüfling zu

$$m_A \ddot{z}_A + d_F \dot{z}_A + c_F z_A = F_A$$

resultiert. Bei einer verallgemeinerten nichtlinearen Kraftaufbaudynamik gilt

$$F_M = F_M(\dot{z}_A, z_A).$$

Das virtuelle Teilsystem besteht aus den zwei voneinander unabhängigen Bewegungsgleichungen

$$m_F \ddot{z}_{F,\nu} = F_{F,\nu},$$

$$m_R \ddot{z}_{R,\nu} + d_R \dot{z}_{R,\nu} + c_R z_{R,\nu} = F_{R,\nu} + d_R \dot{z}_{S,\nu} + c_R z_{S,\nu}.$$
(4-12)

Zustandsraumdarstellung

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, variieren die Eingangs- und Ausgangsgrößen der einzelnen Teilsysteme je nach HiL-Systemstruktur (positions- bzw. kraftgeregelt). Im Folgenden wird beispielhaft eine Zustandsraumdarstellung für ein positionsgeregeltes HiL-System vorgeschlagen, mit der sich die HiL-Synthese durchführen lässt. Eine Zustandsraumdarstellung bietet sich insbesondere für die Analyse des gesamten HiL-Systems an, da sich bewährte Methoden der Regelungstechnik anwenden lassen.

Die Zustandsraumdarstellung des Referenzsystems Σ_z für die Bewegungsdifferentialgleichungen in (4-8) ist

$$\Sigma_{z}: \dot{x}_{z} = A_{z}x_{z} + B_{f,z}f_{z}(x_{z}) + B_{w,z}w_{z},$$

$$y_{z,S} = C_{z,S}x_{z},$$

$$y_{z,ZB} = f_{z}(x_{z})$$
(4-13)

mit dem Zustandsvektor $x_z = [z_{F,z} \dot{z}_{F,z} z_{R,z} \dot{z}_{R,z}]^T$ und der Eingangsgröße $w_z = [z_{S,z} \dot{z}_{S,z}]^T$. Die Systemmatrizen sind

$$A_{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix}, B_{f,z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_{F}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{R}} \end{bmatrix}, B_{w,z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix}, C_{z,S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(4-14)$$

Der Vektor der dynamischen Zwangsbedingungen an den Schnittstellen ist

$$f_z(x_z) = \begin{bmatrix} F_P(x_z) \\ -F_P(x_z) \end{bmatrix}.$$

Die interessanten Systemgrößen werden mit den Ausgangsgleichungen berechnet. Der erste Ausgang $y_{z,S}$ berechnet die Relativbewegung und -geschwindigkeit zwischen Aufbau und Rad mit

$$y_{z,S} = \begin{bmatrix} z_{R,z} - z_{F,z} \\ \dot{z}_{F,z} - \dot{z}_{R,z} \end{bmatrix}.$$

Im HiL-System werden diese als Synchronisierungsgrößen verwendet und stellen aus der Analyse des vorigen Abschnitts wichtige Größen zur HiL-Synthese dar. In der zweiten Ausgangsgröße $y_{z,ZB}$ sind die Interaktionskräfte an den Schnittstellen enthalten.

Die Zerteilung des Referenzsystems bestimmt, welche Zustandsgrößen auf das virtuelle bzw. physikalische Teilsysteme aufgeteilt werden. In dem hier betrachteten Beispiel entsprechen der Zustands- und Eingangsvektor des virtuellen Teilsystems denen des Referenzsystems mit $x_v = [x_{v,1}^T \ x_{v,2}^T]^T = [z_{F,v} \dot{z}_{F,v} \ z_{R,v} \dot{z}_{R,v}]^T$ bzw. $w_v = [z_{S,v} \dot{z}_{S,v}]^T$, da lediglich die (nichtlineare) Kraftaufbaudynamik in $f_z(x_z)$ im physikalischen Teilsystem berücksichtigt wird. Die Zustandsraumdarstellung des virtuellen Teilsystems ist

$$\Sigma_{v}: \dot{x}_{v} = A_{v}x_{v} + B_{f,v}f_{v}(t) + B_{w,v}w_{v},$$

$$y_{v,s} = C_{v,s}x_{v}.$$
(4-15)

Für die Systemmatrizen gilt $A_v = A_z$, $B_{f,v} = B_{f,z}$, $B_{w,v} = B_{w,z}$, $C_{v,S} = C_{z,S}$. Die Interaktionskräfte sind

$$f_{\nu}(t) = \begin{bmatrix} F_{F,\nu}(t) \\ F_{R,\nu}(t) \end{bmatrix},$$

welche zunächst als unbekannte Eingangsgrößen zu verstehen sind.

Im Folgenden wird das physikalische Teilsystem mit der Dynamikgleichung der Aktorik in (4-10) zu einem System Σ_p zusammengefasst, da den Modellannahmen nach der Prüfling keine Zustandsgrößen besitzt. Der Zustandsvektor ist $x_p = [z_A \dot{z}_A]^T$. Die Eingangsgröße ist die Stellgröße des Aktors $u_p = F_A$. Die Zustandsdifferentialgleichungen sind

$$\Sigma_{p}: \dot{x}_{p} = A_{p}x_{p} + b_{u,p}u_{p} + b_{f,p}f_{p}(x_{p}),$$

$$y_{p,S} = C_{p,S}x_{p},$$

$$y_{p,ZB} = f_{p}(x_{p}).$$
(4-16)

Die Systemmatrizen ergeben sich aus den Bewegungsgleichungen zu

$$A_{p} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_{u,p} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_{A}} \end{bmatrix}, \quad b_{f,p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_{A}} \end{bmatrix}, \quad C_{p,S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die Ausgangsgleichungen von Σ_p liefern einerseits die zu synchronisierenden Größen $y_{p,S} = x_p$ und andererseits die Größen zur Herstellung der dynamischen Zwangsbedingung $f_p(x_p) = F_M(x_p)$. Alle Größen sind Messgrößen. Es wird darauf hingewiesen, dass die dynamischen Eigenschaften des Prüflings im Prüfstandsaufbau mit denen im Referenzsystem übereinstimmen.

Das ungeregelte HiL-System setzt sich aus dem virtuellen und dem physikalischen Teilsystem zusammen. Der Zustandsvektor des gesamten HiL-Systems ist $x_H = [x_v^T \ x_p^T]^T$. Das System besitzt im Vergleich zum Referenzsystem, aufgrund des dynamischen Verhaltens der Aktorik, die zusätzlichen Zustände x_p . Das HiL-System lässt sich mit den Zustandsgleichungen

$$\Sigma_{H}: \begin{bmatrix} \dot{x}_{\nu} \\ \dot{x}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\nu} & 0 \\ 0 & A_{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\nu} \\ x_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{f,\nu} & 0 \\ 0 & b_{f,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{\nu}(t) \\ f_{p}(x_{p}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{w,\nu} & 0 \\ 0 & b_{u,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{\nu} \\ u_{p} \end{bmatrix},$$

$$y_{H,S} = x_{H},$$

$$y_{H,ZB} = f_{p}(x_{p})$$

$$(4-17)$$

beschreiben. Hierbei besitzen die Nullmatrizen eine passende Dimension, ohne diese explizit kenntlich zu machen. Das Ziel der HiL-Synthese ist die geeignete Kopplung der einzelnen Teilsysteme Σ_v und Σ_p über die entsprechenden Ein- und Ausgänge, sodass Σ_z möglichst gut nachgebildet wird. In den folgenden Abschnitten werden dazu geeignete Regelungsstrategien entworfen.

4.3 HiL-System mit Positionsregelung (Admittanzregelung)

Auf Basis des Modells des HiL-Systems wird zunächst eine positionsbasierte HiL-Regelung entworfen. Die Funktionsweise und Stabilität des resultierenden nichtlinearen HiL-Systems wird nachgewiesen.

4.3.1 Entwurf

Zur Minimierung des Regel- bzw. Synchronisierungsfehlers

$$\Delta y_{S} = y_{\nu,S} - y_{p,S} = C_{\nu,S} x_{\nu} - C_{p,S} x_{p} = \begin{bmatrix} z_{R,\nu} - z_{F,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} - \dot{z}_{F,\nu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{A} \\ \dot{z}_{A} \end{bmatrix}$$

kann für den Aktor mit den Gleichungen in (4-10) bzw. (4-16) eine Positionsregelung durch eine Kompensation der mechanischen Aktordynamik und der Interaktionskraft F_M realisiert werden, vgl. Abschnitt 3.3.3. Die Soll-Aktorkräfte berechnen sich dann mit

$$u_{p,soll} = F_{A,soll} = m_A u_R + F_M(\dot{z}_A, z_A),$$
(4-18)

wobei u_R einen neuen Regelungseingang darstellt. Wird Gleichung (4-18) in (4-10) unter den Annahmen einer idealen unterlagerten Regelung für F_A , d. h. $F_A \equiv F_{A,soll}$, sowie der Kenntnis von m_A eingesetzt, resultiert für das Zustandsraummodell Σ_p , vgl. (4-16),

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_A \\ \ddot{z}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_A \\ \dot{z}_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_R \end{bmatrix}.$$
 (4-19)

Für den neuen Eingang wird die Regelungsvorschrift

$$u_R = \ddot{z}_{A,r} + k_{P,D} \left(\dot{z}_{A,r} - \dot{z}_A \right) + k_{P,P} \left(z_{A,r} - z_A \right)$$
(4-20)

gewählt mit $k_{P,D}, k_{P,P} \in \mathbb{R}^+$ und den Referenz- bzw. Sollgrößen $z_{A,r}, \dot{z}_{A,r}, \ddot{z}_{A,r}$, sodass sich folgendes Zustandsraummodell $\Sigma_{p,PR}$ (*PR*: Positionsregelung) ergibt:

$$\Sigma_{p,PR} \colon \begin{bmatrix} \dot{z}_A \\ \ddot{z}_A \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{P,P} & -k_{P,D} \end{bmatrix}}_{A_{p,PR}} \begin{bmatrix} z_A \\ \dot{z}_A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{P,P} & -k_{P,D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{A,r} \\ \dot{z}_{A,r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{z}_{A,r} \\ \ddot{z}_{A,r} \end{bmatrix}.$$
(4-21)

Die Positionsregelung benötigt als Sollgrößen $z_{A,r}$ sowie die zeitlichen Ableitungen von $z_{A,r}$. Diese stammen aus Σ_{ν} , vgl. Gleichung (4-15) bzw. (4-12), und sind einerseits die Synchronisierungsgröße $y_{\nu,S}$ sowie die Größe $\ddot{z}_{A,r}$. Nach Gleichung (4-5) sind dies die dynamischen relativen Bewegungsgrößen von Fahrzeugaufbau und Rad:

$$z_{A,r} = z_{R,\nu} - z_{F,\nu}, \quad \dot{z}_{A,r} = \dot{z}_{R,\nu} - \dot{z}_{F,\nu}, \quad \ddot{z}_{A,r} = \ddot{z}_{R,\nu} - \ddot{z}_{F,\nu}. \tag{4-22}$$

Mit den Ausgangsgleichungen von Σ_v in Gleichung (4-15) resultiert für Gleichung (4-21)

$$\Sigma_{p,PR}: \dot{x}_p = A_{p,PR} x_p - A_{p,PR} y_{v,S} + \dot{y}_{v,S} = A_{p,PR} x_p - A_{p,PR} C_{v,S} x_v + C_{v,S} \dot{x}_v.$$

Wird nun das bekannte \dot{x}_v eingesetzt, ergibt sich die Dynamik des geregelten physikalischen Gesamtsystems

`

$$\begin{split} \Sigma_{p,PR} \colon \dot{x}_p &= A_{p,PR} x_p - A_{p,PR} C_{v,S} x_v + C_{v,S} \left(A_v x_v + B_{f,v} f_v(t) + B_{w,v} w_v \right) \\ &= A_{p,PR} x_p + \left(C_{v,S} A_v - A_{p,PR} C_{v,S} \right) x_v + C_{v,S} B_{f,v} f_v(t) + C_{v,S} B_{w,v} w_v. \end{split}$$

Für die dynamische Zwangsbedingung wird $f_v(t)$ nach den Betrachtungen der Gleichgewichtsbedingungen im vorigen Abschnitt mithilfe der gemessenen Interaktionskraft $f_p(x_p) = F_M$ folgendermaßen gewählt:

$$f_{\nu}(t) = \begin{bmatrix} F_{F,\nu}(t) \\ F_{R,\nu}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}_{b_G} f_p(x_p).$$
(4-23)

Der Vektor b_G bestimmt die Zuweisung der Kräfte zur Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen zwischen Σ_v und Σ_p . Für das positionsgeregelte HiL-System Σ_H resultieren gemäß der Darstellung in Gleichung (4-17) die nichtlinearen Zustandsgleichungen

$$\Sigma_{H}: \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{v} \\ \dot{x}_{p} \end{bmatrix}}_{\dot{x}_{H}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{v} & 0 \\ C_{v,S}A_{v} - A_{p,PR}C_{v,S} & A_{p,PR} \end{bmatrix}}_{A_{H}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{v} \\ x_{p} \end{bmatrix}}_{x_{H}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{f,v}b_{G} \\ C_{v,S}B_{f,v}b_{G} \end{bmatrix}}_{B_{f,H}} f_{p}(x_{p}) + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{w,v} \\ C_{v,S}B_{w,v} \end{bmatrix}}_{B_{w,H}} w_{v},$$
$$y_{H,S} = x_{H},$$
$$y_{H,ZB} = f_{p}(x_{p}),$$

bzw. in ausführlicher Darstellung

$$\Sigma_{H}: \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{z}_{F,v} \\ \dot{z}_{F,v} \\ \dot{z}_{R,v} \\ \dot{z}_$$

Zusammengefasst ergibt sich

$$\begin{split} \Sigma_H \colon \dot{x}_H &= A_H x_H + B_{f,H} f_p(x_H) + B_{w,H} w_v, \\ y_{H,S} &= x_H, \\ y_{H,ZB} &= f_p(x_H). \end{split}$$

Das HiL-System besitzt im Vergleich zum Referenzsystem, aufgrund der mechanischen Komponenten der Aktorik, zwei weitere Zustandsgrößen. Wesentlich ist, dass für die Synthese Prüflingsinformationen in der Form der nichtlinearen Kraftaufbaudynamik in $f_p(x_H)$ nicht notwendig sind. Außerdem lässt sich feststellen, dass sich die dynamischen Eigenschaften von Σ_v vollständig auf den Prüfling auswirken, was durch die von x_v -abhängigen Terme in der untersten Differentialgleichung von Σ_H verdeutlicht wird. Für das Anwendungsbeispiel resultiert das Strukturbild in Bild 4-3. Wie in Abschnitt 3.3.4 diskutiert, entspricht Σ_H einem admittanzgeregelten System.



Bild 4-3: Strukturbild des positionsgeregelten HiL-Systems (Admittanzregelung)
4.3.2 Funktionsnachweis

Im nächsten Schritt wird gezeigt, dass das HiL-System Σ_H mit der zugrunde liegenden Positionsregelung das Referenzsystem Σ_z ideal nachbilden kann. Dazu wird Σ_H zunächst in eine andere Systemdarstellung transformiert, da sich die Analyse so deutlich vereinfacht. Die Transformation betrifft nur Σ_v , da bei Σ_p der Zustand bereits der Synchronisierungsgröße entspricht. Der transformierte Zustandsvektor berechnet sich aus

$$\tilde{x}_{\nu} = \begin{bmatrix} y_{\nu,S} \\ x_{\nu,2} \end{bmatrix} = T_{\nu} x_{\nu}.$$

Die Transformationsmatrix ist

$$T_{v} = \begin{bmatrix} C_{v,S} \\ 0 & I_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Hierbei ist $I_2 \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ die Einheitsmatrix. Durch die Transformation entspricht ein Teil des Zustandsvektors direkt den Synchronisierungsgrößen. Es resultiert folgendes transformiertes nichtlineares HiL-System $\tilde{\Sigma}_H$:

$$\tilde{\Sigma}_{H}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{RF,v} \\ \ddot{z}_{R,v} \\ \dot{z}_{R,v} \\ \dot{$$

Die neuen Zustandsgrößen sind $z_{RF,v} = z_{R,v} - z_{F,v}$ und $\dot{z}_{RF,v} = \dot{z}_{R,v} - \dot{z}_{F,v}$. Bei Vergleich der Differentialgleichungen von $z_{RF,v}$ und z_A lässt sich erkennen, dass das physikalische Teilsystem die Dynamik des virtuellen Teilsystems in der Form der Relativbewegung zwischen Aufbau und Rad nachbildet. Bei Konvergenz der Regelung, d. h. $z_A \rightarrow z_{RF,v}$ und $\dot{z}_A \rightarrow \dot{z}_{RF,v}$, entfallen die Anteile mit den Reglerverstärkungen $k_{P,P}$ und $k_{P,D}$ in der letzten Zeile des Differentialgleichungssystems. Dann stimmen die Gleichungen überein und das physikalische Teilsystem ist synchronisiert mit dem virtuellen Teilsystem. Das System vereinfacht sich zu

$$\tilde{\Sigma}_{H,\text{sync}}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{RF,\nu} \\ \ddot{z}_{R,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \\ \ddot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{c_R}{m_R} & -\frac{d_R}{m_R} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{c_R}{m_R} & -\frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{RF,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(\frac{1}{m_R} + \frac{1}{m_F}\right) \\ 0 \\ -\frac{1}{m_R} \end{bmatrix} F_M(\dot{z}_{RF,\nu}, z_{RF,\nu}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{c_R}{m_R} & \frac{d_R}{m_R} \\ 0 \\ \frac{c_R}{m_R} & \frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,\nu} \\ \dot{z}_{S,\nu} \end{bmatrix}.$$

Für eine Vergleichbarkeit muss Σ_z in (4-13) bzw. (4-14) ebenfalls mit T_v transformiert werden. Mit dem neuen Zustandsvektor $\tilde{x}_z = [z_{RF,z} \dot{z}_{RF,z} z_{R,z} \dot{z}_{R,z}]^T$ mit $z_{RF,z} = z_{R,z} - z_{F,z}$ ergibt sich

$$\tilde{\Sigma}_{z}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{RF,z} \\ \ddot{z}_{R,z} \\ \dot{z}_{R,z} \\ \ddot{z}_{R,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{RF,z} \\ \dot{z}_{R,z} \\ \dot{z}_{R,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(\frac{1}{m_{R}} + \frac{1}{m_{F}}\right) \\ 0 \\ -\frac{1}{m_{R}} \end{bmatrix} F_{P}(\dot{z}_{RF,z}, z_{RF,z}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \\ 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,z} \\ \dot{z}_{S,z} \end{bmatrix}.$$

Da die dynamischen Eigenschaften des Prüflings, welche z. B. mit den Gleichungen (4-11) bzw. (4-9) für F_M bzw. F_P beschrieben werden, im Referenzsystem und im HiL-System identisch sind, stimmen $\tilde{\Sigma}_{H,sync}$ und $\tilde{\Sigma}_z$ überein. Folglich kann das Referenzsystem $\tilde{\Sigma}_z$ bzw. Σ_z durch das HiL-System $\tilde{\Sigma}_H$ bzw. Σ_H im eingeschwungenen Zustand nachgebildet werden. Es wurde somit gezeigt, dass durch eine geschickte Wahl der Regelung und der Synchronisierungsgrößen die suboptimale Strukturierung umgangenen werden kann.

4.3.3 Stabilitätsanalysen

Im nächsten Schritt wird die Stabilität beurteilt. Zunächst wird die Stabilität der lokalen Regelung, daraufhin die des gesamten HiL-Systems betrachtet. Stabilitätsbeeinflussende Effekte, wie bspw. durch die Aktordynamik eingebrachten Verzögerungen, werden in Abschnitt 4.6.2 adressiert.

Stabilität der lokalen Positionsregelung

Bei der Positionsregelung in den Gleichungen (4-18) und (4-20), ohne äußeren HiL-Regelkreis, handelt es sich um eine PD-Regelungsvorschrift mit einer Vorsteuerung der Sollbeschleunigung. Es resultiert die folgende asymptotisch stabile Regelfehlerdynamik:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{z,A} \\ \ddot{e}_{z,A} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_{P,P} & -k_{P,D} \end{bmatrix}}_{A_{p,PR}} \begin{bmatrix} e_{z,A} \\ \dot{e}_{z,A} \end{bmatrix}.$$
(4-26)

Der Regelfehler ist $e_{z,A} = z_{A,r} - z_A$. Für ein stabiles Verhalten müssen die Eigenwerte der Matrix $A_{p,PR}$ in Gleichung (4-26) mit

$$\lambda_{e,1,2} = -\frac{k_{P,D}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{k_{P,D}^2 - 4k_{P,P}}$$
(4-27)

jeweils einen negativen Realteil besitzen, was mit $k_{P,D}, k_{P,P} \in \mathbb{R}^+$ erzielt werden kann, vgl. [MLS94, S. 192].

Stabilität des gesamten HiL-Systems

Die Betrachtung der Positionsregelung ist für eine Stabilitätsaussage des HiL-Systems nicht ausreichend. Zur Beurteilung der Stabilität des gesamten HiL-Systems wird zunächst ein Minimalbeispiel betrachtet und anschließend eine Verallgemeinerung durchgeführt.

Minimalbeispiel:

Das Referenzsystem (Eingrößensystem)

$$\Sigma_{z}: \dot{x}_{z} = a_{z}x_{z} + f_{z}(x_{z}) + w_{z},$$

$$y_{z,S} = x_{z}$$
(4-28)

soll mit einem HiL-System, bestehend aus dem virtuellen Teilsystem

`

$$\Sigma_{v} \colon \dot{x}_{v} = a_{z}x_{v} + f_{v}(t) + w_{z},$$

$$y_{v,S} = x_{v},$$

und dem physikalischen Teilsystem

$$\Sigma_p: \dot{x}_p = u_p + f_z(x_p),$$
$$y_{p,S} = x_p,$$

nachgebildet werden. Für das physikalische Teilsystem kann eine Zustandsregelung mit

$$u_p = -f_z(x_p) + k \left(x_{p,r} - x_p \right) + \dot{x}_{p,r}$$
(4-29)

vorgegeben werden, sodass gilt

$$\dot{x}_p = k \left(x_{p,r} - x_p \right) + \dot{x}_{p,r}.$$

Der Synchronisierungsfehler ist

$$\Delta y_S = y_{v,S} - y_{p,S} = x_v - x_p$$

Die HiL-Synthese besteht aus der Auswahl der Sollgrößen für die Regelung (Kompatibilitätsbedingung) mit

$$x_{p,r} = y_{v,S} = x_v$$
 bzw. $\dot{x}_{p,r} = \dot{y}_{v,S} = \dot{x}_v$

sowie der Zuweisung der dynamischen Zwangsbedingung (Gleichgewichtsbedingung) mit

$$f_v(t) = f_z(x_p).$$

Es resultiert folgendes HiL-System:

$$\Sigma_H: \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ \dot{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_z & 0 \\ a_z + k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_z(x_p) \\ f_z(x_p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_z \\ w_z \end{bmatrix}.$$

Werden für $f_z(x_z)$ bzw. für $f_z(x_p)$ bspw. die linearen Funktionen

$$f_z(x_z) = k_f x_z$$
 bzw. $f_z(x_p) = k_f x_p$

angenommen, wobei $k_f \in \mathbb{R}^+$ ist, so resultieren die Dynamikmatrizen des Referenzsystems und des HiL-Systems

$$A_z = a_z + k_f$$
 bzw. $A_H = \begin{bmatrix} a_z & k_f \\ a_z + k & k_f - k \end{bmatrix}$

mit den Eigenwerten

$$\lambda_z = a_z + k_f$$
 bzw. $\lambda_{H,1} = a_z + k_f$ und $\lambda_{H,2} = -k$.

Das HiL-System besitzt den gleichen Eigenwert wie das Referenzsystem und wird um den Eigenwert, welcher durch die Regelung entsteht, ergänzt. Die Übertragungsfunktion vom Eingang w_z zum Zustand x_z (Synchronisierungsgröße) ist mit $x_z(0) = 0$

$$G_z(s) = \frac{x_z(s)}{w_z(s)} = \frac{1}{s - (a_z + k_f)}.$$
(4-30)

Die entsprechende Übertragungsfunktion des HiL-Systems vom Eingang w_z zum Zustand x_p ist mit $x_p(0) = 0$

$$G_H(s) = \frac{x_p(s)}{w_z(s)} = \frac{s+k}{\left(s - \left(a_z + k_f\right)\right)(s+k)}.$$
(4-31)

Der stabile Eigenwert $\lambda_{H,2} = -k$ ist gleichzeitig eine Nullstelle von $G_H(s)$. Nach einer Kompensation entspricht die Übertragungsfunktion des HiL-Systems der Übertragungsfunktion des Referenzsystems $G_z(s)$. Folglich resultiert die Stabilität von Σ_H direkt aus der Stabilität von Σ_z und der Regelung.

Verallgemeinerung:

Es lässt sich zeigen, dass diese Eigenschaften auch bei beliebigen HiL-Systemen vorliegen, welche nach dem vorgeschlagenen Entwurfsschema entworfen werden. Dabei können das virtuelle und physikalische Teilsystem eine beliebige Systemordnung besitzen.

Das nachzubildende Referenzsystem besitzt das Zustandsraummodell¹² der Systemordnung *n*:

$$\Sigma_{z} \colon \begin{bmatrix} \dot{x}_{v} \\ \dot{x}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{v} & 0 \\ 0 & A_{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{v} \\ x_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{v}(t) \\ f_{p}(x_{p}, x_{v}) \end{bmatrix}$$

¹²Aufgrund der Übersichtlichkeit wird auf externe Anregungsgrößen verzichtet. Außerdem werden die Eingangs- und Störgrößen, z. B. $f_{\nu}(t)$, ohne eine Matrizenmultiplikation, mit z. B. $B_{f,\nu}$, dargestellt.

Die Verbindung der beiden Teilsysteme geschieht lediglich über die unbekannten, nichtlinearen Funktionen $f_v(t)$ und $f_p(x_p, x_v)$ mit

$$f_{v}(t) = B_{G}f_{p}(x_{p}, x_{v}),$$

wobei $B_G \in \mathbb{R}^{n_v, n_p}$ ist. Das Zustandsraummodell des virtuellen Teilsystems (Systemordnung $n_v \leq n$)

$$\Sigma_{\nu}: \dot{x}_{\nu} = A_{\nu}x_{\nu} + f_{\nu}(t),$$

$$y_{\nu,S} = \begin{bmatrix} I_{n_{S}} & 0 \end{bmatrix} x_{\nu} = C_{\nu,S}x_{\nu}$$
(4-32)

gibt eine Teildynamik von Σ_z wieder. Es wird davon ausgegangen, dass eine geeignete Zustandstransformation existiert, sodass die Synchronisierungsgrößen direkt am Ausgang verfügbar sind. Die Anzahl der Synchronisierungsgrößen ist $n_S \leq n_v$. Die Systemmatrix A_v setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$A_{\nu} = \begin{bmatrix} A_{\nu,11} & A_{\nu,12} \\ A_{\nu,21} & A_{\nu,22} \end{bmatrix}.$$

Hierbei sind $A_{\nu,11} \in \mathbb{R}^{n_S,n_S}, A_{\nu,12} \in \mathbb{R}^{n_S,n_\nu-n_S}, A_{\nu,21} \in \mathbb{R}^{n_\nu-n_S,n_S}, A_{\nu,22} \in \mathbb{R}^{n_\nu-n_S,n_\nu-n_S}$. Für die Eingangsgröße gilt analog

$$f_{\nu}(t) = \begin{bmatrix} f_{\nu,1}(t) \\ f_{\nu,2}(t) \end{bmatrix}$$

mit $f_{v,1}(t) \in \mathbb{R}^{n_S}, f_{v,2}(t) \in \mathbb{R}^{n_v - n_S}$.

Das physikalische Teilsystem setzt sich aus der Dynamik der Aktorik (Systemordnung n_A) und der Restdynamik von Σ_z (Systemordnung $n_p = n_z - n_v + n_A$) zusammen:

$$\Sigma_{p} \colon \begin{bmatrix} \dot{x}_{p} \\ \dot{x}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{p} & 0 \\ 0 & A_{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p} \\ x_{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{p}(x_{p}, x_{A}) \\ -f_{p}(x_{p}, x_{A}) \end{bmatrix},$$

$$y_{p,S} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p} \\ x_{A} \end{bmatrix} = C_{p,S} \begin{bmatrix} x_{p} \\ x_{A} \end{bmatrix}.$$
(4-33)

Es gilt zudem $n_S = n_A = n_z - n_v$. Für den Eingang $u_p \in \mathbb{R}^{n_A}$ kann eine Zustandsregelung gemäß einer geeigneten Regelungsvorschrift, analog zu Gleichung (4-29), entworfen werden:

$$u_p = -A_A x_A + f_p(x_p, x_A) + K (x_{A,r} - x_A) + \dot{x}_{A,r}.$$

Der Synchronisierungsfehler ist

$$\Delta y_{S} = y_{\nu,S} - y_{p,S}. \tag{4-34}$$

Mit den Referenzgrößen der Regelung (Kompatibilitätsbedingung)

$$x_{A,r} = y_{v,S}$$
 bzw. $\dot{x}_{A,r} = \dot{y}_{v,S} = \begin{bmatrix} A_{v,11} & A_{v,12} \end{bmatrix} x_v + f_{v,1}(t)$

und einer geeigneten Zuweisung der dynamischen Zwangsbedingung (Gleichgewichtsbedingung)

$$f_v(t) = B_G f_p(x_p, x_A)$$

resultiert das geregelte HiL-System

$$\Sigma_{H}: \begin{bmatrix} \dot{x}_{v} \\ \dot{x}_{p} \\ \dot{x}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{v} & 0 & 0 \\ 0 & A_{p} & 0 \\ [A_{v,11} + K & A_{v,12}] & 0 & -K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{v} \\ x_{p} \\ x_{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{G} \\ I_{n_{A}} \\ C_{v,S}B_{G} \end{bmatrix} f_{p}(x_{p}, x_{A}).$$
(4-35)

Zur Stabilitätsanalyse kann die indirekte Methode nach Lyapunov angewandt werden, s. Abschnitt 2.3.1. Dazu werden die jeweiligen nichtlinearen Funktionen um die Ruhelage linearisiert. Dabei wird angenommen, dass sich diese bei $x_{v,R} = 0$, $x_{p,R} = 0$ und $x_{A,R} = 0$ befinden. Dies ist keine Beschränkung der Allgemeinheit, da jede Ruhelage durch eine Transformation der Zustände in den Ursprung verschoben werden kann [Kha92, S. 98]. Für das linearisierte Referenzsystem resultiert

$$\bar{\Sigma}_{z} \colon \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{v} \\ \dot{\bar{x}}_{p} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{v} + B_{G} \left. \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{v}} \right|_{x_{v}=0} & B_{G} \left. \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \right|_{x_{p}=0} \\ \left. \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{v}} \right|_{x_{v}=0} & A_{p} + \left. \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \right|_{x_{p}=0} \end{bmatrix}}_{\bar{A}_{z}} \begin{bmatrix} \bar{x}_{v} \\ \bar{x}_{p} \end{bmatrix}.$$

Für das linearisierte HiL-System folgt

$$\bar{\Sigma}_{H}: \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{v} \\ \dot{\bar{x}}_{p} \\ \dot{\bar{x}}_{A} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{v} & B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} \\ 0 & A_{p} + \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} \\ \begin{bmatrix} [A_{v,11} + K & A_{v,12}] & C_{v,S} B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & -K + C_{v,S} B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} \end{bmatrix}}_{\bar{A}_{H}} \begin{bmatrix} \bar{x}_{v} \\ \bar{x}_{p} \\ \bar{x}_{A} \end{bmatrix}}.$$

Die Dynamikmatrix \bar{A}_H wird mit der Transformationsmatrix

$$T_{H} = \begin{bmatrix} I_{n_{v}} & 0 & 0\\ 0 & I_{n_{z}-n_{v}} & 0\\ C_{v,S} & 0 & -I_{n_{S}} \end{bmatrix}$$

bei gleichbleibenden Eigenwerten folgendermaßen transformiert

$$\tilde{A}_{H} = T_{H}^{-1} \bar{A}_{H} T_{H} = \begin{bmatrix} A_{v} + B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} C_{v,S} & B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & -B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} \\ \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} C_{v,S} & A_{p} + \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & -\frac{\partial f_{p}}{\partial x_{A}} \Big|_{x_{A}=0} \\ 0 & 0 & -K \end{bmatrix}$$

Für ein optimal strukturiertes HiL-System muss sichergestellt werden, dass die Schnittstellenfunktion $f_p(x_p, x_v)$ des Referenzsystems nur von den im HiL-System synchronisierbaren Zuständen des virtuellen Teilsystems abhängt, d. h.

$$\frac{\partial f_p}{\partial x_v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_p}{\partial y_{v,S}} & 0 \end{bmatrix}.$$

Gleichzeitig muss gelten, dass die Schnittstellenfunktion $f_p(x_p, x_A)$ des HiL-Systems dieselben Abhängigkeiten bzgl. der zu synchronisierenden Größe $y_{p,S} = x_A$ besitzt. Für die entsprechenden partiellen Ableitungen in \tilde{A}_H gilt zudem

$$\frac{\partial f_p}{\partial x_A} C_{\nu,S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_p}{\partial x_A} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_p}{\partial y_{p,S}} & 0 \end{bmatrix}.$$

Es folgt

$$\frac{\partial f_p}{\partial x_A} C_{\nu,S} = \frac{\partial f_p}{\partial x_\nu}$$

und für $\tilde{\bar{A}}_H$ resultiert

$$\tilde{A}_{H} = \begin{bmatrix} A_{v} + B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{v}} \Big|_{x_{v}=0} & B_{G} \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & * \\ \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{v}} \Big|_{x_{v}=0} & A_{p} + \frac{\partial f_{p}}{\partial x_{p}} \Big|_{x_{p}=0} & * \\ 0 & 0 & -K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{z} & * \\ 0 & -K \end{bmatrix}.$$

Aus der Systemstruktur ergibt sich, dass die Eigenwerte von \tilde{A}_H bzw. \bar{A}_H sich aus den Eigenwerten von \bar{A}_z und den Eigenwerten der Reglerverstärkungsmatrix *K* zusammensetzen. Da das Referenzsystem stabil ist und die Regelung als stabil angenommen wird, ist das HiL-System nach der indirekten Methode nach Lyapunov ebenfalls stabil.

Tatsächlich führt eine Zustandstransformation mit T_H zu einer in Abschnitt 4.3.2 vorgestellten Darstellung des HiL-Systems. Der transformierte Zustandsvektor des HiL-Systems ist

$$\tilde{x}_H = \begin{bmatrix} x_v \\ x_p \\ \Delta y_S \end{bmatrix} = T_H \begin{bmatrix} x_v \\ x_p \\ x_A \end{bmatrix}.$$

Der dritte Eintrag des ursprünglichen Zustandsvektors x_A wird ersetzt durch den Synchronisierungsfehler Δy_S , vgl. Gleichung (4-34). Die Dynamik von Δy_S berechnet sich mit den Synchronisierungsgrößen in (4-32) sowie (4-33) und den entsprechenden Gleichungen aus (4-35):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{y}_{S} &= \dot{y}_{v,S} - \dot{y}_{p,S} \\ &= C_{v,S} \dot{x}_{v} - \dot{x}_{A} \\ &= C_{v,S} \left(A_{v} x_{v} + B_{G} f_{p}(x_{p}, x_{A}) \right) - \left(\begin{bmatrix} A_{v,11} + K & A_{v,12} \end{bmatrix} x_{v} - K x_{A} + C_{v,S} B_{G} f_{p}(x_{p}, x_{A}) \right) \\ &= C_{v,S} A_{v} x_{v} - \left(\begin{bmatrix} A_{v,11} + K & A_{v,12} \end{bmatrix} x_{v} - K x_{A} \right) \\ &= \begin{bmatrix} A_{v,11} & A_{v,12} \end{bmatrix} x_{v} - \begin{bmatrix} A_{v,11} & A_{v,12} \end{bmatrix} x_{v} - K C_{v,S} x_{v} + K x_{A} \\ &= -K \left(C_{v,S} x_{v} - x_{A} \right) \\ &= -K \Delta y_{S}. \end{aligned}$$

Das gesamte transformierte HiL-System resultiert zu

$$\tilde{\Sigma}_H: \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ \dot{x}_p \\ \Delta \dot{y}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_v & 0 & 0 \\ 0 & A_p & 0 \\ 0 & 0 & -K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_p \\ \Delta y_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_G \\ I_{n_A} \\ 0 \end{bmatrix} f_p(x_p, \Delta y_S).$$

Die Systemstruktur hat den Vorteil, dass die Dynamiken des virtuellen bzw. physikalischen Teilsystems und der Regelung separiert sind (Blockdiagonalform). Das gesamte HiL-System setzt sich aus der Dynamik des Referenzsystems und der Regelung zusammen. Sind das Referenzsystem und die Regelung jeweils stabil, so ist auch das HiL-System stabil. Bis auf den Einschwingvorgang stimmt die Dynamik des HiL-Systems mit der des Referenzsystems vollständig überein. Die Nichtlinearität $f_p(x_p, \Delta y_S)$ hängt jetzt formal von Δy_S ab, entspricht aber $f_p(x_p, x_A)$. Zur Sicherstellung der Stabilität muss gefordert werden, dass das Einschwingverhalten keinen negativen Einfluss auf $f_p(x_p, \Delta y_S)$ hat und sich das System dann bspw. aufschwingt. Da in mechatronischen HiL-Systemen meist Prüflinge mit dissipativen Elementen verwendet werden, kann jedoch davon ausgegangen werden, dass das System *passiv* ist, s. [Ada18, S. 126 ff.] zum Thema *Passivität*. Nichtsdestotrotz konnte die Stabilität mit der indirekten Methode nach Lyapunov für das linearisierte System nachgewiesen werden.

Für das betrachtete Anwendungsbeispiel in (4-24) bzw. mit der zustandstransformierten Schreibweise in (4-25) resultiert, unabhängig von dem unbekannten, nichtlinearen Prüfling, ebenfalls ein stabiles Verhalten, wenn die System- und Regelparameter positiv sind. Die Dynamik des Synchronisierungsfehlers ist

$$\Delta \dot{y}_{S} = \dot{y}_{\nu,S} - \dot{y}_{p,S} = \begin{bmatrix} \dot{z}_{RF,\nu} \\ \ddot{z}_{RF,\nu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{z}_{A} \\ \ddot{z}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_{RF,\nu} - \dot{z}_{A} \\ -k_{P,D} \left(\dot{z}_{RF,\nu} - \dot{z}_{A} \right) - k_{P,P} \left(z_{RF,\nu} - z_{A} \right) \end{bmatrix}.$$

4.3.4 Auslegung

Mit

Bei der Stabilitätsanalyse konnte gezeigt werden, dass die Eigenwerte des Referenzsystems und der Regelung (bei Vernachlässigung der Aktordynamik) unabhängig voneinander sind. Somit wird der Entwurf der Regelung zunächst isoliert von der restlichen Systemdynamik stattfinden. Angelehnt an den Entwurfsprozess für den frei beweglichen Hexapoden in [Kno17] findet der Regelungsentwurf für die Positionsregelung mittels Polvorgabe statt.

Für die resultierende Strecke zweiter Ordnung in Gleichung (4-19) kann das Wunschverhalten durch Vorgabe einer Eigenkreisfrequenz ω_0 und eines Dämpfungsmaßes ζ über die Regelungsparameter $k_{P,D}$, $k_{P,P}$ erzielt werden. Der Zusammenhang wird aus der Regelfehlerdifferentialgleichung, die sich aus Gleichung (4-26) ergibt, deutlich:

$$\ddot{e}_{z,A} + k_{P,D}\dot{e}_{z,A} + k_{P,P}e_{z,A} = 0.$$

$$\zeta = \sqrt{0.5},$$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 60 \text{ rad/s}$$
(4-36)

resultieren die Reglerverstärkungen

$$k_{P,D} = 2\zeta\omega_0 = 533,15,$$

$$k_{P,P} = \omega_0^2 = 142\,122,3.$$
(4-37)

Damit wird ein Einschwingverhalten der Positionsregelung mit Oszillographendämpfung und einer Regelungsbandbreite (-3 dB) von 60 Hz erreicht, welche am Hexapoden in vertikaler Richtung erzielt werden konnte. Nach Gleichung (4-27) ergeben sich die Eigenwerte

$$\lambda_{e,1,2} = -266,57 \pm 266,57 j.$$

4.4 HiL-System mit indirekter Kraftregelung (Impedanzregelung)

Im Weiteren werden kraftbasierte HiL-Regelungen vorgestellt. Es werden Verfahren entwickelt, welche einerseits auf indirekten, andererseits auf direkten Kraftregelungsverfahren basieren. Die in dieser Arbeit entwickelte HiL-Synthese lässt sich analog zu den positionsbasierten Verfahren durchführen, wird im Folgenden aber lediglich in einer kompakten Form dargestellt. Außerdem wird direkt angenommen, dass eine ideale Aktordynamik, d. h. $F_A \equiv F_{A,soll}$ bzw. $u_p \equiv u_{p,soll}$, vorhanden ist. Neben der im vorigen Abschnitt vorgestellten Admittanzregelung, lässt sich mithilfe einer indirekten Kraftregelung auch ein impedanzgeregeltes HiL-System realisieren, vgl. Abschnitt 3.3.3. Der wesentliche Unterschied zu dem vorigen Regelungsansatz ist die Vermeidung der Positionsregelung für die Synchronisierung.

Wie aus dem akademischen Beispiel im Stand der Technik und Forschung hervorgegangen ist, s. S. 64 ff., resultiert die Anzahl der Zustände im impedanzgeregelten System aus der Anzahl der Zustände in der Strecke. Die Dynamik des virtuellen Teilsystems wird explizit in der Regelungsvorschrift verwendet, ohne dabei die Differentialgleichungen des virtuellen Teilsystems bzw. der Impedanz zu lösen. Die gezeigte Vorgehensweise ist Stand der Technik in der Robotik. Die Grundidee lässt sich ebenfalls auf die HiL-Synthese des hier betrachteten Anwendungsbeispiels erweitern.

Das geregelte HiL-System muss mindestens die Anzahl an Zuständen besitzen wie das Referenzsystem, hier: $n_z = 4$. Mit der Aktorik (Strecke) des HiL-Systems lässt sich jedoch nur ein Zustandspaar regeln, z. B. das der Relativbewegung. Folglich könnte mithilfe einer "typischen" Impedanzregelung das HiL-System nicht realisiert werden. Anhand des Anwendungsbeispiels wird im Weiteren gezeigt, wie ein HiL-System auf Basis der Idee einer Impedanzregelung dennoch entworfen werden kann. Die Grundidee besteht darin nur ein Teilsystem des virtuellen Teilsystems explizit in der Impedanzregelung zu berücksichtigen und das restliche virtuelle Teilsystem mit gewöhnlichen Differentialgleichungen zu formulieren.

Der Ansatz für die Stellgröße entspricht Gleichung (3-10). Somit gilt für u_p von Σ_p in Gleichung (4-16)

$$u_p = F_A = m_A \ddot{z}_A + F_M(\dot{z}_A, z_A).$$

Mit den bereits identifizierten Zusammenhängen für die Gleichgewichtsbedingungen an den Schnittstellen, vgl. bspw. Gleichung (4-23), gilt

$$f_{\nu}(t) = \begin{bmatrix} F_{F,\nu}(t) \\ F_{R,\nu}(t) \end{bmatrix} = b_G f_p(x_p) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} F_M(\dot{z}_A, z_A).$$
(4-38)

Es existieren nun zwei Möglichkeiten zur HiL-Synthese. Die Schnittkraft $F_M(\dot{z}_A, z_A)$ kann durch das Rad- oder Aufbaumodell ersetzt werden. Geschieht dies mit dem Radmodell, folgt aus den Bewegungsgleichungen in (4-12) und dem Zusammenhang in Gleichung (4-38)

$$u_p = m_A \ddot{z}_A - m_R \ddot{z}_{R,v} - d_R \dot{z}_{R,v} - c_R z_{R,v} + d_R \dot{z}_{S,v} + c_R z_{S,v}.$$

Da $\ddot{z}_{R,v}$ unbekannt ist, wird die Größe mithilfe der Zusammenhänge der Kompatibilitätsbedingung in Gleichung (4-7) durch

$$\ddot{z}_{R,v} = \ddot{z}_A + \ddot{z}_{F,v}$$

ersetzt. Da außerdem die Rückführung der Aktorbeschleunigung \ddot{z}_A unerwünscht ist, wird die Größe mithilfe der Gleichung (4-10) ersetzt. Es folgt

$$u_{p} = \left(1 - \frac{m_{R}}{m_{A}}\right)(F_{A} - F_{M}(\dot{z}_{A}, z_{A})) - m_{R}\ddot{z}_{F,v} - d_{R}\dot{z}_{R,v} - c_{R}z_{R,v} + d_{R}\dot{z}_{S,v} + c_{R}z_{S,v}.$$

Wegen der idealen Aktordynamik und analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.3.3, vgl. auch [OMN15], wird F_A auf der rechten Seite der Gleichung mit $F_A = u_p$ ersetzt. Des Weiteren wird für $\ddot{z}_{F,v}$ die Differentialgleichung der Aufbaubewegung in (4-12) mit der Bedingung in (4-38) eingesetzt. Es resultiert die Regelungsvorschrift der Impedanzregelung

$$u_{p} = \left(1 - \frac{m_{A}}{m_{R}} - \frac{m_{A}}{m_{F}}\right) F_{M}(\dot{z}_{A}, z_{A}) - \frac{m_{A}}{m_{R}} \left(d_{R}\left(\dot{z}_{R,\nu} - \dot{z}_{S,\nu}\right) + c_{R}\left(z_{R,\nu} - z_{S,\nu}\right)\right).$$
(4-39)

Das virtuelle Teilsystem besteht nur aus der Raddynamik:

$$\Sigma_{\nu} \colon \begin{bmatrix} \dot{z}_{R,\nu} \\ \ddot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_R}{m_R} & -\frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{R,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_R} \end{bmatrix} F_M(\dot{z}_A, z_A) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{c_R}{m_R} & \frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,\nu} \\ \dot{z}_{S,\nu} \end{bmatrix}.$$
(4-40)

Für das impedanzgeregelte HiL-System ergeben sich folgende Zustandsgleichungen:

$$\Sigma_{H}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{R,v} \\ \ddot{z}_{R,v} \\ \dot{z}_{A} \\ \ddot{z}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{R,v} \\ \dot{z}_{R,v} \\ z_{A} \\ \dot{z}_{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_{R}} \\ 0 \\ -\left(\frac{1}{m_{R}} + \frac{1}{m_{F}}\right) \end{bmatrix} F_{M}(\dot{z}_{A}, z_{A}) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,v} \\ \dot{z}_{S,v} \end{bmatrix}.$$
(4-41)

Das HiL-System besitzt vier Zustände. Die dynamischen Größen des Aufbaus $z_{F,v}$, $\dot{z}_{F,v}$ sind keine Zustandsgrößen. Im Vergleich zum admittanzgergelten HiL-System resultiert eine Teildynamik des virtuellen Teilsystems nicht mehr durch die Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Um die dynamischen Größen zu berechnen, muss die Kompatibilitätsbedingung verwendet werden:

$$z_{F,v} = z_{R,v} - z_A, \quad \dot{z}_{F,v} = \dot{z}_{R,v} - \dot{z}_A. \tag{4-42}$$

Wird die Beschleunigung $\ddot{z}_{F,v}$ benötigt, muss \ddot{z}_A bekannt sein. Weiterhin können nicht alle Anfangsbedingungen des HiL-Systems frei vorgeben werden. In Bild 4-4 ist das Strukturbild abgebildet.

Das HiL-System kann ebenfalls mit den Differentialgleichungen der Aufbaudynamik formuliert werden. Dazu müssen lediglich die dynamischen Größen $z_{R,v}$, $\dot{z}_{R,v}$ in der Regelungsvorschrift in Gleichung (4-39) mithilfe der Beziehungen in der Gleichung (4-42) ersetzt werden. Es resultiert das HiL-System

$$\Sigma_{H}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{F,v} \\ \ddot{z}_{F,v} \\ \dot{z}_{A} \\ \ddot{z}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} & -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{F,v} \\ \dot{z}_{F,v} \\ z_{A} \\ \dot{z}_{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_{F}} \\ 0 \\ -\left(\frac{1}{m_{R}} + \frac{1}{m_{F}}\right) \end{bmatrix} F_{M}(\dot{z}_{A}, z_{A}) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{R}}{m_{R}} & \frac{d_{R}}{m_{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,v} \\ \dot{z}_{S,v} \end{bmatrix}.$$



Bild 4-4: Strukturbild des indirekt kraftgeregelten HiL-Systems (Impedanzregelung)

4.5 HiL-System mit direkter Kraftregelung (explizite Kraftregelung)

Im Vergleich zu der positionsbasierten HiL-Regelung ist die Idee der nachfolgend vorgestellten HiL-Regelung die explizite Regelung der Kräfte an der Schnittstelle zwischen dem virtuellen und physikalischen Teilsystem. Die Sollkräfte resultieren aus dem virtuellen Teilsystem. Die Feedbackgrößen des HiL-Systems müssen dann dynamische Bewegungsgrößen sein. Diese müssen im physikalischen Teilsystem gemessen und dem virtuellen Teilsystem als Eingang zur Verfügung gestellt werden. Da so eine Struktur zu einem akausalen Verhalten des virtuellen Teilsystems führt, ist die Synthese kraftgeregelter HiL-Systeme deutlich anspruchsvoller als die der positionsgeregelten HiL-Systeme. Zur Vermittlung der Grundidee wird erneut das Minimalbeispiel aus Abschnitt 4.3.3 verwendet, s. S. 89.

4.5.1 Minimalbeispiel zur Realisierung eines HiL-DAE-Systems

Betrachtet wird das Referenzsystem (Eingrößensystem) in Gleichung (4-28):

$$\Sigma_z: \dot{x}_z = a_z x_z + f_z(x_z) + w_z,$$

$$y_{z,S} = f_z(x_z).$$

Die Synchronisierungsgröße im HiL-System entspricht der nichtlinearen Funktion $f_z(x_z)$, welche die Kontaktkraft an der Schnittstelle im geplanten HiL-System darstellen soll. Die Ausgangsgröße des virtuellen Teilsystems

$$\Sigma_{v}: \dot{x}_{v} = a_{z}x_{v} + f_{v}(t) + w_{z},$$
$$y_{v,S} = f_{v}(t)$$

ist die unbekannte Funktion $f_v(t)$. Für das physikalische Teilsystem

$$\Sigma_{p}: \dot{x}_{p} = u_{p} + f_{z}(x_{p}),$$

$$y_{p,S} = f_{z}(x_{p})$$
(4-43)

wird eine Kraftregelung mit

$$u_p = \dot{x}_p - f_z(x_p) + k_P \left(f_{p,r} - f_z(x_p) \right)$$
(4-44)

entworfen, wobei $f_{p,r}$ der Sollkraft entspricht. Eingesetzt in Gleichung (4-43) resultiert die Fehlerdynamik

$$k_P\left(f_{p,r} - f_z(x_p)\right) = 0,$$

wobei mit $k_P \in \mathbb{R}$ ein stabiles Verhalten erzielt werden kann. Die Algorithmen für den Soll-Ist-Vergleich können auch anders ausgeartet sein, z. B. mit der zusätzlichen Verwendung eines D-Anteils. Die Regelung in Gleichung (4-44) erfordert die Messung von \dot{x}_p . Dies bedeutet eine Messung bzw. Bestimmung von Beschleunigungen im Kontext der in dieser Arbeit betrachteten mechanischen Systeme.

Die Sollgröße der Regelung ist $f_{p,r} = f_v$. Somit resultiert für den Synchronisierungsfehler

$$\Delta y_S = y_{\nu,S} - y_{p,S} = f_\nu - f_z(x_p).$$

Für die Einhaltung der dynamischen Zwangsbedingung muss folgende algebraische Nebenbedingung eingehalten werden:

$$x_v - x_p = 0$$

Die Nebenbedingung kann genutzt werden, um die Rückführung der Größe \dot{x}_p in der Regelungsvorschrift in Gleichung (4-44) zu vermeiden. Dazu wird \dot{x}_p durch das bekannte \dot{x}_v ersetzt.

Für das HiL-System mit expliziter Kraftregelung resultiert folgendes DAE-System als nichtlineares Zustandsraummodell in Deskriptorform:

$$\Sigma_{H}: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{v} \\ \dot{x}_{p} \\ f_{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{z} & 0 & 1 \\ a_{z} & 0 & 1 + k_{p} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{v} \\ x_{p} \\ f_{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -k_{p}f_{z}(x_{p}) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} w_{z},$$
$$y_{H} = f_{z}(x_{p}).$$

Wird für $f_z(x_p)$ die lineare Funktion

$$f_z(x_p) = k_f x_p \tag{4-45}$$

angenommen, mit $k_f \in \mathbb{R}^+$, folgt für die Dynamikmatrizen des Referenzsystem und des HiL-Systems

$$A_z = a_z + k_f$$
 bzw. $A_H = \begin{bmatrix} a_z & 0 & 1\\ a_z & -k_P k_f & 1 + k_P\\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Das lineare Deskriptorsystem des HiL-Systems mit der singulären Matrix

$$E_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ist regulär, da Werte für $\lambda \in \mathbb{C}$ existieren, für die gilt, vgl. [Dai89, S. 6 f.],

$$\det(\lambda E_H - A_H) \neq 0.$$

Um einen Vergleich mit den Übertragungsfunktionen in den Gleichungen (4-30) bzw. (4-31) zu ermöglichen, wird die Übertragungsfunktion vom Eingang w_z zur Bewegungsgröße x_p betrachtet ($x_p(0) = 0$). Es resultiert

$$G_H(s) = \frac{x_p(s)}{w_z(s)} = C_H \left(sE_H - A_H\right)^{-1} B_H = \frac{1}{s - \left(a_z + k_f\right)}$$
(4-46)

mit $C_H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ und $B_H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$. Es zeigt sich, dass der kraftbasierte Ansatz das Referenzsystem ideal nachbilden kann.

Die P-Regelung in Gleichung (4-44) kann durch einen D-Anteil ergänzt werden:

$$u_p = \dot{x}_p - f_z(x_p) + k_P \left(f_{p,r} - f_z(x_p) \right) + k_D \left(\dot{f}_{p,r} - \dot{f}_z(x_p) \right)$$

mit $k_P, k_D \in \mathbb{R}^+$. Die Fehlerdynamik ist dann

$$k_D\left(\dot{f}_{p,r}-\dot{f}_z(x_p)\right)+k_P\left(f_{p,r}-f_z(x_p)\right)=0.$$

Wird erneut \dot{x}_p durch das bekannte \dot{x}_v ersetzt und werden für die Sollwerte $f_{p,r} = f_v$ bzw. $\dot{f}_{p,r} = \dot{f}_v$ gewählt, so resultiert mit dem Ansatz für die gemessene nichtlineare Funktion in Gleichung (4-45) mit

$$f_z(x_p) = k_f x_p$$
 bzw. $f_z(x_p) = k_f \dot{x}_p$

folgendes HiL-DAE-System:

$$\Sigma_{H}: \underbrace{\begin{bmatrix} I_{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{E_{H}} \begin{bmatrix} \dot{x}_{v} \\ \dot{x}_{p} \\ f_{v} \\ \dot{f}_{v} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{z} & 0 & 1 & 0 \\ a_{z} & -k_{p}k_{f} & 1+k_{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{H}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{v} \\ x_{p} \\ f_{v} \\ \dot{f}_{v} \end{bmatrix}}_{B_{H}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1+k_{D}k_{f} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{H}} w_{z},$$

Auch für dieses HiL-System mit expliziter PD-Kraftregelung resultiert mit Gleichung (4-46) und nach Pol-/Nullstellenkompensation die gleiche Übertragungsfunktion wie beim Referenzsystem Σ_z .

4.5.2 Entwurf für das Anwendungsbeispiel (DAE-System)

Für das in diesem Kapitel betrachtete Anwendungsbeispiel lässt sich das Vorgehen des vorigen Beispiels übertragen. Auf eine Zustandsraumdarstellung und einen Stabilitätsbzw. Funktionsnachweis in allgemeiner Form, vgl. Abschnitt 4.3, wird im Folgenden verzichtet. Simulationsergebnisse im nachfolgenden Teil der Arbeit bestätigen jedoch die Übertragbarkeit der Vorgehensweise. Für das virtuelle Teilsystem Σ_{ν} und das physikalische Teilsystem Σ_{p} werden die Zustandsraumdarstellungen in den Gleichungen (4-15) bzw. (4-16), jedoch mit den Ausgangsgrößen

$$y_{v,S} = f_v,$$

$$y_{p,S} = b_G f_p(x_p),$$

verwendet, wobei der Vektor b_G wie in Gleichung (4-23) gewählt wird. Der Regel- bzw. Synchronisierungsfehler ist demnach

$$\Delta y_S = y_{v,S} - y_{p,S} = f_v - b_G f_p(x_p).$$

Zur Regelung der Kräfte an der Schnittstelle wird ein PD-Regler ohne unterlagerte Regelschleife vorgeschlagen. Bei diesem Regelungsansatz ist im Vergleich zu einem PI-Regler mit unterlagerter Positionsregelung, wie er im Kontext der HiL-Simulation in [OKT⁺16b] entworfen wurde, eine höhere Regelgüte zu erwarten, vgl. [OKT⁺18]. Dies wird auch im Kontext direkter Kraftregelungen (ohne HiL-Simulation) in [ES87] bestätigt. Für die Stellgröße u_p von Σ_p gilt

$$u_p = F_A = m_A \ddot{z}_A + F_M(\dot{z}_A, z_A) + u_F.$$
(4-47)

Der neue Regelungseingang u_F beinhaltet den PD-Regler:

$$u_F = k_{F,D} \left(\dot{f}_{p,r} - \dot{f}_p(x_p) \right) + k_{F,P} \left(f_{p,r} - f_p(x_p) \right)$$
(4-48)

mit $k_{F,D}, k_{F,P} \in \mathbb{R}^+$ sowie $f_{p,r} = f_v$ und $\dot{f}_{p,r} = \dot{f}_v$. Die zeitlichen Ableitungen \dot{f}_v, \dot{f}_p werden über eine geeignete Differentiation generiert.

Die Zwangsbedingung zwischen Σ_{ν} und Σ_{p} wird explizit über die holonome Zwangsbedingung (algebraische Nebenbedingung) in Gleichung (4-7) realisiert:

 $z_{R,\nu} - z_{F,\nu} - z_A = 0. (4-49)$

Die unbekannte Größe \ddot{z}_A in Gleichung (4-47) wird mithilfe der Bedingung in Gleichung (4-49) durch

$$\ddot{z}_A = \ddot{z}_{R,v} - \ddot{z}_{F,v}$$

ersetzt. Es ergeben sich dann folgende Zustandsgleichungen des explizit kraftgeregelten

HiL-Systems:

$$\Sigma_{H}: \left[\begin{matrix} I_{7} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ E_{H} \end{matrix}\right] \begin{pmatrix} \ddot{z}_{F,v}\\ \ddot{z}_{R,v}\\ \ddot{z}_{R,v}\\ \ddot{z}_{A}\\ f_{v}\\ \dot{f}_{v}\\ \dot{f$$

4.5.3 Realisierung und Auslegung

Die Darstellung des HiL-Systems als DAE-System eignet sich sehr gut zur Systemanalyse im Rahmen von modellbasierten Voruntersuchungen. Dennoch kann das DAE-System nicht ohne Weiteres genutzt werden, um am Zielsystem eine HiL-Simulation zu realisieren. Das Problem ist die Verknüpfung des virtuellen und physikalischen Teilsystems mit der algebraischen Nebenbedingung, welche explizit in den Systemgleichungen formuliert ist. Im Folgenden wird gezeigt, wie die notwendigen Gleichungen des virtuellen Teilsystems extrahiert werden können, um sie auf einem Echtzeitrechner zur Realisierung eines Umgebungsmodells zu implementieren.

Die Sollkraft $f_{p,r} = f_v$ für die Kraftregelung in den Gleichungen (4-47) und (4-48) lässt sich bspw. mithilfe der Differentialgleichung des Fahrzeugaufbaus, vgl. zweite Zeile in Gleichung (4-50), sowie der Gleichgewichtsbedingung, vgl. Gleichung (4-38), berechnen:

$$f_{p,r} = m_F \ddot{z}_{F,v}.$$

Die Größe $\ddot{z}_{F,v}$ wird mithilfe der Beziehung, die sich aus der algebraischen Nebenbedingung in Gleichung(4-49) ergibt, bestimmt:

 $\ddot{z}_{F,v}=\ddot{z}_{R,v}-\ddot{z}_A.$

Für die Realisierung der expliziten Kraftregelung wird somit die Beschleunigung der Aktorik \ddot{z}_A benötigt.

Das Radmodell wird weiterhin mit gewöhnlichen Differentialgleichungen modelliert. Jedoch wird die unbekannte Größe f_v durch die gemessene Kraft $F_M(\dot{z}_A, z_A)$ mithilfe der Gleichgewichtsbedingung in Gleichung (4-38) ersetzt. Das nun implementierbare virtuelle Teilsystem resultiert zu

$$\Sigma_{\nu}: \begin{bmatrix} \dot{z}_{R,\nu} \\ \ddot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_R}{m_R} & -\frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{R,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_R} \end{bmatrix} F_M(\dot{z}_A, z_A) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{c_R}{m_R} & \frac{d_R}{m_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{S,\nu} \\ \dot{z}_{S,\nu} \end{bmatrix}, \qquad (4-51)$$
$$y_{\nu,S} = f_{p,r} = m_F(\ddot{z}_{R,\nu} - \ddot{z}_A).$$

In Bild 4-5 ist das entsprechende Strukturbild dargestellt.



Bild 4-5: Strukturbild des explizit kraftgeregelten HiL-Systems

Im Vergleich zur Positionsregelung kann die Kraftregelung des HiL-Systems nicht unabhängig von der inhärenten Systemdynamik ausgelegt werden. Die zu berücksichtigende Dynamik resultiert einerseits aus der Prüflingsdynamik, andererseits aus der Aktordynamik. Dies lässt sich folgendermaßen begründen: Die Regelfehlerdifferentialgleichung der Kraftregelung

$$k_{F,D}(\dot{f}_{p,r} - \dot{f}_p(x_p)) + k_{F,P}(f_{p,r} - f_p(x_p)) = 0$$

beinhaltet die Schnittkräfte, welche sich durch die Eigenschaften des Prüflings ergeben, sodass die Steifigkeiten und Dämpfungscharakteristika einen direkten Einfluss auf die Güte der Regelung besitzen. Darüber hinaus muss die Aktordynamik im Entwurf berücksichtigt werden. Die bisher gemachte Annahme, die Aktoren seien ideale Kraftsteller (hier: unterlagert differenzdruckgeregelt) ist für eine Kraftregelung in der höheren Kaskadenebene unzureichend, da sich die resultierenden und eingeprägten Kräfte gegenseitig beeinflussen, was aus der Bewegungsgleichung der Aktorik hervorgeht, vgl. (4-10). Simulationen in den darauffolgenden Abschnitten untermauern die Aussagen. Die Auslegung der Regelungsparameter $k_{F,D}$ und $k_{F,P}$ findet somit nach Einführung der Aktordynamik und eines nominalen Prüflingsmodells in den nachfolgenden Abschnitten statt.

4.5.4 Modellierung der Aktordynamik

Für den Entwurf der expliziten Kraftregelung sowie zur Analyse der Auswirkung der im Zielsystem verwendeten Aktorik wird ein geeignetes Aktormodell vorgestellt. Zur Regelung der Aktorkräfte werden bei dem Zielsystem die Differenzdrücke der einzelnen Zylinder des Hexapoden geregelt. Aufgrund der beidseitig gleichen Zylinderkolbenflächen lassen sich aus den Differenzdrücken die Kräfte berechnen. Die resultierende Dynamik der nichtlinearen hydraulischen Strecke, der Ventildynamik sowie der Differenzdruckregelung kann mit der Übertragungsfunktion eines PT₃-Glieds

$$G_A(s) = \frac{F_A(s)}{F_{A,soll}(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0},$$
(4-52)

bzw. mit dem Zustandsraummodell

$$\begin{bmatrix} \dot{F}_{A} \\ \ddot{F}_{A} \\ \ddot{F}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{0} & -a_{1} & -a_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{A} \\ \dot{F}_{A} \\ \ddot{F}_{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{0} \end{bmatrix} F_{A,soll},$$

$$y_{A} = F_{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(4-53)$$

gut approximiert werden, vgl. [Kno17, S. 19 ff.]. Für das ursprüngliche Modell in [Kno17] wurde mithilfe physikalischer Zusammenhänge eine Bandbreite (-3 dB) von 209 Hz angenommen. Prüfstandsmessungen konnten die PT₃-Dynamik bestätigen. Die tatsächliche Regelungsbandbreite ist ca. 159 Hz. Außerdem ist das Modell nicht stationär genau. Für die Gleichungen (4-52) und (4-53) resultieren für das validierte Aktormodell folgende Parameter:

$$b_0 = 1,1706 \cdot 10^9,$$

$$a_0 = 1,2584 \cdot 10^9,$$

$$a_1 = 2,0391 \cdot 10^6,$$

$$a_2 = 1,7266 \cdot 10^3.$$

4.5.5 Optimierungsbasierter Entwurf unter Berücksichtigung der Systemdynamik

Der Entwurf der Regelung für das kraftgeregelte System, vgl. Bild 4-5, findet mithilfe einer Optimierung statt. Es wird die PD-Regelung basierend auf dem Ansatz in den Gleichungen (4-47) bzw. (4-48) verfolgt. Für die Realisierbarkeit des idealen PD-Glieds, wird ein PT_1 -Glied nachgeschaltet. Anstelle des idealen Reglers aus Gleichung (4-48)

$$G_{u_F,id}(s) = \frac{u_F(s)}{e_F(s)} = k_{F,P} + k_{F,D}s$$

hier als Übertragungsfunktion dargestellt, wird folgende Vorschrift verwendet:

$$G_{u_F,real}(s) = \frac{u_F(s)}{e_F(s)} = k_{F,P} + \frac{k_{F,D}s}{T_Ds + 1}.$$
(4-54)

Hierbei ist $e_F(s)$ der Regelfehler $e_F(t) = f_{p,r} - f_p(x_p) = F_{M,r} - F_M$ im Laplace-Bereich. Für die Zeitkonstante des PT₁-Glieds hat sich $T_D = 1$ ms als geeignet erwiesen. Der Optimierungsparameter k setzt sich aus den Regelungsparametern $k = [k_{F,P} k_{F,D}]$ zusammen. In Bild 4-6 ist das Strukturbild des kraftgeregelten Systems mit Aktordynamik dargestellt.



Bild 4-6: Strukturbild des explizit kraftgeregelten Systems

Für die Aktormasse gilt $m_A = 235$ kg, vgl. Tabelle 2-1. Die Berechnung der Kraft F_M in Σ_p geschieht mithilfe eines nominalen Modells des Prüflings (lineares Feder-Dämpfer-System) nach Gleichung (4-11). Die verwendeten Parameter sind

$$c_F = 31\,000\,\mathrm{N/m},$$

 $d_F = 2102.6\,\mathrm{Ns/m}.$
(4-55)

Die beiden Regelungsterme der Kraftreglung werden in separaten Blöcken dargestellt. Der Block "Komp." beinhaltet die Kompensationsterme aus Gleichung (4-47). Werden alle Blöcke bis auf $G_{u_F,real}(s)$ zu der Streckenübertragungsfunktion $G_s(s)$ zusammengefasst, vereinfacht sich das Strukturbild zu dem in Bild 4-7.



Bild 4-7: Vereinfachtes Strukturbild des explizit kraftgeregelten Systems

Zur Beurteilung der Regelungsgüte werden die Sprungantwort und der Frequenzgang betrachtet. In der Optimierung wird die Abweichung der geregelten Strecke mit Systemantworten eines Referenzsystems hinsichtlich zu definierender Kriterien beurteilt. Dazu wird eine Referenz- bzw. Wunschübertragungsfunktion für das Folgeverhalten der Kraftregelung definiert. Dieses Vorgehen hat sich bereits für den Entwurf der Positionsregelung des frei beweglichen Hexapoden bewährt, vgl. [Kno17, S. 50 ff.].

Für den Entwurf der Wunschübertragungsfunktion wird ein doppeltes PT_2 -Glied verwendet. Unter der Annahme, dass aus der Regelungsvorschrift der Kraftregelung in Gleichung (4-47) die Streckendynamik (Prüflings- und mechanische Aktordynamik) durch Rückführung über die Kontaktkraft $F_M(\dot{z}_A, z_A)$ und die Beschleunigung \ddot{z}_A kompensiert wird, resultiert für den geschlossenen Regelkreis in Bild 4-7 ein System mit Differenzordnung vier. Folgende Übertragungsfunktion mit einer Bandbreite von 43,65 Hz bei –3 dB wird für die Optimierung verwendet:

$$G_{F,w}(s) = \frac{F_{M,w}(s)}{F_{M,r}(s)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{(120\pi)^2}s^2 + \frac{2\cdot0.75}{120\pi}s + 1\right)^2}.$$
(4-56)

Zur Auswertung der Sprungantwort wird der *Fehler im quadratischen Mittel* verwendet. Diese als *RMS-Fehler* (RMS: engl. Abkürzung für *root mean square*) bezeichnete Größe ist die Zielfunktion der Optimierung und berechnet sich mit

$$J_o(k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_{r,i} - y_{o,i})^2}.$$
(4-57)

Dabei bezeichnet $y_{r,i}$ den Wert des Referenzsystems und $y_{o,i}$ den Wert des optimierten Systems bei dem Zeitschritt *i* mit $y_r(t) = F_{M,w}(t)$ und $y_o(t) = F_{M,nom}(t)$, wobei $F_{M,nom}$ die Kontaktkraft des optimierten Systems mit nominalen Parametern ist. Die Anzahl der Zeitschritte der Simulation ist *N*. Für die Sprunganregung bei t = 0 wird eine Simulationsdauer von 1 s mit einer Integrationsschrittweite von 0,2 ms gewählt.

Für die Optimierung werden Nebenbedingungen formuliert. Mit der ersten Nebenbedingung wird sichergestellt, dass die Regelungsbandbreite (-3 dB) des optimierten Systems $G_{F,o}(j\omega)$ oberhalb von $f_{-3dB} = 30$ Hz bzw. $\omega_{-3dB} = 2\pi f_{-3dB}$ liegt. Es folgt

$$g_{o,1}(k) = -\left|G_{F,o}(j\omega_{-3dB})\right|_{dB} - 3 \le 0.$$

Hierbei bezeichnet $|G_{F,o}(j\omega_{-3dB})|_{dB}$ die Amplitudenverstärkung des mit *k* geregelten Systems bei f_{-3dB} .

Mit der zweiten Nebenbedingung wird die Amplitudenverstärkung begrenzt. Konkret soll ein maximale Überhöhung von 5% erreicht werden. Hierzu wird die \mathcal{H}_{∞} -Norm verwendet. Damit wird direkt das Überschwingen des Systems, z. B. infolge einer Sprunganregung, beschränkt. Für das hier betrachtete Eingrößensystem gilt

$$\left\|G_{F,o}(s)\right\|_{\mathcal{H}_{\infty}} = \sup_{\omega} \left|G_{F,o}(j\omega)\right|.$$

Für die zweite Nebenbedingung folgt

$$g_{o,2}(k) = \left\| G_{F,o}(s) \right\|_{\mathcal{H}_{\infty}} - 1,05 \le 0$$

Das Optimierungsproblem resultiert zu:

Minimiere $J_o(k)$, unter den Nebenbedingungen $g_o(k) \le 0$

mit $g_o(k) = [g_{o,1}(k) g_{o,2}(k)]$. Als Startwert der Optimierung wird $k_0 = [0,01\ 0,01]$ gewählt.

Aus der Optimierung ergeben sich folgende optimale Reglerverstärkungen:

$$k_{F,D} = 0,0303,$$

 $k_{F,P} = 1,7994.$

Bild 4-8 zeigt Simulationsergebnisse des explizit kraftgeregelten Systems einer Sprungantwort von 0 auf 1 kN. Dargestellt sind drei Zeitverläufe. Der Kraftverlauf von $F_{M,r}$ stellt die Sollgröße der Regelung dar, während $F_{M,w}$ die Antwort des Systems in Gleichung (4-56) ist. $F_{M,nom}$ ist der Verlauf des kraftgeregelten Systems mit den nominalen Parametern. Die Sprungantwort zeigt eine stationäre Ungenauigkeit des Systems, die auf die stationäre Abweichung der unterlagerten Druckregelung bzw. Aktordynamik zurückzuführen ist. Außerdem lässt sich erkennen, dass die Nebenbedingung $g_{o,2}$ (für das nominale System) fast vollständig eingehalten wird.

Bild 4-9 visualisiert den Frequenzgang der Systems $G_{F,w}(s)$ und des kraftgeregelten Systems mit nominalen Parametern, hier als $G_{F,nom}(s)$ bezeichnet. Aufgrund der schnellen unterlagerten Druckregelung liegt die Regelungsbandbreite des Systems mit nominalen Prüflingsparametern nach der Optimierung bei 45,15 Hz, was die Einhaltung der Nebenbedingung $g_{o,1}$ bestätigt.



Bild 4-8: Sprungantworten der Wunschübertragungsfunktion $F_{M,w}$ und des optimierten Systems mit nominalem Prüfling $F_{M,nom}$ bei der Sprunganregung $F_{M,r}$



Bild 4-9: Frequenzgang der Wunschübertragungsfunktion $G_{F,w}(s)$ und des optimierten Systems mit nominalem Prüfling $G_{F,nom}(s)$

4.6 HiL-Systemanalyse

Die entworfenen HiL-Systeme werden hinsichtlich der im Stand der Technik und Forschung thematisierten kritischen Eigenschaften analysiert. Dies umfasst die Untersuchung des Einschwingverhaltens sowie der Effekte der Aktordynamik. Des Weiteren wird untersucht, welche Auswirkungen Reibung und Trägheitseigenschaften im Prüfling auf die HiL-Systemdynamik besitzen. Die Untersuchungen finden mit Simulationen und theoretischen Analysen statt. Tabelle 4-1 listet die betrachteten HiL-Systeme auf. Für das impedanzgeregelte HiL-System 2 wird das System in Gleichung (4-41) verwendet. Das HiL-System 3 wird mit den in Abschnitt 4.5.5 bestimmten Regelungsparametern betrieben.

System	Zeichen	Regelungsart	Gleichung
Referenzsystem	Σ_z	/	(4-13)
HiL-System 1	$\Sigma_{H,1}$	Admittanzregelung	(4-24)
HiL-System 2	$\Sigma_{H,2}$	Impedanzregelung	(4-41)
HiL-System 3	$\Sigma_{H,3}$	explizite Kraftregelung (DAE-System)	(4-50)

Tabelle 4-1: Zusammenfassung der entwickelten HiL-Systeme

4.6.1 Einschwingverhalten der HiL-Systeme

Zunächst wird das Einschwingverhalten der HiL-Systeme beurteilt. Dabei werden die Reaktionen bei Anfangsauslenkungen untersucht. Eine Betrachtung des dynamischen Verhaltens im eingeschwungenen Zustands, z. B. mit Bode-Diagrammen, ist nicht notwendig, da alle entworfenen HiL-Systeme das Referenzsystem ideal nachbilden können.

Simulationssetup

Die Parameter des virtuellen Teilsystems sind in Tabelle 4-2 aufgelistet.

Beschreibung	Variable	Wert
Reifensteifigkeit	C_R	254 000 N/m
Reifendämpfung	d_R	310 Ns/m
Radersatzmasse	m_R	30 kg
Fahrzeugaufbauersatzmasse	m_F	497,58 kg

Tabelle 4-2: Simulationsparameter des virtuellen Teilsystems

Zur Berechnung der Kraft $F_M(z_A, \dot{z}_A)$ des Prüflings wird ein nichtlineares Modell des im Anwendungsbeispiel verbauten Federbeins verwendet. Dieses besteht aus einer konstanten Steifigkeit zur Nachbildung der Aufbaufeder mit $c_F = 31\,000\,\text{N/m}$. Zur Nachbildung des Schwingungsdämpfers werden eine nichtlineare Kennlinie für die geschwindigkeitsabhängige Dämpfung sowie nichtlineare Kennlinien für die lageabhängige Steifigkeit des Zugund Druckanschlags verwendet. Für die Aktormasse gilt weiterhin $m_A = 235 \text{ kg}$.

Simulationsergebnisse

In Bild 4-10 sind Simulationsergebnisse der verschiedenen HiL-Systeme und des Referenzsystems Σ_z bei Vorliegen einer Anfangsauslenkung der Radposition $z_R(t = 0) = 10$ mm dargestellt. Betrachtet werden zunächst die jeweiligen Aufbaubewegungen z_F sowie die Radbewegungen z_R . In den folgenden Darstellungen wird auf die Indizes, welche auf die Zugehörigkeiten zum virtuellen bzw. physikalischen Teilsystem hinweisen, verzichtet.



Bild 4-10: Simulationsergebnisse bei einer Anfangsauslenkung der Räder - zeitliche Verläufe der Positionen von Fahrzeugaufbau und Rad

Bei Betrachtung der dynamischen Größen in Bild 4-10 fällt zunächst auf, dass die kraftgeregelten Systeme $\Sigma_{H,2}$ sowie $\Sigma_{H,3}$ ein identisches Verhalten aufweisen. Beide besitzen zudem eine Anfangsauslenkung des Aufbaus z_F . Dies lässt sich auf die HiL-Systemstrukturen zurückführen, da die Anfangswerte des Aufbaus aus der Kompatibilitätsbedingung in Gleichung (4-42) resultieren. Die Position der Aktormasse ist bei Simulationsbeginn $z_A(t = 0) = 0$. Die Bewegungsgröße des Rades der HiL-Systeme konvergiert asymptotisch gegen die Ruhelage. Am schnellsten geschieht dies bei $\Sigma_{H,1}$. Insbesondere lässt sich feststellen, dass z_F sich nur im geringen Maße um die Ruhelage bewegt. Die HiL-Systeme $\Sigma_{H,2}$ und $\Sigma_{H,3}$ benötigen eine längere Einschwingdauer bei z_F , bis die Größe aus der erwähnten Anfangsauslenkung gegen die Ruhelage konvergiert.

Bild 4-11 zeigt die Simulationsergebnisse der Kontaktkraft zwischen Aktor und Prüfling der verschiedenen HiL-Systeme bzw. der entsprechenden Reaktionskraft im Referenzsystem. Dabei zeigen die kraftgeregelten HiL-Systeme $\Sigma_{H,2}$ und $\Sigma_{H,3}$ die besseren Ergebnisse, was sich durch die geringe Auslenkung um die Ruhelage äußert. Dies liegt vor allem an dem Zusammenhang zwischen der Kraft und der Aktorposition z_A bzw. der Aktorgeschwindigkeit \dot{z}_A . Die Positionsregelung von $\Sigma_{H,1}$ reagiert aufgrund der performanten Regelung

sehr schnell auf Abweichungen zwischen den Zustandsgrößen des Aktors z_A , \dot{z}_A und den Sollgrößen für die Regelung $z_{A,r} = z_R - z_F$, $\dot{z}_{A,r} = \dot{z}_R - \dot{z}_F$. In Bild 4-12 sind die Verläufe für z_A und \dot{z}_A für den zeitlichen Ausschnitt bis 0,2 s dargestellt.



Bild 4-11: Simulationsergebnisse bei einer Anfangsauslenkung der Räder - zeitliche Verläufe der Kontaktkräfte

Neben der Betrachtung der zeitlichen Verläufe, werden ebenso Gütemaße verwendet, vgl. Tabelle 4-3. Zum einen werden RMS-Fehler für die zeitlichen Signale z_F , z_R und F_M berechnet:

$$RMSE_{j} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (y_{z,i} - y_{H,j,i})^{2}}.$$

Dabei bezeichnet $y_{z,i}$ den Wert des Referenzsystems und $y_{H,j,i}$ die Werte der einzelnen $j \in \{1, 2, 3\}$ HiL-Systeme bei dem Zeitschritt *i*. Die Anzahl der Zeitschritte der Simulation ist *N*. Zum anderen sind in Tabelle 4-3 die jeweiligen maximalen Fehler aufgelistet.

	RMSE			Max. Fehler		
System	z_F [mm]	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]	<i>z_{<i>F</i>} [mm]</i>	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]
$\Sigma_{H,1}$	1,06	0,54	169,8	2,44	3,56	2175,48
$\Sigma_{H,2}$	3,69	0,32	72,69	10	1,69	310
$\Sigma_{H,3}$	3,69	0,32	72,7	10	1,73	310

Tabelle 4-3: Gütemaße der HiL-Systeme bei einer Anfangsauslenkung von z_R



Bild 4-12: Simulationsergebnisse bei einer Anfangsauslenkung der Räder - zeitliche Verläufe der Aktorauslenkung und -geschwindigkeit

Zusammenfassend lässt sich aus der Analyse der Einschwingvorgänge sagen, dass die HiL-Systeme je nach Regelungskonzept (positions- bzw. kraftgeregelt) ein deutlich unterschiedliches Verhalten aufweisen. Ohne jegliche Einwirkung von Störungen (Aktordynamik, etc.) besitzen $\Sigma_{H,2}$ und $\Sigma_{H,3}$ das gleiche dynamische Verhalten. Es scheint sich an dieser Stelle bereits herauszustellen, dass in den kraftgeregelten HiL-Systemen die Minimierung des Fehlers der Interaktionskräfte eine höhere Priorität besitzt als die Minimierung der Abweichung der Bewegungsgrößen. Gleichwohl wird auch im positionsgeregelten HiL-System ein stabiles Verhalten erzielt, insbesondere im Hinblick auf die Interaktionskraft zwischen Aktorik und Prüfling. Dies lässt sich auf die Analogie zu einem admittanzgeregelten System zurückführen, was in Abschnitt 3.3.4 erläutert wurde.

Aufgrund der gleichen Performance von $\Sigma_{H,2}$ und $\Sigma_{H,3}$ wird das explizit kraftgeregelte System $\Sigma_{H,3}$ im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter betrachtet. Als Nachteile werden hier die umständliche Umformung des DAE-Systems in eine realisierbare HiL-Systemstruktur sowie die Notwendigkeit der Differentiation identifiziert. Nichtsdestotrotz wird das Entwurfsverfahren der Kraftregelung in Kapitel 5 für eine hybride Regelung des Hexapoden innerhalb eines HiL-Systems erneut aufgegriffen.

4.6.2 Aktordynamik

Der bisherige Entwurf basiert auf der Annahme einer idealen Kraftregelung (Differenzdruckregelung) der Prüfstandsaktorik über die Stellgröße u_p bzw. F_A , so dass $F_A \equiv F_{A,soll}$. Im Folgenden wird der Einfluss der Aktordynamik auf die HiL-Systeme analysiert.

Einführendes Beispiel

Die endliche Dynamik der Prüfstandsaktorik bzw. -sensorik im HiL-System kann zu einer Verschlechterung der Simulationsgüte oder im schlimmsten Fall zu Instabilitäten führen. Zum Beispiel unterscheiden sich bei einem positionsgeregelten HiL-System die berechneten Bewegungsgrößen an der Schnittstelle im virtuellen Teilsystem und die tatsächlichen Größen am Prüfling. Somit passen die gemessenen Kräfte an der Schnittstelle, welche in das virtuelle Teilsystem zurückgeführt werden, nicht genau zu den Bewegungsgrößen.

Eine Analyse in [HIKN99] in der Form einer Energiebetrachtung zeigt, wie eine Verzögerung im geschlossenen HiL-Regelkreis die Dämpfung des Gesamtsystems senkt und somit den Stabilitätsbereich verkleinert. Betrachtet wird ein Einmassenschwinger bestehend aus einer Masse m und einer masselosen Feder mit der Steifigkeit c. Das virtuelle Teilsystem besteht aus der Masse (Bewegungsgröße z_v), wohingegen die Feder den Prüfling darstellt. Das virtuelle Teilsystem antwortet, aufgrund der Anregung der an der Schnittstelle gemessenen Reaktionskraft F, mit der harmonischen Schwingung (eingeschwungener Zustand)

$$z_{\nu}(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t). \tag{4-58}$$

Diese Größe ist die Sollgröße für den Aktor. Es wird vereinfacht angenommen, dass der Aktor eine konstante Verzögerung T_{tz} und keinen Amplitudenabfall besitzt. Somit ist die tatsächliche Position an der Schnittstelle im physikalischen Teilsystem

$$z_p(t) = A \cdot \sin(\omega_0(t - T_{tz})).$$

Die Arbeit der linearen Feder für das Referenzsystem ($T_{tz} = 0$) mit $F(z_v) = c \cdot z_v$ und Gleichung (4-58) ist für eine Periodendauer $T = 2\pi \cdot \omega_0^{-1}$

$$W_z = \oint -F(z_v) \, \mathrm{d} z_v = -\int_0^T c \cdot z_v \frac{\mathrm{d} z_v}{\mathrm{d} t} \, \mathrm{d} t = 0.$$

Im Vergleich dazu resultiert für das HiL-System mit der tatsächlich wirkenden Kraft $F(z_p) = c \cdot z_p$, vgl. [HIKN99],

$$W_{H} = -\int_{0}^{T} c \cdot z_{p} \frac{dz_{v}}{dt} dt = -\int_{0}^{T} cA^{2} \omega_{0} \sin(\omega_{0}(t - T_{tz})) \cos(\omega_{0}t) dt = \pi cA^{2} \sin(\omega_{0}T_{tz}).$$

Das bedeutet, dass die Verzögerung im HiL-System zu einer Zunahme der Energie führt. Für kleine T_{tz} resultiert

$$\bar{W}_H \approx \pi c A^2 \omega_0 T_{tz}.$$

Tatsächlich kann gezeigt werden, dass sich die gleiche Energie für das Referenzsystem ergibt, wenn für den Prüfling neben der Steifigkeit eine äquivalente Dämpfung angenommen wird:

$$F(z_{\nu}, \dot{z}_{\nu}) = c \cdot z_{\nu} + d_{eq} \cdot \dot{z}_{\nu},$$

mit

$$d_{eq} = -cT_{tz}.$$

Somit ist eine Verzögerung im HiL-System äquivalent zu einer negativen Dämpfung. Ist diese größer als die tatsächliche Dämpfung des HiL-Systems, z. B. im Prüfling, so wird das System instabil. Folglich sind Verzögerungen in HiL-Systemen kritischer zu betrachten als bspw. in rein positions- bzw. kraftgeregelten Systemen ohne HiL-Feedback.

Dynamik der HiL-Systeme mit Aktordynamik

Bei Berücksichtigung der in Abschnitt 4.5.4 hergeleiteten Aktordynamik, vgl. Gleichung (4-53), resultiert für das Zustandsraummodell des positionsgeregelten HiL-Systems in (4-24):

Die Zustände der Aktorik sind F_A , \dot{F}_A , \ddot{F}_A . Das HiL-System besitzt nun neun Zustände. Die Starrkörperdynamik des Aktors (Masse m_A) kann auch nicht mehr kompensiert werden und wirkt sich auf die Gesamtdynamik des HiL-Systems aus.

Für das impedanzgeregelte HiL-System in Gleichung (4-41) ergeben sich folgende Zustandsgleichungen:

$$\Sigma_{H,2}: \begin{bmatrix} \ddot{z}_{R,\nu} \\ \ddot{z}_{R,\nu} \\ \dot{z}_{A} \\ \ddot{r}_{A} \\ \ddot{r}_{A} \\ \ddot{r}_{A} \\ \ddot{r}_{A} \\ \ddot{r}_{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_{R}}{m_{R}} & -\frac{d_{R}}{m_{R}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -b_{0}m_{A}\frac{c_{R}}{m_{R}} & -b_{0}m_{A}\frac{d_{R}}{m_{R}} & 0 & 0 & -a_{0} & -a_{1} & -a_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{R,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} \\ z_{R,\nu} \\$$

Ein Stabilitätskriterium für mechatronische HiL-Systeme

Ein in der Substructuring-Community häufig verwendeter Ansatz zur Analyse der Auswirkungen der Aktordynamik auf die Stabilität eines HiL-Systems (mit Positionsregelung) ist die Modellierung der Störungen mit einem Totzeitglied, s. Abschnitt 3.1.1. Die Approximation mit einer konstanten, zustandsunabhängigen Verzögerung hat sich für die dort betrachteten Anwendungsfälle bewährt, vgl. [TNL+16, S. 2]. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass mit dieser Vereinfachung keine hinreichend gute Aussage über die Stabilität der HiL-Systeme für das Zielsystem getroffen werden kann. Deswegen wird im Folgenden das Vorgehen aus [TNL+16] erweitert und ein Stabilitätskriterium vorgestellt, welches zustandsbehaftete Verzögerungsglieder im HiL-System berücksichtigt. Die Methode nutzt das Nyquist-*Kriterium* in Frequenzliniendarstellung, vgl. [Föl16, S. 135 ff.].

Die entworfenen HiL-Systeme lassen sich mit dem verallgemeinerten Strukturbild in Bild 4-13 darstellen. Die Aktordynamik und die jeweiligen Regelungsvorschriften werden in der Übertragungsfunktion $G_R(s)$ zusammengefasst. Der Vektor w_v stellt den Eingang von Σ_v dar. Die Größen u_{ref} bzw. u_{ist} sind die Soll- bzw. Istgrößen der Regelung. Der Vektor f_{fb} symbolisiert alle Feedbackgrößen des HiL-Systems. In einem weiteren Schritt wird das Strukturbild in die Form eines Standardregelkreises gebracht, s. Bild 4-14. Hierbei ist $G_{v,p}(s)$ die Übertragungsfunktion des virtuellen und physikalischen Teilsystems für den Signalpfad zwischen den Soll- und Istgrößen der Regelung. Mithilfe der Darstellung lassen



Bild 4-13: Verallgemeinertes Strukturbild eines HiL-Systems, wobei die Aktordynamik und die jeweiligen Regelungsvorschriften in $G_R(s)$ zusammengefasst werden



Bild 4-14: Darstellung des HiL-Systems aus Bild 4-13 als Standardregelkreis

sich Stabilitätsgrenzen für verschiedene Verzögerungsglieder für $G_R(s)$ ermitteln. Dazu wird der offene Kreis $F_{H,o}$ der HiL-Systeme analysiert.

Die Grundidee besteht darin, die Phasenreserve des offenen Kreises für $G_R(s) = 1$ zu bestimmen. Daraus resultiert die maximale Phasenverschiebung, welche durch $G_R(s)$ eingebracht werden darf. Anhand der Phasenverschiebung kann für verschiedene Verzögerungsglieder die notwendige Dynamik bestimmt werden. Es handelt sich bei dem Vorgehen um eine Vereinfachung, da die hier betrachteten Verzögerungsglieder (PT₁, PT₂, PT₃) eine Amplitudenabsenkung bewirken, sodass die Durchtrittsfrequenz verschoben wird. Für das Totzeitglied ändert sich die Amplitude nicht.

Die Analyse wird detailliert für das positionsgeregelte HiL-System $\Sigma_{H,1}$ in Bild 4-3 durchgeführt. Hierbei sind $u_{ref} = z_{A,r}$, $u_{ist} = z_A$ und $f_{fb} = F_M$. Mit den Parametern des HiL-Systems in Tabelle 4-2 und den Parametern des nominalen Prüflingsmodells in (4-55) resultiert die Übertragungsfunktion

$$G_{v,p,1,nom}(s) = \frac{74,3s^3 + 1139s^2 + 36\,420,7s + 527\,490,1}{s^4 + 10,3s^3 + 8466,7s^2}$$

mit dem Frequenzgang in Bild 4-15.



Bild 4-15: Frequenzgang von $G_{v,p,1,nom}(s)$ mit eingetragenen Phasenreserven

Der Betragsverlauf schneidet die 0 dB-Linie an mehreren Stellen. Die resultierenden Phasenreserven (Abstand des Phasenverlaufs zu -180°) und die dazugehörigen Frequenzen und Kreisfrequenzen sind in Tabelle 4-4 zusammengefasst.

Index <i>i</i>	Frequenz <i>f_{D,i}</i> [Hz]	Kreisfrequenz $\omega_{D,i}$ [rad/s]	Phasenreserve $\varphi_{R,i}$ [°]
1	1,25	7,87	28,18
2	10,27	64,55	247,73
3	21,46	134,82	91,67

Tabelle 4-4: Phasenreserven und Durchtrittsfrequenzen von $G_{v,p,1,nom}(s)$

Anhand der Phasenreserven können für verschiedene Verzögerungsglieder von $G_R(s)$ Stabilitätsgrenzen ermittelt werden. Tabelle 4-5 gibt eine Übersicht der betrachteten Übertragungsfunktionen für $G_R(s)$ und der resultierenden Werte für die Zeitkonstanten. In der dritten Spalte sind die zugrundeliegenden Berechnungsvorschriften dargestellt, welche den Zusammenhang zwischen der Phasenreserve und der Zeitkonstante beschreiben. In der vierten Spalte stehen nur die kritischen Werte der Zeitkonstanten. Der kritische Wert ist dabei der aus den jeweiligen Berechnungsvorschriften für die einzelnen Punkte in Tabelle 4-4 berechnete minimale, positive Wert.

Art $G_R(s)$ Berechnungsvorschriftkritischer Wert [s]Totzeitglied $e^{-T_{tz,i}s}$ $T_{tz,i} = \frac{\varphi_{R,i}}{\omega_{D,i}}$ 0,012PT_1-Glied $\frac{1}{T_{pt1,i}s+1}$ $T_{pt1,i} = \frac{\tan(\varphi_{R,i})}{\omega_{D,i}}$ 0,068PT_2-Glied $\frac{1}{T_{pt2,i}^2s^2 + 2\zeta T_{pt2,i}s+1}$ $T_{pt2,i} = \frac{\tan(\frac{1}{2}\varphi_{R,i})}{\omega_{D,i}}$ 0,008PT_3-Glied $\frac{1}{\left(T_{pt3,i}s+1\right)^3}$ $T_{pt3,i} = \frac{\tan(\frac{1}{3}\varphi_{R,i})}{\omega_{D,i}}$ 0,004

Tabelle 4-5: Berechnete kritische Zeitkonstanten für verschiedene Verzögerungsglieder

Der Einfachheit halber werden das PT₂- sowie das PT₃-Glied als zweifaches bzw. dreifaches PT₁-Glied modelliert, d. h. $\zeta = 1$. Für die Berechnung der Zeitkonstante eines beliebigen PT₂-Glieds kann der Zusammenhang

$$\varphi_{R,i} = \arctan\left(\frac{2\zeta\omega_{D,i}T_{pt2,i}}{1 - \left(\omega_{D,i}T_{pt2,i}\right)^2}\right)$$

verwendet werden. Nach $T_{pt2,i}$ umgestellt, resultiert

$$T_{pt2,i} = \frac{\pm \sqrt{\tan^2(\varphi_{R,i}) + \zeta^2} - \zeta}{\omega_{D,i} \tan(\varphi_{R,i})}$$

Da hier $\zeta = 1$ ist und nur positive Zeitkonstanten von Interesse sind, folgt

$$T_{pt2,i} = \frac{1 - \cos(\varphi_{R,i})}{\omega_{D,i}\sin(\varphi_{R,i})} = \frac{\tan(\frac{1}{2}\varphi_{R,i})}{\omega_{D,i}},$$

was der Berechnungsvorschrift in Tabelle 4-5 entspricht.

Für das Totzeitglied ist die kritische Stelle bei $\varphi_{R,3}$. Bei dem PT₁-Glied ist nur $\varphi_{R,1}$ von Interesse, da maximal ein Phasenabfall von 90° eingebracht wird. Für das PT₂-Glied und PT₃-Glied ist $\omega_{D,3}$ die kritische Stelle. Zu beachten ist, dass die tatsächlichen Werte für die zwei Übertragungsfunktionen aufgrund der oben beschriebenen Vereinfachungen (Amplitudenabsenkung von $F_{H,o}$) abweichen. Die tatsächlichen kritischen Werte können nur iterativ bestimmt werden. Es resultieren $T_{pt2,min,iter} = 0,012$ s bzw. $T_{pt3,min,iter} = 0,005$ s. Für ein PT₃-Glied resultiert eine Grenzstabilität bei einer Bandbreite (-3 dB) der geregelten Aktorik von 15,02 Hz.

Zu beachten ist, dass die Dynamik von Σ_v und Σ_p die Charakteristik des offenen Regelkreises $F_{H,o}$ beeinflusst. Im Folgenden wird ein anderer Arbeitspunkt für die Linearisierung des nichtlinearen Prüflings gewählt. Für den Prüfling wird das geringste Dämpfungsmaß der nichtlinearen Kennlinie des Schwingungsdämpfers mit $d_{F,min} = 439,6$ Ns/m gewählt. Der entsprechende Frequenzgang $G_{v,p,1,min}(s)$ ist in Bild 4-16 dargestellt.



Bild 4-16: Frequenzgang von $G_{v,p,1,min}(s)$ mit eingetragenen Phasenreserven

Die kritische Stelle für alle Glieder ist der erste Schnittpunkt. Es ergibt sich eine Phasenreserve von $\varphi_{R,min} = 6,11^{\circ}$ bei $f_{D,min} = 1,19$ Hz bzw. $\omega_{D,min} = 7,46$ rad/s. In Tabelle 4-6 sind die ermittelten Zeitkonstanten für den betrachteten Prüfling zusammengefasst. Der Vollständigkeit halber zeigt Bild 4-17 die Ortskurven von $G_{v,p,1,min}(s)$ und $G_{v,p,1,min}(s)$.

Die ermittelten Werte sind mithilfe der Positionsregelung des Zielsystems erreichbar. Zu beachten ist, dass die Werte nur einen Anhaltspunkt für die Schnelligkeit eines positionsgeregelten Aktors innerhalb eines HiL-Systems liefern.

		3 3 6 1,mm
Art	Zeitkonstante [s]	notwendige Regelungsbandbreite (-3 dB) [Hz]
Totzeitglied	0,014	-
PT ₁ -Glied	0,014	11,08
PT ₂ -Glied	0,007	14,31
PT ₃ -Glied	0,005	17,01

Tabelle 4-6: Berechnete kritische Zeitkonstanten für den Prüfling mit $d_{F,min}$



Bild 4-17: Ortskurven von $G_{v,p,1,nom}(s)$ und $G_{v,p,1,min}(s)$

Die Grundidee der Stabilitätsanalyse kann auch auf ein impedanzgeregeltes HiL-System (hier: $\Sigma_{H,2}$) übertragen werden. Die Stellschraube des HiL-Systems ist direkt die Aktordynamik mit der unterlagerten Regelung (hier: Differenzdruckregelung) $G_A(s)$. Für den Standardregelkreis im Strukturbild 4-14 sind die Signale $u_{ref} = F_{A,soll}$ und $u_{ist} = F_A$. Für die Übertragungsfunktion des gekoppelten virtuellen und physikalischen Systems resultiert mit nominalem Prüfling

$$G_{v,p,2,nom}(s) = \frac{65,36s^3 + 914,9s^2 - 40\,694,4s - 589\,388,7}{s^4 + 19,28s^3 + 8691s^2 + 77\,115,1s + 1\,116\,879,4}.$$

Der entsprechende Frequenzgang ist in Bild 4-18 dargestellt. Zusätzlich ist der Frequenzgang $G_{v,p,2,min}(s)$ für den Prüfling mit geringer Schwingungsdämpfung $d_{F,min}$ abgebildet. Die Ortskurven von $G_{v,p,2,nom}(s)$ und $G_{v,p,2,min}(s)$ sind in Bild 4-19 dargestellt.

Die entscheidende Stelle des offenen Regelkreises ist der letzte Schnittpunkt mit der 0 dB-Linie. Die Aktordynamik $G_A(s)$ wurde bereits als PT₃-Glied identifiziert, sodass neben einer reinen Totzeit nur diese Variante für $G_R(s)$ von Interesse ist. Unter Anbetracht aller Varianten darf die Verzögerung der Totzeit maximal $T_{tz} = 0,0128$ s betragen. Die Zeitkonstante für das PT₃-Glied darf maximal $T_{pt3} = 0,006$ s sein und die Bandbreite (-3 dB) der



Bild 4-18: Frequenzgänge von $G_{v,p,2,nom}(s)$ und $G_{v,p,2,min}(s)$



Bild 4-19: Ortskurven von $G_{v,p,2,nom}(s)$ und $G_{v,p,2,min}(s)$

geregelten Aktorik muss mindestens 13,43 Hz betragen. Die berechneten Grenzwerte sind mit der am Zielsystem vorhandenen Aktorik mit Differenzdruckregelung zur Realisierung von $\Sigma_{H,2}$ erreichbar.

Eigenwertanalyse der HiL-Systeme mit Aktordynamik

Des Weiteren können die Eigenwerte der HiL-Systeme zur Beurteilung des dynamischen Verhaltens untersucht werden. Im Vergleich zum vorigen Abschnitt werden die gesamten HiL-Systeme, vgl. Tablelle 4-1, mit Aktordynamik $G_A(s)$, vgl. Gleichung (4-52), betrachtet. Die Eigenwerte von Σ_z , $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ mit nominalen Prüflingsparametern sind in Bild 4-20 dargestellt. Die obere Darstellung umfasst alle Eigenwerte, während die unteren Darstellungen Vergrößerungen sind, in denen die Lage der Eigenwerte des Referenzsystems deutlicher hervorgeht. Beide HiL-Systeme sind stabil und bilden das Referenzsystem Σ_z gut ab, was mit den Vergrößerungen in den unteren Darstellungen verdeutlicht wird. Die Eigenwerte von $\Sigma_{H,1}$ liegen im Vergleich zu denen von $\Sigma_{H,2}$ näher an denen von Σ_z , sodass von einer höheren HiL-Simulationsgüte ausgegangen werden kann. Jedoch besitzt $\Sigma_{H,1}$ ein konjugiert komplexes Polpaar in der Nähe der imaginären Achse, was zu schwach gedämpften Schwingungen führt.



Bild 4-20: Darstellung der Eigenwerte von Σ_z , $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ mit Aktordynamik $G_A(s)$ in der komplexen Ebene (Ausschnitte mit Vergrößerungen unten)

Die Positionsregelung des HiL-Systems $\Sigma_{H,1}$ wurde in Abschnitt 4.3.4 entworfen. Die Stabilität wurde ohne Berücksichtigung der Aktordynamik nachgewiesen. Im Folgenden wird die Ursache der ungünstigen Eigenwertkonfiguration, was auf das Hinzufügen der Aktordynamik zurückzuführen ist, analysiert.

In Abhängigkeit der Reglerverstärkungen $k_{P,D} = 2\zeta\omega_0$ und $k_{P,P} = \omega_0^2 = (2\pi f_0)^2$ wird die *Wurzelortskurve* von $\Sigma_{H,1}$ betrachtet. Hierbei wird das Dämpfungsmaß $\zeta = \sqrt{0.5}$ konstant gehalten und f_0 wird variiert, mit $f_0 \in \{10 \text{ Hz}, ..., 70 \text{ Hz}\}$. In Bild 4-21 (oben) ist die resultierende Wurzelortskurve für alle Eigenwerte dargestellt. Die unteren Darstellungen sind Ausschnitte mit Vergrößerungen. Anfangs- und Endpunkte sind mit Symbolen gekennzeichnet, welche in der Legende zu finden sind. Außerdem sind Eigenwerte eingetragen, welche sich mit $f_0 = 30$ Hz ergeben. Die Pfeile zeigen in die Richtungen, in die sich die Eigenwerte bei steigendem f_0 verschieben.



Bild 4-21: Wurzelortskurve von $\Sigma_{H,1}$ in Abhängigkeit des Regelungsparameters f_0 (Ausschnitte mit Vergrößerungen unten)

Der Eigenwert auf der reellen Achse wandert zunächst nach rechts und ab $f_0 = 42,4$ Hz wieder nach links. Es ist zudem festzustellen, dass das beschriebene kritische Eigenwertpaar ab $f_0 = 62,1$ Hz einen positiven Realteil besitzt und $\Sigma_{H,1}$ instabil wird. Ab $f_0 = 36,7$ Hz wandern die Realteile in Richtung der imaginären Achse. Es ist sinnvoll, alle Eigenwerte, welche nicht zur Nachbildung von Σ_z beitragen, möglichst weit nach links zu platzieren.

Es hat sich gezeigt, dass ein guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Stabilität mit $f_0 = 30$ Hz erzielt werden kann. Somit werden für die weiteren Untersuchungen die Regelungsparameter des HiL-Systems $\Sigma_{H,1}$ nach der Vorschrift in Gleichung (4-37)

folgendermaßen gewählt:

$$k_{P,D} = 266,57,$$

 $k_{P,P} = 35\,530,58.$
(4-61)

Die Analyse mit der Wurzelortskurve zeigt, dass eine zu hohe Regelungsbandbreite für gewisse HiL-Systemstrukturen schädlich sein kann. Die Verzögerungen, welche vor allem durch die Aktordynamik eingebracht werden, können unter Umständen zu einer ungünstigen Verschiebung der Eigenwerte des gesamten HiL-Systems führen.

4.6.3 Reibungseffekte

Reibungseffekte in HiL-Systemen bzw. indirekt kraftgeregelten Systemen können einen großen Einfluss auf das dynamische Verhalten haben. Beispielsweise können aufgrund der Rückführung der HiL-Feedbackgrößen und der Verzögerung durch die Aktordynamik Grenzzyklen entstehen, welche im "rein geregelten Fall" ohne HiL-Feedback nicht auftreten würden. Im Folgenden wird gezeigt, wie sich die Methode der harmonischen Balance, vgl. Abschnitt 2.3.2, zur Analyse einsetzen lässt.

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird angenommen, dass Reibung im Prüfling vorhanden ist. Die Gleichung für den Kraftaufbau im Prüfling wird um die Reibkraft $F_{M,fr}(\dot{z}_A)$ erweitert:

$$\tilde{F}_M = F_{M,d}(\dot{z}_A) + F_{M,c}(z_A) + F_{M,fr}(\dot{z}_A).$$

Die Bewegungsgrößen sind z_A und \dot{z}_A der Aktorik. Die Größen $F_{M,d}$ und $F_{M,c}$ sind Reaktionskräfte der Aufbaufeder und des Schwingungsdämpfers. Für die Reibkraft $F_{M,fr}$ wird *Gleitreibung* bzw. *Coulombsche Reibung* angenommen. Diese wird mit dem folgenden nichtlinearen Zusammenhang beschrieben:

$$F_{M,fr}(\dot{z}_A) = F_C \operatorname{sign}(\dot{z}_A). \tag{4-62}$$

Hierbei ist F_C ein konstanter Faktor, welcher die Reibkraft bei Bewegung bestimmt. Hier wird nicht die detaillierte Modellierung von Reibungseffekten in mechanischen Systemen angestrebt. Dazu existieren in der Literatur zahlreiche fortgeschrittene Reibmodelle. Für die Analyse von Grenzzyklen mithilfe der Methode der harmonischen Balance ist das Modell in Gleichung (4-62) ausreichend, vgl. [Ols96].

Für die Anwendung der harmonischen Balance muss das zu analysierende HiL-System auf die in Bild 2-9 dargestellte Form des Standardregelkreises gebracht werden. Dazu muss zunächst eine Beschreibungsfunktion für die geschwindigkeitsabhängige Nichtlinearität in Gleichung (4-62) gefunden werden. Hierbei hat sich folgende Beschreibungsfunktion als geeignet erwiesen, [Ada18, S. 67]:

$$N_{fr}(\hat{A}) = -j\frac{4F_C}{\pi\hat{A}}.$$
(4-63)

Diese gilt für Kennlinienglieder der Form

$$u = -b \operatorname{sign}(\dot{e}),$$

wobei die Größen den Bezeichnungen in Bild 2-8 entsprechen. Gilt nun $e = -z_A$, $\dot{e} = -\dot{z}_A$ und $u = F_{M,fr}$, kann die Beschreibungsfunktion für die Nichtlinearität in Gleichung (4-62) verwendet werden. Im Vergleich zu ähnlichen Analysen in [Ols96] und [TS87], im Kontext von Reibungseffekten in kraftgeregelten Systemen, wird eine andere Beschreibungsfunktion verwendet, welche explizit die Geschwindigkeiten \dot{e} berücksichtigt.

Für das Streckenmodell des Standardregelkreises wird eine Übertragungsfunktion für den Signalpfad zwischen $u = F_{M,fr}$ und $y = -e = z_A$ benötigt. Auf die Angabe der resultierenden Übertragungsfunktionen $G_{H,1,fr}(j\omega)$ und $G_{H,2,fr}(j\omega)$ für $\Sigma_{H,1}$ bzw. $\Sigma_{H,2}$ wird an dieser Stelle verzichtet. Für die HiL-Systeme wird der Prüfling mit den nominalen Parametern in (4-55) und mit der Aktordynamik $G_A(s)$ in Gleichung (4-52) verwendet. Der Reibparameter wird mit $F_C = 50$ N gewählt. Für $\Sigma_{H,1}$ werden die modifizierten Regelungsparameter aus (4-61) verwendet. Die beiden Übertragungsfunktionen $G_{H,1,fr}(j\omega)$ und $G_{H,2,fr}(j\omega)$ besitzen ein Tiefpassverhalten, da jeweils der Zählergrad um zwei kleiner ist als der Nennergrad. Es resultiert das in Bild 4-22 dargestellte Strukturbild.



Bild 4-22: Standardregelkreis der Methode der harmonischen Balance für die HiL-Systeme mit nichtlinearer Reibung im Prüfling

In Bild 4-23 sind die Ortskurven der linearen Übertragungsfunktionen $G_{H,1,fr}(j\omega)$ und $G_{H,2,fr}(j\omega)$ sowie der negativen inversen Ortskurve $-1/N_{fr}(\hat{A})$ in der komplexen Ebene dargestellt. Die jeweiligen Schnittstellen zwischen den Ortskurven entsprechen der Lösung der Gleichung der harmonischen Balance

$$G_{H,1,fr}(j\omega) = -\frac{1}{N_{fr}(\hat{A})}$$
 bzw. $G_{H,2,fr}(j\omega) = -\frac{1}{N_{fr}(\hat{A})}$

Wie der Darstellung entnommen werden kann, liegt in beiden Fällen jeweils ein Schnittpunkt vor. Hierbei handelt es sich zudem um stabile Grenzzyklen, da die nichtlineare Ortskurve die linearen Ortskurven bei wachsendem ω von rechts nach links durchstößt, vgl. Stabilitätskriterien in [Ada18, S. 72]. Die numerische Lösung der Gleichungen liefert folgende Amplituden und Frequenzen der Dauerschwingungen:

$$\hat{A}_{H,1,fr} = 6.5 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{m}$$
 und $f_{H,1,fr} = 121.04 \,\mathrm{Hz}$,
 $\hat{A}_{H,2,fr} = 2.8 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{m}$ und $f_{H,2,fr} = 144.05 \,\mathrm{Hz}$.

Die berechneten Dauerschwingungen sind bei dem betrachteten Anwendungsbeispiel vernachlässigbar gering, sodass hier keine weiteren Maßnahmen erforderlich sind. An dieser Stelle wird jedoch angemerkt, dass es bei HiL-Simulationen am Prüfstand, aufgrund zusätzlicher Störungen wie Messrauschen, zu ausgeprägteren Grenzzyklen kommen kann. Wird die Analyse für die HiL-Systeme ohne Aktordynamik durchgeführt, gibt es keine Schnittpunkte der Ortskurven und somit keine Grenzzyklen. Bei direktem Vergleich der HiL-Systeme tendiert die Impedanzregelung von $\Sigma_{H,2}$ robuster hinsichtlich der Reibung zu sein als die Admittanzregelung von $\Sigma_{H,1}$.


Bild 4-23: Verlauf der Ortskurven in der komplexen Ebene

4.6.4 Massebehafteter Prüfling / Split-Mass-Problem

Werden für den Prüfling Trägheitseigenschaften berücksichtigt, können die Kompatibilitätsund Gleichgewichtsbedingungen der HiL-Systeme nicht mehr gleichzeitig eingehalten werden. Wesentlich ist, dass der Zusammenhang in Gleichung (4-4) nicht mehr gilt. Die Folge ist, dass eine Zusammensetzung aller Teilsysteme sowie eine ideale Nachbildung der Dynamik des Referenzsystems nicht möglich ist. Folglich liegt zwischen dem idealisierten HiL-System und dem Referenzsystem strukturbedingt keine systemdynamische Ähnlichkeit vor. Nichtsdestotrotz können die HiL-Konfigurationen aus dem "masselosen" Fall verwendet werden, um ein HiL-System zu synthetisieren. Je nach Systemstruktur stimmen dabei die Positions- oder die Kraftgrößen an den Schnittstellen überein. Eine höhere HiL-Simulationsgüte kann durch eine Kompensation der Prüflingsmasse erzielt werden. Konkrete Maßnahmen werden nachfolgend erläutert.

Liegt eine Schnittstelle innerhalb eines starren Körpers, sodass aus der Strukturierung zwei Körper entstehen, wird in der Literatur von einem sog. *Split-Mass-Problem* gesprochen, vgl. [Sto17, S. 319] und die darin enthaltenen Literaturverweise zu der Thematik. Für das betrachtete Anwendungsbeispiel in diesem Kapitel resultieren die in Bild 4-24 abgebildeten mechanischen Ersatzbilder.



(a) Referenzsystem (b) Physikalisches Teilsystem im Prüfstand (c) Virtuelles Teilsystem

Bild 4-24: Mechanische Ersatzbilder des Referenzsystems und der Teilsysteme des HiL-Systems bei Berücksichtigung der Prüflingsmasse

Die Gesamtmasse des Rades wird aufgetrennt in eine Achsersatz- bzw. Radträgermasse m_{RT} und eine Radmasse m_R . In dem vorliegenden Fall stimmt die gemessene Kraft F_M nicht mehr mit der Kraft F_K überein, sodass diese unbekannt ist.

Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen des Referenzsystems mit dem linearen, nominalen Modell des Prüflings sind

$$m_F \ddot{z}_{F,z} + d_F \dot{z}_{F,z} + c_F z_{F,z} = d_F \dot{z}_{R,z} + c_F z_{R,z},$$

$$(m_{RT} + m_R) \ddot{z}_{R,z} + (d_R + d_F) \dot{z}_{R,z} + (c_F + c_R) z_{R,z} = d_F \dot{z}_{F,z} + c_F z_{F,z} + d_R \dot{z}_{S,z} + c_R z_{S,z}.$$

Dargestellt mit den Schnittkräften an den Schnittstellen 1 und 2 resultiert

$$m_F \ddot{z}_{F,z} = F_{P,F},$$

$$m_R \ddot{z}_{R,z} + d_R \dot{z}_{R,z} + c_R z_{R,z} = -F_{P,R} + d_R \dot{z}_{S,z} + c_R z_{S,z}$$

mit

$$F_{P,F} = d_F (\dot{z}_{R,z} - \dot{z}_{F,z}) + c_F (z_{R,z} - z_{F,z}),$$

$$F_{P,R} = m_{RT} \ddot{z}_{R,z} + d_F (\dot{z}_{R,z} - \dot{z}_{F,z}) + c_F (z_{R,z} - z_{F,z}).$$
(4-64)

Die Bewegungsgleichungen der Prüfstandsaktorik sind weiterhin

$$m_A \ddot{z}_A = F_A - F_M. \tag{4-65}$$

Es wird angenommen, dass $z_A \equiv z_{RT,p}$ gilt. Für die messbare Interaktionskraft resultiert mit dem nominalen Prüflingsmodell

$$F_M(\ddot{z}_A, \dot{z}_A, z_A) = m_{RT} \ddot{z}_A + d_F \dot{z}_A + c_F z_A.$$
(4-66)

Die Gleichungen des virtuellen Teilsystems entsprechen denen in (4-12):

$$m_F \ddot{z}_{F,v} = F_{F,v},$$

$$m_R \ddot{z}_{R,v} + d_R \dot{z}_{R,v} + c_R z_{R,v} = F_{R,v} + d_R \dot{z}_{S,v} + c_R z_{S,v}.$$

Folgende Parameter für die Massen werden verwendet:

$$m_{RT} = 10 \,\mathrm{kg},$$
$$m_R = 20 \,\mathrm{kg}.$$

Fehleranalyse bei gleichen HiL-Systemstrukturen

Beim bisherigen Entwurf der HiL-Systeme konnte die suboptimale Struktur des Prüfstandsaufbaus für die HiL-Simulation, s. z. B. Abschnitt 4.3.2, umgangen werden, indem die relativen Bewegungsgrößen (Einfederung) als Regelgrößen verwendet wurden. Dieses Vorgehen ist nur gültig, falls die Trägheitseigenschaften des Prüflings vernachlässigbar gering sind. Im Folgenden wird untersucht, inwiefern sich die Berücksichtigung der Masse im Prüfling auf die HiL-Simulationsgüte auswirkt. Dabei werden zunächst die bisher entworfenen HiL-Systemstrukturen des admittanzgeregelten HiL-Systems $\Sigma_{H,1}$ und des impedanzgeregelten HiL-Systems $\Sigma_{H,2}$ ohne jegliche Modifikation verwendet und der Fehler quantifiziert.

Die Feedbackgrößen von $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ sind weiterhin

$$f_{\nu} = \begin{bmatrix} F_{F,\nu} \\ F_{R,\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} f_p(x_p) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} F_M(\dot{z}_A, z_A).$$

Als Gütemaße werden die Fehler zwischen den interessanten Ausgangsgrößen des Referenzsystems y_z und den entsprechenden Ausgangsgrößen der HiL-Systeme $y_{H,1}$ bzw. $y_{H,2}$ verwendet. Betrachtet werden die Positionen des Aufbaus und des Rades sowie die Reaktionskräfte an der Schnittstelle der Massen m_{RT} und m_R . Für die Fehler- und Ausgangsvektoren gilt

$$e_{H,1} = y_z - y_{H,1} = \begin{bmatrix} z_{F,z} \\ z_{R,z} \\ F_{P,R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{F,v,1} \\ z_{R,v,1} \\ F_{M,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{z_F,1} \\ e_{z_R,1} \\ e_{F_M,1} \end{bmatrix}, \quad e_{H,2} = y_z - y_{H,2} = \begin{bmatrix} z_{F,z} \\ z_{R,z} \\ F_{P,R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{F,v,2} \\ z_{R,v,2} \\ F_{M,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{z_F,2} \\ e_{z_R,2} \\ e_{F_M,2} \end{bmatrix}.$$
(4-67)

Die Erweiterung der Indizes um 1 und 2 kennzeichnet das jeweilige HiL-System.

In Bild 4-25 sind Simulationsergebnisse abgebildet, welche die zeitlichen Verläufe der Fehlergrößen zeigen. Für die Simulationen wurden die Aktordynamik $G_A(s)$ und die nichtlinearen Prüflingseigenschaften berücksichtigt. Bei 0,1 s findet eine Sprunganregung über $z_{S,z}$ bzw. $z_{S,v}$ mit der Sprunghöhe 50 mm statt, die bei 0,5 s wieder abklingt.

Sowohl bei den Bewegungsgrößen als auch bei der Kraft sind Abweichungen zum Referenzsystem zu erkennen, die jedoch nach einer Anregung wieder abklingen. Analog zu den bisherigen Vergleichen zwischen $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ lässt sich erneut feststellen, dass das admittanzgeregelte HiL-System bei der Nachbildung der Bewegungsgrößen und das impedanzgeregelte HiL-System bei der Nachbildung der Kraft eine höhere Güte besitzen.



Bild 4-25: Simulationsergebnisse bei einer Sprunganregung - Darstellung der zeitlichen Verläufe der in (4-67) genannten Fehlergrößen

Eine bessere Einsicht in die Auswirkungen des Split-Mass-Problems resultiert bei der Betrachtung des Fehlers im Frequenzbereich. Bei der *Modellordnungsreduktion* wird die Güte eines reduzierten Systems häufig mithilfe eines sog. *Fehlersystems* abgeschätzt, vgl. [Ant05]. Diese Herangehensweise lässt sich auch auf die Analyse der HiL-Simulationsgüte übertragen.

Für ein lineares Referenz- und HiL-System resultiert folgendes allgemeines *Fehlersystem*:

$$\Sigma_e : \begin{bmatrix} \dot{x}_z \\ \dot{x}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z & 0 \\ 0 & A_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_z \\ x_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_z \\ B_H \end{bmatrix} w,$$
$$e_H = y_z - y_H = \begin{bmatrix} C_z & -C_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_z \\ x_H \end{bmatrix} + (D_z - D_H) w.$$

Hierbei sind x_z und x_H die Zustände sowie y_z und y_H die Ausgänge des Referenzsystems bzw. des betrachteten HiL-Systems. Das Referenz- und HiL-System werden mit den gleichen virtuellen Signalen über den Eingangsvektor w angeregt.

Für das Anwendungsbeispiel setzt sich w aus der Straßenanregung und der zeitlichen Ableitung zusammen, mit $w = w_z = w_v = [z_S \ \dot{z}_S]^T$. Die Fehlersysteme $\Sigma_{e,1}$ und $\Sigma_{e,2}$ für die HiL-Systeme $\Sigma_{H,1}$ in (4-59) und $\Sigma_{H,2}$ in (4-60) lassen sich generieren, indem für die Größe F_M die lineare Berechnungsvorschrift aus Gleichung (4-66) eingesetzt wird. Entsprechend muss für das Referenzsystem in (4-13) der Vektor f_z mithilfe der Berechnungsvorschriften in Gleichung (4-64) folgendermaßen gewählt werden:

$$f_z = \begin{bmatrix} F_{P,F} \\ -F_{P,R} \end{bmatrix}.$$

Durch Einsetzen der Kraftaufbaudynamik und Umstellen der Gleichungen resultieren die jeweiligen Dynamik- und Eingangsmatrizen. Zudem lassen sich die Ausgangs- und Durchgriffsmatrizen für die in (4-67) definierten Ausgangsgrößen erstellen. Auf eine detaillierte Darstellung der jeweiligen Zustandsraummodelle wird an dieser Stelle verzichtet. In Bild 4-26 sind die Amplitudenverläufe der Fehlersysteme $\Sigma_{e,1}$ und $\Sigma_{e,2}$ dargestellt.



Bild 4-26: Amplitudenverläufe der Fehlersysteme

Betrachtet werden die Übertragungspfade des Eingangs z_S zu den Ausgängen der jeweiligen Fehlersysteme. Das Bild verdeutlicht, dass die suboptimale Strukturierung bei $\Sigma_{H,2}$ einen größeren Fehler für alle Anregungsfrequenzen bis ca. 40 Hz produziert. Darüber hinaus besitzt $\Sigma_{e,1}$ bei F_M eine deutliche Amplitudenerhöhung, wohingegen die Bewegungsgrößen von $\Sigma_{H,1}$ dennoch besser als bei $\Sigma_{H,2}$ nachgebildet werden. Außerdem ist zu erkennen, dass die Fehler insbesondere im Bereich der Aufbaueigenfrequenz (1,2 Hz) sowie der Radeigenfrequenz (14,2 Hz) verstärkt werden.

Auswirkungen der Masse auf die Stabilität

Das Split-Mass-Problem hat eine stabilitätsverschlechternde Wirkung auf ein HiL-System, vgl. [Sto17; GNGW09]. Dies verdeutlichen die Wurzelortskurven der beiden HiL-Systeme $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ in Bild 4-27. Diese zeigen den Verlauf der Eigenwerte der HiL-Systeme in der komplexen Ebene für verschiedene Werte der Prüflingsmasse m_{RT} . Der Wertebereich hierbei ist $m_{RT} \in \{1 \text{ kg}, \ldots, 60 \text{ kg}\}.$



Bild 4-27: Wurzelortskurven von $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ in Abhängigkeit der Masse m_{RT} (Ausschnitte mit Vergrößerungen unten)

Zu erkennen ist, dass die Eigenwerte der HiL-Systeme bei steigender Prüflingsmasse in Richtung der imaginären Achse gehen. Übersteigt die Masse einen kritischen Wert, wird das HiL-System instabil. Für $\Sigma_{H,1}$ resultiert ein stabiles Verhalten bis $m_{RT} = 29,4$ kg und für $\Sigma_{H,2}$ bis $m_{RT} = 47,4$ kg. Zusammengefasst lässt sich sagen, dass im Allgemeinen dem Split-Mass-Problem bei der Synthese mechatronischer HiL-Systeme Beachtung geschenkt werden sollte. Bei dem hier betrachteten Anwendungsbeispiel sind die Auswirkungen der Trägheitseigenschaften auf die Stabilität jedoch eher als gering einzustufen.

Kompensation der suboptimalen Strukturierung

Bei Vorliegen einer suboptimalen HiL-Systemstruktur kann die Modifikation der Feedbackgrößen eine Steigerung der HiL-Simulationsgüte bewirken. Anhand der mechanischen Bewegungsgleichungen und des Freischnitts in Bild 4-24 lässt sich erkennen, dass die gemessene Kraft an Schnittstelle 1 um die Beschleunigungskräfte der zusätzlichen Masse m_{RT} bereinigt werden muss. Folgende modifizierte Feedbackgrößen resultieren:

$$f_{\nu,mod} = \begin{bmatrix} F_{F,\nu,mod} \\ F_{R,\nu,mod} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_M(\dot{z}_A, z_A) - m_{RT} \ddot{z}_A \\ -F_M(\dot{z}_A, z_A) - m_{RT} \ddot{z}_{F,\nu} \end{bmatrix}$$

Bei Substitution von \ddot{z}_A mithilfe der messbaren Größen in Gleichung (4-65) gilt

$$f_{\nu,mod} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{m_{RT}}{m_A}\right) F_M(\dot{z}_A, z_A) - \frac{m_{RT}}{m_A} F_A \\ -F_M(\dot{z}_A, z_A) - m_{RT} \ddot{z}_{F,\nu} \end{bmatrix}.$$
(4-68)

Die Funktionsweise der Anpassung der Feedbackgrößen zeigt Bild 4-28. Erneut sind die Amplitudenverläufe wie in Bild 4-26 dargestellt.

Insbesondere hat das Vorgehen einen positiven Einfluss auf die Größen des HiL-Systems $\Sigma_{H,1}$. Der maximale Fehler bei der Aufbaubewegung ist $|G_{z_S \rightarrow e_{z_F}}(j\omega)|_{\mathcal{H}_{\infty}} = 0,0019$, sodass trotz fester Einspannung des Prüflings im Prüfstand und fehlender Sensorik an Schnittstelle 2 die Aufbaubewegung sehr genau nachgebildet werden kann. Bei der Interaktionskraft lässt sich ein leichter Anstieg im oberen Frequenzbereich feststellen. Das Fehlersystem $\Sigma_{e,2}$ zeigt ebenfalls eine leichte Verbesserung des dynamischen Verhaltens, vor allem bei der Interaktionskraft. Anzumerken ist, dass bei Vernachlässigung der Aktordynamik bei den jeweiligen Bewegungsgrößen der beiden Fehlersysteme eine \mathcal{H}_{∞} -Norm von 0 resultiert. Folglich hat die Aktordynamik eine verschlechternde Wirkung auf die Kompensation, insbesondere bei der impedanzgeregelten HiL-Systemstruktur von $\Sigma_{H,2}$.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Auswirkungen einer suboptimalen HiL-Systemstruktur durch die Modifikation der Feedbackgrößen zum Teil kompensiert werden können. Überwiegend hat dies einen positiven Effekt auf die Einhaltung der Gleichgewichtsbedingung des HiL-Systems, sodass Bewegungsgrößen realitätsnäher nachgebildet werden und die HiL-Simulationsgüte steigt. Theoretisch besteht bei "unendlich" hoher Aktorbandbreite bei den Bewegungs- bzw. Zustandsgrößen zwischen den HiL-Systemen und dem Referenzsystem eine systemdynamische Ähnlichkeit, wobei die wirkenden Kräfte an den Schnittstellen abweichen. Nichtsdestotrotz ist der Fehler bei dem hier betrachteten Beispiel, auch bei direkter Verwendung der Kraftmessgrößen, als gering einzuschätzen.

Die starre Verbindung der karosserieseitigen Koppelpunkte einer Fahrzeugachse mit einem Prüfaufbau eines Achsprüfstands stellt nicht nur im HiL-Bereich eine Problematik dar. Auch in "klassischen" Prüfversuchen, z. B. bei Betriebsfestigkeitsuntersuchungen, ist diese Problematik bekannt, vgl. [EG17, S. 259 f.]. Vor allem äußert sich eine feste Einspannung mit einer Schnittkraftüberhöhung an den genanten Koppelpunkten, da aufgrund des fehlenden Aufbaus Bewegungen nicht kompensiert werden können. In diesem Zusammenhang und im Kontext dieser Arbeit sind entsprechende Analysemethoden in [OTK⁺16] zu finden, welche jedoch im weiteren Verlauf nicht näher betrachtet werden.



Bild 4-28: Amplitudenverläufe der Fehlersysteme mit Modifikation der Feedbackgrößen

4.6.5 Simulationsbasierter Vergleich der HiL-Systeme

Ein abschließender Vergleich der beiden HiL-Systeme $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ findet anhand von anwendungsorientierten Simulationen statt.

Simulationssetup

Für die Simulationen wird der nichtlineare Prüfling mit Trägheitseigenschaften sowie Reibung betrachtet. Die vorgestellten Kompensationsstrukturen des vorigen Abschnitts finden ebenfalls Anwendung. Außerdem wird die validierte Aktordynamik berücksichtigt. Abweichungen in den Anfangswerten werden ebenfalls integriert, um den Einschwingvorgang zu beurteilen. Wie zu Beginn des Kapitels erläutert, ist ein mögliches Anwendungsszenario der HiL-Simulationen die Entwicklung aktiver/semi-aktiver Federbeine unter Betrachtung der gesamten Achskinematik bzw. -dynamik. In diesem Kontext werden zur Nachbildung der Straßenanregung zwei Manöver betrachtet, vgl. [LMR15]:

- a) Schlechtweganregung der Güteklasse E nach ISO-Norm 8608: 1995(E), s. Bild. 2-7
- b) Chirp-Anregung mit fallender Amplitude

Die Schlechtweganregung wird mit weißem Rauschen und einem Formfilter, vgl. Gleichung (2-14), erzeugt. Dabei resultieren aus den Berechnungsvorschriften in (2-15) die Parameter $T_S = 0,571$ sowie $k_S = 0,064$. Die Fahrzeuggeschwindigkeit ist $v_x = 7$ m/s. Die Chirp-Anregung eignet sich insbesondere zur Untersuchung des Fahrkomforts und der Fahrsicherheit, vgl. [LMR15, S. 58]. Die Amplitude der Anregung fängt bei 15 mm an und endet bei 1 mm. Dies geschieht im Frequenzbereich 0,1 – 15 Hz. In Bild 4-29 sind die beiden Fahrbahnprofile als Funktion der Zeit dargestellt.



Bild 4-29: Fahrbahnprofile für die Schlechtweganregung (a) und Chirp-Anregung (b)

Simulationsergebnisse

Zunächst werden die dynamischen Größen der HiL-Systeme betrachtet. In Bild 4-30 sind die jeweiligen Aufbaubewegungen z_F sowie die Radbewegungen z_R bei der Schlechtweganregung dargestellt. Beide HiL-Systeme schwingen sich in kurzer Zeit ein. Die Güte von z_R ist bei beiden Systemen ähnlich. Bei z_F ist die Güte von $\Sigma_{H,1}$ höher. Im Hinblick auf den Anwendungsfall ist dies ein deutlicher Vorteil von $\Sigma_{H,1}$, da in der Regel bei der Entwicklung aktiver/semi-aktiver Federbeine die Aufbaubewegung zur Komfortbeurteilung von besonderem Interesse ist.

Bild 4-31 zeigt die jeweiligen Kräfte an der Schnittstelle zwischen Prüfling und Aktor bzw. zwischen Rad- und Prüflingsmasse. Im Durchschnitt wird die Kraft bei $\Sigma_{H,1}$ besser nachgebildet, jedoch sind die maximalen Abweichungen dort höher. Mithilfe der indirekten Kraftregelungen der beiden HiL-Systeme können die tatsächlich wirkenden Kräfte des Referenzsystems sehr gut emuliert werden.

Tabelle 4-7 fasst die in Abschnitt 4.6.1 definierten Fehlergrößen bzw. Gütemaße der HiL-Systeme zusammen.



Bild 4-30: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe der Positionen von Fahrzeugaufbau und Rad



Bild 4-31: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe der Kontaktkräfte

	RMSE				Max. Fehler	
System	z_F [mm]	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]	z_F [mm]	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]
$\Sigma_{H,1}$	1,04	0,8	143,69	2,17	20	3572,02
$\Sigma_{H,2}$	8,8	1,36	280,72	24,81	20	2392,22

Tabelle 4-7: Gütemaße der HiL-Systeme bei einer Schlechtweganregung

In den Bildern 4-32 und 4-33 sind die entsprechenden Simulationsergebnisse für die Chirp-Anregung dargestellt. Beide HiL-Systeme bilden das Referenzsystem in dem betrachteten Frequenzbereich gut ab. Bei der Kraft zeigt sich bei Simulationsstart bei $\Sigma_{H,1}$ eine Dauerschwingung, die bei geringen Bewegungen des Systems auf die Reibung im System zurückzuführen ist. Tabelle 4-8 fasst die Fehlergrößen für die Chirp-Anregung zusammen.



Bild 4-32: Simulationsergebnisse bei einer Chirp-Anregung - zeitliche Verläufe der Positionen von Fahrzeugaufbau und Rad

4.7 Zusammenfassung und Diskussion

Mithilfe des in diesem Kapitel betrachteten einfachen Ersatzsystems konnten bereits zahlreiche offene Punkte aus dem Handlungsbedarf dieser Arbeit beantwortet werden. Hervorzuheben ist die Tatsache, dass sich mit positionsgeregelten Manipulatoren HiL-Simulationen für Systeme realisieren lassen, bei denen auf den ersten Blick die starre Verbindung zwischen Aktor und Prüfling kritisch erscheinen mag. Die Funktionsweise



Bild 4-33: Simulationsergebnisse bei einer Chirp-Anregung - zeitliche Verläufe der Kontaktkräfte

	RMSE			Max. Fehler		
System	z_F [mm]	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]	z_F [mm]	<i>z</i> _{<i>R</i>} [mm]	F_M [N]
$\Sigma_{H,1}$	0,61	0,66	109,81	2,43	20	3518,59
$\Sigma_{H,2}$	2,25	0,72	120,6	20	20	2448,39

Tabelle 4-8: Gütemaße der HiL-Systeme bei einer Chirp-Anregung

wurde in den Analysen bestätigt. Des Weiteren lassen sich neben den admittanzgeregelten HiL-Systemen auch impedanzgeregelte HiL-Systeme realisieren, die ohne eine "zusätzliche" Regelschleife auskommen. Somit wurden verschiedene regelungstechnische Möglichkeiten zur Synthese von HiL-Systemen aufgezeigt, die in idealisierter Form das Referenzsystem perfekt nachbilden können. Bestehen Störungen oder strukturelle Abweichungen im System, wie sie in diesem Kapitel analysiert wurden, so zeigen sich Stärken und Schwächen der einzelnen Regelungsstrategien. In Tabelle 4-9 sind die Eigenschaften der in dieser Arbeit entworfenen HiL-Systemstrukturen hinsichtlich des Entwurfsprozesses gegenübergestellt. Tabelle 4-10 fasst die Eigenschaften der näher analysierten HiL-Systeme $\Sigma_{H,1}$ und $\Sigma_{H,2}$ zusammen.

Die tabellarischen Zusammenfassungen betonen die Vorteile des admittanzgeregelten HiL-Systems für das betrachtete Anwendungsbeispiel. Für die Erweiterung des Anwendungsbeispiels im nächsten Kapitel wird diese HiL-Struktur somit ausgewählt.

	$\Sigma_{H,1}$	$\Sigma_{H,2}$	$\Sigma_{H,3}$
Regelungsart	• Admittanzreg.	• Impedanzreg.	• expl. Kraftreg.
Entwurfs-	• niedrig, intuitiv	• hoch	• sehr hoch
komplexitat	• menr Stellschrau- ben aufgrund der	• aufwandige Gene- rierung des virt.	• aufwandige Realisierung
Eigenschaften virt. Teilsystem	 Positionsregelung vollständige Dynamik enthalten 	 Ieilsystems Vernachlässigung von Dynamiken 	 (DAE-System) Vernachlässigung von Dynamiken
	• komplexere Mo- delle einfach integrierbar	• Umrechnung aus Messgrößen notwendig	 Umrechnung aus Messgrößen notwendig
notw. Messgrö-	• Zustandsgrößen	• Kräfte	• Kräfte, Beschleu-
ßen	• Krafte	• u. U. Zustandsgro- ßen und Beschleu- nigungen	 nigungen u. U. Zustandsgrö- ßen
Kompensation subopt. Struktur	• ja	• ja	• ja

Tabelle 4-9: Gegenüberstellung der in dieser Arbeit entworfenen HiL-Systeme

Tabelle 4-10: Gegenüberstellung der in dieser Arbeit analysierten HiL-Systeme

	$\Sigma_{H,1}$	$\Sigma_{H,2}$
Einschwingverh.	• aggressiv, insb. bei Kräften	• Initialisierungsfehler möglich
Aktordynamik	 Anforderungen an Bandbreite höher (zusätzliche Regelkaska- de) ungünstige Eigenwertplatzie- rung möglich 	• Anforderungen geringer
Einfluss von Rei- bung	• gering	• geringfügig robuster
Split-Mass- Problem	 höhere SimGüte vor und nach Modifikation der Feed- backgrößen 	• robuster (Abstand Eigenwerte imag. Achse)
HiL-Simula-	• sehr hoch	• hoch
tionsgüte	• Zustände priorisiert	Kräfte priorisiert

5 Modellbasierter Entwurf von HiL-Simulationen für den Achsprüfstand - Teil II: Der mehrdimensionale Fall

Das im vorigen Kapitel beschriebene methodische Vorgehen zum HiL-Entwurf wird für den mehrdimensionalen Fall, also für den Einsatz am Fahrzeugachsprüfstand mit Hexapoden, erweitert. Im Fokus stehen die Entwurfsschritte, welche die ausgewählte Regelungskonfiguration für den Hexapoden anwendbar machen. Zunächst wird die HiL-Systemstruktur vorgestellt und mögliche Anwendungsszenarien erörtert. Anschließend wird eine Zustandsregelung zur Positionsregelung des Hexapoden entworfen. Ein wichtiger Bestandteil der Regelung ist die Zustandsbeobachtung. Es werden mehrere Beobachtervarianten entwickelt und diskutiert. Daraufhin wird für die Realisierung einer HiL-Simulation eine hybride HiL-Regelungsstruktur vorgestellt. Dies umfasst ebenso den Entwurf einer geeigneten Kraftregelung für die Bewegungsrichtungen, welche nicht in der HiL-Schleife enthalten sind. Die dynamischen Eigenschaften des entworfenen HiL-Systems werden simulationsbasiert analysiert.

5.1 Erweiterung der HiL-System- und Regelungsstruktur

Der in dieser Arbeit betrachtete Fahrzeugachsprüfstand besitzt aufgrund der multiaxialen Anregung die Möglichkeit mehrere FHG in eine HiL-Simulation zu integrieren. Folglich können auch neben der Fahrzeugvertikaldynamik weitere Fahrzeugdynamiken, wie z. B. die Quer- oder Längsdynamik, nachgebildet werden. Die Potenziale und Einsatzmöglichkeiten der HiL-Simulation für das hier betrachtete Zielsystem werden in [TOK⁺17] analysiert. In diesem Kontext ist ein konkretes Anwendungsbeispiel die HiL-Simulation einer Fahrzeugachse mit aktiver Wankstabilisierung, vgl. [TKO⁺19].

Die Realisierung einer universellen HiL-Prüfumgebung bedingt eine flexible Regelungsstruktur, die es erlaubt, gezielt FHG auszuwählen, welche HiL-Feedbackgrößen erhalten. Die übrigen FHG sollen, je nach Anwendungsfall, positions- oder kraftgeregelt werden. Aufgrund der identifizierten Analogie der HiL-Simulation zur indirekten Kraftregelung in Abschnitt 3.3.4 lässt sich die Regelungsstruktur der hybriden Positions-/Kraftregelung, s. Abschnitt 3.3.2, anwenden. Erste Ideen zur Verwendung einer hybriden Regelung für den Achsprüfstand wurden in [KOF⁺16] und innerhalb eines HiL-Systems in [OKT⁺18] veröffentlicht sowie in [TOK⁺19] erweitert.

In diesem Zusammenhang sollen in dieser Arbeit die Grundlagen für die multiaxialen HiL-Simulationen am Fahrzeugachsprüfstand geschaffen werden. Die Umsetzung bzw. der *Proof-of-Concept* erfolgt für die Vertikaldynamik, wie dies schon im vorigen Kapitel geschah. Weitere FHG wie die Querdynamik können analog in das HiL-System mit aufgenommen werden. Tabelle 5-1 gibt einen Überblick über die Regelungsarten der einzelnen FHG der betrachteten HiL-Konfiguration. Der FHG β wird positionsgeregelt, da die Radnabe der Fahrzeugachse drehbar gelagert und nicht festgestellt ist.

FHG	HiL-Simulation	Regelungsart	Sollgrößen
r_x	nein	Kraftregelung	Nullregelung
r_y	nein	Kraftregelung	Nullregelung
r_z	ja	Admittanzregelung	aus virtuellem Teilsystem
α	nein	Kraftregelung	Nullregelung
β	nein	Positionsregelung	Nullregelung
γ	nein	Kraftregelung	Nullregelung

Tabelle 5-1: HiL-Konfiguration und Regelungsarten in den einzelnen Bewegungsrichtungen

5.2 Positionsregelung für den Hexapoden

Wie bereits im Stand der Technik und Forschung dieser Arbeit diskutiert, s. Abschnitt 3.3.1, zeigen Regelungen, welche die Zustandsgrößen im OS regeln, ein besseres Regelverhalten für PKM. Des Weiteren offenbarte der Vergleich der drei vorgestellten Verfahren, s. S. 58 ff., die deutliche Überlegenheit der flachheitsbasierten Regelung nach KNOOP gegenüber den anderen Regelungsstrukturen. Zudem hat sich das Vorgehen am Fahrzeugachsprüfstand bewährt, sodass die Regelungsstruktur für den Einsatz in einem positionsgeregelten HiL-System in dieser Arbeit übernommen wird. Der Entwurf der Positionsregelung für den Hexapoden wird im Folgenden nur kurz zusammengefasst. Detaillierte Informationen sind in [Kno17] zu finden.

Zur besseren Übersicht werden die notwendigen Bewegungsgleichungen des Hexapoden hier nochmal aufgeführt:

$$M(z)\ddot{z} + C(z,\dot{z})\dot{z} + g(z) = J_A^{-T}(z)F_q - H^T(z)\tau.$$
(5-1)

Für den Entwurf wird angenommen, dass der Zustandsvektor $x = [x_1^T x_2^T]^T = [z^T \dot{z}^T]^T$ mithilfe eines Zustandsbeobachters rekonstruiert werden kann. Die geschätzten Größen sind dann $\hat{x} = [\hat{x}_1^T \hat{x}_2^T]^T$.

Die Bewegungsgleichungen in (5-1) werden mit folgender Feedback-Linearisierung (exakte Zustandslinearisierung mit Istgrößen) linearisiert:

$$F_{q,ref} = J_A^T(\hat{x}_1) \left(M(\hat{x}_1) u_z + C(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \hat{x}_2 + g(\hat{x}_1) + H^T(\hat{x}_1) \tau \right).$$
(5-2)

Der Vektor $F_{q,ref}$ sind die Soll-Aktorkräfte für die unterlagerte Kraft- bzw. Differenzdruckregelung des Hexapoden. Da der Hexpapod starr mit der Fahrzeugachse verbunden ist, muss der Vektor $H^T(z)\tau$ mit den gemessenen Reaktionskräften und -momenten kompensiert werden. Der Vektor u_z ist der neue Eingang für die linearisierte Regelstrecke. Unter den Annahmen die Regelstrecke ließe sich mit den Bewegungsgleichungen in (5-1) perfekt beschreiben, der Zustandsvektor wird ideal geschätzt mit $\hat{x} \equiv x$ und mit $F_{q,ref} \equiv F_q$, folgt nach Einsetzen der Gleichung (5-2) in (5-1)

$$M(z)\ddot{z}=M(z)u_z.$$

Da die Massenmatrix M(z) symmetrisch und positiv definit ist, existiert auch die Inverse, s. strukturelle Eigenschaft (1) in Satz 2.1, und es folgt

$$\ddot{z} = u_z$$

Folglich wird die inhärente Systemdynamik kompensiert und es resultiert eine Entkopplung der Dynamik bezüglich der kartesischen Raumkoordinaten. Die Regelungsvorschrift für den Soll-Ist-Vergleich kann anschließend mit u_z vorgegeben werden. Eine Zustandsregelung wird mit der Vorschrift

$$u_{z} = \ddot{z}_{r} + K_{P,D}(\dot{z}_{r} - \dot{z}) + K_{P,P}(z_{r} - z)$$
(5-3)

erreicht¹³. Hierbei sind z_r , \dot{z}_r sowie \ddot{z}_r die Sollgrößen der Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Die Regelfehlerdifferentialgleichung ist

$$\ddot{e}_z + K_{P,D}\dot{e}_z + K_{P,P}e_z = 0,$$

wobei $e_z = z_r - z$ gilt.

Da die FHG entkoppelt sind, kann die Dynamik für jeden FHG einzeln vorgegeben werden. Für eine vollständige Positionsregelung des Hexapoden haben die Reglermatrizen $K_{P,D}, K_{P,P} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ folgende Gestalt:

$$K_{P,D} = \text{diag} \{k_{P,D,1}, \dots, k_{P,D,6}\},\ K_{P,P} = \text{diag} \{k_{P,P,1}, \dots, k_{P,P,6}\}.$$

Nach Tabelle 5-1 müssen nur für die Bewegungsrichtungen r_z sowie β Reglerverstärkungen gefunden werden, da diese für die Admittanzregelung und Positionsregelung benötigt werden. Für den FHG r_z werden die Reglerparameter aus Abschnitt 4.6.2, s. S. 119 ff., übernommen. Es hat sich gezeigt, dass mit den Verstärkungen unter Berücksichtigung der Aktordynamik im HiL-System ein guter Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Nachbildung der Vertikaldynamik und der Stabilität des HiL-Systems erzielt werden kann. Die Verstärkungen sind

$$k_{P,D,3} = 266,57,$$

 $k_{P,P,3} = 35530,58.$
(5-4)

Da der FHG β nicht innerhalb einer HiL-Simulation verwendet wird, werden die Parameter nach den Berechnungsvorschriften in (4-36) bzw. (4-37) gewählt. Es resultieren

$$k_{P,D,5} = 533,15,$$

 $k_{P,P,5} = 142\,122,3.$
(5-5)

5.3 Zustandsbeobachter

Die Realisierung einer Zustandsregelung für die HiL-Simulation erfordert die Kenntnis des aktuellen Systemzustands an der Schnittstelle zwischen dem virtuellen und physikalischen Teilsystem. Beim Anwendungsbeispiel entspricht dies den Systemzuständen des Hexapoden am TCP. Die Grundlagen für den Entwurf zur Zustandsschätzung für den freien Hexapoden des Anwendungsbeispiels wurden in [OF13] erarbeitet. Die Zustandsbeobachter wurden in [Kno17] erweitert und am realen Prüfstand implementiert. Insbesondere

¹³Zur Veranschaulichung der Funktionsweise werden die Größen *ż*, *z* verwendet. In der tatsächlichen Regelung sind jedoch die geschätzten Zustände zu verwenden.

haben sich die entwickelten SMB als geeignet erwiesen. Dazu gehört ein hierarchischer SMB, welcher in [OF13] erarbeitet und in [FOT14] veröffentlicht wurde. Erste Ansätze zu SMB mit Super-Twisting-Erweiterungen wurden in [OKT⁺18] veröffentlicht. Auf Basis der bereits veröffentlichten Ergebnisse werden im Folgenden mehrere Zustandsbeobachter vorgestellt und erweitert. Dies beinhaltet die Untersuchung der Anwendbarkeit für den Hexapoden, welcher mit einem Prüfling gekoppelt ist und für HiL-Simulationen eingesetzt werden soll. Zusätzlich werden die Methoden theoretisch untermauert. Die Validierung sowie die Untersuchung der Performance erfolgen in diesem Abschnitt simulationsbasiert. Zu Vergleichszwecken wird ein nichtlinearer Luenberger-artiger Beobachter nach [CF15] für das Zielsystem entworfen.

5.3.1 Beobachtbarkeitsmatrix und Beobachtbarkeit

Für den Entwurf der Zustandsbeobachter wird die *Beobachtbarkeitsmatrix* benötigt. Mit ihr lässt sich zudem die Beobachtbarkeit des Systems beurteilen. Die folgende Herleitung und Diskussion geschieht für Hexapoden bzw. für PKM, deren dynamisches Verhalten sich mit den Gleichungen in (2-11) und (2-12) beschreiben lassen. Aus Gründen der einfacheren Darstellung wird der Vektor der Störgrößen als zusätzlicher Eingang aufgefasst, sodass sich folgende Zustandsraumdarstellung ergibt:

$$\dot{x} = f(x) + \begin{bmatrix} G(x) & G_d(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ u_d \end{bmatrix} = f(x) + \tilde{G}(x)\tilde{u},$$

$$y = h(x).$$
(5-6)

Das System besitzt die Systemordnung $n_x = 12$. Für den Eingangsvektor gilt $n_u = 12$. Die Eingangsmatrix setzt sich aus n_u Spaltenvektoren zusammen:

$$\tilde{G}(x) = \begin{bmatrix} \tilde{g}_1(x) & \dots & \tilde{g}_{n_u}(x) \end{bmatrix}.$$

Der Ausgangsvektor ist die nichtlineare Funktion der inversen Kinematik y = h(x) = q(z)mit der Dimension $n_y = 6$.

Grundlagen

Die Grundlagen der Herleitung der Beobachtbarkeitsmatrix basieren auf den Arbeiten von CHEN et al., z. B. [CF15], sowie auf den allgemeinen Definitionen in [Ada18] und [DGM00].

Zunächst wird eine Vektorfunktion $\phi(x)$ benötigt, welche sich aus den *Lie-Ableitungen* der Ausgangsfunktionen $h_i(x)$ in Richtung von f(x) zusammensetzt. Die Anzahl der benötigten Lie-Ableitungen wird vom *relativen Grad* des Systems bestimmt. Für MIMO-Systeme wird der relative Grad δ_i für jede *i*-te Ausgangsgröße berechnet. Dieser gibt die niedrigste zeitliche Ableitung für jede Ausgangsgröße y_i an, in der irgendeine Eingangsgröße erstmals vorkommt. Es muss gelten, vgl. [Ada18, S. 350]:

$$\mathcal{L}_{\tilde{g}_l} \mathcal{L}_f^{k-1} h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n_y, \quad k = 1, \dots, \delta_i - 1, \quad l = 1, \dots, n_u.$$
(5-7)

Außerdem existiert für jedes $i = 1, ..., n_v$ mindestens ein $l \in \{1, ..., n_u\}$ mit

$$\mathcal{L}_{\tilde{g}_l} \mathcal{L}_f^{\delta_i - 1} h_i(x) \neq 0$$

Der totale relative Grad für MIMO-Systeme ist

$$\bar{\delta} = \sum_{i=1}^{n_y} \delta_i.$$
(5-8)

Gilt dann $\overline{\delta} = n_x$, so wird die gesuchte Vektorfunktion $\phi(x)$ in allgemeiner Form mit

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) & \dots & h_{n_y}(x) & \mathcal{L}_f h_1(x) & \dots & \mathcal{L}_f h_{n_y}(x) & \dots & \mathcal{L}_f^{\delta_1 - 1} h_1(x) & \dots & \mathcal{L}_f^{\delta_{n_y} - 1} h_{n_y}(x) \end{bmatrix}^T$$

berechnet. Die gesuchte Vektorfunktion besitzt in diesem Fall dieselbe Dimension wie der Zustandsvektor, mit $\phi : \mathbb{R}^{n_x} \to \mathbb{R}^{n_x}, x \mapsto \phi(x)$. Eine alternative, vom relativen Grad unabhängige, Bestimmung von $\phi(x)$ ist in [DGM00] zu finden. Außerdem lässt sich für den Fall $\overline{\delta} < n_x$ auch eine Vektorfunktion angeben. Diese hängt dann aber auch vom Eingangsvektor und dessen zeitlichen Ableitungen ab, vgl. [Ada18, S. 533 ff.]. Diese Fälle werden hier nicht betrachtet, da sie keine Anwendung finden.

Nun wird folgender Vektor definiert:

$$\xi = \begin{bmatrix} y_1 & \dots & y_{n_y} & \dot{y}_1 & \dots & \dot{y}_{n_y} & \dots & y_1^{(\delta_1 - 1)} & \dots & y_{n_y}^{(\delta_{n_y} - 1)} \end{bmatrix}^T.$$

In dem hier betrachteten Fall gilt

$$\xi = \phi(x). \tag{5-9}$$

Die Vektorfunktion $\phi(x)$ kann also auch direkt mit den zeitlichen Ableitungen der einzelnen Ausgangsgrößen bestimmt werden. Somit müssen für jeden *i*-ten Ausgang die zeitlichen Ableitungen bis zur Ordnung $\delta_i - 1$ gebildet werden.

Die Beobachtbarkeitsmatrix ergibt sich in allgemeiner Form aus der Jacobi-Matrix der Abbildung in Gleichung (5-9) und es folgt

$$Q(x) = \frac{\partial \phi(x)}{\partial x}$$
(5-10)

mit $Q(x) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$. Zur Untersuchung der Beobachtbarkeit müssen die Vektorfunktion $\phi(x)$ und die Matrix Q(x) gewisse Eigenschaften erfüllen, welche im Folgenden erläutert werden.

Für nichtlineare Systeme wird die *Beobachtbarkeit* und die *schwache Beobachtbarkeit* unterschieden, vgl. [Ada18] bzw. [HK77]. Eine Beobachtbarkeit liegt vor, wenn die Umkehrabbildung $x = \phi^{-1}(\xi)$ eindeutig ist. Dann lassen sich alle Anfangswerte x_0 aus der Kenntnis von y und \tilde{u} bestimmen. Die schwache Beobachtbarkeit des Systems kann mit der Invertierbarkeit von Q(x) untersucht werden. Ist Q(x) regulär, bzw. gilt $det(Q(x)) \neq 0$, so liegt für das System eine schwache Beobachtbarkeit vor. Dann lassen sich die Anfangswerte x_0 in einer Umgebung eines Arbeitspunktes bestimmen. Die Definitionen der verschiedenen Beobachtbarkeitskriterien für nichtlineare Systeme sind in [Ada18, S. 525 ff.] zu finden.

Existiert die Inverse $Q^{-1}(x)$, so wird die Abbildung in (5-9) auch als ein sog. *Diffeomorphismus* bezeichnet, vgl. [Ada18, S. 228]. Durch eine nichtlineare Zustandstransformation bildet $\phi(x)$ die Zustandsgrößen x auf die Zustandsgrößen ξ ab. Es ist anzumerken, dass, wenn für die Umkehrabbildung des Diffeomorphismus keine geschlossene analytische Lösung existiert oder sie nicht eindeutig ist, dennoch in der Regel die Inverse der Jacobi-Matrix Q(x) berechnet werden kann. Des Weiteren hat der Eingangsvektor \tilde{u} keine Auswirkungen auf die Beobachtbarkeit des Systems.

Anwendung für den Hexapoden

Für die Gleichungen des Hexapoden ergeben sich die ersten zeitlichen Ableitungen der Ausgangsfunktionen in h(x) bzw. q(z) direkt aus dem Zusammenhang in Gleichung (2-5) und es folgt

$$\dot{y} = \dot{q} = J_A^{-1}(x_1)x_2 = J_A^{-1}(z)\dot{z}.$$
 (5-11)

Es ist offensichtlich, dass eine weitere zeitliche Ableitung ÿ die Beschleunigungen ż und somit die Eingangsgröße \tilde{u} beinhalten würde. Folglich resultiert für alle sechs Ausgangsfunktionen $h_i(x)$ bzw. $q_i(z)$ ein relativer Grad von $\delta_i = 2$ und somit gilt nach Gleichung (5-8) $\bar{\delta} = n_x = 12$. Die gesuchte Vektorfunktion hat folgende Gestalt:

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ \dot{h}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(z) \\ J_A^{-1}(z)\dot{z} \end{bmatrix}.$$

Der Diffeomorphismus bildet die Zustandsgrößen $x = [z^T \dot{z}^T]^T$ im OS auf die Zustandsgrößen $\xi = [q^T \dot{q}^T]^T$ im JS ab. Es ist zu beachten, dass die Umkehrabbildung $x = \phi^{-1}(\xi)$ aufgrund des DKP nicht eindeutig ist. Somit liegt keine "allgemeine" Beobachtbarkeit vor. Es kann dennoch gezeigt werden, dass das System eine schwache Beobachtbarkeit besitzt.

Die Beobachtbarkeitsmatrix des Hexapoden wird wie folgt berechnet:

$$Q(x) = \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q(z)}{\partial z} & \frac{\partial q(z)}{\partial \dot{z}} \\ \frac{\partial \left(J_A^{-1}(z)\dot{z}\right)}{\partial z} & \frac{\partial \left(J_A^{-1}(z)\dot{z}\right)}{\partial \dot{z}} \end{bmatrix}.$$

Aus der Beziehung in Gleichung (2-6) sowie mithilfe der Darstellung mit dem *Kronecker-Produkt*, vgl. [MN85], folgt

$$Q(x) = \begin{bmatrix} J_A^{-1}(z) & 0\\ \left(\dot{z}^T \otimes I_6\right) \frac{\partial \left(\operatorname{vec}(J_A^{-1}(z))\right)}{\partial z} & J_A^{-1}(z) \end{bmatrix}.$$
(5-12)

Hierbei ist $I_6 \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ die Einheitsmatrix und der Operator vec(...) bedeutet die Vektorisierung der einzelnen Spalten der Matrix. Durch die Blockmatrixstruktur von Q(x) vereinfacht sich die Bestimmung der inversen Matrix $Q^{-1}(x)$. Deren Existenz bedingt

$$\det(Q(x)) = \det(J_A^{-1}(z)) \cdot \det(J_A^{-1}(z)) \neq 0.$$

Folglich muss $J_A^{-1}(z)$ regulär sein. Dies trifft im gesamten Zustandsraum, ausgenommen q = 0, zu, vgl. [MLS94]. In dieser Pose sind die Boden- sowie Endeffektorplattform des

Hexapoden koplanar. Der in dieser Arbeit betrachtete Hexapod kann diese Pose aufgrund der Beschränkung der Hübe der hydraulischen Aktoren nicht einnehmen. Somit liegt für den Hexapoden eine schwache Beobachtbarkeit im gesamten Arbeitsraum vor. Aufgrund der Blockmatrixstruktur von Q(x) berechnet sich die Inverse einfach mit

$$Q^{-1}(x) = \begin{bmatrix} J_A(z) & 0\\ -J_A(z) \left(\dot{z}^T \otimes I_6 \right) \frac{\partial \left(\operatorname{vec} \left(J_A^{-1}(z) \right) \right)}{\partial z} J_A(z) & J_A(z) \end{bmatrix}.$$
 (5-13)

Die schwache Beobachtbarkeit für den freien Hexapoden mit dem alternativen Zustandsvektor $x_v = [z^T v^T]^T$ wurde auch in [Kno17] bzw. [OF13] für den effektiven Arbeitsraum gezeigt¹⁴. Nachteilig bei der Verwendung von x_v ist, dass die Beobachtbarkeitsmatrix dann auch die Kinematikmatrix H(z) bzw. die Jacobi-Matrix der Rotation $J_R(z)$, vgl. Gleichung (2-4), beinhaltet, welche zusätzliche Singularitäten aufweisen kann.

5.3.2 Hierarchischer Sliding-Mode-Beobachter

Der im Folgenden vorgestellte SMB wird aufgrund der Struktur der Beobachterrückführung als *hierarchischer Sliding-Mode-Beobachter (HSMB)* bezeichnet. Dieser wurde erstmal von S. V. DRAKUNOV in [Dra92] für nichtlineare, autonome Systeme veröffentlicht. In [DR11] wurde der Ansatz für eingangsaffine, nichtlineare Systeme der Form (5-6) mit einer Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$ erweitert. Der Beobachteransatz zeichnet sich durch die explizite Nutzung der äquivalenten Werte in der Beobachterrückführung aus, vgl. Abschnitt 2.3.3. Diese können genutzt werden, um zusätzliche Systemstörungen zu identifizieren. Der wesentliche Vorteil des Beobachteransatzes ist, dass die Beobachtergleichungen in den Originalzuständen formuliert werden können. Somit ist eine im Vorfeld durchzuführende nichtlineare Zustandstransformation nicht notwendig. Es wird lediglich die Beobachtbarkeitsmatrix des Systems benötigt.

Auf Basis der Betrachtungen im vorigen Abschnitt wirkt dieser Ansatz als Zustandsbeobachter für PKM besonders attraktiv. Aufgrund des DKP ist die Transformation der Zustandsgleichungen des Hexapoden in die JS-Koordinaten ξ und der anschließende Beobachterentwurf nicht zielführend, da der Zustandsvektor x dann nicht beobachtbar ist bzw. die Umkehrabbildung des Diffeomorphismus $x = \phi^{-1}(\xi)$ nicht eindeutig ist. Zur Bestimmung von x müssten zusätzlich alternative Verfahren wie das iterative Newton-Raphson-Verfahren verwendet werden. Solche Verfahren haben sich für das Zielsystem ebenfalls als geeignet erwiesen, vgl. [Kno17], werden in dieser Arbeit aber nicht weiter betrachtet. Im Gegensatz zur Transformation der Zustände lässt sich die Beobachtbarkeitsmatrix für den Hexapoden bzw. für PKM sehr einfach berechnen.

Aufgrund der genannten Überlegungen wurde der Beobachteransatz aus [DR11] zur Anwendung als Zustandsbeobachter für den Hexapoden, also für MIMO-Systeme, erweitert. Der Ansatz für den frei beweglichen Hexapoden wurde in [OF13] erarbeitet, in [FOT14] veröffentlicht und im Rahmen der Arbeiten [Kno17] am realen Prüfstand implementiert und bewertet.

¹⁴Die genannten Arbeiten [Kno17] bzw. [OF13] verwenden die Begriffe globale und lokale Beobachtbarkeit nach [Ada09] für die hier verwendeten Begriffe der Beobachtbarkeit bzw. der schwachen Beobachtbarkeit nach [Ada18] bzw. [HK77].

Beobachterstruktur und Eigenschaften

Die Beobachtergleichungen des MIMO-HSMB für die Zustandsgleichungen in (2-11) und (2-12) lauten

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + G_d(\hat{x})u_d + Q^{-1}(\hat{x})P\operatorname{sign}(\nu(e_y)),$$

$$\hat{y} = h(\hat{x}).$$
(5-14)

Der Vektor $\hat{x} = [\hat{x}_1^T \ \hat{x}_2^T]^T$ bezeichnet den geschätzten Zustandsvektor im Beobachtermodell. Der Ausgangsfehler ist

$$e_y = y - \hat{y} = q - \hat{q}.$$

Die Matrix $Q^{-1}(\hat{x})$ ist die inverse Beobachtbarkeitsmatrix gemäß Gleichung (5-13) mit \hat{x} als Variable. Die konstante, diagonale Matrix $P \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ mit

$$P = \begin{bmatrix} \rho_1 I_6 & 0\\ 0 & \rho_2 I_6 \end{bmatrix}$$
(5-15)

beinhaltet die Beobachterverstärkungen $\rho_1, \rho_2 \in \mathbb{R}^+$. Diese werden für die ersten bzw. letzten sechs Einträge der Hauptdiagonalen gleich gewählt, da sie Rückführungen ähnlicher Art (Verschiebungen, Geschwindigkeiten) verstärken. Der Grund für die Wahl der Matrix *P* wird im weiteren Verlauf des Abschnitts verdeutlicht.

Die Signumfunktion für mehrdimensionale Funktionsargumente bedeutet hier die komponentenweise Anwendung der Funktionsvorschrift. Der Vektor der Sliding-Variablen $v(e_y) \in \mathbb{R}^{12}$ mit $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^6$ besitzt folgende Einträge:

$$\nu(e_y) = \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y \\ \{\rho_1 \operatorname{sign}(e_y)\}_{eq} \end{bmatrix}.$$
(5-16)

Der Vektor v_1 entspricht dem Ausgangsfehler e_y . Der Vektor v_2 besteht aus den äquivalenten Werten der ersten sechs diskontinuierlichen Beobachterrückführungen $\rho_1 \operatorname{sign}(e_y)$, s. Abschnitt 2.3.3. Diese werden mit dem Operator $\{\ldots\}_{eq}$ gekennzeichnet.

Funktionsweise und Konvergenzanalyse

Zur Veranschaulichung der Funktionsweise des HSMB wird die in [FOT14] durchgeführte Analyse der Konvergenz des Schätzfehlers $e_x = x - \hat{x}$ mit den Überlegungen aus Abschnitt 2.3.3 erweitert. Des Weiteren wird gezeigt, dass die Analyse ohne Einschränkungen auf den gekoppelten Hexapoden mit den Zustandsgleichungen in (2-11) und (2-12) angewandt werden kann.

Um die Konvergenz von e_x nachzuweisen, ist es nach [Dra92] ausreichend, die Konvergenz des Schätzfehlers in den transformierten Koordinaten $\xi = [q^T \ \dot{q}^T]^T$ zu zeigen. Diese ergeben sich sowohl für das Streckenmodell als auch für die Beobachtergleichungen aus dem Diffeomorphismus $\xi = \phi(x)$. Der Schätzfehler e_{ξ} ist

$$e_{\xi} = \phi(x) - \phi(\hat{x}) = \begin{bmatrix} q - \hat{q} \\ \dot{q} - \dot{\hat{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y \\ e_{\dot{y}} \end{bmatrix}.$$
(5-17)

Folglich beinhaltet der Vektor e_{ξ} den Fehler der Aktorverschiebungen sowie den Fehler der Aktorgeschwindigkeiten. Mithilfe der zeitlichen Ableitung von e_{ξ} kann die Beobachterkonvergenz untersucht werden. Die Schätzfehlerdifferentialgleichung \dot{e}_{ξ} ergibt sich durch Differentiation von Gleichung (5-17) und mithilfe der Beziehung in Gleichung (5-10). Es folgt

$$\dot{e}_{\xi} = Q(x)\dot{x} - Q(\hat{x})\dot{\hat{x}}.$$
 (5-18)

Durch Einsetzen der Strecken- sowie Beobachtergleichungen (2-11) bzw. (5-14) resultiert

$$\dot{e}_{\xi} = Q(x) \left(f(x) + G(x)u + G_d(x)u_d \right) - Q(\hat{x}) \left(f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + G_d(\hat{x})u_d \right) + P \operatorname{sign}(\nu(e_{\gamma})).$$
(5-19)

Die Terme, welche die Unterschiede zwischen Strecken- und Beobachtermodell beschreiben, werden in den Vektoren $\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}^6$ zusammengefasst. Aufgrund der Gestalt der Matrix *P* in Gleichung (5-15) folgt

$$\dot{e}_{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{y} \\ \dot{e}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1}(x, \hat{x}, u, u_{d}) - \rho_{1} \operatorname{sign}(e_{y}) \\ \theta_{2}(x, \hat{x}, u, u_{d}) - \rho_{2} \operatorname{sign}\left(\left\{\rho_{1} \operatorname{sign}(e_{y})\right\}_{eq}\right) \end{bmatrix}.$$
(5-20)

Die Vektoren θ_1 , θ_2 äußern sich als nichtlineare Störungen. Es resultiert eine ähnliche Struktur der Gleichungen in (5-20) zu der Gleichung (2-18). Es kann nunmehr gezeigt werden, dass bei hinreichend großen Verstärkungen ρ_1 , ρ_2 nacheinander ("hierarchisch") Gleitzustände auf den Schaltgeraden $e_y = 0$ sowie $e_y = 0$ auftreten und der Zustandsbeobachter in endlicher Zeit konvergiert.

Zunächst wird der Vektor θ_1 berechnet. Durch Auswertung der Gleichung (5-19) mit der Beobachtbarkeitsmatrix in (5-12) und den Funktionsvorschriften des Systems in (2-11) bzw. (2-12) resultiert

$$\theta_1(x, \hat{x}, u, u_d) = \theta_1(x, \hat{x}) = J_A^{-1}(x_1)x_2 - J_A^{-1}(\hat{x}_1)\hat{x}_2.$$

Es wird darauf hingewiesen, dass hier die Notation der Zustände mit $x = [x_1^T x_2^T]^T$ bzw. $\hat{x} = [\hat{x}_1^T \hat{x}_2^T]^T$ verwendet wird, um sie von den Beobachterdifferentialgleichungen zu unterscheiden, da $\hat{x}_2 \neq \hat{z}$. Es folgt, dass $\theta_1(x, \hat{x})$ unabhängig von der Eingangs- sowie Störgröße ist, was durch die Bedingung in Gleichung (5-7) gesichert wird. Außerdem entspricht der Vektor genau der Differenz der Aktorgeschwindigkeiten in der Strecke und im Beobachtermodell, vgl. Gleichung (5-11):

$$\theta_1(x,\hat{x}) = \dot{q}(x) - \dot{q}(\hat{x}) = e_{\dot{y}}.$$
(5-21)

Es wird nun angenommen, dass für die Differenz der Aktorgeschwindigkeiten eine obere Grenze $\Theta_1 \in \mathbb{R}^+$ existiert mit

$$|\theta_{1,i}(x,\hat{x})| \le \Theta_1, \quad i = 1, ..., 6.$$

Mit der Beobachterverstärkung $\rho_1 > \Theta_1 + \eta_1$, wobei $\eta_1 \in \mathbb{R}^+$ eine positive Konstante ist, konvergiert der Ausgangsfehler e_y in endlicher Zeit gegen Null. Mit der Konstante η_1 kann theoretisch die Konvergenzgeschwindigkeit abgeschätzt werden, s. Abschnitt 2.3.3, was hier aber nicht weiter thematisiert wird. Nach Konvergenz befindet sich das System für $\dot{e}_y = e_y = 0$ im Gleitzustand. Mit der Methode der äquivalenten Werte werden die ersten sechs Differentialgleichungen in (5-20) im Gleitzustand mit folgender Dynamik beschrieben:

$$\dot{e}_y = \theta_1(x, \hat{x}) - \left\{ \rho_1 \operatorname{sign}(e_y) \right\}_{eq} = 0.$$

Aus (5-21) resultiert im Gleitzustand

$$\left\{\rho_1 \operatorname{sign}(e_y)\right\}_{eq} = e_y$$

und für die unteren sechs Differentialgleichungen in (5-20) folgt

$$\dot{e}_{\dot{y}} = \theta_2(x, \hat{x}, u, u_d) - \rho_2 \operatorname{sign}(e_{\dot{y}}).$$

In diesem Fall muss eine Verstärkung $\rho_2 > \Theta_2 + \eta_2$ mit einer oberen Grenze $\Theta_2 \in \mathbb{R}^+$:

$$|\theta_{2,i}(x, \hat{x}, u, u_d)| \le \Theta_2, \quad i = 1, ..., 6,$$

und $\eta_2 \in \mathbb{R}^+$ gefunden werden. Zudem gilt, dass θ_2 der Differenz der tatsächlichen und geschätzten Aktorbeschleunigungen entspricht:

$$\theta_2(x, \hat{x}, u, u_d) = \ddot{q}(x, u, u_d) - \ddot{q}(\hat{x}, u, u_d).$$
(5-22)

Der Vektor $\theta_2(x, \hat{x}, u, u_d)$ hängt sowohl vom Eingang *u* als auch von der Störgröße u_d ab. Somit müssen diese Größen als beschränkt angenommen werden, was in der Praxis in der Regel möglich ist. Vor allem gilt für mechanische Systeme mit begrenztem Arbeitsraum, dass für θ_2 eine obere Schranke angegeben werden kann, vgl. [SEFL14, S. 253]. Es kann zudem gezeigt werden, dass die Matrizen Q(x)G(x) und $Q(x)G_d(x)$ in Gleichung (5-19) nur von der Pose $z = x_1$ abhängen. Da im ersten Gleitzustand $\hat{q} = q$ und folglich $\hat{x}_1 = x_1$ gilt, entfallen dann auch die Terme mit den Eingängen *u* und u_d .

Für ein hinreichend großes ρ_2 wird in endlicher Zeit ein Gleitzustand für $\dot{e}_{\dot{y}} = e_{\dot{y}} = 0$ erreicht. Nacheinander treten also Gleitzustände für die positions- sowie geschwindigkeitsbasierten Größen auf. Folglich konvergiert der gesamte Vektor des Schätzfehlers der transformierten Größen in endlicher Zeit, d. h. $e_{\xi} \rightarrow 0$. Da es sich bei der Abbildung in Gleichung (5-9) um einen Diffeomorphismus handelt, folgt auch $e_x \rightarrow 0$. Somit kann der Zustandsvektor in endlicher Zeit geschätzt werden, d. h. $\hat{x} \rightarrow x$. Nach dem Erreichen der Schaltgeraden verbleibt das System in diesem Zustand, auch wenn zusätzliche (begrenzte) Systemstörungen auftreten.

Berechnung der äquivalenten Werte

Zur Berechnung der äquivalenten Beobachterrückführungen in (5-16) kann eine Tiefpassfilterung, vgl. (2-25), oder eine approximierte Signumfunktion, vgl. (2-26), verwendet werden. Simulationen und praktische Versuche des Zielsystems haben gezeigt, dass eine Approximation der Signumfunktion für die Berechnung der äquivalenten Werte und als Ersatzfunktion der Signumfunktion zu höheren Schätzgüten führt, vgl. [OF13; FOT14]. Eine direkte Verwendung der Signumfunktion verstärkt, aufgrund des Ratterns, das Messrauschen der Sensorik, was sich mit verrauschten Schätzgrößen \hat{x} äußert. Es resultieren folgende Beobachterrückführungen:

$$\rho_{1} \operatorname{sign}(e_{y,i}) \approx \left\{ \rho_{1} \operatorname{sign}(e_{y,i}) \right\}_{eq} \approx \rho_{1} \frac{e_{y,i}}{|e_{y,i}| + \delta_{1}},$$

$$\rho_{2} \operatorname{sign}(v_{2,i}) \approx \rho_{2} \frac{v_{2,i}}{|v_{2,i}| + \delta_{2}}, \quad i = 1, ..., 6.$$
(5-23)

Der Nachteil der Approximation ist, dass keine Gleitzustände im eigentlichen Sinne auftreten. Im Quasi-Sliding-Mode verbleiben die Trajektorien der Ausgangsfehler e_y und e_y in einer Grenzumgebung mit $|e_{y,i}| \leq \delta_1$ bzw. $|e_{y,i}| \leq \delta_2$. Der Beobachter wird im Folgenden als *hierarchischer Quasi-Sliding-Mode-Beobachter (HQSMB)* bezeichnet.

Auslegung für den Hexapoden

Die Analyse des Konvergenzverhaltens ergab, dass sich die Wahl der Verstärkungsfaktoren ρ_1 und ρ_2 an den begrenzten Störungen θ_1 sowie θ_2 orientiert. Diese entsprechen genau den Differenzen der Aktorgeschwindigkeiten bzw. -beschleunigungen in der Strecke und im Beobachtermodell, vgl. (5-21) bzw. (5-22). Auf Basis des Strecken- und Beobachtermodells sowie einiger Annahmen an die Systemgrößen, z. B. Endeffektormasse, können θ_1 und θ_2 in der Regel für einfache Systeme eingegrenzt werden. Bei dem hier betrachteten Hexapoden handelt es sich bei θ_1 und θ_2 jedoch um nichtlineare verkoppelte Gleichungen. Somit ist es mühsam, Verstärkungsfaktoren ρ_1 und ρ_2 auf Basis des Strecken- und Beobachtermodells zu finden. Folglich ist es sinnvoll, den "Worst-Case-Fall" der Störungen anzunehmen. In erster Näherung können ρ_1 und ρ_2 dann aus den maximal erreichbaren Geschwindigkeit kann aus dem Ventilvolumenstrom sowie dem maximalen Differenz-druck bestimmt werden, vgl. [Kno17, S. 109 f.]. Die größtmögliche Abweichung θ_1 würde dann aus der zweifachen maximalen Geschwindigkeit resultieren. Somit wird der erste Verstärkungsfaktor durch

$$\rho_1 \ge 2 \sup |\dot{q}|$$

begrenzt. Die Beschleunigungen lassen sich aus der maximalen Aktorkraft sowie der Endeffektormasse des Hexapoden berechnen. Folglich muss gelten:

$$\rho_2 \ge 2 \sup |\ddot{q}|.$$

In der Realität können die Ausgangswerte der Verstärkungsfaktoren im Nachgang mithilfe von Simulationen und Prüfversuchen iterativ angepasst werden. Folgende Parameter haben sich für den HQSMB als geeignet erwiesen:

$ \rho_1 = 8,28, $	
$ \rho_2 = 750,58, $	(5.24)
$\delta_1 = 0,001,$	(3-24)
$\delta_2 = 0,35.$	

5.3.3 Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter

Der HSMB in seiner Ursprungsform verwendet "reine" Signumfunktionen. Die damit einhergehenden Effekte des Ratterns im Gleitzustand können die Schätzgüte bei verrauschten Sensorsignalen deutlich verschlechtern. Für die praktische Umsetzung des HSMB haben sich für den betrachteten Hexapoden dieser Arbeit Approximationen der Signumfunktionen als sinnvolles Hilfsmittel erwiesen. Jedoch wird keine tatsächliche Konvergenz der Zustände erreicht. Die Trajektorien der Schätzfehler bleiben in einer begrenzten Umgebung. So werden bspw. kleine Geschwindigkeiten geschätzt, obwohl sich das System in Ruhe befindet. Unter Umständen kann dies zu Schwierigkeiten bei bestimmten Regelungen führen, wie z. B. bei Kraftregelungen mit unterlagerter Geschwindigkeitsregelung.

Zur Minimierung des Ratterns können Sliding-Mode-Verfahren *höherer Ordnung* verwendet werden. Die Ordnung bezieht sich dabei auf die Anzahl der Sliding-Variablen. Zum Beispiel wird bei einem Sliding-Mode-Verfahren *zweiter Ordnung* die Konvergenz einer Sliding-Variable σ und der zeitlichen Ableitung $\dot{\sigma}$ in endlicher Zeit erreicht, d. h. $\sigma, \dot{\sigma} \rightarrow 0$, vgl. [SEFL14, S. 35]. Dadurch ergibt sich auch die Reduktion des hochfrequenten Ratterns, vgl. [SEFL14, S. 163]: "A problem with conventional (first-order) sliding mode control is attenuation of the chattering effect. However 2-sliding mode control provides effective tools for the reduction or even practical elimination of the chattering, without compromising the benefits of the standard sliding mode."

Nachfolgend wird gezeigt, wie sich *Super-Twisting-Algorithmen (STA)*, die zu Sliding-Mode-Verfahren zweiter Ordnung gehören, auf die grundlegende Beobachterstruktur des vorigen Abschnitts anwenden lassen. In diesem Kontext wurden erste Ansätze bereits in [OKT⁺18] veröffentlicht. Zunächst wird der in [DFL05] vorgeschlagene STA-Beobachteransatz vorgestellt.

Grundlegende Beobachterstruktur (Standardform)

STA sind in der Sliding-Mode-Community weitverbreitete Algorithmen zur Verbesserung der Performance von Sliding-Mode-Regelungen sowie Beobachtern. Ursprünglich wurde der "klassische" STA innerhalb einer Sliding-Mode-Regelung in [Lev93] vorgestellt [MO12]. Der in [DFL05] vorgestellte Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter (STSMB) ist ein oft angewandter Beobachteransatz für allgemeine mechanische Systeme. Für das System zweiter Ordnung

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

 $\dot{x}_2 = f(x_1, x_2, u),$
 $y = x_1$

mit $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ lautet die Standardform des STSMB, vgl. [DFL05],

$$\dot{\hat{x}}_{1} = \hat{x}_{2} + \rho_{5,1} |e_{y}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(e_{y}),
\dot{\hat{x}}_{2} = f(x_{1}, \hat{x}_{2}, u) + \rho_{5,2} \operatorname{sign}(e_{y}),
\hat{y} = \hat{x}_{1}.$$
(5-25)

Der Ausgangsfehler ist $e_y = x_1 - \hat{x}_1$. Der Vektor $f \in \mathbb{R}$ resultiert aus den Bewegungsgleichungen für mechanische Systeme, die im Allgemeinen der Form in Gleichung (2-9) entsprechen. Für detaillierte Informationen über die betrachtete Systemklasse wird auf [DFL05] verwiesen.

Die Wahl der Verstärkungsfaktoren $\rho_{S,1}, \rho_{S,2} \in \mathbb{R}^+$ basiert auf Annahmen an die Systemunsicherheiten, welche abgeschätzt werden müssen. In dem obigen Beispiel existiert eine obere Grenze $\overline{f} \in \mathbb{R}^+$ mit

$$|f(x_1, x_2, u) - f(x_1, \hat{x}_2, u)| < \bar{f}.$$

Nach [Lev98] sind dann folgende Faktoren sinnvoll:

$$\rho_{S,1} = 1.5 \sqrt{\bar{f}},$$

 $\rho_{S,2} = 1.1 \bar{f}.$

Die Bestimmung der Größen basiert auf einer umfangreichen Herleitung mit der Methode nach Filipov. Auf deren Erläuterung wird an dieser Stelle verzichtet.

Die Vorteile des STA ergeben sich aus der Struktur der Beobachterrückführungen. Die erste Beobachterrückführung $|e_y|^{\frac{1}{2}}$ sign (e_y) ist kontinuierlich. Die Rückführung wird minimiert, wenn der Ausgangsfehler e_y gegen Null konvergiert. Somit tritt kein Rattern in den positionsbasierten Größen \hat{x}_1 auf. Zur Berechnung der Geschwindigkeitsgrößen \hat{x}_2 muss \hat{x}_2 mit der diskontinuierlichen Rückführung sign (e_y) noch integriert werden, sodass das Rattern an dieser Stelle deutlich minimiert wird.

Erweiterung für PKM - Beobachterstruktur und Eigenschaften

Das DKP von PKM und die damit einhergehende Notwendigkeit des Beobachterentwurfs in den Originalzuständen bedingt die Modifikation der Standardform in (5-25). Dazu können die Erkenntnisse des Entwurfs des HSMB verwendet werden. In der Standardform wird ein Teil der Zustände direkt gemessen. Im Vergleich dazu ist der Ausgang der hier betrachteten PKM eine nichtlineare Funktion der Zustandsgrößen. Das Prinzip des HSMB kann hier analog verwendet werden, um die Beobachterrückführungen mithilfe des Diffeomorphismus in Gleichung (5-9) umzurechnen. Der STSMB für das System in (2-11) bzw. (2-12) besitzt folgende Zustandsgleichungen:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + G_d(\hat{x})u_d + Q^{-1}(\hat{x})P_S \begin{bmatrix} [e_y]^{\frac{1}{2}} \\ \text{sign}(e_y) \end{bmatrix},$$

$$\hat{y} = h(\hat{x}).$$
(5-26)

Hierbei wird der Operator $[\ldots]^p$ benötigt, um die entsprechenden Rückführungen komponentenweise für Vektoren zu berechnen. Es gilt

$$\left[e_{y,1}\right]^{p} = \left[\left|e_{y,1}\right|^{p}\operatorname{sign}(e_{y,1}) \quad \dots \quad \left|e_{y,6}\right|^{p}\operatorname{sign}(e_{y,6})\right]^{T},$$

wobei in Gleichung (5-26) $p = \frac{1}{2}$ ist. Die Matrix der Beobachterverstärkungen $P_S \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ ist diagonal und konstant mit

$$P_S = \begin{bmatrix} \rho_{S,1}I_6 & 0\\ 0 & \rho_{S,2}I_6 \end{bmatrix}.$$

Die Funktionsweise des STSMB kann analog mithilfe der Anschauungen des HSMB gezeigt werden. Wird für die Schätzfehlerdifferentialgleichung \dot{e}_x die nichtlineare Transformation gemäß Gleichung (5-18) durchgeführt, resultieren die Differentialgleichungen für die Ausgangsfehler und zeitlichen Ableitungen \dot{e}_{ξ} , die auch mit der Standardform des STA-Beobachters in Gleichung (5-25) entstehen würden:

$$\dot{e}_{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{y} \\ \dot{e}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1}(x, \hat{x}, u, u_{d}) - \rho_{S,1} \lceil e_{y} \rfloor^{\frac{1}{2}} \\ \theta_{2}(x, \hat{x}, u, u_{d}) - \rho_{S,2} \operatorname{sign}(e_{y}) \end{bmatrix}.$$
(5-27)

Auf den Beweis der Konvergenz von Beobachtern mit STA wird verzichtet. Nähere Informationen dazu sind in [DFL05] zu finden.

Folglich kann der STSMB in seinen Originalzuständen formuliert und für MIMO-Systeme angewandt werden, die die Bedingungen in Abschnitt 5.3.1 erfüllen. Die STA-Verfahren können somit auch zur Lösung des DKP bei PKM verwendet werden. Im Vergleich zum HSMB müssen keine äquivalenten Beobachterrückführungen berechnet werden.

Vergleich mit dem Ansatz nach KUMAR et al.

Der auf S. 60 f. vorgestellte STSMB aus [KBB17] unterscheidet sich von dem hier entworfenen Beobachter in der Transformation der Beobachterrückführungen. In dem Beitrag wird nicht der Diffeomorphismus bzw. die inverse Beobachtermatrix $Q^{-1}(x)$ in (5-13) genutzt. Die Signum-Terme werden lediglich mit der analytischen Jacobi-Matrix $J_A(x)$ multipliziert. Somit wird die untere linke Blockmatrix in $Q^{-1}(x)$ nicht betrachtet. Aus diesem Grund resultieren Terme in den Differentialgleichungen für die Ausgangsfehler und zeitlichen Ableitungen \dot{e}_{ξ} , vgl. (5-27), die nicht kompensiert werden. Die Transformation ist somit nicht vollständig. Die Wirksamkeit des Beobachters in [KBB17] ist dennoch gesichert, da sich die verbleibenden Terme einfach als Störungen in θ_2 bemerkbar machen. Somit können bei dem hier vorgestellten Ansatz in (5-26) geringere Verstärkungen $\rho_{S,1}, \rho_{S,2}$ gewählt werden. Durch die geringeren Verstärkungen reagiert der Beobachter robuster auf Abweichungen der Anfangszustände $e_x(0)$, was sich in der Regel mit langen Konvergenzzeiten und überschwingendem Verhalten äußert. Diese Effekte sind charakteristisch für STSMB und werden nachfolgend sowie in Abschnitt 5.3.5 diskutiert.

Generalized Super-Twisting-Algorithmus

Um den genannten Effekten entgegenzuwirken, können alternative Super-Twisting-Algorithmen wie der *Generalized Super-Twisting-Algorithmus (GSTA)* verwendet werden, vgl. [CMF11; Mor09]. Die Gleichungen für einen Generalized Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter (GSTSMB) für den Hexapoden lauten dann

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + G_d(\hat{x})u_d + Q^{-1}(\hat{x})P_S \left[\frac{\lceil e_y \rfloor^{\frac{1}{2}} + \lceil e_y \rfloor^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{2}\operatorname{sign}(e_y) + \frac{3}{2}\lceil e_y \rfloor^2 + 2e_y}\right],$$
(5-28)
$$\hat{y} = h(\hat{x}).$$

Im Vergleich zum STA beinhaltet der GSTA zusätzliche lineare Beobachterrückführungen. Dadurch wird insbesondere die Schätzgüte erhöht und das Rattern der Geschwindigkeitsgrößen minimiert.

Auslegung für den Hexapoden

Die nichtlineare Funktion $f(x_1, \hat{x}_2, u)$ in der STA-Standardform in (5-25) entspricht der Vektorfunktion $\theta_2(x, \hat{x}, u, u_d)$ des STSMB in (5-27). Diese resultiert auch für den GSTSMB. Somit können beide STA-Beobachter durch Vorgabe einer oberen Grenze Θ_2 aus den maximal erreichbaren Beschleunigungen der Aktorik ausgelegt werden. Es folgt

 $\Theta_2 > 2 \sup |\ddot{q}| = 750,58 \text{ m/s}^2.$

Es resultieren

$$\rho_{S,1} = 1,5 \sqrt{\Theta_2} = 41,1,$$

 $\rho_{S,2} = 1,1\Theta_2 = 825,64.$

Natürlich sind die gemachten Annahmen zur Auslegung der SMB sehr konservativ. In der Praxis werden die Kolbengeschwindigkeiten sowie -beschleunigungen im Beobachtermodell nicht in dem Maße von denen in der Strecke abweichen. Üblicherweise werden solche Annahmen nur bei Sliding-Mode-Differenzierern ohne Beobachtermodell bzw. Systemwissen getroffen, vgl. [SEFL14, S. 254]. Nichtsdestotrotz haben sich die gewählten Parameter für das Zielsystem als geeignet erwiesen.

5.3.4 Nichtlinearer Luenberger-artiger Beobachter

Für Vergleichszwecke wird ein *nichtlinearer Luenberger-artiger Beobachter (LaB)* nach [CF15] für das Zielsystem entworfen. Die Beobachtergleichungen für den in dieser Arbeit betrachteten Hexapoden lauten

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + G_d(\hat{x})u_d + Q^{-1}(\hat{x})L(y - \hat{y}),$$

$$\hat{y} = h(\hat{x}).$$
(5-29)

Die Matrix der Beobachterverstärkungen ist $L \in \mathbb{R}^{12\times 6}$. Die Beobachtergleichungen in JS-Koordinaten $\hat{\xi}$ resultieren mit $\hat{\xi} = Q(\hat{x})\hat{x}$ zu

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\xi}} &= A\hat{\xi} + B\psi(\hat{x}, u, u_d) + L\left(C\xi - C\hat{\xi}\right), \\ \hat{y} &= C\hat{\xi} \end{aligned}$$
(5-30)

mit den Matrizen $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$, $B \in \mathbb{R}^{12 \times 6}$ und $C \in \mathbb{R}^{6 \times 12}$, bzw.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I_6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} I_6 & 0 \end{bmatrix}$$

und der Vektorfunktion $\psi \in \mathbb{R}^6$ mit

$$\psi(\hat{x}, u, u_d) = \mathcal{L}_f^2 h(\hat{x}) + \mathcal{L}_G \mathcal{L}_f h(\hat{x}) u + \mathcal{L}_{G_d} \mathcal{L}_f h(\hat{x}) u_d.$$

Die Gleichungen in (5-30) besitzen die Struktur eines Luenberger-Beobachters. Die Schätzfehlerdifferentialgleichungen in JS-Koordinaten ergeben sich zu

$$\dot{e}_{\xi} = (A - LC) e_{\xi} + B(\psi(x, u, u_d) - \psi(\hat{x}, u, u_d)).$$
(5-31)

Die Beobachterkonvergenz und das dynamische Verhalten können mithilfe der Eigenwerte der Matrix (A - LC) gesichert bzw. vorgegeben werden. In Gleichung (5-31) entspricht $\psi(x, u, u_d) - \psi(\hat{x}, u, u_d)$ der Vektorfunktion der Störungen $\theta_2(x, \hat{x}, u, u_d)$. Mit der Verstärkungsmatrix

$$L = \begin{bmatrix} l_1 I_6 \\ l_2 I_6 \end{bmatrix}$$

und den Verstärkungsfaktoren $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$ resultiert

$$A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 I_6 & I_6 \\ -l_2 I_6 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (5-32)

Die Eigenwerte der Matrix in (5-32) sind

$$\lambda_{1,\dots,6} = -\frac{l_1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{l_1^2 - 4l_2}, \quad \lambda_{7,\dots,12} = -\frac{l_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{l_1^2 - 4l_2}.$$

Der Beweis der Konvergenz des nichtlinearen Zustandsbeobachters trotz der begrenzten Störung θ_2 würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Daher wird auf [CF15] verwiesen. Detaillierte Informationen und Beweise zu allgemeinen Luenberger-artigen Beobachtern für SISO- und MIMO-Systeme sind in den Primärquellen [CDG93; DGM00] sowie im Kontext von High-gain-Beobachtern in [Ada18, S. 560 ff.] zu finden.

Auslegung für den Hexapoden

In [CF15] werden l_1 , l_2 so gewählt, dass die Eigenwerte $\lambda_{1,...,6} = -45$ und $\lambda_{7,...,12} = -135$ resultieren. Diese sind deutlich geringer als die Eigenwerte der Positionsregelung des in dieser Arbeit betrachteten Hexapoden, s. Abschnitt 5.2. Somit ist die Dynamik des Beobachters zu gering. Für den in dieser Arbeit entworfenen LaB werden die Eigenwerte $\lambda_{1,...,6} = -1238,17 - 640,69j$ sowie $\lambda_{7,...,12} = -1238,17 + 640,69j$ gewählt. Die Werte orientieren sich an denen des linearisierten *Kalman-Filters* im JS in [Kno17, S. 99 ff.]. Es ergeben sich folgende Beobachterverstärkungen:

$$l_1 = 2,48 \cdot 10^3,$$

 $l_2 = 1,94 \cdot 10^6.$

5.3.5 Simulationsbasierte Analyse der Beobachter

Die Schätzgüten der Zustandsbeobachter werden mithilfe von Simulationen miteinander verglichen. Tabelle 5-2 gibt einen Überblick der innerhalb dieser Arbeit entworfenen Beobachtervarianten.

Simulationssetup

Die Beurteilung der Zustandsbeobachter geschieht mithilfe detaillierter Streckenmodelle. Das in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte Prüfstands- bzw. Prüflingsmodell (MACPHERSON-Vorderachse) wird hierbei verwendet. Für den Hexapoden wird ein detailliertes Modell mit 13 Körpern und den hydraulischen Komponenten verwendet. Der Vorteil dabei ist,

Zustandsbeobachter	Kürzel	Gleichung
Hierarchischer Quasi-Sliding-Mode-Beobachter	HQSMB	(5-14) mit (5-23)
Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter	STSMB	(5-26)
Generalized Super-Twisting-Sliding-Mode-Beobachter	GSTSMB	(5-28)
Luenberger-artiger Beobachter	LaB	(5-29)

Tabelle 5-2: Zusammenfassung der entworfenen Zustandsbeobachter

dass dann beurteilt werden kann, wie die Beobachter auf Abweichungen zwischen dem Strecken- und Beobachtermodell reagieren. Zur Nachbildung der realen Sensorik werden die virtuellen Signale im Modell mit gemessenen Rauschprofilen überlagert.

In den Simulationen wird der Hexapod positionsgeregelt betrieben, s. Abschnitt 5.2, ohne dabei in eine HiL-Simulation eingebunden zu werden. Die Verstärkungen sind für alle FHG nach den Berechnungsvorschriften in (4-36) bzw. (4-37) gewählt. Zur Vermeidung hoher bzw. unrealistischer Reaktionskräfte in der virtuellen Kraftmessnabe wird die Kinematik der Radführung vorgesteuert. Einen Überblick über das Vorgehen der kinematik-basierten Regelung ist in [KOT⁺17] zu finden.

Simulationsergebnisse

Zunächst wird das Einschwingverhalten der Beobachter untersucht. Betrachtet wird der freie, positionsgeregelte Hexapod. Die Rückführgrößen der Regelung werden der Strecke entnommen, um den Einfluss der Regelung auf die Zustandsbeobachter zu vermeiden. Es werden Abweichungen der Pose des TCP im Strecken- und Beobachtermodell bei Simulationsstart vorgegeben.

Bild 5-1 zeigt die resultierenden Simulationsergebnisse beispielhaft für Aktor 1. Dargestellt ist der zeitliche Verlauf des jeweiligen Ausgangsfehlers $e_{y,1} = e_{q,1} = q_1 - \hat{q}_1$, also der Differenz der gemessenen und beobachteten Länge des Aktors 1. Ebenfalls dargestellt sind die Fehler der Aktorgeschwindigkeiten $e_{\dot{q},1}$. Zu erkennen ist die schnelle Konvergenz aller Beobachter bei den Ausgangsgrößen. Die Beobachter LaB und HQSMB konvergieren asymptotisch. Bei LaB ist ein Überschwingen feststellbar. Beide STA-Beobachter zeigen ein ähnliches Verhalten. Sie konvergieren in endlicher Zeit, was im unteren Bild deutlich wird. Im Gleitzustand ist ein geringes Rattern festzustellen. Im direkten Vergleich der STA-Beobachter zeigt der GSTSMB beim Einschwing- sowie Rauschverhalten eine höhere Güte. Bei den Simulationen zeigt der bewährte HQSMB das beste dynamische Verhalten.

In den Bildern 5-2 und 5-3 sind die Schätzfehler des gesamten Zustandsvektors dargestellt. Hierbei sind nur die Signale bis t = 0,015 s abgebildet. Die Simulationsergebnisse bestätigen im Großen und Ganzen die bereits gemachten Erkenntnisse. Insbesondere macht sich das dynamische Verhalten der Ausgangsfehlerdynamik in dem Schätzfehler der vertikalen Position r_z und der Geschwindigkeit \dot{r}_z bemerkbar. Bei LaB ist ein geringes Überschwingen erkennbar. Hervorzuheben ist die Schätzgüte des Beobachters in den anderen FHG. Nichtsdestotrotz sind die Abweichungen aller SMB für die genannten FHG marginal. Abweichungen sind auf den fehlenden Gleitzustand im Einschwingvorgang zurückzuführen. Die höhere Schätzgüte des GSTSMB im Vergleich zum STSMB liegt an der zusätzlichen linearen Beobachterrückführung, vgl. (5-28) mit (5-26).



Bild 5-1: Simulationsergebnisse zum Einschwingverhalten - zeitliche Verläufe der Ausgangsfehler sowie der Fehler der Aktorgeschwindigkeiten für Aktor 1



Bild 5-2: Simulationsergebnisse zum Einschwingverhalten - zeitliche Verläufe der Schätzfehler der Lagegrößen



Bild 5-3: Simulationsergebnisse zum Einschwingverhalten - zeitliche Verläufe der Schätzfehler der Geschwindigkeitsgrößen

Innerhalb einer zweiten Simulationsstudie werden die Funktionsweise und Güte der Beobachter im geregelten Betrieb des mit dem Prüfling gekoppelten Hexapoden analysiert. Aufgrund der Überlegenheit des GSTSMB gegenüber dem STSMB wird nur erstgenannter STA-Beobachter betrachtet. Nacheinander finden die Simulationen mit gleicher Anregung des Hexapoden statt. Bei 0,05 s findet eine Sprunganregung in *z*-Richtung mit der Sprunghöhe 4 mm statt. In Bild 5-4 sind die zeitlichen Verläufe der Schätzfehler des Lagegrößen dargestellt. Die Tabellen 5-3 und 5-4 zeigen die RMS-Fehler und maximalen Fehler.

Beobachter	r_x [mm]	<i>r</i> _y [mm]	<i>r</i> _z [mm]	α [°]	β[°]	γ [°]
HQSMB GSTSMB	0,0102 0,0102 0,0113	0,0065 0,0066 0.0075	0,0362 0,0362 0.0367	0,0007 0,0007	0,0007 0,0007	0,0007 0,0007

Tabelle 5-3: RMS-Schätzfehler der Lagegrößen

Tabelle 5-4: Maximale Schätzfehler der Lagegrößen

Beobachter	r_x [mm]	<i>r</i> _y [mm]	<i>r</i> _z [mm]	<i>α</i> [°]	β[°]	γ [°]
HQSMB	0,0736	0,0395	0,1279	0,0027	0,0055	0,0044
GSTSMB	0,0749	0,0379	0,1271	0,0027	0,0052	0,0046
LaB	0,0728	0,0457	0,1311	0,0041	0,0063	0,0039



Bild 5-4: Simulationsergebnisse zur beobachterbasierten Regelung - zeitliche Verläufe der Schätzfehler der Lagegrößen

Zu Beginn der Simulation sind Abweichungen zu erkennen, welche auf das Einschwingverhalten der Positionsregelung zurückzuführen sind. Alle Beobachter weisen ein ähnliches dynamisches Verhalten auf. Lediglich sind bei LaB marginal höhere Abweichungen bei den RMS- und maximalen Werten erkennbar.

In Bild 5-5 sind die entsprechenden zeitlichen Verläufe der Schätzfehler des Geschwindigkeitsgrößen dargestellt. Die Tabellen 5-5 und 5-6 listen die RMS-Fehler und maximalen Fehler auf.

	,		0			
Beobachter	r_x [m/s]	<i>r</i> _y [m/s]	<i>r</i> _z [m/s]	α [°/s]	β [°/s]	γ [°/s]
HQSMB	0,0083	0,0057	0,0095	0,746	0,8354	0,3231
GSTSMB	0,0153	0,0118	0,0078	1,0995	1,2046	1,1007
LaB	0,0077	0,0063	0,01	0,9906	1,0389	0,2067

Tabelle 5-5: RMS-Schätzfehler der Geschwindigkeitsgrößen

Tabelle 5-6: Maximale Schätzfehler der Geschwindigkeitsgrößen

Beobachter	r_x [m/s]	<i>r</i> _y [m/s]	<i>r</i> _z [m/s]	α [°/s]	β [°/s]	γ [°/s]
HQSMB	0,0883	0,0417	0,0334	6,5508	8,8023	2,9689
GSTSMB	0,1526	0,0555	0,0555	8,4741	9,1558	7,8468
LaB	0,0529	0,0361	0,0309	6,4973	7,4731	2,6287



Bild 5-5: Simulationsergebnisse zur beobachterbasierten Regelung - zeitliche Verläufe der Schätzfehler der Geschwindigkeitsgrößen

Auch bei den Geschwindigkeitsgrößen ist eine hohe Schätzgüte mit allen Zustandsbeobachtern erreichbar. Hervorzuheben ist lediglich das Rauschen des GSTSMB, was auf den Rattervorgang im Gleitzustand zurückzuführen ist.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde gezeigt, wie eine Zustandsbeobachtung für PKM trotz des DKP entworfen werden kann. Der wesentliche Schritt aller vorgestellten Beobachter ist die Bestimmung der inversen Beobachtbarkeitsmatrix Q^{-1} . Die Realisierbarkeit der Zustandsbeobachtung für PKM wird erst durch diese "Transformation" der Beobachterrückführung möglich gemacht. Nur dadurch können die Beobachterdifferentialgleichungen in den Originalzuständen verwendet werden. Eine Zustandstransformation in den JS und anschließende Zustandsbeobachtung ist nur mit iterativen Methoden möglich. Zudem können mithilfe der grundlegenden Beobachterstruktur Zustandsbeobachter mit STA realisiert werden.

Die Simulationsergebnisse bestätigen die Funktionsweise aller entworfenen Zustandsbeobachter. Sie besitzen eine sehr hohe Schätzgüte sowie ein hohe Robustheit gegenüber Modellierungsungenauigkeiten. Die Beobachter zeichnen sich zudem durch einen einfachen und geradlinigen Entwurf aus. Leider zeigen die STA-Beobachter bei der Schätzung der Geschwindigkeitsgrößen immer noch einen hohen Rattereffekt, sodass deren Anwendung für das hier betrachtete Zielsystem nicht sinnvoll ist. Zusammengefasst werden die besten Ergebnisse mit dem HQSMB erzielt, da ein guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rauschverhalten erreicht wird.

5.4 Entwurf einer hybriden HiL-Regelung

In diesem Abschnitt wird eine hybride HiL-Regelung entwickelt, welche die gezielte Auswahl der HiL-FHG ermöglicht. Zunächst wird ein direktes Kraftreglungsverfahren vorgestellt. Dieses wird für die kartesischen Bewegungsrichtungen benötigt, welche nicht in der HiL-Simulation enthalten sind, aber eine Regelung der Kontaktkräfte bzw. -momente erfordern. Die FHG sind nach Tabelle 5-1 r_x , r_y , α und γ . Im Anschluss wird die hybride HiL-Regelungsvorschrift entwickelt und diskutiert. Die Auslegung der Regelung erfolgt anschließend.

5.4.1 Entwurf der Kraftregelung

Analog zur Feedback-Linearisierung der Positionsregelung in (5-2) kann für eine Kraftregelung folgende Vorschrift für die Sollgrößen der unterlagerten Aktorregelung $F_{q,ref}$ angegeben werden:

$$F_{q,ref} = J_A^T(\hat{x}_1) \left(u_\tau + M(\hat{x}_1) \dot{\hat{x}}_2 + C(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \dot{x}_2 + g(\hat{x}_1) + H^T(\hat{x}_1) \tau \right).$$
(5-33)

Im Vergleich zu (5-2) werden hierbei auch die Trägheitskräfte und -momente des Endeffektors mit $M(\hat{x}_1)\dot{x}_2$ kompensiert. Da die Beschleunigungen nicht gemessen werden, werden stattdessen die entsprechenden Beobachterdifferentialgleichungen \dot{x}_2 verwendet. Mit dem Vektor u_{τ} kann die Regelungsvorschrift für den Soll-Ist-Vergleich für den Kraftwinder τ vorgegeben werden.

In dieser Arbeit wird die PD-Regelung

$$u_{\tau} = K_{\tau,D} \left(\dot{\tau}_r - \dot{\tau} \right) + K_{\tau,P} \left(\tau_r - \tau \right)$$
(5-34)

gewählt mit $K_{\tau,D}, K_{\tau,P} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ und

$$K_{\tau,P} = \text{diag} \{k_{\tau,P,1}, \dots, k_{\tau,P,6}\},\$$

$$K_{\tau,D} = \text{diag} \{k_{\tau,D,1}, \dots, k_{\tau,D,6}\}.$$
(5-35)

Die Sollgrößen für die Kräfte und Momente sind in dem Vektor τ_r enthalten. Unter der Annahme der idealen Kompensation mit den Systemmatrizen und -vektoren in (5-33), was auch eine perfekte Schätzung der Zustandsgrößen bedingt, sowie mit $F_{q,ref} \equiv F_q$ resultiert mit den Bewegungsgleichungen des Hexapoden in (5-1) die Regelfehlerdifferentialgleichung

$$K_{\tau,D}\dot{e}_{\tau} + K_{\tau,P}e_{\tau} = 0$$

mit $e_{\tau} = \tau_r - \tau$.

Bei näherer Betrachtung der Regelungsvorschrift in (5-33) kann ein interessanter Zusammenhang identifiziert werden. Für alle in dieser Arbeit entworfenen Zustandsbeobachter gelten folgende Zustandsgleichungen (siebte bis zwölfte Zeile) der entsprechenden Zustandsraumdarstellungen, z. B. (5-14) oder (5-29):

$$\dot{x}_2 = M^{-1}(\hat{x}_1) \left(-C(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \hat{x}_2 - g(\hat{x}_1) + J_A^{-T}(\hat{x}_1) F_q - H^T(\hat{x}_1) \tau \right) + \nu_{beob}(\cdot).$$
(5-36)
Hierbei stellt der Vektor $v_{beob}(\cdot)$ eine Beobachterrückführung in allgemeiner Form dar. Somit kann die Größe \dot{x}_2 in Gleichung (5-33) mit (5-36) ersetzt werden. Es folgt

$$F_{q,ref} = F_q + J_A^T(\hat{x}_1) (u_\tau + M(\hat{x}_1)v_{beob}(\cdot)).$$

Somit entfallen jegliche Systemmatrizen und -vektoren, die das dynamische Verhalten des Hexapoden beschreiben. Lediglich die kinematischen Zusammenhänge, welche durch J_A beschrieben werden, bleiben übrig. Bei Konvergenz des Beobachters gilt $v_{beob}(\cdot) \rightarrow 0$. Folglich kann bei Vernachlässigung der Beobachterrückführung das Regelungsgesetz in Gleichung (5-33) vereinfacht auch mit folgender Gleichung approximiert werden:

$$F_{q,ref} = F_q + J_A^T(\hat{x}_1)u_{\tau}.$$
 (5-37)

Hier werden nur die mit Differenzdrucksensoren gemessenen Aktorkräfte F_q sowie der gemessene Kraftwinder τ für den Soll-Ist-Vergleich in (5-34) benötigt.

Auslegung

Für die in Abschnitt 5.1 ausgewählten kraftgeregelten FHG (r_x , r_y , α , γ) müssen die entsprechenden Reglerverstärkungen ausgelegt werden. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 4.5.5 findet dies optimierungsbasiert mithilfe eines nominalen Modells des Prüflings für den jeweiligen FHG und unter der Berücksichtigung der validierten Aktordynamik $G_A(s)$, s. Gleichung (4-52), statt.

In dieser Arbeit wird nicht die Realisierung einer hochdynamischen, expliziten Kraftregelung für den Fahrzeugachsprüfstand angestrebt, da dies für die in diesem Kapitel betrachtete HiL-Simulationsstruktur nicht notwendig ist und den Rahmen der Arbeit sprengen würde. Es wird lediglich versucht, eine hinreichend gute Kraftnullregelung für die ausgewählten FHG zu realisieren. Vielmehr wird ein mögliches Verfahren vorgeschlagen, mit dem die Synthese von komplexen HiL-Simulationen durchgeführt werden kann.

Im ersten Schritt müssen die nominalen Parameter des Prüflings in den betrachteten FHG identifiziert werden. Die Identifikation findet modellbasiert mit dem in den Abschnitten 5.3.5 und 2.2.2 vorgestellten detaillierten Modell des gesamten Prüfstands statt. Das Vorgehen lässt sich problemlos auf den Prüfstand zur Identifikation der realen Prüflingsparameter übertragen. Das Ziel ist die Identifikation der Steifigkeits- und Dämpfungsgrößen für die jeweiligen FHG in dem betrachteten Arbeitspunkt. Als Arbeitspunkt wird ein kraftund momentenfreier Zustand des Prüflings ausgewählt. Bis auf die z-Richtung sind alle Kräfte und Momente Null. Dieser wird nach einem kurzen Einschwingvorgang erreicht. Nach dem Einschwingvorgang wird der Hexapod positionsgeregelt betrieben. Für jeden FHG werden die Parameter sukzessive in zwei Schritten identifiziert. Zur Ermittlung der Steifigkeiten wird der Hexapod in die entsprechende Richtung quasistatisch (0,5 Hz) und rampenförmig verfahren. Für den zweiten Schritt wird eine schnelle rampenförmige Anregung (5 Hz) gewählt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Geschwindigkeiten in einem Zeitintervall näherungsweise konstant sind, damit die Trägheitskräfte vernachlässigt werden können. Aus dem Identifikationsprozess resultieren die in Tabelle 5-7 dargestellten Werte.

Es hat sich gezeigt, dass bei der Optimierung die Berücksichtigung der Trägheiten im nominalen Prüflingsmodell zu besseren Reglerverstärkungen führt. Die Werte für die Trägheiten

FHG	Steifigkeit	Dämpfung
r_x	$1,468 \cdot 10^{6} \text{ N/m}$	$1,034 \cdot 10^3 \text{ Ns/m}$
r_y	1,246 · 10′ N/m	$2,119 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
α	$7,234 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$	728,19 Nms/rad
γ	$9,474 \cdot 10^4 \text{ Nm/rad}$	223,39 Nms/rad

Tabelle 5-7: Identifizierte nominale Steifigkeiten und Dämpfungswerte der MACPHERSON-Vorderachse

können dem Prüflingsmodell entnommen werden. Für die translatorischen Richtungen wird weiterhin die Masse mit 10 kg verwendet. Für die rotatorischen Richtungen wird ein Massenträgheitsmoment von 0,01 kg m² verwendet.

Wie in Abschnitt 4.5.5 beschrieben, muss zunächst eine Wunschübertragungsfunktion für das Folgeverhalten der Kraftregelung definiert werden. Für die Optimierung wird ein PT_3 -Glied mit einer Bandbreite von 56,27 Hz bei –3 dB gewählt:

$$G_{F,w}(s) = \frac{F_{M,w}(s)}{F_{M,r}(s)} = \frac{(120\pi)^2 \cdot 1000}{\left(s^2 + 240\pi \sqrt{0.5}s + (100\pi)^2\right)(s + 1000)}.$$

Zur Auswertung der Sprungantwort wird erneut der RMS-Fehler, s. Gleichung (4-57), mit der Simulationsdauer von 1 s und der Integrationsschrittweite von 0,2 ms verwendet. Der jeweilige RMS-Fehler $J_{o,n}(k_n)$ des betrachteten *n*-ten FHG stellt gleichzeitig die Zielfunktion der Optimierung dar. Der Optimierungsparameter k_n setzt sich aus den entsprechenden Regelungsparametern aus (5-35) zusammen. Für den FHG r_x (n = 1) gilt bspw. $k_1 = [k_{\tau,P,1} k_{\tau,D,1}]$.

Für die Optimierung werden folgende Nebenbedingungen formuliert:

$$g_{o,1}(k_n) = - \left| G_{F,o,n}(j\omega_{-3dB}) \right|_{dB} - 3 \le 0,$$

$$g_{o,2}(k_n) = \max(y_{o,n}(t)) - 1, 2 \le 0,$$

$$g_{o,3}(k_n) = y_{o,n}(t=1) - y_{r,n}(t=1) = 0.$$

Mit $g_{o,1}(k_n)$ wird die Regelungsbandbreite (-3 dB) des optimierten Systems $G_{F,o,n}(j\omega)$ oberhalb von $f_{-3dB} = 50$ Hz bzw. $\omega_{-3dB} = 2\pi f_{-3dB}$ angestrebt. Mit $g_{o,2}(k_n)$ soll eine maximale Überhöhung einer Sprungantwort von 20% erreicht werden. Hierzu wird der maximale Wert der Sprungantwort $y_{o,n}(t)$ des *n*-ten FHG verwendet. Die dritte Nebenbedingung $g_{o,3}(k_n)$ soll die stationäre Genauigkeit verbessern. Die Werte $y_{o,n}(t = 1)$ und $y_{r,n}(t = 1)$ sind die finalen Werte der Sprungantworten des optimierten Systems und von $G_{F,w}(s)$.

Für die ausgewählten *n*-ten FHG resultiert das Optimierungsproblem zu:

Minimiere $J_{o,n}(k_n)$, unter den Nebenbedingungen $[g_{o,1}(k_n) g_{o,2}(k_n)] \le 0$ und $g_{o,3}(k_n) = 0$.

Aus der Optimierung resultieren folgende Reglerverstärkungen:

$$k_{\tau,D,1} = 0,113, \quad k_{\tau,D,2} = 0,004, \quad k_{\tau,D,4} = 0,021, \quad k_{\tau,D,6} = 0,154, \\ k_{\tau,P,1} = 38,568, \quad k_{\tau,P,2} = 0,523, \quad k_{\tau,P,4} = 0,301, \quad k_{\tau,P,6} = 0,823.$$
 (5-38)

Nach der Einführung einer hybriden HiL-Regelungsstruktur im nachfolgenden Abschnitt wird in Abschnitt 5.5.2 die Güte der Kraftregelung mithilfe von Simulationen beurteilt.

5.4.2 Hybride HiL-Regelung

Mit dem Ansatz der hybriden Positions-/Kraftregelung, s. Abschnitt 3.3.2, können die kartesischen, orthogonalen Raumrichtungen in entweder kraft- oder positionsgeregelte Richtungen zerteilt werden. Mit einer Erweiterung sollen nun die Ideen der indirekten Kraftregelung der HiL-Simulation mit der hybriden Positions-/Kraftregelung zu einer Regelungsstrategie zusammengefasst werden. Die Grundidee dazu wurde erstmalig in [OKT⁺18] veröffentlicht und in [TOK⁺19] erweitert.

Regelalgorithmus

Die Positionsregelung in Gleichung (5-2) und die Kraftregelung in Gleichung (5-33)¹⁵ lassen sich mit folgender hybriden Positions-/Kraftregelung zusammenfassen:

$$F_{q,ref} = J_A^T(\hat{x}_1) \left(M(\hat{x}_1) \left((I_6 - S) \, u_z + S \, \dot{\hat{x}}_2 \right) + S \, u_\tau + C(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \hat{x}_2 + g(\hat{x}_1) + H^T(\hat{x}_1) \tau \right).$$
(5-39)

Mit der diagonalen Selektionsmatrix $S \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ wird für die kraftgeregelten Richtungen auf der Hauptdiagonalen der Wert 1 und für die positionsgeregelten Richtungen 0 platziert. Hierbei sind die FHG für die HiL-Simulation noch nicht berücksichtigt. Dazu bedarf es einer weiteren Auswahlmatrix mit der die FHG, welche in die HiL-Simulation eingebunden werden sollen, ausgewählt werden können. Diese ist $S_H = \text{diag} \{s_H\} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$. Die Hauptdiagonale ist der Vektor $s_H \in \mathbb{R}^6$. Soll eine Bewegungsrichtung in eine HiL-Simulation eingebunden werden, wird der Wert 1 gesetzt, andernfalls 0. Die Matrix S_H und der Vektor s_H werden benötigt, um bei einem Mehrgrößensystem die Sollgrößen für die Regelung (Kompatibilitätsbedingung) und die Rückführgrößen der dynamischen Zwangsbedingung (Gleichgewichtsbedingung) beim HiL-Entwurf auszuwählen.

Anwendung des HiL-Entwurfs und Kompensation der suboptimalen Strukturierung

Im Folgenden wird aufbauend auf Abschnitt 4.3 der HiL-Entwurf durchgeführt. Für das hier betrachtete Anwendungsbeispiel resultieren folgende Auswahlmatrizen:

$$S = \text{diag} \{1, 1, 0, 1, 0, 1\},$$

$$S_H = \text{diag} \{0, 0, 1, 0, 0, 0\}.$$

Betrachtet wird das virtuelle Teilsystem Σ_{ν} in (4-15). Die Synchronisierungsgröße $y_{\nu,S}$ ist die Relativbewegung und -geschwindigkeit zwischen der Aufbau- und Radmasse von Σ_{ν} :

$$y_{\nu,S} = \begin{bmatrix} z_{R,\nu} - z_{F,\nu} \\ \dot{z}_{R,\nu} - \dot{z}_{F,\nu} \end{bmatrix}.$$

Die Positionsregelung benötigt neben der Zustände in $y_{v,S}$ ebenso die Beschleunigungsgröße. Es resultieren für die Sollgrößen z_r der Positionsregelung in Gleichung (5-3) für die *z*-Richtung

$$r_{z,r} = z_{R,v} - z_{F,v}, \quad \dot{r}_{z,r} = \dot{z}_{R,v} - \dot{z}_{F,v}, \quad \ddot{r}_{z,r} = \ddot{z}_{R,v} - \ddot{z}_{F,v},$$

¹⁵Die Kraftregelung in (5-37) lässt sich ebenfalls in einer hybriden Struktur unterbringen. Dies wird in dieser Arbeit aber nicht weiter betrachtet.

wobei $r_{z,r}$ die Sollposition in z-Richtung ist. Bei der Initialisierung einer HiL-Simulation muss die aktuelle Lage am Arbeitspunkt geeignet berücksichtigt werden. Die Sollgrößen für die FHG, welche nicht in der HiL-Simulation eingebunden sind, werden allgemein mit $z_s \in \mathbb{R}^6$ bzw. $\tau_s \in \mathbb{R}^6$ bezeichnet. Die Kraftregelung erhält keine Sollgrößen aus Σ_v . Die Vektoren der Sollgrößen für die Positionsregelung (5-3) und Kraftregelung (5-34) sind demnach

$$z_r = s_H (z_{R,v} - z_{F,v}) + (I_6 - S_H) z_s,$$

$$\tau_r = (I_6 - S_H) \tau_s.$$

Die Berechnung der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen geschieht gleichermaßen.

Für die dynamische Zwangsbedingung des HiL-Systems wird das in Abschnitt 4.6.4 thematisierte Split-Mass-Problem erneut aufgegriffen. Die entworfenen Kompensationsterme können auf den hier betrachteten Mehrgrößenfall erweitert werden. Die Größe $f_{\nu}(t) \in \mathbb{R}^2$ ist weiterhin der Eingang des virtuellen Teilsystems Σ_{ν} . Die Rückführung wird mit den entsprechenden Kraftkomponenten folgendermaßen gewählt, vgl. Gleichung (4-68):

$$f_{\nu} = \begin{bmatrix} F_{F,\nu} \\ F_{R,\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{m_{RT}}{m_A}\right) F_z - \frac{m_{RT}}{m_A} F_{q,z} \\ -F_z - m_{RT} \ddot{z}_{F,\nu} \end{bmatrix}.$$
(5-40)

Hierbei sind F_z und $F_{q,z}$ die z-Komponenten des jeweiligen Kraftwinders τ bzw. τ_q , wobei τ_q die in das Inertialsystem umgerechneten Aktorkräfte darstellt, vgl. Gleichung (2-7). Zur Berechnung wird die geschätzte Pose aus dem Zustandsbeobachter benötigt. Die Größen m_A und m_{RT} bezeichnen die Massen des Endeffektors des Hexapoden bzw. der Radaufhängung. Für das HiL-System resultiert das in Bild 5-6 dargestellte Strukturbild.



Bild 5-6: Strukturbild des HiL-Systems für den Fahrzeugachsprüfstand

5.5 Simulationsbasierte Analyse des HiL-Systems

Das entworfene HiL-System wird modellbasiert analysiert. Zunächst wird das Simulationssetup vorgestellt. Daraufhin wird die Regelgüte der lokalen Positions- sowie Kraftregelung beurteilt. Ein HiL-Feedback wird dabei noch nicht integriert. Anschließend wird das Referenzsystem zur Beurteilung der HiL-Simulationsgüte thematisiert. Abschließend werden Simulationen des HiL-Systems durchgeführt und die Ergebnisse analysiert.

5.5.1 Simulationssetup

Für die modellbasierte Analyse des HiL-Systems wird das in den Abschnitten 5.3.5 und 2.2.2 erläuterte Modell des Prüfstands verwendet. Dieses wird zur Wiederholung erneut kurz vorgestellt. Als Prüfling wird das erstellte Modell einer MacPHERSON-Vorderachse, s. S. 24 f., verwendet. Das mechanische Mehrkörpersystem in Simscape besitzt insgesamt 31 FHG. Die Aufbaufeder und der Stabilisator besitzen jeweils konstante Steifigkeitsparameter. Zur Modellierung des Schwingungsdämpfers werden Kennlinien für die Dämpfung sowie für den Zug- bzw. Druckanschlag eingesetzt. Das viskoelastische Verhalten der Elastomerlager wird mithilfe von Kennlinien für die Steifigkeiten und konstanten Dämpfungsparametern jeweils für alle sechs FHG nachgebildet. Der Hexapod wird ebenfalls in Simscape mit 13 Körpern modelliert. Die Dynamiken der Hydraulik sowie der Differenzdruckregelung werden berücksichtigt. Die virtuellen Signale der Aktorlängen q, des Kraftwinders τ und der Aktorkräfte F_q (berechnet aus den gemessenen Differenzdrücken) werden zur realitätsnahen Nachbildung mit gemessenen Rauschprofilen überlagert. Alle Simulationen besitzen zu Beginn einen Einschwingvorgang mit einer Dauer von 0,5 s, welcher die Verspannungen im System sowie Abweichungen in den Anfangswerten ausgleichen soll. Solche Verspannungen sind bei Mehrkörpersystemen mit geschlossenen kinematischen Ketten üblich, da in der Regel nicht alle Anfangswerte der Körper und Gelenke ideal vorgegeben werden können. In der Einschwingphase wird langsam ein Arbeitspunkt angefahren, in dem, mit Ausnahme der z-Richtung, alle Kräfte und Momente Null sind. Nach dem Einschwingvorgang werden für den HiL-Betrieb das physikalische und virtuelle Teilsystem verbunden. Hier wird wiederum dem System eine Einschwingphase mit einer Dauer von 1 s vorgegeben. In den nachfolgenden Simulationen werden die zeitlichen Verläufe der Einschwingvorgänge nicht gezeigt. Für die Filterung der jeweiligen Sollsignale hat sich ein PT₂-Glied etabliert. Dieses besitzt eine Eckfrequenz von 50 Hz und das Dämpfungsmaß 1. Die Straßenanregungen werden analog mit 30 Hz gefiltert.

5.5.2 Simulationsergebnisse - Regelgüte

Zur Sicherstellung der Funktionsweise der beobachterbasierten Regelung ist es sinnvoll, diese zunächst ohne die HiL-Simulation zu analysieren, d. h. S_H = diag {0, 0, 0, 0, 0, 0}. Eine Vorsteuerung der Radführung wird ebenfalls nicht eingesetzt. Die gesamte Regelung wird mit den Gleichungen (5-39), (5-34) und (5-3) beschrieben. Die Reglerverstärkungen sind in (5-4) (5-5) und (5-38) zu finden. Als Zustandsbeobachter wird der HQSMB in (5-14) und (5-23) mit den Parametern in (5-24) verwendet. Zur Analyse der Regelgüte werden Sprungantworten verwendet. In *x*- und *y*-Richtung werden nacheinander Sprünge mit einer Höhe von 500 N als Sollgrößen vorgegeben. Anschließend soll in *z*-Richtung ein Sprung mit einer Höhe von 3 mm eingeregelt werden.

Bild 5-7 zeigt die zeitlichen Verläufe der beobachteten Größen \hat{z} und der Sollgrößen z_r . In Bild 5-8 sind die zeitlichen Verläufe von τ sowie τ_r dargestellt. In der x-Richtung kann die Istkraft der Sollgröße schnell folgen. Ein starkes Überschwingen ist nicht feststellbar. Auch wird die Kraft bis zum Ende der Simulation nahezu bei Null gehalten. Es ist lediglich ein geringes Rauschen aufgrund der modellierten Sensorik erkennbar. In der sehr steifen y-Richtung kann die Sprunganregung ebenso gut eingeregelt werden. Jedoch sind deutliche Abweichungen an den Stellen erkennbar, an denen in den anderen FHG Bewegungen



stattfinden. Diese Sensitivität lässt sich ebenso in der sehr steifen Drehrichtung α feststellen. Die Positionsregelung zeigt in beiden FHG (r_z , β) ein sehr gutes Folgeverhalten.

Bild 5-7: Simulationsergebnisse zur Beurteilung der Regelgüte - zeitliche Verläufe von \hat{z}



Bild 5-8: Simulationsergebnisse zur Beurteilung der Regelgüte - zeitliche Verläufe von τ

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die an einem vereinfachten Modell abgeleiteten Regelungsparameter für die Kraftregelung zu einer hinreichend guten Regelgüte führen. Zur Entkopplung der einzelnen FHG besteht für die kraftgeregelten Richtungen noch Verbesserungspotenzial. Trotz der verwendeten gemessenen Rauschprofile und der "idealen" Differenzierung in der Simulation lieferte die Regelung gute Ergebnisse. Dennoch können weitere dynamische Effekte am Prüfstand entstehen, sodass unter Umständen konkrete Methoden zur Differenzierung des Kraftsignals am realen Prüfstand ausgearbeitet werden müssen. Nichtsdestotrotz besteht für den FHG r_z , welcher in der HiL-Simulation eingebunden ist, eine sehr hohe Regelgüte. Die Bewegung wird von Störungen, z. B. Kräfte in *x*- und *y*-Richtung, nicht beeinflusst. Die resultierenden Kräfte und Momente können in einem bestimmten Bereich begrenzt werden. Die HiL-Simulation könnte mit den generierten Ergebnissen am realen Prüfstand durchgeführt werden. Eine Anpassung der Regelungsparameter mithilfe der vorgeschlagenen Identifikation der realen Fahrzeugachse ist sinnvoll.

5.5.3 Auswahl des Referenzsystems

Die in dieser Arbeit entwickelte Methode wird beispielhaft an einem HiL-System mit einem vereinfachten virtuellen Teilsystem (Viertelfahrzeug ohne "Fahrzeugachse") validiert. Zur Bewertung der HiL-Simulationsgüte werden die Simulationsergebnisse des HiL-Systems mit einem detaillierten Fahrzeugmodell verglichen. Es wird gezeigt, dass trotz der Vereinfachung im HiL-System die Vertikaldynamik eines Gesamtfahrzeugs gut nachgebildet werden kann. Das Fahrzeugmodell wurde in Simscape erstellt und besitzt die gleiche Modellierungstiefe und -art wie die MACPHERSON-Vorderachse. Die Karosserie ist als starrer Körper modelliert. Neben der MACPHERSON-Vorderachse ist eine Vierlenker-Hinterachse mit 76 FHG vorhanden. Die Räder sind als starre Körper modelliert. Das Radmodell beinhaltet unter anderem eine räumliche Radkinematik sowie einen dynamischen Rollradius. Zur Berechnung der Kräfte und Momente im Kontaktpunkt zwischen Reifen und Straße werden Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften sowie die Magic Formula nach H. PACEJKA, vgl. [Pac06], verwendet. Des Weiteren werden vereinfachte Antriebs- und Lenkmodelle verwendet, welche für die hier betrachteten Anwendungsfälle keine nähere Erläuterung erfordern. Die entsprechenden Parameter des Viertelfahrzeugs stimmen mit denen des Fahrzeugmodells überein. Für eine bessere Vergleichbarkeit werden die Bewegungsgleichungen des virtuellen Teilsystems um die Gewichtskräfte erweitert. Auf die Darstellung der Gleichungen wird an dieser Stelle verzichtet. Des Weiteren wird der Stabilisator aus dem Prüflings- sowie Referenzmodell entfernt. Zudem werden im Fahrzeugmodell alle Räder mit den gleichen Anregungen beaufschlagt, um Wank- und Nickbewegungen zu minimieren.

5.5.4 Simulationsergebnisse - HiL-Güte

Die Güte der HiL-Simulation wird wie in Abschnitt 4.6.5 mithilfe von charakteristischen Anregungsprofilen untersucht. Dabei kommen erneut die dort verwendeten Schlechtwegund Chirp-Anregungen zum Einsatz, s. Bild 4-29. Aufgrund des begrenzten Arbeitsraums des Hexapoden wird die Schlechtweganregung mit dem Faktor 0,6 skaliert. In Bild 5-9 sind zum einen die Aufbau- und Radbewegungen, hier mit z_F bzw. z_R gekennzeichnet, des Referenzsystems Σ_z (detailliertes Fahrzeugmodell) und des entwickelten HiL-Systems Σ_H (detailliertes Prüstandsmodell mit virtuellem Teilsystem) bei der Schlechtweganregung dargestellt. Zum anderen zeigt das Bild die Verläufe der Kontaktkräfte zwischen Prüfling und Aktor bzw. zwischen Rad- und Prüflingsmasse. Abgebildet sind die zeitlichen Verläufe nach dem Einschwingvorgang um die jeweiligen Ruhelagen der beiden Systeme, s. Abschnitt 5.5.1. Die repräsentative Aufbaubewegung von Σ_z ist dabei die Bewegung der entsprechenden Federdomlager-Anbindung zur Karosserie (Vorderachse, linkes Rad) bezogen auf ein ortsfestes Inertialsystem.

Die Verläufe des HiL-Systems stimmen sehr gut mit denen des Referenzsystems überein. Insbesondere wird die Radbewegung gut nachgebildet. Bis auf geringe Abweichungen bei großen Amplituden kann auch die Aufbaubewegung gut reproduziert werden. Bei den Kraftverläufen lässt sich zunächst feststellen, dass die stationären Werte von Σ_z und Σ_H nach dem Einschwingvorgang übereinstimmen. Außerdem ist ein stabiles Verhalten des HiL-Systems vorhanden. Dennoch sind bei der Schlechtweganregung im HiL-System höhere Kräfte ersichtlich.



Bild 5-9: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe der Positionen von Aufbau und Rad sowie der Kontaktkräfte

Zur Beurteilung der Regelgüte der hybriden Positions-/Kraftregelung des HiL-Systems sind in den Bildern 5-10 sowie 5-11 die zeitlichen Verläufe von \hat{z} sowie τ dargestellt.



Bild 5-10: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe von \hat{z}



Bild 5-11: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe von τ

Hervorzuheben ist die sehr hohe Güte der Positionsregelung in den FHG r_z und β . Bei den kraftgeregelten Richtungen zeigen sich die gleichen Ergebnisse wie in Abschnitt 5.5.2. Während die Kräfte in *x*-Richtung nahezu konstant bleiben, können bei starken Einfederungen der Fahrzeugachse mitunter hohe Kräfte und Momente in den anderen FHG entstehen. Insbesondere sind die lateralen Kräfte in *y*-Richtung und die Momente um α zu nennen.

Die Bilder 5-12, 5-13 sowie 5-14 zeigen die entsprechenden Simulationsergebnisse für die Chirp-Anregung. Die Ergebnisse mit der Chirp-Anregung sind deutlich besser, da diese geringere Amplituden und Frequenzen besitzt. Dies macht sich durch die geringeren Kräfte in den FHG bemerkbar, welche nicht in die HiL-Simulation eingebunden sind. Ebenso macht sich das Überschwingen der Kontaktkraft von Σ_H erst am Ende des Anregungssignals bei ca. 15 Hz bemerkbar. Bei geringen Anregungsfrequenzen ist die Kontaktkraft etwas geringer als im Referenzsystem. Hervorzuheben ist die hohe Güte der Nachbildung der Lagegrößen. Trotz der suboptimalen HiL-Systemstruktur kann die Aufbaubewegung gut reproduziert werden. Dies ist für den möglichen beschriebenen Anwendungsfall der HiL-Simulation wichtig, da die Aufbaudynamik oft als Gütemaß für die Auslegung aktiver Fahrwerkskomponenten zur Steigerung des Fahrzeugkomforts verwendet wird.



Bild 5-12: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe der Positionen von Aufbau und Rad sowie der Kontaktkräfte



Bild 5-13: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe von \hat{z}



Bild 5-14: Simulationsergebnisse bei einer Schlechtweganregung - zeitliche Verläufe von τ

Für die geringen Abweichungen zwischen Σ_H und Σ_z gibt es vielfältige Gründe. Zum einen ist die Vereinfachung des HiL-Systems aufgrund der einfachen Gestalt des virtuellen Teilsystems zu nennen. Im Vergleich zum Referenzsystem sind zahlreiche Komponenten nicht enthalten. Dazu gehören die gesamte Dynamik der Hinterachse sowie die räumliche Bewegungsmöglichkeit der Aufbaumasse, was zu Wank- und Nickbewegungen führt. Des Weiteren ist bei der Fahrzeugachse aufgrund der Kinematik der Radaufhängung die Einfederung keine reine vertikale Bewegung. Zudem ist das Federbein konstruktionsbedingt schräg gestellt. Somit entstehen Reaktionskräfte und -momente in den anderen FHG, welche die HiL-Simulationsgüte beeinflussen. Weiterhin führen die suboptimale HiL-Systemstruktur und das Split-Mass-Problem zu Vereinfachungen und zu einer Verschlechterung der systemdynamischen Ähnlichkeit zwischen HiL-System und Referenzsystem.

Trotz der genannten Abweichungen kann mithilfe der methodisch erarbeiteten HiL-Systemstruktur, welche sich durch eine flexible hybride Regelungsstruktur und ein relativ einfaches virtuelles Teilsystem auszeichnet, die Vertikaldynamik eines Fahrzeugs sehr gut reproduziert werden. Dabei wird die Kinematik und Dynamik einer gesamten Radaufhängung bzw. einer gesamten Fahrzeugachse bei Verwendung einer weiteren Anregungseinheit berücksichtigt.

5.6 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde das methodische HiL-Entwurfsverfahren des vorigen Kapitels für Prüfstände mit multiaxialen Anregungseinheiten erweitert. Dazu wurde eine beobachterbasierte hybride Positions-/Kraftregelung entwickelt, mit der sich HiL-Simulationen für ausgewählte FHG durchführen lassen. Insbesondere wurde die Zustandsbeobachtung adressiert, welche als Basis für hochdynamische Regelungen für PKM im OS notwendig ist. Die in dieser Arbeit thematisierte Übertragbarkeit gewisser Eigenschaften von indirekt kraftgeregelten Systemen auf die von bestimmten HiL-Systemen konnte bestätigt werden. Die im Detail untersuchte Stabilität des betrachteten admittanzgeregelten HiL-Systems konnte mit Simulationsergebnissen ebenfalls gezeigt werden.

Die sehr hohe Güte der modellbasierten HiL-Simulation des vorigen Kapitels konnte auf den mehrdimensionalen Fall nicht vollends übertragen werden. Dies ist aber nicht auf die Regelungsstruktur oder schlechte Performance der HiL-Regelung zurückzuführen, sondern auf die im vorigen Abschnitt genannten Vereinfachungen der HiL-Systemstruktur.

Jedoch wird an dieser Stelle erneut betont, dass in dieser Arbeit die Entwicklung von HiL-Systemstrukturen zur Ermöglichung von HiL-Simulationen im Allgemeinen im Vordergrund stand. Der *Proof-of-Concept* wurde erbracht. Die Entwicklung detaillierter Modelle des virtuellen Teilsystems sollte innerhalb weiterer Forschungsarbeiten durchgeführt werden. Diese lassen sich in die erarbeiteten HiL-Systemstrukturen aufnehmen. Die resultierenden HiL-Systeme lassen sich mit den entwickelten Methoden aus Kapitel 4 untersuchen. Im nächsten Kapitel werden weitere mögliche Forschungsarbeiten sowie sinnvolle Anwendungsfelder adressiert.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Arbeit endet mit einer Zusammenfassung und gibt einen Ausblick über mögliche zukünftige Forschungsarbeiten.

6.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine systemtheoretische Methode für den Entwurf und die Analyse von mechatronischen HiL-Simulationen entwickelt. Als Anwendungsbeispiel wurde ein Fahrzeugachsprüfstand mit einer PKM als Anregungseinheit betrachtet. Ein wichtiges Forschungsziel der Prüfanlage ist die HiL-basierte Erprobung und Auslegung von Fahrwerkregelsystemen. In dieser Arbeit wurde die hierfür benötigte Grundlagenforschung durchgeführt. Dies umfasste insbesondere die Erarbeitung formaler Entwurfs- und Analysemethoden für mechatronische HiL-Systeme mit multiaxialen Anregungen.

Nach einer Aufarbeitung der notwendigen theoretischen Grundlagen fand eine intensive Analyse des Stands der Technik und Forschung statt. Die Schwerpunkte waren zum einen systemtheoretische Entwurfs- und Analysemethoden mit Anwendungsbeispielen, zum anderen Regelungsverfahren für PKM. Es hat sich herausgestellt, dass die außerhalb des Forscherkreises relativ unbekannten Substructuring-Methoden einen umfassenden Beitrag für den HiL-Entwurf im Allgemeinen und für diese Arbeit im Speziellen leisteten. Jedoch konnte im Rahmen der Literaturrecherche keine allgemeingültige regelungstechnische Methode gefunden werden. Es wurde versucht einen Überblick über alle relevanten Ansätze aus den verschiedenen Domänen zu geben. Ein bedeutendes Ergebnis der Literaturrecherche war die Identifikation der Analogie eines indirekt kraftgeregelten Systems zu einem "geeignet" geregelten HiL-System. Dadurch können unter anderem Regelungen betrachtet werden, z. B. Admittanzregelungen, welche sich aufgrund der unterlagerten Positionsregelungen auf den ersten Blick als ungeeignet erweisen. Jedoch hat sich gezeigt, dass die indirekte Regelung der Interaktionskräfte zwischen Manipulator und Prüfling einen sicheren HiL-Betrieb ermöglicht.

Im ersten Entwurfsteil der Arbeit fand der modellbasierte Entwurf der HiL-Simulationen statt. Als vereinfachtes Anwendungsbeispiel diente ein nichtlinearer Zweimassenschwinger mit validierter Aktordynamik. Im Zuge der Entwicklung wurden formale Entwurfsund Analysemethoden erarbeitet. Dies umfasste unter anderem die allgemeine Auseinandersetzung mit der Kompatibilitäts- sowie Gleichgewichtsbedingung von mechanischen Systemen. Es konnte gezeigt werden, dass daraus direkt Regelungsstrategien abgeleitet werden können. Für das Anwendungsbeispiel wurden Anforderungen an Modelle, Regelung und Güte definiert. Anschließend wurde eine neuartige Zustandsraumdarstellung entwickelt, mit der das Referenz- und HiL-System dargestellt werden können. Insbesondere hat sich die entwickelte Zustandsraumdarstellung für den Nachweis der Stabilität eines HiL-Systems als sehr geeignet erwiesen. Für das Anwendungsbeispiel wurden drei verschiedene HiL-System entwickelt. Als Herausforderung wurde dabei die suboptimale HiL-Systemstruktur identifiziert, welche jedoch mit einer systematischen Wahl der Regelgrößen (Synchronisierungsgrößen) und Rückführgrößen (HiL-Feedback) bewältigt werden konnte. Es konnte theoretisch als auch mit Simulationen gezeigt werden, dass alle entworfenen HiL-Systeme in ihrer idealisierten Form (ohne Aktor-/Sensordynamik) das Referenzsystem nach einem Einschwingvorgang perfekt nachbilden können.

Nach einer Einbeziehung der Aktordynamik in den HiL-Systementwurf wurde ein Stabilitätskriterium erarbeitet mit dem die notwendige Bandbreite der geregelten Aktorik abgeschätzt werden kann. Bemerkenswert ist die Erkenntnis, dass eine zu leistungsfähige Regelung (hier: Positionsregelung des admittanzgeregelten HiL-Systems) einen negativen Einfluss auf die Stabilität des gesamten HiL-Systems besitzen kann. Weiterhin wurden Methoden entwickelt, mit denen Reibungseffekte und das Split-Mass-Problem untersucht werden können. Nach einer Gegenüberstellung der Eigenschaften der HiL-Systeme wurde das positionsgeregelte HiL-System für die HiL-Simulation der Vertikaldynamik ausgewählt.

Im zweiten Entwurfsteil wurden die Grundlagen für die multiaxiale HiL-Simulation am Fahrzeugachsprüfstand geschaffen. Hierbei stand die Realisierung der nichtlinearen, beobachterbasierten HiL-Regelung des betrachteten Hexapoden im Vordergrund. Das Problem der Zustandsbeobachtung für PKM wurde mit mehreren Beobachtervarianten angegangen. Hier hat sich die bewährte Sliding-Mode-Technik als geeignet erwiesen. Um mehrere FHG unabhängig voneinander in eine HiL-Simulation einbinden zu können, wurde eine hybride Regelungsstrategie verfolgt. Für die FHG, welche sich nicht in der HiL-Schleife befinden, wurde eine neuartige optimierungsbasierte Kraftregelung vorgeschlagen, mit der die Kontaktkräfte und -momente zu Null geregelt werden können. Anwendungsnahe Simulationen konnten die Leistungsfähigkeit des gewählten Ansatzes bestätigen. Für die Auswertung der HiL-Simulationsgüte wurde ein detailliertes Mehrkörpermodell eines Fahrzeugs erstellt. Trotz der Vereinfachungen im HiL-System (einfaches virtuelles Teilsystem, suboptimale HiL-Systemstruktur) konnte die ausgewählte Vertikaldynamik sehr gut reproduziert werden.

6.2 Ausblick

Innerhalb der vorliegenden Arbeit existieren noch einige offene Punkte und es sind neue Fragestellungen entstanden. Diese können in zukünftigen Forschungsarbeiten behandelt werden.

Bezüglich der erarbeiteten Methode wäre eine "systematischere" bzw. allgemeingültige Herangehensweise zur Identifikation der Kompensationsterme der suboptimalen Strukturierung (Split-Mass-Problem) hilfreich. Des Weiteren könnte untersucht werden, inwiefern die Ansätze des optimierungsbasierten Entwurfs nach MacDIARMID in die vorgestellte Methode integriert werden können. Vorstellbar wäre ein HiL-Systementwurf mit Optimierung zur Sicherstellung/Abschätzung einer gewünschten/erreichbaren HiL-Simulationsgüte. Im Gegensatz zu der Methode nach MacDIARMID soll die physikalische Bedeutung des virtuellen Teilsystems nicht verloren gehen.

Im Kontext des Regelungsentwurfs sind ebenfalls Erweiterungen vorstellbar. Erste Untersuchungen haben gezeigt, dass die Integration aktiver Stellelemente in den Prüfling, z. B. aktiv geregeltes Federbein, sehr gut mit der Regelungsstruktur eines indirekt kraftgeregelten HiL-Systems harmoniert. Eine formale Stabilitätsanalyse muss noch durchgeführt werden. Die Analysen dieser Arbeit können als Grundlage verwendet werden. Als größte Herausforderung der Realisierung multiaxialer HiL-Simulationen am Fahrzeugachsprüfstand könnte sich die Integration weiterer FHG, z. B. Fahrzeuglängs- sowie Querrichtung, erweisen. In diesen Richtungen besitzt die Fahrzeugachse eine sehr hohe Steifigkeit, die eine hohe Anforderung an die Regelbandbreite stellt. In diesem Kontext wurden erste Analysen im Rahmen der Arbeit [PO16] durchgeführt.

Des Weiteren könnten passivitätsbasierte Regelungen für den Einsatz in HiL-Systemen untersucht werden. Die Grundidee solcher nichtlinearer Regelungsverfahren ist die Berücksichtigung des Energieaustausches gekoppelter mechatronischer Systeme, vgl. [KS01]. Im Rahmen indirekter Kraftregelungsverfahren wurde dies bereits für robotische Anwendungen umgesetzt, z. B. mithilfe sog. Energietanks, vgl. [Had17]. Die Idee besteht nun darin, die Passivität des virtuellen und physikalischen Teilsystems (mit Aktordynamik) und somit für das gesamte (indirekt kraftgeregelte) HiL-System mithilfe einer passivitätsbasierten Regelung sicherzustellen.

Im Kontext weiterer Anwendungsfälle des Fahrzeugachsprüfstands soll die Integration aktiver Stellelemente und eine zusätzliche Aktuierung des Lenkfreiheitsgrad durchgeführt werden. Dies bedingt die Entwicklung und Integration detaillierter, echtzeitfähiger Fahrzeugmodelle in das HiL-System. Ein geeignetes räumliches Starrkörpermodell für den HiL-Einsatz am betrachteten Zielsystem wurde in [TOK⁺19] veröffentlicht. Darauf aufbauend könnten die in dieser Arbeit entwickelten Methoden für HiL-Systeme mit nichtlinearen virtuellen Teilsystemen sowie physikalischen Teilsystemen mit Stellelementen erweitert werden. Letztendlich wäre eine beispielhafte HiL-basierte Entwicklung eines oder mehrerer Fahrwerkregelsysteme für die aktiven Komponenten einer Fahrzeugachse sinnvoll. Dies würde die Einsatztauglichkeit des Achsprüfstands für HiL-Simulationen in der Fahrwerkentwicklung bestätigen.

Literatur

[AB06]	ABEL, D.; BOLLIG, A.: Rapid Control Prototyping: Methoden und Anwendun- gen. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006
[Ada09]	ADAMY, J.: Nichtlineare Regelungen. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009
[Ada14]	ADAMSKI, D.: Simulation in der Fahrwerktechnik: Einführung in die Erstel- lung von Komponenten- und Gesamtfahrzeugmodellen. ATZ-MTZ-Fachbuch. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014
[Ada18]	ADAMY, J.: <i>Nichtlineare Systeme und Regelungen</i> . 3., aktualisierte Auflage. Berlin: Springer Vieweg, 2018
[AH87]	AN, C. H.; HOLLERBACH, J. M.: Dynamic Stability Issues in Force Control of Manipulators. <i>American Control Conference</i> . Minneapolis, MN, USA, 1987, S. 821–827
[Ame14]	AMELUNXEN, H.: Fahrdynamikmodelle für Echtzeitsimulationen im kom- fortrelevanten Frequenzbereich. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2014
[AN09]	AGHILI, F.; NAMVAR, M.: Scaling Inertia Properties of a Manipulator Payload for 0-g Emulation of Spacecraft. <i>The International Journal of Robotics Research</i> 28 (2009), Nr. 7, S. 883–894
[Ant05]	ANTOULAS, A. C.: Approximation of Large-Scale Dynamical Systems. Philadelphia: Siam, 2005
[ANV06]	AGHILI, F.; NAMVAR, M.; VUKOVICH, G.: Satellite simulator with a hydraulic manipulator. <i>Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Orlando, FL, USA, 2006, S. 3886–3892
[AP06]	AGHILI, F.; PIEDBOEAEUF, JC.: Emulation of robots interacting with environment. <i>IEEE/ASME Transactions on Mechatronics</i> 11 (2006), Nr. 1, S. 35–46
[Bac05]	BACIC, M.: On hardware-in-the-loop simulation. <i>44th IEEE Conference on Decision and Control & European Control Conference</i> . Seville, Spain, 2005, S. 3194–3198
[BAMT11]	BELLAKEHAL, S.; ANDREFF, N.; MEZOUAR, Y.; TADJINE, M.: Vision/force con- trol of parallel robots. <i>Mechanism and Machine Theory</i> 46 (2011), Nr. 10, S. 1376–1395
[BCC95]	BESINGER, F. H.; CEBON, D.; COLE, D. J.: Damper Models for Heavy Vehicle Ride Dynamics. <i>Vehicle System Dynamics</i> 24 (1995), Nr. 1, S. 35–64
[BCG ⁺ 17]	BORRI, A.; CACACE, F.; GAETANO, A. de; GERMANI, A.; MANES, C.; PALUMBO, P.; PANUNZI, S.; PEPE, P.: Luenberger-Like Observers for Nonlinear Time-Delay Systems with Application to the Artificial Pancreas: The Attainment of Good Performance. <i>IEEE Control Systems</i> 37 (2017), Nr. 4, S. 33–49

[BSTS11]	BUCHLI, J.; STULP, F.; THEODOROU, E.; SCHAAL, S.: Learning variable impe- dance control. <i>The International Journal of Robotics Research</i> 30 (2011), Nr. 7, S. 820–833
[BWB07]	BONNET, P. A.; WILLIAMS, M. S.; BLAKEBOROUGH, A.: Compensation of ac- tuator dynamics in real-time hybrid tests. <i>Proceedings of the Institution of</i> <i>Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering</i> 221 (2007), Nr. 2, S. 251–264
[CDG93]	CICCARELLA, G.; DALLA MORA, M.; GERMANI, A.: A Luenberger-like observer for nonlinear systems. <i>International Journal of Control</i> 57 (1993), Nr. 3, S. 537–556
[CF15]	CHEN, SH.; FU, LC.: Observer-based backstepping control of a 6-dof parallel hydraulic manipulator. <i>Control Engineering Practice</i> 36 (2015), S. 100–112
[CMF11]	CRUZ-ZAVALA, E.; MORENO, J. A.; FRIDMAN, L. M.: Uniform Robust Exact Differentiator. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> 56 (2011), Nr. 11, S. 2727–2733
[CMP00]	CARUFEL, J. de; MARTIN, E.; PIEDBOEUF, JC.: Control strategies for hardware- in-the-loop simulation of flexible space robots. <i>IEE Proceedings - Control</i> <i>Theory and Applications</i> 147 (2000), Nr. 6, S. 569–579
[Dai89]	DAI, L.: Singular Control Systems. Bd. 118. Berlin, Heidelberg: Springer- Verlag, 1989
[DFL05]	DAVILA, J.; FRIDMAN, L.; LEVANT, A.: Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> 50 (2005), Nr. 11, S. 1785–1789
[DG17]	DRAZIN, P. L.; GOVINDJEE, S.: Hybrid simulation theory for a classical nonline- ar dynamical system. <i>Journal of Sound and Vibration</i> 392 (2017), S. 240– 259
[DGM00]	DALLA MORA, M.; GERMANI, A.; MANES, C.: Design of state observers from a drift-observability property. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> 45 (2000), Nr. 8, S. 1536–1540
[DKP85]	DROSDOL, J.; KADING, W.; PANIK, F.: The daimler-benz driving simulator. <i>Vehicle System Dynamics</i> 14 (1985), Nr. 1-3, S. 86–90
[DM98]	DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. S.: Closed-Form Dynamic Equations of the General Stewart Platform through the Newton–Euler Approach. <i>Mechanism and Machine Theory</i> 33 (1998), Nr. 7, S. 993–1012
[DP09]	DAVLIAKOS, I.; PAPADOPOULOS, E.: Impedance Model-based Control for an Electrohydraulic Stewart Platform. <i>European Journal of Control</i> 15 (2009), Nr. 5, S. 560–577
[DR11]	DRAKUNOV, S. V.; REYHANOGLU, M.: Hierarchical sliding mode observers for distributed parameter systems. <i>Journal of Vibration and Control</i> 17 (2011), Nr. 10, S. 1441–1453

[Dra92]	DRAKUNOV, S. V.: Sliding-mode observers based on equivalent control me- thod. <i>31st IEEE Conference on Decision and Control</i> . Tucson, AZ, USA, 1992, S. 2368–2369
[EG17]	ERSOY, M.; GIES, S.: Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Fahr- verhalten, Komponenten, elektronische Systeme, Fahrerassistenz, autonomes Fahren, Perspektiven. 5. Auflage. ATZ/MTZ-Fachbuch. Wiesbaden: Sprin- ger Vieweg, 2017
[ES87]	EPPINGER, S.; SEERING, W.: Understanding bandwidth limitations in robot force control. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Raleigh, NC, USA, 1987, S. 904–909
[FA88]	FILIPPOV, A. F.; ARSCOTT, F. M.: <i>Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides</i> . Bd. 18. Mathematics and Its Applications, Soviet Series. Dordrecht: Springer Netherlands, 1988
[FBX12]	FALLAH, M. S.; BHAT, R. B.; XIE, W. F.: Optimized Control of Semiactive Suspension Systems Using H_{∞} Robust Control Theory and Current Signal Estimation. <i>IEEE/ASME Transactions on Mechatronics</i> 17 (2012), Nr. 4, S. 767–778
[FFHS06]	FATHY, H. K.; FILIPI, Z. S.; HAGENA, J.; STEIN, J. L.: Review of hardware-in- the-loop simulation and its prospects in the automotive area. <i>Defense and</i> <i>Security Symposium</i> . Bd. 6228. SPIE Proceedings. Orlando, FL, USA, 2006, S. 1–20
[FJT14]	FLOTTMEIER, S.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Test Rig for the Hardware-in- the-Loop Simulation of Mechatronic Axles. <i>Proceedings of the 9th Interna-</i> <i>tional Fluid Power Conference</i> . Bd. 3. Aachen, 2014, S. 366–377
[FKT15]	FLOTTMEIER, S.; KOHLSTEDT, A.; TRÄCHTLER, A.: Regelung eines hydraulischen Hexapoden zur Echtzeitsimulation von Straßenanregungen. 7. VDI/VDE-Fachtagung AUTOREG. Baden-Baden, 2015, S. 267–277
[Föl16]	Föllinger, O.: <i>Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung.</i> 12., überarbeitete Auflage. Lehrbuch Studium. Berlin, Offenbach: VDE Verlag, 2016
[FOT14]	FLOTTMEIER, S.; OLMA, S.; TRÄCHTLER, A.: Sliding Mode and Continuous Estimation Techniques for the Realization of Advanced Control Strategies for Parallel Kinematics. <i>19th IFAC World Congress</i> . Cape Town, South Africa, 2014, S. 182–190
[Fra90]	FRANGOS, C.: Control system analysis of a hardware-in-the-loop simulation. <i>IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems</i> 26 (1990), Nr. 4, S. 666–669
[GKO15]	GRÄBER, T.; KOHLSTEDT, A. (Betreuer); OLMA, S. (Betreuer): <i>Kraftrege-</i> <i>lung eines Hydraulikzylinders für einen hochdynamischen Achsprüfstand.</i> Unveröffentlichte Studienarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2015

[GLW14]	GE, S. S.; LI, Y.; WANG, C.: Impedance adaptation for optimal robot-environment interaction. <i>International Journal of Control</i> 87 (2014), Nr. 2, S. 249–263
[GNGW09]	GAWTHROP, P. J.; NEILD, S. A.; GONZALEZ-BUELGA, A.; WAGG, D. J.: Causality in real-time dynamic substructure testing. <i>Mechatronics</i> 19 (2009), Nr. 7, S. 1105–1115
[Gou56]	GOUGH, V. E.: Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance. <i>Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.</i> Bd. 171. 1956, S. 392–394
[Gre99]	GREGA, W.: Hardware-in-the-loop simulation and its application in control education. <i>29th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference;</i> San Juan, Puerto Rico, 1999, 12B6-7–12B6-12
[Gro67]	GROSS, J. L.: Real time hardware-in-the-loop simulation verifies performance of Gemini computer and operational program. <i>SIMULATION</i> 9 (1967), Nr. 3, S. 141–148
[GVNW08]	GAWTHROP, P. J.; VIRDEN, D. W.; NEILD, S. A.; WAGG, D. J.: Emulator-based control for actuator-based hardware-in-the-loop testing. <i>Control Engineering Practice</i> 16 (2008), Nr. 8, S. 897–908
[GWN09]	GAWTHROP, P. J.; WAGG, D. J.; NEILD, S. A.: Bond graph based control and substructuring. <i>Bond Graph Modelling</i> 17 (2009), Nr. 1, S. 211–227
[GWW05]	GAWTHROP, P. J.; WALLACE, M. I.; WAGG, D. J.: Bond-graph based substructuring of dynamical systems. <i>Earthquake Engineering & Structural Dynamics</i> 34 (2005), Nr. 6, S. 687–703
[Had17]	HADDADIN, S.: Passivitätsbasierte Kraft- und Impedanzregelung für Roboter mit starren Gelenken mittels Energietanks. <i>at - Automatisierungstechnik</i> 65 (2017), Nr. 2, S. 124–133
[Han98]	HANSELMANN, H.: Beschleunigte Mechatronik-Entwicklung durch Rapid Control Prototyping und Hardware-in-the-Loop- Simulation. <i>at - Automati-</i> <i>sierungstechnik</i> 46 (1998), Nr. 3, S. 113–119
[HDS16]	HE, W.; DONG, Y.; SUN, C.: Adaptive Neural Impedance Control of a Robotic Manipulator With Input Saturation. <i>IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems</i> 46 (2016), Nr. 3, S. 334–344
[HIKN99]	HORIUCHI, T.; INOUE, M.; KONNO, T.; NAMITA, Y.: Real-time hybrid experi- mental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber. <i>Earthquake Engineering & Structural</i> <i>Dynamics</i> 28 (1999), Nr. 10, S. 1121–1141
[HK77]	HERMANN, R.; KRENER, A.: Nonlinear controllability and observability. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> 22 (1977), Nr. 5, S. 728–740
[Hog85]	HOGAN, N.: Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I-III. <i>Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control</i> 107 (1985), Nr. 1, S. 1–24

[HSH02]	HONG, KS.; SOHN, HC.; HEDRICK, J. K.: Modified skyhook control of semi-active suspensions: A new model, gain scheduling, and hardware-in-the-loop tuning. <i>Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control</i> 124 (2002), Nr. 1, S. 158–167
[HTY12]	HARRISON, W. S.; TILBURY, D. M.; YUAN, C.: From Hardware-in-the-Loop to Hybrid Process Simulation: An Ontology for the Implementation Phase of a Manufacturing System. <i>IEEE Transactions on Automation Science and</i> <i>Engineering</i> 9 (2012), Nr. 1, S. 96–109
[Ise08]	ISERMANN, R.: <i>Mechatronische Systeme: Grundlagen</i> . 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008
[ISO95]	ISO-Norm 8608: <i>Mechanische Schwingungen - Straßenoberflächenprofile - Darstellung von Meßdaten</i> . ISO Internationale Organisation für Normung. 1995-09-00
[ISS99]	ISERMANN, R.; SCHAFFNIT, J.; SINSEL, S.: Hardware-in-the-loop simulation for the design and testing of engine-control systems. <i>Control Engineering Practice</i> 7 (1999), Nr. 5, S. 643–653
[Jäk90]	JÄKER, KP.: Entwicklung realisierbarer hierarchischer Kompensatorstruk- turen für lineare Mehrgrößensysteme mittels CAD. Dissertation. Fachbereich 10, Maschinentechnik 1, Universität-Gesamthochschule Paderborn, 1990
[KBB17]	KUMAR, P. R.; BEHERA, A. K.; BANDYOPADHYAY, B.: Robust Finite-Time Tracking of Stewart Platform: A Super-Twisting Like Observer-Based For- ward Kinematics Solution. <i>IEEE Transactions on Industrial Electronics</i> 64 (2017), Nr. 5, S. 3776–3785
[Kha92]	KHALIL, H. K.: Nonlinear systems. New York: Macmillan Pub. Co., 1992
[KMH08]	KOEHLER, C.; MAYER, A.; HERKERSDORF, A.: Determining the Fidelity of Hardware-In-the-Loop Simulation Coupling Systems. <i>IEEE International</i> <i>Behavioral Modeling and Simulation Workshop</i> . San Jose, CA, USA, 2008
[Kno17]	KNOOP, S.: Flachheitsbasierte Positionsregelungen für Parallelkinematiken am Beispiel eines hochdynamischen Hexapoden. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2017
[KOF+16]	Kohlstedt, A.; Olma, S.; Flottmeier, S.; Traphöner, P.; Jäker, KP.; Trächtler, A.: Control of a hydraulic hexapod for a Hardware-in-the-Loop axle test rig. <i>at - Automatisierungstechnik</i> 64 (2016), Nr. 5, S. 365–374
[KOT+17]	Kohlstedt, A.; Olma, S.; Traphöner, P.; Jäker, KP.; Trächtler, A.: Kinematics-based force/position control of a hexapod in a HiL axle test rig. <i>17. Internationales Stuttgarter Symposium: Automobil- und Motorentechnik.</i> Stuttgart, 2017, S. 1217–1230
[KRV08]	KLERK, D. D.; RIXEN, D. J.; VOORMEEREN, S. N.: General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques <i>AIAA Journal</i> 46 (2008), Nr. 5, S. 1169–1181
[KS01]	Kugi A · Schi Acher K · Dissinativitäts- und nassivitätshasierte Regelung

[KS01] KUGI, A.; SCHLACHER, K.: Dissipativitäts- und passivitätsbasierte Regelung nichtlinearer mechatronischer Systeme. *e&i Elektrotechnik und Informationstechnik* 118 (2001), Nr. 1, S. 40–48

[KS99]	KRENN, R.; SCHAEFER, B.: Limitations of hardware-in-the-loop simulations of space robotics dynamics using industrial robots. <i>European Space Agency-Publications-ESA SP</i> 440 (1999), S. 681–686
[KTO ⁺ 17]	Kohlstedt, A.; TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Fast hybrid position / force control of a parallel kinematic load simulator for 6-DOF Hardware-in-the-Loop axle tests. <i>IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)</i> . München, 2017, S. 694–699
[Law88]	LAWRENCE, D. A.: Impedance control stability properties in common imple- mentations. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Philadelphia, PA, USA, 1988, S. 1185–1190
[Lev93]	LEVANT, A.: Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. International Journal of Control 58 (1993), Nr. 6, S. 1247–1263
[Lev98]	LEVANT, A.: Robust exact differentiation via sliding mode technique. <i>Auto-</i> <i>matica</i> 34 (1998), Nr. 3, S. 379–384
[LHS+13]	LI, G.; HERRMANN, G.; STOTEN, D. P.; TU, J.; TURNER, M. C.: Application of Robust Antiwindup Techniques to Dynamically Substructured Systems. <i>IEEE/ASME Transactions on Mechatronics</i> 18 (2013), Nr. 1, S. 263–272
[Li14]	LI, G.: A Generic Dynamically Substructured System Framework and Its Dual Counterparts. <i>19th IFAC World Congress</i> . Cape Town, South Africa, 2014, S. 10101–10106
[LLY95]	LIN, HC.; LIN, TC.; YAE, K. H.: On the skew-symmetric property of the Newton-Euler formulation for open-chain robot manipulators. <i>American Control Conference</i> . Seattle, WA, USA, 1995, S. 2322–2326
[LMR15]	LOZOYA-SANTOS, J. DJ.; MORALES-MENENDEZ, R.; RAMIREZ-MENDOZA, R. A.: Evaluation of on-off semi-active vehicle suspension systems by using the hardware-in-the-loop approach and the software-in-the-loop approach. <i>Pro-</i> <i>ceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of</i> <i>Automobile Engineering</i> 229 (2015), Nr. 1, S. 52–69
[Löf16]	Löffler, A.: <i>Entwicklung einer modellbasierten In-the-Loop-Testumgebung für Waschautomaten</i> . Dissertation. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2016
[LPBC14]	LE FLOHIC, J.; PACCOT, F.; BOUTON, N.; CHANAL, H.: Enhancing control robust- ness of a 6 DOF parallel testing machine. <i>European Control Conference</i> <i>(ECC)</i> . Strasbourg, France, 2014, S. 2016–2021
[LS01]	LEE, TY.; SHIM, JK.: Algebraic elimination-based real-time forward kinematics of the 6-6 Stewart platform with planar base and platform. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Seoul, South Korea, 2001, S. 1301–1306
[LS87]	LAWRENCE, D. A.; STOUGHTON, R. M.: Position-based impedance control - Achieving stability in practice. <i>Guidance, Navigation and Control Conference</i> . Monterey, CA, USA, 1987

[LST10]	LI, G.; STOTEN, D. P.; TU, JY.: Model predictive control of dynamically substructured systems with application to a servohydraulically actuated mechanical plant. <i>Control Theory & Applications, IET</i> 4 (2010), Nr. 2, S. 253–264
[LYTB14]	LI, M.; YIN, H.; TAHARA, K.; BILLARD, A.: Learning object-level impedance control for robust grasping and dexterous manipulation. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Hong Kong, China, 2014, S. 6784–6791
[Mac09]	MACDIARMID, M.: Analysis and Design of Hardware-in-the-Loop Simulators. Dissertation. Oxford University, 2009
[Mat07]	MATSCHINSKY, W.: Radführungen der Straßenfahrzeuge: Kinematik, Elasto- Kinematik und Konstruktion. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007
[MB07]	MACDIARMID, M.; BACIC, M.: Quantifying the Accuracy of Hardware-in-the- Loop Simulations. <i>American Control Conference</i> . New York, NY, USA, 2007, S. 5147–5152
[MBD08]	MACDIARMID, M.; BACIC, M.; DANIEL, R.: Extension and application of a novel hardware-in-the-loop simulator design methodology. <i>47th IEEE Conference on Decision and Control</i> . Cancun, Mexico, 2008, S. 5054–5061
[MDB07]	MACDIARMID, M.; DANIEL, R.; BACIC, M.: A novel controller design me- thodology for uncertain non-linear hardware-in-the-loop simulators. <i>46th</i> <i>IEEE Conference on Decision and Control</i> . New Orleans, LA, USA, 2007, S. 3478–3483
[Mer06]	MERLET, JP.: <i>Parallel Robots</i> . Second Edition. Bd. 128. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht: Springer, 2006
[MFB12]	MA, O.; FLORES-ABAD, A.; BOGE, T.: Use of industrial robots for hardware-in- the-loop simulation of satellite rendezvous and docking. <i>Acta Astronautica</i> 81 (2012), Nr. 1, S. 335–347
[MKCS17]	MATTILA, J.; KOIVUMAKI, J.; CALDWELL, D. G.; SEMINI, C.: A Survey on Control of Hydraulic Robotic Manipulators With Projection to Future Trends. <i>IEEE/ASME Transactions on Mechatronics</i> 22 (2017), Nr. 2, S. 669–680
[MLS94]	MURRAY, R. M.; LI, Z.; SASTRY, S.: A mathematical introduction to robotic manipulation. Boca Raton: CRC Press, 1994
[MN85]	MAGNUS, J. R.; NEUDECKER, H.: Matrix differential calculus with applications to simple, hadamard, and kronecker products. <i>Journal of Mathematical Psychology</i> 29 (1985), Nr. 4, S. 474–492
[MO12]	MORENO, J. A.; OSORIO, M.: Strict Lyapunov Functions for the Super- Twisting Algorithm. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> 57 (2012), Nr. 4, S. 1035–1040
[Mor09]	MORENO, J. A.: A linear framework for the robust stability analysis of a Generalized Super-Twisting Algorithm. <i>6th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, 2009.</i> Toluca, Mexico: IEEE, 2009, S. 1–6

[MTE06]	MISSELHORN, W. E.; THERON, N. J.; ELS, P. S.: Investigation of hardware-in- the-loop for use in suspension development. <i>Vehicle System Dynamics</i> 44 (2006), Nr. 1, S. 65–81.
[MVE16]	MÜLLER, T.; VÖGELE, U.; ENDISCH, C.: Disturbance compensation for iterative control of suspension durability test rigs. <i>IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)</i> . Banff, AB, Canada, 2016, S. 1675–1681
[MW04]	MITSCHKE, M.; WALLENTOWITZ, H.: <i>Dynamik der Kraftfahrzeuge</i> . 4., neubearb. Aufl. VDI. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004
[MW12]	MILLER, S.; WENDLANDT, J.: Real-Time Simulation of Physical Systems Using Simscape TM . <i>Real-Time Simulation Technologies: Principles, Methodologies, and Applications</i> . Boca Raton: CRC Press, 2012, S. 581–598
[MW16]	McCRUM, D. P.; WILLIAMS, M. S.: An overview of seismic hybrid testing of engineering structures. <i>Engineering Structures</i> 118 (2016), S. 240–261
[Neu06]	NEUGEBAUER, R.: Parallelkinematische Maschinen. VDI-Buch. Berlin, Hei- delberg: Springer-Verlag, 2006
[NKO18]	NOLTE, U.; KOHLSTEDT, A. (Betreuer); OLMA, S. (Betreuer): Entwicklung adaptiver und robuster Regelungen für die parallelkinematische Anregungs- einheit eines Hardware-in-the-Loop-Achsprüfstands. Unveröffentlichte Mas- terarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2018
[NKT92]	NAKASHIMA, M.; KATO, H.; TAKAOKA, E.: Development of real-time pseudo dynamic testing. <i>Earthquake Engineering & Structural Dynamics</i> 21 (1992), Nr. 1, S. 79–92
[NO16]	NISSEN, H.; OLMA, S. (Betreuer): <i>Modellierung eines räumlichen Radmodells für die HiL-Simulation von PKW-Achsen</i> . Unveröffentlichte Studienarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2016
[OF12]	OLMA, S.; FLOTTMEIER, S. (Betreuer): <i>Modellierung einer PKW-Achse in Dy-</i> <i>mola/Modelica</i> . Unveröffentlichte Studienarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2012
[OF13]	OLMA, S.; FLOTTMEIER, S. (Betreuer): Zustands- und Parameterschätzung bei Parallelkinematiken. Unveröffentlichte Masterarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2013
[OKT ⁺ 16a]	OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Indirect force control in hardware-in-the-loop simulations for a vehicle axle test rig. <i>14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)</i> . Phuket, Thailand: IEEE, 2016, Su42.1
[OKT+16b]	OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Sub- structuring and Control Strategies for Hardware-in-the-Loop Simulations of Multiaxial Suspension Test Rigs. <i>7th IFAC Symposium on Mechatronic</i> <i>Systems</i> . Loughborough, United Kingdom, 2016, S. 141–148

[OKT ⁺ 18]	OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; TRAPHÖNER, P.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Observer-based nonlinear control strategies for Hardware-in-the-Loop simu- lations of multiaxial suspension test rigs. <i>Mechatronics</i> 50 (2018), S. 212– 224
[Ols96]	OLSSON, H.: Control Systems with Friction. Dissertation. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1996
[OMN15]	OTT, C.; MUKHERJEE, R.; NAKAMURA, Y.: A Hybrid System Framework for Unified Impedance and Admittance Control. <i>Journal of Intelligent & Robotic</i> <i>Systems</i> 78 (2015), Nr. 3, S. 359–375
[OTK ⁺ 16]	OLMA, S.; TRAPHÖNER, P.; KOHLSTEDT, A.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Model- based Method for the Accuracy Analysis of Hardware-in-the-Loop Test Rigs for Mechatronic Vehicle Axles. <i>Procedia Technology</i> 26 (2016), S. 105–112
[Pac06]	PACEJKA, H. B.: <i>Tyre and vehicle dynamics</i> . Second Edition. Amsterdam: Butterworth-Heinemann, 2006
[PAM09]	PACCOT, F.; ANDREFF, N.; MARTINET, P.: A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematic Machines: Theory and Experiments. <i>The International</i> <i>Journal of Robotics Research</i> 28 (2009), Nr. 3, S. 395–416
[PB02]	PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J. P., Hrsg.: <i>Sliding mode control in engineering</i> . Bd. 11. Control engineering series. New York: M. Dekker, 2002
[Plu06]	PLUMMER, A. R.: Model-in-the-Loop Testing. <i>Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Enginee-ring</i> 220 (2006), Nr. 3, S. 183–199
[PO16]	PRIES, D.; OLMA, S. (Betreuer): <i>Indirekte kartesische Kraftregelungen für den Einsatz in HiL-Simulationen</i> . Unveröffentlichte Studienarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2016
[PS10]	POPP, K.; Schiehlen, W.: Ground vehicle dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010
[PS13]	PHILLIPS, B. M.; SPENCER, B. F.: Model-Based Multiactuator Control for Real- Time Hybrid Simulation. <i>Journal of Engineering Mechanics</i> 139 (2013), Nr. 2, S. 219–228
[QGZ+16]	QI, C.; GAO, F.; ZHAO, X.; REN, A.; WANG, Q.; SUN, Q.; HU, Y.; QIAO, L.: Smith predictor based delay compensation for a hardware-in-the-loop docking simulator. <i>Mechatronics</i> 36 (2016), S. 63–76
[RC81]	RAIBERT, M. H.; CRAIG, J. J.: Hybrid Position/Force Control of Manipulators. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 103 (1981), Nr. 2, S. 126–133
[Ril94]	RILL, G.: Simulation von Kraftfahrzeugen. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1994
[RSB09]	REN, W.; STEURER, M.; BALDWIN, T. L.: An Effective Method for Evaluating the Accuracy of Power Hardware-in-the-Loop Simulations. <i>IEEE Transactions on Industry Applications</i> 45 (2009), Nr. 4, S. 1484–1490

[RSS+11]	REN, W.; SLODERBECK, M.; STEURER, M.; DINAVAHI, V.; NODA, T.; FILIZADEH, S.; CHEVREFILS, A. R.; MATAR, M.; IRAVANI, R.; DUFOUR, C.; BELANGER, J.; FARUQUE, M. O.; STRUNZ, K.; MARTINEZ, J. A.: Interfacing Issues in Real- Time Digital Simulators. <i>IEEE Transactions on Power Delivery</i> 26 (2011), Nr. 2, S. 1221–1230
[RSSS12]	ROST, S.; SKLYARENKO, V.; SCHREIBER, F.; SCHUMACHER, W.: Design of a modular hydraulically driven Variable Geometry Truss structure and its nonlinear controller architecture for highly dexterous motion. <i>Proceedings</i> of the 8th International Fluid Power Conference (IFK). Bd. 1. Dresden, 2012, S. 449–465
[SBZS98]	SCHUTTER, J. de; BRUYNINCKX, H.; ZHU, WH.; SPONG, M.: Force control: A bird's eye view. <i>Control Problems in Robotics and Automation</i> . Hrsg. von Siciliano, B.; Valavanis, K. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1998, S. 1–17
[SEFL14]	SHTESSEL, Y.; EDWARDS, C.; FRIDMAN, L.; LEVANT, A.: Sliding mode control and observation. Basel: Birkhäuser, 2014
[SF12]	STANISIC, R. Z.; FERNÁNDEZ, Á. V.: Adjusting the parameters of the mechanical impedance for velocity, impact and force control. <i>Robotica</i> 30 (2012), Nr. 04, S. 583–597
[SH06]	STOTEN, D. P.; HYDE, R. A.: Adaptive control of dynamically substructured systems: The single-input single-output case. <i>Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Enginee-ring</i> 220 (2006), Nr. 2, S. 63–79
[SHV05]	SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M.: Robot modelling and control. John Wiley & Sons, 2005
[SL91]	SLOTINE, JJ. E.; LI, W.: Applied nonlinear control. Englewood Cliffs: Pren- tice Hall, 1991
[SLN07]	STOTEN, D. P.; LIM, C. N.; NEILD, S. A.: Assessment of controller strategies for real-time dynamic substructuring of a lightly damped system. <i>Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering</i> 221 (2007), Nr. 2, S. 235–250
[SLO15]	Schäfers, C.; Lochbichler, M. (Betreuer); Olma, S. (Betreuer): <i>Modellie-</i> <i>rung des dynamischen Verhaltens eines Gesamtfahrzeugs für den Einsatz</i> <i>in einem HiL-Achsprüfstand</i> . Unveröffentlichte Masterarbeit. Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, 2015
[SSVO10]	SICILIANO, B.; SCIAVICCO, L.; VILLANI, L.; ORIOLO, G.: <i>Robotics: Modelling, planning and control</i> . Advanced textbooks in control and signal processing. London: Springer-Verlag, 2010
[Ste65]	STEWART, D.: A Platform with Six Degrees of Freedom. <i>Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers</i> 180 (1965), Nr. 1, S. 371–386

[STL09]	STOTEN, D. P.; TU, J. Y.; LI, G.: Synthesis and control of generalized dynami- cally substructured systems. <i>Proceedings of the Institution of Mechanical</i> <i>Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering</i> 223 (2009), Nr. 3, S. 371–392
[Sto17]	STOTEN, D. P.: A comparative study and unification of two methods for controlling dynamically substructured systems. <i>Earthquake Engineering & Structural Dynamics</i> 46 (2017), Nr. 2, S. 317–339
[SW05]	SCHÜTTE, H.; WAELTERMANN, P.: Hardware-in-the-Loop Testing of Vehicle Dy- namics Controllers – A Technical Survey. <i>SAE World Congress & Exhibition</i> . Detroit, MI, USA, 2005, Paper No. 2005-01-1660
[SY15]	SARHADI, P.; YOUSEFPOUR, S.: State of the art: Hardware in the loop modeling and simulation with its applications in design, development and implementation of system and control software. <i>International Journal of Dynamics and Control</i> 3 (2015), Nr. 4, S. 470–479
[TE03]	TAN, C. P.; EDWARDS, C.: Sliding mode observers for reconstruction of simul- taneous actuator and sensor faults. <i>42nd IEEE Conference on Decision and</i> <i>Control.</i> Maui, HI, USA, 2003, S. 1455–1460
[Tel12]	TELLMANN, D.: Hardware-in-the-Loop-gestützte Entwicklungsplattform für Fahrerassistenzsysteme: Modelle der Umfeldsensorik und angepasste Fah- rermodelle. Dissertation. Fachbereich Elektrotechnik/Informatik, Universi- tät Kassel, 2012
[TKO ⁺ 19]	TRAPHÖNER, P.; KOHLSTEDT, A.; OLMA, S.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Hardware-in-the-Loop-Simulation einer Fahrzeugachse mit aktiver Wanksta- bilisierung mithilfe eines hydraulischen Hexapoden. <i>13. VDI Mechatronik- Tagung</i> . Paderborn, 2019, S. 85–90
[TNL+16]	TERKOVICS, N.; NEILD, S. A.; LOWENBERG, M.; SZALAI, R.; KRAUSKOPF, B.: Substructurability: the effect of interface location on a real-time dynamic substructuring test. <i>Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Phy-</i> <i>sical and Engineering Sciences</i> 472 (2016), Nr. 2192, Article ID: 20160433
[TOK ⁺ 17]	TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Universelle Entwicklungs- und Prüfumgebung für mechatronische Fahrzeugachsen. <i>Wissenschaftsforum Intelligente Technische Systeme (WInTeSys)</i> . Paderborn, 2017, S. 157–168
[TOK ⁺ 19]	TRAPHÖNER, P.; OLMA, S.; KOHLSTEDT, A.; FAST, N.; JÄKER, KP.; TRÄCHTLER, A.: Hardware-in-the-Loop Simulation for a Multiaxial Suspension Test Rig with a Nonlinear Spatial Vehicle Dynamics Model. <i>8th IFAC Symposium on Mechatronic Systems</i> . Vienna, Austria, 2019, S. 109–114.
[Tra14]	TRACHTE, A.: <i>HiL-Simulationsumgebung für Mobilventile an lastseitigem Über- und Unterdruck mit Anwendungsbeispielen aus der Traktorhydraulik.</i> Dissertation. Fakultät Maschinenwesen, Technische Universität Dresden, 2014
[TS87]	TOWNSEND, W.; SALISBURY, J.: The Effect of coulomb friction and stiction on force control. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> . Raleigh, NC, USA, 1987, S. 883–889

[TSHL11]	TU, J. Y.; STOTEN, D. P.; HYDE, R. A.; LI, G.: A state-space approach for the control of multivariable dynamically substructured systems. <i>Proceedings</i> of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering 225 (2011), Nr. 7, S. 935–953
[Tu13]	Tu, J. Y.: Development of numerical-substructure-based and output-based substructuring controllers. <i>Structural Control and Health Monitoring</i> 20 (2013), Nr. 6, S. 918–936
[Utk92]	UTKIN, V. I.: <i>Sliding Modes in Control and Optimization</i> . Communications and control engineering series. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1992
[VDI04]	VDI-Richtlinie 2206: <i>Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme</i> . Berlin: Beuth Verlag, 2004
[VS08]	VILLANI, L.; SCHUTTER, J. de: Force Control. <i>Springer Handbook of Robotics</i> . Hrsg. von Siciliano, B.; Khatib, O. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008, S. 161–185
[WB01]	WILLIAMS, M. S.; BLAKEBOROUGH, A.: Laboratory testing of structures under dynamic loads: an introductory review. <i>Philosophical Transactions of the</i> <i>Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering</i> <i>Sciences</i> 359 (2001), Nr. 1786, S. 1651–1669
[WFC14]	WANG, D.; FAN, R.; CHEN, W.: Simulation Research on Adaptive Control of a Six-degree-of-freedom Material-testing Machine. <i>International Journal of Advanced Robotic Systems</i> 11 (2014), Nr. 2, S. 1–13
[Woe11]	WOERNLE, C.: Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011
[WT13]	WANG, CL.; TU, JY.: H_{∞} feedback design for the control of dynamically substructured systems. <i>International Automatic Control Conference (CACS)</i> . Nantou, Taiwan: IEEE, 2013, S. 486–489
[WW13]	WINIARSKI, T.; WOŹNIAK, A.: Indirect force control development procedure. <i>Robotica</i> 31 (2013), Nr. 03, S. 465–478
[ZDG96]	ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K.: <i>Robust and optimal control</i> . New Jersey: Prentice Hall, 1996
[ZPT+17]	ZHANG, R.; PHILLIPS, B. M.; TANIGUCHI, S.; IKENAGA, M.; IKAGO, K.: Shake table real-time hybrid simulation techniques for the performance evaluation of buildings with inter-story isolation. <i>Structural Control and Health Monitoring</i> 24 (2017), Nr. 10, S. 1–19

Erklärung zur Zitation von Inhalten aus studentischen Arbeiten

In Ergänzung zu meinem Antrag auf Zulassung zur Promotion in der Fakultät für Maschinenbau der Universität Paderborn erkläre ich gemäß §11 der Promotionsordnung und unter Beachtung der Regelung zur Zitation studentischer Arbeiten:

Die von mir vorgelegte Dissertation habe ich selbstständig verfasst, **und ich habe keine anderen** als die dort angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Es sind **Inhalte** studentischen Ursprungs (studentische Arbeiten) in dieser Dissertation enthalten.

Ich habe die verwendeten Arbeiten entsprechend der Regelung "Zitation aus studentischen Arbeiten in Dissertationen" zitiert.

Paderborn, im Dezember 2021

Simon Olma

Das Heinz Nixdorf Institut – Interdisziplinäres Forschungszentrum für Informatik und Technik

Das Heinz Nixdorf Institut ist ein Forschungszentrum der Universität Paderborn. Es entstand 1987 aus der Initiative und mit Förderung von Heinz Nixdorf. Damit wollte er Ingenieurwissenschaften und Informatik zusammenführen, um wesentliche Impulse für neue Produkte und Dienstleistungen zu erzeugen. Dies schließt auch die Wechselwirkungen mit dem gesellschaftlichen Umfeld ein.

Die Forschungsarbeit orientiert sich an dem Programm "Dynamik, Mobilität, Vernetzung: Eine neue Schule des Entwurfs der technischen Systeme von morgen". In der Lehre engagiert sich das Heinz Nixdorf Institut in Studiengängen der Informatik, der Ingenieurwissenschaften und der Wirtschaftswissenschaften.

Heute wirken am Heinz Nixdorf Institut sieben Professorinnen und Professoren mit rund 100 Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern. Pro Jahr promovieren hier etwa 15 Nachwuchswissenschaftlerinnen und Nachwuchswissenschaftler.

Heinz Nixdorf Institute – Interdisciplinary Research Centre for Computer Science and Technology

The Heinz Nixdorf Institute is a research centre within the Paderborn University. It was founded in 1987 initiated and supported by Heinz Nixdorf. By doing so he wanted to create a symbiosis of computer science and engineering in order to provide critical impetus for new products and services. This includes interactions with the social environment.

Our research is aligned with the program "Dynamics, Mobility, Integration: Enroute to the technical systems of tomorrow." In training and education the Heinz Nixdorf Institute is involved in many programs of study at the Paderborn University. The superior goal in education and training is to communicate competencies that are critical in tomorrows economy.

Today seven Professors and 100 researchers work at the Heinz Nixdorf Institute. Per year approximately 15 young researchers receive a doctorate.

Zuletzt erschienene Bände der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

- Bd. 377 WEBER, J.: Modellbasierte Werkstückund Werkzeugpositionierung zur Reduzierung der Zykluszeit in NC-Programmen. Dissertation, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 377, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-942647-96-0
- Bd. 378 OESTERSÖTEBIER, F.: Modellbasierter Entwurf intelligenter mechatronischer Systeme mithilfe semantischer Technologien. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 378, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-942647-97-7
- Bd. 379 ABELDGAWAD, K.: A System-Level Design Framework for Networked Driving Simulation. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 379, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-942647-98-4
- Bd. 380 JUNG, D.: Local Strategies for Swarm Formations on a Grid. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 380, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-942647-99-1
- Bd. 381 PLACZEK, M.: Systematik zur geschäftsmodellorientierten Technologiefrühaufklärung. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 381, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-00-2
- Bd. 382 KÖCHLING, D.: Systematik zur integrativen Planung des Verhaltens selbstoptimierender Produktionssysteme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 382, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-01-9
- Bd. 383 KAGE, M.: Systematik zur Positionierung in technologieinduzierten Wertschöpfungsnetzwerken. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 383, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-02-6

- Bd. 384 DÜLME, C.: Systematik zur zukunftsorientierten Konsolidierung variantenreicher Produktprogramme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 384, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-03-3
- Bd. 385 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 14. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 8. und 9. November 2018, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 385, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-04-0
- Bd. 386 SCHNEIDER, M.: Spezifikationstechnik zur Beschreibung und Analyse von Wertschöpfungssystemen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 386, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-05-7
- Bd. 387 ECHTERHOFF, B.: Methodik zur Einführung innovativer Geschäftsmodelle in etablierten Unternehmen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 387, Paderborn, 2018 – ISBN 978-3-947647-06-4
- Bd. 388 KRUSE, D.: Teilautomatisierte Parameteridentifikation für die Validierung von Dynamikmodellen im modellbasierten Entwurf mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 388, Paderborn, 2019 – ISBN 978-3-947647-07-1
- Bd. 389 MITTAG, T.: Systematik zur Gestaltung der Wertschöpfung für digitalisierte hybride Marktleistungen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 389, Paderborn, 2019 – ISBN 978-3-947647-08-8
- Bd. 390 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 15. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 21. und 22. November 2019, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 390, Paderborn, 2019 – ISBN 978-3-947647-09-5

Bezugsadresse: Heinz Nixdorf Institut Universität Paderborn Fürstenallee 11 33102 Paderborn

Zuletzt erschienene Bände der Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts

- Bd. 391 SCHIERBAUM, A.: Systematik zur Ableitung bedarfsgerechter Systems Engineering Leitfäden im Maschinenbau. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 391, Paderborn, 2019 – ISBN 978-3-947647-10-1
- Bd. 392 PAI, A.: Computationally Efficient Modelling and Precision Position and Force Control of SMA Actuators. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 392, Paderborn, 2019 – ISBN 978-3-947647-11-8
- Bd. 393 ECHTERFELD, J.: Systematik zur Digitalisierung von Produktprogrammen. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 393, Paderborn, 2020 – ISBN 978-3-947647-12-5
- Bd. 394 LOCHBICHLER, M.: Systematische Wahl einer Modellierungstiefe im Entwurfsprozess mechatronischer Systeme. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 394, Paderborn, 2020 ISBN 978-3-947647-13-2
- Bd. 395 LUKEI, M.: Systematik zur integrativen Entwicklung von mechatronischen Produkten und deren Prüfmittel. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 395, Paderborn, 2020 – ISBN 978-3-947647-14-9
- Bd. 396 KOHLSTEDT, A.: Modellbasierte Synthese einer hybriden Kraft-/Positionsregelung für einen Fahrzeugachsprüfstand mit hydraulischem Hexapod. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 396, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-15-6
- Bd. 397 DREWEL, M.: Systematik zum Einstieg in die Plattformökonomie. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 397, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-16-3

- Bd. 398 FRANK, M.: Systematik zur Planung des organisationalen Wandels zum Smart Service-Anbieter. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 398, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-17-0
- Bd. 399 KOLDEWEY, C.: Systematik zur Entwicklung von Smart Service-Strategien im produzierenden Gewerbe. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 399, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-18-7
- Bd. 400 GAUSEMEIER, J. (Hrsg.): Vorausschau und Technologieplanung. 16. Symposium für Vorausschau und Technologieplanung, Heinz Nixdorf Institut, 2. und 3. Dezember 2021, Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften, Berlin, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 400, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-19-4
- Bd. 401 BRETZ, L.: Rahmenwerk zur Planung und Einführung von Systems Engineering und Model-Based Systems Engineering. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 401, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-20-0
- Bd. 402 LIANG, W.: Ultrabreitbandige Sampler in SiGe-BiCMOS-Technologie für Analog-Digital-Wandler mit zeitversetzter Abtastung. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 402, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-21-7
- Bd. 403 HILLEBRAND, M.: Entwicklungssystematik zur Integration von Eigenschaften der Selbstheilung in Intelligente Technische Systeme. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik, Universität Paderborn, Verlagsschriftenreihe des Heinz Nixdorf Instituts, Band 403, Paderborn, 2021 – ISBN 978-3-947647-22-4

Bezugsadresse: Heinz Nixdorf Institut Universität Paderborn Fürstenallee 11 33102 Paderborn



Diese Arbeit behandelt die Systemtheorie von Hardware-in-the-Loop-Simulationen (HiL-Simulationen). Das Ziel ist die Entwicklung einer neuartigen Methode mit der auch mechatronische mehrdimensionale HiL-Systeme entworfen und analysiert werden können. Als mächtiges Hilfsmittel des Entwurfsprozesses kann die in dieser Arbeit identifizierte Analogie bestimmter HiL-Systemstrukturen zu indirekten Kraftregelungen genannt werden. Die Analyse der dynamischen Eigenschaften sowie der HiL-Simulationsgüte stellt einen wichtigen Bestandteil des Entwurfs dar.

Als Anwendungsbeispiel wird ein Fahrzeugachsprüfstand betrachtet, mit dem HiL-Simulationen für zukünftige Anwendungen in der Fahrwerkentwicklung realisiert werden sollen. Zur Anregung des im Prüfstand verbauten Prüflings wird ein Hexapod, eine parallelkinematische Maschine (PKM), verwendet.

Die Analyse des Stands der Technik und Forschung findet zu den Themen HiL-Simulation sowie beobachterbasierte Positions- und Kraftregelung von PKM statt. Im ersten Entwurfsteil werden mehrere HiL-Systemund Reglerkonfigurationen entwickelt. Deren Eigenschaften werden mithilfe von Simulationen und theoretischen Überlegungen analysiert und miteinander verglichen. Dies geschieht anhand eines vereinfachten Ersatzsystems. Nach einer Auswahl der für das Anwendungsbeispiel besten HiL-Konfiguration wird diese im zweiten Entwurfsteil für den mehrdimensionalen Fall erweitert. Im Fokus steht dabei die beobachterbasierte Regelung der PKM. Mithilfe von Simulationsergebnissen wird die Effektivität der erarbeiteten Methode nachgewiesen.