

# Bruchmechanisches Berechnungskonzept zur belastungsgerechten Auslegung von statisch und schwingend belasteten, elastischen Klebverbindungen

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Maschinenbau  
der Universität Paderborn

genehmigte  
DISSERTATION

von  
Tobias Duffe, M. Sc.  
aus Soest

Tag des Kolloquiums: 27.06.2023

Referent: Prof. Dr.-Ing. Gunter Kullmer

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Gerson Meschut



## DANKSAGUNG

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter bei der Angewandten Mechanik der Universität Paderborn.

Mein besonderer Dank gilt in erster Linie dem Leiter der Angewandten Mechanik Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunter Kullmer für das hervorgebrachte Vertrauen, seine vorbildliche Unterstützung, die wertvollen Diskussionen sowie die gewährte Freiheit bei meiner wissenschaftlichen Arbeit.

Dem Leiter des Laboratoriums für Werkstoff- und Fügetechnik Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerson Meschut danke ich für das gezeigte Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Volker Schöppner sowie Herrn Prof. Dr. rer. nat. Thomas Tröster für die Mitarbeit in der Promotionskommission.

Für den fachlichen Austausch und die angenehme Zusammenarbeit gilt mein weiterer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Albert Richard und Frau Dr.-Ing. Britta Schramm. Dies gilt ebenfalls für meine weiteren Kolleginnen und Kollegen der Angewandten Mechanik Frau Dipl.-Medienwirtin Michaela Brock, Frau M. Sc. Deborah Weiß, Frau Dr.-Ing. Lena Risse, Herrn Dr.-Ing. Alexander Grübel, Herrn Dr.-Ing. Benjamin Bauer, Herrn Dr.-Ing. Tommy Schafran, Herrn M. Sc. Tintu David Joy, Herrn M. Sc. Steven Woodcock, Herrn M. Sc. Finn Buttgerit und Herrn M. Sc. Moritz Buczek. Ebenso gilt mein Dank den engagierten Bachelor-, Studien- und Masterarbeiter:innen sowie den studentischen Hilfskräften.

Beim Team des Laboratoriums für Werkstoff und Fügetechnik und den Industriepartnern bedanke ich mich für die im Rahmen gemeinsamer Forschungsprojekte gezeigte Unterstützung und hervorragende Zusammenarbeit.

Abschließend danke ich herzlichst meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Birgit und Bernhard Duffe, sowie meinen Freunden für die Unterstützung, Rücksichtnahme und benötigte Ablenkung.

Paderborn, im Juli 2023

Tobias Duffe



## ZUSAMMENFASSUNG

Bei der technischen Umsetzung von Leichtbaukonzepten bieten elastische Klebverbindungen das Potential neben dem wirtschaftlichen Fügen von verschiedenartigen Werkstoffen eine Kraftübertragung zu realisieren, die zugleich Relativbewegungen der Fügepartner kompensiert. Damit das Potential dieser Füge-technologie voll ausgeschöpft werden kann, ist die belastungsgerechte Dimensionierung der elastischen Klebschicht entscheidend. Um diese bereits im virtuellen Produktentwicklungsprozess zu gewährleisten, wird in dieser Arbeit ein Berechnungskonzept thematisiert, welches das Ziel hat für elastische Klebverbindungen die statische Tragfähigkeit als auch die erreichbare Lebensdauer unter schwingender Belastung mit FE-Simulationen zu prognostizieren. Dafür wird ein bruchmechanischer Ansatz vorgestellt, der über Idealisierungen das Rissausbreitungspotential kleiner Risse in den Fokus stellt. Die Ausarbeitung der daraus abgeleiteten Versagens- und Lebensdauerhypothese prägt mit der dafür notwendigen kontinuums- und bruchmechanischen Klebstoffcharakterisierung, der FE-Prozedur an rissbehafteten RVE-Modellen, der Methodenentwicklung zur Identifikation von Materialparametern und der Programmierung einer Berechnungssoftware den Inhalt dieser Arbeit. Die anschließende Validierung des Berechnungskonzepts erfolgt an verschiedenen Klebschichtprüfkörpern, für die Daten von Zug- und Schwingfestigkeitsversuchen vorliegen. Die Gegenüberstellung der Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen mit den Versuchsdaten belegt, dass das Berechnungskonzept hohe Prognosegüten erzielt und sich damit für die belastungsgerechte Auslegung von elastischen Klebverbindungen qualifiziert.

## SUMMARY

In the production of lightweight designs, elastic adhesive joints offer the potential not only to join different materials economically, but also to transmit loads while compensating for relative displacements of the adherends. In order to fully exploit the potential of this joining technology, the load-compliant dimensioning of the elastic adhesive layer is decisive. For this reason, this dissertation deals with a simulation concept, which has the objective to predict the static load-bearing capacity as well as the service life under fatigue load for elastic bonded joints at the virtual product development stage by utilizing FE-simulations. For this purpose, a fracture mechanical approach is presented, which focuses via idealizations on the crack propagation potential of small cracks. The elaboration of the derived failure and fatigue life hypothesis with the necessary continuum and fracture mechanics adhesive characterization, the FE procedure on cracked RVE models, the method development for the identification of material parameters and the programming of an application software define the content of this work. The subsequent validation of the simulation concept is carried out on various elastic bonded joint test specimens for which data from tensile strength and fatigue tests are available. By comparing the numerical load-bearing capacity and service life predictions with the test data, it can be shown that the calculation concept achieves a high degree of prediction accuracy and thus qualifies for the load-compliant design of elastic adhesive joints.



## VORVERÖFFENTLICHUNGEN

- [DK22a] DUFFE, T.; KULLMER, G.: Bruchmechanisches Konzept zur effizienten Auslegung hyperelastischer Klebverbindungen. In: MESCHUT, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; KULLMER, G.; DUFFE, T.: IGF-Forschungsbericht: Methodenentwicklung zur numerischen Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen infolge zyklischer Beanspruchung mittels bruchmechanischer Ansätze – IGF-Nr. 20306N. 509, Deutscher Verband für Schweißen und verwandte Verfahren e.V. (DVS), 2022, S. 54–139
- [DK22b] DUFFE, T.; KULLMER, G.: Bruchmechanische Klebstoffcharakterisierung. In: MESCHUT, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; KULLMER, G.; DUFFE, T.: IGF-Forschungsbericht: Methodenentwicklung zur numerischen Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen infolge zyklischer Beanspruchung mittels bruchmechanischer Ansätze – IGF-Nr. 20306N. 509, Deutscher Verband für Schweißen und verwandte Verfahren e.V. (DVS), 2022, S. 48–74
- [DKT+21] DUFFE, T.; KULLMER, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; MESCHUT, G.: Bruchmechanische Lebensdauervorhersage für hyperelastische Klebverbindungen. In: DEUTSCHER VERBAND FÜR MATERIALFORSCHUNG UND -PRÜFUNG E.V. (HRSG.): Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethode und Anwendungen – 53. Tagung des Arbeitskreises Bruchmechanik und Bauteilsicherheit. Berlin, 2021, S. 167–178. doi.org/10.48447/Br-2021-019
- [DKT+22] DUFFE, T.; KULLMER, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; MESCHUT, G.: Global energy release rate of small penny-shaped cracks in hyperelastic materials under general stress conditions. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, (121), 2022. doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103461
- [DSK+21] DUFFE, T.; SCHRAMM, B.; KULLMER, G.: Experimentelle Ermittlung von Rissfortschrittskurven für hyperelastische Klebstoffe. In: DEUTSCHER VERBAND FÜR MATERIALFORSCHUNG UND -PRÜFUNG E.V. (HRSG.): Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethode und Anwendungen – 53. Tagung des Arbeitskreises Bruchmechanik und Bauteilsicherheit. Berlin, 2021, S. 157–166. doi.org/10.48447/br-2021-018
- [DTA+22] DUFFE, T.; TEWS, K.; AUBEL, T.; MESCHUT, G.; KULLMER, G.: Numerische Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen mit einem bruchmechanischen Ansatz. *Schweißen und Schneiden-Fachzeitschrift für Schweißen und verwandte Verfahren (DVS)*, (74)9, 2022, S. 570–576
- [DTK+22] DUFFE, T.; TEWS, K.; KULLMER, G.; MESCHUT, G.: Fracture mechanical concept to predict crack nucleation in elastic adhesive joints. ECF23-European Conference on Fracture (Vortrag), Funchal, Portugal, 27.06-01.07.2022

- [TAT+22] TEWS, K.; AUBEL, T.; TEUTENBERG, D.; MESCHUT, G.; DUFFE, T.; KULLMER, G.: Methodenentwicklung zur numerischen Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen infolge zyklischer Beanspruchung mittels bruchmechanischer Ansätze. 22. Kolloquium Gemeinsame Forschung in der Klebtechnik (Vortrag), Online, 15.-16.02.2022
- [TAT+21] TEWS, K.; AUBEL, T.; TEUTENBERG, D.; MESCHUT, G.; DUFFE, T.; KULLMER, G.: Methodenentwicklung zur numerischen Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen infolge zyklischer Beanspruchung mittels bruchmechanischer Ansätze. 21. Kolloquium Gemeinsame Forschung in der Klebtechnik (Vortrag), Online, 02.-03.03.2022

# INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen und Symbole.....	V
<b>1 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Stand der Technik und Forschung.....	3
1.2 Motivation und Zielsetzung .....	4
1.3 Aufbau der Arbeit.....	5
<b>2 Grundlagen .....</b>	<b>7</b>
2.1 Mechanisches Deformationsverhalten von elastischen Klebschichten.....	7
2.2 Nichtlineare Festkörpermechanik.....	10
2.2.1 Deformation des Festkörpers.....	10
2.2.2 Verzerrungsenergiedichtefunktionen .....	12
2.2.3 Charakterisierung des Beanspruchungszustands .....	16
2.3 Prinzipielle Herangehensweisen für die Versagens- und Lebensdauerprognose von elastischen Klebverbindungen .....	17
2.3.1 Betriebsbedingte Beanspruchungsarten.....	18
2.3.2 Kontinuums- und bruchmechanische Methoden zur Versagensprognose bei quasistatischen Belastungen .....	20
2.3.3 Kontinuums- und bruchmechanische Methoden zur Lebensdauerprognose bei schwingenden Belastungen .....	28
<b>3 Bruchmechanischer Ansatz .....</b>	<b>35</b>
3.1 Potentiale und Herausforderungen kontinuums- und bruchmechanischer Ansätze....	35
3.2 Idealisierungen und Annahmen.....	37
3.3 Potentiale bei der bruchmechanischen Betrachtung kleiner, idealisierter Risse .....	39
3.4 Ansatz für eine bruchmechanische Versagenshypothese bei statischer Klebschichtbelastung.....	42
3.5 Ansatz für eine bruchmechanische Lebensdauerhypothese bei schwingender Klebschichtbelastung.....	43
3.6 Aufgabenstellungen zur Ausarbeitung der bruchmechanischen Ansätze .....	48
<b>4 Werkstoffe, Prüfkörper und deren Finite Elemente Modellierung.....</b>	<b>51</b>
4.1 Werkstoffe .....	51
4.1.1 Klebstoffe .....	51
4.1.2 Fügeteilwerkstoffe.....	53

<b>4.2</b>	<b>Prüfkörper</b> .....	<b>55</b>
4.2.1	Substanzprüfkörper .....	55
4.2.2	Grundlegende Klebschichtprüfkörper .....	57
4.2.3	Technologische Klebschichtprüfkörper .....	60
<b>4.3</b>	<b>Finite-Elemente Modelle</b> .....	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>Klebstoffcharakterisierung</b> .....	<b>67</b>
<b>5.1</b>	<b>Kontinuumsmechanische Klebstoffcharakterisierung</b> .....	<b>67</b>
5.1.1	Reversibles Konstitutivgesetz .....	67
5.1.2	Irreversibles Konstitutivgesetz .....	68
5.1.3	Validierung .....	70
<b>5.2</b>	<b>Bruchmechanische Klebstoffcharakterisierung</b> .....	<b>71</b>
5.2.1	Mechanische und bruchmechanische Eigenschaften von Planarzugproben .....	71
5.2.2	Up-Down-Versuchsverfahren zur Messung von Rissfortschrittskurven .....	75
5.2.3	Einfluss der Lastfrequenz und des Lastverhältnisses auf das bruchmechanische Ermüdungsrissverhalten .....	83
5.2.4	Parametrisierung des Rissfortschrittsgesetzes .....	84
<b>6</b>	<b>Energiefreisetzungsrate kleiner Risse</b> .....	<b>87</b>
<b>6.1</b>	<b>Finite-Elemente-Prozedur an rissbehafteten RVE-Modellen</b> .....	<b>88</b>
6.1.1	1/8-RVE-Modell .....	88
6.1.2	RVE-Modell .....	93
<b>6.2</b>	<b>Auswertung und Diskussion</b> .....	<b>94</b>
6.2.1	Modellvalidierung .....	94
6.2.2	Energiefreisetzungsrate bei rein dilatorischen Spannungszuständen .....	95
6.2.3	Energiefreisetzungsrate bei allgemeinen Spannungszuständen .....	96
6.2.4	Einfluss der Rissorientierung .....	99
6.2.5	Äquivalenzprinzip .....	101
6.2.6	Empirischer Funktionsansatz .....	101
6.2.7	Einfluss dissipativer Materialeffekte .....	103
6.2.8	Berücksichtigung von Riss-schließeffekten .....	104
<b>6.3</b>	<b>Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse</b> .....	<b>105</b>
<b>7</b>	<b>Berechnungssoftware</b> .....	<b>107</b>
<b>7.1</b>	<b>Programmstruktur</b> .....	<b>107</b>
<b>7.2</b>	<b>Analysearten</b> .....	<b>109</b>
<b>7.3</b>	<b>Performance</b> .....	<b>113</b>
<b>7.4</b>	<b>Anwendungsbeispiel</b> .....	<b>115</b>

---

<b>8</b>	<b>Anwendung und Validierung der bruchmechanischen Versagenshypothese.....</b>	<b>121</b>
8.1	Identifikation des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts.....	121
8.2	Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung .....	123
8.3	Validierung .....	125
<b>9</b>	<b>Anwendung und Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese ....</b>	<b>129</b>
9.1	Parameterstudie .....	129
9.2	Identifikation einer zulässigen Kombination aus Anfangsrisslänge und Rissinitiierungsfaktor .....	136
9.3	Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung .....	139
9.4	Validierung .....	140
9.5	Lebensdauerprognose im High-Cycle-Fatigue Bereich.....	149
9.6	Einfluss von dissipativen Materialeffekten.....	151
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>155</b>
10.1	Zusammenfassung .....	155
10.2	Ausblick .....	159
<b>11</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>161</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>165</b>



**VERZEICHNIS DER VERWENDETEN ABKÜRZUNGEN UND SYMBOLE****Abkürzungen**

BF2850L	BETAFORCE™ 2850L
CCT	Center-Cracked-Tension
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CPU	Central Processing Unit
CT	Computertomographie
Dev.	Deviatorisch
DIC	Digitale Bildkorrelation
Dil.	Dilatorisch
DMA	Dynamisch mechanische Analyse
E-Modul	Elastizitätsmodul
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
Exp.	Experimentell
FAM	ANGEWANDTE MECHANIK
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FKM	FORSCHUNGSKURATORIUM MASCHINENBAU E.V.
HCF	High-Cycle-Fatigue
Hyb.	Hybrid
IGF	INDUSTRIELLE GEMEINSCHAFTSFORSCHUNG
KTL	Kathodische Tauchlackierung
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
Log.	Logarithmisch
LW	Lastwechsel
LWF	LABORATORIUM FÜR WERKSTOFF- UND FÜGETECHNIK
PBP	PODGÓRSKI- BIGONI-PICCOLROAZ
PKW	Personenkraftwagen
PTFE	Polytetrafluorethylen
PU	Polyurethan
Ref.	Referenz

REM	Rasterelektronenmikroskop
RIF	Rissinitiierungsfaktor
RT	Raumtemperatur (23°C)
RVE	Repräsentatives Volumenelement
SENT	Single-Edge-Notch-Tension
vgl.	vergleiche
zykl.	zyklisch
1K-Klebstoff	Einkomponenten-Klebstoff
2K-Klebstoff	Zweikomponenten-Klebstoff

### Lastwechsel bezogene Bezeichnungen

$(\cdot)_a$	Amplitude von $(\cdot)$ während eines Lastwechsels
$(\cdot)_m$	Mittelwert von $(\cdot)$ während eines Lastwechsels
$(\cdot)_{\max}$	Maximum von $(\cdot)$ während eines Lastwechsels
$(\cdot)_{\min}$	Minimum von $(\cdot)$ während eines Lastwechsels
$\Delta(\cdot)$	Schwingbreite von $(\cdot)$ während eines Lastwechsels

### Operatoren

$\text{dev}(\mathbf{T})$	Deviator von $\mathbf{T}$ : $\mathbf{T} - 1/3 \text{sp}(\mathbf{T})$
$\text{det}(\mathbf{T})$	Determinante von $\mathbf{T}$
$\exp(\cdot)$	Exponentialfunktion mit dem Exponenten $(\cdot)$
$\log(\cdot)$	Logarithmus von $(\cdot)$
$\lim(\cdot)$	Grenzwert von $(\cdot)$
$\mathbf{T}^{-1}$	Inverse von $\mathbf{T}$
$\mathbf{T}^{-\text{T}}$	Inverse der Transponierten von $\mathbf{T}$
$\mathbf{T}^{\text{T}}$	Transponierte von $\mathbf{T}$
$\text{sgn}(x)$	Vorzeichen von $x$
$\text{sp}(\mathbf{T})$	Spur von $\mathbf{T}$
$d/d(\cdot)$	Totale Ableitung nach $(\cdot)$
$\partial/\partial(\cdot)$	Partielle Ableitung nach $(\cdot)$
$\langle \cdot \rangle$	MACAULAY-Operator: $\langle x \rangle = (x +  x )/2$
$ \cdot $	Betrag
$\bar{x} \otimes \bar{y}$	Dyadisches Produkt der Vektoren $\bar{x}$ und $\bar{y}$
$\mathbf{x} : \mathbf{y}$	Frobenius-Skalarprodukt der Tensoren $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$

**Skalare**

$A$	Rissfläche
$A_k$	Klebsfläche
$a$	Risslänge/Rissradius
$a_0$	Anfangsrisslänge/Anfangsrissradius
$a_c$	Instabilitätskennzeichnende Endrisslänge/Endrissradius
$b$	Dimensionsloser Faktor bei der $\bar{G}/a$ -Funktion
$b_{EL}$	Elementkantenlänge in Richtung der Klebschichtbreite und -länge
$C_P$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach PARIS
$c_{ij}$	Materialparameter bei der Polynomenreihe nach RIVLIN und SAUNDERS
$c_u^a, c_{\Delta u}^a$	Steifigkeit der Planarzugprobe zu einer Verschiebung $u$ bzw. Verschiebungsschwingbreite $\Delta u$ und einer Risslänge $a$
$c_u^0, c_{\Delta u}^0$	Referenzsteifigkeit der Planarzugprobe zu einer Verschiebung $u$ bzw. Verschiebungsschwingbreite $\Delta u$ und einem nicht existenten Anriss
$D_{OR}$	Schädigungsvariable beim Ansatz von OGDEN-ROXBURGH
$dA$	Infinitesimaler Rissflächenfortschritt
$da$	Infinitesimaler Risslängenfortschritt
$da/dN$	Rissfortschrittsrate
$(da/dN)_{th}$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER
$d_k$	Klebschichtdicke
$d_{Pz}$	Dicke des freien Bereichs der Planarzugprobe
$dV$	Infinitesimales Volumenelement in der Referenzkonfiguration
$dv$	Infinitesimales Volumenelement in der Momentankonfiguration
$E$	Elastizitätsmodul
$e_{\Delta a}$	Approximationsfehler bei der Risserweiterungsmethode
$F$	Kraft
$f$	Frequenz
$f(\cdot)$	Unspezifizierte skalare Funktion
$G$	Energiefreisetzungsrate
$\bar{G}$	Durchschnittswert der entlang der Rissfront wirkenden Energiefreisetzungsrate
$G_c$	Risszähigkeit beim energetischen Kriterium
$g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots)$	Verallgemeinerter Funktionszusammenhang zur Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrates $\bar{G}/a$ bei einem Kleinrissproblem
$h_{Pz}$	Höhe des freien Bereichs der Planarzugprobe

$h_{EL}$	Elementkantenlänge in Richtung der Klebschichtdicke
$I_{1,T}, I_{2,T}, I_{3,T}$	Erste, zweite und dritte Hauptinvariante von $\mathbf{T}$
$J$	Volumenverhältnis
$J_I$	$J$ -Integral
$K_c$	Risszähigkeit beim K-Kriterium
$K_{eq}$	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Spannungsintensitätsfaktoren
$k$	Neigungsparameter der Zeitfestigkeitsgeraden
$L$	Last
$L_i$	Last zum Lastinkrement $i$
$l_{RVE}$	Kantenlänge der RVE-Modelle
$m_{ER}$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach ERDOGAN UND RATWANI
$m_{OR}$	Materialparameter beim Ansatz von OGDEN-ROXBURGH
$m_P$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach PARIS
$N$	Lastwechsel/Schwingspiel
$N_D$	Ecklastwechselzahl
$N_f$	Technische Lebensdauer/Bruchlastwechselzahlen
$N_{f,exp}$	Experimentelle Bruchlastwechselzahlen
$N_{f,pre}$	Lebensdauerprognose
$N_i$	Rissinitiierungslebensdauer
$N_p$	Rissfortschrittslebensdauer
$N_{\Delta a}$	Einem Rissfortschritt $\Delta a$ zugehörige Lastwechselzahl
$O$	Anzahl der Operationen innerhalb der Berechnungssoftware
$P_{A,X\%}$	Ausfallwahrscheinlichkeit mit $X\%$
$p_i$	Regressionskoeffizienten
$R_L$	Lastverhältnis bezüglich der Größe $L$
$R^2$	Bestimmtheitsmaß
$r_{OR}$	Materialparameter beim Ansatz von OGDEN-ROXBURGH
$r_x, r_y, r_z$	Rotation um die kartesischen Raumrichtungen $x, y, z$
$s$	Rissfrontkoordinate
$s_{log}$	Log. Standardabweichung
$T$	Periodendauer
$T_N$	Streuspanne
$t$	Zeit

$t_{\text{CPU}}$	Ausführungszeit der Berechnungssoftware
$\tan \gamma_{\text{N}}$	Nenngleitung
$u_x, u_y, u_z$	Verschiebung in die kartesischen Raumrichtungen $x, y, z$
$u_0$	Anfängliche, maximale Verschiebung beim Down-Versuch
$\dot{u}$	Prüfgeschwindigkeit
$\nu$	Poissonzahl
$w_{\text{Pz}}$	Weite des freien Bereichs der Planarzugprobe
$\alpha_{\text{PBP}}$	Formparameter der deviatorischen Vergleichshypothese nach PODGÓRSKI-BIGONI-PICCOLROAZ
$\beta_{\text{OR}}$	Materialparameter beim Ansatz von OGDEN-ROXBURGH
$\beta_{\text{PBP}}$	Formparameter der deviatorischen Vergleichshypothese nach PODGÓRSKI-BIGONI-PICCOLROAZ
$\gamma$	Gleitung
$\Delta a$	Risserweiterungsincrement
$\Delta t$	Zeitintervall
$\Delta G$	Zyklische Energiefreisetzungsrates
$\Delta G_{\text{c}}$	Zyklische Risszähigkeit
$\Delta G_{\text{th}}$	Threshold
$\Delta \bar{G}$	Durchschnittswert der entlang der Rissfront wirkenden zyklischen Energiefreisetzungsrates
$\Delta N$	Lastwechselinkrement
$\Delta \Pi$	Änderung der potentiellen Energie eines Festkörpers
$\delta$	Absenkfaktor
$\varepsilon$	Dehnung
$\dot{\varepsilon}$	Dehnrates
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Hauptdehnungen des log. Dehnungstensors $\varepsilon$
$\varepsilon_{\text{b}}$	Bruchdehnung
$\varepsilon_{\text{c}}$	Dehnungsbasierter Tragfähigkeitskennwert
$\varepsilon_{\text{c}}^{\text{dev}}$	Dehnungsbasierter Tragfähigkeitskennwert bei Deviationsbeanspruchung
$\varepsilon_{\text{c}}^{\text{dil}}$	Dehnungsbasierter Tragfähigkeitskennwert bei Dilatationsbeanspruchung
$\varepsilon_{\text{eq}}$	Dehnungsbasierte Vergleichshypothese
$\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{dev}}$	Dehnungsbasierte Vergleichshypothese für Deviationsbeanspruchung
$\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{dil}}$	Dehnungsbasierte Vergleichshypothese für Dilatationsbeanspruchung
$\varepsilon_{\text{N}}$	Nenndehnung
$\dot{\varepsilon}_{\text{N}}$	Nenndehnrates
$\varepsilon_{\text{pl}}$	Plastische Dehnung

$\varepsilon_R$	Log. Dehnung in Richtung des Rissnormalenvektors $\bar{R}$
$\eta_{1,T}, \eta_{2,T}, \eta_{3,T}$	Erste, zweite und dritte Invariante des Tensors $\mathbf{T}$ nach CRISCIONE ET. AL.
$\Theta$	Phasenverschiebung
$\kappa$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Hauptstreckungen
$\Lambda$	Kompressionsmodul
$\mu$	Schubmodul
$\Pi$	Potentielle Energie eines Festkörpers
$\Pi_{\text{ext}}$	Potentielle Energie der an einem Festkörper angreifenden, äußeren Kräfte
$\Pi_{\text{int}}$	Verzerrungsenergie eines Festkörpers
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma_a^1$	Ordinatenabschnitt einer normalspannungsbezogenen Zeitfestigkeitsgeraden
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen des Cauchy-Spannungstensors $\sigma$
$\sigma_c$	Spannungsbasierter Tragfähigkeitskennwert
$\sigma_D$	Dauerfestigkeit
$\sigma_{D,\text{pre}}$	Prognostizierte Dauerfestigkeit
$\sigma_{\text{eq}}$	Spannungsbasierte Vergleichshypothese
$\sigma_f$	Fließspannung
$\sigma_N$	Nennnormalspannung
$\sigma_R$	Normalspannung in Richtung des Rissnormalenvektors $\bar{R}$
$\tau$	Schubspannung
$\tau_a^1$	Ordinatenabschnitt einer schubspannungsbezogenen Zeitfestigkeitsgeraden
$\tau_N$	Nennschubspannung
$\tau_b$	Zugscherfestigkeit
$\xi_{1,T}, \xi_{2,T}, \xi_{3,T}$	Kartesische Koordinaten im Eigenwertraum des Tensors $\mathbf{T}$
$\xi_{1,T}, \rho_T, \theta_T$	HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten im Eigenwertraum des Tensors $\mathbf{T}$
$\zeta$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER
$\zeta_a$	Parameter beim Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER
$\Omega$	Parameter zur Druckmodifizierung einer deviatorischen Vergleichshypothese
$\chi$	Rissinitiierungsfaktor
$\psi$	Verzerrungsenergiedichte
$\psi(\cdot)$	Verzerrungsenergiedichtefunktion

$\psi_{\text{dev}}(\cdot)$	Deviatorische Verzerrungsenergiedichtefunktion
$\psi_{\text{dev}}^e(\cdot)$	Elastischer Anteil einer deviatorischen Verzerrungsenergiedichtefunktion
$\psi_{\text{dev}}^p(\cdot)$	Pseudoplastischer Anteil einer deviatorischen Verzerrungsenergiedichtefunktion
$\psi_{\text{dil}}$	Dilatorische Verzerrungsenergiedichte
$\psi_{\text{dil}}(\cdot)$	Dilatorische Verzerrungsenergiedichtefunktion
$\psi_{\bar{r}}, \psi_{\bar{R}}$	Rissenergiedichte
$\vartheta$	Temperatur
$\vartheta_G$	Glasübergangstemperatur
$Y(\cdot)$	Schädigungsfunktion beim Ansatz von OGDEN-ROXBURGH

### Vektoren und Tensoren

$\mathbf{b}$	Linker Cauchy-Green-Deformationstensor
$\mathbf{C}$	Rechter Cauchy-Green-Deformationstensor
$\bar{\mathbf{C}}$	Modifizierter Cauchy-Green-Deformationstensor
$\bar{\mathbf{C}}^e$	Elastischer Anteil des modifizierten Cauchy-Green-Deformationstensors
$\bar{\mathbf{C}}^p$	Pseudoplastischer Anteil des modifizierten Cauchy-Green-Deformationstensors
$d\bar{A}$	Infinitesimales Flächenelement in der Referenzkonfiguration
$d\bar{a}$	Infinitesimales Flächenelement in der Momentankonfiguration
$d\bar{X}$	Infinitesimales Linienelement in der Referenzkonfiguration
$d\bar{x}$	Infinitesimales Linienelement in der Momentankonfiguration
$d\bar{\varepsilon}$	Dehnungsinkrementvektor
$d\bar{\varepsilon}$	Dehnungsinkrementtensor
$\mathbf{F}$	Deformationsgradient
$\mathbf{H}$	Verschiebungsgradient
$\mathbf{I}$	Einheitstensor
$\bar{N}_i$	Eigenvektor von Deformationstensenoren bezüglich der Referenzkonfiguration
$\bar{n}_i$	Eigenvektor von Deformationstensenoren bezüglich der Momentankonfiguration
$\bar{n}_\Gamma$	Normalenvektor des Integrationspfads $\Gamma$
$\bar{q}$	Vektor der virtuellen Rissausbreitungsrichtung
$\bar{r}$	Rissnormalenvektor bezüglich der Momentankonfiguration
$\bar{R}$	Rissnormalenvektor bezüglich der Referenzkonfiguration

<b>R</b>	Rotationstensor
<b>S</b>	2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
<b>U</b>	Materieller bzw. rechter Strecktensor
$\bar{u}$	Verschiebungsvektor
<b>v</b>	Räumlicher bzw. linker Strecktensor
$\bar{X}$	Ortsvektor des Materialpunkts in der Referenzkonfiguration
$\bar{x}$	Ortsvektor des Materialpunkts in der Momentankonfiguration
$\varepsilon$	Log. Dehnungstensor bezüglich der Momentankonfiguration
$\varepsilon_0$	Log. Dehnungstensor bezüglich der Referenzkonfiguration
$\sigma$	Cauchy-Spannungstensor
$\bar{\sigma}$	Cauchy-Spannungsvektor
$\varpi_{I-III}$	Winkeltensoren zur Beschreibung des asymptotischen Rissspitzenfeldes in der LEBM

### Verschiedenes

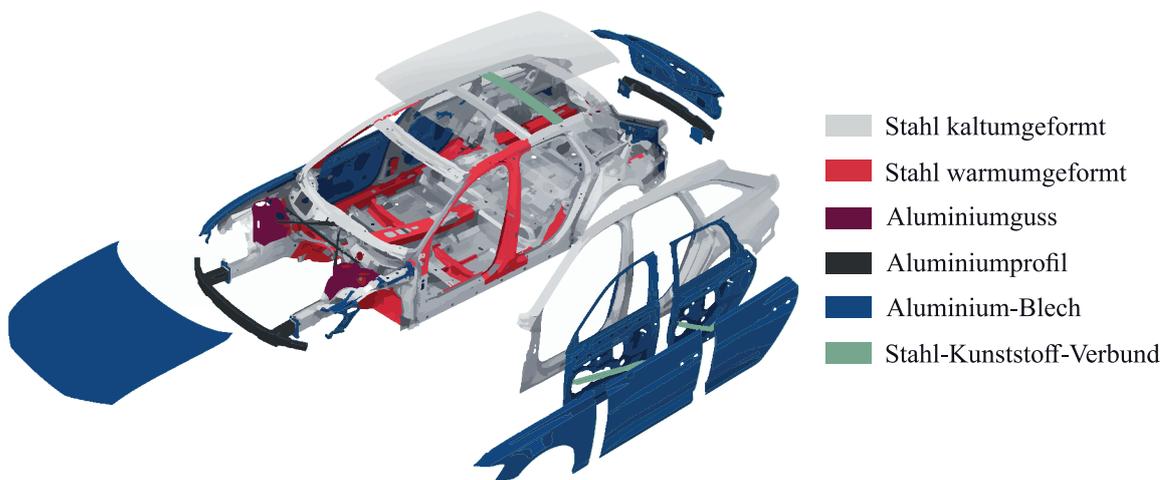
<b>B</b>	Gebiet des kontinuierlichen Festkörpers
$\Gamma$	Integrationspfad zur Berechnung des $J$ -Integrals
<b>P</b>	Materialpunkt
$\mathbb{E}^3$	Dreidimensionaler, euklidischer Raum

Alle weiteren verwendeten oder hiervon abweichenden Symbole und Bezeichnungen sind im Text erläutert.

# 1 EINLEITUNG

Unternehmen im Fahrzeugbau, der Luft- und Raumfahrt und im Bauwesen können im marktwirtschaftlichen Umfeld einen Wettbewerbsvorteil erlangen, indem den fortwährend steigenden Anforderungen an technische Strukturen in Form von Sicherheit, Funktionalität und Preis-Leistungs-Verhältnis mit der Entwicklung intelligenter Leichtbaukonzepte begegnet wird [GLM+18, KG19]. Auch gesamtwirtschaftlich wird das Potential des Leichtbaus seitens des BUNDESMINISTERIUMS FÜR WIRTSCHAFT UND KLIMASCHUTZ wegen des Beitrags „[...] zur Erreichung der Klima-, Umwelt-, Ressourcenschutz- und Nachhaltigkeitsziele [...]“ [Bun21] als so eminent angesehen, dass er als zukunftsweisende Schlüsseltechnologie in die langfristigen Leitlinien für Industriepolitik aufgenommen wurde [Bun19].

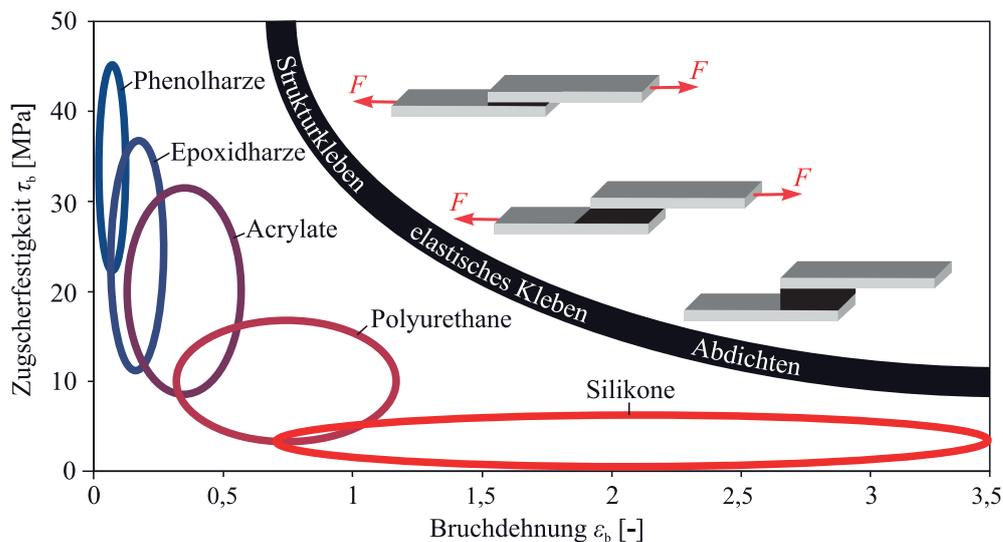
In der technischen Umsetzung ist der Leitgedanke von differentiellen Leichtbaukonzepten neben der Funktions- und Bauteilintegration, der lokal differenzierte Einsatz von Werkstoffen, deren Eigenschaften den örtlichen Anforderungen bestmöglich entsprechen und somit zur gezielten Strukturoptimierung beitragen [Mit21]. Die aus diesem Paradigma resultierenden Multi-Material-Designs, wie das in Abbildung 1.1 dargestellte Beispiel einer modernen PKW-Karosserie, benötigen nach MESCHUT ET. AL. [MJO14] innovative Füge-technologien, mit denen trotz der Vielfalt der verwendeten Werkstoffe die Einzelkomponenten bei der Montage zu einer Leichtbaustruktur verbunden werden können.



**Abbildung 1.1:** Multimaterialkarosserie mit Anbauteilen eines Audi A6 (C8) Avant [Aud18]

In diesem Kontext gerät von den nach DIN 8593 [DIN03] zur Verfügung stehenden Füge-technologien insbesondere die Klebtechnik in den Fokus [GLM+18, Mal21, LDB13]. Diese bietet das einzigartige Potential neben dem wirtschaftlichen Fügen von verschiedenartigen Werkstoffen, die Eigenschaften der Fügestelle durch die Wahl des Klebstoffsystems an die lokalen Anforderungen anzupassen [Hab09, FMR+17]. Auf diese Weise können die gewünschten Funktionalitäten in die Gesamtstruktur integriert und zusätzliche Leichtbaupotentiale ausgeschöpft werden.

Eine mechanische Klassifizierung moderner Klebstoffsysteme kann nach SCHMITZ und SYMIETZ [SS08] anhand der Zugscherfestigkeit  $\tau_b$  und der Bruchdehnung  $\varepsilon_b$  erfolgen, siehe Abbildung 1.2. Klebstoffsysteme auf Phenol- oder Epoxidbasis härten chemisch zu hochvernetzten Duromeren aus, sodass sie sich durch ein elastoplastisches Materialverhalten mit vergleichsweise hoher Festigkeit und geringer Dehnbarkeit auszeichnen [Hab09]. Diese Strukturklebstoffe werden daher mit einer typischen Klebschichtdicke von 0,1 mm – 0,3 mm zur Realisierung von steifen und zugleich hochfesten Strukturklebverbindungen eingesetzt. Im Kontext des beispielhaft angeführten Fahrzeugbaus haben sich diese zum Fügen der tragenden Rohkarosserien etabliert, da somit in Kombination mit mechanischen Fügeverfahren die hohen Anforderungen an Steifigkeit, Tragfähigkeit und Crashperformance erfüllt werden können [FMR+17]. Sollen jedoch neben der Kraftübertragung z. B. unterschiedliche Wärmeausdehnungen der Fügepartner kompensiert, fertigungsbedingte Bauteiltoleranzen ausgeglichen sowie Dämpfungs- und Dichtungsfunktionen integriert werden, dann qualifizieren sich insbesondere Klebstoffsysteme auf Polyurethan-Basis oder Silikon-Basis für den Einsatz [Prö13]. Da diese Klebstoffsysteme zu schwach vernetzten Elastomeren aushärten, haben elastische Klebverbindungen mit dem nachgiebigen Klebschichtverhalten und den einsatzspezifischen Klebschichtdicken von 1 mm – 5 mm das Potential selbst bei relativ großen Verzerrungen den Stoffschluss zwischen den Fügepartnern zu gewährleisten [Prö13, Hab09]. Diese Eigenschaft wird unter anderem im Fahrzeugbau beim Montieren von Blechanbauteilen oder Gläsern an die Stützstruktur ausgenutzt, um das Einleiten von Spannungen in die dünnwandigen Komponenten zu reduzieren [LDB13]. Da diese als Beplankung trotzdem noch maßgeblich zur Steifigkeit der Gesamtstruktur beitragen sollen, bleibt weiterhin die primäre Aufgabe von elastischen Klebverbindungen das Übertragen von Kräften und Momenten, weshalb sie auch als semistrukturale Klebverbindungen bezeichnet werden [Prö13]. Damit grenzen sie sich von Dichtfugen ab, deren wesentliche Aufgabe es ist, den Spalt zwischen den Fügeteilen mit extrem dehnbaren aber kaum belastbaren Dichtstoffen auszufüllen. Dabei ist trotz der beschriebenen Unterschiede hinsichtlich der Klassifizierung anzumerken, dass keine klaren, genormten Grenzen zwischen Strukturklebstoff, elastischer Klebstoff und Dichtstoff existieren.



**Abbildung 1.2:** Klassifizierung moderner Klebstoffsysteme (in Anlehnung an [SS08] und [VTF17])

Um das Potential von strukturellen und elastischen Klebverbindungen voll auszuschöpfen, ist die belastungsgerechte Auslegung der Klebschicht entscheidend. Während eine Überdimensionierung den wirtschaftlichen und technischen Aspekten der Ressourceneffizienz und dem Leitgedanken des Leichtbaus widerspricht, kann eine Unterdimensionierung der Klebschicht bei betriebsbedingten Beanspruchungen zu einem frühzeitigen Klebschichtversagen und somit zum Verlust der gesamten strukturellen Integrität führen. In diesem Kontext kann insbesondere unter zeitlich veränderlicher Klebschichtbelastung aufgrund von Materialermüdung ein frühzeitiges Klebschichtversagen weit unterhalb der statischen Festigkeitskennwerte auftreten [Abd12]. Damit dies bereits in der Produktentwicklungsphase vermieden wird, ist experimentell oder rechnerisch nachzuweisen, dass die Dimensionierung der Klebverbindung im späteren Einsatz nicht nur für quasistatische, sondern auch für ermüdende Belastungen geeignet ist.

Bei der experimentellen Nachweisführung werden reale Komponenten- bzw. Gesamtstrukturtests durchgeführt, um für den konkreten Anwendungsfall unmittelbar zu überprüfen, ob die verwendeten Klebverbindungen den zu erwartenden mechanischen Belastungen standhalten. Die direkte Art der Nachweisführung resultiert zwar für die geprüfte Struktur in einer hohen Aussagekraft, allerdings sind zum einen die gewonnenen Rückschlüsse auf die getestete Struktur beschränkt und nicht ohne weiteres auf andere Komponenten übertragbar. Zum anderen sind wegen der Fertigung der Prüfkörper und der gegebenenfalls mehrtägigen Versuchsdurchführung experimentelle Festigkeits- oder Ermüdungsnachweise mit einem erheblichen Zeit- und Kostenaufwand verbunden und erst zu einem späten Stadium des Produktentwicklungsprozesses durchführbar. Abhilfe kann an dieser Stelle die rechnerische Nachweisführung schaffen. Bei dieser wird die Belastung einer geklebten Struktur üblicherweise mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) computergestützt simuliert. Anschließend können numerisch bestimmte, mechanische Beanspruchungsgrößen im Rahmen eines Berechnungskonzepts genutzt werden, um für Klebverbindungen bei quasistatischen oder schwingenden Belastungsfällen die Tragfähigkeit bzw. Lebensdauer zu prognostizieren. Idealerweise basiert dabei das Berechnungskonzept auf Theorien, womit auf der Grundlage möglichst weniger Klebstoffkennwerte aussagekräftige Prognosen für beliebige, geklebte Strukturen erzielt werden können. Dadurch eröffnet sich die Möglichkeit, bereits im virtuellen und daher frühen Stadium des Produktentwicklungsprozesses eine belastungsgerechte Auslegung einer Klebverbindung nachzuweisen. Da dies mit einer erheblichen Reduzierung von Kosten und Entwicklungszeiten einhergeht, ist bei den industriellen Anwendern klebtechnischer Fügeverfahren das Interesse an solchen Berechnungskonzepten enorm [GLM+18, Gem15].

## 1.1 Stand der Technik und Forschung

Bei Klebverbindungen ist im Allgemeinen festzuhalten, dass im Gegensatz zu Metallstrukturen und der dort anerkannten Richtlinie des FORSCHUNGSKURATORIUM MASCHINENBAU (FKM) [For20] noch kein Standardwerk mit Richtliniencharakter existiert, deren Berechnungsvorschriften im Allgemeinen zum Erbringen von Tragfähigkeits- oder Lebensdauernachweisen verwendet werden könnten. Stattdessen wird bis dato im Rahmen von wissenschaftlichen Publikationen eine Vielzahl von Berechnungsansätzen auf Basis von analytischen, strukturmechanischen, schädigungsmechanischen oder bruchmechanischen Prinzipien vorgeschlagen, die das Ziel haben, die Tragfähigkeit und Lebensdauer einer Klebverbindung immer besser zu prognostizieren. Da die Übersichtspublikationen von ABDEL WAHAB [Abd12] und TSERPES ET. AL. [TBC+22] verdeutlichen, dass der Fokus vieler internationaler Forschungsvorhaben bisher primär auf Strukturklebverbindungen liegt, ist diesbezüglich der Kenntnisstand schon so weit fortgeschritten, dass nicht zuletzt im Rahmen von nationalen Forschungsprojekten [MNM+17, SHH+12, MBM+22, MKH+12, LMM+13] das Ziel verfolgt wird, bereits für komplexe<sup>1</sup> Belastungssituationen validierte Berechnungskonzepte für Strukturklebverbindungen zu entwickeln.

Im Vergleich dazu ist bei elastischen Klebverbindungen der Forschungsstand hinsichtlich validierter Berechnungskonzepte deutlich geringer. Dies ist unter anderem darin begründet, dass sich das Material- und das Versagensverhalten der eingesetzten Klebstoffsysteme auf Polyurethan- oder Silikon-Basis deutlich von den Strukturklebstoffen unterscheiden und folglich keine einfache Übertragbarkeit bestehender Konzepte gegeben ist. Bestrebungen, dieses Defizit zu vermindern, haben unter anderem SIKORA [Sik15], DRASS [Dra20], ROSENTHAL [Ros20] und NELSON [Nel19] unternommen, indem sie simulative Berechnungskonzepte zur Tragfähigkeitsprognose von elastischen Klebverbindungen unter quasistatischer Belastung in ihren Untersuchungen thematisieren. Jedoch wird in diesen Arbeiten der Einfluss der Materialermüdung nicht berücksichtigt, obwohl davon auszugehen ist, dass elastische Klebverbindungen im Einsatz überwiegend Betriebsbelastungen mit zeitlich veränderlichen Charakteristika ausgesetzt sind. Ein erstes Berechnungskonzept, womit die Lebensdauer schwingend beanspruchter Klebschichten prognostiziert werden soll, wird auf Basis eines bruchmechanischen Ansatzes von KABNER [Kaß16] vorgeschlagen. Da allerdings für die Anwendung dieses Ansatzes umfangreiche Parametrisierungsversuche notwendig sind und zugleich im Validierungsprozess eine unzureichende Prognosegüte erreicht wird, hat ÇAVDAR [Çav21] ein strukturmechanisches Berechnungskonzept entwickelt. Dieses stellt nach seiner umfangreichen Literaturrecherche die einzige geschlossene und anwendungsorientierte Methode zur Lebensdauerprognose von elastischen Klebverbindungen bei einachsiger, schwingender Ermüdungsbelastung mit ausreichender Prognosegüte dar. Damit wird verdeutlicht, wie weit der Forschungsstand für elastische Klebverbindungen hinsichtlich validierter Berechnungskonzepte dem für Strukturklebverbindungen nachhinkt.

---

<sup>1</sup> Anm.: Unter komplexe Belastungen werden in diesem Kontext realitätsnahe Belastungshistorien mit multiaxialen, phasen-verschobenen, variablen Belastungsamplituden sowie die Einwirkung von Umwelteinflüssen verstanden.

## 1.2 Motivation und Zielsetzung

In Anbetracht der hohen Praxisrelevanz von elastischen Klebverbindungen und des verbleibenden hohen Forschungsbedarfs hinsichtlich valider Berechnungskonzepte ist im Rahmen des IGF-Forschungsprojekts 20306N [MTA+22] ein Großteil der vorliegenden wissenschaftlichen Arbeit entstanden. Diese verfolgt das Ziel, ein anwendungsorientiertes Berechnungskonzept für elastische Klebverbindungen auf der Grundlage bruchmechanischer Prinzipien zu entwickeln. Mit diesem sollen im Rahmen von FE-Simulationen aussagekräftige Belastbarkeitsprognosen für quasistatische oder schwingende Belastungssituationen erzielt werden, sodass bereits im virtuellen Produktentwicklungsprozess ein Nachweis hinsichtlich der belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen erbracht wird. Dabei besteht die Motivation mit der bruchmechanischen Herangehensweise nicht nur darin, einen alternativen Ansatz zu den wenigen bereits publizierten Berechnungskonzepten zu erarbeiten, sondern die aus der Bruchmechanik resultierenden Potentiale in Form eines erfolgreich validierten Berechnungskonzepts für die praxisorientierte Anwendung nutzbar zu machen. Auf diese Weise sollen ausgehend von den in dieser Arbeit betrachteten quasistatischen und schwingenden Belastungsfällen potentielle Ansatzpunkte für zukünftige Konzepterweiterungen generiert werden, mit denen perspektivisch auch hinsichtlich komplexeren Belastungssituationen aussagekräftige Belastbarkeitsprognosen erzielt werden können. Dabei soll all dies dazu beitragen, das nach dem GEMEINSCHAFTSAUSSCHUSS KLEBTECHNIK [Gem15] förderungswürdige Vertrauen in die Klebtechnik durch gesteigerte Prognosefähigkeiten zu stärken, sodass das Potential von elastischen Klebverbindungen bei der Realisierung intelligenter Leichtbaukonzepte umfänglich ausgeschöpft werden kann.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Um das genannte Ziel zu erreichen, werden zunächst im nachfolgenden **Kapitel 2** die notwendigen Grundlagen vermittelt, welche zum einen das Materialverhalten, die Materialmodellierung und das Versagensverhalten von elastomeren Klebschichten umfassen. Zum anderen wird auf übliche Annahmen und Methoden bei kontinuums- und bruchmechanischen Berechnungskonzepten eingegangen, um mit der Analyse der zugehörigen Möglichkeiten und Herausforderungen das bestehende Potential eines effizienten bruchmechanischen Ansatzes aufzuzeigen. Dieser Ansatz wird in **Kapitel 3** vorgestellt und stellt über Idealisierungen und Annahmen die Auswertung des Rissausbreitungspotentials kleiner Risse in den Fokus, die innerhalb einer Klebschicht initiiert sind und damit die Tragfähigkeit und Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung maßgeblich limitieren. Die Ausarbeitung der daraus abgeleiteten Ansätze für eine bruchmechanische Versagenshypothese bei quasistatischer Klebschichtbelastung und für eine bruchmechanische Lebensdauerhypothese bei schwingender Klebschichtbelastung zu einem validierten Berechnungskonzept prägt den weiteren Verlauf der Arbeit.

Da für die Implementierung, Verifizierung und Validierung der Ansätze experimentelle und numerische Daten benötigt werden, werden in **Kapitel 4** zusammenfassend die verwendeten Prüfkörper und entsprechende Finite-Elemente-Modelle vorgestellt. Im Anschluss wird in **Kapitel 5** auf die experimentellen Methoden eingegangen, mit denen der in dieser Arbeit betrachtete Untersuchungsklebstoff BETAFORCE™ 2850L kontinuums- und bruchmechanisch charakterisiert wird. Während die kontinuumsmechanische Charakterisierung zur konstitutiven Abbildung des Klebstoffverhaltens bei Finite-Elemente-Simulationen dient, resultiert die bruchmechanische Charakterisierung in der Parametrisierung eines Rissfortschrittsgesetzes. Die dafür notwendigen Rissfortschrittskurven werden anhand eines neuartigen Versuchskonzepts ermittelt, dessen Art der Versuchsdurchführung auf eine umfängliche Charakterisierung des Ermüdungsrisswachstumsverhaltens abzielt. **Kapitel 6** beinhaltet die Auswertung und Diskussion einer Finite-Elemente-Prozedur an rissbehafteten RVE-Modellen, mit der für das Konstitutivverhalten des Untersuchungsklebstoffs die Energiefreisetzungsrates kleiner Risse bei allgemeinen Spannungszuständen systematisch untersucht wird. Die erarbeiteten Erkenntnisse münden in der Identifikation einer empirischen Funktion, welche bei der FE-Simulation von elastischen Klebverbindungen erlaubt, das Rissausbreitungspotential innerhalb einer elastischen Klebschicht nur durch Auswertung des kontinuumsmechanischen Spannungszustands zu approximieren. Um diese Auswertung effizient in den Simulationsprozess von elastischen Klebverbindungen zu integrieren, wird in **Kapitel 7** auf die Funktionsweise einer dazu entwickelten Berechnungssoftware eingegangen. Mit den dort hinterlegten Algorithmen sollen mit Hilfe der in **Kapitel 3** vorgestellten Ansätze die Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen im Sekundenbereich erzielt werden.

Die Anwendung und Validierung des bruchmechanischen Tragfähigkeitskriteriums werden in **Kapitel 8** thematisiert. Diesbezüglich wird zunächst auf Methoden eingegangen, mit denen notwendige Materialparameter anhand von Testdaten identifiziert werden. Die anschließende Validierung erfolgt anhand technologischer Klebschichtprüfkörper, sodass für anwendungsnahe Belastungssituationen einer elastischen Klebverbindung die Güte der Tragfähigkeitsprognosen durch Vergleich mit quasistatischen Versuchsergebnissen überprüft wird. Die gleiche Vorgehensweise und Zielsetzung wird in **Kapitel 9** hinsichtlich der bruchmechanischen Lebensdauerprognosen verfolgt, indem Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen an Klebschichtprüfkörpern zur effizienten Parameteridentifikation und zur umfangreichen Validierung verwendet werden. Die aus dem Validierungsprozess erarbeiteten Erkenntnisse bilden die Grundlage für die abschließende Beurteilung, ob die Prognosefähigkeiten des Berechnungskonzepts zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen ausreichen.

Im abschließenden **Kapitel 10** werden zum einen anhand einer Zusammenfassung des Berechnungskonzepts die wesentlichen Erkenntnisse dieses wissenschaftlichen Beitrags resümiert. Zum anderen werden mit einem Ausblick Anregungen für weiterführende Forschungstätigkeiten gegeben.

## 2 GRUNDLAGEN

In diesem Kapitel wird zunächst auf das mechanische Verhalten von elastischen Klebschichten eingegangen. Darauf aufbauend werden notwendige kontinuumsmechanische Grundlagen diskutiert, die die konstitutive Modellierung des nichtlinearen Klebschichtverhaltens sowie die Charakterisierung von Beanspruchungszuständen beinhalten. Zum Abschluss dieses Kapitels wird anhand einschlägiger Literatur auf kontinuums- sowie bruchmechanische Vorgehensweisen eingegangen, mit denen das Versagen einer elastischen Klebverbindung prinzipiell prognostiziert werden kann.

### 2.1 Mechanisches Deformationsverhalten von elastischen Klebschichten

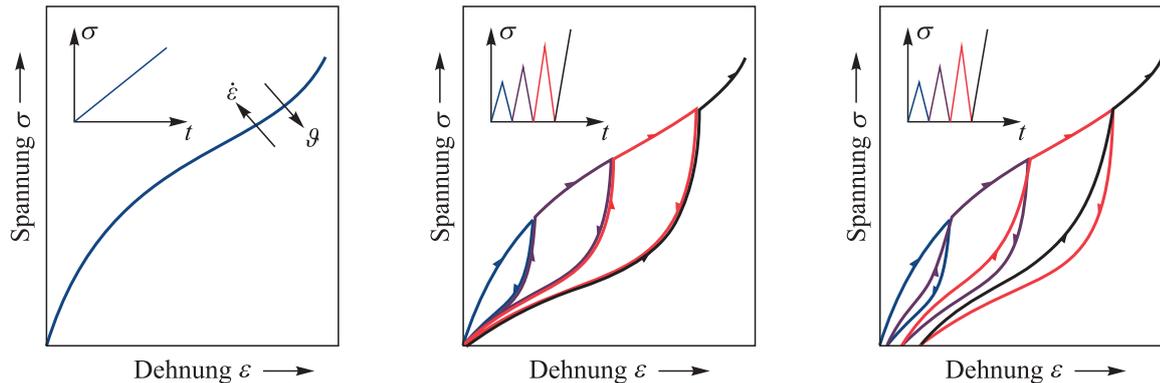
Wie schon eingangs erwähnt, werden zum elastischen Kleben von Komponenten vorwiegend ein- oder zweikomponentige Klebstoffsysteme auf Polyurethan- oder Silikonbasis eingesetzt [Prö13]. Diese härten nach der Applikation aufgrund chemischer Reaktionsmechanismen typischerweise zu Polymerstrukturen aus, bei denen die einzelnen Molekülketten über kovalente Bindungskräfte nur weitmaschig miteinander vernetzt sind. Die damit verbleibende Beweglichkeit der einzelnen Molekülketten erlaubt oberhalb der Glasübergangstemperatur<sup>2</sup> eine entropieelastische Entflechtung und Ausrichtung der Polymerstruktur, wodurch sich auf makroskopischer Ebene das Materialverhalten eines Elastomers einstellt [Hab09].

Bei gestaltändernden Deformationen zeichnet sich ein elastomeres Materialverhalten typischerweise dadurch aus, dass unter der Einwirkung vergleichsweise geringer Belastungsniveaus hohe Deformationsgrade erreicht werden [Tre05]. Dabei ist infolge einer monoton zunehmenden Belastungshistorie der materialspezifische Spannungs-Dehnungspfad, wie in Abbildung 2.1 (links) schematisch dargestellt, hochgradig nichtlinear und wird nicht nur von dem Aufbau der Polymerstruktur bestimmt, sondern auch davon, ob und welche Füll- und Zusatzstoffe in der Elastomermatrix dispergiert sind [WM21]. Da diese in Abhängigkeit des Füllgrades die Entschlaufungsvorgänge in der Polymerstruktur behindern, kann mit deren Verwendung ein Elastomer hin zu höherer Steifigkeit modifiziert werden [HKV02]. Ein steiferes Verhalten von Elastomeren wird ebenfalls gemessen, wenn eine Deformation mit höheren Dehnraten  $\dot{\varepsilon}$  oder bei niedrigeren Umgebungstemperaturen  $\vartheta$  stattfindet. Beides ist Ausdruck des viskoelastischen Materialverhaltens, welches wegen der Zeit- und Temperaturabhängigkeit von reibungsbehafteten Entschlaufungsvorgängen unmittelbar mit der Entropieelastizität zusammenhängt [Gen12].

---

<sup>2</sup> Die Glasübergangstemperatur  $\vartheta_G$  von Polyurethan- und Silikon-Klebstoffen ist zur Gewährleistung der Funktionalität so niedrig, dass im einsatzspezifischen Temperaturbereich ein entropieelastisches Materialverhalten vorliegt. Für den in dieser Arbeit betrachteten PU-Klebstoff BETAFORCE<sup>TM</sup> 2850L wird in [MTA+22] anhand einer dynamisch mechanischen Analyse (DMA) die Glasübergangstemperatur  $\vartheta_G$  zu  $\vartheta_G(f=1,7 \text{ Hz}) = -55,9^\circ\text{C}$  und  $\vartheta_G(f=50 \text{ Hz}) = -47,8^\circ\text{C}$  gemessen.

Wird die Belastungshistorie durch zyklische Be- und Entlastungsphasen charakterisiert, dann zeigt sich insbesondere bei gefüllten Elastomeren, dass das Spannungs-Dehnungsverhalten vom sogenannten MULLINS-Effekt [Mul48, Mul69] beeinflusst wird. Dieser beschreibt eine Spannungserweichung, wonach das Materialverhalten zunehmend durch einen nachgiebigeren Spannungs-Dehnungspfad beschrieben wird, wenn ein neues Beanspruchungsmaximum erreicht wird. Zum Verständnis ist dies schematisch in Abbildung 2.1 (mitte) unter Vernachlässigung von viskoelastischen Effekten für eine zyklische Beanspruchungshistorie mit zunehmenden Spannungsamplituden dargestellt.



**Abbildung 2.1:** Schematisches Spannungs-Dehnungsverhalten von Elastomeren bei monoton zunehmenden Belastungshistorien (links) und bei zyklischen Belastungshistorien, wenn sich vereinfachend nur der MULLINS-Effekt (mitte) oder der MULLINS-Effekt und die Viskoelastizität (rechts) ausprägen

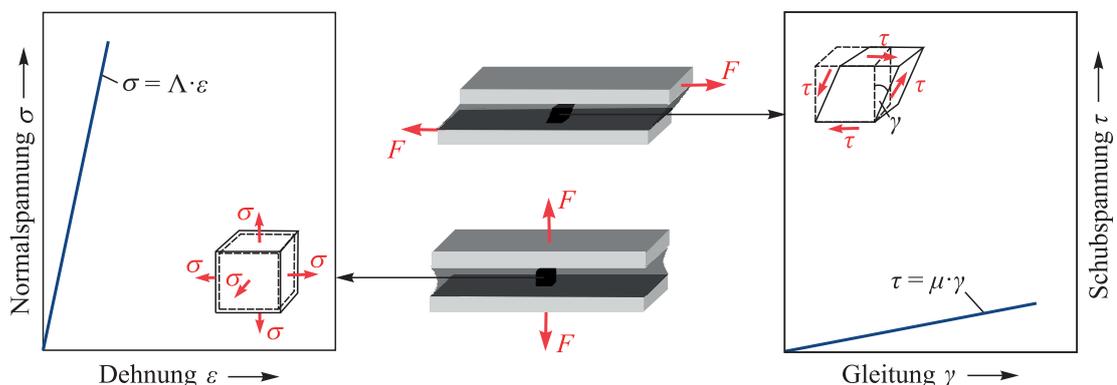
Demnach wird bis zum Erreichen des ersten Belastungsmaximums der Spannungs-Dehnungspfad durch die Erstbelastungskurve beschrieben. Diese Erstbelastungskurve ist bei ansonsten gleichen Versuchsrandbedingungen identisch zur Spannungs-Dehnungskurve, die entsprechend Abbildung 2.1 (links) bei monoton steigender Belastungshistorie gemessen werden würde. Beim anschließenden Entlasten ist ein nachgiebigeres Spannungs-Dehnungsverhalten messbar. Das Materialverhalten wird bei der anschließenden Wiederbelastung solange durch diesen Entlastungspfad abgebildet, bis das bisherige Belastungsmaximum überschritten wird. Beim Überschreiten folgt der Spannungs-Dehnungsverlauf der Erstbelastungskurve, bis das neue Belastungsmaximum erreicht ist. Durch die anschließende Entlastung ergibt sich ein noch nachgiebigerer Spannungs-Dehnungsverlauf, der bis zum Erreichen eines neuen Belastungsmaximums das Steifigkeitsverhalten des Elastomers abbildet. Der MULLINS-Effekt wird von KRAUS ET. AL. [KCR66] darauf zurückgeführt, dass in Abhängigkeit des Belastungsniveaus ein Anteil an eingebetteten Füll- und Zusatzstoffen auseinanderbricht oder die Adhäsion zur Elastomermatrix verliert und damit der mechanische Widerstand gegen Deformationen irreversibel vermindert wird. Allerdings zeigen unter anderem HARWOOD und PAYNE [HP66], dass der MULLINS-Effekt auch bei nicht-gefüllten Elastomeren auftreten kann. Nicht nur deshalb wird von DIANI ET. AL. [DFG09] anhand einer Literaturrecherche resümiert, dass der MULLINS-Effekt physikalisch noch nicht vollumfänglich verstanden ist. Wird bei der zyklischen Belastungshistorie die Viskoelastizität mit in Betracht gezogen, dann macht sich diese nach Abbildung 2.1 (rechts) zum einen darin bemerkbar, dass der Spannungs-Dehnungspfad eine Hysterese beschreibt, dessen eingeschlossene Fläche die durch innere Reibung dissipierte Energie quantifiziert. Zum anderen

zeigen experimentelle Untersuchungen von MULLINS [Mul49] und DIANI ET. AL. [DBG06], dass bei Elastomeren trotz vollständiger Entlastung scheinbar bleibende Deformationen auftreten können. Diese sollten jedoch nicht als das Resultat einer irreversiblen Plastifizierung verstanden werden. Stattdessen resümierte MULLINS [Mul49], dass trotz des enormen Rückstellvermögens von Elastomeren die Polymerstruktur nicht zu ihrer ursprünglichen Molekülkettenanordnung relaxieren kann, wenn die Zeit zwischen Ent- und Wiederbelastung nicht ausreicht.

Ein weiteres Charakteristikum von Elastomeren ist die hohe Volumenkonstanz unter mechanischer Belastung, weshalb diese typischerweise eine Poissonzahl  $0,48 < \nu < 0,5$  aufweisen [PLD+13]. Wird die Bedeutung vereinfachend im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie analysiert, dann wird mit

$$\frac{\Lambda}{\mu} = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \tag{2.1}$$

und des sich daraus ergebenden Verhältnisses zwischen Kompressionsmodul  $\Lambda$  und Schubmodul  $\mu$  ersichtlich, dass ein Elastomer einer Volumenänderung einen um mehrere Größenordnungen höheren Materialwiderstand entgegenbringt als einer Gestaltänderung. Im Kontext von elastischen Klebverbindungen resultiert dies darin, dass bei einer Schubbelastung, die primär eine gestaltverändernde Gleitung  $\gamma$  in der elastomeren Klebschicht hervorruft, ein nachgiebiges Verbindungsverhalten erreicht wird. Im Gegensatz dazu ist ein deutlich steiferes Klebschichtverhalten zu erwarten, wenn die Klebschicht bspw. einer Kopfzugbelastung ausgesetzt ist und bei einer ausgeprägten Querkontraktionsbehinderung durch die Fügeiteile kinematisch zu einer Volumenänderung gezwungen wird. Zum prinzipiellen Verständnis sind beide Belastungssituationen in Abbildung 2.2 für die Annahme visualisiert, dass das konstitutive Klebschichtverhalten entsprechend der linearen Elastizitätstheorie mit einem konstanten Kompressionsmodul  $\Lambda$  und Schubmodul  $\mu$  beschrieben werden kann. Da jedoch diese Linearisierung nur eine rudimentäre Vereinfachung des nichtlinearen Deformationsverhaltens von elastischen Klebschichten darstellt, wird im folgenden Abschnitt auf die Methoden der nichtlinearen Festkörpermechanik eingegangen.



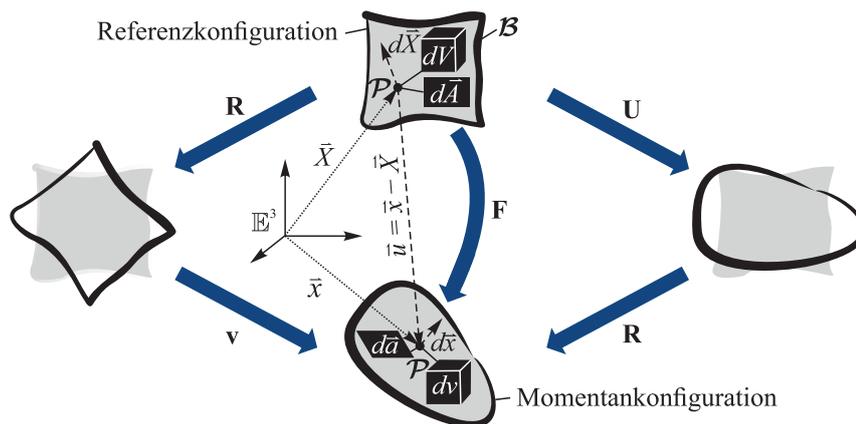
**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung des linearisierten Spannungs-Dehnungsverhaltens von elastischen Klebschichten bei unterschiedlichen Belastungsarten

## 2.2 Nichtlineare Festkörpermechanik

Um das Materialverhalten von Elastomeren mathematisch abbilden zu können, ohne die mikroskopischen Vorgänge in der Polymerstruktur zu berücksichtigen, werden in diesem Abschnitt elementare Methoden der nichtlinearen Festkörpermechanik vorgestellt. Der/die Leser/in wird auch auf weiterführende Fachbücher von HOLZAPFEL [Hol00], ALTENBACH [Alt18] und PARISCH [Par03] verwiesen, in denen die hier prägnant zusammengefassten Inhalte detailliert erläutert werden.

### 2.2.1 Deformation des Festkörpers

In der Kontinuumsmechanik beschreibt die Deformation eines Festkörpers materialunabhängig die Überlagerung von Starrkörperbewegungen und Volumen- sowie Gestaltänderungen anhand rein geometrischer Überlegungen. Dabei sei ein Festkörper  $\mathcal{B}$  definiert als die Mannigfaltigkeit aller Materialpunkte im dreidimensionalen euklidischen Raum  $\mathbb{E}^3$ , die innerhalb seiner Begrenzung eine kontinuierliche, zusammenhängende Menge, auch als Kontinuum bezeichnet, bilden. Dieses Kontinuum soll als Festkörper im Gegensatz zu einem Fluid einer Gestaltänderung einen Widerstand entgegensetzen können.



**Abbildung 2.3:** Überführung eines Festkörpers von der Referenz- in die Momentankonfiguration

Infolge einer äußeren Belastung wird nach Abbildung 2.3 ein Festkörper  $\mathcal{B}$  von einer unverformten Referenzkonfiguration in eine verformte Momentankonfiguration transformiert. Die damit verbundene vektorielle Verschiebung  $\vec{u}$  eines Materialpunkts  $\mathcal{P}$  wird über die Differenz des Ortsvektors aus Momentankonfiguration  $\vec{x}$  und der Referenzkonfiguration  $\vec{X}$  beschrieben

$$\vec{u} = \vec{x} - \vec{X}. \quad (2.2)$$

Wird infolge der Bewegung die gegenseitige Lage der Materialpunkte zueinander nicht geändert, findet eine reine Starrkörperbewegung statt. Bei einer relativen Lageänderung der Materialpunkte zueinander wird der Festkörper deformiert, was sich kinematisch in einer Änderung von infinitesimalen Linien-, Flächen- und Volumenelementen ausdrückt und mittels des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  beschrieben wird. Der Deformationsgradient  $\mathbf{F}$  transformiert als Tensor zweiter Stufe mit

$$d\bar{x} = \mathbf{F} \cdot d\bar{X} \quad (2.3)$$

ein infinitesimales Linienelement der Referenzkonfiguration  $d\bar{X}$  in ein infinitesimales Linienelement der Momentankonfiguration  $d\bar{x}$  (push-forward Operation) und wird definiert als

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{X}} = \mathbf{I} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{X}} = \mathbf{I} + \mathbf{H}, \quad (2.4)$$

wobei  $\mathbf{I}$  der Einheitstensor ist und  $\mathbf{H}$  als sogenannter Verschiebungsgradient bezeichnet wird. Wird die Inverse des Deformationstensors  $\mathbf{F}^{-1}$  gebildet, kann das Linienelement von der Momentankonfiguration in die Referenzkonfiguration zurücktransformiert (pull-back Operation) werden. Hinsichtlich eines durch seine Normale gekennzeichneten infinitesimalen Flächenelements wird die Abbildung von der Referenz- in die Momentankonfiguration mit

$$d\bar{a} = \mathcal{J}\mathbf{F}^{-T} \cdot d\bar{A} \quad (2.5)$$

berechnet. Dabei beschreibt das Volumenverhältnis  $J$  als Determinante des Deformationsgradienten mit

$$dv = JdV = \det(\mathbf{F})dV \quad (2.6)$$

die infinitesimale Volumenänderung, die an einem Materialpunkt bei der Transformation von der Referenz- in die Momentankonfiguration geschieht. Infolge der Invertierbarkeit und der Undurchdringlichkeit von Materie, die voraussetzt, dass zu keinem Zeitpunkt zwei Materialpunkte am gleichen Ort existieren können, muss für das Volumenverhältnis folgende notwendige und hinreichende Bedingung gelten:

$$J = \det(\mathbf{F}) > 0. \quad (2.7)$$

Wird bei der Deformation eines Festkörpers an einem Materialpunkt eine Volumenänderung mit  $J \neq 1$  verursacht, wird dies als Dilatation bezeichnet. Im Gegensatz dazu ist eine reine Gestaltänderung durch die volumenerhaltene (isochore) Bedingung  $J = 1$  charakterisiert und wird als Deviation bezeichnet. Im Gegensatz zu einer Starrkörperbewegung führen Dilatation und Deviation zu einer Verzerrung und folglich zu einer Beanspruchung des Festkörpers.

Zur Trennung der Verzerrungs- und Starrkörperanteile kann der Deformationsgradient  $\mathbf{F}$  in einen Rotationstensor  $\mathbf{R}$  und einen materiellen Strecktensor  $\mathbf{U}$  bzw. seinen räumlichen Strecktensor  $\mathbf{v}$  polar zerlegt werden.

$$\mathbf{F} = \underbrace{\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}_{\text{linke polare Zerlegung}} = \underbrace{\mathbf{R} \cdot \mathbf{U}}_{\text{rechte polare Zerlegung}} \quad (2.8)$$

Während der orthogonale Rotationstensor  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{-T}$  mit  $\det(\mathbf{R}) = 1$  eine starre Drehung ohne Gestaltänderung bewirkt, beschreiben die symmetrischen positiv definiten Strecktensoren  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{v}$  reine Verzerrungen bezüglich der Referenzkonfiguration ( $\mathbf{U}$ ) oder der Momentankonfiguration ( $\mathbf{v}$ ). Daher kann die Festkörperdeformation nach Abbildung 2.3 immer als Resultat zweier aufeinanderfolgender Tensoroperationen betrachtet werden, die zunächst eine Verzerrung und dann eine Rotation bewirkt (rechte polare Zerlegung) oder umgekehrt (linke polare Zerlegung). Anhand der polaren Zerlegung wird ersichtlich, dass die rotatorischen

Starrkörperanteile eliminiert werden können, indem der Deformationsgradient  $\mathbf{F}$  wie folgt mit seiner Transponierten  $\mathbf{F}^T$  multipliziert wird

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} = \mathbf{U}^2, \quad \mathbf{b} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{v}^2. \quad (2.9)$$

$\mathbf{C}$  und  $\mathbf{b}$  werden als rechter bzw. linker Cauchy-Green-Deformationstensor bezeichnet, die ebenfalls ein Maß für die Verzerrung an einem Materialpunkt darstellen. Unabhängig vom verwendeten Deformationstensor können durch das Lösen des Eigenwertproblems der folgenden charakteristischen Gleichung mit den drei Hauptinvarianten  $I_{1-3,T}$  eines symmetrischen Tensors  $\mathbf{T}$

$$\lambda^3 - I_{1,T}\lambda^2 + I_{2,T}\lambda - I_{3,T} = 0 \quad (2.10)$$

$$I_{1,T} = \text{sp}(\mathbf{T}), \quad I_{2,T} = \frac{1}{2}([\text{sp}(\mathbf{T})]^2 - \text{sp}(\mathbf{T}^2)), \quad I_{3,T} = \det(\mathbf{T}) \quad (2.11)$$

die Hauptstreckungen  $\lambda_i$  mit  $i \in [1, 2, 3]$  bestimmt werden. Mit den dazugehörigen Eigenvektoren  $\bar{N}_i$  bzw.  $\bar{n}_i$  können die Deformationstensoren über das dyadische Produkt ( $\otimes$ ) in spektraler Form angegeben werden:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}^2 = \sum_{i=1}^3 (\lambda_i)^2 \bar{N}_i \otimes \bar{N}_i, \quad \mathbf{b} = \mathbf{v}^2 = \sum_{i=1}^3 (\lambda_i)^2 \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i. \quad (2.12)$$

Dabei beziehen sich die von den Eigenvektoren  $\bar{N}_i$  und  $\bar{n}_i$  beschriebenen Eigenwerträume entweder auf die Orientierung in der Referenz- ( $\bar{N}_i$ ) oder der Momentankonfiguration ( $\bar{n}_i$ ). Eine Transformation zwischen beiden Eigenwerträumen kann über den Rotationstensor mit  $\bar{n}_i = \mathbf{R}\bar{N}_i$  erfolgen. Im Eigenwertraum können aus den Hauptstreckungen  $\lambda_i$  direkt die Hauptdehnungen eines Dehnungsmaßes abgeleitet werden. Ein bedeutendes Dehnungsmaß bei finiten Deformationen ist der log. Dehnungstensor (wird auch als Hencky- oder wahrer Dehnungstensor bezeichnet), welcher bezüglich der Referenz- ( $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ ) oder der Momentankonfiguration ( $\boldsymbol{\varepsilon}$ ) mit

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \ln(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \bar{N}_i \otimes \bar{N}_i, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \ln(\mathbf{v}) = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i \quad (2.13)$$

berechnet werden kann.

### 2.2.2 Verzerrungsenergiedichtefunktionen

Die Deformation eines Festkörpers infolge äußerer Belastungen ist abhängig vom Materialverhalten. Diese grundlegende Erfahrung liegt der Materialtheorie zu Grunde, die mit der Formulierung von Konstitutivgleichungen das materialspezifische Antwortverhalten von Kontinua auf externe Einflüsse beschreibt. Bei Isotropie und finiten Deformationen lautet in Abhängigkeit des rechten Cauchy-Green-Deformationstensors  $\mathbf{C}$  die allgemeine Konstitutivgleichung der (Hyper-)Elastizitätstheorie

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \quad \text{bzw.} \quad \boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \mathbf{F} \frac{\partial \psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T, \quad (2.14)$$

die über eine Verzerrungsenergiedichtefunktion  $\psi(\mathbf{C})$  den Zusammenhang zwischen dem Verzerrungszustand und dem Spannungszustand an einem Materialpunkt beschreibt. In den Gleichungen symbolisiert  $\mathbf{S}$  den symmetrischen 2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor, der an einem Materialpunkt den Spannungszustand bezüglich der unverformten Referenzkonfiguration beschreibt, und  $\boldsymbol{\sigma}$  den symmetrischen Cauchy-Spannungstensor, der bezüglich der Momentankonfiguration den Spannungszustand angibt. Zwischen beiden Spannungstensoren besteht die Beziehung

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-\text{T}}. \quad (2.15)$$

Die Verzerrungsenergiedichtefunktion  $\psi(\mathbf{C})$  bemisst anhand eines objektiven Verzerrungsmaßes (hier der rechte Cauchy-Green-Deformationstensor  $\mathbf{C}$ ) die gespeicherte Verzerrungsenergie pro Referenzvolumen und ist maßgeblich für die konstitutive Modellierung des hyperelastischen Materialverhaltens. Bei Elastomeren, die einen signifikanten Unterschied zwischen Schub- und Kompressionsmodul aufweisen, wird üblicherweise die folgende von FLORY [Flo61] erstmalig beschriebene Entkopplung einer Verzerrungsenergiedichtefunktion angewendet, um die Materialantwort unter deviatorischen und dilatorischen Verzerrungen getrennt voneinander zu modellieren

$$\psi(\mathbf{C}) = \psi_{\text{dev}}(\bar{\mathbf{C}}) + \psi_{\text{dil}}(J) \quad \text{mit} \quad \bar{\mathbf{C}} = J^{-2/3}\mathbf{C}. \quad (2.16)$$

In diesem Kontext wird der modifizierte Cauchy-Green-Deformationstensor  $\bar{\mathbf{C}}$  eingeführt, der mit  $\det(\bar{\mathbf{C}}) = 1$  nur die gestaltändernden Deformationen beinhaltet, wohingegen die volumenverändernden Deformationen mit dem Volumenverhältnis  $J$  assoziiert werden. Verzerrungsenergiedichtefunktionen müssen zum einen das Prinzip der materiellen Objektivität erfüllen, sodass sie im Allgemeinen in Form der Eigenwerte oder Hauptinvarianten ihrer Argumente formuliert werden. Zum anderen wird gefordert, dass in einer verzerrungsfreien Konfiguration des Festkörpers die Verzerrungsenergie im Referenzvolumen mit  $\psi_{\text{dil}}(J = 1) = \psi_{\text{dev}}(\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{I}) = 0$  verschwindet. Nach HARTMANN [Har03] existieren in der Literatur eine Vielzahl von Verzerrungsenergiedichtefunktionen, die diese Eigenschaften erfüllen, von denen im Folgenden eine begrenzte Auswahl vorgestellt wird.

**Deviatorische Verzerrungsenergiedichtefunktionen** können phänomenologisch aus dem verallgemeinerten Polynomansatz nach RIVLIN und SAUNDERS [RS97] abgeleitet werden. Dieser beschreibt bei Inkompressibilität und Abhängigkeit der Verzerrungsenergiedichte von der ersten und der zweiten Hauptinvariante  $I_{1,\bar{\mathbf{C}}}$ ,  $I_{2,\bar{\mathbf{C}}}$  des modifizierten Cauchy-Green-Deformationstensors  $\bar{\mathbf{C}}$  eine Verzerrungsenergiedichtefunktion als abgebrochene Polynomen-Reihe.

$$\psi_{\text{dev}}(I_{1,\bar{\mathbf{C}}}, I_{2,\bar{\mathbf{C}}}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n c_{ij} (I_{1,\bar{\mathbf{C}}} - 3)^i (I_{2,\bar{\mathbf{C}}} - 3)^j \quad \text{mit} \quad c_{00} = 0. \quad (2.17)$$

Über die Wahl der maximalen Ordnung der Exponenten mit den Parametern  $m$  und  $n$  ergeben sich verschiedene Verzerrungsenergiedichtefunktionen und die dazugehörige Anzahl der notwendigen Materialparameter  $c_{ij}$ . Die am häufigsten verwendeten Modelle zielen darauf ab, mit möglichst wenigen Materialparametern eine robuste und zugleich adäquate Darstellung der Materialeigenschaften zu erreichen. Dazu gehören die Verzerrungsenergiedichtefunktionen nach TRELOAR [Tre43] (auch NEO-HOOKE'SCHES Materialgesetz bezeichnet)

$$\psi_{\text{dev}}(I_{1,\bar{c}}) = c_{10}(I_{1,\bar{c}} - 3), \quad (2.18)$$

nach YEOH [Yeo93]

$$\psi_{\text{dev}}(I_{1,\bar{c}}) = c_{10}(I_{1,\bar{c}} - 3) + c_{20}(I_{1,\bar{c}} - 3)^2 + c_{30}(I_{1,\bar{c}} - 3)^3 \quad (2.19)$$

und nach MOONEY-RIVLIN [Moo40, Riv48]

$$\psi_{\text{dev}}(I_{1,\bar{c}}, I_{2,\bar{c}}) = c_{10}(I_{1,\bar{c}} - 3) + c_{01}(I_{2,\bar{c}} - 3). \quad (2.20)$$

Die jeweiligen Materialparameter  $c_{ij}$  werden phänomenologisch bestimmt, indem für charakteristische Deformationsarten (uniaxial, biaxial, ...) die mit Gleichung 2.14 erzielte Modellantwort an experimentellen Spannungs-Dehnungsverläufen referenziert wird. Diesbezüglich muss für das Materialmodell nach MOONEY-RIVLIN [Moo40, Riv48] das reale Materialverhalten bei mehreren charakteristischen Deformationszuständen bekannt sein, um die jeweiligen Beiträge der beiden Invarianten  $I_{1,\bar{c}}$  und  $I_{2,\bar{c}}$  voneinander trennen zu können. Diesen Nachteil weist das NEO-HOOKE'SCHE Materialmodell wegen der Unabhängigkeit von der zweiten Invariante nicht auf. Jedoch ist mit nur einem Materialparameter der Freiheitsgrad bei der Modellierung stärker eingeschränkt, sodass für ein Elastomer das Spannungs-Dehnungs-Verhalten möglicherweise nicht ausreichend abgebildet werden kann. Eine Abhilfe kann an dieser Stelle die kubische Verzerrungsenergiedichtefunktion nach YEOH [Yeo93] schaffen, die mit zwei zusätzlichen Materialparametern weitere Freiheitsgrade aufweist.

Wird eine Abhängigkeit der Verzerrungsenergiedichte nur von der ersten Invariante  $I_{1,\bar{c}}$  postuliert, dann ist nach MARLOW [MAR03] eine Limitierung auf einen konkreten, analytischen Funktionsansatz wie bei YEOH [YEO93] oder NEO-HOOKE [TRE43] nicht erforderlich. Vielmehr kann eine Verzerrungsenergiedichtefunktion unmittelbar bestimmt werden, indem bei einer charakteristischen Deformationsart ein Nennspannungs-Nenndehnungsverlauf gemessen und wie folgt

$$\psi_{\text{dev}}(I_{1,\bar{c}}) = \int_0^{\varepsilon_N(I_{1,\bar{c}})} \sigma_N(\varepsilon_N) d\varepsilon_N \quad (2.21)$$

integriert wird. Dabei gilt bspw. im Fall eines uniaxialen Zugversuchs der folgende eindeutige Zusammenhang zwischen der ersten Invariante des Cauchy-Green-Deformationstensors  $I_{1,\bar{c}}$  und der uniaxialen Nenndehnung  $\varepsilon_N$

$$I_{1,\bar{c}} = (1 + \varepsilon_N)^2 + 2(1 + \varepsilon_N)^{-1}. \quad (2.22)$$

Eine nach MARLOW [MAR03] parametrisierte Verzerrungsenergiedichtefunktion resultiert für den gemessenen Spannungszustand in einer exakten Reproduktion des eingelesenen Spannungs-Dehnungsverlaufs und wird bei nur einem Satz von zur Verfügung stehender Testdaten seitens des in dieser Arbeit verwendeten FE-Programms ABAQUS [Das17] empfohlen.

**Dilatorische Verzerrungsenergiedichtefunktionen** sind erforderlich, wenn ein kompressibles Materialverhalten modelliert werden soll. Ein Überblick über die verschiedenen dilatorischen Hyperelastizitätsbeziehungen wird unter anderem in [Har03] gegeben. Für den Polynomansatz nach RIVLIN und SAUNDERS [RS97] (Gleichung 2.17) und die daraus

abgeleiteten Verzerrungsenergiedichtefunktionen wird die dilatorische Materialantwort in ABAQUS [DAS17] mit

$$\psi_{\text{dil}}(J) = \sum_{i=1}^m \frac{\Lambda_i}{2} (J-1)^{2i} \quad (2.23)$$

modelliert. Dabei wird der gleiche Wert für  $m$  verwendet wie in Gleichung 2.17 hinsichtlich der zugehörigen deviatorischen Verzerrungsenergiedichtefunktion. Die inverse Bestimmung der Kompressionsmodule  $\Lambda_i$  erfolgt entweder anhand dilatorischer Zug-/Druck-Volumenänderungsversuche oder durch Angabe einer Poissonzahl  $\nu$ . Beides kann in ABAQUS ebenfalls zur Parametrisierung eines kompressiblen MARLOW-Modells verwendet werden.

**Dissipative Anteile der Verzerrungsenergiedichtefunktion** können in ABAQUS [Das17] berücksichtigt werden, um bei Elastomeren die Ausprägung von scheinbar irreversiblen Verformungsanteilen und des MULLINS-Effekts zu modellieren. Dazu wird nach der Methode von GOVINDARAJAN ET. AL. [GHM08] eine nach Gleichung 2.16 reversibel definierte Verzerrungsenergiedichtefunktion wie folgt

$$\psi(\mathbf{C}) = \underbrace{\psi_{\text{dil}}(J) + D_{\text{OR}} \psi_{\text{dev}}^e(\bar{\mathbf{C}}^e)}_{\text{Pseudoelastizität}} + \underbrace{\Upsilon(D_{\text{OR}}) + \psi_{\text{dev}}^p(\bar{\mathbf{C}}^p)}_{\text{Pseudoplastizität}} \quad \text{mit } \bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{C}}^e \cdot \bar{\mathbf{C}}^p \quad (2.24)$$

mittels einer Pseudoelastizität und einer Pseudoplastizität modifiziert, indem der modifizierte Cauchy-Green-Deformationstensor  $\bar{\mathbf{C}}$  multiplikativ in elastische  $\bar{\mathbf{C}}^e$  und pseudo-plastische Anteile  $\bar{\mathbf{C}}^p$  zerlegt wird. Die Pseudoplastizität wird mit einer VON MISES-Verfestigungsfunktion modelliert, womit die Ausprägung bedingter scheinbar bleibender Verformungsanteile bei zyklischer Belastung abgebildet werden soll. Für die Modellierung des MULLINS-Effekts wird nach dem Ansatz von OGDEN und ROXBURGH [OR99] der deviatorische Anteil der Verzerrungsenergiedichtefunktion um eine Schädigungsfunktion  $\Upsilon(D_{\text{OR}})$  erweitert und in Abhängigkeit von der skalaren Schädigungsvariable  $D_{\text{OR}}$  gesetzt. Die Schädigungsfunktion und die Schädigungsvariable sind in ABAQUS [Das17] in Abhängigkeit der Materialparameter  $r_{\text{OR}}$ ,  $m_{\text{OR}}$ ,  $\beta_{\text{OR}}$  formuliert. Diese Materialparameter werden über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate regressiv anhand der Entlastungspfade im zyklischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm identifiziert, sodass mit der Schädigungsmodifikation die materialspezifische Ausprägung des MULLINS-Effekts bestmöglich abgebildet wird. Anzumerken ist, dass bei der beschriebenen Erweiterung der Verzerrungsenergiedichtefunktion um dissipative Anteile lediglich das deviatorische Konstitutivverhalten modifiziert wird und daher die Materialantwort bei dilatorischer Beanspruchung nicht davon tangiert wird. Darüber hinaus ist festzuhalten, dass durch diesen Ansatz unter anderem die Ausbildung von Hysteresen bei zyklischer Be- und Entlastung nicht berücksichtigt wird, da nicht wie z. B. bei Verwendung von Prony-Reihen ein transientes Materialverhalten mit tatsächlicher Modellierung der Viskoelastizität stattfindet. Da dies in dieser Arbeit auch nicht beabsichtigt ist und daher nicht näher auf die Thematik der experimentellen und numerischen Charakterisierung der Viskoelastizität eingegangen wird, wird der/die Leser/in auf weiterführende Literatur verwiesen [KSK+17, Gen12, Gho12].

### 2.2.3 Charakterisierung des Beanspruchungszustands

Die an einem Materialpunkt vorliegende Beanspruchung wird für die deformierte Momentankonfiguration eindeutig durch den log. Dehnungstensor  $\boldsymbol{\varepsilon}$  (Gleichung 2.13) und über das Konstitutivgesetz zudem mit dem Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  (Gleichung 2.14) charakterisiert. Da jedoch das Materialverhalten von Elastomeren signifikant von der Beanspruchungsart abhängt, wird im Folgenden am log. Dehnungstensor  $\boldsymbol{\varepsilon}$  eine Charakterisierung des Beanspruchungszustands nach CRISCIONE ET. AL [CHD+00] vorgenommen, wobei die Zusammenhänge analog auf den Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  übertragen werden können. Die log. Dehnung hat gegenüber anderen Dehnungsmaßen den Vorteil, dass selbst bei finiten Deformationen die dilatorischen und deviatorischen Anteile im Eigenwertraum wie folgt additiv separiert werden können, um den Dehnungszustand über geeignete Invarianten materiell objektiv zu charakterisieren

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\frac{1}{3} \text{sp}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I}}_{\text{dilatorischer Anteil}} + \overbrace{\left( \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{sp}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} \right)}^{\text{deviatorischer Anteil}} = \frac{1}{3} I_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{I} + \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}). \quad (2.25)$$

Für den dilatorischen Anteil ist die erste Hauptinvariante des Dehnungstensors  $\boldsymbol{\varepsilon}$  maßgeblich, welche in diesem Kontext mit  $\eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \in (-\infty, \infty)$  bezeichnet wird und in Abhängigkeit vom Vorzeichen eine richtungsunabhängige Expansion (+) oder Kontraktion (-) des Materialvolumens beschreibt. Zu dem Volumenverhältnis  $J$  und den drei log. Hauptdehnungen  $\varepsilon_{1-3}$  besteht dabei folgende Beziehung:

$$\eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} = \ln(J) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (2.26)$$

Im Gegensatz zur Dilatation ist die Deviation richtungsabhängig, wobei das reine Ausmaß der gestaltändernden Verzerrung  $\eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}} \in [0, \infty)$  über das Frobenius-Skalarprodukt als der Betrag des Dehnungsdeviators  $\text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon})$  quantifiziert wird

$$\eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}} = \sqrt{\text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}) : \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon})} = \sqrt{\left( \varepsilon_1 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right)^2 + \left( \varepsilon_2 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right)^2 + \left( \varepsilon_3 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right)^2}. \quad (2.27)$$

Wenn ein deviatorischer Anteil existiert, d. h.  $\eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}} > 0$ , dann wird mit  $\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}} \in [-1, 1]$  die Art bzw. der Modus der Deviation angegeben

$$\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}} = 3\sqrt{6} \det\left( \frac{\text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}}} \right) = \frac{3\sqrt{6}}{\eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}}^3} \left( \varepsilon_1 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right) \left( \varepsilon_2 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right) \left( \varepsilon_3 - \frac{1}{3} \eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \right). \quad (2.28)$$

Beispielsweise wird die Deviationsart bei uniaxialem Zug mit  $\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}} = 1$ , uniaxialem Druck mit  $\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}} = -1$  und reinem Schub mit  $\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}} = 0$  charakterisiert. Nach Abbildung 2.4 beschreiben die drei Invarianten mit

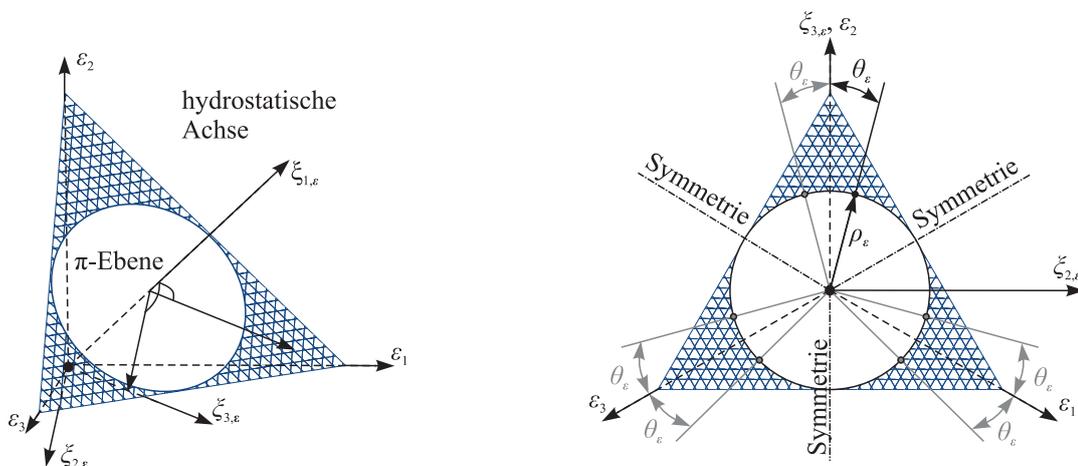
$$\xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\eta_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}}{\sqrt{3}}, \quad \rho_{\boldsymbol{\varepsilon}} = \eta_{2,\boldsymbol{\varepsilon}} = \sqrt{\xi_{2,\boldsymbol{\varepsilon}}^2 + \xi_{3,\boldsymbol{\varepsilon}}^2}, \quad \theta_{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\frac{1}{3} \arccos(\eta_{3,\boldsymbol{\varepsilon}}) \in \left[ 0, \frac{\pi}{3} \right] \quad (2.29)$$

ein zylindrisches Koordinatensystem im Eigenwertraum des log. Dehnungstensors  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , welche auch als HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten [Hai20, Wes20] bezeichnet werden. Dabei

definiert die Koordinate  $\xi_{1,\varepsilon}$  die sogenannte hydrostatische Achse mit dem Richtungsvektor  $\bar{h} = (1,1,1)^T$  im Eigenwertraum, die die rein dilatorischen Dehnungszustände repräsentiert. Ist der log. Dehnungstensor  $\varepsilon$  zusätzlich durch einen gestaltändernden Dehnungsanteil charakterisiert, dann weicht der Dehnungszustand entsprechend Abbildung 2.4 senkrecht von der hydrostatischen Achse in der zugehörigen Deviatorebene (auch als  $\pi$ -Ebene bezeichnet) ab. Dabei wird über den Radius  $\rho_\varepsilon$  die Höhe und über den sogenannten Lode-Winkel  $\theta_\varepsilon$  die Art der Deviation bemessen. Bei isotropem Materialverhalten liegt, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, eine trigonale Symmetrie in der  $\pi$ -Ebene vor, sodass über den Lode-Winkel  $\theta_\varepsilon$  sechs Dehnungszustände als artgleiche Deviation charakterisiert werden. Alternativ dazu können innerhalb der  $\pi$ -Ebene die deviatorischen Beanspruchungskomponenten über die kartesischen Koordinaten  $\xi_{2,\varepsilon}, \xi_{3,\varepsilon}$  beschrieben werden. Dabei besteht zwischen den log. Hauptdehnungen  $\varepsilon_{1-3}$  und den kartesischen Koordinaten der folgende Zusammenhang

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & 2 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_{1,\varepsilon} \\ \xi_{2,\varepsilon} \\ \xi_{3,\varepsilon} \end{pmatrix}. \tag{2.30}$$

Unabhängig davon, ob das zylindrische oder das kartesische Koordinatensystem verwendet wird, stellen beide ein nützliches Werkzeug dar, um den Beanspruchungszustand an einem Materialpunkt zu charakterisieren, da sie auf Invarianten basieren, die eine Unterteilung in Dilatation- und Deviationsbeanspruchung vornehmen.



**Abbildung 2.4:** Hydrostatische Achse und Deviatorebene ( $\pi$ -Ebene) im log. Dehnungseigenwertraum ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ) und deren Beschreibung mit dem kartesischen Koordinatensystem ( $\xi_{1,\varepsilon}, \xi_{2,\varepsilon}, \xi_{3,\varepsilon}$ ) bzw. polaren HAIGH-WESTERGAARD-Koordinatensystem ( $\xi_{1,\varepsilon}, \rho_\varepsilon, \theta_\varepsilon$ ) (in Anlehnung an [Ros20])

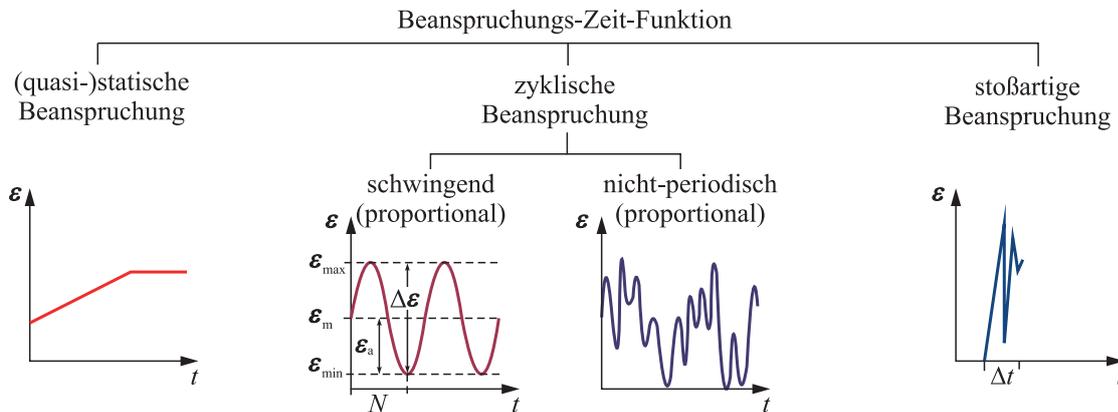
### 2.3 Prinzipielle Herangehensweisen für die Versagens- und Lebensdauerprognose von elastischen Klebverbindungen

Die wichtigste Anforderung bei der Auslegung bzw. Dimensionierung von elastischen Klebverbindungen ist die Gewährleistung der strukturmechanischen Funktionsfähigkeit, womit die Sicherstellung der stoffschlüssigen Übertragung von betriebsbedingten Kräften und Momenten zwischen den Fügeteilen während der gesamten Einsatzdauer verstanden wird.

Unter der Annahme einer ausreichenden Adhäsion ist diesbezüglich die Belastbarkeit der elastischen Klebschicht maßgeblich, da diese in der Regel um mehrere Größenordnungen geringer ist als die der Füge­teile. Folglich werden in diesem Kapitel kontinuums- und bruchmechanische Vorgehensweisen vorgestellt, mit denen in Abhängigkeit der betriebsbedingten Beanspruchungs- und Versagensarten die Tragfähigkeit und Lebensdauer eines Elastomers potentiell bewertet werden kann.

### 2.3.1 Betriebsbedingte Beanspruchungsarten

In Abhängigkeit von ihrem Einsatzort können elastische Klebverbindungen unterschiedlichen, betriebsbedingten Beanspruchungen ausgesetzt sein. Neben thermischen und klimatischen Beanspruchungen, die in dieser Arbeit nicht näher betrachtet werden, aber z. B. von MAILÄNDER [Mai19] untersucht worden sind, entscheidet maßgeblich der zeitliche Verlauf der mechanischen Beanspruchungen über die Belastbarkeit einer elastischen Klebschicht. Dabei wird der zeitliche Verlauf anhand der Beanspruchungs-Zeit-Funktion charakterisiert und lässt sich nach SANDER [San18] in drei grundlegende Gruppen klassifizieren (vgl. Abbildung 2.5).



**Abbildung 2.5:** Charakterisierung von Beanspruchungen anhand ihres zeitlichen Verlaufs (in Anlehnung an [San18])

**(Quasi-)Statisch.** Die erste Gruppe umfasst die Situation, bei der innerhalb der Klebschicht die kontinuumsmechanischen Feldgrößen (Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$ , log. Dehnungstensor  $\epsilon$ , Verzerrungsenergiedichte  $\psi$ , ...) aufgrund einer statischen Belastung konstante Werte annehmen oder infolge einer quasistatischen Belastung langsame Änderungen erfahren. Ein Beispiel dafür ist der Einsatz von elastischen Klebstoffen beim Glasfassadenbau, bei dem die Klebverbindung primär durch das Eigengewicht der Verglasung belastet wird.

**Zyklisch.** In der zweiten Gruppe werden Beanspruchungs-Zeit-Funktionen zusammengefasst, bei denen sich die kontinuumsmechanischen Feldgrößen kontinuierlich mit der Zeit ändern, jedoch wiederkehren und demnach eine zyklische Charakteristik aufweisen. Dabei kann eine weitere Systematisierung in periodische und nicht-periodische Beanspruchungs-Zeit-Funktionen vorgenommen werden. Erstere wird als Schwingbeanspruchung bezeichnet, die sich exemplarisch im Fall eines log. Dehnungstensors  $\epsilon(t)$  durch einen zeitlich gleichbleibenden Mitteldehnungstensor  $\epsilon_m$  und einen konstanten Dehnungsamplitudentensor  $\epsilon_a$  auszeichnet und bspw. wie in der Abbildung 2.5 visualisiert mit einer harmonischen Zeitfunktion beschrieben wird:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_a \sin(2\pi ft + \Theta). \quad (2.31)$$

In der Gleichung symbolisiert  $f$  die Beanspruchungsfrequenz und  $\Theta$  eine konstante Phasenverschiebung. Die während einer Periodendauer  $T = 1/f$  durchlaufende Änderung wird als Lastwechsel  $N$  oder äquivalent dazu als Schwingspiel  $N$  bezeichnet. Anstelle der Tensoren für Mittel- und Amplitudendehnung können ebenfalls die Tensoren für die Minimal-  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}$  und die Maximaldehnung  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}$  sowie die Schwingbreite  $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$  oder das Dehnungsverhältnis  $R_\varepsilon$  angegeben werden:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\min} = \boldsymbol{\varepsilon}_m - \boldsymbol{\varepsilon}_a, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_a, \quad \Delta\boldsymbol{\varepsilon} = 2\boldsymbol{\varepsilon}_a, \dots, R_\varepsilon = \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} / \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}. \quad (2.32)$$

Weiterhin wird mit Gleichung 2.31 nicht nur eine schwingende, sondern auch eine proportionale Beanspruchungs-Zeit-Funktion beschrieben, da die Komponenten des log. Dehnungstensors  $\boldsymbol{\varepsilon}$  zeitlich synchron skaliert werden und damit die folgende Bedingung für Proportionalität erfüllt ist:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot f(t). \quad (2.33)$$

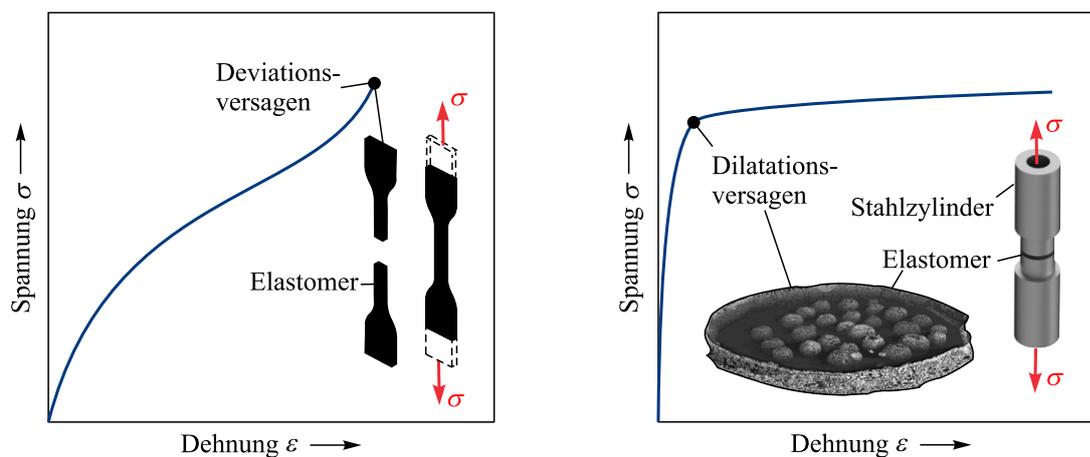
Schwingende Beanspruchungs-Zeit-Funktionen sind beispielsweise in Bezug auf die Rotorblattverklebungen an Windkraftanlagen vorzufinden, wo eine Klebverbindung durch die Rotation und das Eigengewicht der Rotorblätter einer gleichbleibenden wiederkehrenden Belastungskomponente ausgesetzt ist. Im Gegensatz dazu ist beispielsweise für elastische Klebverbindungen an Automobilen davon auszugehen, dass infolge des Fahrbahnkontakts die Beanspruchungs-Zeit-Funktion im Allgemeinen durch einen komplexen, nicht-periodischen Verlauf charakterisiert ist. Hinsichtlich des log. Dehnungstensors ändern sich bei einer nicht-proportionalen Beanspruchungs-Zeit-Funktion der Mitteldehnungstensor  $\boldsymbol{\varepsilon}_m$  und der Dehnungsamplitudentensor  $\boldsymbol{\varepsilon}_a$  kontinuierlich mit der Zeit, wobei die Veränderungen deterministisch oder stochastisch sein können.

**Stoßartig.** Die dritte Gruppe der Beanspruchungs-Zeit-Funktionen wird durch stoßartige Belastungsvorgänge bedingt, bei der innerhalb eines kurzen Zeitintervalls  $\Delta t$  hohe Laständerungen erfolgen. Als Beispiel sind hier Crash-Vorgänge zu nennen, bei denen mit Schockwellen und Trägheitseffekten die Beanspruchung in der Klebschicht durch dynamische Vorgänge signifikant beeinflusst wird.

Da sich in dieser Arbeit darauf konzentriert wird, die Tragfähigkeit und Lebensdauer von elastischen Klebverbindungen bei (quasi-)statischer und schwingend-proportionaler Beanspruchung zu prognostizieren, werden in den folgenden Abschnitten die zugehörigen Versagensarten erläutert, die bei Elastomeren die Tragfähigkeit und Lebensdauer begrenzen.

### 2.3.2 Kontinuums- und bruchmechanische Methoden zur Versagensprognose bei quasistatischen Belastungen

**Versagensverhalten von Elastomeren.** Mit Abbildung 2.6 wird illustriert, dass bei quasistatisch belasteten Elastomeren zwischen zwei ausgeprägten Versagensarten zu unterscheiden ist. Beim sogenannten Deviationsversagen wird infolge übermäßiger Gestaltänderung das Dehnvermögen eines Elastomers ausgereizt. Typischerweise tritt diese Versagensart bei ebenen Zugspannungszuständen auf, wenn die Querkontraktion des Elastomers nicht behindert wird [HNA+06, Bla63]. Exemplarisch ist dies in Abbildung 2.6 (links) für einen uniaxialen Zugversuch gezeigt, bei dem im gesamten Probenquerschnitt die deviatorische Dehngrenze erreicht wird und es zu einem Gewaltbruch kommt. Findet eine Querkontraktionsbehinderung statt, sodass infolge der Belastung ein dilatatorisch dominierender Zugbeanspruchungszustand vorliegt, dann zeigen schon GENT und LINDLEY [GL59] und LINDSEY [Lin67] anhand der in Abbildung 2.6 (rechts) schematisch dargestellten Kopfzugprobe, dass die Tragfähigkeit durch lokalisierte Kavitätsexpansion mit Rissbildung und Risswachstum im Inneren eines Elastomers limitiert ist. Dieses Dilatationsversagen wird auch als Kavitationsversagen bezeichnet und von EUCHLER ET. AL. [EBS+21] sowie LEGORJUGO und BATHIAS [LB02] mittels Computertomographie (CT) untersucht. Erstere können auf diese Weise das in Abbildung 2.6 (rechts) dargestellte Versagensbild aufnehmen.



**Abbildung 2.6:** Schematische Darstellung zum Deviations- und Dilatationsversagen von Elastomeren (CT-Scan aus [EBS+21])

Das Dilatationsversagen grenzt sich vom Deviationsversagen in der Hinsicht ab, dass es schon bei marginalen Deformationsgraden zum Tragen kommen kann. Und zwar dann, wenn die Deformation eine dilatatorische Volumenexpansion darstellt, die wegen der niedrigen Kompressibilität von Elastomeren mit signifikanten dilatatorischen Zugspannungszuständen verbunden ist und damit eine Kavitätsexpansion an mikroskopischen Imperfektionen befördert. Bei weiterer Volumenexpansion wird an den Kavitäten lokal die Dehngrenze überschritten, sodass Risse initiieren, die sich bis zum endgültigen Versagen im Elastomer ausbreiten. Während beide Versagensarten die Belastbarkeit von Elastomeren bei Zugbeanspruchungen begrenzen, kommen beide bei druckdominierenden Spannungszuständen nicht zur Ausprägung. Deswegen ist bei Elastomeren die Belastbarkeit im Druckbereich um mehrere Größenordnungen höher und tendenziell als versagensunkritisch anzusehen [Gen12].

In Bezug auf elastische Klebverbindungen zeigen die beschriebenen Zusammenhänge, dass infolge einer ungenügenden Klebschichtdimensionierung nicht nur übermäßige, deviatorisch-dominierte Zugspannungen an den freien Klebschichtträgern, sondern insbesondere auch übermäßige, dilatatorisch-dominierte Zugspannungen im Inneren der Klebschicht ein Versagen bedingen können. Letzteres ist aus zwei Gründen von besonderer Relevanz. Erstens sind in elastischen Klebschichten mit der Querkontraktionsbehinderung durch die Füge­teile dilatatorisch geprägte Zugspannungsfelder unvermeidbar. Zweitens strahlt ein inneres Klebschichtversagen ein höheres Gefahrenpotential aus, da es sich bspw. einer im Rahmen von Inspektionsintervallen durchgeführten Sichtprüfung entzieht. Um daher ein Versagen bereits im virtuellen Produktentwicklungsprozess durch eine belastungsgerechte Klebschichtdimensionierung zu vermeiden, sind Berechnungskonzepte notwendig, mit denen die quasistatische Tragfähigkeit einer elastischen Klebschicht prognostiziert werden kann.

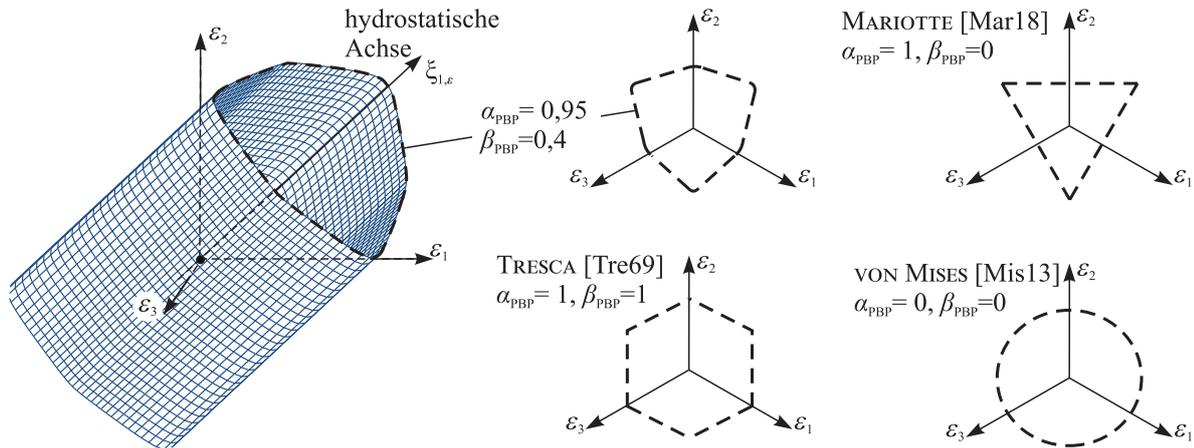
**Kontinuumsmechanische Methode.** Der bekannteste Ansatz, auf dem ein entsprechendes Berechnungskonzept aufbauen kann, stellt eine kontinuumsmechanische Versagenshypothese dar. Dabei wird durch die Homogenisierung der Mikrostruktur von einem idealisierten, fehlerfreien Werkstoffzustand ausgegangen, sodass für einen Materialpunkt nicht nur die Beanspruchung, sondern auch das lokale Materialversagen alleine durch den vorliegenden Spannungs-Dehnungszustand bestimmt wird [GS16]. Dementsprechend können mit

$$\sigma_{\text{eq}}(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_c, \quad \varepsilon_{\text{eq}}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_c \quad (2.34)$$

spannungs- bzw. dehnungsbasierte Versagenshypothesen formuliert werden, die in dem zugehörigen dreidimensionalen Eigenwertraum als geometrische Versagensfläche die Beanspruchungsgrenze zwischen einem intakten und einem versagten Materialzustand beschreiben. Während die Entfernung der geometrischen Versagensfläche vom Koordinatenursprung des Eigenwertraums durch die materialspezifische Versagensgrenze  $\sigma_c$  bzw.  $\varepsilon_c$  (z. B. Festigkeitskennwert oder Bruchdehnung) festgelegt wird, wird deren Form von der verwendeten Vergleichshypothese  $\sigma_{\text{eq}}(\boldsymbol{\sigma})$  bzw.  $\varepsilon_{\text{eq}}(\boldsymbol{\varepsilon})$  bestimmt. Dabei überführt eine Vergleichshypothese einen Spannungs- bzw. Dehnungstensor in einen skalaren Wert und postuliert damit eine Äquivalenz von verschiedenen Spannungs- bzw. Dehnungszuständen hinsichtlich der materialspezifischen Versagensgrenze. Daher richtet sich die Wahl der zu verwendenden Vergleichshypothese zum einen danach, ob die Versagensgrenze bei experimentell messbaren Spannungs-Dehnungszuständen adäquat abgebildet werden kann und durch sie eine induktive Verallgemeinerung gewährleistet wird, die für beliebige, versuchstechnisch nicht messbare Spannungs-Dehnungszustände eine vertrauenswürdige Berechnung der Versagensgrenze erlaubt. Eine Vielzahl von Vergleichshypothesen ist von KOLUPAEV [Kol18] zusammengetragen worden. Allerdings zeigen ROSENDAHL ET. AL. [RDF+19], dass in Bezug auf Elastomere nur die Ansätze anwendbar sind, die eine material-spezifische, individuelle Formgebung der geometrischen Versagensfläche ermöglichen. Ein Ansatz, der diese Anforderung erfüllt und daher von ROSENDAHL ET. AL. [RDF+19] zur induktiven Verallgemeinerung der deviatorischen Versagensgrenzen aufgeführt wird, ist das PBP-Kriterium nach PODGÓRSKI [Pod85] und BIGONI-PICCOLROAZ [BP04], welches im Dehnungsraum mit

$$\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{dev}}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \rho_{\boldsymbol{\varepsilon}} \cos \left\{ \beta_{\text{PBP}} \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \arccos[\alpha_{\text{PBP}} (3\theta_{\boldsymbol{\varepsilon}})] \right\}, \quad \alpha_{\text{PBP}} \in [0,1], \beta_{\text{PBP}} \in [0,2] \quad (2.35)$$

definiert ist. Als deviatorische Vergleichshypothese beschreibt dieses Kriterium nach Abbildung 2.7 im zugehörigen Eigenwertraum des log. Dehnungstensors  $\boldsymbol{\varepsilon}$  eine geometrische Fläche koaxial zur hydrostatischen Achse, deren konstante Kontur in der  $\pi$ -Ebene mit den zugehörigen HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten  $\xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}, \rho_{\boldsymbol{\varepsilon}}, \theta_{\boldsymbol{\varepsilon}}$  beschrieben und über die beiden Formparameter  $\alpha_{\text{PBP}}, \beta_{\text{PBP}}$  an die gemessenen Versagensgrenzen angepasst werden kann.

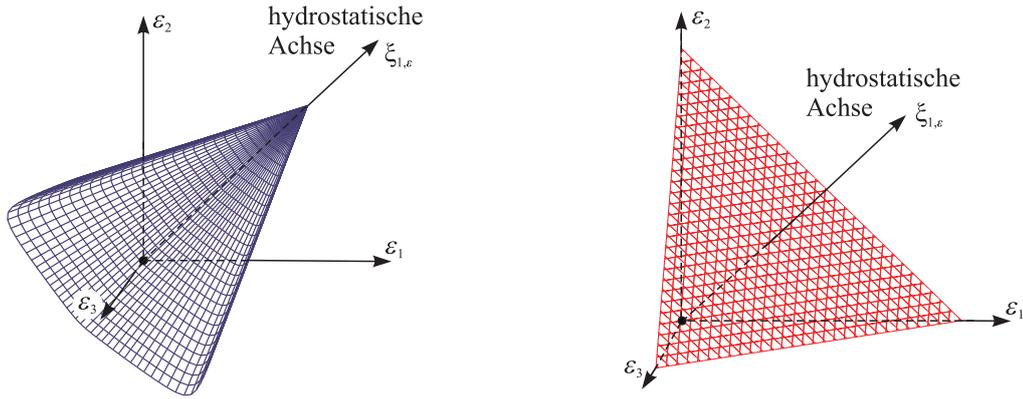


**Abbildung 2.7:** Links: Dreidimensionale Darstellung des mit Gleichung 2.35 beschriebenen PBP-Kriteriums im Dehnungseigenwertraum. Rechts: Projektion des PBP-Kriterium in der  $\pi$ -Ebene

Dabei stellt das PBP-Kriterium eine Generalisierung klassischer Vergleichshypothesen dar, die sich aus den Grenzfällen der Formparameter ergeben [Kol18]. Für einige Grenzfälle sind die in der  $\pi$ -Ebene beschriebenen Konturen in Abbildung 2.7 visualisiert, wodurch die Variabilität des Ansatzes verdeutlicht wird. Trotzdem reicht das PBP-Kriterium in dieser Form nicht aus, um im Rahmen einer kontinuumsmechanischen Versagenshypothese die Versagensgrenze eines Elastomers zu prognostizieren, da es mit den konstanten Konturen entlang der hydrostatischen Achse eine Versagensunempfindlichkeit gegenüber dilatorischen Zugbeanspruchungen postuliert, die in der Realität alleine aufgrund des Kavitationseffekts nicht existiert. Eine Möglichkeit diesen Widerspruch aufzuheben, besteht darin, z. B. mit der folgenden linearen Substitution

$$\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{dev}}(\boldsymbol{\varepsilon}) \rightarrow \frac{\varepsilon_{\text{eq}}(\boldsymbol{\varepsilon}) - \Omega \sqrt{3} \xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}}{1 - \Omega} \quad \Omega \in [0,1] \quad (2.36)$$

eine sogenannte Druckmodifizierung für eine deviatorische Vergleichshypothese  $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{dev}}(\boldsymbol{\varepsilon})$  vorzunehmen [Kol18]. Durch Implementierung der hydrostatischen HAIGH-WESTERGAARD-Koordinate  $\xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}$  zeichnet sich diese dadurch aus, dass wie in Abbildung 2.8 (links) dargestellt, die Form der Kontur in der  $\pi$ -Ebene beibehalten wird und zugleich über den Parameter  $\Omega$  eine Skalierung der Kontur in Abhängigkeit von der Position auf der hydrostatischen Achse realisiert wird.



**Abbildung 2.8:** Links: Lineare Druckmodifizierung des in Abbildung 2.7 dreidimensional dargestellten PBP-Kriteriums für  $\Omega = 0,4$  Rechts: Vergleichshypothese nach DRASS ET. AL. (Gleichung 2.38)

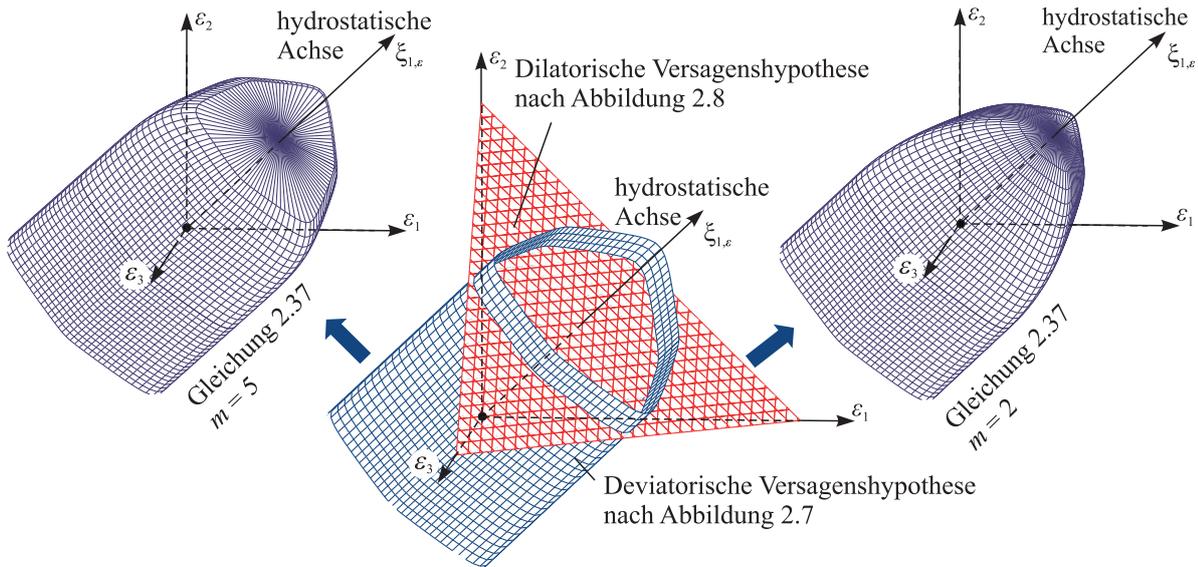
Eine Alternative zur Druckmodifizierung wird von DRASS ET. AL. [DRK20] für ein Silikon-Klebstoff durch die Anwendung des Failure-Mode-Konzepts nach KULLMER [Kul93] bzw. CUNTZE [Cun99] aufgezeigt. Bei dieser Vorgehensweise werden für verschiedene Versagensmodi eines Werkstoffs und die zugehörigen materialspezifischen Versagensgrenzen zunächst unabhängig voneinander Versagenshypothesen aufgestellt. Im Fall eines Elastomers mit ausgeprägten deviatorischen und dilatorischen Versagensmodi werden diese dann über

$$\left[ \left( \frac{\varepsilon_{\text{c}q}^{\text{dev}}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\varepsilon_{\text{c}}^{\text{dev}}} \right)^m + \left( \frac{\varepsilon_{\text{c}q}^{\text{dil}}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\varepsilon_{\text{c}}^{\text{dil}}} \right)^m \right]^{\frac{1}{m}} = 1, \quad m \in [1, \infty) \quad (2.37)$$

miteinander verknüpft. Diesbezüglich ist neben einer deviatorischen Versagenshypothese eine dilatorische Versagenshypothese notwendig, deren Fläche im Eigenwertraum die hydrostatische Achse für Zugbeanspruchungen begrenzt. Eine solche Fläche wird nach DRASS ET. AL. [DRK20] beispielsweise durch

$$\varepsilon_{\text{c}q}^{\text{dil}}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \langle \sqrt{3} \xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \langle I_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle \quad (2.38)$$

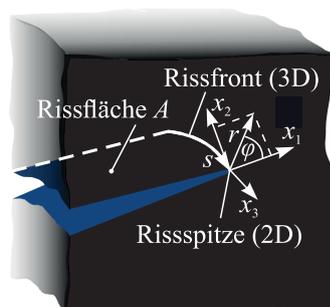
beschrieben, welche mit der ersten Hauptinvariante des log. Dehnungstensors  $I_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}$  bzw. der hydrostatischen HAIGH-WESTERGAARD-Koordinate  $\xi_{1,\boldsymbol{\varepsilon}}$  ein dehnungsbasiertes Pendant zum spannungsbasierten Kavitätskriterium von GENT und LINDLEY [GL59] ist und nach Abbildung 2.8 (rechts) eine Ebene im Eigenwertraum darstellt, deren Normale die hydrostatische Achse ist. Dabei wird mit dem MACAULAY-Operator  $\langle \cdot \rangle$  berücksichtigt, dass das Kavitationsversagen nur bei einer Volumenexpansion  $I_{1,\boldsymbol{\varepsilon}} > 0$  stattfindet. Indem eine deviatorische und eine dilatorische Versagensfläche nach Gleichung 2.37 miteinander kombiniert werden, wird im Eigenwertraum unter Berücksichtigung beider Versagensmodi eine geschlossene Versagensfläche abgebildet (vgl. Abbildung 2.9). Dabei wird in Gleichung 2.37 über den Exponenten  $m$  der Übergangsbereich zwischen den beiden Versagensflächen modelliert, um im Fall von deviatorisch-dilatorischen Beanspruchungszuständen eine mögliche Interaktion zwischen den Versagensmodi zu berücksichtigen. Den Grenzfall stellt  $m \rightarrow \infty$  dar, bei dem der Übergangsbereich verschwindet und damit, wie in Abbildung 2.9 (mitte) dargestellt, eine Unabhängigkeit zwischen den Versagensmodi postuliert wird.



**Abbildung 2.9:** Darstellung des Failure-Mode-Konzepts

**Bruchmechanische Methode.** Wird entsprechend einer kontinuumsmechanischen Versagenshypothese die Versagensgrenze eines Elastomers an einem Materialpunkt überschritten, wird üblicherweise davon ausgegangen, dass an diesem Ort ein technischer Anriss entstanden ist, der eine nicht mehr zu homogenisierende Materialtrennung auf makroskopischer Ebene darstellt. Da nach den quasistatischen Riss sensitivitätsuntersuchungen von CHEN ET. AL. [CWS17] ein solcher technischer Anriss bereits mit charakteristischen Längenabmessungen von 0,1 mm die Belastbarkeit eines Elastomers durch dessen Rissausbreitungspotential maßgeblich bestimmen kann, ist die Annahme der Kontinuumsmechanik eines idealen, fehlerfreien Werkstoffs nicht mehr haltbar. Vielmehr sind bei dessen Existenz die Konzepte der Bruchmechanik zu beachten, mit denen ausgehend von der Rissbeanspruchungsanalyse die statische Tragfähigkeit eines rissbehafteten Festkörpers bewertet werden kann.

In der Bruchmechanik wird ein Riss, wie in Abbildung 2.10 schematisch dargestellt, als mathematischer Schnitt innerhalb eines Festkörperkontinuums aufgefasst, der über eine Rissfläche  $A$  eine Materialtrennung mit zwei gegenüberliegenden Rissflanken und einer Rissfront (3D) bzw. Risspitze (2D) darstellt [GS16]. Infolge eines Risses wird der Kraftfluss erheblich gestört, sodass in unmittelbarer Umgebung zur Rissfront extreme Beanspruchungskonzentrationen entstehen [RS16]. Diese können in der sogenannten Prozesszone lokale Materialtrennungen mit entsprechendem Rissfortschritt bedingen.



**Abbildung 2.10:** Riss in einem kontinuumsmechanischen Festkörper mit Bezeichnungen und Koordinatensystem

Innerhalb der Prozesszone sind die Trennungsvorgänge von Schädigungsmechanismen in der mikroskopischen Polymerebene bestimmt, sodass keine Zustandsbeschreibung mittels kontinuumsmechanischer Beanspruchungsgrößen erfolgen kann. Um trotzdem eine Aussage über das Rissausbreitungspotential treffen zu können, besteht in der Bruchmechanik eine Herangehensweise darin, asymptotische Rissspitzenfelder herzuleiten [RS16, GS16, Kul93]. Ein solches beschreibt das Spannungsfeld in der unmittelbaren Umgebung zur Prozesszone und charakterisiert damit indirekt die Materialtrennungsvorgänge, die innerhalb dieser ablaufen. Für einen Riss, der sich innerhalb eines linear-elastischen, isotropen Festkörpers befindet, ist das asymptotische Rissspitzenfeld für jede Rissfrontposition  $s$  und dem zugehörigen polaren Koordinatensystem  $(r, \varphi)$  in der  $x_1$ - $x_2$ -Ebene senkrecht zur Rissfronttangente  $x_3$  (vgl. Abbildung 2.10) mit

$$\boldsymbol{\sigma}(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [K_I \boldsymbol{\omega}_I(\varphi) + K_{II} \boldsymbol{\omega}_{II}(\varphi) + K_{III} \boldsymbol{\omega}_{III}(\varphi)] \quad (2.39)$$

formelmäßig beschrieben. Darin sind  $\boldsymbol{\omega}_{I-III}$  dimensionslose Tensoren, deren Einträge nur von der Polarkoordinate  $\varphi$  abhängige Winkelfunktionen enthalten und  $K_{I-III}$  die sogenannten Spannungsintensitätsfaktoren nach IRWIN [Irw58]. Aus Gleichung 2.39 wird ersichtlich, dass unabhängig davon, wie stark das rissbehaftete Festkörperkontinuum belastet wird, das asymptotische Spannungsfeld eine  $1/\sqrt{r}$ -Singularität aufweist. Da der Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  dementsprechend für  $r \rightarrow 0$  gegen unendlich strebt, kann daraus geschlussfolgert werden, dass das Rissausbreitungspotential nicht mittels klassischer, kontinuumsmechanischer Beanspruchungsgrößen bemessen werden kann. Deshalb werden im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) die in Gleichung 2.39 enthaltenen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{I-III}$  zur Bemessung der Rissbeanspruchung verwendet. Da diese die Beanspruchungsintensität in der unmittelbaren Umgebung der Prozesszone vollständig charakterisieren, stellen sie zugleich ein Maß für die Gefährlichkeit eines Risses dar. Daher kann mit

$$K_{\text{eq}}(K_I, K_{II}, K_{III}) = K_c \quad (2.40)$$

eine bruchmechanische Versagenshypothese definiert werden, womit für spröde Werkstoffe vorhergesagt wird, ob ein Riss unter quasistatischer Belastung ausbreitungsfähig ist. Nach diesem sogenannten K-Kriterium setzt eine Rissausbreitung ein, wenn an einer Rissfrontposition die in einem Vergleichsspannungsintensitätsfaktor  $K_{\text{eq}}$  zusammengeführte Ausprägung der drei Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{I-III}$  die materialspezifische Risszähigkeit  $K_c$  erreicht. Dabei sind hinsichtlich der Definition eines Vergleichsspannungsintensitätsfaktors und der Messung des Werkstoffkennwerts weiterführende Informationen unter anderem in [RBK+03, Ric84] zu finden.

Im Kontext von Elastomeren ist die Rissbeanspruchung mit finiten Deformationen verbunden, sodass die asymptotische Nahfeldgleichung nach Gleichung 2.39 nicht zutreffend ist und sich damit die Spannungsintensitätsfaktoren nicht zur Quantifizierung des Rissausbreitungspotentials eignen. Hinsichtlich der Entwicklung von asymptotischen Rissspitzenfeldern für hyperelastische Materialmodelle wird von LONG und HUI [LH15] eine Forschungsübersicht

gegeben. Jedoch wird in dem Beitrag darauf hingewiesen, dass die Lösungen aufgrund der getroffenen Annahmen über das hyperelastische Konstitutivgesetz und der Beschränkung auf den ebenen Spannungs- oder Verzerrungszustand nur begrenzte Gültigkeiten aufweisen. Ein allgemein anerkannter Zusammenhang für das asymptotische Rissspitzenfeld mit einem charakteristischen Parameter und dessen Intensität existiert damit bei Elastomeren nicht. Stattdessen wird mit der energetischen Betrachtung des Rissausbreitungsprozesses eine alternative Herangehensweise angewendet, um das Rissausbreitungspotential zu quantifizieren. Indem GRIFFITH [Gri21] für einen rissbehafteten Festkörper mittels des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik die Energiebilanz bei Rissfortschritt aufgestellt hat, konnte er das folgende energetische Risswachstumskriterium herleiten:

$$G = G_c . \quad (2.41)$$

Nach diesem Kriterium findet bei quasistatischer Belastung ein Rissfortschritt statt, wenn die sogenannte Energiefreisetzungsrate  $G$  den Wert des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts  $G_c$  annimmt. Dabei ist die Energiefreisetzungsrate, welche in der Elastomereforchung auch als Reißenergie bzw. Tearing Energy bezeichnet wird, über die Änderung der potentiellen Energie  $\Pi$  eines rissbehafteten Festkörpers bei infinitesimaler Rissflächen-erweiterung  $dA$  definiert:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = -\frac{d(\Pi_{\text{int}} - \Pi_{\text{ext}})}{dA} . \quad (2.42)$$

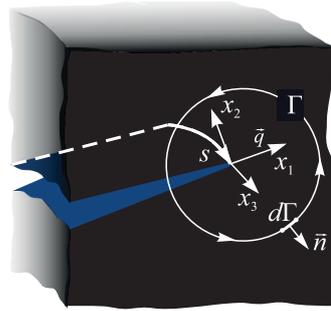
Die potentielle Energie setzt sich aus der im Festkörper gespeicherten Verzerrungsenergie  $\Pi_{\text{int}}$  und der potentiellen Energie der äußeren Kräfte  $\Pi_{\text{ext}}$  zusammen. Letztere ist nicht existent, wenn der Festkörper durch konstante Verschiebungsrandbedingungen ( $\text{RB}_u$ ) belastet wird, sodass die Energiefreisetzungsrate allein über die Änderung der Verzerrungsenergie bestimmt wird:

$$G = -\left. \frac{d\Pi}{dA} \right|_{\text{RB}_u = \text{const.}} = -\frac{d\Pi_{\text{int}}}{dA} . \quad (2.43)$$

Der Vorteil des energetischen Risswachstumskriteriums liegt darin, dass die Energiefreisetzungsrate einen materialunabhängigen Rissbeanspruchungsparameter darstellt, der trotz der Definition über eine globale Energiegröße die Intensität der lokalen Rissspitzenfelder bemisst [Sch80, Lak03]. Ein mathematisches Argument dafür liefert das energetische  $J$ -Integral nach RICE [Ric68] und CHEREPANOV [Che67], welches mit

$$J = \int_{\Gamma} \bar{n} \left( \psi \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right) \bar{q} d\Gamma \quad (2.44)$$

definiert ist. In der Gleichung symbolisieren,  $\psi$  die Verzerrungsenergiedichte,  $\boldsymbol{\sigma}$  den Cauchy-Spannungstensor,  $\bar{u}$  den Verschiebungsvektor,  $\bar{x}$  den Koordinatenvektor in der Momentan-konfiguration,  $\bar{q}$  einen Einheitsvektor in Richtung der virtuellen Rissausbreitung und  $\bar{n}_{\Gamma}$  den nach außen gerichteten Normalenvektor eines Integrationspfades  $\Gamma$ . Dieser umschließt nach Abbildung 2.11 für eine Rissfrontposition  $s$  die Rissspitze in der  $x_1$ - $x_2$ -Ebene senkrecht zur Richtung der Rissfronttangente  $x_3$ .



**Abbildung 2.11:** Integrationspfad  $\Gamma$ , der zur Berechnung des  $J$ -Integrals an der Rissfrontposition  $s$  die Risspitze in der  $x_1$ - $x_2$ -Ebene senkrecht zur Rissfronttangente  $x_3$  umschließt

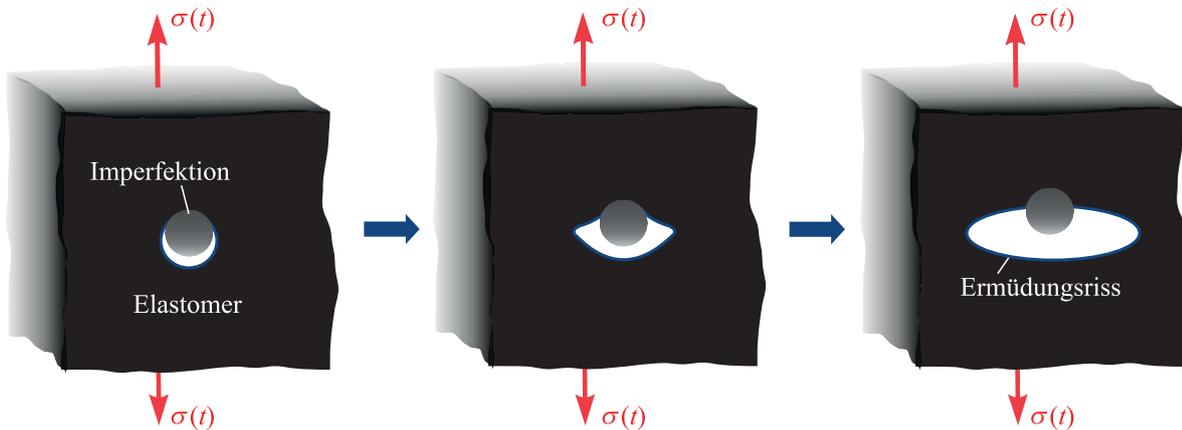
RICE [Ric68] konnte mathematisch beweisen, dass bei reversiblen Materialverhalten außerhalb der Integrationskontur eine Wegunabhängigkeit des Linienintegrals besteht. Daher entspricht unabhängig davon, ob mit dem Integrationspfad eine energetische Auswertung in unmittelbarer Umgebung zur Rissfront oder entlang der äußeren Kontur des rissbehafteten Festkörpers vorgenommen wird, der Wert des  $J$ -Integrals dem der Energiefreisetzungsrate  $G$ . Im Grenzfall des linear-elastischen Materialverhaltens mit Elastizitätsmodul  $E$ , Poissonzahl  $\nu$  und Schubmodul  $\mu$  besteht im ebenen Verzerrungszustand (EVZ) und im ebenen Spannungszustand (ESZ) sogar die folgende Beziehung zu den Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{I-III}$  [RS16]

$$G = \frac{1}{\tilde{E}} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2 \quad \begin{cases} \tilde{E} = E/(1-\nu^2) & \text{im EVZ} \\ \tilde{E} = E & \text{im ESZ} \end{cases} \quad (2.45)$$

Dadurch wird die Beziehung der Energiefreisetzungsrate  $G$  zu den örtlichen Bedingungen an der Risspitze unterstrichen. Folglich kann mit der Energiefreisetzungsrate das Rissausbreitungspotential bemessen werden, ohne eine Kenntnis über das Beanspruchungsfeld in der Umgebung der Risspitze haben zu müssen [Lak03]. Für Elastomere ist der zugehörige, experimentelle Nachweis durch Bestätigung des energetischen Risswachstumskriteriums (Gleichung 2.41) von RIVLIN und THOMAS [RT53] erbracht worden. Dazu sind für die von ihnen verwendeten Prüfkörper analytische Lösungen für die Energiefreisetzungsrate hergeleitet worden, womit sich der Rissbeanspruchungsparameter anhand der aufgetragenen Prüfkörperbelastung berechnen lässt. Bei Rissproblemen mit komplexeren Geometrie- und Belastungsrandbedingungen existieren solche analytischen Lösungen im Allgemeinen nicht. Stattdessen kann für einen Riss die Energiefreisetzungsrate numerisch mittels der FEM bestimmt werden. Dazu wird der zu analysierende Riss in das FE-Netz einer technischen Struktur integriert und auf Basis einer Spannungsanalyse die Energiefreisetzungsrate bspw. mittels des numerisch implementierten  $J$ -Integrals, des Rissschließungsintegrals oder der Risserweiterungsmethode ausgewertet [Kun13].

### 2.3.3 Kontinuums- und bruchmechanische Methoden zur Lebensdauerprognose bei schwingenden Belastungen

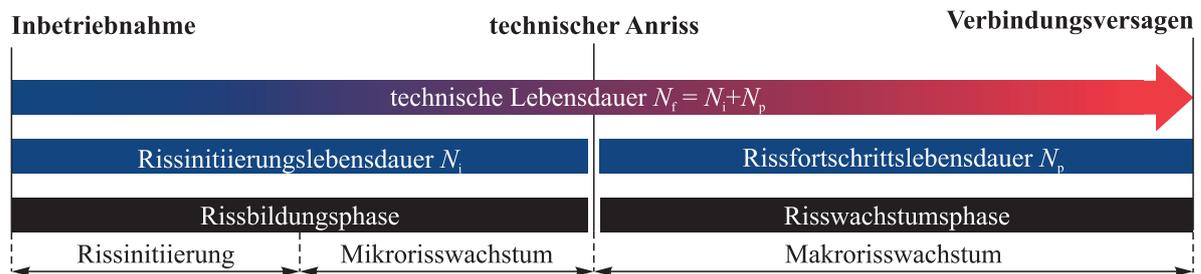
Bei schwingenden Belastungsvorgängen kann ein Versagen von Strukturen weit unterhalb der statischen Tragfähigkeitsgrenzen einsetzen. Dieses Schadensphänomen wird als Materialermüdung deklariert und durch einen Schädigungsprozess bedingt, der bis zum Einsetzen des Restgewaltbruchs sukzessive durch wiederholtes Auftreten von Belastungen voranschreitet. Entsprechend den Erkenntnissen aus der Elastomerforschung ist anzunehmen, dass bei elastischen Klebschichten natürlich eingebettete Imperfektionen in Form von Füllstoffagglomeraten, Additiven oder Kavitäten Ausgangspunkte für diesen Schädigungsprozess darstellen [MF02]. Diese verursachen durch die Unstetigkeit in der Steifigkeit lokale Beanspruchungskonzentrationen in der Klebschicht, was in einer dortigen Initiierung von Ermüdungsrissen resultiert. Dabei kann der Rissinitiierungsmechanismus bei Elastomeren nach den Rasterelektronenmikroskopaufnahmen von HUNEAU ET. AL. [HMM+16] an uniaxial belasteten Elastomeren in drei Phasen eingeteilt werden, die schematisch in Abbildung 2.12 dargestellt sind und im Folgenden erläutert werden.



**Abbildung 2.12:** Darstellung der Rissinitiierungs- (links), der Mikrorisswachstums- (mitte) und der Makrorisswachstumsphase (rechts) von Ermüdungsrissen in Elastomeren nach HUNEAU ET. AL. [HMM+16] (Abbildung in Anlehnung an [HMM+16])

In der ersten Phase setzt beim Vorliegen von Imperfektionen in Form von Feststoffpartikeln in Abhängigkeit von den Kohäsions- und Adhäsionseigenschaften ein Partikel- oder Grenzschichtversagen ein. Im Fall einer Kavität entfällt dieses Stadium. Anschließend findet in der zweiten Phase ein Mikrorisswachstum in der Elastomermatrix statt, welches von der komplexen Wechselwirkung zwischen Imperfektion und Elastomermatrix beeinflusst wird. Diese Wechselwirkung verschwindet mit fortschreitendem Risswachstum, bis im dritten Stadium ein makroskopischer, technischer Anriss entstanden ist. Dessen Ausbreitungsverhalten hängt materialseitig ausschließlich von den bruchmechanischen Eigenschaften des Elastomers ab. Der Start der dritten Phase markiert damit den Übergang von der Rissinitiierungs- in die Risswachstumsphase. Während der Risswachstumsphase kann der Riss ausbreitungsfähig sein, obwohl die risstreibende Energiefreisetzungsrates weit unterhalb der Risszähigkeit liegt. Dies ist auf die Natur des Ermüdungsrisswachstums zurückzuführen, welches infolge zyklischer Belastungen solange durch ein stabiles, subkritisches Rissausbreitungsverhalten gekennzeichnet ist, bis der Riss eine kritische Größe erreicht und durch instabiles Risswachstum ein

Verbindungsversagen in Form eines Restgewaltbruchs verursacht. In Abbildung 2.13 sind die beschriebenen Stadien in den Kontext der technischen Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung gesetzt.



**Abbildung 2.13:** Unterschiedliche Phasen der technischen Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung (Abbildung in Anlehnung an [RS16])

Daraus wird ersichtlich, dass die Ermüdungsprozesse mit den Vorgängen in der Rissinitiierungs- und Risswachstumsphase die von einer elastischen Klebschicht ertragbaren Lastwechsel limitiert. Dabei wird die Anzahl der ertragbaren Lastwechsel als technische Lebensdauer bezeichnet, die nach Abbildung 2.13 von der erstmaligen Belastung bei der Inbetriebnahme über die Entstehung des technischen Anrisses bis zum Restgewaltbruch die Rissinitiierungs- und Rissfortschrittslebensdauer mit

$$N_f = N_i + N_p \tag{2.46}$$

umfasst.

**Kontinuumsmechanische Methode.** Damit die technische Lebensdauer zur lebensdauergerichten Auslegung einer schwingend belasteten elastischen Klebverbindung prognostiziert werden kann, können prinzipiell kontinuums- und bruchmechanische Methoden Anwendung finden. Erstere eignen sich insbesondere für die Prognose der Rissinitiierungslebensdauer, da ein Festkörper ohne technischen Anriss als fehlerfreies Kontinuum homogenisiert werden kann. Damit besteht die Möglichkeit, für einen Materialpunkt die Rissinitiierungslebensdauer anhand des vorliegenden Spannungs-Dehnungszustands zu prognostizieren, ohne den komplexen Schädigungsprozess an den Imperfektionen im Detail modellieren zu müssen. Analog zu den beschriebenen Zusammenhängen in Abschnitt 2.3.2 können daher z. B. mit

$$\sigma_{a,eq}(\sigma_a) = \sigma_{a,c}(N), \quad \varepsilon_{a,eq}(\varepsilon_a) = \varepsilon_{a,c}(N) \tag{2.47}$$

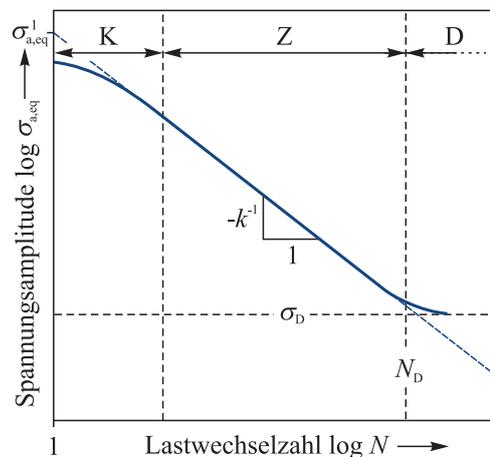
spannungs- oder dehnungsbasierte Lebensdauerhypothesen aufgestellt werden [MF02, Luo22, ZF13]. Nach diesen wird an einem Materialpunkt aufgrund der nach einer zulässigen Vergleichshypothese  $\sigma_{a,eq}(\sigma_a)$  bzw.  $\varepsilon_{a,eq}(\varepsilon_a)$  wirkenden Amplitude des Vergleichsbeanspruchungsparameters die Initiierung eines technischen Anrisses nach  $N$  Lastwechseln postuliert. Die Grenzlastwechselzahl kann einer zugehörigen Wöhlerlinie entnommen werden, die durch Schwingfestigkeitsversuche den Zusammenhang zwischen der Beanspruchungsamplitude und der bis zum Anriss oder Bruch ertragbaren Lastwechselzahl beschreibt. Typischerweise nimmt dabei eine spannungsbasierte Wöhlerlinie in einem doppellogarithmischen Diagramm den in Abbildung 2.14 dargestellten Verlauf an, der in drei Bereiche unterteilt werden kann [RV07].

- Im **Kurzzeitfestigkeitsbereich** ist typischerweise ein progressiv fallender Verlauf vorzufinden. Er beinhaltet Beanspruchungen, die nahe an die quasistatische Tragfähigkeitsgrenze herankommen. Dadurch findet bereits nach mehreren Hundert bis mehreren Tausend Lastwechseln ein Ermüdungsversagen statt.
- Im **Zeitfestigkeitsbereich** verläuft die Wöhlerlinie bei der doppellogarithmischen Darstellungsweise näherungsweise linear, so dass sie über die sogenannte Zeitfestigkeitsgerade

$$N = \left( \frac{\sigma_{a,eq}^1}{\sigma_{a,eq}} \right)^k \quad (2.48)$$

mit dem Ordinatenabschnitt  $\sigma_{a,eq}^1$  und dem Neigungsparameter  $k$  approximiert werden kann. Die Zeitfestigkeitsgerade beschreibt die Schwingfestigkeit für mehrere Tausend bis mehrere Millionen Lastwechseln.

- Beim Übergang zum **Dauerfestigkeitsbereich** knickt eine Wöhlerlinie an der sogenannten Ecklastwechselzahl  $N_D$  regressiv ab und kann sogar einen horizontalen Verlauf annehmen. Bei diesem Grenzfall weist ein Werkstoff eine sogenannte Dauerfestigkeit  $\sigma_D$  auf. Eine Beanspruchungsamplitude unterhalb dieses Materialkennwerts ist zu gering, um einen Riss zu initiieren, sodass ein Ermüdungsversagen selbst bei hochzyklischen Lastwechselzahlen ausbleiben kann.



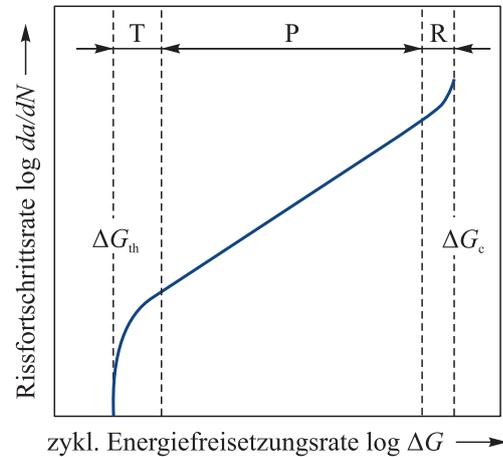
**Abbildung 2.14:** Schematische Darstellung einer Wöhlerlinie nach [RV07] mit Kennzeichnung der Bereiche der Kurzzeit- (K), Zeit- (Z) und Dauerfestigkeit (D) sowie der Dauerfestigkeit  $\sigma_D$  und der Ecklastwechselzahl  $N_D$

**Bruchmechanische Methode.** Mit der Existenz eines technischen Anrisses bieten sich zur Prognose der verbleibenden Rissfortschrittslebensdauer die Konzepte der Bruchmechanik an. Der Grund liegt in der Erkenntnis, dass beim Ermüdungsrisswachstum der innerhalb eines Lastwechsels erreichte Rissfortschritt – auch als Rissfortschrittsrate  $da/dN$  bezeichnet – mit der zyklischen Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  korreliert [LL65, MF03]. Dabei ist die zyklische Energiefreisetzungsrate mit

$$\Delta G = G_{\max} - G_{\min} \quad (2.49)$$

als die Differenz von maximaler und minimaler Energiefreisetzungsrate definiert, die bei einer schwingenden Belastung innerhalb eines Lastwechsels erreicht wird. Der Zusammenhang

zwischen der Rissfortschrittsrate und der zyklischen Energiefreisetzungsrate ist experimentell anhand von Rissfortschrittsversuchen zu ermitteln. Das Ergebnis der Versuche wird in sogenannten Rissfortschrittskurven dargestellt, wovon ein typischer Verlauf bei doppellogarithmischer Skalierung in Abbildung 2.15 dargestellt ist.



: Schematische Darstellung einer Rissfortschrittskurve nach [MF04] mit Kennzeichnung des Threshold- (T), des Paris- (P) und des Risszähigkeitsbereichs (R) sowie des Thresholds  $\Delta G_{th}$  und der zyklischen Risszähigkeit  $\Delta G_c$ .

In der Abbildung ist der Rissfortschrittskurvenverlauf in die folgend beschriebenen Bereiche eingeteilt:

- Im **Thresholdbereich** weist eine Rissfortschrittskurve einen asymptotischen Verlauf in Richtung unendlich kleiner Rissfortschrittsraten  $da/dN$  auf. Folglich ist infolge mechanischer Belastungen ein Ermüdungsrisswachstum erst dann möglich, wenn die zyklische Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  den Schwellenwert gegen Ermüdungsrissausbreitung – auch als Threshold  $\Delta G_{th}$  bezeichnet – überschreitet. Liegt der Rissbeanspruchungsparameter unterhalb dieses Materialkennwerts, findet kein Ermüdungsrisswachstum statt. Wird hingegen der Threshold überschritten, dann kennzeichnet die Rissfortschrittskurve im Thresholdbereich einen extrem langsamen Ermüdungsrissfortschritt.
- Der **Paris-Bereich** repräsentiert die stabile Ermüdungsrissausbreitung bei mittleren Rissfortschrittsraten. Da in diesem Bereich bei doppellogarithmischer Darstellung typischerweise ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Rissfortschrittsrate  $da/dN$  und zyklischer Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  vorliegt, ist dieser Bereich nach der mit Gleichung 2.52 beschriebenen Paris-Geraden benannt.
- Der **Risszähigkeitsbereich** kennzeichnet mit den hohen Rissfortschrittsraten  $da/dN$  ein Stadium der Ermüdungsrissausbreitung bei dem der Restgewaltbruch mit Erreichen der zyklischen Risszähigkeit  $\Delta G_c$  kurz bevorsteht.

Mit der Begrenzung der Rissfortschrittskurve durch die beiden Materialkennwerte kann wie folgt

$$\Delta G_{th} < \Delta G < \Delta G_c \quad (2.50)$$

ein Kriterium für stabiles Ermüdungsrisswachstum definiert werden [RS16]. Mit diesem Kriterium kann im Kontext der Lebensdauerphasen einer elastischen Klebverbindung bei der Existenz eines technischen Anrisses zwischen einer theoretisch unendlichen ( $\Delta G \leq \Delta G_{\text{th}}$ ) bzw. endlichen ( $\Delta G > \Delta G_{\text{th}}$ ) (Rissfortschritts-)Lebensdauer sowie einem sofortigen Verbindungsversagen ( $\Delta G = \Delta G_c$ ) differenziert werden. Für den Fall einer endlichen Rissfortschrittslebensdauer kann vertiefend eine bruchmechanische Lebensdauerprognose durchgeführt werden, wobei die bis zum Verbindungsversagen ertragbare Lastwechselzahl abgeschätzt wird. Die Grundlage dafür bildet die möglichst akkurate mathematische Beschreibung des Rissfortschrittskurvenverlaufs mit einem empirischen Rissfortschrittsgesetz

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta G). \quad (2.51)$$

In der Fachliteratur existieren diesbezüglich diverse Ansätze, wovon in Bezug auf das Ermüdungsrisswachstum bei Elastomeren einige von MARS [MF02] zusammengetragen wurden. Das bekannteste ist die folgende Potenzfunktion nach PARIS [Par61]

$$\frac{da}{dN} = C_p \Delta G^{m_p} \quad \Delta G \in (0, \infty), \quad (2.52)$$

welche ebenfalls in der Norm ISO 27727[ISO08] zur mathematischen Beschreibung der Rissfortschrittskurven bei Elastomeren vorgesehen ist. Diese Funktion stellt bei einer doppellogarithmischen Skalierung eine Gerade dar, deren Position durch den Parameter  $C_p$  und deren Steigung durch den Parameter  $m_p$  eindeutig festgelegt ist. Da mit diesem Ansatz jedoch alleine schon aufgrund des asymptotischen Verlaufs im Thresholdbereich (vgl. Abbildung 2.15) keine vollständige mathematische Beschreibung des Rissfortschrittskurvenverlaufs erzielt werden kann, sind weiterführende Potenzfunktionen entwickelt worden. Ein bekannter Vertreter ist die folgende Funktion von ERDOGAN und RATWANI [ER70]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_{\text{ER}} (\Delta G - \Delta G_{\text{th}})^{m_{\text{ER}}}}{\Delta G_c - \Delta G} \quad \Delta G \in (\Delta G_{\text{th}}, \Delta G_c]. \quad (2.53)$$

Indem diese neben den beiden Parametern  $C_{\text{ER}}, m_{\text{ER}}$  den Threshold  $\Delta G_{\text{th}}$  und die zyklische Risszähigkeit  $\Delta G_c$  mit einbeziehen, kann eine asymptotische Abweichung von der PARIS-Geraden im Threshold- und im Risszähigkeitsbereich modelliert werden. Allerdings weisen im Gegensatz zum PARIS-Ansatz die Funktionsparameter eine mathematische Kopplung auf, weshalb eine partielle Parametervariation die Charakteristik des gesamten Funktionsverlaufs verändert. Dies führt dazu, dass der Funktionsverlauf nicht systematisch, sondern nur durch Ausprobieren an den experimentellen Rissfortschrittskurvenverlauf angepasst werden kann. Diese Problematik ist typisch für Potenzansätze, die mathematisch komplexer sind als der PARIS-Ansatz, und kann dazu führen, dass keine akkurate Beschreibung der Rissfortschrittskurve gelingt. Ein in dieser Hinsicht überlegenes Rissfortschrittsgesetz wird von KULLMER [Kul99, KWS23] in Form eines Exponentialansatzes vorgestellt. Basierend auf der Lösung einer Differentialgleichung zweiter Ordnung kann eine Rissfortschrittskurve vom Threshold- bis zum Risszähigkeitsbereich mit

$$\frac{da}{dN} = \overbrace{\left(\frac{da}{dN}\right)_{\text{th}} \exp\left[\zeta^\kappa (\Delta G^\kappa - \Delta G_{\text{th}}^\kappa)\right]}^{\text{risstreibender Anteil}} - \underbrace{\left(\frac{da}{dN}\right)_{\text{th}} \exp\left[\text{sgn}(\zeta_a) |\zeta_a|^\kappa (\Delta G^\kappa - \Delta G_{\text{th}}^\kappa)\right]}_{\text{bremsender Anteil}} \quad \Delta G \in (\Delta G_{\text{th}}, \infty) \quad (2.54)$$

beschrieben werden. Demnach ergibt sich die resultierende Rissfortschrittsrate  $da/dN$  aus der Überlagerung zweier Exponentialfunktionen. Der von  $\zeta_a$ -abhängige Exponentialterm kann physikalisch als der materialspezifische Widerstand gegen das Ermüdungsrisswachstum interpretiert werden. Demgegenüber charakterisiert der  $\zeta$ -abhängige Exponentialterm das risstreibende Ermüdungsrissverhalten. Mit der Überlagerung ist unter der Bedingung  $\zeta_a < \zeta$  für  $\Delta G \leq \Delta G_{\text{th}}$  kein Ermüdungsrisswachstum möglich, weil der Materialwiderstand überwiegt. Erst mit  $\Delta G > \Delta G_{\text{th}}$  ist der risstreibende Anteil dominant, sodass die resultierende Rissfortschrittsrate  $da/dN$  zunimmt. Das Besondere an diesem Rissfortschrittsgesetz ist die Stabilität seiner Parameter  $\zeta$ ,  $\zeta_a$ ,  $\kappa$ ,  $\Delta G_{\text{th}}$  und  $(da/dN)_{\text{th}}$ . Damit kann der Funktionsverlauf partiell an die unterschiedlichen Bereiche einer Rissfortschrittskurve angepasst werden, was in den Abschnitten 5.2.4 und 9.1 ausgenutzt wird.

Durch die Integration eines angepassten Rissfortschrittsgesetzes können mit

$$N_p = \int_{a_0}^{a_c} \left[ \frac{da}{dN} \right]^{-1} da = \int_{a_0}^{a_c} [f(\Delta G)]^{-1} da \quad (2.55)$$

die ertragbaren Lastwechsel prognostiziert werden, bis ausgehend von einer technischen Anfangsrisslänge  $a_0$  die kritische, instabilitätskennzeichnende Endrisslänge  $a_c$  erreicht wird. Für die Integration ist die Kenntnis über die Entwicklung der zyklischen Energiefreisetzungsrates  $\Delta G$  bei zunehmender Risslänge  $a$  erforderlich. Um diese für einen Riss bei beliebigen Belastungs- und Geometrierandbedingungen zu erlangen, kann wie zum Ende von Abschnitt 2.3.2 erläutert die FEM verwendet werden. Allerdings sind in diesem Fall sequentielle Spannungsanalysen durchzuführen, wobei die zyklische Energiefreisetzungsrates bei zunehmender Risslänge ausgewertet wird. Vertiefende Informationen über die prinzipielle Funktionsweise dieser sogenannten Rissfortschrittssimulationen werden z. B. in [SFR03, RS16] gegeben.



### 3 BRUCHMECHANISCHER ANSATZ

Für den sicheren sowie effizienten Einsatz von elastischen Klebverbindungen sind simulative Berechnungskonzepte notwendig, mit denen bereits im virtuellen Produktentwicklungsprozess ein Nachweis hinsichtlich einer belastungsgerechten Klebschichtdimensionierung erbracht werden kann. Dabei entscheiden im industriellen Umfeld neben der Prognosegüte maßgeblich der für die Anwendung notwendige Aufwand für Parametrisierung und Berechnung darüber, ob ein simulatives Berechnungskonzept einen Mehrwert zur experimentellen Nachweisführung bietet und damit den Einsatz rechtfertigt. Dabei wird der Aufwand für die Parametrisierung durch den Umfang und die Komplexität der durchzuführenden Prüfverfahren/Simulationen bestimmt, mit denen die notwendigen Eingangsdaten zur Anwendung des Berechnungskonzepts im Vorfeld ermittelt werden. Der Berechnungsaufwand umfasst die notwendigen Ressourcen bei Anwendung des Berechnungskonzepts, wobei im Kontext der FEM diesbezüglich der Aufwand für die Modellerstellung, Berechnung und Auswertung maßgeblich ist. Da alle diese Faktoren durch den Ansatz bestimmt werden, der einem Berechnungskonzept zu Grunde liegt, wird im Folgenden auf die üblichen Potentiale und Herausforderungen kontinuumsmechanischer und bruchmechanischer Ansätze eingegangen, die einen praxisorientierten Einsatz eines Berechnungskonzepts begünstigen oder erschweren. Aufbauend auf dieser Analyse wird ein in dieser Arbeit verfolgter, bruchmechanischer Ansatz vorgestellt, der über Idealisierungen und Annahmen mit der Fokussierung auf die Beanspruchungsanalyse kleiner Risse darauf abzielt, die Potentiale kontinuums- und bruchmechanischer Ansätze zu vereinen. Zur Validierung des daraus abgeleiteten Versagenskriteriums bei quasistatischer Klebschichtbelastung und des Lebensdauerkriteriums bei schwingender Klebschichtbelastung werden zu erarbeitende Aufgabenstellungen definiert, deren Ausarbeitung den weiteren Verlauf der Arbeit prägt.

#### 3.1 Potentiale und Herausforderungen kontinuums- und bruchmechanischer Ansätze

Im Rahmen dieser Diskussion werden unter kontinuumsmechanischen Ansätzen diejenigen verstanden, die ausgehend von der Annahme einer fehlerfreien elastischen Klebschicht versuchen, anhand kontinuumsmechanischer Beanspruchungsgrößen (Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$ , log. Dehnungstensor  $\epsilon$ , Verzerrungsenergiedichte  $\psi$ , ...) eine Tragfähigkeits- bzw. Lebensdauerprognose für eine elastische Klebverbindung zu erzielen. Dabei beruht der zugrundeliegende Zusammenhang zwischen Beanspruchungsniveau und materialspezifischer Beanspruchbarkeit üblicherweise auf Empirie und ist daher experimentell zu ermitteln. Um dabei den auf der Prüfkörperebene gemessenen Zusammenhang auf die Bauteilebene übertragen zu können, ist bei einem kontinuumsmechanischen Ansatz ein Beanspruchungsparameter zu definieren, mit dem der Einfluss des Beanspruchungszustands auf das Versagensverhalten zutreffend berücksichtigt wird. Das in Abschnitt 2.3.2 beschriebene

Konzept der Vergleichshypothese stellt diesbezüglich eine etablierte, ingenieurtechnische Methode dar. Allerdings resultiert bei Elastomeren die von ROSENDAHL ET. AL. [RDF+19] beschriebene Notwendigkeit materialspezifischer Vergleichshypothesen darin, dass für die betrachteten Klebstoffsysteme unter Umständen vielfältige Zug- bzw. Schwingfestigkeitsversuche an verschiedenen Prüfkörpern durchgeführt werden müssen, um für eine Versagenhypothese nach Gleichung 2.34 bzw. Lebensdauerhypothese nach Gleichung 2.47 eine belastbare Vergleichshypothese abzuleiten. Deshalb stellt bei einem kontinuumsmechanischen Ansatz der experimentelle Aufwand zur Identifizierung eines geeigneten (Vergleichs-)Beanspruchungsparameters die größte Herausforderung dar. Wird diese jedoch überwunden, dann zeigen die Arbeiten von DRASS [Dra20], ROSENDAHL [Ros20] und SIKORA [Sik15] hinsichtlich quasistatisch und von ÇAVDAR [Çav21] hinsichtlich schwingend beanspruchter, elastischer Klebverbindungen, dass ein Berechnungskonzept, welches darauf aufbaut, zufriedenstellende Prognosegüten liefern kann und sich durch einen geringen Aufwand bei der Anwendung auszeichnet. Indem bei einem kontinuumsmechanischen Ansatz die mechanischen Feldgrößen in der elastischen Klebschicht ausgewertet werden müssen, um eine Tragfähigkeits- oder Lebensdauerprognose zu erzielen, sind lediglich standardmäßige FE-Spannungsanalysen zu realisieren. Dabei ist im Vergleich zur Anwendung eines bruchmechanischen Ansatzes die notwendige Zeit für die FE-Modellerstellung und Simulation sowie der Aufwand für die anschließende Auswertung im Allgemeinen signifikant geringer. Deshalb findet trotz der beschriebenen Herausforderungen der kontinuumsmechanische Ansatz auch mit Blick auf andere Werkstoffklassen, wie z. B. Metalle und Kunststoffe, häufiger im industriellen Umfeld Anwendung [MF02, SSK11].

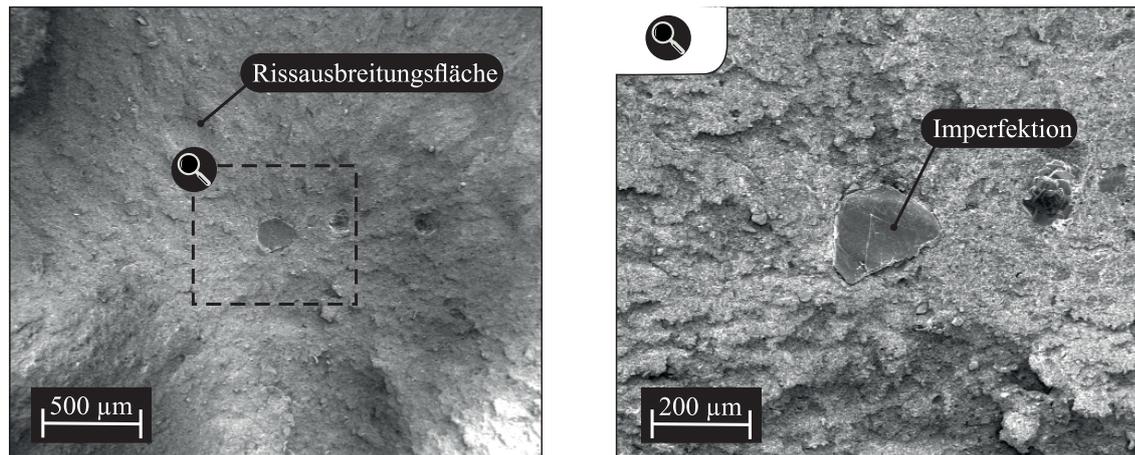
Ein bruchmechanischer Ansatz zeichnet sich dadurch aus, dass von einer rissbehafteten elastischen Klebschicht ausgegangen wird, deren Tragfähigkeit bzw. Lebensdauer durch das Rissausbreitungspotential eines Risses bestimmt wird. Dabei besteht im Vergleich zum kontinuumsmechanischen Ansatz der große Vorteil darin, dass bei Elastomeren und somit auch elastischen Klebschichten mit der (zyklischen) Energiefreisetzungsrate als physikalisches Maß für das Rissausbreitungspotential der relevante Beanspruchungsparameter eindeutig feststeht und nicht zunächst identifiziert werden muss. Deshalb sind als materialspezifische Eingangsdaten primär die bruchmechanischen Materialkennwerte in Form der Risszähigkeit oder der Rissfortschrittskurve zu bestimmen. Allerdings sind die Durchführung und die Auswertung von Risszähigkeits- bzw. Risswachstumsversuchen im Allgemeinen komplexer als bei Zug- oder Schwingfestigkeitsversuchen. Während bspw. die Messung einer Wöhlerlinie die Ergebnisse einer Vielzahl von Schwingfestigkeitsversuchen benötigt, kann eine Rissfortschrittskurve anhand weniger Risswachstumsversuche bestimmt werden. Daher besteht bei bruchmechanischen Ansätzen das Potential, dass hinsichtlich des experimentellen Aufwands die höhere Komplexität durch einen geringeren zeitlichen Testumfang kompensiert wird. Die wahre Herausforderung eines bruchmechanischen Ansatzes liegt darin, die zur Durchführung von bruchmechanischen Tragfähigkeits- oder Lebensdauerprognosen benötigte (zyklische) Energiefreisetzungsrate eines Risses zu bestimmen. Dabei beginnt die Problemstellung schon damit, dass aufgrund stochastisch verteilter Imperfektionen an jedem Ort einer elastischen Klebschicht eine wie in Abschnitt 2.3.3 beschriebene Rissinitiierung mit anschließendem Risswachstum stattfinden kann. Informationen über die Lage, Größe oder

Form desjenigen technischen Anrisses, der das größte Rissausbreitungspotential aufweist und daher für die bruchmechanische Bewertung am relevantesten ist, liegen nach KAINDL [KAI14] den Unternehmen im virtuellen Produktentwicklungsprozess zumeist nicht vor. Wird sich dennoch für eine bestimmte Risskonfiguration entschieden, dann ist die zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate benötigte FE-Spannungsanalyse der rissbehafteten elastischen Klebverbindung eine vergleichsweise zeit- und rechenintensive Herausforderung. Gründe sind unter anderem die feinere Elementdiskretisierung, die zwangsweise bei der Integration eines Risses in das FE-Netz notwendig ist und die an der Rissfront aus dem elastomeren Deformationsverhalten resultierenden, extremen Elementdeformationen, die bei der FE-Simulation das Konvergenzverhalten negativ beeinflussen können. Für Risswachstumsimulationen, die normalerweise für bruchmechanische Lebensdauerprognosen nach Gleichung 2.55 notwendig sind, akkumulieren sich diese Problematiken derart, dass im Kontext von elastomeren Werkstoffen von CHARRIER ET. AL. [COV+03] deren Durchführbarkeit im industriellen Umfeld als nicht gegeben erachtet wird.

Aus den Ausführungen kann entnommen werden, dass die Potentiale und Herausforderungen bei kontinuums- und bruchmechanischen Ansätzen hinsichtlich eines praxisorientierten Berechnungskonzeptes prinzipiell konträr zueinander sind. Ein Ansatz, welcher daher die Potentiale beider Herangehensweisen vereint, könnte sich daher durch einen geringen Parametrisierungsaufwand sowie eine effiziente Anwendbarkeit im Berechnungsprozess auszeichnen. Mit dieser Motivation wird im folgenden Abschnitt ein in dieser Arbeit verfolgter bruchmechanischer Ansatz vorgestellt, der über Idealisierungen und Annahmen mit der Fokussierung auf die Analyse des Ausbreitungspotentials kleiner Risse darauf abzielt, dieses kombinierte Potential auszunutzen, um aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen für elastische Klebverbindungen zu erzielen.

### 3.2 Idealisierungen und Annahmen

Mit der in Abbildung 3.1 dargestellten, repräsentativen Bruchfläche einer im Rahmen dieser Arbeit geprüften, elastischen Klebverbindung und dem in Abschnitt 2.3.3 thematisierten Rissinitiierungsprozess bei Elastomeren können als Ausgangspunkt für ein Kohäsionsversagen die Initiierung und das Wachstum von Rissen ausgehend von natürlichen Imperfektionen angenommen werden. Dabei legen unter anderem die Untersuchungen von CHEN ET. AL. [CWS17], MARS und FATEMI [MF06] sowie HAINSWORTH [Hai07] nahe, dass bei Elastomeren die statische Tragfähigkeit und die technische Lebensdauer schon bei der Existenz von kleinen Rissen primär durch deren bruchmechanisches Ausbreitungspotential bestimmt werden. Um dies bei der Auslegung von elastischen Klebverbindungen mittels eines effizienten, bruchmechanischen Ansatzes zu berücksichtigen, werden im Folgenden zunächst aufbauend auf den Annahmen von AÏT-BACHIR ET. AL. [AMV12] die von HUNEAU ET. AL. [HMM+16] beschriebene Rissbildungs- und Risswachstumsphase (vgl. Abschnitt 2.3.3) von kleinen Rissen idealisiert.

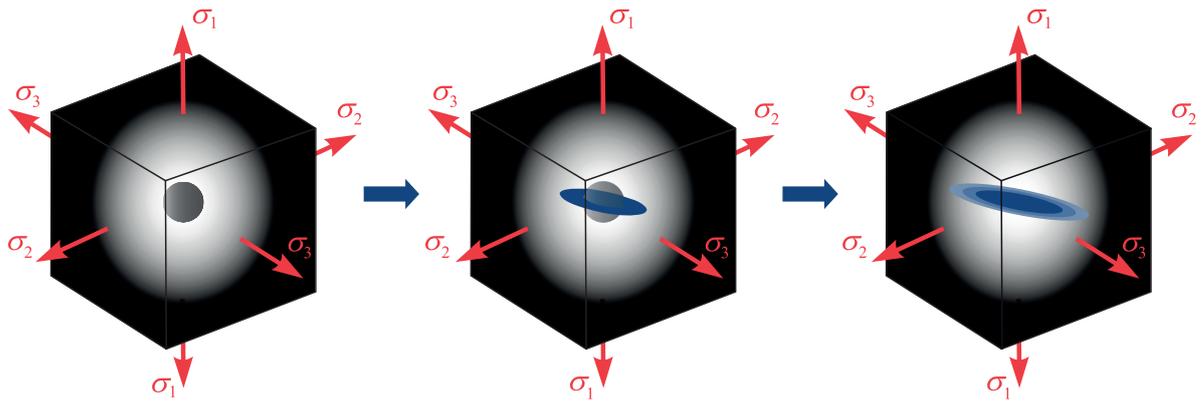


**Abbildung 3.1:** Kohäsive Bruchfläche einer elastischen Klebverbindung (links) mit der Detailaufnahme einer im Klebstoff eingebetteten Imperfektion (rechts)

**Idealisierung der Geometrie.** Abbildung 3.1 veranschaulicht, dass im Vergleich zu den Dimensionen einer elastischen Klebschicht Imperfektionen in Form von Kavitäten, Additiven oder Füllstoffagglomeraten als so klein anzusehen sind, dass die Klebschicht in Relation dazu wie ein weit ausgedehntes Klebstoffkontinuum erscheint. Dementsprechend wird, wie in Abbildung 3.2 (links) visualisiert, eine geometrische Idealisierung vorgenommen, bei der eine Imperfektion als kugelförmig aufgefasst wird und deren Umgebung durch ein repräsentatives Volumenelement (RVE) substituiert werden kann. Dabei wird einerseits angenommen, dass das RVE auf der lokalen Skala der Inhomogenität weit ausgedehnt ist, sodass dessen Geometrierandbedingungen keinen Einfluss auf die Inhomogenität haben und es andererseits hinsichtlich der globalen Skala der elastischen Klebschicht kaum mehr als einen Materialpunkt repräsentiert.

**Idealisierung der Beanspruchungssituation.** Aufgrund der geometrischen Idealisierung kann ebenfalls die Beanspruchungssituation idealisiert werden, wonach bei einer belasteten, elastischen Klebschicht das sich ausprägende Spannungsfeld zwar global betrachtet örtlich veränderlich ist, jedoch in Bezug auf das RVE die Gradienten eines inhomogenen Spannungsfeldes verschwinden. Folglich kann angenommen werden, dass das RVE und die darin befindliche Imperfektion homogen mit dem Spannungszustand belastet werden, der auf der globalen Skala der elastischen Klebschicht an einem betrachteten Materialpunkt vorliegt.

**Idealisierung der Rissinitiierungs- und Risswachstumsphase.** Erreicht der Spannungszustand aufgrund der äußeren Klebschichtbelastung ein kritisches Niveau, dann kann nach dem in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Rissinitiierungsprozess angenommen werden, dass wie in Abbildung 3.2 dargestellt ein technischer Anriss an der Imperfektion entstanden ist, dessen Ausbreitungsverhalten bruchmechanischen Prinzipien folgt und darüber hinaus nicht mehr von der Präsenz der Imperfektion beeinflusst wird. Obwohl beim Rissinitiierungsprozess die mikrostrukturellen Schädigungsmechanismen komplex sind und nicht näher betrachtet werden, ist wegen der getroffenen Idealisierung einer kugelförmigen Imperfektion konsequent, davon auszugehen, dass ein kreisrunder Riss entsteht. Weil mit dieser geometrischen Idealisierung die Rissinitiierungsbedingungen für alle Raumrichtungen identisch sind, ist bei



**Abbildung 3.2:** Idealierte Betrachtung des Rissinitiierungs- und Risswachstumsprozesses eines kleinen Risses an einem Materialpunkt einer elastischen Klebschicht

homogenem, isotropem Klebstoffverhalten die bevorzugte Orientierung des initiierten Risses nur vom umliegenden Spannungszustand abhängig. Wird aus Sicht der Bruchmechanik argumentiert, dann ist die Existenz eines Risses am wahrscheinlichsten, wenn seine Orientierung die entlang der kreisrunden Rissfront wirkende Energiefreisetzungsrate im Durchschnitt maximiert und damit das höchste Potential zum Rissflächenzuwachs aufweist. Folglich wird vereinfachend angenommen, dass entlang der kreisrunden Rissfront  $2\pi a$  mit

$$\bar{G} = -\frac{1}{2\pi a} \frac{d\Pi}{da} = \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi a} G(s) ds \quad (3.1)$$

ein konstantes Risswachstumspotential vorliegt, welches als Durchschnittswert der eigentlich rissfrontpositionsabhängigen Energiefreisetzungsrate  $G(s)$  eine selbständige Rissausbreitung mit Beibehaltung der Rissform und Rissausbreitungsebene bedingt. Dadurch wird erreicht, dass trotz eines dreidimensionalen Rissproblems das Rissausbreitungspotential nur anhand eines charakteristischen Wertes bemessen werden kann.

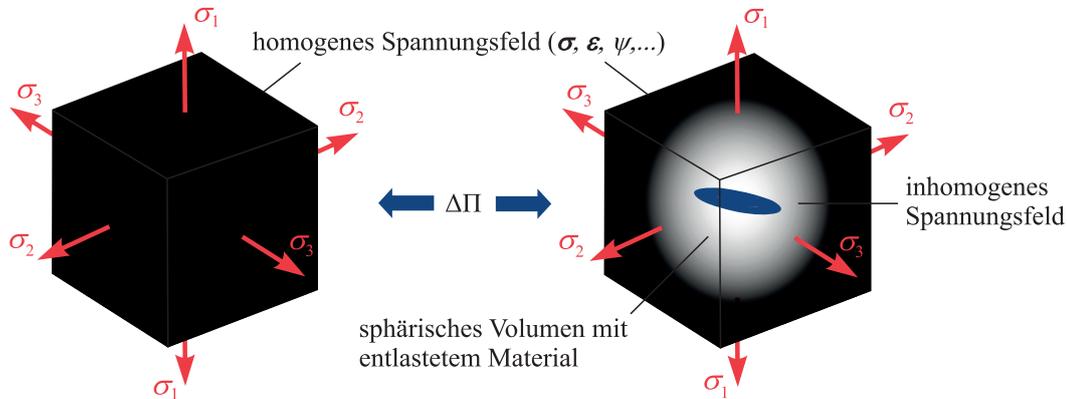
Zusammenfassend wird mittels des Idealisierungsprozesses das komplexe, bruchmechanische Problem eines kleinen Risses innerhalb einer elastischen Klebschicht auf die Betrachtung eines kreisrunden Innenrisses reduziert, der sich innerhalb eines weit ausgedehnten RVEs befindet und durch ein homogenes Spannungsfeld belastet wird. Auf die daraus resultierenden Potentiale, die zur effizienten Auslegung von elastischen Klebverbindungen mittels bruchmechanischer Ansätze genutzt werden können, wird im Folgenden eingegangen.

### 3.3 Potentiale bei der bruchmechanischen Betrachtung kleiner, idealisierter Risse

Der beschriebene Idealisierungsprozess resultiert in einem sogenannten Kleinrissproblem<sup>3</sup>, für das bezüglich der Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}$  ein analytischer Zusammenhang über eine materialunabhängige Dimensionsanalyse hergeleitet werden kann [CGP93]. Ausgangspunkt

<sup>3</sup> Anm.: Ein Kleinrissproblem zeichnet sich dadurch aus, dass geometrische Randbedingungen keinen Einfluss auf die Energiefreisetzungsrate haben und der Riss durch ein homogenes Spannungsfeld belastet wird. Wenn diese Voraussetzungen erfüllt sind, dann resultiert die Dimensionsanalyse unabhängig von der Rissgeometrie formal immer in dem gleichen Zusammenhang für die Energiefreisetzungsrate (Gleichung 3.3).

für die Dimensionsanalyse ist die Betrachtung eines RVEs, bei dem ein angreifender Spannungszustand über Verschiebungsrandbedingungen aufgeprägt wird. Wird zunächst, wie in Abbildung 3.3 dargestellt, ein RVE bei Abwesenheit einer Imperfektion oder eines Risses betrachtet, dann ist im gesamten RVE ein homogener Spannungszustand präsent, welcher durch eine örtlich invariante Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  charakterisiert ist.



**Abbildung 3.3:** Verlust potentieller Energie  $\Delta\Pi$ , der mit dem Einfügen eines kleinen, kreisrunden Risses innerhalb eines weit ausgedehnten RVE mit homogenem Spannungsfeld einhergeht

Wird im Vergleich dazu der Zustand des gleichen RVEs betrachtet, bei dem jedoch entsprechend der Betrachtungsweise aus dem vorherigen Abschnitt ein kleiner, kreisrunder Innenriss mit dem Radius  $a$  vorliegt, dann findet in der unmittelbaren Umgebung innerhalb eines sphärenförmigen Volumens eine Materialentlastung statt, während im restlichen RVE-Volumen weiterhin das homogene Spannungsfeld präsent ist. Indem die Menge an verringerter potentieller Energie  $\Delta\Pi$  vom Volumen der Sphäre und dieses wiederum nur vom Rissradius  $a$  abhängt, kann für das RVE der potentielle Energieverlust, der mit der Existenz eines kleinen, kreisrunden Risses einhergeht, mit

$$\Delta\Pi = -\frac{4}{3}\pi a^3 b\psi \quad (3.2)$$

quantifiziert werden. Daraus ergibt sich mit Gleichung 3.1 die für Kleinrissprobleme charakteristische, analytische Gleichung für die Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}$ :

$$\bar{G} = -\frac{1}{2\pi a} \frac{d(\Delta\Pi)}{da} = 2b\psi a \quad (3.3)$$

Dabei symbolisiert  $b$  einen dimensionslosen Faktor, der nach MARS [Mar21] bei einem elastomeren Konstitutivverhalten im Allgemeinen unbekannt ist, jedoch mittels kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter aus dem homogenen Spannungsfeld die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate u. a. von dem Konstitutivverhalten, dem herrschenden Spannungszustand, der Rissform sowie der Rissorientierung berücksichtigt [Mar06, CGP93, Yeo02, AMV12]. Entscheidend ist an dieser Stelle, dass mit der Umstellung von Gleichung 3.3 zu

$$\frac{\bar{G}}{a} = 2b\psi \quad (3.4)$$

die prinzipielle Existenz eines Zusammenhangs nachgewiesen wird, der mit der auf den Rissradius  $a$  normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  auf der einen Seite und der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  und dem dimensionslosen Faktor  $b$  auf der anderen Seite das bruchmechanisch charakterisierte Rissausbreitungspotential eines kleinen Risses mit dem umliegenden, kontinuumsmechanisch charakterisierten Spannungszustand verbindet. Verallgemeinert kann dies mit

$$\frac{\bar{G}}{a} = g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \psi, \dots) \quad (3.5)$$

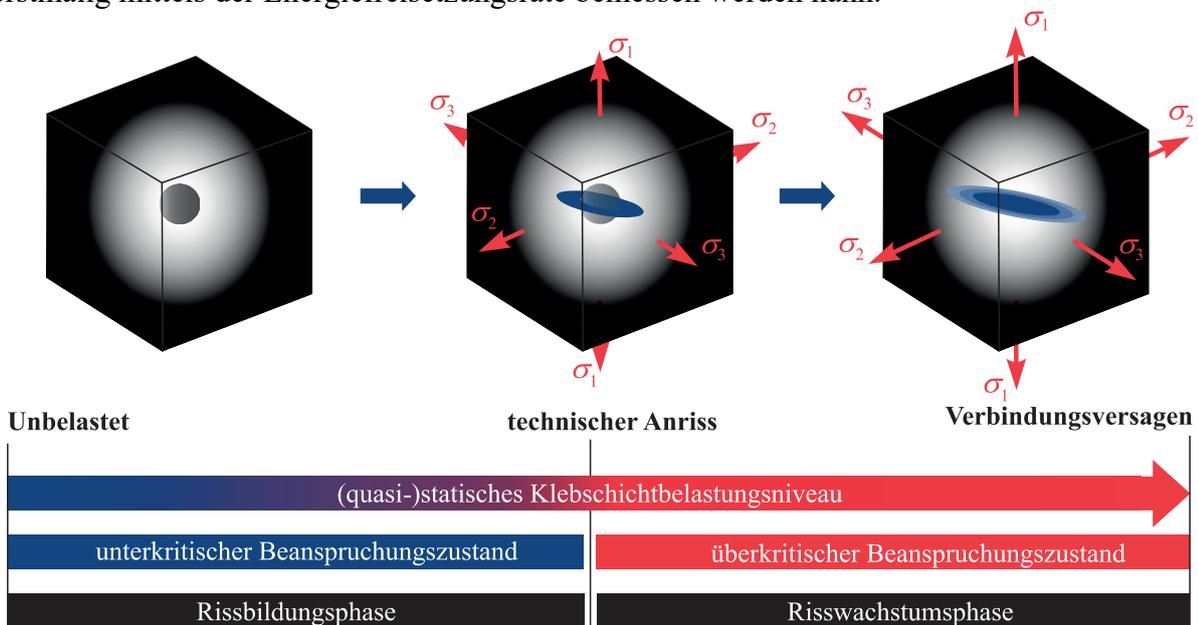
ausgedrückt werden, wonach die Wirkung eines Spannungszustands auf das normierte Rissausbreitungspotential über eine Funktion  $g$  quantifiziert wird, die als Argumente nur kontinuumsmechanische Beanspruchungsparameter (z. B. Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$ , log. Dehnungstensor  $\boldsymbol{\varepsilon}$  oder Verzerrungsenergiedichte  $\psi$ ) aus dem umliegenden, homogenen Spannungsfeld verwendet. Aus der Kenntnis eines solchen Funktionszusammenhangs resultieren die folgenden drei zentralen Potentiale:

- ❶. Mit Berücksichtigung der getroffenen Idealisierungen und Annahmen kann der kontinuumsmechanische Spannungszustand an einem Materialpunkt im defektfreien Kontinuum genutzt werden, um die Energiefreisetzungsrates eines dort potentiell vorhandenen, kleinen Risses zu bestimmen. Übertragen auf eine FE-Simulation bedeutet dies, dass die explizite Modellierung von kleinen Rissen in der Klebschicht nicht notwendig ist, um die zugehörige Energiefreisetzungsrates numerisch zu bestimmen. Damit können die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Herausforderungen bei der Anwendung eines bruchmechanischen Ansatzes umgangen werden.
- ❷. Durch eine solche Funktion kann die Wirkung multiaxialer Spannungszustände hinsichtlich der Tragfähigkeit und der Ermüdungsfestigkeit eines Klebstoffs in einem Wert, der Energiefreisetzungsrates, zusammengefasst werden, der die physikalischen Bedingungen für Risswachstum und folglich für Materialversagen unmittelbar quantifiziert.
- ❸. Mit Berücksichtigung der getroffenen Idealisierungen und Annahmen kann die Rissfortschrittslebensdauer für das idealisierte Rissproblem prognostiziert werden, ohne aufwendige Rissfortschrittssimulationen durchführen zu müssen. Indem Gleichung 3.5 einen proportionalen Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrates und dem Rissradius beschreibt, ist für die Integration des Rissfortschrittsgesetzes nach Gleichung 2.55 die notwendige Information hinsichtlich der Entwicklung des Rissausbreitungspotentials mit zunehmenden Ermüdungsrissfortschritt für kleine Risse bereits bekannt.

Da folglich mit der Betrachtung des idealisierten Kleinrissproblems grundsätzlich die Möglichkeit einer effizienten, bruchmechanischen Herangehensweise eröffnet wird, werden darauf aufbauend die Ansätze einer Versagenstheorie und einer Lebensdauerhypothese für quasistatisch und für schwingend beanspruchte, elastische Klebverbindungen vorgestellt.

### 3.4 Ansatz für eine bruchmechanische Versagenshypothese bei statischer Klebschichtbelastung

Damit im statischen Belastungsfall ein sicherer Stoffschluss gewährleistet wird, sollte eine elastische Klebverbindung so dimensioniert werden, dass in der Klebschicht kein lokales Materialversagen mit der Entstehung eines technischen Anrisses stattfindet. Dazu ist eine geeignete Versagenshypothese notwendig, mit der die statische Klebschichtbeanspruchung hinsichtlich der materialspezifischen Tragfähigkeit bewertet werden kann. Eine solche Versagenshypothese wird im Folgenden mittels bruchmechanischer Prinzipien hergeleitet. Dazu wird im Kontext des idealisierten Rissinitiierungs- und Risswachstumsprozesses (vgl. Abbildung 3.4) der Grenzfall betrachtet, bei dem zu einem kritischen Spannungszustand ein kleiner, kreisrunder Riss an der Imperfektion entstanden ist. Dieser wird als technischer Anriss angesehen, sodass dessen Rissausbreitungspotential unter Vernachlässigung der Imperfektion erstmalig mittels der Energiefreisetzungsrate bemessen werden kann.



**Abbildung 3.4:** Idealisierter Rissinitiierungs- und Risswachstumsprozess im Kontext des quasistatischen Tragfähigkeitsvermögens einer elastischen Klebverbindung

Da eine weitere infinitesimale Steigerung der Beanspruchungsintensität zu einer weiteren Rissausbreitung führen würde, sind im betrachteten Grenzfall die Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}$  und die materialspezifische Risszähigkeit  $G_c$  nach dem mit Gleichung 2.41 beschriebenen, energetischen Risswachstumskriterium im Gleichgewicht. Dementsprechend kann unter Berücksichtigung von Gleichung 2.41 der Zustand bei der Existenz eines technischen Anrisses aus bruchmechanischer Sicht mit

$$\bar{G} = g(\sigma_c, \varepsilon_c, \psi_c, \dots) a_0 = G_c \quad (3.6)$$

beschrieben werden. Da die quasistatischen Riss sensitivitätsuntersuchungen von CHEN ET. AL. [CWS17] zeigen, dass die Größe des technischen Anrisses als materialspezifischer Parameter

aufgefasst werden kann, der den Übergang vom Festigkeitsversagen zum bruchmechanischen Materialversagen markiert<sup>4</sup>, kann Gleichung 3.6 wie folgt

$$\frac{\bar{G}}{a} = g(\sigma_c, \varepsilon_c, \psi_c, \dots) = \frac{G_c}{a_0} \quad (3.7)$$

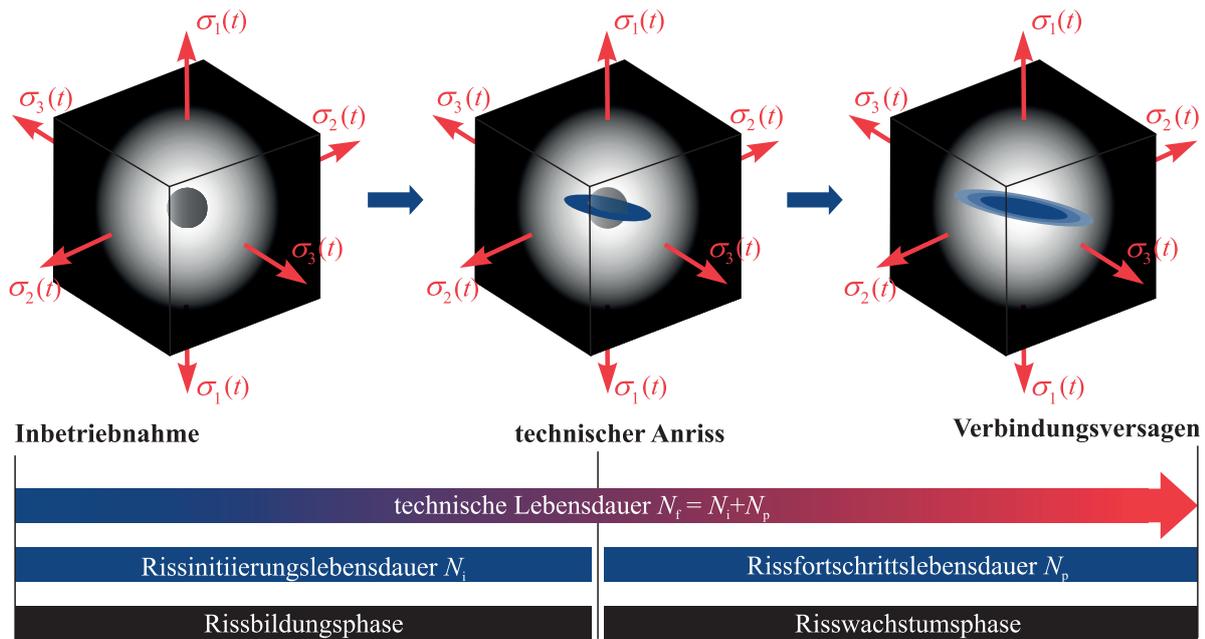
in Beanspruchung (linksseitig) und materialspezifische Tragfähigkeit (rechtsseitig) aufgeteilt werden. Damit wird eine bruchmechanische Versagenshypothese formuliert, wonach als Folge eines Deviations- und/oder Dilatationsversagensmechanismus (vgl. Abschnitt 2.3.2) die Existenz eines technischen Anrisses an einem Materialpunkt erwartet werden kann, sobald ein Spannungszustand mit der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  in einem relativen Rissausbreitungspotential resultiert, die einen Materialkennwert in Form eines normierten Risszähigkeitskennwerts  $G_c/a_0$  erreicht. Damit stellt Gleichung 3.7 nicht nur eine bruchmechanische Alternative zu den in Abschnitt 2.3.2 thematisierten kontinuumsmechanischen Versagenshypothesen dar, sondern kann im Vergleich noch methodische Vorzüge aufweisen.

Bei kontinuumsmechanischen Versagenshypothesen wird die Wirkung multiaxialer Spannungszustände hinsichtlich der Materialtragfähigkeit phänomenologisch beschrieben, sodass eine solche Hypothese anhand experimenteller Versuchsreihen abgeleitet werden muss und daher auf einer Datenbasis beruht, die auf experimentell untersuchbare Spannungszustände limitiert ist. Im Gegensatz dazu wird bei der bruchmechanischen Versagenshypothese mit einem Funktionszusammenhang nach Gleichung 3.5 die Wirkung multiaxialer Spannungszustände hinsichtlich der Materialtragfähigkeit mittels eines physikalisch begründeten Beanspruchungsparameters beschrieben (vgl. Potential ② in Abschnitt 3.3). Dazu wird in Kapitel 6 gezeigt, dass die Datenbasis zur Ableitung eines solchen Funktionszusammenhangs rein simulativ hergeleitet werden kann und deswegen nicht auf wenige, messbare Spannungszustände limitiert ist, sondern die konvergierenden Ergebnisse beliebiger Spannungszustände enthält. Folglich besteht mit dem Ansatz das grundsätzliche Potential, bei statischer Belastung eine belastungsgerechte Klebschichtdimensionierung vorzunehmen, die eine Rissinitiierung vermeidet und damit einen sicheren Stoffschluss zwischen den Fügepartnern gewährleistet. Die Anwendung und Validierung der bruchmechanischen Versagenshypothese erfolgen in Kapitel 8.

### 3.5 Ansatz für eine bruchmechanische Lebensdauerhypothese bei schwingender Klebschichtbelastung

Im Kontext schwingender Klebschichtbelastungen ist nach dem in Abschnitt 3.3 aufgeführten Potential ③ mit der Fokussierung auf das Ermüdungsrissausbreitungsverhalten der idealisierten, kleinen Risse das Ziel, ein effizientes, bruchmechanisches Konzept zur lebensdauergerichten Klebschichtdimensionierung zu realisieren. Dazu wird der idealisierte

<sup>4</sup> Anm.: Während sich das Festigkeitsversagen dadurch auszeichnet, dass unabhängig von der Präsenz eines Risses die Tragfähigkeitsgrenze durch das Erreichen der Bruchdehnung oder der Festigkeit limitiert wird, findet beim bruchmechanischen Versagen eine Rissausbreitung vor Erreichen der Bruchdehnung oder Festigkeit statt, sodass die Tragfähigkeitsgrenze durch das bruchmechanische Rissausbreitungspotential bestimmt wird.



**Abbildung 3.5:** Idealisierter Rissinitiierungs- und Risswachstumsprozess im Kontext der Lebensdauerphasen einer elastischen Klebverbindung

Rissbildungs- und Risswachstumsprozess aus Abschnitt 3.2 nach Abbildung 3.5 in den Kontext der Lebensdauerphasen einer elastischen Klebschicht nach Abbildung 2.13 gesetzt. Auf Basis der getroffenen Idealisierungen und Annahmen wird für spezifische Randbedingungen eine analytische Lösung für die Rissfortschrittslebensdauer hergeleitet, um die grundlegenden Zusammenhänge in der Risswachstumsphase zu beschreiben. Ausgangspunkt ist die Betrachtung eines bereits initiierten, technischen Anrisses mit Radius  $a_0$ , der innerhalb des RVEs aufgrund eines vorliegenden Spannungs-Dehnungszustands mit periodisch schwelender Zeitskalierung während eines Lastwechsels die zyklische Energiefreisetzungsrate

$$\Delta \bar{G}^{a_0} = \bar{G}_{\max}^{a_0} - \underbrace{\bar{G}_{\min}^{a_0}}_{:=0 \text{ (schwellend)}} = g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots) a_0 \quad (3.8)$$

erfährt. Wenn sich der Rissradius aufgrund des Ermüdungsrisswachstums um  $\Delta a$  vergrößert, sei die damit einhergehende, proportionale Zunahme der zyklischen Energiefreisetzungsrates stets mit

$$\Delta \bar{G}^{a_0 + \Delta a} - \Delta \bar{G}^{a_0} = g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots) \Delta a \quad (3.9)$$

quantifizierbar. Weiterhin sei die Intensität des vorliegenden Spannungszustands so hoch, dass für den technischen Anriss mit Radius  $a_0$  die resultierende zyklische Energiefreisetzungsrates  $\Delta \bar{G}^{a_0}$  in der linear ansteigenden, mittels des Exponentialansatzes nach KULLMER (vgl. Gleichung 2.54) beschreibbaren Rissfortschrittcurve verortet werden kann. Da in diesem Bereich wegen des asymptotischen Verhaltens des Exponentialansatzes

$$\lim_{\Delta G \rightarrow \infty} [f(\Delta G)] = \left( \frac{da}{dN} \right)_{\text{th}} \left\{ \exp \left[ \zeta^{\kappa} (\Delta G^{\kappa} - \Delta G_{\text{th}}^{\kappa}) \right] \right\} \quad (3.10)$$

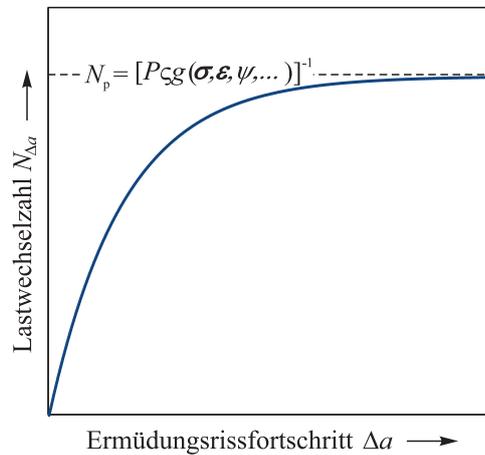
die Rissfortschrittsrate  $da/dN$  dominierend durch den risstreibenden Anteil des Exponentialansatzes beschrieben wird, kann bei der Integration nach Gleichung 2.55 der bremsende Anteil vernachlässigt werden und für  $\kappa=1$  die für einen Ermüdungsrissfortschritt  $\Delta a$  benötigte Lastwechselzahl  $N_{\Delta a}$  in analytischer Form wie folgt

$$N_{\Delta a} = \int_{a_0}^{a_0+\Delta a} [f(\Delta G)]^{-1} da = \frac{1 - \exp[-\zeta g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\psi}, \dots) \Delta a]}{P \zeta g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\psi}, \dots)} \quad (3.11)$$

unter Berücksichtigung der Konstanten

$$P = \left( \frac{da}{dN} \right)_{\text{th}} \exp[\zeta (g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\psi}, \dots) a_0 - \Delta G_{\text{th}})] \quad (3.12)$$

angegeben werden kann. Der exponentielle  $\Delta a$ -  $N_{\Delta a}$ -Funktionsverlauf ist unter der Bedingung, dass alle Parameter aus physikalischer Sicht einen Wert  $> 0$  annehmen müssen, degressiv und in Abbildung 3.6 qualitativ dargestellt.



**Abbildung 3.6:** Qualitative Darstellung von Gleichung 3.11

Der degressive Verlauf spiegelt die typische Charakteristik des Ermüdungsrisswachstums wider, wonach ein anfänglicher Ermüdungsrissfortschritt –gekennzeichnet durch geringe  $\Delta a$ – langsam stattfindet und eine Vielzahl an Lastwechseln benötigt, sich dann aber mit zunehmender Rissgröße bis zum Einsetzen des instabilen Risswachstums zunehmend beschleunigt. Das instabile Risswachstum wird durch den asymptotischen Grenzwert des Funktionsverlaufs gekennzeichnet, der sich aus der Grenzwertbetrachtung der Gleichung 3.11 ergibt und mit

$$N_p = \lim_{\Delta a \rightarrow \infty} (N_{\Delta a}) = [P \zeta g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\psi}, \dots)]^{-1} \quad (3.13)$$

eine endliche Risswachstumslebensdauer  $N_p$  beschreibt. Aus Gleichung 3.13 geht hervor, dass eine Unabhängigkeit der Risswachstumslebensdauer von der Endrissgröße (gekennzeichnet durch den Radius  $a_0+\Delta a$ ) erreicht wird, wenn in Relation dazu die technische Anfangsrissgröße (gekennzeichnet durch den Radius  $a_0$ ) deutlich kleiner ist. Die gleiche Erkenntnis wird erlangt, wenn den Überlegungen das Rissfortschrittsgesetz nach PARIS (vgl. Gleichung 2.52) zu Grunde gelegt wird und sich aus der Grenzwertbetrachtung von

$$N_{\Delta a} = \frac{1}{(m_p - 1) C_P g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots)^{m_p}} \left[ \frac{1}{a_0^{m_p - 1}} - \frac{1}{(a_0 + \Delta a)^{m_p - 1}} \right] \quad (3.14)$$

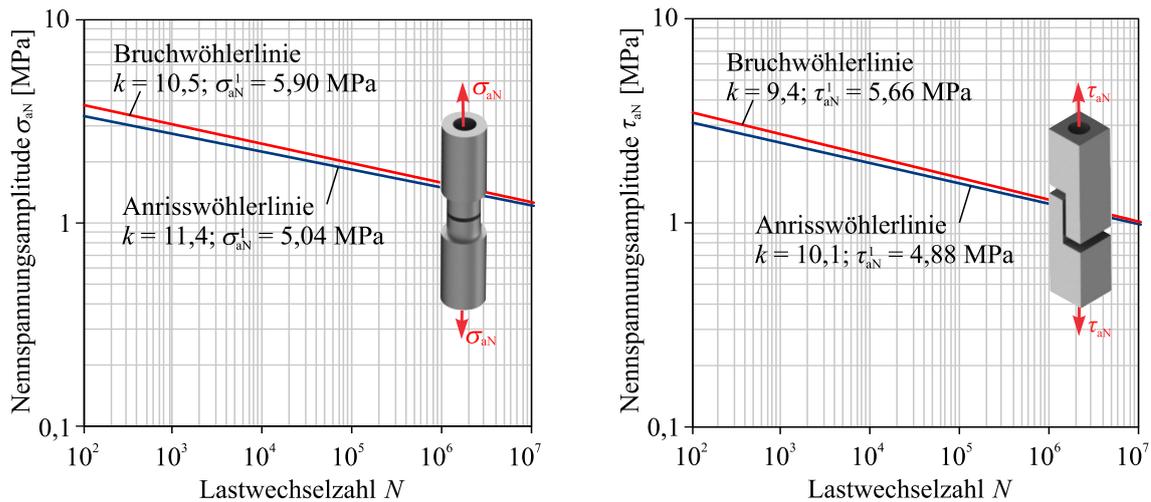
der analytische Ausdruck

$$N_p = \lim_{\Delta a \rightarrow \infty} (N_{\Delta a}) = \frac{1}{(m_p - 1) C_P g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots)^{m_p}} \left[ \frac{1}{a_0^{m_p - 1}} \right] \quad (3.15)$$

für die endliche Risswachstumslebensdauer ergibt, die nur noch von dem Anfangsrissradius  $a_0$  abhängig ist.

Übertragen auf die Lebensdauer elastischer Klebverbindungen verdeutlichen Gleichung 3.13 sowie Gleichung 3.15, dass mit der Fokussierung des bruchmechanischen Ansatzes auf das Rissausbreitungspotential von kleinen Rissen berücksichtigt wird, dass der maßgebliche Anteil der Rissfortschrittslebensdauer durch die Gegebenheiten in dem anfänglichen Stadium der Risswachstumsphase bestimmt wird. Daher verliert der Ansatz mit den getroffenen Idealisierungen und Annahmen bei der Existenz großer Ermüdungsrissse in der Klebschicht, deren komplexes Ausbreitungsverhalten maßgeblich durch die umliegende Struktur beeinflusst wird, seine Gültigkeit. Allerdings zeigen die dargestellten Zusammenhänge, dass in diesem fortgeschrittenen Rissausbreitungsstadium zugleich davon ausgegangen werden kann, dass das endgültige Verbindungsversagen relativ betrachtet kurz bevorsteht und die Analyse dieses Zustands im Hinblick auf die technische Lebensdauer kaum relevant ist.

Im Gegensatz dazu zeigen u. a. die experimentellen Untersuchungen von SAINTIER ET. AL. [SCP06] oder HAINSWORTH [Hai07] zu Rissinitiierungsmechanismen an Elastomeren, dass die Rissinitiierungslebensdauer, die nach Abschnitt 3.2 die Schädigungsvorgänge an der Imperfektion bis zum Erreichen eines technischen Anrisses beinhaltet, im Allgemeinen nicht zu vernachlässigen ist. In Bezug auf elastische Klebverbindungen wird diese Tatsache durch die innerhalb des IGF-Forschungsprojekts 19187BG [MÇM+20] umfangreich durchgeführten Schwingfestigkeitsversuche bestätigt. Dort wurden für den ebenfalls in dieser Arbeit betrachteten Polyurethan-Klebstoff BETAFORCE™ 2850L an acht verschiedenen Klebschichtprüfkörpern zwölf verschiedene Bruch- und Anriss-Zeitfestigkeitsgeraden ermittelt. Für zwei exemplarische Klebschichtverbindungen, die Kopfzug- und die Scherzugprobe, sind diese Zeitfestigkeitsgeraden in Abbildung 3.7 dargestellt. Während die Bruch-Zeitfestigkeitsgerade das vollständige, kohäsive Verbindungsversagen und damit die technische Lebensdauer der elastischen Klebverbindung kennzeichnet, repräsentiert die Anriss-Zeitfestigkeitsgerade die benötigten Lastwechsel bis zur Entstehung eines technischen Anrisses, also die Rissinitiierungslebensdauer. Letztere wurde indirekt anhand einer signifikanten Steifigkeitsabnahme bei den Prüfkörpern, die einer Rissinitiierung zugeordnet wird, ermittelt. Aufgrund der bei allen Klebschichtprüfkörpern dokumentierten Anordnung der jeweiligen Anriss- und Bruchwöhlerlinien wird darauf geschlossen, dass die Rissinitiierungslebensdauer einen signifikanten Anteil an der technischen Lebensdauer einer elastischen Klebschicht ausmacht [MÇM+20].



**Abbildung 3.7:** In [MÇM+20] dokumentierte Anriss- und Bruch-Zeitfestigkeitsgerade von an hybriden Kopfzug- (links) und Scherzugproben (rechts) geprüften, elastischen Klebschichten aus dem Klebstoff BETAFORCE™ 2850L

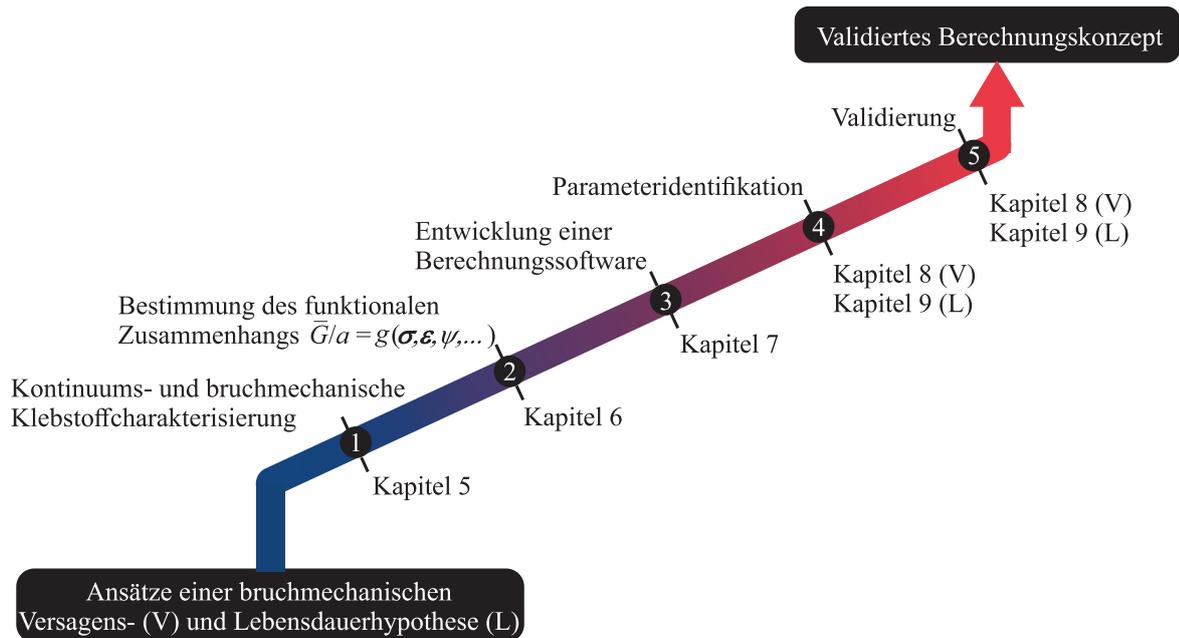
Indem jedoch bei der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese nach Abbildung 3.5 die Schädigungsvorgänge an der Imperfektion bis zum Erreichen des technischen Anrisses der Rissbildungsphase zugeordnet werden, wird ausgehend von der Betrachtung von kleinen Rissen, die mit dem technischen Anriss startet, die Rissinitiierungslebensdauer nicht berücksichtigt. Um die daraus folgende systematische Unterschätzung der technischen Lebensdauer einer elastischen Klebschicht im Rahmen der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese zu vermeiden, wird eine Erkenntnis aus den dokumentierten Ergebnissen des genannten IGF-Forschungsprojekts 19187BG [MÇM+20] genutzt. Dort wird vermerkt, dass unabhängig von dem Probentyp und der damit verbundenen Art der Klebschichtbeanspruchung, der Klebschichtdicke und dem Lastverhältnis, die statistisch ausgewerteten Anriss- und Bruch-Zeitfestigkeitsgeraden vergleichbare Steigungsparameter  $k$  aufweisen und nahezu parallel zueinander verlaufen (vgl. Abbildung 3.7). Aufgrund der üblichen, logarithmischen Einteilung der Lastwechselachse entspricht dies einem näherungsweise konstanten Faktor zwischen den Anriss- und den Bruchlastwechselzahlen. Demnach kann mit Einführung eines einfachen Rissinitiierungsfaktors  $\chi$

$$N_f = N_i + N_p = \chi N_p \quad (3.16)$$

die technische Lebensdauer  $N_f$  von elastischen Klebschichten von der Inbetriebnahme bis zum Verbindungsversagen als ein konstantes Vielfaches der bruchmechanisch terminierten Risswachstumslebensdauer  $N_p$  prognostiziert werden. Daraus ergibt sich mit den beschriebenen Zusammenhängen in der Risswachstumsphase und mit der Annahme für die Rissinitiierungsphase ein prinzipieller Ansatz, mit dem, ausgehend von der Kenntnis eines funktionalen Zusammenhangs für die Energiefreisetzungsrate nach Gleichung 3.5, einer experimentell ermittelten Rissfortschrittskurve und eines Rissinitiierungsfaktors  $\chi$ , Lebensdauerprognosen von schwingend belasteten Klebschichten erzielt werden können. Um diesen Ansatz auszuarbeiten und in Kapitel 9 anhand von experimentellen Daten auf seine Prognosegenauigkeit zu validieren, sind zuvor die folgend genannten Aufgabenstellungen zu bearbeiten.

### 3.6 Aufgabenstellungen zur Ausarbeitung der bruchmechanischen Ansätze

Aus den in Abschnitt 3.4 und 3.5 beschriebenen Ansätzen für eine Versagens- und Lebensdauerhypothese ergeben sich Aufgabenstellungen, damit diese zu einem validierten Berechnungskonzept zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen ausgearbeitet werden können. Die im Folgenden näher beschriebenen Aufgabenstellungen sind zusammenfassend in Abbildung 3.8 dargestellt, wobei deren Bearbeitung die weitere Struktur der Arbeit bestimmt.



**Abbildung 3.8:** Zu erarbeitende Aufgabenstellungen zur Umsetzung der bruchmechanischen Ansätze in ein validiertes Auslegungskonzept für elastische Klebverbindungen

**❶ Kontinuums- und bruchmechanische Klebstoffcharakterisierung.** Um mittels der FEM das kontinuumsmechanische Konstitutivverhalten des betrachteten Untersuchungsklebstoffs für komplexe Geometrie- und Belastungsrandbedingungen simulieren zu können, ist anhand von Identifikationsversuchen eine Verzerrungsenergie-dichtefunktion zu parametrisieren. Darüber hinaus ist für die bruchmechanische Lebensdauerhypothese nach Abschnitt 3.5 ein parametrisiertes Rissfortschrittsgesetz notwendig. Dazu sind Rissfortschrittskurven zu ermitteln, die für den Untersuchungsklebstoff das bruchmechanische Ermüdungsrissverhalten charakterisieren.

**❷ Bestimmung des funktionalen Zusammenhangs  $\bar{G}/a = g(\sigma, \epsilon, \psi, \dots)$ .** Der bruchmechanische Ansatz basiert darauf, dass eine  $\bar{G}/a$ -Funktion bekannt ist, die die Wirkung eines kontinuumsmechanischen Spannungszustands auf das bruchmechanische Rissausbreitungspotential eines idealisierten, kleinen, kreisrunden Innenrisses quantifiziert. Da alleine schon aufgrund des nichtlinearen hyperelastischen Konstitutivverhaltens der betrachteten Klebstoffe eine analytische Lösung für dieses Kleinrissproblem nicht existiert, ist dazu eine Finite-Elemente-Prozedur zu entwickeln. Diese soll durch die systematische Simulation des betrachteten Rissproblems eine Datenbasis schaffen, anhand derer die benötigte  $\bar{G}/a$ -Funktion empirisch abgeleitet werden kann.

③ **Entwicklung einer Berechnungssoftware.** Um die bruchmechanische Versagens- und Lebensdauerhypothese anwendungsorientiert und effizient in den FE-basierten Auslegungsprozess von elastischen Klebverbindungen zu integrieren, ist die Entwicklung einer Berechnungssoftware vorgesehen. Kernelemente dieser Software sind Auswertelgorithmen, mit denen bei statischer und schwingender Belastung die Tragfähigkeit bzw. Lebensdauer einer elastischen Klebschicht automatisiert analysiert und ausgewertet werden kann.

④ **Parameteridentifikation.** Für die Anwendung der bruchmechanischen Versagens- und Lebensdauerhypothese ist die Kenntnis materialspezifischer Parameter notwendig. Dazu gehören bei der Versagenshypothese der normierte Risszähigkeitskennwert  $G_c/a_0$  und im Fall der Lebensdauerhypothese u. a. der Anfangsrissradius  $a_0$  und der Rissinitiierungsfaktor  $\chi$ . Wie diese zuverlässig und effizient ermittelt werden können, ist mit der Angabe von geeigneten Vorgehensweisen zu beantworten.

⑤ **Validierung.** Abschließend ist ein Validierungsprozess zu durchlaufen, um eine Erkenntnis darüber zu erlangen, welche Prognosegüte mit den Ansätzen hinsichtlich der Tragfähigkeit und der Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung erreicht werden kann. Dazu werden die Ergebnisse von Zug- und Schwingfestigkeitsversuchen an den im folgenden Kapitel vorgestellten Klebschichtprüfkörpern verwendet, die als experimentelle Referenz für die numerischen Prognosen dienen. Indem der Umfang und die Art der verwendeten Klebschichtprüfkörper typische Klebschichtbeanspruchungen an praxisrelevanten Strukturen im industriellen Anwendungsfall realitätsnah abdecken, kann schließlich fundiert beurteilt werden, ob sich das entwickelte Berechnungskonzept zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen im industriellen Umfeld eignet.



## 4 WERKSTOFFE, PRÜFKÖRPER UND DEREN FINITE ELEMENTE MODELLIERUNG

Um den bruchmechanischen Ansatz anhand eines für elastische Klebverbindungen repräsentativen Klebstoffsystems zu untersuchen und zu validieren, werden in dieser Arbeit experimentelle Versuchsdaten von einer Vielzahl von Prüfkörpern genutzt. Ein großer Teil dieser Versuchsdaten entstammt dem Abschlussbericht des IGF-Forschungsprojekts 20306N [MTA+22], welches vom Autor als Teilprojektleiter in Kooperation mit dem LABORATORIUM FÜR WERKSTOFF- UND FÜGETECHNIK (LWF) der UNIVERSITÄT PADERBORN bearbeitet wurde und ein anderer Teil aus dem Abschlussbericht des IGF-Forschungsprojekts 19187BG [MÇM+20]. Um die dokumentierten Ergebnisse im weiteren Verlauf der Arbeit verwerten zu können, sind in diesem Kapitel die notwendigen Informationen aus den Abschlussberichten über die verwendeten Kleb- und Fügeartikelwerkstoffe, Prüfkörperarten und Herstellverfahren sowie Versuchsrandbedingungen zusammengetragen. Zugleich wird damit die Grundlage für die Finite-Elemente-Modellierung der verschiedenen Prüfkörper geschaffen, worauf zum Schluss des Kapitels eingegangen wird.

### 4.1 Werkstoffe

Da bei Klebverbindungen eine ganzheitliche Betrachtung der eingesetzten Werkstoffe notwendig ist, werden in diesem Abschnitt neben dem in Fokus stehenden Untersuchungsklebstoff die Hilfsklebstoffe und die Fügeartikelwerkstoffe thematisiert, aus denen die in dieser Arbeit betrachteten Prüfkörper gefertigt wurden.

#### 4.1.1 Klebstoffe

**BETAFORCE™ 2850L.** In den beiden genannten Forschungsprojekten und dementsprechend auch in dieser Arbeit ist der kalthärtende, zweikomponentige Polyurethanklebstoff BETAFORCE™ 2850L (BF 2850L) des Unternehmens DUPONT DE NEMOURS der primäre Untersuchungsgegenstand. Dieser wird in der industriellen Anwendung für das elastische Fügen von artverschiedenen Fügeartikelwerkstoffkombinationen vielfältig im Montageprozess eingesetzt und hat sich ebenfalls in der Forschung als charakteristischer Vertreter von Klebstoffsystemen mit elastomerem Deformationsverhalten etabliert. Als chemischer Polyadditions-Klebstoff zeichnet sich dieser durch eine lange Offenzeit von 35-50 Minuten bei Raumtemperatur aus, bevor Harz und Härter bei einem volumetrischen Mischungsverhältnis von 1:1±0,1 zu einer weitmaschigen Polymerstruktur aushärten. Der Konsolidierungsprozess dauert nach Herstellerangaben 24 Stunden bei Raumtemperatur. Um jedoch eine vollständige Aushärtung und eine Reproduzierbarkeit sicherzustellen, ist bei allen Prüfkörpern mindestens eine Auslagerung von sieben Tagen entsprechend der Norm [DIN08] bei 23°C Raumtemperatur und 50 % relative Luftfeuchtigkeit vorgenommen worden. Im ausgehärteten Zustand liegt bei

praxisrelevanten Einsatztemperaturen durchgehend ein entropieelastisches Materialverhalten mit den charakteristischen Eigenschaften eines Elastomers vor [MTA+22]. Die mechanischen Kennwerte sind entsprechend der Herstellerangaben [Du 21] in der Tabelle 4.1 zusammengefasst.

**Tabelle 4.1:** Herstellerangaben zu den mechanischen Kennwerten des PU-Klebstoffs BETAFORCE™ 2850L nach [Du 21] sowie Ergänzung um die in Kapitel 5 ermittelte Poissonzahl

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Zugfestigkeit [MPa]	Bruchdehnung [-]	Zugscherfestigkeit [MPa]
21	0,49	10	1,5	9

Um eine Adhäsion des Klebstoffs an metallischen Füge­teilen zu gewährleisten, sind letztere zuvor einem kathodischen Tauchlackierungsprozess (KTL-Prozess) unterzogen worden. Darüber hinaus kann den Abschlussberichten entnommen werden, dass bei der Fertigung aller in dieser Arbeit beachteten Klebschichtprüfkörper die verklebten Füge­teilerflächen mit Isopropanol ( $\geq 99,5\%$ , p.a.) gereinigt worden sind, um durch eine bestmögliche Adhäsion ein in der Praxis bevorzugtes Kohäsionsversagen des Untersuchungsklebstoffs zu forcieren.

**BETAMATE™ 2098.** Der kaltaushärtende, 2K-Epoxidklebstoff BETAMATE™ 2098 des Unternehmens DUPONT DE NEMOURS wird als Hilfsklebschicht bei der Fertigung der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Planarzugprobe eingesetzt. Indem das Epoxidharz mit den polymeren Aminen bei einem volumetrischen Mischungsverhältnis von 2:1 zusammengefügt wird, entsteht bei einer Lagerung von entweder zwei Stunden bei 60°C oder von einer Woche bei Normklima [DIN08] ein vollständig ausgehärteter Duromer mit engmaschiger Polymerstruktur. Wegen dieser weist der Strukturklebstoff mit den in Tabelle 4.2 zusammengefassten Herstellerangaben [Du 11] zu den mechanischen Kennwerten eine zum PU-Klebstoff BF2850L vergleichsweise hohe Steifigkeit und Festigkeit auf. Dies ermöglicht bei der Planarzugprobe eine schädigungsfreie Lasteinleitung mit vernachlässigbarer Verformung der Hilfsklebschicht.

**Tabelle 4.2:** Herstellerangaben zu den mechanischen Kennwerten des Epoxid-Klebstoffs BETAMATE™ 2098 nach [Du 11]

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Zugfestigkeit [MPa]	Bruchdehnung [-]	Zugscherfestigkeit [MPa]
1100	-	22	0,2	23

**SIKAPOWER®-1277.** Ähnlich zum vorherigen Strukturklebstoff handelt es sich bei dem SIKAPOWER®-1277 des Unternehmens SIKA um ein bei Raumtemperatur chemisch härtendes, zweikomponentiges Klebstoffsystem auf Epoxidbasis. Bei einem volumetrischen Mischungsverhältnis für Harz und Härter von 2:1 entsteht durch eine chemische Polyadditionsreaktion innerhalb von 24 Stunden bei Raumtemperatur ein engvernetzter Duromer, welcher sich bis zu einer Glasübergangstemperatur von 67°C energieelastisch verhält. Dessen mechanische Kennwerte sind entsprechend der Herstellerangaben [Sik19] in Tabelle 4.3: zusammengetragen.

**Tabelle 4.3:** Herstellerangaben zu den mechanischen Kennwerten des Epoxid-Klebstoffs SIKAPOWER®-1277 nach [Sik19] sowie Ergänzung um die Poissonzahl nach [Çav21]

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Zugfestigkeit [MPa]	Bruchdehnung [-]	Zugscherfestigkeit [MPa]
2000	0,314	30	0,04	28

Der Strukturklebstoff wurde in dem IGF-Forschungsprojekt 19187BG [MÇM+20] dazu verwendet einseitig CFK-Patches auf Metallfügeteile zu fügen, damit an hybriden Klebschichtprüfkörpern elastische Klebverbindungen mit Metall-CFK-Fügeteilkombinationen untersucht werden können. Dabei stellt der SIKAPOW<sup>®</sup>-1277 mit seinen hohen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerten als Hilfsklebschicht einen verformungsarmen sowie schädigungsfreien Stoffschluss zwischen dem CFK-Laminat und einem der metallischen Fügeteile sicher.

#### 4.1.2 Fügeteilwerkstoffe

**S235 JR.** Bei der Planarzugprobe und den in Abschnitt 4.2.2 vorgestellten Grundproben sind die Fügeteile aus dem unlegierten Baustahl S235 JR mit der Werkstoffnummer 1.0038 gefertigt. Die Mindestanforderungen an den Werkstoff sind bezüglich Dehngrenze, Zugfestigkeit und Bruchdehnung entsprechend der DIN EN 10025-2 [DIN19] in der Tabelle 4.4 zusammengefasst. Durch die massive Auslegung der Fügeteile bei den genannten Prüfkörpertypen ist die Beanspruchung für den Baustahl stets im linear-elastischen Bereich, sodass das Materialverhalten nur anhand des für Stahl typischen E-Moduls und der Poissonzahl beschrieben werden kann.

**Tabelle 4.4:** Mechanische Kennwerte des unlegierten Baustahls S235 JRG2

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Dehngrenze <sup>a</sup> [MPa]	Zugfestigkeit <sup>a</sup> [MPa]	Bruchdehnung <sup>a</sup> [-]
210000	0,3	235	360	0,26

<sup>a</sup>Mindestanforderungen nach DIN EN 10025-2 [DIN19]

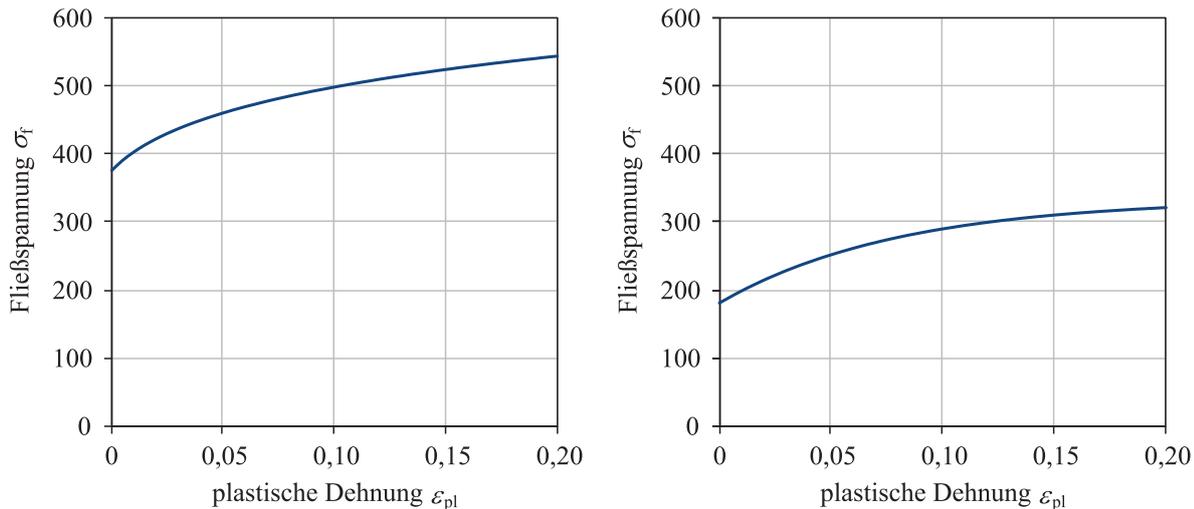
**HC340LA.** Der mikrolegierte, kaltgewalzte Stahl HC340LA mit der Werkstoffnummer 1.0548 wird in den beiden genannten Forschungsprojekten bei den in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen, technologischen Klebschichtprüfkörpern als Fügeteilwerkstoff eingesetzt. Der Werkstoff zeichnet sich durch eine hohe Festigkeit und Schweißbarkeit aus, sodass er unter anderem in der Automobilindustrie bei der Fertigung von Strukturkomponenten eingesetzt wird. Bei den technologischen Klebschichtprüfkörpern ist er als Fügeteilwerkstoff in Form dünner Blechprofile mit 1,5 mm Nenndicke verwendet worden. Für den Werkstoff sind neben dem E-Modul und der Poissonzahl die in der Norm DIN EN 10268 [DIN13] definierten Mindestanforderungen an die Werkstoffkennwerte in der Tabelle 4.5 zusammengefasst.

**Tabelle 4.5:** Mechanische Kennwerte der Stahllegierung HC340LA

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Dehngrenze <sup>a</sup> [MPa]	Zugfestigkeit <sup>a</sup> [MPa]	Bruchdehnung <sup>a</sup> [-]
210000	0,3	320	400	0,21

<sup>a</sup>Mindestanforderungen nach DIN EN 10268 [DIN13]

Da bei den technologischen Klebschichtprüfkörpern die aus dem Werkstoff gefertigten Blechprofile plastische Verformungen erfahren können, ist bei der FE-Simulation neben den Elastizitätskonstanten eine Fließkurve notwendig, um das elastisch-plastische Konstitutivverhalten zu beschreiben. Die in dieser Arbeit verwendete und in Abbildung 4.1 (links) dargestellte Fließkurve des HC340LA ist von ÇAVDAR [Çav21] in Anlehnung an die Norm DIN EN ISO 6892-1 [DIN20] mittels quasistatischer Zugversuche gemessen worden.



**Abbildung 4.1:** Aus [Çav21] entnommene Fließkurven für den HC340LA (links) und EN AW-6016 T6 (rechts)

**EN AW-6016.** Die aushärtbare Aluminiumlegierung AlSi1,2Mg0,4 mit der Werkstoffnummer EN AW-6016 wird wegen ihrer Schweißbarkeit, Umformbarkeit und Korrosionsbeständigkeit häufig im automobilen Karosseriebereich verwendet. Wegen dieser Praxisrelevanz ist die Legierung ebenfalls im Rahmen des IGF-Forschungsprojekts 19187BG [MÇM+20] im lösungsgeglühten und warmausgelagerten T6-Zustand bei den technologischen Klebschichtprüfkörpern in Form von dünnwandigen Blechfügeteilen eingesetzt worden. Die für Aluminium typischen linear-elastischen Materialkonstanten und die in der Norm DIN EN 485-2 [DIN18] beschriebenen Mindestanforderungen an die mechanischen Kennwerte sind in der folgenden Tabelle 4.6 zusammengefasst. Zugleich ist in Abbildung 4.1 (rechts) eine Fließkurve des EN AW-6016 abgebildet, die ebenfalls von ÇAVDAR [Çav21] für eine uniaxiale Zugbelastung quer zur Blechwalzrichtung für den T6-Zustand ermittelt worden ist und in dieser Arbeit zur Modellierung des plastischen Materialverhaltens verwendet wird.

**Tabelle 4.6:** Mechanische Kennwerte der Aluminiumlegierung EN AW-6016

E-Modul [MPa]	Poissonzahl [-]	Dehngrenze <sup>a</sup> [MPa]	Zugfestigkeit <sup>a</sup> [MPa]	Bruchdehnung <sup>a</sup> [-]
72500	0,34	180	260	0,1

<sup>a</sup>Mindestanforderungen nach DIN EN 485-2 [DIN18]

**HexPly<sup>®</sup> M79/34%/UD300/CHS.** In dem IGF-Forschungsprojekts 19187BG [MÇM+20] stehen hybride Klebverbindungen im Fokus, wobei ein Fügepartner des BETAFORCE<sup>™</sup> 2850L ein kohlenstofffaserverstärktes Kunststofflaminat aus unidirektionalen Prepreglagen des HexPly<sup>®</sup> M79/34%/UD300/CHS vom Unternehmen Hexcel ist. Das Laminat besteht aus acht Prepreglagen mit einer Einzelschichtdicke von ca. 0,3 mm, die multidirektional in einem symmetrischen Schichtaufbau von  $[+0^\circ/+45^\circ/+90^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+90^\circ/+45^\circ+0^\circ]$  einen Verbund mit 2,3 mm Dicke bei 58,8% Faservolumengehalt ergeben. Für die Einzelschichtlagen sind die in [MÇM+20] publizierten transversalisotrope Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte mit Orientierung längs ( $\parallel$ ) und orthogonal ( $\perp$ ) zur Faserorientierung in Tabelle 4.7 zusammengefasst.

**Tabelle 4.7:** Aus [MÇM+20] entnommene transversalisotrope Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte des CFK-Laminats aus HexPly® M79/34%/UD300/CHS

$E_{\parallel}$ [MPa]	$E_{\perp}$ [MPa]	$\mu_{\parallel}$ [MPa]	$\mu_{\perp}$ [MPa]	$\nu_{\parallel}$ [-]	$\nu_{\perp}$ [-]
121600	7566	4051	2488	0,251	0,481
${}^+R_{\parallel}$ [MPa]	${}^-R_{\parallel}$ [MPa]	${}^+R_{\perp}$ [MPa]	${}^-R_{\perp}$ [MPa]	$R_{\parallel}$ [MPa]	$R_{\perp}$ [MPa]
1452	637,9	41,2	171,3	48,5	38,9

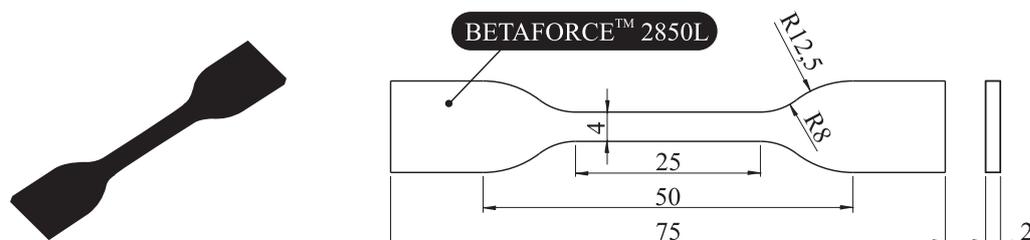
E-Modul  $E$ ; Schubmodul  $\mu$ ; Poissonzahl  $\nu$ ; Festigkeit  $R$ ; Zugbelastung +; Druckbelastung -

## 4.2 Prüfkörper

Dieser Abschnitt beinhaltet alle relevanten Informationen zu den Prüfkörpern, mit denen die experimentellen Ergebnisse, die in dieser Arbeit verwertet werden, ermittelt worden sind. Die dabei verfolgte Reihenfolge der Prüfkörperarten spiegelt die zunehmende Komplexität der Beanspruchungssituation für den Untersuchungsklebstoff wieder. Substanzprüfkörper zeichnen sich durch das Erreichen eines weitestgehend homogenen, charakteristischen Beanspruchungszustands in dem ausgehärteten Klebstoff aus. Bei den grundlegenden Klebschichtprüfkörpern ist die Beanspruchung in der elastischen Klebschicht infolge der Querkontraktionsbehinderung durch die Fügeiteile komplex und inhomogen. Allerdings kann bei diesen Prüfkörpern durch die massive Ausführung der Fügeiteile der Einfluss der Fügeiteildeformation auf die elastische Klebschicht vernachlässigt werden. Diese Vereinfachung gilt bei den technologischen Klebschichtprüfkörpern nicht mehr. Dort werden zur Annäherung an praxisorientierte Klebschichtverbindungen dünnwandige Fügeiteile eingesetzt, deren Deformationen die Beanspruchung der elastischen Klebschicht maßgeblich mit beeinflussen.

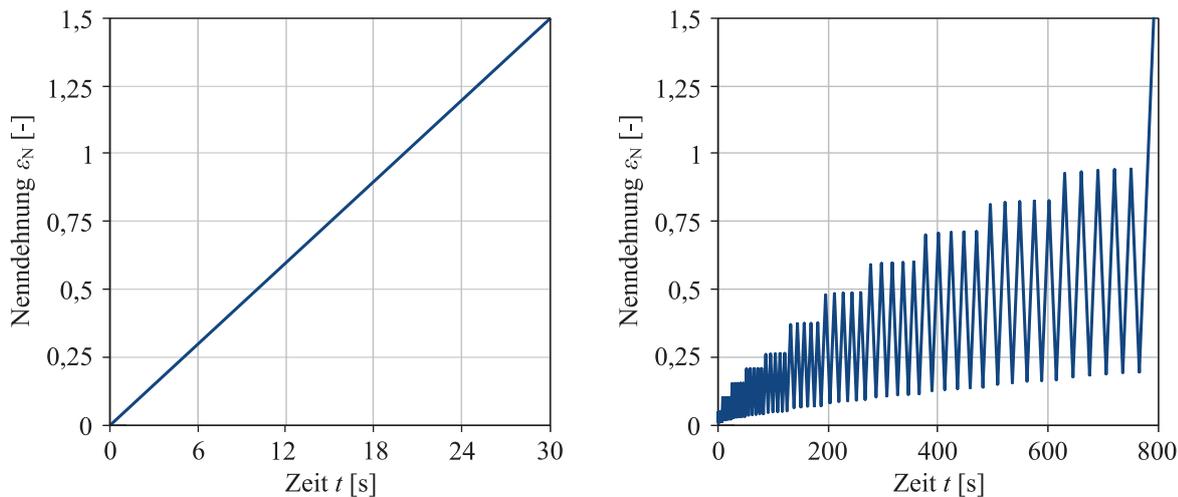
### 4.2.1 Substanzprüfkörper

❶ **Substanzzugprobe.** Die Substanzzugprobe mit der Form S2 nach DIN 53504 [DIN17b] dient entsprechend Abschnitt 5.1 zur kontinuumsmechanischen Charakterisierung des Klebstoffs. Für deren Herstellung werden nach [MTA+22] Klebstoffraupen mittels PTFE beschichteter Negativformen und einer hydraulischen Presse zu einer ebenen Substratmatte geprägt. Deren Aushärtung erfolgt innerhalb des beschriebenen Auslagerungsprozesses. Ein anschließendes Ausstanzen ergibt die in Abbildung 4.2 dargestellte Substanzzugprobe mit den zugehörigen Abmessungen.



**Abbildung 4.2:** Abmessungen der Substanzzugprobe (❶) in mm

An dem Prüfkörper sind seitens des LWF mit monoton zunehmender und zyklischlaststeigernder Belastungshistorie zwei quasistatische Versuchsreihen vorgenommen worden, um das Konstitutivverhalten des BETAFORCE™ 2850L bei Raumtemperatur zu charakterisieren. Nach den in Abbildung 4.3 dargestellten Belastungshistorien stellt erstere einen normalen Zugversuch dar, während sich letztere durch elf zunehmende Belastungsstufen mit je fünf Lastwechseln auszeichnet. In den Belastungsstufen sind die Lastwechsel durch eine weggesteuerte Belastung und eine kraftgesteuerte Entlastung auf 5 N geregelt worden. Pro Versuchsreihe sind fünf Proben uniaxial mit einer quasistatischen Nenndehnrate von  $\dot{\varepsilon}_N = 0,05/s$  belastet worden, wobei die lokale Längenänderung im Stegbereich mittels eines digitalen Bildkorrelationssystems (DIC) erfasst worden ist.



**Abbildung 4.3:** Belastungshistorie bei quasistatisch monoton zunehmender Belastung (links) und zyklischlaststeigernder Belastung (rechts)

Die Versuchsauswertung erfolgt in Übereinstimmung mit der Norm DIN 53504 [DIN17b], indem die angreifende Kraft über den im Stegbereich vorliegenden Ausgangsquerschnitt in eine Nennspannung überführt und einer Nenndehnung gegenübergestellt wird, die über die lokale Längenänderung im Stegbereich berechnet wird.

❷ **Planarzugprobe.** Für die in Abschnitt 5.2 beschriebene Messung von Rissfortschrittskurven wird die Planarzugprobe eingesetzt, die nach ISO 27727 [ISO08] ein Standardprüfkörper zur Bestimmung von bruchmechanischen Materialkennwerten bei Elastomeren ist. Zur Herstellung wird ebenfalls aus den ebenen Substratmatten des BETAFORCE™ 2850L ein Rechteck zugeschnitten. Dieses wird mit Hilfe des hochfesten 2K-Strukturklebstoffs BETAMATE™ 2098 an vier S235JR Stahlbleche gefügt, sodass sich die in Abbildung 4.4 dargestellten Abmessungen ergeben. Durch das Fügen an die Stahlbleche wird im freien Bereich des BETAFORCE™ 2850L ein nach der Norm ISO 27727 [ISO08] notwendiges Probenweite-zu-Probenhöhe-Verhältnis von  $w_{Pz}/h_{Pz} \geq 10$  erreicht und eine Querkontraktion des PU-Untersuchungsklebstoffs in Weitenrichtung unterbunden. Die Bohrungen in den Stahlblechen dienen zur Lasteinleitung und garantieren, dass die Planarzugprobe entlang der Probenweite  $w_{Pz}$  eine konstante Verschiebung erfährt und sich nicht aufgrund eines fortschreitenden Risses der Länge  $a$  verdrehen kann. Der Anfangsrisse wird durch den Einsatz eines Messers erzeugt. Auf die (bruch-)mechanischen Prüfkörpereigenschaften als auch auf die Durchführung und Auswertung der Versuche wird in Abschnitt 5.2 vertiefend eingegangen.

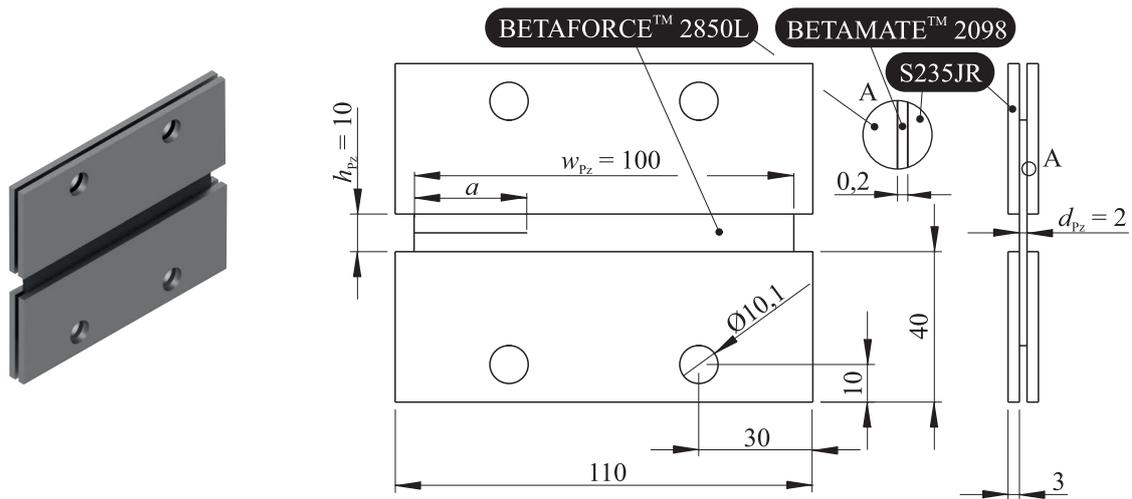


Abbildung 4.4: Abmessungen der Planarzugprobe (2) in mm

#### 4.2.2 Grundlegende Klebschichtprüfkörper

③ **Kopfzugprobe.** Die Kopfzugprobe, die im Kontext der Elastomerforschung auch als Pokerchipprobe bezeichnet wird, dient zur Untersuchung des Klebschichtverhaltens bei dilatorisch dominierten Beanspruchungszuständen. Um diese in der Klebschicht mit einsatzspezifischer Klebschichtdicke von 2 mm zu erzeugen, sind in Anlehnung an die DIN EN 15870 [DIN09] Stahlzylinder mit verhältnismäßig großen Durchmessern von 15 mm als Fügeiteile verwendet worden. Die Prüfkörperabmessungen sind in Abbildung 4.5 dargestellt.

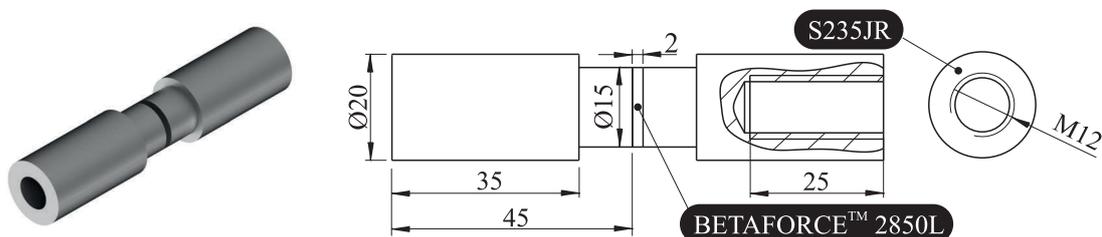


Abbildung 4.5: Abmessungen der Kopfzugprobe (3) in mm

④ **Scherzugprobe.** Für die Untersuchung der elastischen Klebschicht unter einer Scherzugbeanspruchung sind in Anlehnung an die DIN EN 14869-2 [DIN11] Scherzugproben mit einer Klebschichtüberlappungslänge von 19 mm, einer Klebschichtbreite von 20 mm und einer Klebschichtdicke von 2 mm verwendet worden. Die zugehörigen Probenformen mit Angabe der geometrischen Abmessungen für die Stahlfügeteile sind in Abbildung 4.6 zusammengefasst.

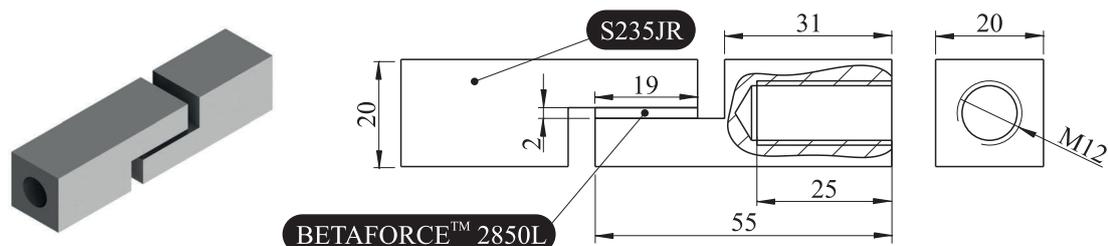


Abbildung 4.6: Abmessungen der Scherzugprobe (4) in mm

⑤ **Schrägzugprobe.** Eine Überlagerung von Kopfzug- und Scherzugbeanspruchung wird mit der Schrägzugprobe angestrebt. Nach Abbildung 4.7 weist bei diesem Prüfkörper die elastische Klebschicht mit der Überlappungslänge und der Breite von jeweils 20 mm sowie einer Dicke von 2 mm einen Neigungswinkel von  $45^\circ$  zu der Lasteinleitungsrichtung auf.

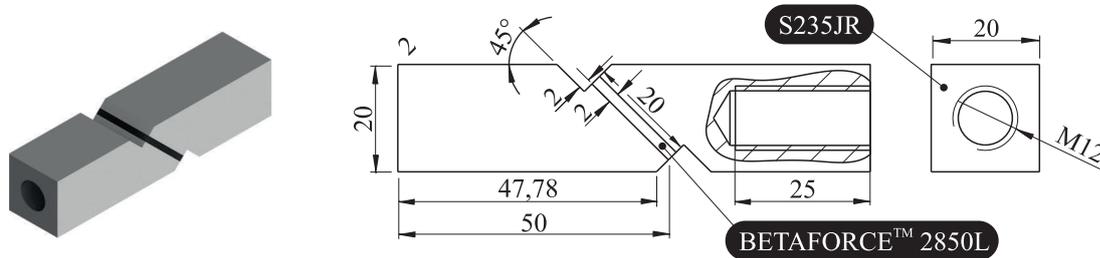


Abbildung 4.7: Abmessungen der Schrägzugprobe (⑤) in mm

Mit der Kopfzug- und der Scherzugprobe sind im Rahmen des IGF-Forschungsprojekts 20306N [MTA+22] quasistatische Zugversuche seitens des LWF durchgeführt worden. Erstere sind in Anlehnung an die DIN 6701-3 bei einer Nenndehnrate von  $\dot{\varepsilon}_N = 0,05/s$  gemessen worden, die für die drei einzelnen Prüfkörper mit den in [Çav21] formulierten Annahmen in zugehörige Prüfgeschwindigkeiten umgerechnet wird. Diese und weitere Versuchsrandbedingungen sind in der Tabelle 4.8 zusammengefasst. Pro Versuchsreihe sind fünf Prüfkörper getestet worden. Während der Zugversuche wird eine zentrische Lasteinleitung durch den Klebschichtschwerpunkt mittels Ringschrauben realisiert, die in den Gewindebohrungen der Füge­teile verspannt werden und über einen Bolzen eine momentenfreie Lasteinleitung mit einer Zugprüfmaschine ermöglichen. Die lokale Verschiebung in Last­richtung wird in unmittelbarer Umgebung zur Klebschicht mit einem Extensometer erfasst. Zusätzlich wird ein DIC-System eingesetzt, um das Klebschichtversagen bildlich zu dokumentieren. Die Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgt normiert mit den in Tabelle 4.8 angegebenen Definitionen der Nennspannung, der Nenndehnung und der Nenn­gleitung.

Die Ausführung der an allen drei Grundproben seitens des LWF durchgeführten Schwingfestigkeitsversuche erfolgt in Anlehnung an die DIN 50100 [DIN16]. Daher werden innerhalb einer Versuchsreihe mit dem Perlschnurverfahren an mindestens 11 Prüfkörpern bei verschiedenen Belastungsamplituden  $F_a$  die Klebschichtlebensdauern in Form der Bruchlastwechselzahlen bis zum kohäsiven Verbindungsversagen infolge einer kraftgeregelten, periodischen Sinusschwingung mit konstantem Lastverhältnis  $R_F$  ermittelt. Die Belastungsamplituden sind so gewählt, dass die Klebschichtlebensdauern primär für den Zeitfestigkeitsbereich ermittelt werden. Weiterhin wird die Belastungsfrequenz mit  $f=8$  Hz möglichst gering gehalten, um thermisch bedingte Ermüdungseffekte bei den Untersuchungen zu vermeiden. Die relevanten Versuchsrandbedingungen sind für die vier Versuchsreihen in Tabelle 4.8 zusammengefasst.

Da Schwingfestigkeitsversuche naturgemäß mit einer großen Versuchsstreuung behaftet sind, erfolgt in Einklang mit der DIN 50100 [DIN16] eine statistische Auswertung der jeweiligen Versuchsreihen. Dazu wird der stichprobenartig untersuchte Zusammenhang zwischen der

**Tabelle 4.8:** In [MTA+22] dokumentierten Versuchsrandbedingungen der quasistatischen Zug- und Schwingfestigkeitsversuche an den grundlegenden Klebschichtprüfkörpern

Prüfkörper	③	④	⑤
Untersuchungsklebstoff	BF 2850L	BF 2850L	BF 2850L
Fügeteilwerkstoffe	S235 JR	S235 JR	S235 JR
Klebschichtdicke	$d_k = 2 \text{ mm}$	$d_k = 2 \text{ mm}$	$d_k = 2 \text{ mm}$
Klebfläche	$A_k = \pi \cdot 7,5^2 \text{ mm}^2$	$A_k = 19 \cdot 20 \text{ mm}^2$	$A_k = 20 \cdot 20 \text{ mm}^2$
Prüftemperatur	$\vartheta = \text{RT}$	$\vartheta = \text{RT}$	$\vartheta = \text{RT}$
<b>Quasistatisch</b>			
Anzahl Prüfkörper	5	5	-
Prüfgeschwindigkeit	$\dot{u} = 6 \text{ mm/min}$	$\dot{u} = 12 \text{ mm/min}$	-
Nennspannung	$\sigma_N = F \cdot A_k^{-1}$	$\tau_N = F \cdot A_k^{-1}$	$\tau_N = F \cdot A_k^{-1} \cdot \sin(45^\circ)$
Nenndehnung/-gleitung	$\varepsilon_N = \delta \cdot d_k^{-1}$	$\tan \gamma_N = \delta \cdot d_k^{-1}$	$\tan \gamma_N = \delta \cdot d_k^{-1} \cdot \sin(45^\circ)$
<b>Schwingend</b>			
Anzahl Prüfkörper	12	12   12	11
Regelungsart	kraftgeregelt	kraftgeregelt	kraftgeregelt
Schwingungsform	Sinus	Sinus	Sinus
Prüffrequenz	$f = 8 \text{ Hz}$	$f = 8 \text{ Hz}$	$f = 8 \text{ Hz}$
Lastverhältnis	$R_F = 0,1$	$R_F = 0,1$   $R_F = 0,4$	$R_F = 0,1$
Nennspannungsamplitude	$\sigma_{aN} = F_a \cdot A_k^{-1}$	$\tau_{aN} = F_a \cdot A_k^{-1}$	$\tau_{aN} = F_a \cdot A_k^{-1} \cdot \sin(45^\circ)$

Nennauschlagspannung  $\sigma_{aN}$  bzw.  $\tau_{aN}$  (Definition ist in Tabelle 4.8 gegeben) und den erreichten Bruchlastwechselzahlen über den in Gleichung 2.48 angegebenen Ansatz der Zeitfestigkeitsgeraden approximiert. Der dort enthaltene Steigungs- ( $k$ ) und Ordinatenabschnittsparameter ( $\sigma_{aN}^1$  bzw.  $\tau_{aN}^1$ ) werden anhand des Datensatzes durch Minimierung der Fehlerquadrate in Richtung der Bruchlastwechsel ermittelt, sodass die  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von  $P_A = 50\%$  ausgewertet wird. Unter der Annahme, dass die stichprobenartig ermittelten Bruchlastwechselzahlen in ihrer Grundgesamtheit einer vom Belastungsniveau unabhängigen, logarithmischen Normalverteilung unterliegen, kann aufbauend auf der  $P_{A50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade die log. Standardabweichung  $s_{\log N}$  geschätzt werden. Dazu fließen für alle durchgeführten Schwingfestigkeitsversuche  $n$  die experimentell ermittelten Bruchlastwechselzahlen  $N_{f,\text{exp}}$  und die entsprechend der  $P_{A50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden statistisch zugehörige Bruchlastwechselzahl  $N_{f,50\%}$  in die folgende Gleichung

$$s_{\log N} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\log N_{f,\text{exp}}^i - \log N_{f,50\%}^i)^2} \quad (4.1)$$

ein<sup>5</sup>. Über die log. Standardabweichung  $s_{\log N}$  kann dann mit

$$\log(N_{f,10\%}) = \log(N_{f,50\%}) - 1,284 \cdot s_{\log N} \quad (4.2)$$

$$\log(N_{f,90\%}) = \log(N_{f,50\%}) + 1,284 \cdot s_{\log N} \quad (4.3)$$

<sup>5</sup> Anm.: Sogenannte Durchläufer, d. h. Prüfkörper die innerhalb eines Schwingfestigkeitsversuchs nicht versagen, werden bei der Berechnung der log. Standardabweichung nicht berücksichtigt.

die  $P_{A50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade in eine Zeitfestigkeitsgerade für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von  $P_A = 10\%$  oder  $P_A = 90\%$  umgerechnet werden. Dabei wird das Verhältnis der Bruchlastwechselzahlen bei diesen Ausfallwahrscheinlichkeiten

$$T_N = \frac{N_{f,90\%}}{N_{f,10\%}} = 10^{2,564 \cdot \sigma_{\log N}} \quad (4.4)$$

als Streuspanne  $T_N$  definiert. Da diese Vorgehensweise bei der statistischen Auswertung an dieser Stelle nur prägnant zusammengefasst ist, wird auf die Arbeiten von MÜLLER [Mül15] oder SANDER [San18] verwiesen, wo diese Thematik tiefergehend erläutert wird.

### 4.2.3 Technologische Klebschichtprüfkörper

❶ **LWF-KS2-Probe.** Die LWF-KS2-Probe dient zur Untersuchung einer Fügeverbindung bei verschiedenen Belastungsarten und unter dem Einfluss von Fügeteildeformationen. Entsprechend der Abbildung 4.8 werden zwei dünnwandige U-Profilbleche aus dem Stahl HC340LA über eine elastische Klebschicht aus dem Klebstoff BETAFORCE™ 2850L mit einer Dicke von 2 mm und einer Fläche von 18 mm · 50 mm gefügt. Die Bohrungen in den Profilblechen dienen zur Verspannung des Prüfkörpers mit Lastadaptern, mit denen die Orientierung der Klebschicht zur Lastrichtung eingestellt werden kann. Auf diese Weise können in Anlehnung zu den Klebschichtorientierungen bei den grundlegenden Klebschichtprüfkörpern von einer 0°-Scherzugbelastung über eine 45°-Schrägzugbelastung bis hin zur 90°-Kopfzugbelastung die Verbindungseigenschaften untersucht werden.

❷ **Hybride LWF-KS2-Probe.** Die im IGF-Forschungsprojekt 19187BG [MÇM+20] verwendete hybride LWF-KS2-Probe integriert im Unterschied zu der normalen LWF-KS2-Probe das in Abschnitt 4.1.2 beschriebene CFK-Laminat in die Klebverbindung. Die einseitige Anbindung des Laminats an ein U-Profilblech erfolgt mittels des Klebstoffs SikaPower®-1277. Die Abmessungen und der Aufbau des Prüfkörpers sind in Abbildung 4.9 wiedergegeben. Eine Aufschlüsselung der bei den drei verschiedenen Lasteinleitungswinkeln von 0°, 45° und 90° verwendeten Fügeteilwerkstoffe –HC340LA oder EN AW-6016– erfolgt in Tabelle 4.9.

❸ **Hybride LWF-KS2-Schälzugprobe.** Bei der hybriden LWF-KS2-Schälzugprobe sind nach Abbildung 4.10 die U-Profilbleche der hybriden LWF-KS2-Probe durch L-Profilbleche aus HC340LA substituiert. Dadurch wird die elastische Klebschicht mit der einseitigen Anbindung des Prüfkörpers an den 90°-Lastadapter einer Schälzugbelastung mit zentrischer Lasteinleitung durch den Klebschichtschwerpunkt ausgesetzt.

❹ **Hybride Scherzugprobe.** Die hybride Scherzugprobe verwendet entsprechend Abbildung 4.11 lange, dünnwandige Fügeteile aus 2,3 mm dickem CFK-Laminat und 1,6 mm dickem EN AW-6016-Blech, die über eine elastische Klebschicht mit der Überlappungslänge von 30 mm gefügt sind. Sowohl für eine Klebschichtdicke von 2 mm als auch von 5 mm sind Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen in [MÇM+20] dokumentiert. Aufgrund der dünnwandigen Ausführung der Fügeteile sind im Gegensatz zu der grundlegenden Scherzugprobe aus Abbildung 4.6 Fügeteildeformationen zu erwarten, die die Beanspruchung in der elastischen Klebschicht beeinflussen.

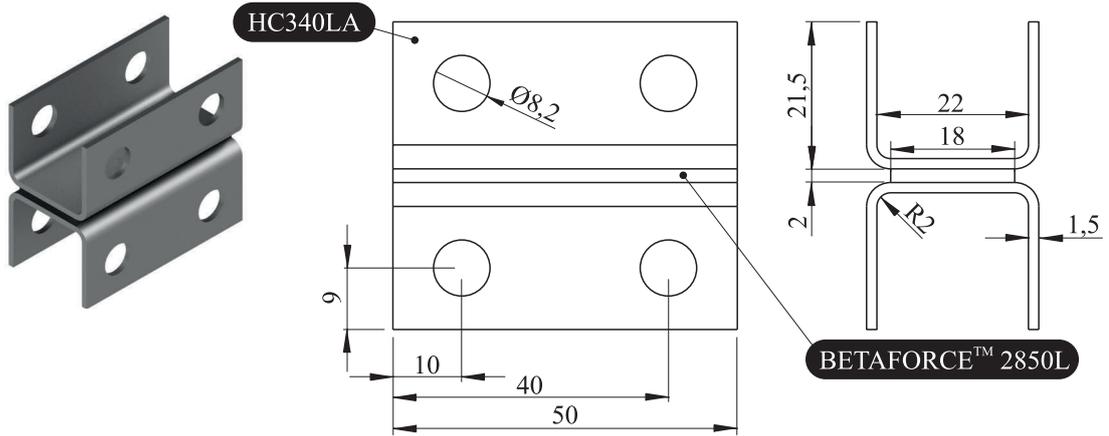


Abbildung 4.8: Abmessungen der LWF-KS2-Probe (⑥) in mm

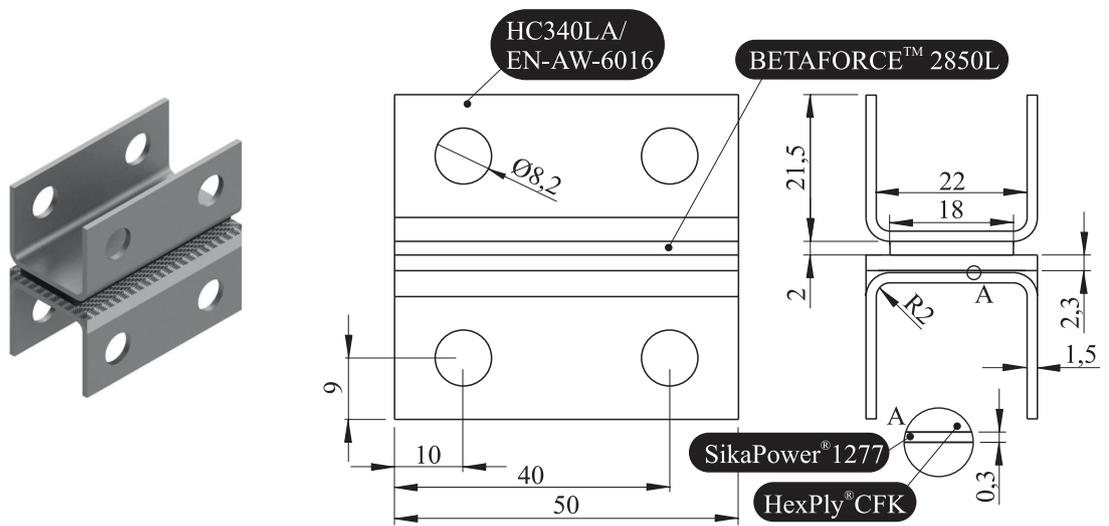


Abbildung 4.9: Abmessungen der hybriden LWF-KS2-Probe (⑦) in mm

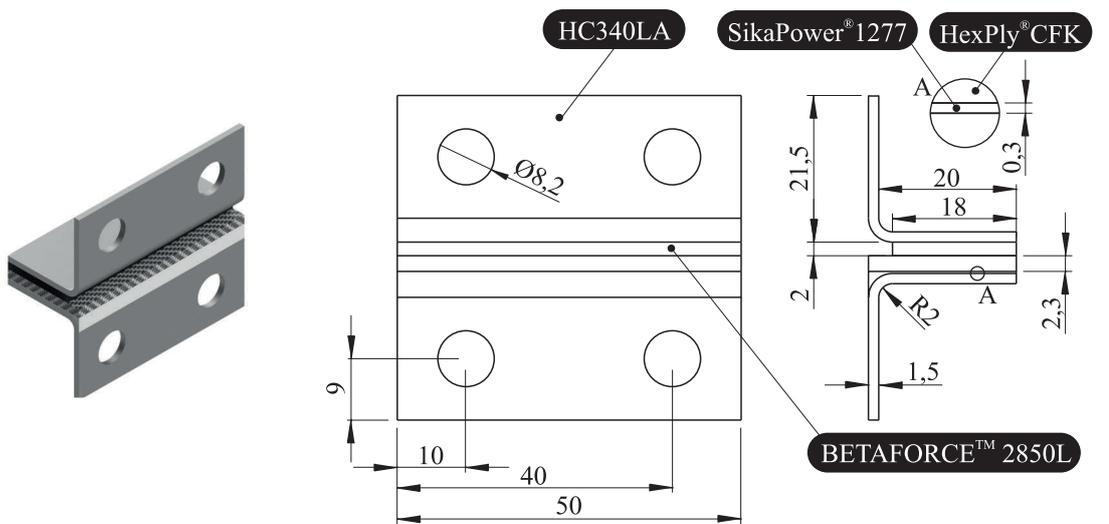


Abbildung 4.10: Abmessungen der hybriden LWF-KS2-Schälzugprobe (⑧) in mm

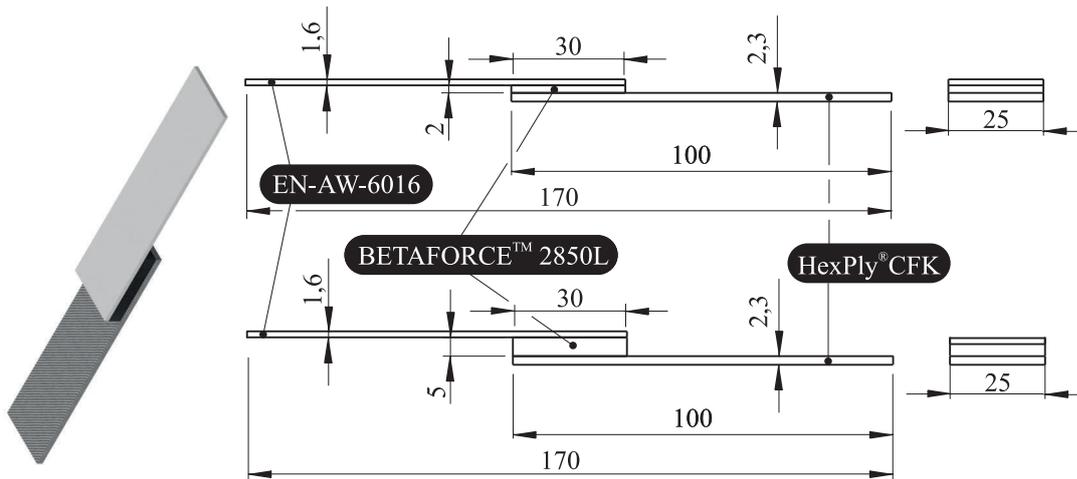


Abbildung 4.11: Abmessungen der hybriden Scherzugprobe (9) in mm

In dieser Arbeit werden in Abschnitt 8.3 die Ergebnisse von quasistatischen Zugversuchen an der LWF-KS2-Probe mit den Lasteinleitungswinkeln  $0^\circ/45^\circ$  und  $90^\circ$  zur Validierung verwendet, die im Rahmen des IGF-Forschungsprojekts 20306N [MTA+22] seitens des LWF ermittelt worden sind. Die Versuchsdurchführung mit den in Tabelle 4.9 zusammengetragenen Versuchsrandbedingungen ist analog zu dem Vorgehen bei den grundlegenden Klebschichtprüfkörpern. Während der Prüfungen sind die lokalen Verschiebungen in unmittelbarer Klebschichtnähe als auch das Klebschichtversagen mittels eines DIC-Systems optisch erfasst worden. Zur Versuchsauswertung werden diese und die gemessene Kraft für die jeweiligen Lasteinleitungswinkel analog zu den Definitionen für die grundlegenden Klebschichtprüfkörpern in eine Nennspannung bzw. Nenndehnung/-gleitung umgerechnet.

Tabelle 4.9: In [MÇM+20] und [MTA+22] dokumentierte Versuchsrandbedingungen der quasistatischen Zug- und Schwingfestigkeitsversuche an den technologischen Klebschichtprüfkörpern

Prüfkörper	6			7			8			9		
Untersuchungsklebstoff	BF 2850L			BF 2850L			BF 2850L			BF 2850L		
Fügeteilwerkstoffe <sup>a</sup>	S			A/C	A/C	S/C	S/C			A/C		
Klebschichtdicke	$d_k = 2$ mm			$d_k = 2$ mm			$d_k = 2$ mm			2 mm   5 mm		
Klebläche	$A_k = 18 \cdot 50$ mm <sup>2</sup>			$A_k = 18 \cdot 50$ mm <sup>2</sup>			$A_k = 18 \cdot 50$ mm <sup>2</sup>			$A_k = 25 \cdot 30$ mm <sup>2</sup>		
Lasteinleitungswinkel	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	-			-		
Prüftemperatur	$\vartheta = RT$			$\vartheta = RT$			$\vartheta = RT$			$\vartheta = RT$		
<b>Quasistatisch</b>												
Anzahl der Prüfkörper	5	5	5	-			-			-		
Prüfgeschwindigkeit <sup>b</sup>	12	7	6	-			-			-		
Nennspannung <sup>c</sup>	4	5	3	-			-			-		
Nenndehnung/-gleitung	4	5	3	-			-			-		
<b>Schwingend</b>												
Anzahl der Prüfkörper	12	12	12	17	12	12	13			12   10		
Regelungsart	kraft geregelt			kraft geregelt			kraft geregelt			kraft geregelt		
Schwingungsform	Sinus			Sinus			Sinus			Sinus		
Prüffrequenz	$f = 8$ Hz			$f = 8$ Hz			$f = 8$ Hz			$f = 7$ Hz		
Lastverhältnis	$R_F = 0,1$			$R_F = 0,1$			$R_F = 0,1$			$R_F = 0,1$		
Nennspannungsamplitude <sup>c</sup>	4	5	3	4	5	3	3			3		

<sup>a</sup>HC340LA (S), EN AW-6016 (A), HexPly® M79/34%/UD300/CHS (C); <sup>b</sup>in mm/min; Definition entsprechend der Nummern zugehörigen Angaben in Tabelle 4.8.

Für die neun Versuchsreihen sind die wesentlichen Versuchsrandbedingungen in Tabelle 4.9 zusammengefasst. Die Ausführung als auch die statistische Auswertung der Versuchsreihen erfolgt nach der DIN 50100 [DIN16] und daher analog zu der Vorgehensweise, wie bei den grundlegenden Klebschichtprüfkörpern. Die in [MTA+22] und [MÇM+20] dokumentierten Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen für die aufgeführten technologischen Klebschichtprüfkörper, bei denen ein kohäsives Ermüdungsversagen des BETA-FORCE™ 2850L die Lebensdauer der Klebverbindung bestimmt hat, werden in Kapitel 9 verwendet.

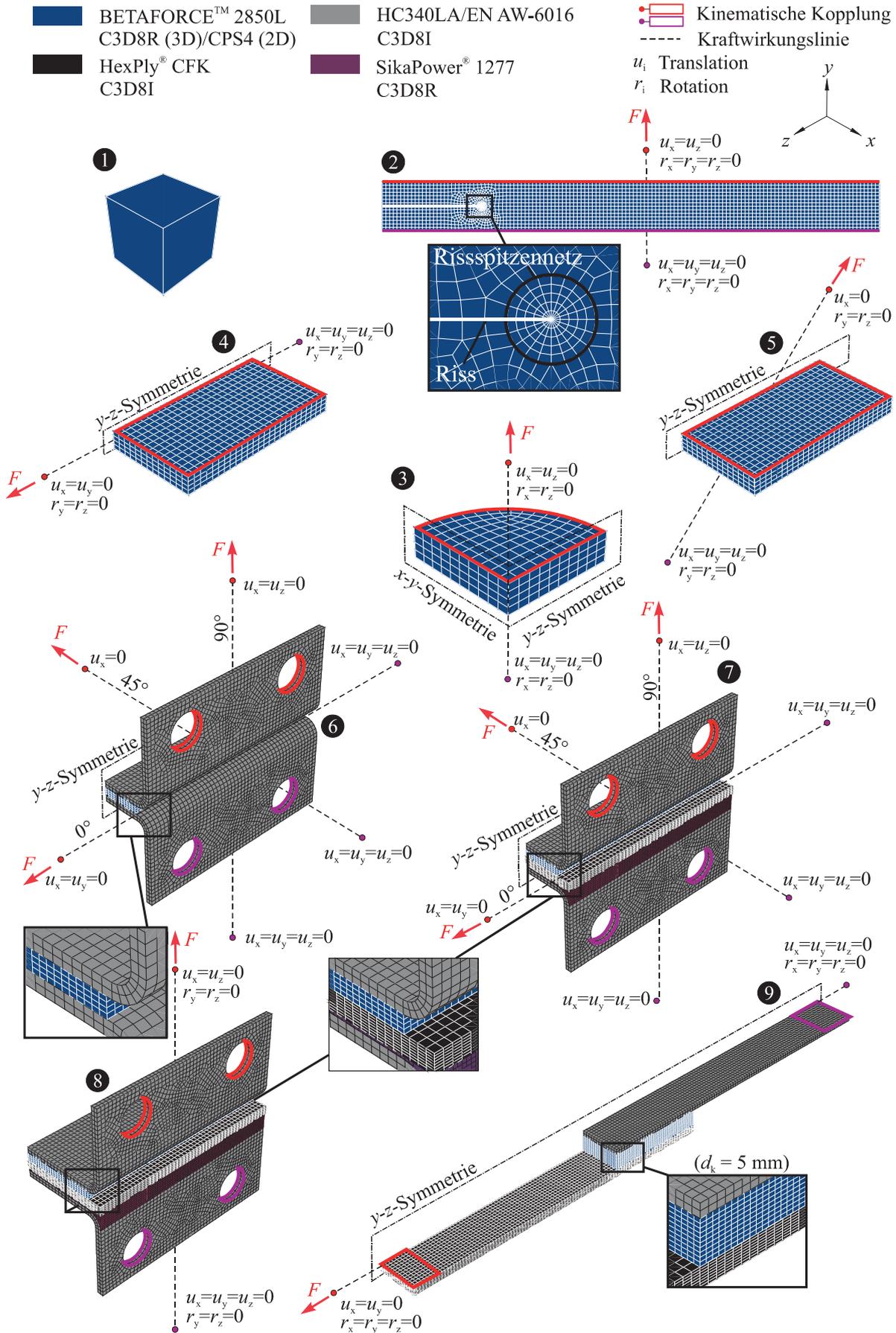
### 4.3 Finite-Elemente Modelle

Die numerischen Spannungsanalysen werden mit dem impliziten Solver des kommerziellen Finite-Elemente-Softwarepakets ABAQUS v2017 [Das17] des Unternehmens DASSAULT SYSTEMES durchgeführt. Für die einzelnen Prüfkörper sind die verwendeten FE-Modelle mit den zugehörigen Randbedingungen in Abbildung 4.12 zusammenfassend dargestellt.

**FE-Modelle Substanzprüfkörper (❶-❷).** Zur Simulation von homogenen Spannungszuständen, wie z. B. im uniaxial belasteten Stegbereich der Substanzzugprobe, wird ein C3D8-Element (❶) mit dimensionsloser Elementkantenlänge verwendet. Die FE-Modellierung der Planarzugprobe (❷) erfolgt wegen der geringen Probendicke von  $d_{Pz} = 2$  mm unter der Annahme des ESZ mit zweidimensionalen CPS4-Elementen. Im Bereich der modellierten Rissspitze wird ein Rissspitzenetz mit kollabierten CPS4-Elementen verwendet, um in Abschnitt 5.2.1 eine akkurate Berechnung der Energiefreisetzungsrate mittels des  $J$ -Integrals sicherzustellen. Da die Hilfsklebschicht aus dem Epoxid-Klebstoff BETAMATE™ 2098 und die Stahlbleche im Vergleich zu dem Untersuchungsklebstoff BETA-FORCE™ 2850L eine vielfach höhere Steifigkeit aufweisen, werden diese nach Abbildung 4.12 als ideal starr angenommen und durch kinematische Kopplungen mit entsprechend gelagerten Kinematikpunkten substituiert.

**FE-Modelle grundlegende Klebschichtprüfkörper (❸-❹).** Mit der gleichen Begründung werden bei der dreidimensionalen Modellierung der grundlegenden Klebschichtprüfkörper ebenfalls die Deformationen der massiv ausgeführten Stahlfügeteile durch die Verwendung kinematischer Kopplungen vernachlässigt und daher nur die elastischen Klebschichten unter Berücksichtigung von bestehenden Symmetrien modelliert. Die Position und Lagerung der Kinematikpunkte bedingt in Übereinstimmung mit den Experimenten eine bezüglich der elastischen Klebschicht zentrische sowie kardanische Lasteinleitung.

**FE-Modelle technologische Klebschichtprüfkörper (❺-❻).** Bei den LWF-KS2-Proben und der hybriden Scherzugprobe werden wegen des vorhandenen Einflusses der Fügeteildeformationen auf die Klebschichtbeanspruchung alle Komponenten des Prüfkörpers bei der Modellerstellung berücksichtigt. Die einzelnen Komponenten werden an den Kontaktflächen über sogenannte Tie-Constraints kinematisch miteinander verbunden. Dies gestattet eine inkompatible Diskretisierung mit verschiedenen Arten von C3D8-Elementen,



womit auf eine akkurate und zugleich ressourceneffiziente Simulation abgezielt wird. Insbesondere mit der Verwendung von C3D8R-Elementen bei der Diskretisierung der elastischen Klebschichten bei den grundlegenden und technologischen Klebschichtprüfkörpern wird das Ziel verfolgt, den Berechnungsaufwand mit dem reduzierten Integrationspunktschema möglichst klein zu halten. Dabei werden die elastischen Klebschichten entsprechend Abbildung 4.12 in Richtung der Klebschichtdicke mit einer Elementkantenlänge von  $h_{EL} = 0,5$  mm mit mindestens vier Elementen diskretisiert, um eine Querkontraktion der Klebschicht zulassen zu können. In den anderen beiden Klebschichtdimensionen wird für die Elemente der Klebschicht eine Kantenlänge von  $b_{EL} = 0,75$  mm verwendet. Anzumerken ist jedoch, dass in den Abschnitten 8.2 und 9.3 der Einfluss des Klebschichtdiskretisierungsgrads auf die Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen noch untersucht wird, sodass in diesem Fall eine Abweichung von der dargestellten Diskretisierung auftritt, die gesondert kenntlich gemacht wird. Unverändert bleibt jedoch die in Abbildung 4.12 dargestellte Vernetzung der Füge- und Hilfsklebschichten. Für die technologischen Klebschichtprüfkörper wird das Konstitutivverhalten der Fügebleche aus HC340LA bzw. EN AW-6016 elastisch-plastisch mit den in Abschnitt 4.1.2 zusammengefassten E-Modulen, Poissonzahlen und Fließkurven modelliert. Das Materialverhalten der strukturellen SikaPower® 1277-Hilfsklebschichten und des CFK-Laminats wird mit den Materialkennwerten aus Tabelle 4.2 bzw. Tabelle 4.7 rein linear-elastisch modelliert. Das kontinuumsmechanische Konstitutivverhalten des BETA-FORCE™ 2850L wird mittels einer Verzerrungsenergiedichtefunktion modelliert, welche im nachfolgenden Kapitel anhand experimenteller Daten parametrisiert wird.



## 5 KLEBSTOFFCHARAKTERISIERUNG

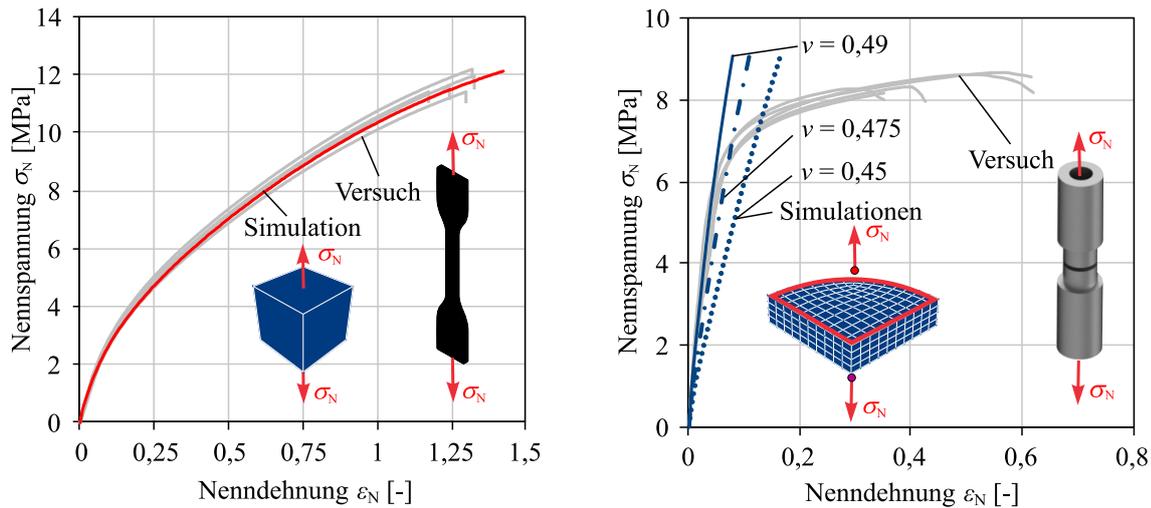
Dieses Kapitel thematisiert die kontinuumsmechanische und bruchmechanische Charakterisierung des Untersuchungsklebstoffs BETAFORCE™ 2850L. Erstere umfasst die Vorgehensweise, mit der eine reversible und eine irreversible Verzerrungsenergie-dichtefunktion parametrisiert werden, um das konstitutive Materialverhalten in der FEM abzubilden. Letztere beinhaltet die Charakterisierung des bruchmechanischen Ermüdungsris-sverhaltens und beschreibt die Methoden mit denen für den Untersuchungsklebstoff Rissfortschrittskurven experimentell ermittelt und mathematisch beschrieben werden.

### 5.1 Kontinuumsmechanische Klebstoffcharakterisierung

Nach Abschnitt 2.2.2 besteht die grundlegende Vorgehensweise zur kontinuumsmechanischen Charakterisierung eines Klebstoffs, der sich wie ein Elastomer verhält, darin, eine Verzerrungsenergie-dichtefunktion anhand von experimentellen Spannungs-Dehnungsdaten zu parametrisieren. Die Herausforderung ist, zunächst eine Verzerrungsenergie-dichtefunktion zu identifizieren, mit der das Konstitutivverhalten induktiv und adäquat auf beliebige Spannungszustände verallgemeinert werden kann. Dazu ist für den Untersuchungsklebstoff BETAFORCE™ 2850L aufbauend auf den Erkenntnissen von SIKORA [Sik15] im Rahmen des IGF-Forschungsprojekts 19177 BG [MÇM+20] anhand eines Validierungsprozesses mit technologischen und bauteilähnlichen Prüfkörpern bereits gezeigt worden, dass ausgehend von der Verzerrungsenergie-dichtefunktion nach MARLOW [MAR03] (Gleichung 2.21) eine valide und zugleich effiziente Materialmodellierung erfolgen kann. Dementsprechend wird im Folgenden auf die ebenfalls im IGF-Forschungsprojekt 20306N [MTA+22] adoptierte Vorgehensweise eingegangen, mit der seitens des LWF für den Untersuchungsklebstoff sowohl ein reversibles als auch ein irreversibles Konstitutivgesetz parametrisiert werden.

#### 5.1.1 Reversibles Konstitutivgesetz

Das reversible Konstitutivgesetz stellt eine Vereinfachung des tatsächlichen, dissipativen Klebstoffverhaltens dar, indem dieses nur die nichtlineare Hyperelastizität und die Kompressibilität abbildet. Zur Modellierung der Hyperelastizität wird der isochore Anteil der Verzerrungsenergie-dichtefunktion nach MARLOW [MAR03] mit der uniaxialen Nennspannungs-Nenndehnungskurve aus Abbildung 5.1 (links) parametrisiert. Da dieses Materialmodell in dem FE-Programm ABAQUS standardmäßig implementiert ist, ist dafür lediglich der Datensatz eines Nennspannungs-Nenndehnungsverlaufs in tabellarischer Form zu hinterlegen [Das17]. Wird anschließend das parametrisierte Materialmodell unter der vorläufigen Annahme der Inkompressibilität anhand der Simulation eines uniaxial belasteten Ein-Element-Modells verifiziert, dann ergibt sich die in Abbildung 5.1 (links) dargestellte und in Abschnitt 2.2.2 beschriebene, exakte Reproduzierung der eingelesenen Nennspannungs-Nenndehnungsdaten.



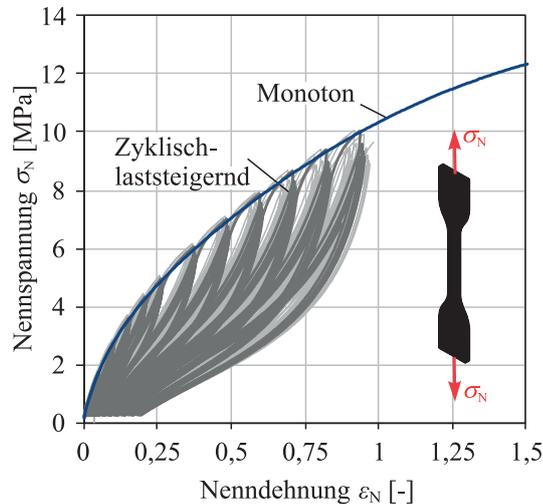
**Abbildung 5.1:** Verwendung des in [MTA+22] dokumentierten Spannungs-Dehnungsverhaltens des BETA-FORCE™ 2850L bei einer Substanzzugprobe zur hyperelastisch-kompressiblen Parametrisierung eines reversiblen Konstitutivgesetzes über das MARLOW-Modell und bei einer Kopfzugprobe zur inversen Identifikation der Poissonzahl  $\nu$

Zur Berücksichtigung der Kompressibilität wird der dilatorische Anteil der Verzerrungsenergiefunktion durch die Angabe einer konstanten Poissonzahl  $\nu$  parametrisiert. Dies stellt zwar nach den Versuchen von SIKORA [SIK15] eine Vereinfachung dar, jedoch zeigt der Validierungsprozess in [MÇM+20], dass damit bei der Simulation von Klebschichten trotzdem eine ausreichende Genauigkeit erzielt wird. Zur inversen Identifikation der Poissonzahl  $\nu$  werden die Nennspannungs-Nenndehnungsdaten der quasistatisch belasteten Kopfzugproben aus Abbildung 5.1 (rechts) als Referenz verwendet. Da bei diesem Prüfkörper die Klebschicht primär eine dilatorische Beanspruchung erfährt, hat das Kompressibilitätsverhalten und damit die Poissonzahl  $\nu$  einen erheblichen Einfluss auf die simulierte Probensteifigkeit. Dementsprechend wird unter Verwendung des bereits parametrisierten MARLOW-Modells bei der Simulation der Kopfzugprobe die Poissonzahl  $\nu$  solange angepasst, bis das simulative und das experimentelle Anfangssteifigkeitsverhalten miteinander korrespondieren. Dabei wird berücksichtigt, dass ein Vergleich der Probensteifigkeiten bei höheren Belastungsniveaus ( $\sigma_N > 6$  MPa) nicht zulässig ist, da infolge hoher dilatorischer Zugbeanspruchungszustände das Kavitationsversagen im Inneren der Klebschicht bereits einsetzt. Entsprechend dieser Vorgehensweise weist der Untersuchungsklebstoff nach Abbildung 5.1 (rechts) mit einer für Elastomere typischen Poissonzahl von  $\nu = 0,49$  ein nahezu inkompressibles Materialverhalten auf.

### 5.1.2 Irreversibles Konstitutivgesetz

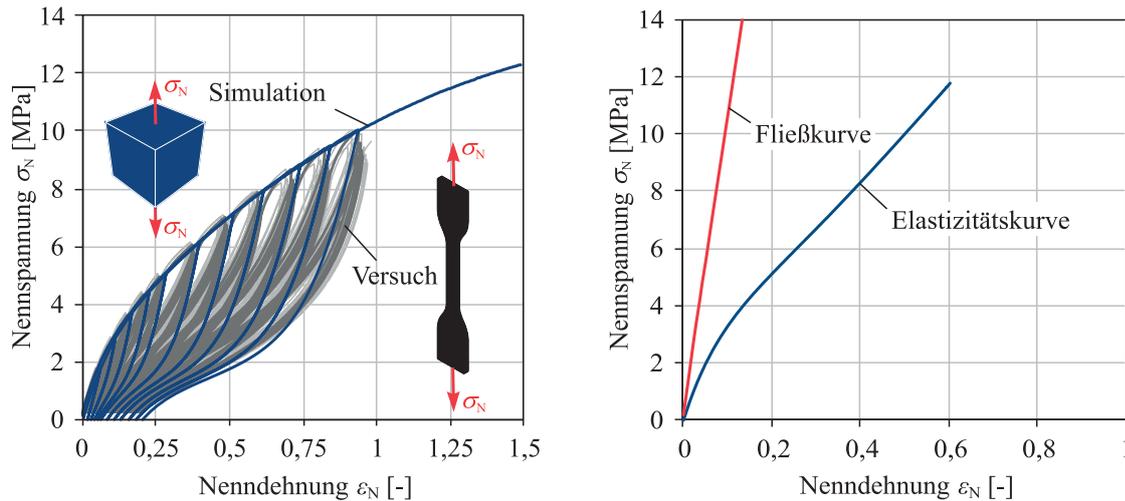
Die zyklisch-laststeigernden Versuche an fünf Substanzzugproben (vgl. Abschnitt 4.2.1) offenbaren für den BETA-FORCE™ 2850L zusätzlich die in Abschnitt 2.1 erwähnten, charakteristischen, dissipativen Materialeffekte von Elastomeren. Neben der Erstbelastungskurve, die nach Abbildung 5.2 mit dem gemessenen Steifigkeitsverhalten beim quasistatischen Zugversuch mit monoton ansteigender Belastung korrespondiert, sind beim Hervorheben eines zyklisch-laststeigernden Versuchs infolge des MULLINS-Effekts und der Viskoelastizität degradierende Hysteresen für die nach Abbildung 4.3 (rechts) zyklisch-

laststeigernde Belastungshistorie im Nennspannungs-Nenndehnungs-Diagramm erkennbar. Innerhalb einer Belastungsstufe nähern sich die Be- und Entlastungspfade der Hysteresen mit zunehmenden Lastwechseln an, was die Tendenz eines sich zunehmend stabilisierenden Werkstoffverhaltens widerspiegelt.



**Abbildung 5.2:** In [MTA+22] dokumentiertes uniaxiales Nennspannungs-Nenndehnungsverhalten des BETA-FORCE™ 2850L bei monotoner und zyklisch-laststeigernder Belastung

Um die Steifigkeitsdegradation infolge des MULLINS-Effekts und zumindest die Auswirkung der Viskoelastizität im Hinblick auf die anscheinend bleibenden Verformungsanteile konstitutiv zu berücksichtigen, kann das MARLOW-Modell entsprechend dem in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Konzept nach GOVINDARAJAN ET. AL. [GHM08] mit der Schädigungsfunktion nach OGDEN-ROXBURGH [OR99] und der fiktiven VON MISES-Plastizität modifiziert werden. Die zugehörige Parametrisierung wird nach [Das17] durch das FE-Programm ABAQUS unterstützt, indem durch Einlesen des hervorgehobenen Nennspannungs-Nenndehnungsverlaufs aus Abbildung 5.2 zunächst die Erstbelastungskurve sowie für jede Laststufe der letzte Entlastungsverlauf identifiziert werden. Anschließend werden anhand der Erstbelastungskurve und den scheinbar bleibenden Verformungen automatisch die in Abbildung 5.3 (rechts) dargestellte Elastizitäts- sowie die Fließkurve extrahiert. Mittels der Elastizitätskurve wird das MARLOW-Modell parametrisiert und mit der fiktiven Fließkurve die VON MISES-Plastizität. Damit darüber hinaus die Steifigkeitsdegradation mit dem OGDEN-ROXBURGH-Modell abgebildet wird, werden anhand der extrahierten Entlastungspfade die zugehörigen Parameter über eine ABAQUS-interne Regressionsanalyse zu  $r_{OR} = 1,493$ ,  $m_{OR} = 0,119$  und  $\beta_{OR} = 0,498$  ermittelt. Da nach Gleichung 2.24 die Erweiterungen der Verzerrungsenergiedichtefunktion um die dissipativen Anteile lediglich einen Einfluss auf das isochore Konstitutivverhalten haben, kann die Kompressibilität des Klebstoffs weiterhin mit der zuvor invers bestimmten Poissonzahl  $\nu = 0,49$  abgebildet werden, sodass das irreversible Konstitutivgesetz damit vollständig parametrisiert ist.

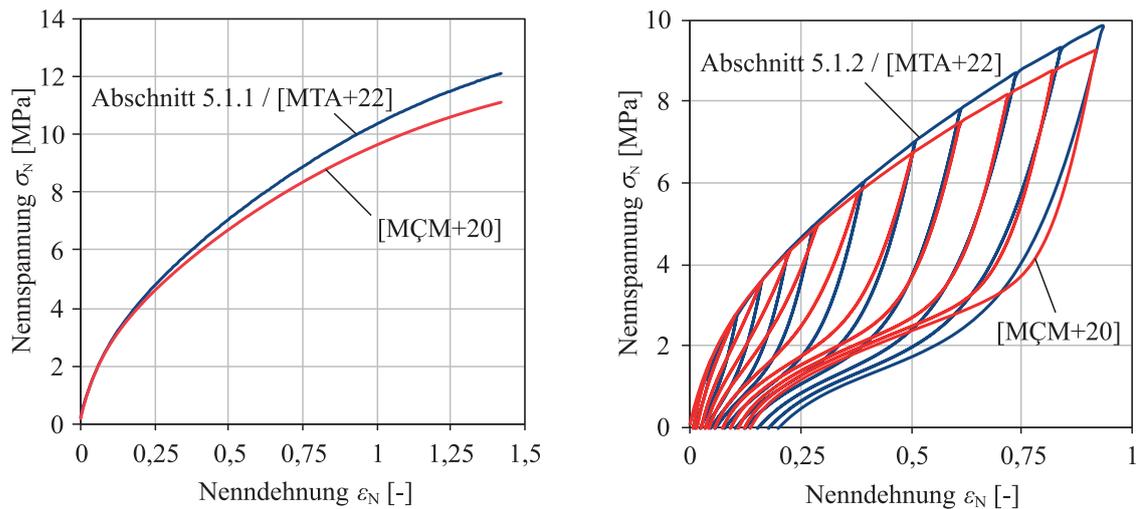


**Abbildung 5.3:** Links: Gegenüberstellung der Materialantwort des irreversiblen Konstitutivgesetzes mit dem zur Parametrisierung verwendeten zyklisch-laststeigernden Versuch einer Substanzzugprobe. Rechts: Darstellung der extrahierten Elastizitäts- und der Fließkurve (Daten aus [MTA+22])

Die Verifizierung des irreversiblen Konstitutivgesetzes erfolgt anhand des Ein-Element-Modells mit zyklisch-laststeigernder Belastung. Wird beim Vergleich von Simulation und dem in Abbildung 5.3 (links) hervorgehobenen Parametrisierungsversuch berücksichtigt, dass das irreversible Konstitutivgesetz keine Unterscheidung zwischen Be- und Entlastungsverhalten vornimmt, wird das dissipative Materialverhalten hinreichend genau abgebildet.

### 5.1.3 Validierung

Im Folgenden werden das reversible und das irreversible Konstitutivgesetz des BETA FORCE™ 2850L an den validierten Pendants aus [MÇM+20] referenziert. Dadurch soll zum einen gewährleistet werden, dass sich die bis hierhin nur verifizierten Konstitutivgesetze gleichermaßen zur Simulation der Klebschichtbeanspruchungen eignen. Zum anderen soll sichergestellt werden, dass trotz der Verwendung von Versuchsergebnissen an Klebschichtprüfkörpern aus zwei unterschiedlichen Forschungsprojekten das Konstitutivverhalten des BETA FORCE™ 2850L vergleichbar und ohne einen deutlichen Chargeneinfluss ist. In der Abbildung 5.4 sind dafür paarweise die Simulationsergebnisse aus den beiden Projekten für das uniaxial belastete Ein-Element-Modell bei Verwendung der reversiblen und der irreversiblen Konstitutivgesetze gegenübergestellt. Die (Erstbelastungs-)Kurven zeigen, dass die MARLOW-Modelle vergleichbar parametrisiert sind und lediglich bei höheren Dehnungen eine Differenz erkennbar ist. Zugleich können die Unterschiede bezüglich der bleibenden Verformungen sowie der Entlastungspfade als tolerierbar klassifiziert werden, wenn dies in den Kontext der bereits innerhalb einer Versuchsreihe üblichen Versuchsdatenstreuung gesetzt wird. Die in [MÇM+20] angegebene Poissonzahl von  $\nu = 0,488$  wird sogar nahezu exakt reproduziert. Dementsprechend kann resümiert werden, dass die im vorherigen Abschnitt parametrisierten Konstitutivgesetze ebenfalls valide sind, um das Klebstoffverhalten des BETA FORCE™ 2850L abzubilden. Daher erfolgt im weiteren Verlauf der Arbeit die Klebschichtmodellierung ausschließlich mit den in [MTA+22] parametrisierten Konstitutivgesetzen und zwar unabhängig davon, in welchem Forschungsprojekt die in Kapitel 4 aufgeführten Klebschichtprüfkörper experimentell untersucht worden sind.



**Abbildung 5.4:** Validierung des reversiblen (links) und des irreversiblen (rechts) Konstitutivgesetzes des BETAFORCE™ 2850L durch Vergleich mit den parametrisierten sowie validierten Pendanten aus [MÇM+20]

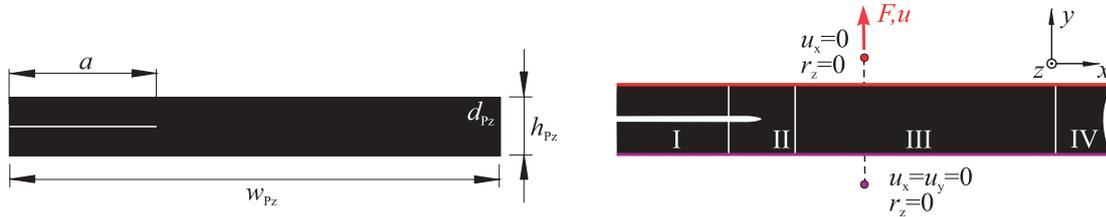
## 5.2 Bruchmechanische Klebstoffcharakterisierung

Dieser Abschnitt umfasst die Methoden, mit denen das bruchmechanische Ermüdungsrissverhalten des Untersuchungsklebstoffs BETAFORCE™ 2850L charakterisiert wird. Diesbezüglich wird zunächst auf die (bruch-)mechanischen Eigenschaften der Planarzugprobe eingegangen, welche bei Elastomeren nach der Norm ISO 27727 [ISO08] der Standardprüfkörper zur Ermittlung von Rissfortschrittskurven ist. Daran anschließend werden die bestehenden Herausforderungen bezüglich des genormten Versuchsverfahrens erläutert, bevor das vom Verfasser in [DSK21] erstmalig publizierte Up-Down-Versuchsverfahren zur Messung von Rissfortschrittskurven vorgestellt wird. Die Anwendung liefert unter anderem Erkenntnisse über den Einfluss der Lastfrequenz und des Lastverhältnisses auf das Ermüdungsrissverhalten des Untersuchungsklebstoffs. Den Abschluss dieses Abschnitts bildet die Parametrisierung eines qualifizierten Rissfortschrittsgesetzes, mit dem die ermittelten Rissfortschrittskurven mathematisch beschrieben werden.

### 5.2.1 Mechanische und bruchmechanische Eigenschaften von Planarzugproben

Die Planarzugprobe wurde bereits 1953 von RIVLIN und THOMAS [RT53] erdacht und verwendet, um experimentell nachzuweisen, dass die Energiefreisetzungsrates die risstreibende Beanspruchungsgröße bei Elastomeren ist. Der Vorteil des Prüfkörpers besteht darin, dass bei Wahl einer geringen Prüfkörperdicke dreiachsige Zugspannungszustände vermieden werden, die bei Elastomeren bzw. den betrachteten Klebstoffsystemen wegen des Kavitationseffekts ein hohes Potential hinsichtlich der unkontrollierten Initiierung und des Wachstums von weiteren Rissen bergen. Die Planarzugprobe erfüllt damit im Kontext von Elastomeren die Grundvoraussetzung für bruchmechanische Ermüdungsrissversuche, wonach ausschließlich vom eingebrachten Initialriss und dessen kontinuierlicher Ausbreitung ein kontrolliertes bruchmechanisches Versagen stattfindet. Dadurch wird gewährleistet, dass eine eindeutige

Messung der zyklischen Energiefreisetzungsrate und der Risslänge ermöglicht wird. Vor diesem Hintergrund wird im Folgenden anhand der in [RT53] beschriebenen Dimensionsanalyse vertiefend auf die (bruch-)mechanischen Eigenschaften der Planarzugprobe eingegangen.



**Abbildung 5.5:** Schematische Abmessungen einer Planarzugprobe (links) sowie schematische Belastungssituation mit der Ausprägung charakteristischer Beanspruchungsbereiche bei einer Planarzugprobe (rechts)

Ausgangssituation sind die in Abbildung 5.5 dargestellten, schematischen Abmessungen des freien Bereichs der Planarzugprobe mit einem charakteristischen Probenweite-zu-Probenhöhe Verhältnis von  $w_{Pz}/h_{Pz} \geq 10$  und einer Probendicke  $d_{Pz}$ . Letztere hat zwar formal keinen Einfluss auf die Dimensionsanalyse, sollte nach der Norm ISO 27727 [ISO08] jedoch möglichst gering gewählt werden, um den gewünschten, ebenen Spannungsstand zu forcieren und einer übermäßigen Erwärmung bei zyklischer Belastung vorzubeugen. Entlang der Probenweite  $w_{Pz}$  ist der Werkstoff entsprechend der kinematischen Randbedingungen geklemmt, sodass die Querkontraktion in Weitenrichtung unterbunden ist. Infolgedessen stellt sich bei Existenz eines langen Risses der Länge  $a$  und einer konstant gehaltenen Verschiebung  $u$  entlang der Probenweite  $w_{Pz}$  ein Spannungsfeld ein, welches in vier Bereiche unterteilt werden kann. Bereich I ist spannungslos. In den Bereichen II und IV ist das Spannungsfeld durch die Nähe zur Rissfront bzw. zum freien Rand örtlich veränderlich und unbekannt. Bereich III zeichnet sich durch die Entfernung zur Rissfront und zum freien Rand durch ein Spannungsfeld aus, welches in Richtung der Probenweite  $w_{Pz}$  örtlich unveränderlich ist und durch eine konstante Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  charakterisiert ist. Nimmt der Riss unter diesen Bedingungen um die infinitesimale Länge  $da$  zu, dann verschieben sich die Grenzen des Bereichs II um den gleichen Betrag, sodass das Volumen des Bereichs I zu Lasten des Bereichs III um  $dV = h_{Pz}d_{Pz}da$  zunimmt<sup>6</sup>. Der damit einhergehende Verlust der Verzerrungsenergie kann wegen der Annahme einer konstant gehaltenen Verschiebung  $u$  direkt mit

$$-d\Pi_{\text{int}} = \psi h_{Pz} d_{Pz} da \quad (5.1)$$

quantifiziert werden. Über Gleichung 2.43 ergibt sich damit für die Planarzugprobe mit  $dA = d_{Pz}da$  ein analytischer Ausdruck für die Energiefreisetzungsrate:<sup>7</sup>

$$G = -\frac{d\Pi_{\text{int}}}{dA} = -\frac{d\Pi_{\text{int}}}{d_{Pz}da} = \psi h_{Pz}. \quad (5.2)$$

<sup>6</sup> Anm.: Da Elastomere nahezu inkompressibel sind, ist das Volumen in der belasteten Momentan- und der unbelasteten Referenzkonfiguration mit guter Näherung gleich. Daher kann das Volumen mit den Abmessungen der Planarzugprobe in der unverformten Referenzkonfiguration berechnet werden.

<sup>7</sup> Anm.: Obwohl die Herleitung des analytischen Ausdrucks für die Energiefreisetzungsrate mit der Betrachtung einer Planarzugprobe unter konstanter Verschiebungsbelastung erfolgt, sind Gleichungen 5.2 und 5.3 ebenfalls gültig, wenn der Prüfkörper durch eine konstante Kraft belastet wird.

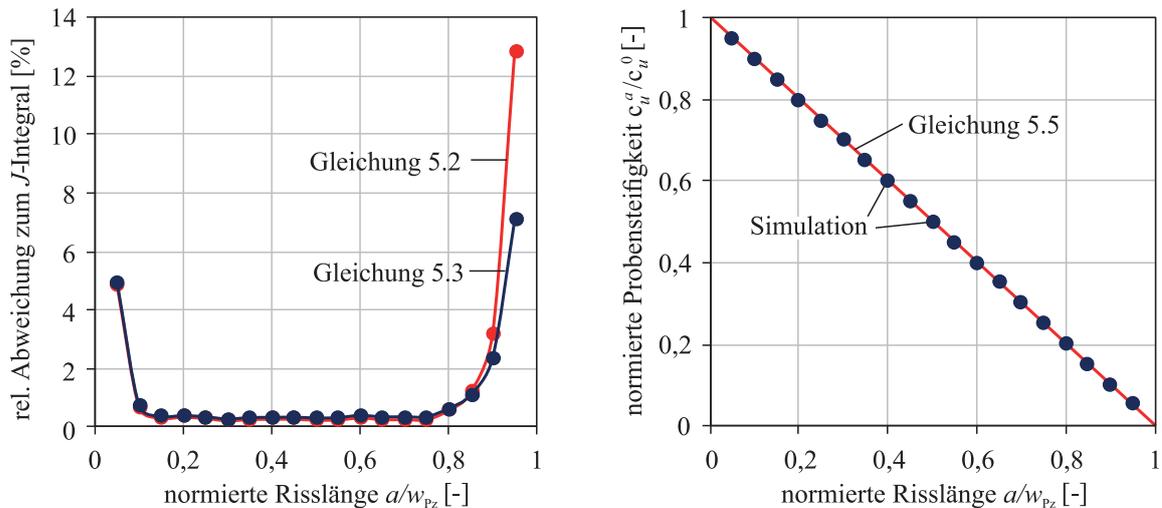
Solange das Restligament  $d_{Pz}(w_{Pz} - a)$  bei Rissfortschritt groß genug ist, dominiert das homogene Spannungsfeld in Bereich III das mechanische Verhalten der Planarzugprobe. Deshalb kann die Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  mit guter Näherung als Quotient aus der im Prüfkörper gespeicherten Verzerrungsenergie  $\Pi_{\text{int}}$  und dem ungerissenen Volumen  $V = h_{Pz}d_{Pz}(w_{Pz} - a)$  bestimmt werden, sodass die Energiefreisetzungsrate  $G$  mit

$$G = \psi h_{Pz} = \frac{\Pi_{\text{int}}}{h_{Pz}d_{Pz}(w_{Pz} - a)} h_{Pz} = \frac{\Pi_{\text{int}}}{d_{Pz}(w_{Pz} - a)} \quad (5.3)$$

approximiert werden kann. Bei schwingender Probenbelastung können die Gleichungen 5.2 und 5.3 zur Berechnung der zyklischen Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  verwendet werden, indem die absoluten Werte der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  bzw. der Verzerrungsenergie  $\Pi_{\text{int}}$  durch die innerhalb eines Lastwechsels erfahrene Änderung (hier gekennzeichnet durch das  $\Delta$ ) dieser Größen substituiert werden:

$$\Delta G = \Delta \psi h_{Pz}, \quad \Delta G = \frac{\Delta \Pi_{\text{int}}}{d_{Pz}(w_{Pz} - a)}. \quad (5.4)$$

Um für die in Abbildung 4.4 dargestellten und experimentell verwendeten Dimensionen der Planarzugprobe die Gültigkeit der beiden analytischen Lösungen bezüglich des zulässigen Risslängenbereichs zu überprüfen, werden für variierende Risslängen FE-Spannungsanalysen an dem zugehörigen FE-Modell (vgl. Abbildung 4.12) durchgeführt.



**Abbildung 5.6:** Numerische Identifizierung des validen Risslängenmessbereichs zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate mit den analytischen Lösungen für die Planarzugprobe (links) und Validierung des Zusammenhangs zwischen Steifigkeit und Risslänge bei der Planarzugprobe (rechts)

Mit der Verwendung des reversiblen Konstitutivgesetzes des BETAFORCE™ 2850L werden für die Berechnung der Energiefreisetzungsrate nach Gleichung 5.2 und Gleichung 5.3 die Verzerrungsenergiedichte als auch die Verzerrungsenergie ausgewertet sowie Referenzlösungen über die in ABAQUS implementierte  $J$ -Integral-Auswertung ermittelt [Das17]. Die Gegenüberstellung der analytischen Lösung mit dem  $J$ -Integral in Abbildung 5.6 (links) zeigt, dass innerhalb des normierten Risslängenbereichs von  $0,1 < a/w_{Pz} < 0,8$  die relative Abweichung weniger als 0,5 % beträgt. Außerhalb dieses Bereichs sind höhere Abweichungen zu erkennen. In diesen Fällen ist die Rissfront zu nah an den freien Enden der Planarzugprobe,

sodass die Zusammenhänge bei der Dimensionsanalyse nicht mehr zutreffend sind und die analytischen Gleichungen die Energiefreisetzungsraten zunehmend überschätzen.

Da bei Elastomeren deutliche Verformungen an der Rissspitze auftreten, können bei Ermüdungsrisswachstumsversuchen an Planarzugproben Kameras mit Risserkennungssoftware eingesetzt werden, um die Risslänge optisch auszumessen [KJH+06]. Eine andere Möglichkeit besteht in der Compliance-Methode. Diese nutzt den physikalischen Zusammenhang aus, dass bei zunehmender Risslänge gleichzeitig die Steifigkeit einer Struktur oder Probe abnimmt [SH78]. Für die Planarzugprobe ist dieser Zusammenhang einfach zu beschreiben, da mit der Dominanz von Bereich III und dem dort vorliegenden homogenen Spannungsfeld die angreifende Kraftresultierende  $F$  bei konstanter Verschiebungsbelastung  $u$  mit zunehmender Risslänge  $a$  linear abnimmt. Da dies ebenfalls für die zu einer Verschiebung  $u$  zugehörigen Probensteifigkeit  $c_u = F/u$  gilt, kann für die Planarzugprobe der Zusammenhang zwischen Probensteifigkeit und Risslänge in dimensionsloser und materialunabhängiger Schreibweise wie folgt

$$\frac{a}{w_{Pz}} = 1 - \frac{c_u^a}{c_u^0} \quad (5.5)$$

ausgedrückt werden. Mit Gleichung 5.5 kann die aktuelle Risslänge  $a$  in einer Planarzugprobe der Weite  $w_{Pz}$  über die messbare Probensteifigkeit  $c_u^a$  berechnet werden, wenn bei gleicher Verschiebung  $u$  die Referenzprobensteifigkeit  $c_u^0$  für die Probe ohne Riss bekannt ist. Letztere wird an einer Planarzugprobe ermittelt, bevor der Anriss zur Durchführung eines Ermüdungsrisswachstumsversuchs eingefügt wird. Die Gültigkeit von Gleichung 5.5 wird in Abbildung 5.6 (rechts) durch Auswertung der am FE-Modell der Planarzugprobe durchgeführten Simulationen bestätigt. Gleichung 5.5 ist mit

$$\frac{a}{w_{Pz}} = 1 - \frac{c_{\Delta u}^a}{c_{\Delta u}^0} \quad (5.6)$$

analog auf eine schwingende Probenbelastung übertragbar. Daher kann die Risslänge  $a$  während eines Ermüdungsrisswachstumsversuchs berechnet werden, wenn bei einer Verschiebungsschwingbreite  $\Delta u$  die Kraftschwingbreite  $\Delta F$  an einer Planarzugprobe mit Riss gemessen wird und die mit  $c_{\Delta u} = \Delta F/\Delta u$  definierte, linearisierte Probensteifigkeit  $c_{\Delta u}^a$  ins Verhältnis zur zugehörigen Referenzprobensteifigkeit  $c_{\Delta u}^0$  gesetzt wird.

Wird das optische Risslängenmessprinzip mit der Compliance-Methode verglichen, dann ist festzuhalten, dass erstere ein direktes Messverfahren darstellt, welches im Prinzip unmittelbar am existierenden Riss Längenmessungen vornimmt. Daher ist davon auszugehen, dass dieses Messverfahren insbesondere bei hochauflösenden Kameras die akkuratere Methode darstellt, um die Risslänge während eines Ermüdungsrisswachstumsversuchs zu erfassen. Diese Einschätzung basiert darauf, dass im Vergleich dazu die Compliance-Methode ein indirektes Messverfahren darstellt, da über die Probensteifigkeit auf die Risslänge geschlossen wird und daher im Vergleich von einer geringeren Messauflösung auszugehen ist. Da sich die Compliance-Methode trotzdem u. a. bei Thermoplasten [Bau20] bewährt hat, wird diese im folgenden Abschnitt in das Up-Down-Versuchsverfahren integriert und auf seine Anwendbarkeit untersucht. Insbesondere vor dem Hintergrund, dass bei der Compliance-Methode bis auf eine Zugprüfmaschine mit Kraft- und Wegaufnehmer kein weiteres

Messequipment notwendig ist, besteht die Motivation darin den potentiellen Anwenderkreis des Berechnungskonzepts zu erweitern. Denn vorwiegend bei kleinen und mittelständischen Unternehmen ist nicht davon auszugehen, dass in deren Prüflaboren Kamerasysteme mit spezieller Risserkennungssoftware zur optischen Risslängenmessung vorliegen, wohingegen eine Zugprüfmaschine typischerweise zur Standardausstattung gehört.

### 5.2.2 Up-Down-Versuchsverfahren zur Messung von Rissfortschrittskurven

**Treppenstufen-Versuchsverfahren.** Für die Messung von Rissfortschrittskurven an der Planarzugprobe sieht die Norm ISO 27727 [ISO08] vor, Ermüdungsrisswachstumsversuche nach einem Treppenstufen-Versuchsverfahren durchzuführen. Dabei wird die Planarzugprobe bei unterschiedlichen Belastungsstufen schwingend beansprucht. Indem während eines Lastwechsels das Belastungsmaximum verschiebungsgesteuert ist, korrespondiert jede Belastungsstufe mit einem konstanten Wert für die zyklische Energiefreisetzungsrate. Ursächlich ist die probenspezifische Besonderheit, dass bei konstanter Verschiebungsschwingbreite der Rissbeanspruchungsparameter unabhängig von der Risslänge ist (vgl. Gleichung 5.2). Da dementsprechend die zum Rissbeanspruchungsniveau zugehörige Rissfortschrittsrate ebenfalls konstant ist, wird mit jeder Belastungsstufe im  $\Delta G$ - $da/dN$ -Diagramm ein Punkt von der Rissfortschrittskurve ermittelt. Dementsprechend ist an diesem Versuchsverfahren problematisch, dass lediglich diskrete Rissfortschrittskurven mit vereinzelt Messpunkten bestimmt werden können. Dabei besteht insbesondere hinsichtlich der messtechnischen Erfassung des Thresholds die Herausforderung, dass die Grenze zwischen einem extrem langsamen Ermüdungsrissfortschritt und keinem Ermüdungsrissfortschritt im Prinzip durch das Ausprobieren eines Belastungsniveaus identifiziert werden muss. Da dies mit sehr hohem Aufwand verbunden ist, beschränken sich bei Elastomeren die publizierten Rissfortschrittskurven zumeist auf den Paris-Bereich [RP13, KJH+06, Tun21] und der Thresholdbereich wie bspw. von LAKE und LINDLEY [LL65] nur selten gemessen wird.

**Rampen-Versuchsverfahren.** GOOSSENS UND MARS [GM18] äußern hinsichtlich des Treppenstufen-Versuchsverfahrens zusätzlich die Kritik, dass im Voraus nicht bekannt ist, zu welchen Belastungsniveaus welche Stufenlastwechselzahlen benötigt werden, um für die verschiedenen Bereiche der Rissfortschrittskurve das Ermüdungsrisswachstum zu charakterisieren. Deshalb stellen diese Autoren ein Rampen-Versuchsverfahren vor, bei dem das verschiebungsgeregelte Belastungsmaximum durch Vorgabe einer linearen Funktion stetig mit zunehmenden Lastwechseln angehoben wird. Auf diese Weise soll ausgehend von einem anfänglichen Niveau der zyklischen Energiefreisetzungsrate das Ermüdungsrisswachstumsverhalten für kontinuierlich zunehmende Rissbeanspruchungsniveaus untersucht werden. Allerdings besteht beim verschiebungsgeregelten Rampen-Versuchsverfahren die Problematik, dass einerseits zur Messung des lebensdauerrelevanten Thresholdbereichs eine sehr moderate Steigerung des Belastungsniveaus erforderlich ist, damit der extrem langsame Ermüdungsrissfortschritt durch genügend Lastwechsel überhaupt messtechnisch erfasst werden kann. Andererseits ist zur Messung des Paris- und Risszähigkeitsbereichs eine vergleichsweise

schnelle Anhebung des Belastungsniveaus erforderlich, weil sonst bereits bei geringer Variation der zyklischen Energiefreisetzungsrates die Planarzugprobe durch die hohen Rissfortschrittsraten versagt. Dementsprechend scheint beim Rampen-Verfahren die Vorgabe eines linear zunehmenden Verschiebungsmaximums problematisch zu sein.

**Up-Down-Versuchsverfahren.** Da sich die bestehenden Versuchsverfahren nur beschränkt dazu eignen, eine vollständige Rissfortschrittskurve zu messen, wird im Folgenden das in Abbildung 5.7 schematisch dargestellte Up-Down-Versuchsverfahren vorgestellt. Mit diesem wird im Folgenden für den Untersuchungsklebstoff das Ermüdungsrisswachstum vom Threshold- bis zum Risszähigkeitsbereich charakterisiert.

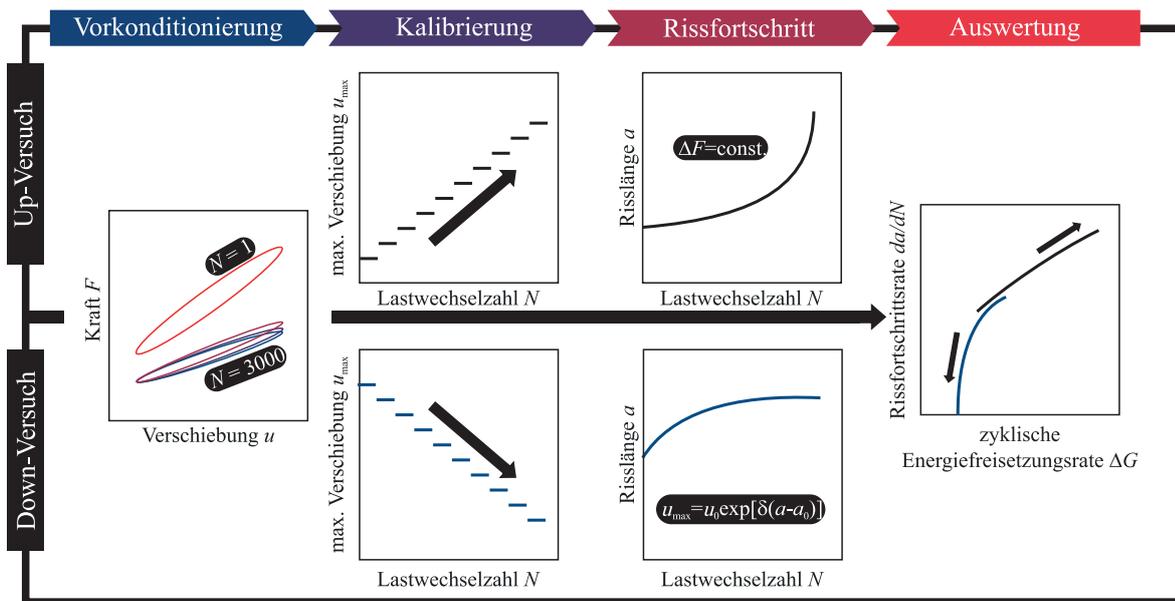
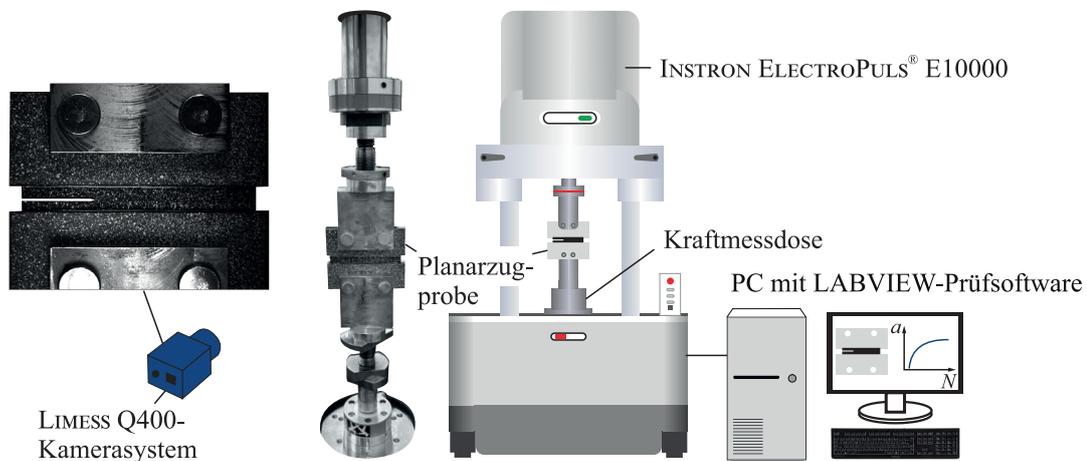


Abbildung 5.7: Up-Down-Versuchsverfahren zur Messung von Rissfortschrittskurven an Planarzugproben

Das Versuchskonzept ist in Anlehnung an die Vorgehensweise bei metallischen Werkstoffen nach der ASTM E647 [AST16] konzipiert, wonach für die Messung der Rissfortschrittskurve zwei Versuchsarten verwendet werden [RS16]. Beim sogenannten Up-Versuch erhöht sich im Laufe des Ermüdungsrisswachstumsversuchs kontinuierlich die zyklische Energiefreisetzungsrates, sodass die Rissfortschrittsrate ebenfalls zunimmt. Dementsprechend werden mit dieser Versuchsart in Richtung der zyklischen Risszähigkeit der Paris- und der Risszähigkeitsbereich der Rissfortschrittskurve gemessen. Beim sogenannten Down-Versuch wird die zyklische Energiefreisetzungsrates kontinuierlich risslängengesteuert abgesenkt, um die Rissfortschrittsrate zu reduzieren und somit ausgehend vom Paris-Bereich den Threshold-Bereich der Rissfortschrittskurve zu erfassen. Für beide Versuchsarten wird jeweils eine Planarzugprobe eingesetzt. An dieser werden mittels eines eigens zur Prüfmaschinensteuerung entwickelten LABVIEW-Programms nacheinander eine Konditionierung, ein Kalibrierversuch und ein Rissfortschrittsversuch durchgeführt. Durch die anschließende Auswertung der Rissfortschrittsversuche wird die Rissfortschrittskurve ermittelt. Auf die einzelnen Schritte und Ergebnisse eines exemplarischen Up- und Down-Versuchs wird nach den folgend beschriebenen Versuchsrandbedingungen eingegangen.

**Versuchsrandbedingungen.** Nach Abbildung 5.8 wird als Zugprüfmaschine eine INSTRON ELECTROPULS® E10000 mit elektronischem Antrieb verwendet. Damit werden innerhalb eines klimatisierten Raums mit konstant gehaltener Temperatur von 23°C Planarzugproben einer sinusförmigen Schwingbelastung mit einer Lastfrequenz von  $f=8$  Hz sowie einem Lastverhältnis bezüglich der Kraft von  $R_F=0,1$  ausgesetzt<sup>8</sup>. Die lokale Wegmessung an der Planarzugprobe erfolgt wegen des vergleichsweise starren Zugstrangs mittels des integrierten Wegaufnehmers der Zugprüfmaschine. Die verwendete Kraftmessdose hat einen Messbereich von  $\pm 2$  kN, sodass für die Compliance-Methode eine möglichst hohe Auflösung bezüglich einer sich ändernden Probensteifigkeit erreicht wird. Zusätzlich werden die Rissfortschrittsversuche mit Hilfe des Q400-DIC-Kamerasystems des Unternehmens LIMESS erfasst, um zur Validierung der Compliance-Methode die Risslänge zusätzlich mit der zugehörigen Bildkorrelationssoftware ISTRA 4D des Unternehmens DANTEC DYNAMICS optisch im Anschluss der Ermüdungsrisswachstumsversuche auszuwerten.

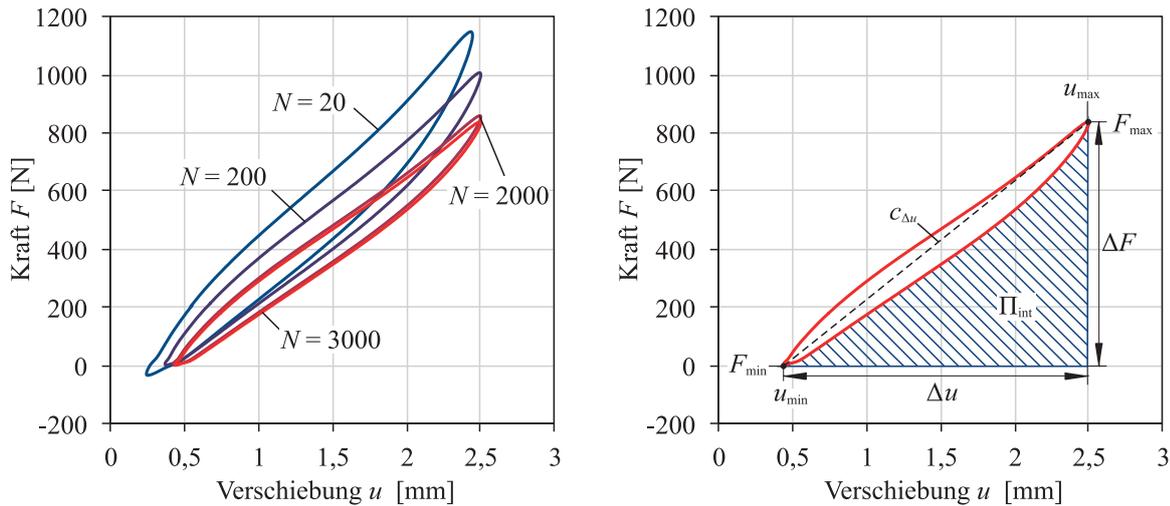


**Abbildung 5.8:** Verwendeter Versuchsaufbau zur Messung von Rissfortschrittskurven

**Vorkonditionierung.** Die ebenfalls in der Norm ISO 27727 [ISO08] vorgesehene Vorkonditionierung eliminiert den Einfluss des MULLINS-Effekts auf die Steifigkeit der Planarzugprobe. Da beim MULLINS-Effekt die irreversible Spannungserweichung immer erst dann auftritt, wenn ein neues Maximum in der Dehnungshistorie erreicht wird, wird die Planarzugprobe ohne Anriss vorab über 3000 Lastwechsel einer Zugschwellbelastung ausgesetzt. Das verschiebungsgeregelte Belastungsmaximum von  $u_{\max} = 2,5$  mm wird während der anschließenden Kalibrier- und Risswachstumsversuche nicht mehr erreicht und damit eine Steifigkeitsänderung durch den MULLINS-Effekt verhindert. Um während der Lastwechsel zugleich eine vollständige Entlastung der Planarzugprobe auf 0 N zu erreichen, wird die trimodale Regelung verwendet. Insbesondere aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens des Polyurethan-Klebstoffs mit den daraus resultierenden Relaxationseffekten kann somit im Gegensatz zu einer rein verschiebungsgeregelten Belastungssteuerung verhindert werden, dass die Minimallast immer weiter abnimmt und die Probe im Verlauf der Konditionierung im ungünstigsten Fall auf Druck belastet wird. In Abbildung 5.9 (links) ist die während der Vorkonditionierung degradierende Materialantwort des BETAFORCE™ 2850L dargestellt.

<sup>8</sup> Anm.: Die beschriebenen Belastungsrandbedingungen sind so gewählt worden, dass sie mit den in den Tabellen 4.8 und 4.9 beschriebenen Versuchsrandbedingungen der Schwingfestigkeitsversuche korrespondieren.

Mit zunehmender Anzahl an Lastwechseln  $N$  wird ein zyklisch-stationäres Materialverhalten mit gleichbleibender Hysterese erreicht. Für eine exemplarische Hysterese sind die zugehörigen Kennwerte in Form der Maximalwerte  $F_{\max}$ ,  $u_{\max}$ , der Minimalwerte  $F_{\min}$ ,  $u_{\min}$ , der Schwingbreiten  $\Delta F$ ,  $\Delta u$ , der Probensteifigkeit  $c_{\Delta u}$  sowie der Verzerrungsenergie  $\Pi_{\text{int}}$  in Abbildung 5.9 (rechts) schematisch gekennzeichnet, da auf diese Werte in den folgenden Abschnitten noch verwiesen wird. Nach Erreichen der 3000 Lastwechsel endet die Vorkonditionierung und die Planarzugprobe wird für 15 min vollständig entlastet, sodass ein Großteil der viskoelastischen Deformationen abklingen kann.



**Abbildung 5.9:** Degradierendes Materialverhalten des BETA FORCE™ 2850L während der Vorkonditionierungsphase (links) und charakteristische Kennwerte einer gemessenen Hysterese (rechts)

**Kalibrierversuch.** Beim Kalibrierversuch wird an einer Probe ohne Anriss die Referenzprobensteifigkeit  $c_{\Delta u}^0$  bei zehn unterschiedlichen Belastungsstufen abgetastet, um beim eigentlichen Rissfortschrittsversuch die Risslänge nach der Compliance-Methode (Gleichung 5.6) messen zu können<sup>9</sup>. Dabei ist die Bandbreite der Belastungsstufen grundsätzlich so zu wählen, dass durch diese die Verschiebungsschwingbreiten des nachfolgenden Risswachstumsversuchs abdeckt werden. Die schwingende Belastung wird mit verschiebungsgesteuerten Lastmaxima und kraftgesteuerten Lastminima ebenfalls trimodal geregelt. Dadurch können definierte Verschiebungshorizonte bei einem vorgegebenen Lastverhältnis bezüglich der Kraft eingehalten werden. Pro Belastungsstufe werden 3000 Lastwechsel aufgebracht, um dem Klebstoff, wie bei der Vorkonditionierung, Zeit zu geben, einen zyklisch-stationären Zustand zu erreichen. Bei einem nachfolgenden Up-Versuch wird nach Beendigung eines Lasthorizonts ohne Verzögerung der nächsthöhere Lasthorizont angesteuert (vgl. Abbildung 5.10). Im Fall eines nachfolgenden Down-Versuchs folgt der nächstniedrigere Lasthorizont (vgl. Abbildung 5.11). Hintergrund ist das in Abbildung 5.10 und Abbildung 5.11 sichtbare Relaxations- und Erholungsverhalten des BETA FORCE™ 2850L zu Beginn einer jeden Belastungsstufe. Daher soll wie beim nachgeschalteten Rissfortschrittsversuch der Beanspruchungsverlauf für den Klebstoff während des Versuchs einen zyklisch-stationären Zustand erreichen, um mögliche Reihenfolgeeffekte in den Kalibrierfunktionen auszuschließen.

<sup>9</sup> Anm.: Wird beim Risswachstumsversuch anstatt der Compliance-Methode ein Kamerasystem zur optischen Risslängenmessung eingesetzt, dann entfällt beim Up-Down-Versuchsverfahren der Kalibrierversuch.

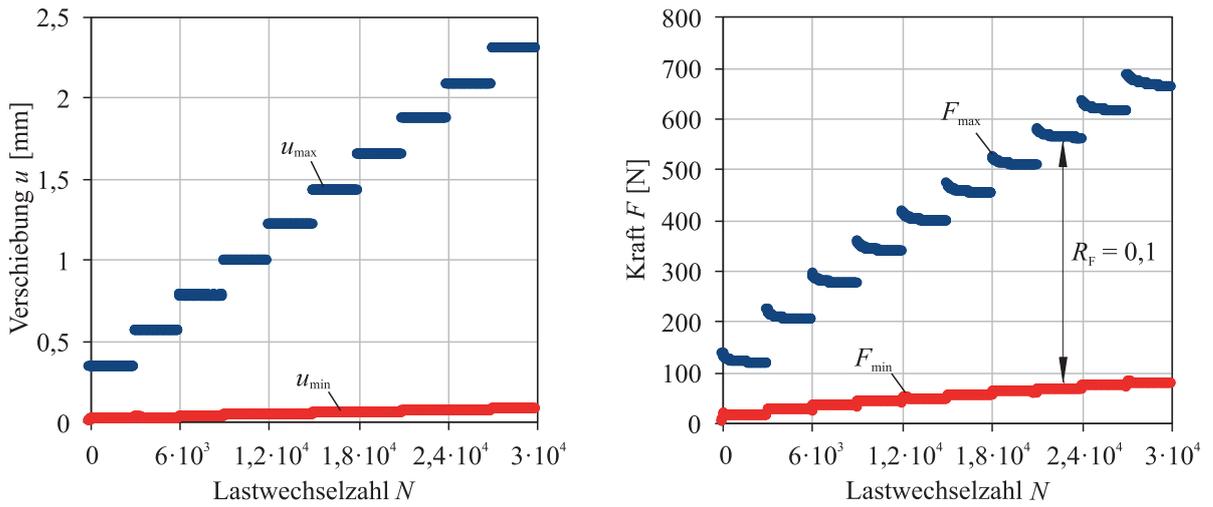


Abbildung 5.10: An einer Planarzugprobe gemessene Verschiebung (links) und Kraft (rechts) während der Kalibrierungsphase eines Up-Versuchs

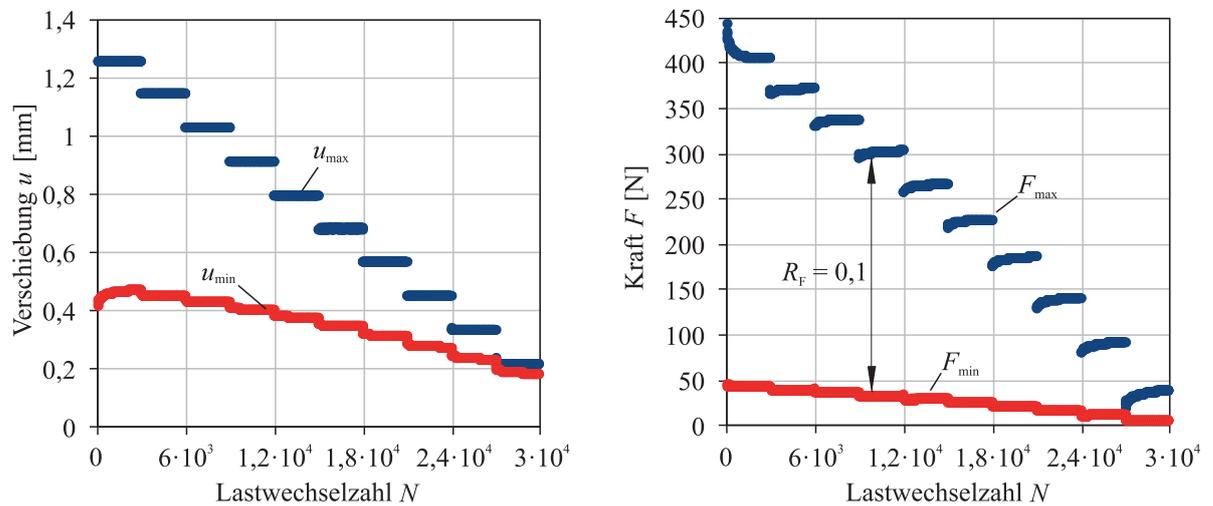


Abbildung 5.11: An einer Planarzugprobe gemessene Verschiebung (links) und Kraft (rechts) während der Kalibrierungsphase eines Down-Versuchs

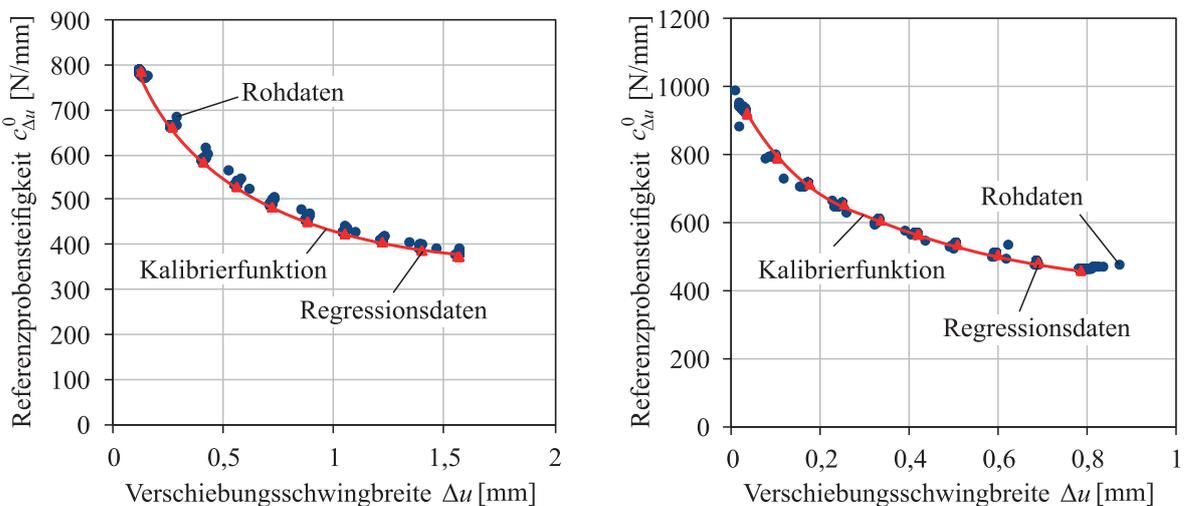


Abbildung 5.12: Bestimmung der Kalibrierfunktion für die Rissfortschrittsphase eines Up- (links) oder Down-Versuchs (rechts) durch Auswertung des Kalibrierversuchs

Die in Abbildung 5.12 dargestellten Kalibrierfunktionen interpolieren auf Basis der gemessenen Werte den Zusammenhang zwischen der Verschiebungsschwingbreite  $\Delta u$  und der Referenzprobensteifigkeit  $c_{\Delta u}^0$ . Dazu werden die während des Kalibrierversuchs gemessenen Rohdaten aus Abbildung 5.10 und Abbildung 5.11 in die Darstellungsweise von Abbildung 5.12 überführt. Dort ergibt sich für die zehn Lasthorizonte jeweils eine Punktwolke, deren Streuung primär aus dem zunächst instationären Materialverhalten nach dem Wechsel der Belastungsstufe resultiert. Da sich in den nachfolgenden Rissfortschrittsversuchen die Belastung der Planarzugprobe aufgrund des Rissfortschritts zwar kontinuierlich, jedoch überwiegend nur langsam ändert, ist für die steifigkeitsbasierte Risslängenmessung das Materialverhalten im zyklisch-stationären Zustand von Relevanz. Daher werden für die Regression der in Abbildung 5.12 dargestellten Kalibrierkurven nur die Daten am Ende eines jeden Lasthorizonts verwendet, weil zu diesem Zeitpunkt das zyklisch-stationäre Materialverhalten gemessen wird. Für die verwendeten Regressionsdaten ergibt die Verwendung eines Polynomansatzes 4. Grades

$$c_{\Delta u}^0 = f(\Delta u) = \sum_{i=0}^4 p_i (\Delta u)^i \quad (5.7)$$

ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 1$  sowie ein stabiles Interpolationsverhalten, sodass für nicht experimentell untersuchte Verschiebungsschwingbreiten  $\Delta u$  die Referenzprobensteifigkeiten  $c_{\Delta u}^0$  vertrauenswürdig berechnet werden können. Die zu Abbildung 5.12 zugehörigen Regressionskoeffizienten  $p_i$  sind in Tabelle 5.1 angegeben.

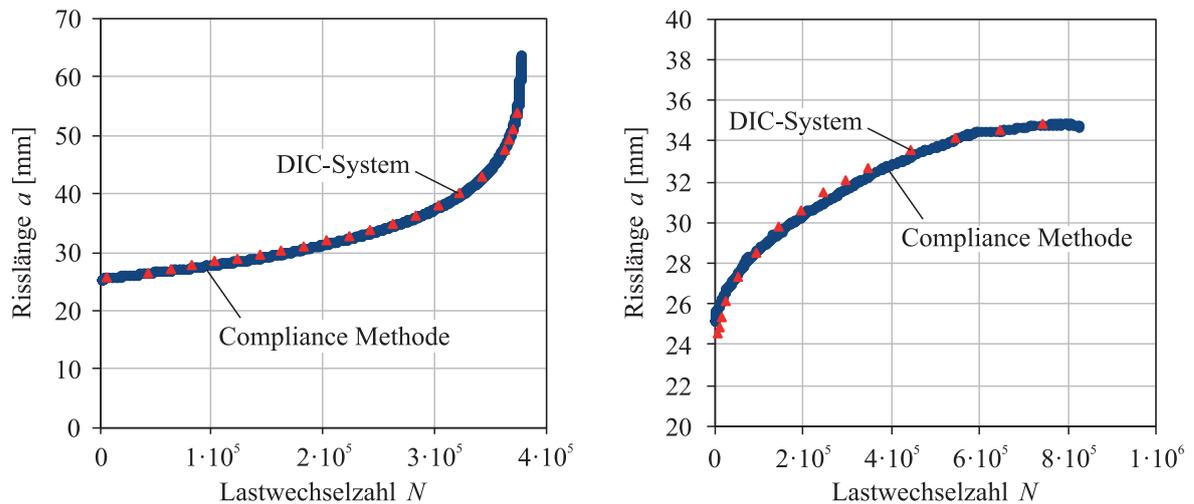
**Tabelle 5.1:** Regressionskoeffizienten zu den in Abbildung 5.12 dargestellten Kalibrierfunktionen

Regressionskoeffizienten	$p_4$ [N/mm <sup>5</sup> ]	$p_3$ [N/mm <sup>4</sup> ]	$p_2$ [N/mm <sup>3</sup> ]	$p_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$p_0$ [N/mm]
Up-Versuch	219	-962	1621	-1381	938
Down-Versuch	3814	-7916	6200	-2520	1000

**Rissfortschrittsversuch.** Die eigentliche Messung des Ermüdungsrisswachstumsverhaltens findet beim Rissfortschrittsversuch statt. Dazu wird die entsprechende Kalibrierfunktion zunächst in dem LABVIEW-Prüfprogramm hinterlegt, sodass während des Up- bzw. Down-Versuchs eine insitu-Erfassung der Risslänge nach Gleichung 5.6 durch die kontinuierliche Auswertung der Probensteifigkeit  $c_{\Delta u}^a$  realisiert wird. Vor Beginn des Rissfortschrittsversuchs wird mit einem Messer ein Anriss von  $a_0 = 25$  mm Länge in die Planarzugprobe eingefügt, um nach den numerischen Ergebnissen aus Abbildung 5.6 Randeinflüsse hinsichtlich der zyklischen Energiefreisetzungsrate auszuschließen. Für deren Berechnung wird in Anlehnung an die Norm ISO27727 [ISO08] die Materialhysterese (vgl. Abbildung 5.9) messtechnisch erfasst und durch numerische Integration die Änderung der Verzerrungsenergie  $\Delta \Pi_{\text{int}}$  innerhalb eines Lastwechsels als Fläche unter der Entlastungskurve bestimmt<sup>10</sup>. Anschließend wird damit die zyklische Energiefreisetzungsrate nach Gleichung 5.4 berechnet.

<sup>10</sup> Anm.: Mit Berechnung der Verzerrungsenergie über die Entlastungs- und nicht Belastungskurve wird nur der reversible Anteil der Verzerrungsenergie berücksichtigt, der energetisch zur Rissflächenerweiterung zur Verfügung steht und nicht bereits im Untersuchungsklebstoff selbst wegen innerer Materialreibung dissipiert.

Im Kontext eines Up-Versuchs wird die kontinuierliche Zunahme der zyklischen Energiefreisetzungsrate durch eine Kraftregelung mit konstanter Schwingbreite realisiert. Dazu ist bei dem vorgegebenen  $R$ -Verhältnis  $R_F = 0,1$  die Schwingbreite lediglich so groß zu setzen, dass die anfängliche zyklische Energiefreisetzungsrate  $\Delta G^{a_0}$  den Threshold  $\Delta G_{th}$  überschreitet und dementsprechend ein Risswachstum stattfindet (hier:  $\Delta F = 250\text{N} \rightarrow \Delta G^{a_0} \approx 0,5 \text{ mJ/mm}^2$ ). Ist dies erfüllt, nimmt aufgrund der Belastungsart die Risslänge nach Abbildung 5.13 (links) kontinuierlich zu und der Riss wächst dabei immer schneller, bis das instabile Risswachstum einsetzt und die Planarzugprobe zerreißt.



**Abbildung 5.13:** Exemplarischer Rissfortschritt bei einem Up-Versuch (links) und einem Down-Versuch (rechts) gemessen nach der Compliance-Methode bzw. mit dem DIC-System

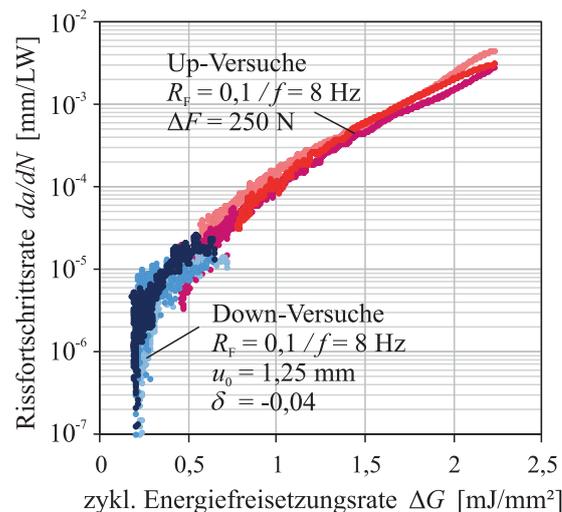
Da bei der Planarzugprobe das Niveau der zyklischen Energiefreisetzungsrate eindeutig von der maximalen Verschiebung  $u_{max}$  innerhalb eines Lastwechsels abhängig ist, wird diese während des Down-Versuchs in Anlehnung an die ASTM E647 [AST16] mit

$$u_{max} = u_0 \exp[\delta(a - a_0)] \quad (5.8)$$

riszlängengesteuert abgesenkt. Zugleich wird stets das vorgegebene  $R$ -Verhältnis bezüglich der Kraft mittels der Trimodal-Regelung eingehalten. In der Gleichung symbolisiert  $u_0$  die zu Beginn des Down-Versuchs vorgegebene maximale Verschiebung, die innerhalb eines Lastwechsels angesteuert wird und  $a_0$  die Länge des eingefügten Anrisses (hier:  $u_0 = 1,25 \text{ mm} \rightarrow \Delta G^{a_0} \approx 0,7 \text{ mJ/mm}^2$ ). Nimmt während des Risswachstumsversuchs die Risslänge  $a$  zu, wird nach Gleichung 5.8 die während eines Lastwechsels angesteuerte maximale Verschiebung  $u_{max}$  und folglich auch die zyklische Energiefreisetzungsrate kontinuierlich und automatisiert durch die Vorgabe eines negativen Absenkfaktors  $\delta$  reduziert. Im Rahmen dieser Untersuchungen wird in Anlehnung an die ASTM E647 [AST16] ein Absenkfaktor von  $\delta = -0,04$  gewählt, wodurch die Absenkung so langsam stattfinden soll, dass während des gesamten Rissfortschrittsversuchs ein zyklisch-stationärer Materialzustand vorliegt. Das automatisierte Absenken bewirkt, wie in Abbildung 5.13 (rechts) gezeigt, die gewünschte Verlangsamung des Risswachstums, bis messtechnisch kein Ermüdungsrissfortschritt mehr festgestellt werden kann und das Ende des Down-Versuchs erreicht ist.

Zusätzlich zu den steifigkeitsbasierten Risslängen sind in Abbildung 5.13, die mittels der Aufnahmen eines DIC-Systems optisch vermessenen Risslängen angegeben. Die Gegenüberstellung zeigt, dass bei beiden Versuchsarten die Abweichungen mit durchschnittlich 1,08 % beim Up-Versuch und 1,46 % beim Down-Versuch gering ausfallen und die Compliance-Methode daher valide Ergebnisse erzielt.

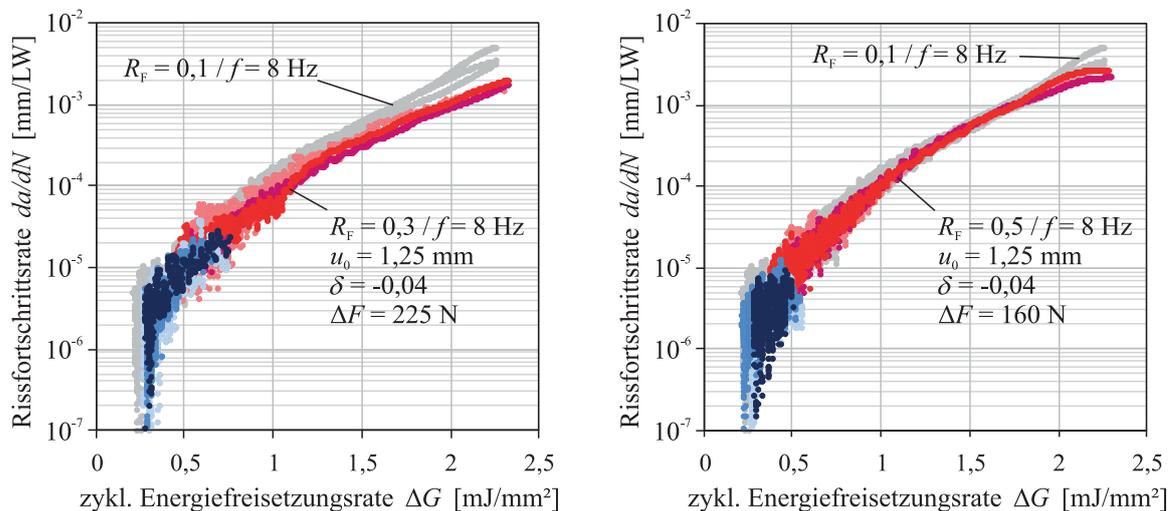
**Auswertung.** Zur Auswertung der beiden Rissfortschrittsversuche wird die Zunahme der mit der Compliance-Methode gemessenen Risslänge über die Lastwechselzahl mit dem Programm MATLAB des Unternehmens MATHWORKS<sup>®</sup> durch eine Spline-Funktion mathematisch approximiert, sodass der Verlauf bestmöglich beschrieben und gleichzeitig das Rauschen in den Versuchsdaten reduziert wird. Durch das anschließende Differenzieren der Spline-Funktion nach der Lastwechselzahl ergibt sich die Rissfortschrittsrate  $da/dN$ . Diese ist in Abbildung 5.14 über der zugehörigen zyklischen Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$  einfach-logarithmisch aufgetragen, sodass sich mit der Auswertung eines Up- und eines Down-Versuchs eine kontinuierliche Rissfortschrittskurve für den Untersuchungsklebstoff BETAFORCE<sup>™</sup> 2850L ergibt. Insgesamt werden zur statistischen Absicherung jeweils drei Up- und drei Down-Versuche durchgeführt. Die Ergebnisse bestätigen eine gute Reproduzierbarkeit der Rissfortschrittskurven. Sie erreichen für eine Rissfortschrittsrate von  $da/dN=10^{-7}$  mm/LW, welche nach ASTM E647 [AST16] als Merkmal für den Threshold  $\Delta G_{th}$  definiert ist, Werte im Bereich von  $\Delta G_{th} = 0,20 - 0,23$  mJ/mm<sup>2</sup>. Bei einer zyklischen Energiefreisetzungsrate von  $\Delta G = 2,25$  mJ/mm<sup>2</sup> ist die Rissfortschrittsrate mit  $da/dN = 4 \cdot 10^{-3}$  mm/LW bereits so hoch, dass diese dem Risszähigkeitsbereich zugeordnet werden kann. Höhere Messwerte werden unter anderem deswegen nicht angegeben, weil bei der Auswertung des Up-Versuchs darauf geachtet wird, dass nur die Messdaten verwendet werden, bei denen sich die Risslänge innerhalb des zuvor numerisch identifizierten Gültigkeitsbereichs ( $0,1 < a/w_{pz} < 0,8$ ) von Gleichung 5.4 befinden.



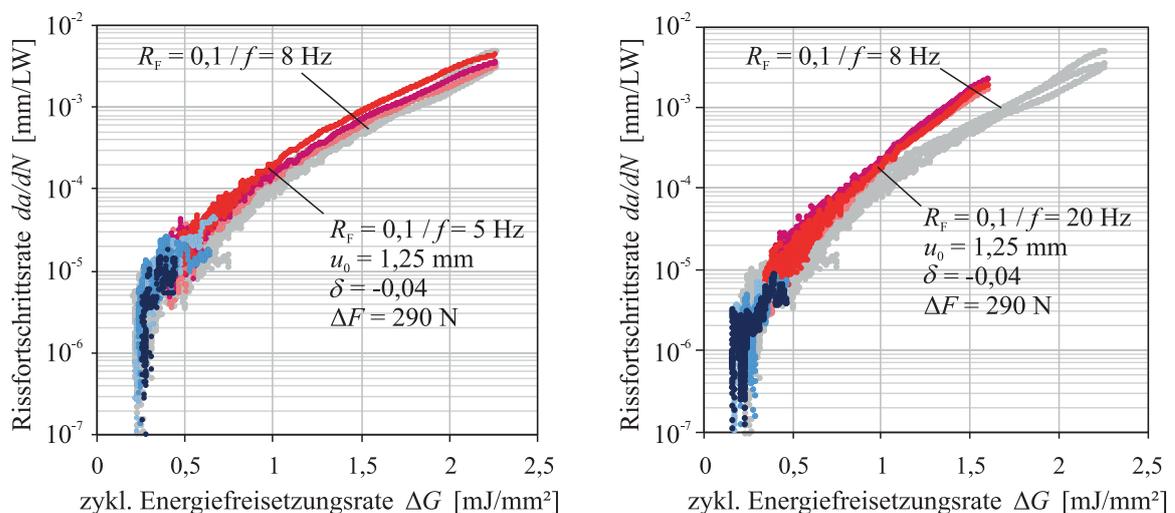
**Abbildung 5.14:** Rissfortschrittskurven für den Klebstoff BETAFORCE<sup>™</sup> 2850L

### 5.2.3 Einfluss der Lastfrequenz und des Lastverhältnisses auf das bruchmechanische Ermüdungsrissverhalten

Die Lastfrequenz und das Lastverhältnis können sich signifikant auf das bruchmechanische Ermüdungsrissverhalten von Elastomeren auswirken [SKA+13, MF04]. Folglich werden mit dem vorgestellten Up-Down-Versuchsverfahren weitere Rissfortschrittskurven mit unterschiedlichen Lastfrequenzen und Lastverhältnissen für den BETAFORCE™ 2850L ermittelt, um deren Einfluss auf die Rissfortschrittsrate zu untersuchen und ferner Aussagen über deren Bedeutung hinsichtlich der Lebensdauer von elastischen Klebverbindungen tätigen zu können. Diesbezüglich werden bei einer Lastfrequenz von  $f = 8$  Hz zusätzlich zu dem bereits untersuchten Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  statistisch abgesicherte Rissfortschrittskurven für  $R_F = 0,3$  und  $R_F = 0,5$  ermittelt. Zudem werden für ein gleichbleibendes Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  die Lastfrequenzen von  $f = 5$  Hz und  $f = 20$  Hz untersucht. Für die einzelnen Versuchsreihen sind die zugehörigen Versuchsparameter sowie die Ergebnisse in den folgenden Diagrammen der Rissfortschrittskurve aus Abbildung 5.14 gegenübergestellt.



**Abbildung 5.15:** Rissfortschrittskurven für den Klebstoff BETAFORCE™ 2850L bei Variation des Lastverhältnisses  $R_F$



**Abbildung 5.16:** Rissfortschrittskurven für den Klebstoff BETAFORCE™ 2850L bei Variation der Lastfrequenz  $f$

Bei der Lastfrequenzvariation ist der Verlauf der Rissfortschrittsskurven für  $f = 5$  Hz und  $f = 8$  Hz nahezu identisch. Bei der deutlich höheren Frequenz von  $f = 20$  Hz ist ein steilerer Verlauf der Rissfortschrittsskurve erkennbar. Hinsichtlich des Thresholds  $\Delta G_{th}$  sind weder bei der Lastfrequenzvariation noch bei der Lastverhältnisvariation größere Veränderungen messbar. Auch die Steigung der Rissfortschrittsskurve im Paris- und Risszähigkeitsbereich wird kaum durch die Veränderung des Lastverhältnisses beeinflusst. Lediglich bei Abbildung 5.15 (rechts) ist eine größere Streuung im Übergangsbereich zum Threshold feststellbar, die zu einer größeren Unsicherheit bei der mathematischen Beschreibung der Rissfortschrittsskurve mittels eines Rissfortschrittsgesetzes führt. Inwiefern sich eine solche Unsicherheit auf die bruchmechanischen Lebensdauerprognosen auswirkt, wird in Abschnitt 9.1 im Kontext einer Parameterstudie noch diskutiert. Zusammenfassend wird jedoch festgehalten, dass das Ermüdungsrissverhalten des BETAFORCE™ 2850L innerhalb des Variationsbereichs relativ unempfindlich gegenüber dem Lastverhältnis ist und ein beschleunigtes Ermüdungsrisswachstum bei höheren Lastfrequenzen vorliegt.

#### 5.2.4 Parametrisierung des Rissfortschrittsgesetzes

Die Norm ISO 27727 [ISO08] sieht für Rissfortschrittsskurven an Elastomeren vor, das empirische Potenzgesetz nach PARIS [PAR61] (Gleichung 2.52) als Rissfortschrittsgesetz zu verwenden. Da dieses jedoch nicht den asymptotischen Verlauf einer Rissfortschrittsskurve im Threshold-Bereich abbilden kann, wird stattdessen zur mathematischen Beschreibung der gemessenen Rissfortschrittsskurven der in Gleichung 2.54 aufgeführte Exponentialansatz nach KULLMER [Kul99, KWS23] verwendet. Aufgrund der bereits in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Parameterstabilität kann der Exponentialansatz partiell und somit systematisch an den experimentellen Rissfortschrittsskurvenverlauf angepasst werden. Während in [KWS23] diesbezüglich ein mathematisches Verfahren zur exakten Parametrisierung des Rissfortschrittsgesetzes vorgestellt wird, wird im Folgenden exemplarisch an der Rissfortschrittsskurve aus Abbildung 5.14 eine vereinfachte, approximative Herangehensweise beschrieben.

Zunächst wird eine gemessene Rissfortschrittsskurve, wie in Abbildung 5.17 (links) gezeigt, einfach logarithmisch in einem  $\Delta G^k$ - $da/dN$ -Diagramm dargestellt. Dabei wird der Parameter  $k$  so gesetzt, dass der ansteigende Verlauf der Rissfortschrittsskurve eine Gerade im  $\Delta G^k$ - $da/dN$ -Diagramm darstellt. Im Anschluss werden die Parameter für den antreibenden  $\zeta$ -Exponentialterm bestimmt, indem mit  $\zeta$  die Steigung und mit  $da/dN_{th}$  die vertikale Ausrichtung der Funktion an die Daten im Paris- und Risszähigkeitsbereich der Rissfortschrittsskurve erfolgt. Mit dem Steigungsparameter des bremsenden  $\zeta_a$ -Exponentialterms  $\zeta_a$  wird der asymptotische Kurvenverlauf im Bereich des Thresholds modelliert. Dabei gilt stets  $\zeta_a < \zeta$ , sodass sich die risstreibende und die bremsende Exponentialfunktion beim Threshold  $\Delta G_{th}$  mit der Rissfortschrittsrate  $da/dN_{th}$  schneiden. Durch die Überlagerung beider Exponentialterme nach Gleichung 2.54 ergibt sich die resultierende Rissfortschrittsrate und damit das angepasste Rissfortschrittsgesetz mit dem nach Abbildung 5.17 (rechts) der gesamte Rissfortschrittsskurvenverlauf mathematisch auf akkurate Art und Weise abgebildet wird. Die zugehörigen Parameterwerte sind in Tabelle 5.2 angegeben.

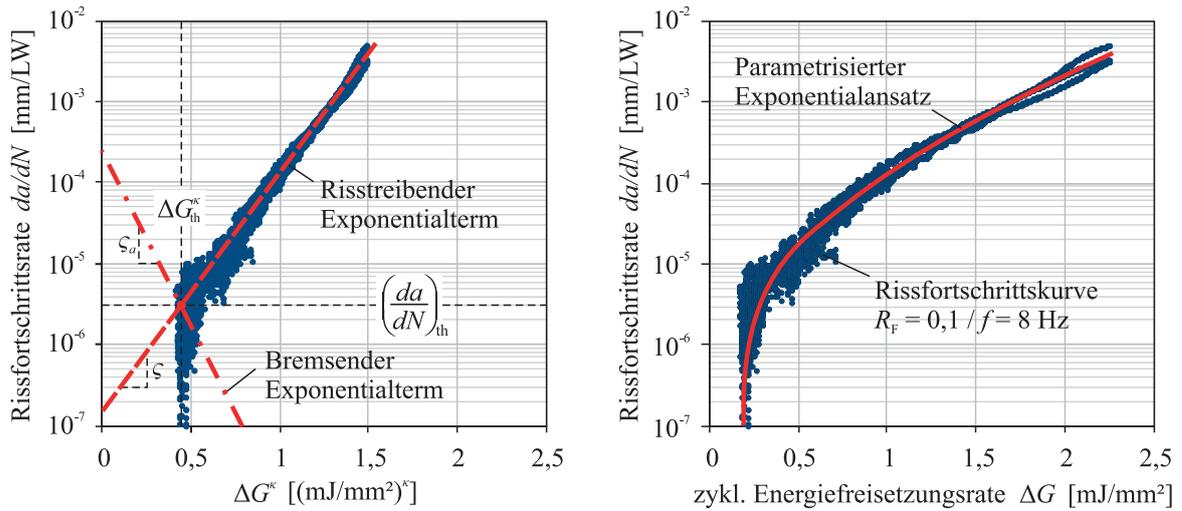


Abbildung 5.17: Systematische Anpassung des Exponentialansatzes nach KULLMER [KUL99, KWS23] an der Rissfortschrittsskurve aus Abbildung 5.14

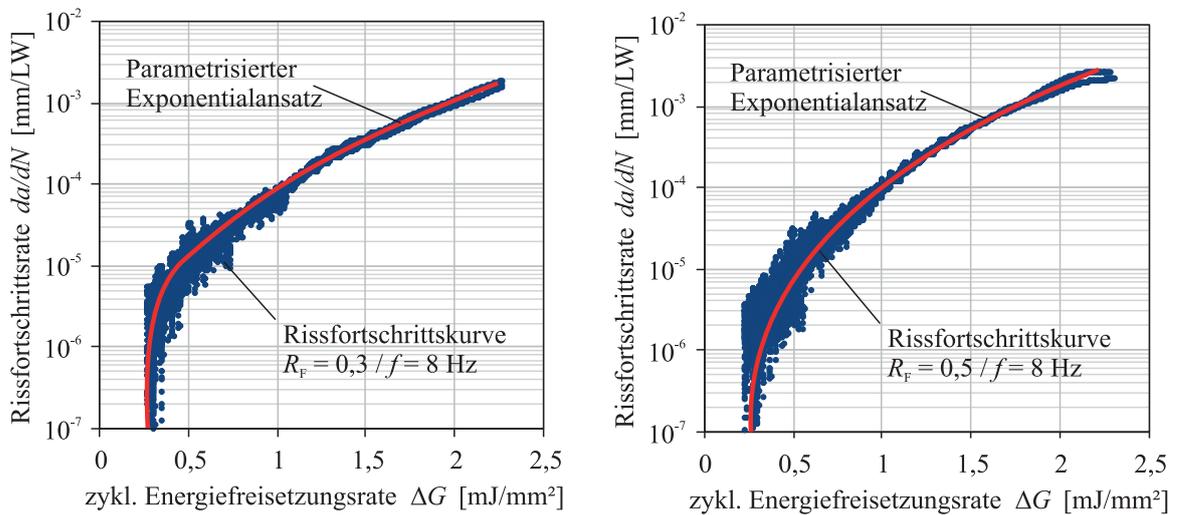


Abbildung 5.18: Gegenüberstellung der nach Tabelle 5.2 parametrisierten Exponentialansätze nach KULLMER [KUL99, KWS23] mit den experimentell ermittelten Rissfortschrittsskurven aus Abbildung 5.15

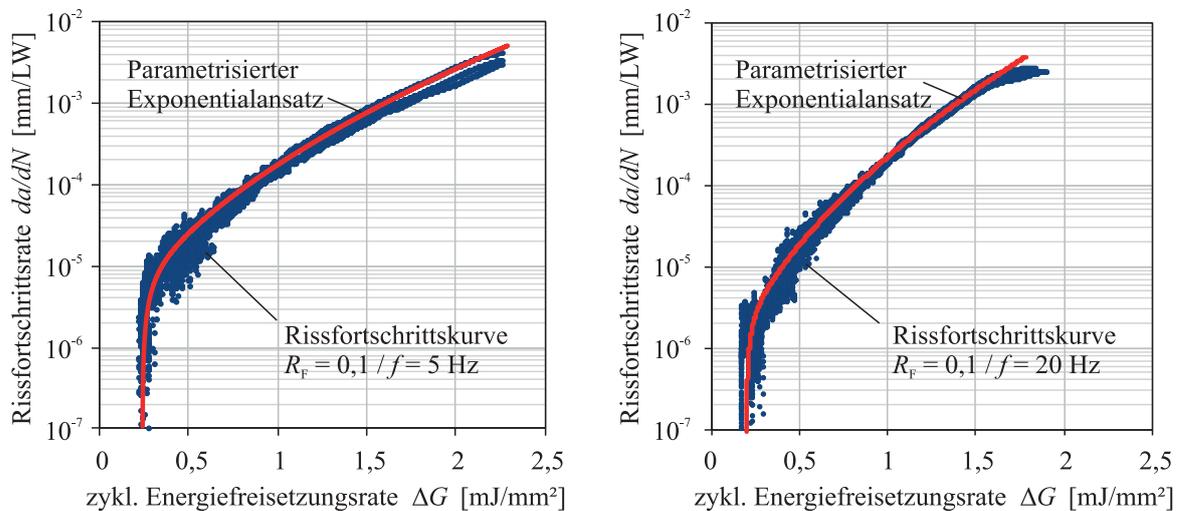


Abbildung 5.19: Gegenüberstellung der nach Tabelle 5.2 parametrisierten Exponentialansätze nach KULLMER [KUL99, KWS23] mit den experimentell ermittelten Rissfortschrittsskurven aus Abbildung 5.16

Auch für die anderen, experimentell ermittelten Rissfortschrittskurven aus Abschnitt 5.2.3 qualifiziert sich der Exponentialansatz als geeignetes Rissfortschrittsgesetz, wie anhand der Anpassungen aus Abbildung 5.18 und Abbildung 5.19 ersichtlich wird. Die zugehörigen, mittels der beschriebenen Herangehensweise identifizierten Parameterwerte sind in Tabelle 5.2 angegeben.

**Tabelle 5.2:** Parameter der in den Abbildungen 5.17-5.19 dargestellten Rissfortschrittsgesetze nach KULLMER [KUL99, KWS23]

	$da/dN_{th}$ [mm/LW]	$\Delta G_{th}$ [mJ/mm <sup>2</sup> ]	$\zeta$ [mm <sup>2</sup> /mJ]	$\zeta_a$ [mm <sup>2</sup> /mJ]	$\kappa$ [-]
$R_F = 0,1$ und $f = 8$ Hz	$3 \cdot 10^{-6}$	0,20	46,24	-100	0,5
$R_F = 0,3$ und $f = 8$ Hz	$5 \cdot 10^{-6}$	0,30	38,44	-100	0,5
$R_F = 0,5$ und $f = 8$ Hz	$5 \cdot 10^{-6}$	0,25	43,56	16	0,5
$R_F = 0,1$ und $f = 5$ Hz	$6 \cdot 10^{-6}$	0,25	43,56	-100	0,5
$R_F = 0,1$ und $f = 20$ Hz	$2 \cdot 10^{-6}$	0,20	72,25	-400	0,5

## 6 ENERGIEFREISETZUNGSRATE KLEINER RISSE

Die in Kapitel 3 beschriebenen bruchmechanischen Ansätze beruhen darauf, dass für das idealisierte Kleinrissproblem aus Abschnitt 3.2 die  $\bar{G}/a$ -Funktion (Gleichung 3.5) bekannt ist, mit der die Energiefreisetzungsrates nur mit kontinuumsmechanischen Größen aus dem umliegenden, homogenen Spannungsfeld bestimmt werden kann. Allerdings existiert bisher für dieses Kleinrissproblem bei einem hyperelastischen Materialverhalten keine geschlossene analytische Lösung für die  $\bar{G}/a$ -Funktion, die aus der Elastizitätstheorie hergeleitet werden kann. Prinzipiell sind daher experimentelle oder numerische Methoden in Betracht zu ziehen, um eine solche Funktion empirisch abzuleiten. Beispielsweise wird mit Blick auf den SENT-Prüfkörper, welcher eine uniaxial gestreckte Elastomermatte darstellt, die am Rand einen kleinen, ebenen Randriss der Länge  $a$  mit Orientierung senkrecht zur log. Hauptnormaldehnung  $\varepsilon_1$  aufweist, der Proportionalitätsfaktor  $b$  von GREENSMITH [Gre63] experimentell und von LINDLEY [Lin72] über die FEM zu

$$b = \frac{2,98 - 0,08\varepsilon_1}{\sqrt{\exp(\varepsilon_1)}} \quad (6.1)$$

bestimmt. Hiermit wird über die nach Gleichung 3.4 definierte  $\bar{G}/a$ -Funktion die Energiefreisetzungsrates beim SENT-Prüfkörper berechnet, indem im homogenen Spannungsfeld die Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  und die log. Hauptnormaldehnung  $\varepsilon_1$  ausgewertet werden. Befindet sich der kleine Riss in der Mitte des Prüfkörpers, anstatt am Rand (CCT-Prüfkörper), dann ändert sich nach LAKE [Lak70] der zugehörige Proportionalitätsfaktor zu

$$b = \frac{\pi}{\sqrt{\exp(\varepsilon_1)}}. \quad (6.2)$$

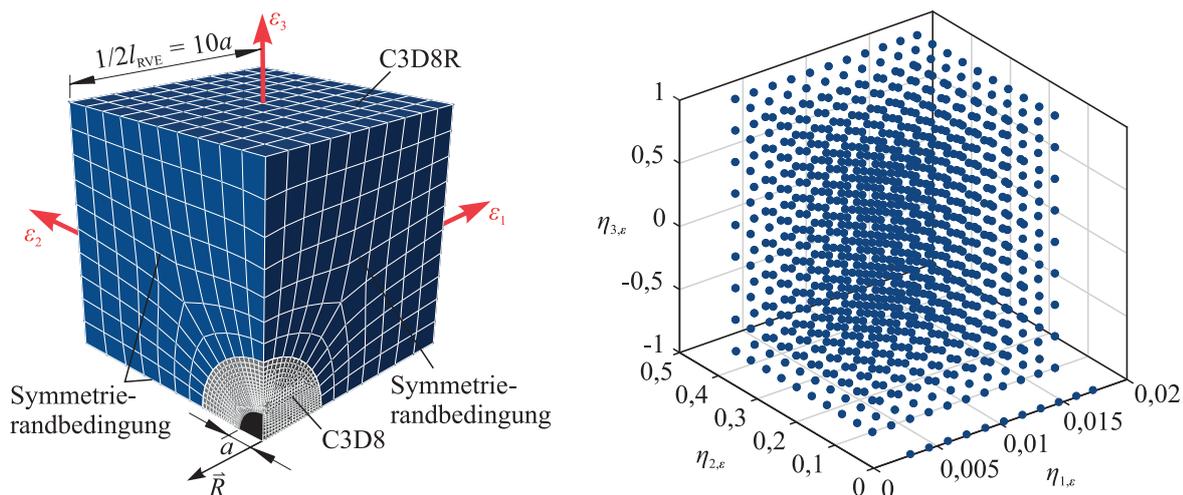
Für die materialebenen-bezogene Lebensdaueranalyse von Elastomerbauteilen verallgemeinert MARS den Funktionszusammenhang des SENT- bzw. des CCT-Prüfkörpers auf einen kleinen, ebenen Riss, der bei beliebiger Orientierung durch einen ebenen Spannungszustand belastet ist [Mar21, Mar06]. Dazu wird in Gleichung 3.4 die skalare Verzerrungsenergiedichte durch die richtungsabhängige Rissenergiedichte substituiert, um den Einfluss der Rissorientierung auf die Energiefreisetzungsrates mit berücksichtigen zu können [Mar02, MF07]. Weitere Publikationen, die sich hinsichtlich elastomerer Kleinrissprobleme mit der numerischen Identifizierung einer  $\bar{G}/a$ -Funktion beschäftigen, sind unter anderem von AÏT-BACHIR ET. AL. [AMV12], NAÏT-ABDELAZIZ ET. AL. [NZQ+12], YEOH [Yeo02], CHANG ET. AL. [CGP93] und WELSCH [Wel17] veröffentlicht worden. Diese konzentrieren sich jedoch entweder ebenfalls auf ebene Kleinrissprobleme oder beachten unter anderem den Einfluss der Rissorientierung auf die Energiefreisetzungsrates eines kreisrunden Innenrisses nicht, wenn auf Grundlage der numerischen Ergebnisse eine  $\bar{G}/a$ -Funktion abgeleitet wird. Für den in dieser Arbeit verfolgten bruchmechanischen Ansatz mit dem idealisierten Fall des beliebigen orientierten kreisrunden Risses, der bei hyperelastischem Klebstoffverhalten durch einen allgemeinen Spannungszustand beansprucht wird, werden die ganzheitlichen Zusammenhänge in Bezug auf

die Energiefreisetzungsrates lediglich vom Autor dieser Dissertation in [DKT+22] thematisiert. Deshalb wird in diesem Kapitel zunächst die dort beschriebene Finite-Elemente-Prozedur an rissbehafteten RVE-Modellen vorgestellt, mit der für dieses Kleinrissproblem die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrates vom umliegenden, allgemeinen Spannungszustand und von der Rissorientierung systematisch und effizient ermittelt werden kann. Die anschließende Auswertung und Diskussion der numerischen Ergebnisse schafft unter anderem die Grundlage zur Identifizierung der zum betrachteten Kleinrissproblem zugehörigen  $\bar{G}/a$ -Funktion. Die aus der Finite-Elemente-Prozedur erarbeiteten Erkenntnisse werden zum Schluss des Kapitels zusammengefasst.

## 6.1 Finite-Elemente-Prozedur an rissbehafteten RVE-Modellen

### 6.1.1 1/8-RVE-Modell

**Modellaufbau.** Zunächst wird das in Abbildung 6.1 (links) dargestellte 1/8-RVE-Modell beschrieben, das unter der Berücksichtigung von drei Symmetrien zur effizienten Berechnung der Energiefreisetzungsrates eines gleichbleibend orientierten, kreisrunden Risses bei variierenden Beanspruchungszuständen verwendet wird. Die Vernetzung ist auf eine möglichst hohe Ergebnislösung bei gleichzeitig geringem Rechenaufwand optimiert, indem für einen kugelförmigen Bereich in der unmittelbaren Umgebung des kreisrunden Risses eine feine Diskretisierung mit linearen, vollintegrierten C3D8-Elementen erfolgt und das restliche Modell mit reduziert integrierten C3D8R-Elementen gröber vernetzt wird. Eine Kompatibilität zwischen den Vernetzungsregionen wird über Tie-Constraints erreicht. Die Kantenlänge  $l_{RVE}$  des 1/8-RVE-Modells wird in Relation zu dem Rissradius  $a$  mit  $l_{RVE}/a = 20$  so groß gewählt, dass infolge der äußeren Belastung mit Abstand zum Riss ein ortsunabhängiges Spannungsfeld vorliegt. In Abschnitt 6.2.1 wird bei der Modellvalidierung gezeigt, dass dadurch erstens



**Abbildung 6.1:** Aufbau des 1/8-RVE-Modells mit kreisrundem Innenriss unter Berücksichtigung von drei Symmetrien (links) und zugehöriger Simulationsplan mit systematisch ausgewählten Invarianten-Tripeln zur Festlegung der log. Hauptdehnungen als Verschiebungsrandbedingungen über die Gleichungen 6.3 - 6.6 (rechts)

sichergestellt wird, dass keine Beeinflussung der Energiefreisetzungsrates durch die umgebenden Geometrierandbedingungen stattfindet. Zweitens wird die getroffene Idealisierung eines kleinen Risses in einem (unendlich) weit ausgedehnten Materialvolumen am FE-Modell umgesetzt. Drittens existiert ein nach Gleichung 3.5 proportionaler Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  und dem Rissradius  $a$  und somit werden Ergebnisse erzielt, die unabhängig von den absoluten Abmessungen des 1/8-RVE-Modells sind.

**Simulationsplan.** Zur Simulation von Spannungszuständen wird das 1/8-RVE-Modell an den drei Oberflächen ohne Symmetrierandbedingungen jeweils durch eine flächennormale Verschiebungsrandsbedingung belastet. Jede dieser Verschiebungsrandsbedingungen ist so vorgegeben, dass sie über die gesamte zugehörige freie Fläche wirkt und das 1/8-RVE-Modell entsprechend unter der Last die Form eines Quaders beibehält. Die Definition der drei Verschiebungsrandsbedingungen

$$u_{1-3} = \frac{[\exp(\varepsilon_{1-3}) - 1] l_{\text{RVE}}}{2} \quad (6.3)$$

erfolgt über die drei log. Hauptdehnungen  $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$ , welche mit den in Abschnitt 2.2.3 eingeführten Invarianten des log. Dehnungstensors  $\eta_{1-3,\varepsilon}$  wie folgt berechnet werden können:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3} \eta_{1,\varepsilon} + \eta_{2,\varepsilon} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \left[ -\frac{1}{3} \arccos(\eta_{3,\varepsilon}) \right], \quad (6.4)$$

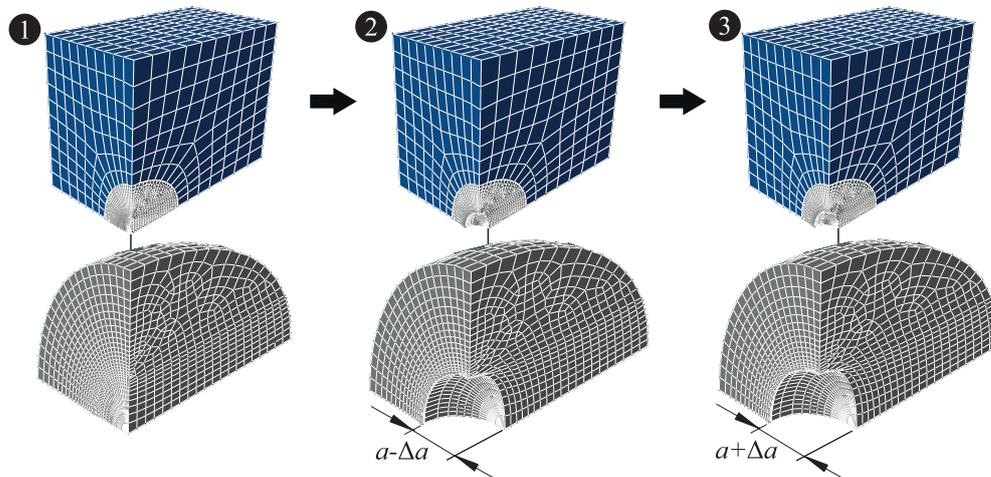
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{3} \eta_{1,\varepsilon} + \eta_{2,\varepsilon} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \left[ -\frac{1}{3} \arccos(\eta_{3,\varepsilon}) + \frac{2}{3} \pi \right], \quad (6.5)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3} \eta_{1,\varepsilon} + \eta_{2,\varepsilon} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \left[ -\frac{1}{3} \arccos(\eta_{3,\varepsilon}) - \frac{2}{3} \pi \right]. \quad (6.6)$$

Indem nach Abschnitt 2.2.3 die Dilatation mit  $\eta_{1,\varepsilon}$ , die Deviation mit  $\eta_{2,\varepsilon}$  und der Modus bzw. die Art der Deviation mit  $\eta_{3,\varepsilon}$  bemessen wird, können durch die Vorgabe von log. Dehnungsinvarianten-Tripeln  $\eta_{1-3,\varepsilon}$  systematisch Spannungszustände am 1/8-RVE-Modell simuliert werden. Dies wird ausgenutzt, indem innerhalb des vollfaktoriellen Simulationsplans aus Abbildung 6.1 (rechts) verschiedene Dehnungsinvarianten-Tripel definiert werden, die entsprechend den Gleichungen 6.3 - 6.6 jeweils drei zugehörige Verschiebungsrandsbedingungen ergeben. Diese drei Randbedingungen werden dann jeweils dem 1/8-RVE-Modell aufgeprägt, sodass die Energiefreisetzungsrates des kleinen Risses bei unterschiedlichen Spannungszuständen ausgewertet werden kann. Für das im Folgenden zunächst untersuchte reversible Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L (vgl. Abschnitt 5.1.1) sieht der vollfaktorielle Simulationsplan aus Abbildung 6.1 (rechts) die Untersuchung von insgesamt 1001 verschiedenen Beanspruchungszuständen vor. Dabei erfolgt an dem 1/8-RVE-Modell die Zuordnung der sich daraus ergebenden Verschiebungsrandsbedingungen zu den drei Oberflächen so, dass mit Gleichung 6.4 senkrecht zum Riss die maximale Hauptnormaldehnung  $\varepsilon_1$  aufgeprägt wird. Dadurch wird, wie in Abschnitt 6.2.4 nachgewiesen, aufgrund der relativen Rissorientierung zum umgebenden Spannungszustand die maximale Energiefreisetzungsrates für den jeweiligen Spannungszustand ausgewertet. Der Versuchsraum des vollfaktoriellen Versuchsplans ist so gewählt, dass er möglichst die zu erwartenden

Spannungsniveaus abdeckt, die der Untersuchungsklebstoff BETAFORCE™ 2850L in der tatsächlichen technischen Anwendung erfahren wird. Eine Beschränkung des Versuchsraums kann dort auftreten, wo bei der Simulation des 1/8-RVE-Modells keine Konvergenz erreicht werden kann, weil aufgrund zu hoher Beanspruchungen die Elementdeformationen in der unmittelbaren Umgebung des Risses zu groß werden. Der Simulationsplan legt zudem mit expansiven Dilatationsanteilen ( $\eta_{l,\epsilon} > 0$ ) den Fokus auf zugdominante Spannungszustände. Hintergrund ist die im Allgemeinen deutlich höhere Versagenstoleranz von Elastomeren bei druckdominanten Spannungszuständen [Gen12], die in Abschnitt 6.2.8 mit dem Rissschließeffekt begründet wird.

**Simulationsprozess.** Der vollfaktorielle Simulationsplan wird im Rahmen einer ABAQUS-Parameterstudie durchlaufen, sodass für alle 1001 Beanspruchungszustände die 1/8-RVE-Modelle mit den entsprechenden Randbedingungen automatisiert erstellt und simuliert werden. Für jeden Beanspruchungszustand ist der Simulationsprozess nach Abbildung 6.2 zunächst durch ein Aufbringen der drei Verschiebungsrandbedingungen und ein geschlossen Halten des Risses gekennzeichnet. Einerseits wird dadurch die Rechenzeit dank bestmöglichem Konvergenzverhalten, so gering wie möglich gehalten und andererseits wird im Fall von irreversiblen Konstitutivgesetzen der sinnvollste Lastpfad zum Erreichen eines Spannungszustands simuliert. Erst danach werden zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate mit der Risserweiterungsmethode die Symmetrierandbedingungen an der kreisrunden Rissfläche schrittweise aufgelöst, um eine Rissöffnung mit dem Radius  $a-\Delta a$  sowie eine inkrementelle Risserweiterung um  $2\Delta a$  zu simulieren.



**Abbildung 6.2:** Dreistufiger Simulationsprozess am 1/8-RVE-Modell mit dem Aufbringen der Verschiebungsrandbedingungen (1), Öffnen des Risses mit Radius  $a-\Delta a$  (2) und Risserweiterung um  $2\Delta a$  (3) durch das Auflösen von Symmetrierandbedingungen

**Auswertung der Energiefreisetzungsrate.** Der dritte Simulationsschritt wird dazu genutzt, die Energiefreisetzungsrate des kreisrunden Risses mittels der Risserweiterungsmethode auszuwerten. Zwar ist damit im Vergleich zu alternativen Verfahren, wie bspw. das numerisch implementierten  $J$ -Integral oder das Rissschließungsintegral ein zusätzlicher Simulationsschritt notwendig [Kun13]. Allerdings hat die Risserweiterungsmethode den Vorteil, dass sie einfach umzusetzen ist, für den kreisrunden Riss direkt den nach Gleichung 3.1 definierten Durchschnittswert der rissfrontabhängigen Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}$  bestimmt und

unabhängig vom Materialverhalten, d. h. auch bei dissipativen Materialeffekten, angewendet werden kann. Dabei besteht die Hauptidee der Risserweiterungsmethode darin, die Energiefreisetzungsrates über einen Differenzenquotienten zu berechnen, der für eine betrachtete Rissfläche  $A$  die mit Gleichung 2.42 beschriebene Ableitung approximiert. Für den betrachteten kreisrunden Riss mit dem Radius  $a$  kann der Differenzenquotient wie folgt

$$\bar{G}_{\Delta a} = -\frac{\Delta\Pi}{\Delta A} = -\frac{\Pi(a+\Delta a) - \Pi(a-\Delta a)}{\pi[(a+\Delta a)^2 - (a-\Delta a)^2]} \quad (6.7)$$

über die Differenz der potentiellen Energie  $\Delta\Pi$  definiert werden, wenn der Rissradius  $a$  entsprechend des in Abbildung 6.2 beschriebenen Simulationsprozesses um ein kleines Inkrement  $\pm\Delta a$  variiert wird. Allerdings besteht bei der Anwendung der Risserweiterungsmethode generell die Herausforderung darin, ein zulässiges Rissinkrement  $\Delta a$  zu identifizieren, mit dem möglichst akkurate Werte für die Energiefreisetzungsrates erzielt werden [MWB+16]. Hintergrund ist die Tatsache, dass mathematisch die Wahl eines möglichst kleinen Inkrements immer zu bevorzugen ist, weil sich damit der Differenzenquotient (Gleichung 6.7) dem Differentialquotienten (Gleichung 2.42) annähert. Wird jedoch bei FE-Simulationen ein zu kleines Rissinkrement verwendet, dann resultiert dies in so geringen Differenzen bei der potentiellen Energie, dass numerisch bedingte Rundungsfehler eine ungenauere Berechnung der Energiefreisetzungsrates bedingen. Im Folgenden wird jedoch bewiesen, dass bei der Simulation kleiner Risse diese Problematik entschärft ist, da nach Gleichung 3.5 ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrates und dem Rissradius besteht. Daraus folgt nämlich, dass die Veränderung an potentieller Energie, die mit der Variation des Rissradius um das Inkrement  $\pm\Delta a$  einhergeht, analytisch mit

$$-\Delta\Pi = \int_{a-\Delta a}^{a+\Delta a} g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \psi, \dots) a da, \quad dA = 2\pi a da \quad (6.8)$$

$$\Rightarrow -\Delta\Pi = 2\pi \int_{a-\Delta a}^{a+\Delta a} g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \psi, \dots) a^2 da \quad (6.9)$$

$$\Rightarrow -\Delta\Pi = \frac{2}{3} \pi g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \psi, \dots) [(a+\Delta a)^3 - (a-\Delta a)^3] \quad (6.10)$$

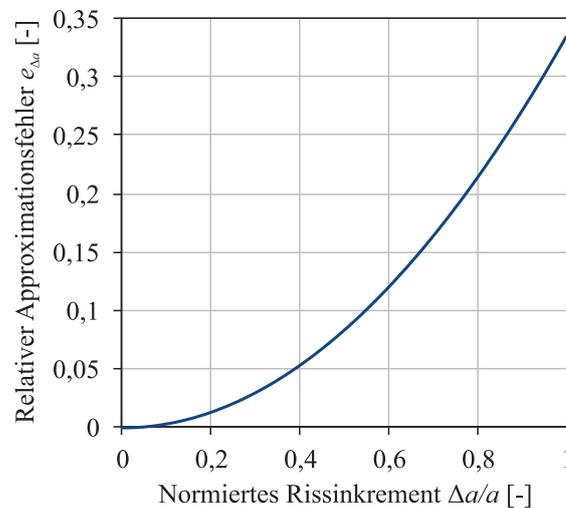
angegeben werden kann. Wird die Differenz in der potentiellen Energie entsprechend Gleichung 6.7 dazu verwendet, die Energiefreisetzungsrates des kreisrunden Risses mit dem Radius  $a$  über die Risserweiterungsmethode zu approximieren, dann ergibt sich der zugehörige Differenzenquotient zu

$$\bar{G}_{\Delta a} = \frac{2}{3} g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}, \psi, \dots) \frac{[(a+\Delta a)^3 - (a-\Delta a)^3]}{[(a+\Delta a)^2 - (a-\Delta a)^2]} \quad (6.11)$$

Wird diese Näherungslösung anschließend in Relation zu der Differentiellösung der Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  (Gleichung 3.5) gesetzt, dann ergibt sich daraus der relative Approximationsfehler  $e_{\Delta a}$ , der bei der Anwendung der Risserweiterungsmethode aus der Wahl des Rissinkrements  $\Delta a$  resultiert:

$$e_{\Delta a} = \frac{\bar{G}_{\Delta a}}{\bar{G}} - 1 = \frac{2}{3a} \left[ \frac{(a + \Delta a)^3 - (a - \Delta a)^3}{(a + \Delta a)^2 - (a - \Delta a)^2} \right] - 1. \quad (6.12)$$

Mit Normierung des Rissinkrements  $\Delta a$  auf den Rissradius  $a$  ist der zugehörige Funktionsverlauf in Abbildung 6.3 dargestellt. Nach diesem ist, beispielsweise für die Berechnung der Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  bei einem Rissradius  $a$ , selbst bei der Wahl eines normierten Rissinkrements von  $\Delta a/a = 0,4$ , gerade einmal ein relativer Fehler von  $e_{\Delta a} = 0,05$  zu erwarten. Dementsprechend zeigt der Funktionsverlauf, dass bei den 1/8-RVE-Simulationen prinzipiell ein weites Spektrum für das Rissinkrement zur Verfügung steht, um mit der Risserweiterungsmethode eine hinreichende Genauigkeit bei der Berechnung der Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  zu erzielen. Dieses Ergebnis wird in Abschnitt 6.2.1 in Form einer Konvergenzstudie überprüft, um darauf aufbauend das für den 1/8-RVE-Simulationsprozess verwendete Rissinkrement zu identifizieren.



**Abbildung 6.3:** Relativer Approximationsfehler  $e_{\Delta a}$  bei der Berechnung der Energiefreisetzungsrates  $G$  eines kleinen, kreisrunden Risses mit Radius  $a$ , der bei der Risserweiterungsmethode durch die Wahl des verwendeten Rissinkrements  $\Delta a$  besteht

An dieser Stelle wird noch darauf hingewiesen, dass entsprechend Abbildung 6.3 der maximale Fehler bei der Risserweiterungsmethode von  $e_{\Delta a} = 1/3$  erreicht wird, wenn mit einem normierten Rissinkrement von  $\Delta a/a = 1$  die potentielle Energie bei nicht vorhandenem Riss  $\Pi(0)$  und bei doppeltem Rissradius  $\Pi(2a)$  ausgewertet wird. Diese Information kann theoretisch dazu genutzt werden, den in Abbildung 6.2 dargestellten Simulationsprozess am 1/8-RVE-Modell noch deutlich effizienter gestalten, da mit Kenntnis des Fehlers nur die potentielle Energie aus dem ersten und zweiten Simulationsschritt ausgewertet werden muss, um über die folgende Korrektur von Gleichung 6.7

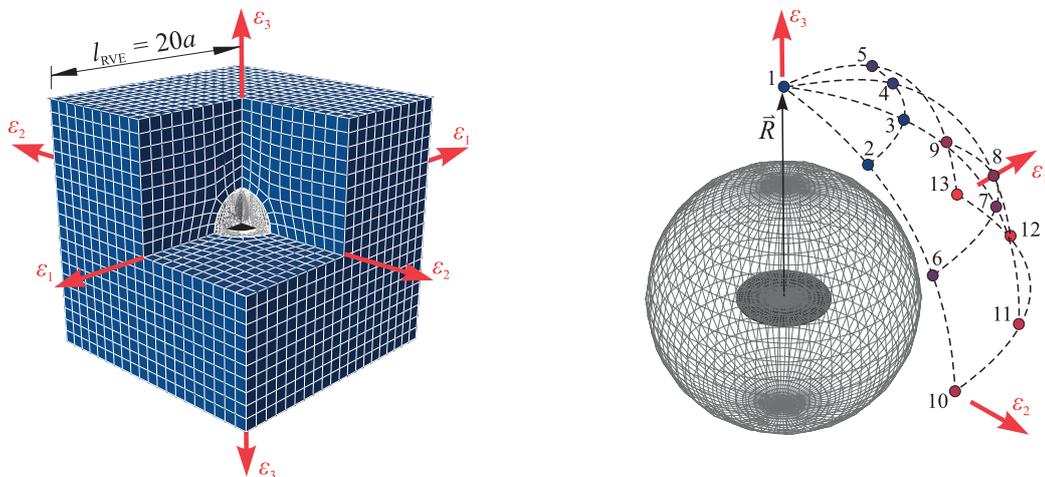
$$\bar{G} = \frac{\bar{G}_{\Delta a=a}}{(1 + e_{\Delta a})} = -\frac{3[\Pi(2a) - \Pi(0)]}{16\pi a^2} \quad (6.13)$$

eine akkurate Energiefreisetzungsrates für einen Riss mit den Radius  $a$  zu berechnen. Da diese Vereinfachung jedoch im Rahmen dieser Arbeit keine Anwendung fand, wird der/die interessierte Leser/-in lediglich auf diese Möglichkeit hingewiesen.

**Auswertung kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter.** Neben der Energiefreisetzungsrates werden bei jeder 1/8-RVE-Simulation ebenfalls die kontinuumsmechanischen Beanspruchungsgrößen wie der Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$ , der log. Dehnungstensor  $\epsilon$ , die Verzerrungsenergie-dichte  $\psi$  und der Deformationsgradient  $\mathbf{F}$  an der zum Riss am weitesten entfernten Ecke des 1/8-RVE ausgewertet. Durch die Entfernung zum Riss wird sichergestellt, dass die kontinuumsmechanischen Beanspruchungsgrößen dem umliegenden, homogenen Spannungsfeld entstammen und nicht durch die Präsenz des Risses beeinflusst werden.

### 6.1.2 RVE-Modell

Um den Einfluss der Rissorientierung auf die Energiefreisetzungsrates bei einem gleichbleibenden Spannungszustand zu untersuchen, wird wegen der fehlenden Symmetrie das in Abbildung 6.4 (links) dargestellte, vollständige RVE-Modell verwendet. Die Modellierung stimmt mit dem 1/8-RVE-Modell überein, nur kann hier der kugelförmige Bereich mit dem enthaltenen Riss durch Angabe von Kugelkoordinaten für den Rissnormalenvektor  $\vec{R}$  beliebig im Raum orientiert werden. Im Rahmen dieser Untersuchungen wird der Rissnormalenvektor  $\vec{R}$  in einem Oktanten gemäß dem Simulationsplan aus Abbildung 6.4 (rechts) variiert, während der Spannungszustand nach den Gleichungen 6.3 – 6.6 durch Vorgabe eines Dehnungsinvarianten-Tripel  $\eta_{1-3,\epsilon}$  konstant gehalten wird. Dabei ist die Beschränkung des Versuchsraums auf einen Oktanten ausreichend, um alle Rissorientierungen im dreidimensionalen Raum abzudecken, da die Belastung des RVE durch die Verschiebungsrandbedingungen im Hauptachsensystem erfolgt. Innerhalb des Oktanten entspricht die Abdeckung des Simulationsplans mit den dreizehn verschiedenen Rissnormalenvektoren  $\vec{R}$  einem konstanten Polar- und Azimutwinkelinkrement von  $30^\circ$ . Zeigt der Rissnormalenvektor in Richtung der Positionen 1, 10 oder 13, dann steht der Riss senkrecht zu den Eigenvektoren des homogenen Spannungsfeldes. Der Simulationsprozess und die Auswertung der Energiefreisetzungsrates als auch der kontinuumsmechanischen Beanspruchungsparameter werden bei den Untersuchungen des RVE-Modells entsprechend der Ausführungen des vorherigen Abschnitts beibehalten.



**Abbildung 6.4:** Schnittansicht des RVE-Modells (links) mit zugehörigem Simulationsplan (rechts), der für einen gleichbleibenden Spannungszustand die Simulation von 13 verschiedenen Rissorientierungen vorsieht

## 6.2 Auswertung und Diskussion

In diesem Abschnitt werden zunächst die Ergebnisse diskutiert, die für das reversible Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L mittels der numerischen Prozedur an den RVE-Modellen erzielt wurden. Dabei werden als Erstes die RVE-Modelle validiert. Zum einen, um zu überprüfen, ob mit den Modellen die bruchmechanische Betrachtung eines kleinen kreisrunden Risses innerhalb eines (unendlich) weit ausgedehnten, homogenen Spannungsfeldes realisiert wird. Zum anderen soll sichergestellt werden, dass über die Risserweiterungsmethode konvergierende Energiefreisetzungsrates ermittelt werden. Im Anschluss wird auf den Sonderfall des rein dilatatorischen Spannungszustands eingegangen, bevor der Fokus auf allgemeine Spannungszustände mit dilatatorischen und deviatorischen Spannungsanteilen sowie auf den Einfluss der Rissorientierung gelegt wird. Anhand der Simulationsergebnisse wird mit geeigneten kontinuumsmechanischen Parametern aus dem homogenen Spannungsfeld die gesuchte  $\bar{G}/a$ -Funktion für das reversible Konstitutivgesetz ermittelt. In diesem Kontext wird mit den erzielten Ergebnissen für das irreversible Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L aus Abschnitt 5.1.2 ebenfalls der Einfluss einer dissipativen Materialmodellierung auf die Ermittlung der  $\bar{G}/a$ -Funktion dargestellt. Zuletzt wird diskutiert, wie bei druckdominanten Spannungszuständen die Auswirkung des Riss-schließeffekts auf die Energiefreisetzungsrates berücksichtigt werden kann.

### 6.2.1 Modellvalidierung

Zur Validierung der RVE-Modelle mit der effektiven Kantenlänge  $l_{RVE} = 20 a$  wird am 1/8-RVE-Modell mit dem beliebig gewählten Invarianten-Tripel  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0147$ ,  $\eta_{2,\varepsilon} = 0,4$ ,  $\eta_{3,\varepsilon} = 0$  ein allgemeiner Zugspannungszustand erzeugt. Für diesen wird hinsichtlich der Risserweiterungsmethode eine Konvergenzstudie durchgeführt, indem das normierte Rissinkrement  $\Delta a/a$  variiert und sein Einfluss auf die normierte Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  untersucht wird. In der Tabelle 6.1 sind die erzielten Ergebnisse für sieben unterschiedliche Rissinkremente zusammengefasst.

**Tabelle 6.1:** Einfluss des verwendeten Rissinkrements  $\Delta a/a$  bei der Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  des im RVE simulierten, kreisrunden Risses mit dem Radius  $a = 1/20 l_{RVE}$  mittels der Risserweiterungsmethode

$\Delta a/a$ [-]	0,2	0,1	0,075	0,05	0,0375	0,025	0,0125
$\bar{G}/a$ [mJ/mm <sup>3</sup> ]	6,11	6,05	6,08	6,06	6,01	6,02	6,05

Die geringen Schwankungen in den ausgewerteten normierten Energiefreisetzungsrates zeigen in Übereinstimmung mit den Vorüberlegungen aus Abschnitt 6.1.1, dass bei der Simulation eines kleinen Risses die Wahl des Rissinkrements innerhalb des hier untersuchten Spektrums einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Ergebnisgenauigkeit der Risserweiterungsmethode hat. Dementsprechend basieren alle weiteren Simulationsergebnisse auf dem beliebig gewählten Rissinkrement von  $\Delta a/a = 0,025$ .

Zugleich wird mit der Auswertung indirekt nachgewiesen, dass mit der RVE-Kantenlänge von  $l_{RVE} = 20 a$  die Situation eines kleinen Risses innerhalb eines (unendlich) weit ausgedehnten, homogenen Spannungsfeldes modelltechnisch richtig umgesetzt ist. Wäre dies nicht der Fall, dann würden die normierten Energiefreisetzungsrates in Tabelle 6.1 deutlich mehr voneinander abweichen, da nur für einen kleinen Riss die Proportionalität zwischen Rissgröße und Energiefreisetzungsrates besteht.

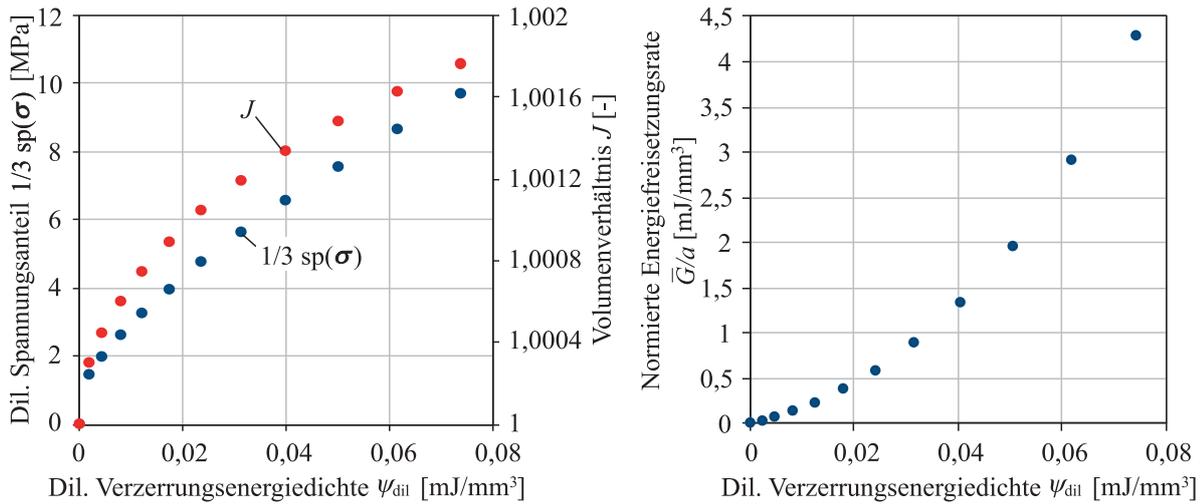
### 6.2.2 Energiefreisetzungsrates bei rein dilatorischen Spannungszuständen

Charakteristisch für dilatorische Spannungszustände ist die Richtungsunabhängigkeit, die dazu führt, dass ein kleiner Riss, der sich innerhalb eines solchen Spannungsfeldes befindet, unabhängig von der Rissorientierung immer das gleiche Rissausbreitungspotential aufweist. Dementsprechend wird der Einfluss des dilatorischen Spannungszustands am 1/8-RVE-Modell untersucht, indem nach dem vollfaktoriellen Simulationsplan aus Abbildung 6.1 (rechts) die Invarianten-Tripel  $\eta_{1,\varepsilon} > 0$ ,  $\eta_{2,\varepsilon} = 0$ ,  $\eta_{3,\varepsilon} = 0$  beachtet werden. Zur Auswertung werden für jeden der elf Versuchspunkte die Energiefreisetzungsrates und ein kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter aus dem homogenen Spannungsfeld ermittelt, der den dilatorischen Spannungszustand charakterisiert. Da diesbezüglich eine Richtungsunabhängigkeit vorliegt, reicht ein skalarer Beanspruchungsparameter aus. Im Rahmen dieser Untersuchungen wird die dilatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{dil}$  verwendet. Diese repräsentiert nach Gleichung 2.16 lediglich den Anteil an der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$ , der mit dilatorischen Deformationen einhergeht und stellt über

$$\frac{d\psi_{dil}(J)}{dJ} = \frac{1}{3} \text{sp}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (6.14)$$

den energetischen Bezug zwischen dem dilatorischen Anteil eines Cauchy-Spannungstensors  $\boldsymbol{\sigma}$  und dem Volumenverhältnis  $J$  her [Hol00]<sup>11</sup>. Durch die Auswertung der dilatorischen Verzerrungsenergiedichte und der normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  wird anhand der 1/8-RVE-Simulationen der in Abbildung 6.5 (rechts) dargestellte Zusammenhang bestimmt. Der exponentielle Verlauf signalisiert, dass das Rissausbreitungspotential empfindlich auf eine Zunahme dilatorischer Zugbeanspruchungen reagiert, wobei nach Abbildung 6.5 (links) die dilatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{dil}$  aufgrund der Querkontraktionszahl von  $\nu = 0,49$  durch hohe dilatorische Zugspannungen bei gleichzeitig niedriger Volumendehnung charakterisiert ist. Die hohe Sensitivität der normierten Energiefreisetzungsrates ist darauf zurückzuführen, dass einer Volumenänderung ein weitaus größerer Materialwiderstand entgegengesetzt wird als einer Gestaltänderung.

<sup>11</sup> Anm.: Im Gegensatz zur Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  stellt die dil. Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{dil}$  im FE-Programm ABAQUS keine Standardausgabegröße dar [Das17]. Allerdings kann für ein Konstitutivgesetz durch die Simulation eines rein dil. belasteten 1-Element-Modells der Zusammenhang zwischen dem Volumenverhältnis  $J$  und der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  identifiziert werden. Da die Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  bei rein dil. Beanspruchungszuständen äquivalent zur dil. Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{dil}$  ist, kann anhand der Simulationsergebnisse ein funktionaler Zusammenhang bspw. in einer UVARM [Das17] hinterlegt werden, mit dem die dil. Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{dil}$  indirekt über das auswertbare Volumenverhältnis  $J$  und wegen der üblichen Entkopplung nach Gleichung 2.16 auch bei beliebigen Spannungszuständen berechnet werden kann.



**Abbildung 6.5:** Evolution der hydrostatischen Zugspannung und des Volumenverhältnisses  $J$  mit zunehmender dilatorischer (dil.) Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  (links) und der exponentielle Zusammenhang zwischen der dilatorischen Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  und der normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  bei rein dilatorischen Spannungszuständen (rechts)

Folglich stellt der Riss eine Schwachstelle dar, um bereits eine marginale, globale Volumenexpansion primär durch Öffnung des Risses mit lokal ausgeprägten Deviationen am Riss zu kompensieren. Das Resultat sind signifikante Rissbeanspruchungen bei bereits geringen Werten der (dilatorischen) Verzerrungsenergiedichten. Dies ist in Abbildung 6.6 anhand der mit ❶ markierten 1/8-RVE-Deformation nachzuvollziehen. Diese Erkenntnis liefert aus bruchmechanischer Sicht eine Erklärung für die Versagensempfindlichkeit von Elastomeren bei dilatorischen Zugbeanspruchungen, welche sich bereits bei marginalen Volumenexpansionen in Form der inneren Kavitationsbildung und anschließenden Rissausbreitung ausprägt. Im Kontext elastischer Klebverbindungen ist dieses Ergebnis von herausragender Bedeutung, da durch die Querkontraktion der Füge-teile Spannungszustände mit ausgeprägten dilatorischen Zuganteilen zu erwarten sind, die dementsprechend ein hohes Rissausbreitungspotential von kleinen Rissen bedingen können.

### 6.2.3 Energiefreisetzungsrates bei allgemeinen Spannungszuständen

Der allgemeine Spannungszustand ist durch eine Überlagerung von deviatorischen und dilatorischen Anteilen charakterisiert, sodass dieser Abschnitt die Simulationsergebnisse am 1/8-RVE-Modell für alle Invarianten-Tripel des vollfaktoriellen Simulationsplans aus Abbildung 6.1 (rechts) umfasst. Da aufgrund des deviatorischen Anteils eine richtungsabhängige Komponente hinzukommt, reicht die dilatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  als skalare Größe nicht mehr aus, um den Spannungszustand zu charakterisieren und dessen Einfluss sowie den der Rissorientierung auf die normierte Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  zu beschreiben. Aus diesem Grund wird mit der zu Anfang des Kapitels erwähnten Rissenergiedichte  $\psi_{\text{r}}$  nach MARS [Mar02] ein weiterer kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter im homogenen Spannungsfeld des 1/8-RVE-Modells ausgewertet. Die Rissenergiedichte  $\psi_{\text{r}}$  quantifiziert nach MARS nur den Anteil der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$ , der senkrecht zu einer betrachteten Materialebene mit zugehörigem Normalenvektor

$\bar{r}$  wirkt. In inkrementeller Form und bezüglich der verformten Momentankonfiguration wird die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{r}}$  als das Skalarprodukt zwischen dem Cauchy-Spannungsvektor  $\bar{\sigma}$  und dem Dehnungsinkrementvektor  $d\bar{\epsilon}$  definiert:

$$d\psi_{\bar{r}} = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} = \bar{r}^T \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\epsilon} \bar{r}. \quad (6.15)$$

Identisch dazu ist die Definition über den Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  und den Dehnungsinkrementtensor  $d\boldsymbol{\epsilon}$ . Bei elastomeren Werkstoffen ist aufgrund der bei Elastomeren möglichen finiten Materialrotationen die folgende Transformation des Normalenvektors  $\bar{r}$  mittels des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  in die unverformte Referenzkonfiguration sinnvoll, um eine Materialebene unabhängig von der räumlichen Orientierung eindeutig mittels des materiellen Normalenvektors  $\bar{R}$  beschreiben zu können

$$\bar{r} = \frac{\mathbf{F}\bar{R}}{|\mathbf{F}\bar{R}|}. \quad (6.16)$$

Dadurch wird sichergestellt, dass bei der Integration entlang der Dehnungshistorie, d. h. von der unbelasteten Referenzkonfiguration zur deformierten Momentankonfiguration, die betrachtete Materialebene, für die die Rissenergiedichte ausgewertet werden soll, immer durch den selben materialbezogenen Rissnormalenvektor  $\bar{R}$  beschrieben wird. Daraus ergibt sich für die Rissenergiedichte  $\psi_R$  der nachstehende Ausdruck

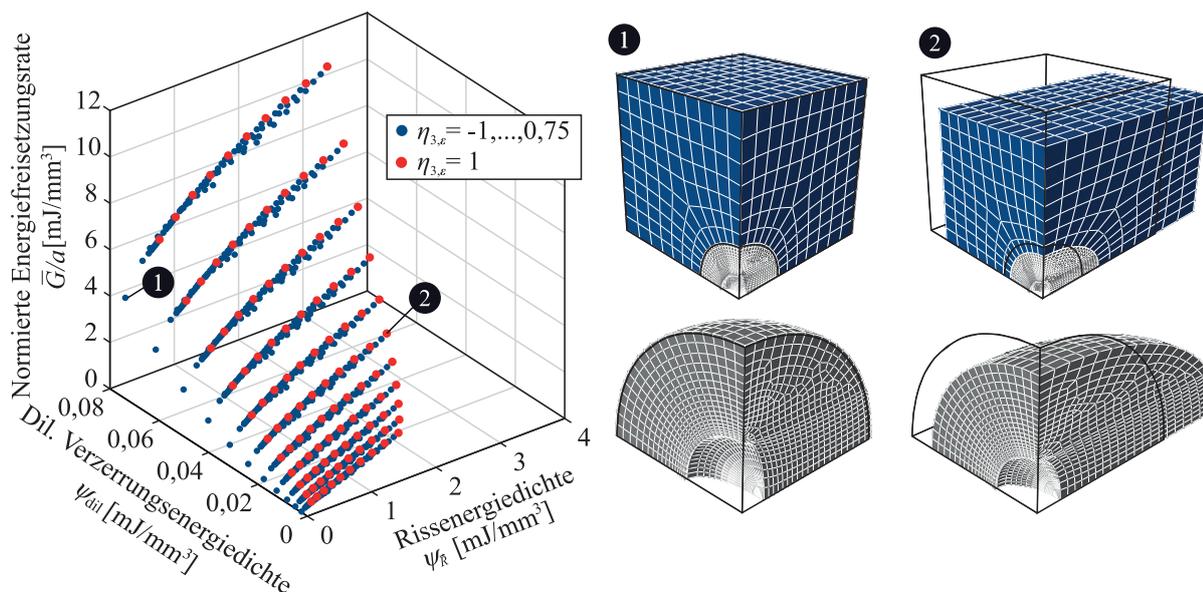
$$\psi_R = \frac{\bar{R}^T \mathbf{F}^T}{|\mathbf{F}\bar{R}|} \left[ \int \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\epsilon} \right] \frac{\mathbf{F}\bar{R}}{|\mathbf{F}\bar{R}|}. \quad (6.17)$$

Das Integral in der Klammer soll nach MARS [Mar06] einen Tensor ergeben, dessen Spur der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  entspricht und dessen Komponenten die jeweiligen Richtungsanteile der Verzerrungsenergiedichte quantifizieren. Allerdings wird von SAINTIER ET. AL [SCP06] angemerkt, dass im Fall nichtlinearer Konstitutivgesetze und allgemeiner Spannungszustände keine Angaben gemacht werden, wie das Integral in Gleichung 6.17 zu lösen ist. Von ZINE ET. AL. [ZBN11] wird diesbezüglich zwar eine inkrementelle Integrationsmethode vorgeschlagen, jedoch resultiert diese Vorgehensweise selbst bei der Verwendung reversibler Konstitutivgesetze darin, dass die Rissenergiedichte eine Lastpfadabhängigkeit aufweist. Diese Eigenschaft wäre jedoch unzulässig, wenn im Rahmen einer  $\bar{G}/a$ -Funktion die Rissenergiedichte als kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter genutzt werden soll, um die bei reversiblen Konstitutivverhalten lastpfadunabhängige Energiefreisetzungsrates zu berechnen. Aus diesem Grund wird mit

$$\psi_{\bar{R}} = \frac{\bar{R}^T \mathbf{F}^T}{|\mathbf{F}\bar{R}|} \left[ \frac{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\epsilon}}{\text{sp}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\epsilon})} \psi \right] \frac{\mathbf{F}\bar{R}}{|\mathbf{F}\bar{R}|} \quad (6.18)$$

eine lastpfadunabhängige Definition der Rissenergiedichte  $\psi_R$  über den Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  und den log. Dehnungstensor  $\boldsymbol{\epsilon}$  vorgeschlagen. In dieser Notation stellen die Komponenten des Tensors  $\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\epsilon}$  ebenfalls ein Maß für die Verzerrungsenergiedichteanteile aus den jeweiligen Raumrichtungen dar. Die Spur des Tensors stimmt jedoch im Allgemeinen nicht mit der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  entsprechend des Konstitutivgesetzes überein, sodass der Tensor dementsprechend mit  $\text{sp}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\epsilon})$  normiert und  $\psi$  korrigiert wird.

Mit der hier weiterverfolgten Definition der Rissenergiedichte aus Gleichung 6.18 erfolgt die Auswertung der 1/8-RVE-Simulationen, indem für die nach dem vollfaktoriellen Simulationsplan simulierten Spannungszustände die normierten Energiefreisetzungsraten  $\bar{G}/a$  über den ausgewerteten Rissenergiedichten  $\psi_{\bar{R}}$  und den dilatorischen Verzerrungsenergiedichten  $\psi_{\text{dil}}$  aufgetragen werden. Dabei wird die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  für die Rissebene ausgewertet und dementsprechend in Richtung des in Abbildung 6.1 (links) dargestellten Rissnormalenvektors  $\bar{R}$  bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Die elf Datenpunkte, bei denen die Rissenergiedichten  $\psi_{\bar{R}}$  nahe Null sind und bezüglich der dilatorischen Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  die normierten Energiefreisetzungsraten  $\bar{G}/a$  exponentiell zunehmen, repräsentieren das bereits in Abbildung 6.5 (rechts) ausgewertete Rissverhalten bei rein dilatorischen Spannungszuständen. Für die verschiedenen Niveaus der dilatorischen Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  ergibt sich in Folge des Simulationsplans eine Schar von elf Kurven in der Ergebnisdarstellung. Entlang dieser Kurven ist jeweils die dilatorische Beanspruchung des 1/8-RVE-Modells durch eine gleichbleibende log. Dehnungsinvariante  $\eta_{1,\varepsilon}$  charakterisiert. Für jede Kurve nimmt mit zunehmender deviatorischer Beanspruchungsüberlagerung ( $\eta_{2,\varepsilon}$ ) sowohl die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  als auch die normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  zu. Der Modus der Deviation hat dabei einen vernachlässigbaren Einfluss. Dies wird in Abbildung 6.6 mit den hervorgehobenen Simulationsergebnissen ersichtlich, bei denen die Belastungen des 1/8-RVE-Modells immer durch die konstante Invariante  $\eta_{3,\varepsilon} = 1$  charakterisiert sind. Im Vergleich zu den restlichen  $\eta_{3,\varepsilon}$ -Variationen ist tendenziell die gleiche Abhängigkeit der Rissbeanspruchung von den beiden Energiedichten feststellbar. Folglich determinieren bei einem allgemeinen Spannungszustand die Niveaus der deviatorischen und der dilatorischen Spannungsanteile das Rissausbreitungspotential, jedoch nicht die Beanspruchungsart. Mit dieser Erkenntnis kann die FE-Prozedur am 1/8-RVE-Modell möglicherweise noch effizienter durchgeführt werden, indem der Umfang des Simulationsplans von drei auf zwei Faktoren reduziert wird.

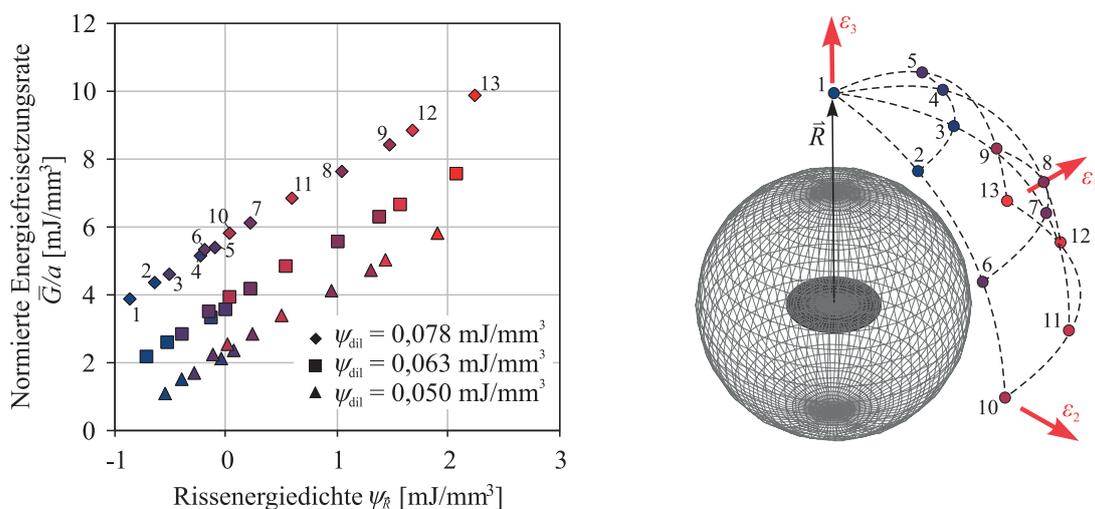


**Abbildung 6.6:** Links: Auswertung der numerischen Ergebnisse, die entsprechend des vollfaktoriellen Simulationsplans mit den 1/8-RVE-Simulationen erzielt werden. Rechts: Exemplarische 1/8-RVE-Verformungen für eine normierte Energiefreisetzungsrate von  $\bar{G}/a \approx 4 \text{ mJ}/\text{mm}^3$ . ① repräsentiert mit  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0180, \eta_{2,\varepsilon} = \eta_{3,\varepsilon} = 0$  einen rein dilatorischen Spannungszustand und ② mit  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0103, \eta_{2,\varepsilon} = 0,45, \eta_{3,\varepsilon} = 1$  einen allgemeinen Spannungszustand

Im Hinblick auf die normierte Energiefreisetzungsrate ist der Einfluss einer Dilatations- und einer Deviationsbelastung sehr unterschiedlich, was sich in Abbildung 6.6 sowohl in der deutlichen Differenz in der Achseneinteilung der beiden Energiedichten als auch in den 1/8-RVE-Deformationen widerspiegelt. Während bereits kleine dilatatorische Verzerrungsenergiedichten  $\psi_{\text{dil}}$  bzw. Volumenänderungen in relativ hohen normierten Energiefreisetzungsraten  $\bar{G}/a$  resultieren, ist bei deviatorischen Deformationen eine Zunahme der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  mit ausgeprägten Gestaltänderungen und deswegen vergleichsweise hohen Rissenergiedichten  $\psi_{\bar{R}}$  verbunden. Ursächlich ist die bereits beschriebene Ambivalenz im elastomeren Konstitutivverhalten, wonach einer Gestaltänderung ein deutlich geringerer Materialwiderstand entgegengesetzt wird als einer Volumenänderung.

### 6.2.4 Einfluss der Rissorientierung

Enthält der Spannungszustand deviatorische Anteile, dann ist nicht nur dieser richtungsabhängig, sondern auch die Energiefreisetzungsrate hängt von der relativen Orientierung des Risses zum umgebenden Spannungszustand ab. Um den Einfluss der Rissorientierung zu untersuchen, werden die Simulationsergebnisse an dem vollständigen RVE-Modell mit den gemäß Abbildung 6.7 (rechts) vorgesehenen Rissorientierungen bei gleichbleibendem Spannungszustand ausgewertet. Die drei betrachteten Spannungszustände unterscheiden sich mit den ersten log. Dehnungsinvarianten  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0180$ ,  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0163$ ,  $\eta_{1,\varepsilon} = 0,0147$  hinsichtlich der dilatatorischen Komponente und haben mit den anderen beiden log. Dehnungsinvarianten  $\eta_{2,\varepsilon} = 0,4$  und  $\eta_{3,\varepsilon} = 0$  eine konstant hohe deviatorische Komponente, sodass die Richtungsabhängigkeit des Spannungszustands und damit der Einfluss der Rissorientierung auf die Energiefreisetzungsrate eminent sind. Während die Wahl der dritten log. Dehnungsinvariante  $\eta_{3,\varepsilon}$  aufgrund der vernachlässigbaren Abhängigkeit des Rissausbreitungspotentials vom Modus der Deviation beliebig ist, entstammen die drei verwendeten  $\eta_{1,\varepsilon}$ -Werte aus dem vollfaktoriellen Simulationsplan des 1/8-RVE-Modells. Die Auswertung der RVE-Simulationen ist in Abbildung 6.7 (links) dargestellt.



**Abbildung 6.7:** Ausgewertete Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$ , dilatatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  und normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  für die drei untersuchten Spannungszustände mit den 13 verschiedenen Rissorientierungen

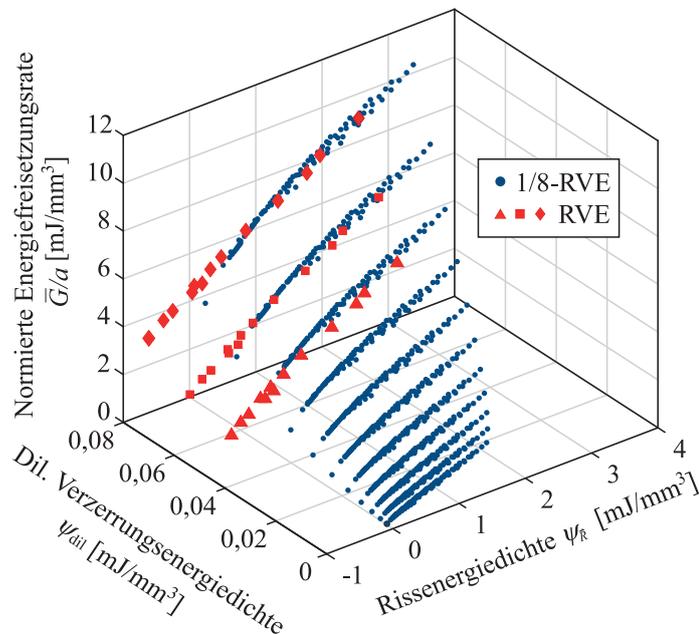
Die drei Datenreihen repräsentieren die simulativen Ergebnisse bezüglich der jeweiligen Spannungszustände und die zugehörigen Datenpunkte die ausgewerteten normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  und Rissenergiedichten  $\psi_{\bar{R}}$  für die 13 verschiedenen Rissorientierungen. Innerhalb der Datenreihen sind die Spannungszustände durch eine konstante dilatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  charakterisiert. Da diese ein Maß für das richtungsunabhängige Grundniveau des Rissausbreitungspotentials ist, ist unabhängig von der Rissorientierung ein Versatz zwischen den drei Datenreihen erkennbar. Für die verschiedenen Rissorientierungen wird die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  immer in Richtung des zugehörigen Rissnormalenvektors  $\bar{R}$  ausgewertet, sodass sich der in Abbildung 6.7 (links) dargestellte Zusammenhang zur normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  ergibt. Anhand dessen ist der deutliche Einfluss der Rissorientierung auf das Rissausbreitungspotential erkennbar. Unabhängig von den drei betrachteten Spannungszuständen nimmt die normierte Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  erwartungsgemäß zu, wenn senkrecht zum Riss die Zugbeanspruchung und damit auch die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  größer werden. Dabei werden Extremwerte erreicht, wenn der Rissnormalenvektor  $\bar{R}$  parallel zu den Eigenvektoren der maximalen ( $\varepsilon_1$ ) und der minimalen Eigenwerte ( $\varepsilon_3$ ) des umgebenden Spannungs-Dehnungsfeldes verlaufen. Um dies kenntlich zu machen, sind in Abbildung 6.7 (links) für einen Spannungszustand die jeweiligen Rissorientierungen durch die in Abbildung 6.7 (rechts) dargestellten Positionsnummern markiert. Dabei ist die farblich gekennzeichnete Reihenfolge der Positionsnummern in Richtung zunehmender Rissbeanspruchung auf die anderen beiden Spannungszustände unverändert übertragbar. Die Ergebnisse zeigen, dass die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  bei der Existenz von deviatorischen Spannungskomponenten ein Maß für die richtungsabhängige Abweichung des Rissausbreitungspotentials vom dilatorisch geprägten Grundniveau darstellt. Nimmt daher die Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  negative Werte an, dann erfährt der Riss tendenziell eine niedrigere Beanspruchung, als er allein durch die dilatorische Spannungskomponente erfahren würde. Positive Werte der Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  indizieren hingegen im Vergleich zum Grundniveau des Rissausbreitungspotentials eine höhere Beanspruchung des Risses. Dementsprechend wird für einen Spannungszustand die normierte Energiefreisetzungsrates maximiert, wenn in Richtung des Rissnormalenvektors  $\bar{R}$  die maximale Rissenergie  $\psi_{\bar{R}}$  herrscht. Da dies der Fall ist, wenn die Rissenergiedichte in Richtung der maximalen Hauptspannung  $\sigma_1$ , -dehnung  $\varepsilon_1$  ausgewertet wird, gilt hinsichtlich der kritischsten Rissorientierung mit dem maximalen Rissausbreitungspotential die folgende Korrespondenz

$$\max(\psi_{\bar{R}}) = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{\text{sp}(\boldsymbol{\sigma \varepsilon})} \psi \leftrightarrow \max\left(\frac{\bar{G}}{a}\right). \quad (6.19)$$

Im Kontext der getroffenen Idealisierungen und Annahmen aus Abschnitt 3.2 bedeutet dies, dass im Fall quasistatischer Belastungssituationen die Rissinitiierung und das anschließende Risswachstum stets senkrecht zu den maximalen Eigenwerten des umliegenden homogenen Spannungsfeldes stattfindet. Dieses Erkenntnis kann für den Fall zeitlich veränderlicher Spannungsfelder auf die zyklische Energiefreisetzungsrates ausgeweitet werden, wenn eine proportionale Belastungssituation vorliegt, bei der entsprechend Gleichung 2.33 die Komponenten der Spannungs-Dehnungstensen über die Zeit synchron verlaufen und somit die Richtungen der zugehörigen Eigenvektoren über der Zeit gleichbleibend sind.

### 6.2.5 Äquivalenzprinzip

Wenn die Datenreihen aus Abbildung 6.7 (links) über der dilatatorischen Verzerrungsenergiedichte und der Rissenergiedichte aufgetragen werden und den Ergebnissen der 1/8-RVE-Simulationen aus Abbildung 6.6 gegenübergestellt werden, dann ist in Abbildung 6.8 mit guter Übereinstimmung die gleiche Abhängigkeit der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  von beiden Energiedichten festzustellen. Da bei den 1/8-RVE Simulationen die Rissorientierungen konstant gehalten und der Spannungszustand variiert wird und im Fall der RVE-Simulationen die umgekehrte Vorgehensweise erfolgt, kann ein Äquivalenzprinzip formuliert werden. Dieses besagt, dass die Energiefreisetzungsrate<sup>12</sup> zweier kleiner kreisrunder Risse mit unterschiedlichen Rissorientierungen und umgebenden Spannungszuständen äquivalent zueinander ist, wenn die dilatatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  und die Rissenergiedichte  $\psi_R$  identisch sind. Ein kontinuumsmechanisches Energiedichtewertepaar resultierend aus dem umgebenden, homogenen Spannungsfeld determiniert damit eindeutig das Rissausbreitungspotential eines kleinen kreisrunden Risses, der sich darin befindet.



**Abbildung 6.8:** Gemeinsame Darstellung für die numerischen Ergebnisse der 1/8-RVE- und der RVE-Simulationen aus Abbildung 6.6 und Abbildung 6.7

### 6.2.6 Empirischer Funktionsansatz

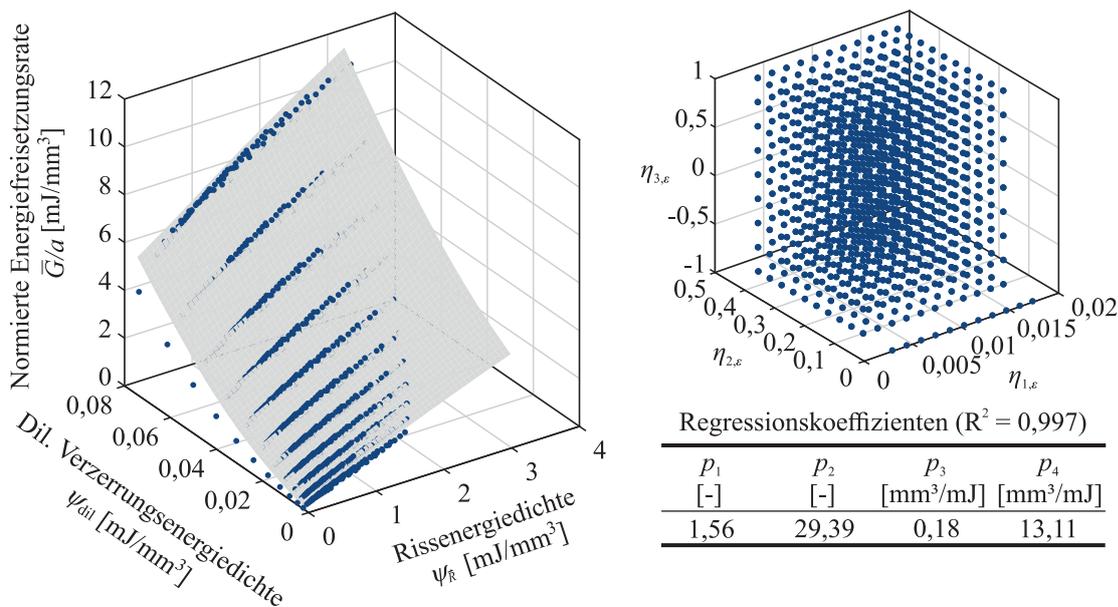
Indem die identifizierte Abhängigkeit der normierten Energiefreisetzungsrate von den beiden Energiedichten über eine Funktion mathematisch abgebildet wird, kann für das reversible Konstitutivgesetz des BETAFORCE<sup>TM</sup> 2850L die für den bruchmechanischen Ansatz benötigte  $\bar{G}/a$ -Funktion empirisch bestimmt werden. Dazu reichen wegen des Äquivalenzprinzips als

<sup>12</sup> Anm.: Das Äquivalenzprinzip bezieht sich nur auf die nach Gleichung 3.1 definierte Energiefreisetzungsrate, welche das durchschnittliche Rissausbreitungspotential an einer Rissfront quantifiziert. Die eigentlich rissfrontpositionenabhängige Ausprägung der Energiefreisetzungsrate kann daher trotz gleicher dilatatorischer Verzerrungsenergiedichte und Rissenergiedichte unterschiedlich sein.

Datengrundlage die in Abbildung 6.6 dargestellten Ergebnisse am 1/8-RVE-Modell aus. Bei deren Betrachtung wird wegen der flächenförmigen Verteilung der Datenpunkte mit annähernd linearer Abhängigkeit von der Rissenergiedichte  $\psi_R$  und exponentieller Abhängigkeit von der dilatorischen Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  der folgende Funktionsansatz gewählt:

$$\frac{\bar{G}}{a} = g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots) = \frac{p_1 \psi_R + p_2 \psi_{\text{dil}} \exp(p_3 \psi_R + p_4 \psi_{\text{dil}})}{\sqrt{\exp(\varepsilon_R)}} \quad (6.20)$$

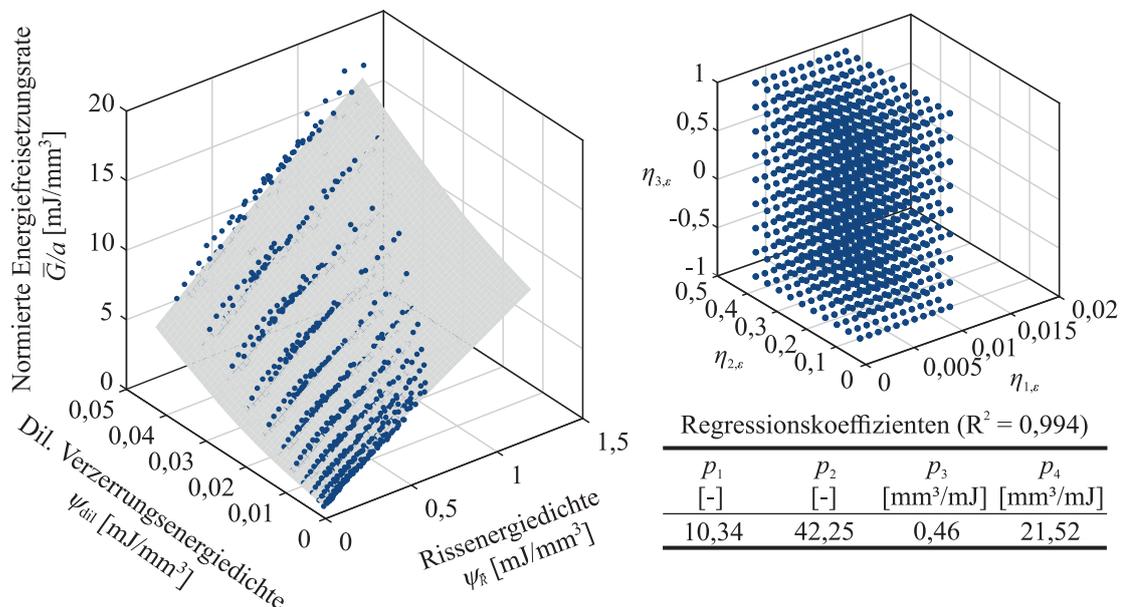
Die darin enthaltenen Regressionskoeffizienten  $p_{1-4}$  werden mit dem Programm MATLAB nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate so auf Basis der Datengrundlage bestimmt, dass mit dem Funktionsansatz eine bestmögliche Approximation erzielt wird. Die identifizierten Werte als auch der daraus resultierende Funktionsverlauf sind in Abbildung 6.9 der Datengrundlage gegenübergestellt. Beim empirischen Funktionsansatz wird mit der zusätzlichen Berücksichtigung der log. Dehnungskomponente  $\varepsilon_R$ , die im homogenen Spannungsfeld des 1/8-RVE-Modells in Richtung des Rissnormalenvektors  $\bar{R}$  ausgewertet wird, der marginal degressive Zusammenhang zwischen Rissenergiedichte  $\psi_R$  und normierter Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  abgebildet. Dadurch wird eine kleine Verbesserung bei der Regression erreicht, was durch die Steigerung des Bestimmtheitsmaßes von  $R^2=0,994$  auf  $R^2=0,997$  gekennzeichnet ist. Mit dem Wert nahe eins zeigt dieser Kennwert, dass der in Gleichung 6.20 aufgeführte Funktionsansatz dazu geeignet ist, die Abhängigkeiten in der Datengrundlage zu beschreiben. Darüber hinaus erlaubt das stabile Inter- und Extrapolationsverhalten eine sinnvolle Übertragung der numerischen Ergebnisse auf andere Beanspruchungszustände, die nicht im vollfaktoriellen Simulationsplan des 1/8-RVE-Modells enthalten sind und auch nicht mit FE-Simulationen ermittelt werden können, weil z. B. extreme Elementdeformationen in der Umgebung der Rissfront keine Konvergenz zulassen.



**Abbildung 6.9:** Angepasste empirische Funktion und die zugehörigen Regressionskoeffizienten auf der Grundlage der numerischen 1/8-RVE Ergebnisse bei Verwendung des dargestellten Simulationsplans und des reversiblen Konstitutivgesetzes des BETA FORCE™ 2850L aus Abbildung 6.6

### 6.2.7 Einfluss dissipativer Materialeffekte

In den bisherigen numerischen Untersuchungen ist das Materialverhalten der RVEs mit dem reversiblen Konstitutivgesetz des BETA FORCE™ 2850L modelliert worden. Um grundlegend einzuschätzen, ob sich die Finite-Elemente-Prozedur auch im Fall dissipativer Materialeffekte dazu eignet, eine zugehörige  $\bar{G}/a$ -Funktion zu identifizieren, wird die numerische Prozedur an den 1/8-RVE-Modellen mit dem irreversiblen Konstitutivgesetz des BETA FORCE™ 2850L aus Abschnitt 5.1.2 durchgeführt. Für dieses Konstitutivgesetz basieren die Ergebnisse auf dem in Abbildung 6.10 dargestellten vollfaktoriellen Simulationsplan, der im Vergleich zu dem Simulationsplan aus Abbildung 6.1 (rechts) ebenfalls 1001 Invarianten-Tripel beinhaltet, aber bezüglich der ersten log. Dehnungsinvariante  $\eta_{1,\varepsilon}$  angepasst ist. Der Grund ist die nicht erreichte Simulationskonvergenz bei den ursprünglich höheren Niveaus dieser Invariante. Hinsichtlich der Simulationsauswertung ist bei dissipativem Materialverhalten zu berücksichtigen, dass sich mit der Schädigung und der Pseudoplastizität die Verzerrungsenergiedichte aus reversiblen und dissipativen Anteilen zusammensetzt (vgl. Gleichung 2.24). Für die Berechnung der Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  nach Gleichung 6.18 wird jedoch nur der reversible Anteil der Verzerrungsenergiedichte verwendet. Dies wird damit begründet, dass Energieanteile, die unabhängig von der Existenz eines Risses alleine durch Materialdeformation im homogenen Spannungsfeld dissipiert werden, aus energetischer Betrachtungsweise nicht für eine Rissflächenerweiterung zur Verfügung stehen. Dabei ist die dilatatorische Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  von diesen Überlegungen nicht betroffen, da diese nach dem Konstitutivgesetz von Gleichung 2.24 weiterhin reversibel ist. Die Simulationsergebnisse sowie deren mathematische Beschreibung mit dem angepassten empirischen Funktionsansatz nach Gleichung 6.20 sind in Abbildung 6.10 dargestellt.



**Abbildung 6.10:** Angepasste empirische Funktion und die zugehörigen Regressionskoeffizienten auf der Grundlage der numerischen 1/8-RVE Ergebnisse bei Verwendung des dargestellten Simulationsplans und des irreversiblen Konstitutivgesetzes des BETA FORCE™ 2850L aus Abschnitt 5.1.2

Daran ist erkennbar, dass trotz der dissipativen Materialmodellierung qualitativ die gleiche Beziehung zwischen der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  und den beiden Energiedichten feststellbar ist wie beim rein reversiblen Konstitutivgesetz. Quantitativ nimmt die Sensitivität zwischen den beiden Energiedichten und der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  zu. Das Ergebnis zeigt, dass der Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrate und den beiden Energiedichten materialabhängig ist und daher speziell für ein Konstitutivgesetz ermittelt werden muss. Jedoch bestätigt die Gegenüberstellung des angepassten Funktionsansatzes mit den numerischen Ergebnissen zugleich, dass auch bei der Berücksichtigung dissipativer Materialeffekte die numerische Prozedur dazu geeignet ist, eine Datengrundlage zu generieren, mit der für das betrachtete Kleinrissproblem die  $\bar{G}/a$ -Funktion identifiziert werden kann.

### 6.2.8 Berücksichtigung von Rissschließeffekten

In den bisher erzielten Ergebnissen am 1/8-RVE- und RVE-Modell ist in Folge der umgebenden Spannungszustände und der Rissorientierung immer eine Zugnormalspannung senkrecht zum Riss vorherrschend, sodass die Energiefreisetzungsrate immer für einen geöffneten Riss ermittelt wird. Liegt stattdessen eine Drucknormalspannung vor, dann kommen bei den (1/8-) RVE-Simulationen die Rissflanken in Kontakt und der Riss wird geschlossen. In diesem Fall liefert die Drucknormalspannung keinen Beitrag zur normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  und höchstens die in der Rissebene wirkenden Schubspannungen können noch eine Rissbeanspruchung bedingen [Mar06]. Allerdings ist die Berechnung der Energiefreisetzungsrate bei schubgesteuerten Rissbeanspruchungen aufgrund in der Realität existierender Reibungseffekte zwischen den Rissflächen mit Unsicherheiten behaftet und zudem für den verfolgten bruchmechanischen Ansatz von untergeordneter Relevanz. Denn nach diesem initiiert und wächst ein kleiner, kreisrunder Riss nur in der Ebene, in der das Rissausbreitungspotential maximiert wird (vgl. Abschnitt 3.2). Daher wird bei einem Spannungszustand, bei dem in den unterschiedlichen Ebenen Zug- oder Drucknormalspannungen herrschen, immer in einer Ebene die Rissausbreitung stattfinden, und daher für die bruchmechanische Analyse von Relevanz sein, in der eine Zugnormalspannung einen Beitrag zur Energiefreisetzungsrate leistet. Für Spannungszustände, bei denen tendenziell in allen Materialebenen eine Drucknormalspannung herrscht, wird argumentiert, dass die Identifizierung der Ebene mit dem höchsten Rissausbreitungspotential irrelevant ist, da wegen des Rissschließeffekts die potentielle Energiefreisetzungsrate in jeder Materialebene so gering ist, dass der Materialwiderstand überwiegt und kein Risswachstum stattfinden kann. Diese Annahme wird durch die Beobachtung gestützt, dass die Tragfähigkeit von Elastomeren bei Druckspannungszuständen sehr viel höher ist als bei Zugspannungszuständen. Dies gilt auch für den hier betrachteten Untersuchungsklebstoff BETAFORCE™ 2850L. Bei den in [MTA+22] aufgeführten hydrostatischen Druckversuchen ist selbst bei einem hydrostatischen Nenndruck von über 700 MPa, der ca. 100-mal höher ist als die an der Kopfzugprobe gemessene Kavitationsgrenze (vgl. Abbildung 5.1 (rechts)), kein Materialversagen festgestellt worden. Auch bei den in [MÇM+20] aufgeführten uniaxialen Druckversuchen, bei denen

theoretisch in den Schubspannungsebenen mit 45°-Neigungswinkel<sup>13</sup> zur Druckbelastung ein schubgesteuertes Risswachstum hätte stattfinden können, sind selbst bei einer uniaxialen Nennspannung von 130 MPa keinerlei Versagenserscheinungen festgestellt worden. Aus bruchmechanischer Sicht deutet dies darauf hin, dass wegen des Riss-schließeffekts von druckdominanten Spannungszuständen kein Risswachstumspotential ausgeht. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird für das betrachtete Kleinrissproblem angenommen, dass die Energiefreisetzungsrates den Wert Null annimmt, wenn in einer Riss- bzw. Materialebene mit dem Normalenvektor  $\vec{R}$  eine Drucknormalspannung ( $\sigma_{\vec{R}} \leq 0$ ) herrscht. Der Funktionsansatz aus Gleichung 6.20 wird dementsprechend um die Bedingung

$$\frac{\bar{G}}{a} = g(\sigma, \varepsilon, \psi, \dots) = \begin{cases} \frac{p_1 \psi_{\vec{R}} + p_2 \psi_{\text{dil}} \exp(p_3 \psi_{\vec{R}} + p_4 \psi_{\text{dil}})}{\sqrt{\exp(\varepsilon_{\vec{R}})}} & \text{für } \sigma_{\vec{R}} > 0 \\ 0 & \text{für } \sigma_{\vec{R}} \leq 0 \end{cases} \quad (6.21)$$

erweitert, ohne dabei einen Einfluss auf die in den Abschnitten 6.2.6 und 6.2.7 identifizierten Regressionskoeffizienten auszuüben.

### 6.3 Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse

Auf Grundlage der Finite-Elemente-Prozedur können für das betrachtete Kleinrissproblem ein Funktionszusammenhang nach Gleichung 3.5 hergeleitet und zudem wichtige Erkenntnisse erarbeitet werden. Diesbezüglich wird resümiert, dass

- mindestens zwei kontinuumsmechanische Parameter erforderlich sind, um die Wirkung eines allgemeinen Spannungszustands mit dilatorischen und deviatorischen Komponenten auf die Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  eines kleinen, kreisrunden Risses innerhalb eines weit ausgedehnten hyperelastischen Kontinuums zu beschreiben.
- dilatorische Spannungsanteile bei Elastomeren zwar kaum zu Volumenänderungen führen, aber trotzdem ein empfindliches richtungsunabhängiges Grundniveau des Rissausbreitungspotentials bedingen, dessen Einfluss auf die Energiefreisetzungsrates hier mit der skalaren, dilatorischen Verzerrungsenergiedichte  $\psi_{\text{dil}}$  bemessen wird.
- die Überlagerung von deviatorischen Spannungskomponenten eine richtungsabhängige Abweichung der Energiefreisetzungsrates vom dilatorischen Grundniveau bewirkt, was in diesen Untersuchungen mit der Rissenergiedichte  $\psi_{\vec{R}}$  bemessen wird.
- die Energiefreisetzungsrates maximiert wird, wenn der Riss senkrecht zu den maximalen Eigenwerten des umgebenden Spannungsfelds orientiert ist. Gleiches gilt für die zyklische Energiefreisetzungsrates, wenn das umgebende Spannungs-Dehnungsfeld entsprechend Gleichung 2.33 zeitlich proportional ist.

<sup>13</sup> Anm.: Die Abschätzung basiert auf der vereinfachenden Annahme infinitesimaler Deformationen, so dass bei einem uniaxialen Druckzustand die maximalen Schubspannungen in Ebene mit 45°-Neigung zur Belastungsrichtung auftreten.

- für das betrachtete Kleinrissproblem der Zusammenhang zwischen Energiefreisetzungsrates und dem umliegenden homogenen Spannungs-Dehnungsfeld bei finiten Deformationen materialabhängig ist und daher speziell für ein Konstitutivgesetz ermittelt werden muss.
- aufgrund des Äquivalenzprinzips und der vernachlässigbaren Abhängigkeit des Rissausbreitungspotentials von dem Modus der Deviation, die Datengrundlage für die Ableitung  $\bar{G}/a$ -Funktion alleine auf Basis von recheneffizienten 1/8-RVE-Modellen mit einem Zwei-Faktor Simulationsplan ermittelt werden kann. Darüber hinaus wird mit der Herleitung von Gleichung 6.13 ein weiteres Potential zur Verkürzung des Simulationsprozesses aufgezeigt, womit die Berechnungszeit der Finite-Elemente-Prozedur zusätzlich reduziert werden kann.

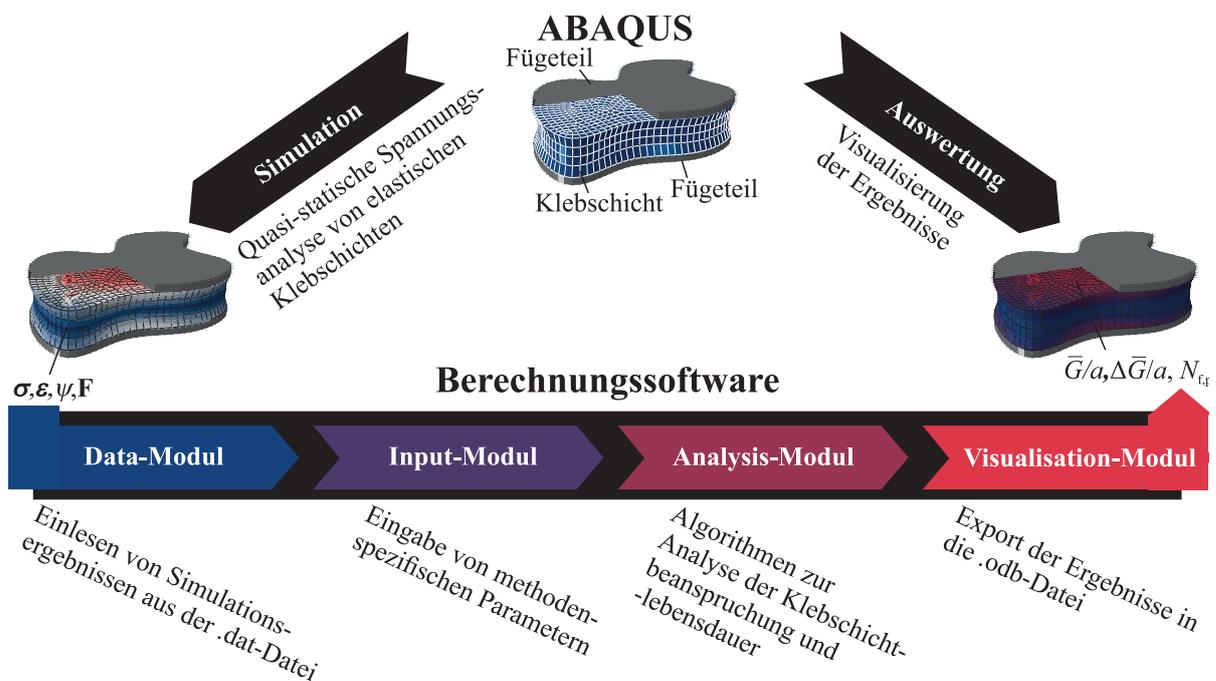
Wird mit der vorgestellten Finite-Elemente-Prozedur eine  $\bar{G}/a$ -Funktion identifiziert, dann kann unter den in Abschnitt 3.2 getroffenen Idealisierungen und Annahmen alleine mit der Auswertung der kontinuumsmechanischen Beanspruchungsgrößen die Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}$  von potentiell vorhandenen, kleinen Innenrissen an jedem Materialpunkt eines Festkörpers approximiert werden, ohne diese explizit in einem FE-Modell integrieren zu müssen. Dies bildet die Grundlage für die simulationsgestützte Beanspruchungs- und Lebensdaueranalyse von elastischen Klebverbindungen mit der im folgenden Kapitel vorgestellten Berechnungssoftware. Mit den dort implementierten Algorithmen wird eine  $\bar{G}/a$ -Funktion angewendet und ausgewertet, um die Belastbarkeit bei quasistatischer und schwingender Last auf Basis des Rissausbreitungspotentials kleiner, kreisrunder Innenrisse zu bewerten.

## 7 BERECHNUNGSSOFTWARE

In diesem Kapitel wird auf eine mittels des MATLAB AppDesigner entwickelte Berechnungssoftware eingegangen, deren Schnittstellen zu dem in dieser Arbeit verwendeten FE-Programm ABAQUS die bruchmechanischen Ansätze effizient in den simulativen Auslegungsprozess von elastischen Klebverbindungen integrieren sollen. Kernelemente dieser Software sind verschiedene Algorithmen, mit denen die zuvor identifizierte  $\bar{G}/a$ -Funktion angewendet und auf verschiedene Arten ausgewertet wird, um Rückschlüsse über die Tragfähigkeit bzw. Lebensdauer einer elastischen Klebschicht bei quasistatischer bzw. schwingender Belastung ziehen zu können. Die prinzipiellen Programmabläufe werden im Nachfolgenden erläutert, indem auf die Programmstruktur, die Analysearten und die Performance eingegangen wird. Ein tiefgehendes Verständnis für die mit der Berechnungssoftware erzielten Analysen und wie diese zu bewerten sind, soll zum Schluss des Kapitels anhand eines Anwendungsbeispiels vermittelt werden.

### 7.1 Programmstruktur

Die modulare Programmstruktur der Auswertungssoftware spiegelt sich in einer grafischen Benutzeroberfläche wider und sorgt dafür, dass der Anwender schrittweise durch die Analyse geführt wird. Dabei sind sowohl die programminternen Kernaufgaben und die Beziehungen der einzelnen Module untereinander als auch die externe Interaktion mit dem FE-Programm ABAQUS schematisch in Abbildung 7.1 dargestellt.



**Abbildung 7.1:** Programmstruktur der Berechnungssoftware mit externer Interaktion zum FE-Programm ABAQUS

**Simulation.** Den Ausgangspunkt einer Analyse stellt die konventionelle Spannungssimulation einer Klebverbindung in ABAQUS dar, um die kontinuumsmechanischen Feldgrößen innerhalb der Klebschicht zu erhalten. Dabei ist die .inp-Datei vor der Simulation durch das in [Das17] dokumentierte Einfügen des Print-Befehls so zu modifizieren, dass für die Klebschichtelemente die notwendigen kontinuumsmechanischen Beanspruchungsgrößen in Form des Cauchy-Spannungstensors  $\sigma$ , des log. Dehnungstensors  $\varepsilon$ , des Deformationsgradienten  $\mathbf{F}$  sowie der (elastischen) Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  für jeden Materialpunkt und für jedes Lastinkrement in die .dat-Datei geschrieben werden.

**Data-Modul.** Indem das Data-Modul der Berechnungssoftware dazu konzipiert ist, die genannten Daten aus der .dat-Datei auszulesen und automatisiert in ein zur weiteren internen Datenverarbeitung kompatibles Format zu überführen, stellt dieses Modul für die Berechnungssoftware die Input-Schnittstelle zum FE-Programm ABAQUS dar.

**Input-Modul.** Für die Analyse der elastischen Klebschichten sind material- und methodenspezifische Parameter über das Input-Modul zur Verfügung zu stellen. Diesbezüglich ist zur Berechnung der Energiefreisetzungsrates der kleinen, idealisierten Risse die Angabe der Regressionskoeffizienten  $p_1 - p_4$  der  $\bar{G}/a$ -Funktion nach Gleichung 6.21 notwendig, die zuvor mittels der in Kapitel 6 thematisierten Finite-Elemente-Prozedur identifiziert werden. Für Lebensdaueranalysen sind weiterhin die Parameter des Exponentialgesetzes (vgl. Gleichung 2.54) anzugeben, mit denen die mathematische Beschreibung einer experimentell ermittelten Rissfortschrittskurve erfolgt, sowie die bei einer bruchmechanischen Lebensdauerprognose angenommenen Integrationsgrenzen in Form des Anfangsrissradius  $a_0$  und des Endrissradius  $a_c$  (vgl. Gleichung 2.55). Zudem ist die Angabe eines Rissinitiierungsfaktors  $\chi$  erforderlich, welcher entsprechend der in Abschnitt 3.5 getroffenen Annahmen dazu verwendet wird, nach Gleichung 3.16 die Rissinitiierungslebensdauer bei den Lebensdauerprognosen zu berücksichtigen. Dabei wird auf das Verfahren zur inversen Identifikation der anzugebenden Rissradien  $a_0$  und  $a_c$  sowie des Rissinitiierungsfaktors  $\chi$  in Abschnitt 9.2 eingegangen. Zuletzt ist zur Durchführung von Lebensdauerprognosen die Angabe des zu analysierenden Lastverhältnisses  $R_L$  erforderlich, welches den Versuchsrandbedingungen der Schwingfestigkeitsversuche entnommen wird.

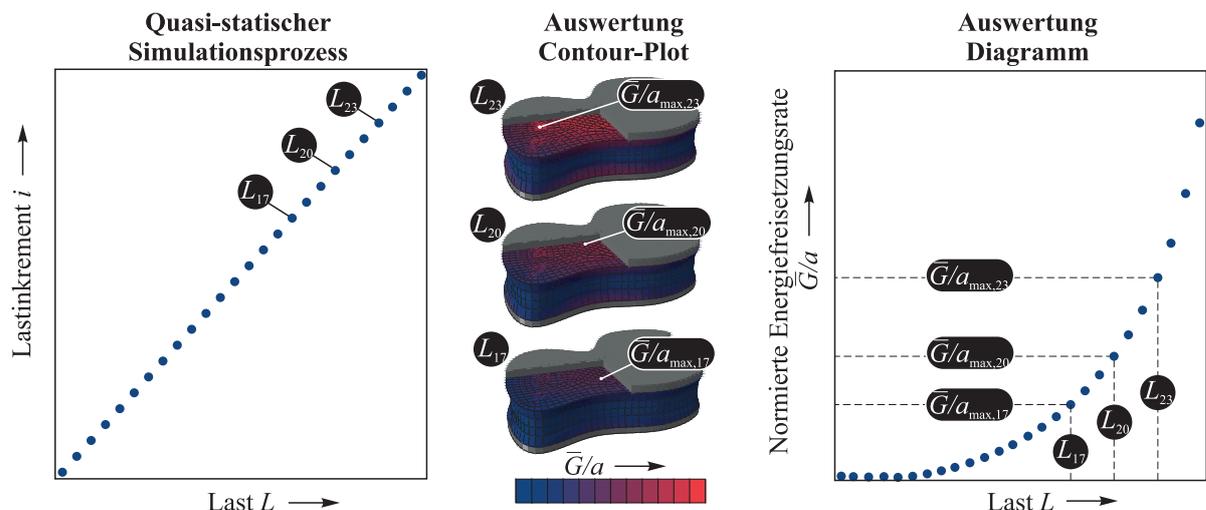
**Analysis-Modul.** Nach dem Einlesen der Simulationsergebnisse mit dem Data-Modul und mit den notwendigen Angaben im Input-Modul findet im Analysis-Modul entsprechend des bruchmechanischen Ansatzes die Auswertung der simulierten elastischen Klebverbindung statt. Dazu sind zwei verschiedene Algorithmen in der Berechnungssoftware hinterlegt, mit denen eine effiziente Anwendung der Versagenshypothese nach Abschnitt 3.4 und der Lebensdauerhypothese nach Abschnitt 2.3.3 ermöglicht wird. Auf die Funktionsweise der Algorithmen wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen.

**Visualisation-Modul.** Nach dem Durchlaufen einer der beiden Algorithmen bietet die Berechnungssoftware mit dem Visualisation-Modul unter anderem die Möglichkeit, die erzielten Berechnungsergebnisse in die ABAQUS Ergebnisdatei der eingangs simulierten Klebverbindung zurückzuführen. Als Ausgangsschnittstelle wird das Python-Interface von ABAQUS genutzt, welches die Anreicherung der .odb-Ergebnisdatei mit extern berechneten Ergebnissen erlaubt [Das17].

**Auswertung.** Mit der Anreicherung der .odb-Ergebnisdatei können zur Ergebnisauswertung die nützlichen Werkzeuge des ABAQUS-Viewers verwendet werden. Auf diese Weise können beispielsweise die zu jedem Materialpunkt berechneten, normierten Energiefreisetzungsrate und Lebensdauern in Form von farblichen Contour-Plots dreidimensional visualisiert und ausgewertet werden.

## 7.2 Analysearten

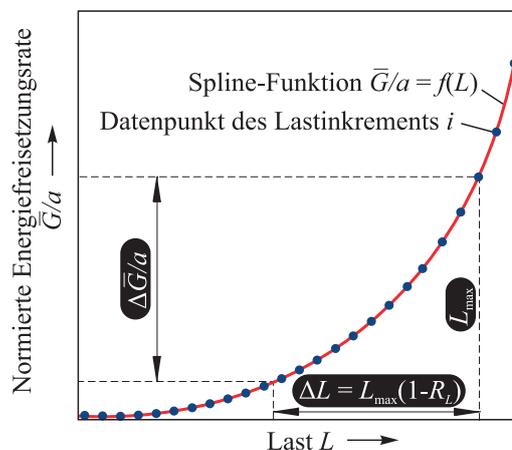
**Statische Analyse.** Der Algorithmus der statischen Analyse ist zur bruchmechanischen Beanspruchungsanalyse von Strukturen mit elastischen Klebverbindungen bei quasistatischer Belastung konzipiert. Die in der quasistatischen FE-Simulation definierte Belastung kann durch Kräfte, Momente, Verschiebungen usw. gekennzeichnet sein und wird im weiteren Verlauf verallgemeinert als Last  $L$  bezeichnet. Bei der statischen Analyse wird für jedes simulierte Lastinkrement und für jeden Materialpunkt der Klebschicht anhand der simulierten, kontinuumsmechanischen Feldgrößen (Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$  usw.) die maximale, normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  eines potentiell am Materialpunkt vorliegenden kleinen, kreisrunden Risses über die  $\bar{G}/a$ -Funktion berechnet. Dabei wird berücksichtigt, dass sich bei einem quasistatischen Spannungszustand der maximale Wert für die normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  direkt ergibt, wenn die Rissenergiedichte  $\psi_R$  nach Gleichung 6.19 mit den maximalen Eigenwerten des Cauchy-Spannungstensors und des log. Dehnungstensors ausgewertet wird. Anschließend ermittelt der Algorithmus innerhalb eines Lastinkrements unter allen klebschichtzugehörigen Materialpunkten den maximalen Wert der normierten Energiefreisetzungsrate und stellt diesen nach Abbildung 7.2 in einem Diagramm in Abhängigkeit von der äußeren Last  $L$  dar. Indem dies für alle simulierten Lastinkremente wiederholt wird, ergibt sich in dem Diagramm ein Verlauf, anhand dessen dem Anwender auf einen Blick vermittelt wird, wie sich in Bezug auf die gesamte, ausgewertete Klebschicht das potentiell höchst vorhandene Risswachstumspotential mit der äußeren Klebschichtbelastung ändert.



**Abbildung 7.2:** Schematische Darstellung zur Auswertung quasistatisch belasteter Klebschichten mit dem Algorithmus der statischen Analyse

Das Diagramm enthält jedoch keine Informationen darüber, an welcher Stelle der Klebschicht zu einem gegebenen Lastniveau das höchste Risswachstumspotential vorliegt. Um dies zu analysieren, kann das Visualisation-Modul der Berechnungssoftware verwendet werden. Dazu wird die FE-Ergebnisdatei für alle Lastinkremente und alle Materialpunkte mit den berechneten Werten der normierten Energiefreisetzungsrate angereichert. Anschließend kann im ABAQUS-Viewer die örtliche Abhängigkeit des normierten Risswachstumspotentials von potentiell vorhandenen kleinen Rissen anhand von farblichen Contour-Plots visualisiert werden. Anhand dieser Ergebnisaufbereitung erkennt der/die Anwender/in intuitiv, an welcher Stelle der elastischen Klebverbindung das höchste Risswachstumspotential für das jeweilige Lastniveau vorliegt und kann somit entsprechend der bruchmechanischen Versagenshypothese nach Gleichung 3.7 auf den Ausgangspunkt des Klebschichtversagens schließen.

**Lebensdaueranalyse.** Der Algorithmus der Lebensdaueranalyse ist basierend auf dem in Abschnitt 3.5 beschriebenen Ansatz zur bruchmechanischen Lebensdauerprognose von elastischen Klebverbindungen konzipiert, die einer schwingenden proportionalen Ermüdungsbelastung ausgesetzt sind. Ausgangspunkt stellt wie bei der statischen Analyse eine quasistatische FE-Spannungsanalyse einer geklebten Struktur dar, um die kontinuumsmechanischen Feldgrößen in einer elastischen Klebschicht zu berechnen. Dabei wird die eigentlich schwingend angreifende Last durch eine quasistatische Last  $L$  substituiert, sodass über die Definition mehrerer Lastinkremente die mechanischen Feldgrößen in der Klebschicht zu ansteigenden Lastniveaus simuliert werden. Diesbezüglich wird aus der weiteren Beschreibung des Algorithmus ersichtlich, dass die Wahl über die Anzahl der Lastinkremente und die Höhe des maximalen Lastniveaus darüber entscheiden, für welche pseudo-schwingungsbelastungen die Lebensdaueranalyse durchgeführt wird. Mit dem Einlesen der FE-Ergebnisse ermittelt der Lebensdaueralgorithmus zunächst für jeden Materialpunkt einzeln die Abhängigkeit der maximalen, normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  von dem angreifenden Lastniveau. Dies geschieht wie bei der statischen Analyse anhand des zu jedem Lastinkrement simulierten Spannungszustands und unter Berücksichtigung der Maximierungsbedingung nach Gleichung 6.19. Dadurch wird, wie in Abbildung 7.3 dargestellt, für jeden Materialpunkt individuell der Zusammenhang zwischen der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  und der äußeren Last bestimmt.



**Abbildung 7.3:** Schematische Darstellung zur Berechnung der zyklisch normierten Energiefreisetzungsrate an einem Materialpunkt der elastischen Klebschicht infolge einer pseudo-schwingenden Belastung

Die einzelnen Datenpunkte sind den simulierten Lastinkrementen zuzuordnen und dienen als Stützstellen einer Spline-Funktion, mit der der nichtlineare Zusammenhang zwischen äußerer Last und normierter Energiefreisetzungsrate mathematisch approximiert wird. Dabei wird aus der Notwendigkeit genügend vorhandener Stützstellen ersichtlich, dass zur Durchführung von Lebensdaueranalysen im Gegensatz zu einer statischen Analyse zwingend FE-Ergebnisse von mehreren Lastinkrementen vorliegen müssen. Sind genügend Stützstellen für die akkurate Approximation der Abhängigkeit vorhanden, kann mit einem vorgegebenen Lastverhältnis die zyklisch normierte Energiefreisetzungsrate  $\Delta\bar{G}/a$  infolge einer pseudo-schwingenden Lastschwingbreite von  $\Delta L = L - R_L L$  mit

$$\frac{\Delta\bar{G}}{a}(\Delta L) = \frac{\bar{G}}{a}(L) - \frac{\bar{G}}{a}(R_L L) \quad (7.1)$$

bestimmt werden (vgl. Abbildung 7.3). Dabei interpretiert der Algorithmus nach Gleichung 7.1 die tatsächlich simulierten Lastniveaus  $L$  als Oberlast  $L_{\max}$  und ermittelt für die pseudo-Schwingungsbelastung über die Angabe des Lastverhältnisses  $R_L$  die zugehörige Unterlast  $L_{\min} = R_L L$ . Auf diese Weise basiert die Berechnung der zyklisch, normierten Energiefreisetzungsrate  $\Delta\bar{G}/a$  auf einer robusten Interpolation der Spline-Funktion und keiner Extrapolation.

Darauf aufbauend wird für jeden Materialpunkt und jedes Lastinkrement mit dem zugehörigen pseudo-schwingenden Belastungsniveau eine zugehörige Rissfortschrittslebensdauer  $N_p$  ermittelt. Im Kontext der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese beziffert die Rissfortschrittslebensdauer  $N_p$  die Anzahl an Lastwechseln, die ein am Materialpunkt potentiell vorhandener, kleiner kreisrunder Riss mit der zuvor bestimmten normierten zyklischen Energiefreisetzungsrate  $\Delta\bar{G}/a$  benötigt, um durch Ermüdungsrisswachstum von einem vorgegebenen Anfangsrissradius  $a_0$  bis zum vorgegebenen Endrissradius  $a_c$  zu wachsen. Dazu ist nach Gleichung 2.55 die Integration des mathematischen Rissfortschrittsgesetzes erforderlich, was bei kleinen Rissen aufgrund des bekannten proportionalen Zusammenhangs zwischen dem Rissausbreitungspotential und der charakteristischen Rissdimension direkt möglich ist. Während bereits in Abschnitt 3.5 für spezielle Annahmen und Rissfortschrittsgesetze gezeigt ist, dass analytische Lösungen für die Rissfortschrittslebensdauer kleiner Risse hergeleitet werden können, wird zur Lösung des Integrals bei beliebigen Rissfortschrittsgesetzen die numerische Integration

$$N_p(\Delta L) = \sum_{a_0}^{a_c} \Delta N = \sum_{a_0}^{a_c} \frac{1}{\frac{da}{dN}[\Delta\bar{G}(\Delta L, a)]} \Delta a \quad (7.2)$$

angewendet. Bei diesem Lösungsverfahren wird die gesamte Rissradiuszunahme in kleine, äquidistante Risserweiterungsinkremente  $\Delta a$  unterteilt. Innerhalb eines Risserweiterungsinkrements  $\Delta a$  wird angenommen, dass die zyklische Energiefreisetzungsrate  $\Delta\bar{G}$  des kleinen Risses konstant ist und somit das zugehörige Lastwechselinkrement  $\Delta N$  über das Rissfortschrittsgesetz berechnet werden kann. Durch Summation aller Lastwechselinkremente ergibt sich nach Gleichung 7.2 dann die Rissfortschrittslebensdauer  $N_p$ . Die Genauigkeit der numerischen Integration ist abhängig von dem gewählten Risserweiterungsinkrement  $\Delta a$ . Mit

kleiner werdendem Rissinkrement konvergiert die numerische Lösung aus Gleichung 7.2 in Richtung der integralen Lösung aus Gleichung 2.55, wobei mit dem Grenzübergang  $\Delta a \rightarrow 0$  letztere ermittelt wird. In der Anwendung hat sich herausgestellt, dass mit einer Unterteilung des Integrationsbereichs in 1000 Rissweiterungsinkremente  $\Delta a$  eine hinreichende Genauigkeit bei gleichzeitig geringem Rechenaufwand erreicht wird, die bei einer noch feineren Unterteilung lediglich im irrelevanten Nachkommastellenbereich zu einer Änderung der Rissfortschrittslebensdauer  $N_p$  führt.

Damit entsprechend der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese nicht nur die Lastwechselzahl für das Ermüdungsrisswachstum, sondern auch die Lastwechselzahl für die Initiierung des Risses aus der Imperfektion heraus bei den Lebensdauerprognosen berücksichtigt wird, werden für jedes pseudo-schwingende Belastungsniveau die an den Materialpunkten zuvor ermittelten Rissfortschrittslebensdauern mit dem Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  multipliziert

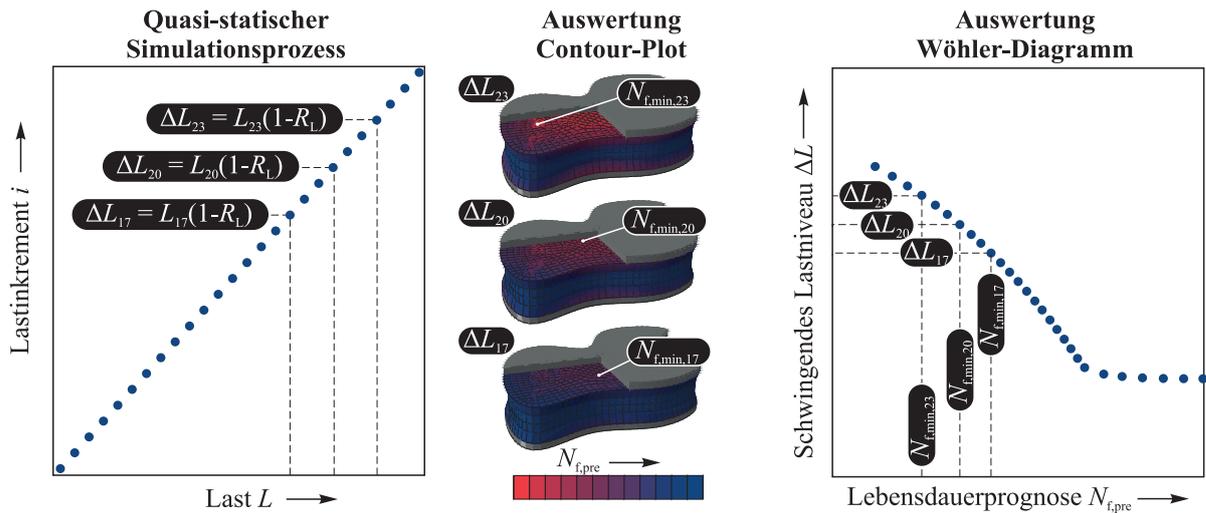
$$N_{f,pre}(\Delta L) = \chi N_p(\Delta L). \quad (7.3)$$

Auf diese Weise ermittelt die Berechnungssoftware für jeden Materialpunkt der Klebschicht eine Lebensdauerprognose, die angibt, wie viele Lastwechsel notwendig sind, bis an dieser Stelle ein Riss aus einer potentiell vorhandenen Imperfektion initiiert und durch Ermüdungsrisswachstum eine versagenskennzeichnende Größe erreicht. Beschreibt das Rissfortschrittsgesetz mit dem Threshold  $\Delta G_{th}$  einen materialspezifischen Grenzwert gegen Ermüdungsrissausbildung, dann greift mit

$$N_{f,pre}(\Delta L) = \begin{cases} \chi N_p(\Delta L) & \text{für } \Delta \bar{G}^{a_0} > \Delta G_{th} \\ \infty & \text{für } \Delta \bar{G}^{a_0} \leq \Delta G_{th} \end{cases} \quad (7.4)$$

eine zusätzliche Bedingung, wenn an einem Materialpunkt die zyklische Energiefreisetzungsrate  $\Delta \bar{G}^{a_0}$  eines kleinen, kreisrunden Risses mit dem vorgegebenen Anfangsrissradius  $a_0$  kleiner ist als der Threshold  $\Delta G_{th}$ . In diesem Fall ist nämlich ausgehend von diesem Materialpunkt aus rein bruchmechanischer Sicht kein Ermüdungsversagen möglich, sodass eine aus bruchmechanischer Sichtweise unendlich hohe ertragbare Lastwechselzahl angenommen wird.

Nachdem der Algorithmus über alle Lastinkremente hinweg für jeden Materialpunkt der elastischen Klebschicht sowohl die zyklisch normierte Energiefreisetzungsrate  $\Delta \bar{G}/a$  als auch die zugehörige technische Lebensdauerprognose  $N_{f,pre}$  ermittelt hat, erfolgt die Auswertung der Lebensdaueranalyse auf zwei Arten. Erstens wird für jedes pseudo-schwingende Belastungsniveau der kritischste Materialpunkt identifiziert, dessen Spannungszustand in dem höchsten Risswachstumspotential und folglich in der niedrigsten, prognostizierten Lastwechselzahl für die Klebverbindung resultiert. Der Zusammenhang beider Größen wird, wie in Abbildung 7.4 schematisch dargestellt, in Form eines Wöhler-Diagramms zusammengefasst. Anhand dessen kann der/die Anwender/in auf einen Blick den Einfluss des pseudo-schwingenden Belastungsniveaus auf die ertragbare Lastwechselzahl erkennen und auf dieser Grundlage sofort bewerten, ob die Dimensionierung der elastischen Klebverbindung entsprechend der Anforderungen lebensdauergerichtet ist.

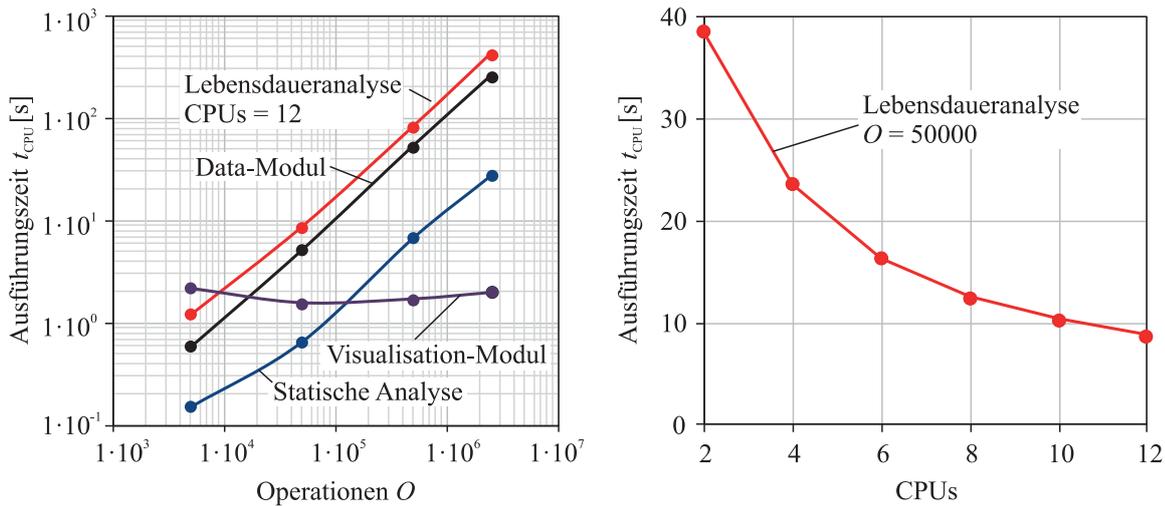


**Abbildung 7.4:** Schematische Darstellung zur Auswertung schwingend belasteter Klebschichten mit dem Algorithmus der Lebensdaueranalyse

Ist das Niveau der äußeren Belastung so gering, dass an keinem Materialpunkt ein Ermüdungsrisswachstumspotential vorliegt, welches mit der vorgegebenen Anfangsrislänge den Schwellenwert gegen Ermüdungsrissausbreitung überschreitet, dann kennzeichnet diese Belastungsschwelle nach Gleichung 7.4 den Übergang vom Zeitfestigkeits- in den Dauerfestigkeitsbereich im Wöhler-Diagramm. Da die Datenpunkte der Wöhlerlinie klebschichtübergreifend die niedrigste prognostizierte technische Lebensdauer  $N_{f,pre}$  für ein Lastniveau repräsentieren, kann sich der Verlauf im Zeitfestigkeitsbereich entsprechend Abbildung 7.4 aus Ergebnissen an örtlich verschiedenen Stellen der Klebschicht zusammensetzen. Um diese Örtlichkeit aufzuschlüsseln, kann das Visualisation-Modul als zweite Auswertemöglichkeit verwendet werden. Mit diesem werden die zu jedem Materialpunkt prognostizierten Lebensdauern  $N_{f,pre}$  und die zyklischen, normierten Energiefreisetzungsraten  $\Delta\bar{G}/a$  in die .odb-Datei exportiert, um sie mittels des ABAQUS-Viewers zu visualisieren. Anhand dieser Ergebnisaufbereitung kann unter anderem der wahrscheinlichste Ausgangspunkt für das globale Klebschichtversagen ermittelt werden, wonach aufgrund des lokalen Spannungszustands ein kleiner Riss am ehesten initiieren und sich am schnellsten durch Ermüdungsrissausbreitung ausbreiten kann. Die zugehörige Lebensdauerprognose korrespondiert dabei mit dem Datenpunkt im Wöhler-Diagramm.

### 7.3 Performance

Sollen die bruchmechanischen Ansätze im industriellen Umfeld durchsetzungsfähig sein, dann ist eine wirtschaftliche Anwendung mit möglichst geringem Zeit- und Rechenaufwand ein entscheidender Faktor. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt die Performance der Berechnungssoftware diskutiert. Bei der Berechnungssoftware sind modulübergreifend die Anzahl der zu analysierenden Materialpunkte und die Anzahl der Lastinkremente entscheidend für den Rechenaufwand. Erstere ist ein Maß für die Größe des FE-Modells und wird durch die Anzahl der Elemente bestimmt, mit der die Klebschichten diskretisiert werden. Letztere bestimmt maßgeblich die Feinheit der durchgeführten FE-Analysen. Beides multipliziert ergibt

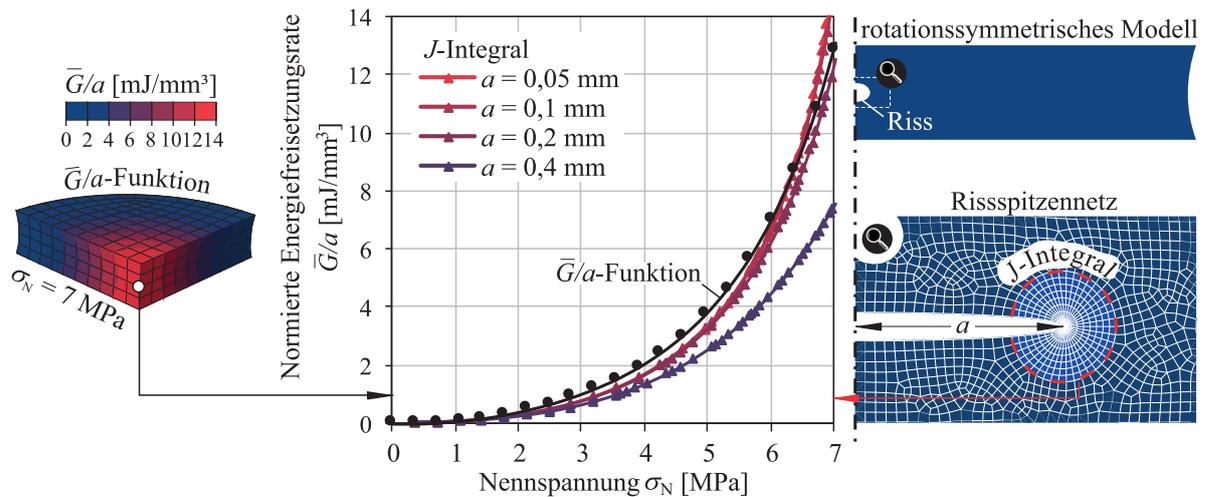


**Abbildung 7.5:** Ausführungszeiten der einzelnen Programmmodule mit INTEL® Xeon Gold 6152@2,10Ghz Prozessoren

die Anzahl der Operationen  $O$ , was das wesentliche Maß für die zu durchlaufenden Schleifendurchgänge in den jeweiligen Modulen des Berechnungsprogramms ist. Diesbezüglich ist in Abbildung 7.5 das Ergebnis einer Benchmark Studie dargestellt. Im linken Diagramm sind für das Einlesen der FE-Ergebnisse mit dem Data-Modul, die Durchführung der verschiedenen Algorithmen im Analyse-Modul und den Export der Ergebnisse mit dem Visualisation-Modul die erzielten Rechenzeiten in Abhängigkeit der Operationen angegeben. Die Ergebnisse sind mit INTEL® Xeon Gold 6152@2,10GHz Prozessoren erzielt worden und zeigen, dass die Algorithmen in den einzelnen Modulen innerhalb von Sekunden oder im Fall von sehr großen FE-Modellen, die weit über eine Million Operationen bedingen, in wenigen Minuten durchlaufen werden. Im Kontext der in den Kapiteln 8 und 9 analysierten FE-Modelle der Klebschichtprüfkörper sind alle Prozessschritte im einstelligen Sekundenbereich abgeschlossen. Am rechenintensivsten ist die Lebensdaueranalyse, wobei innerhalb des Algorithmus die meiste Rechenzeit zur Spline-Approximation (vgl. Abbildung 7.3) aufgewendet wird. Um dies zu beschleunigen, ist der Algorithmus der Lebensdaueranalyse für Multithreading ausgelegt, sodass mehrere Prozessoren parallel die Auswertung vornehmen können. Während die Rechenzeiten im linken Diagramm von Abbildung 7.5 alle mit 12 Prozessoren erreicht worden sind, ist im rechten Diagramm der Einfluss des Multithreadings auf die Rechenzeit für die Lebensdaueranalyse bei gleichbleibender Anzahl an Operationen dargestellt. Durch den Einsatz mehrerer Prozessoren kann die Rechenzeit zu Beginn stark reduziert werden. Bei dem Einsatz weiterer Prozessoren nimmt der Effekt ab, was daran liegt, dass durch das Multithreading der Zeitaufwand zur Koordination der Datenpakete zu den einzelnen Prozessoren in Relation zu den eigentlich durchzuführenden Rechenoperationen zunimmt. Daher ist der Einsatz von einer Vielzahl von Prozessoren nur bei entsprechend durchzuführender Anzahl an Operationen effizient. Zusammenfassend beweisen die gezeigten Performanceergebnisse jedoch, dass über die entwickelte Berechnungssoftware die bruchmechanischen Ansätze so zeit- und recheneffizient in den FE-basierten Simulationsprozess implementiert werden können, dass die wirtschaftliche Anwendbarkeit im industriellen Umfeld gewährleistet ist.

## 7.4 Anwendungsbeispiel

Im Folgenden wird die Anwendung der Berechnungssoftware und damit das Potential des bruchmechanischen Ansatzes beispielhaft anhand des FE-Modells der Kopfzugprobe diskutiert. Für diesen Probentyp ist seit den Kavitationsversuchen von GENT und LINDLEY [GL59] bekannt, dass in Folge hoher dilatorischer Zugspannungszustände das Versagen auf die Entstehung und das Wachstum kleiner Risse im Zentrum der Probe zurückgeführt werden kann. Inwiefern dies mit dem bruchmechanischen Ansatz nachvollzogen werden kann, soll im Folgenden überprüft werden. Dazu wird das Spannungsfeld im hyperelastischen Klebstoff mit dem reversiblen Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L quasistatisch mit 20 Lastinkrementen simuliert. Anschließend wird für die Klebschicht die normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  potentiell vorhandener kleiner, kreisrunder Risse mit der statischen Analyse der Berechnungssoftware ausgewertet. Dazu werden die in Abbildung 6.9 aufgeführten Regressionskoeffizienten hinterlegt. Das Ergebnis der Auswertung ist in Abbildung 7.6 einerseits in der Mitte in Form eines Diagramms mit der Entwicklung der maximalen normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  innerhalb der Klebschicht mit steigender Prüfkörperbelastung und andererseits links, repräsentativ für die maximal simulierte Probenbelastung von  $\sigma_N = 7 \text{ MPa}$ , als farblicher Contourplot zur Visualisierung des ortsabhängigen Risswachstumspotentials dargestellt.



**Abbildung 7.6:** Statische Analyse der Kopfzugprobe und Ergebnisvalidierung durch  $J$ -Integral-Auswertung von explizit modellierten Rissen mit Radius  $a$

Das Resultat demonstriert exemplarisch das Potential einer mit der RVE-Finite-Elemente-Prozedur identifizierten  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion. Indem mit dieser Funktion die normierte Energiefreisetzungsrate simultan an jedem Materialpunkt der Klebschicht nur anhand des vorliegenden Spannungszustands bestimmt wird, wird innerhalb von Sekunden eine bruchmechanische Analyse ermöglicht, deren Umfang mit der expliziten Modellierung von kleinen Rissen innerhalb eines FE-Modells praktisch nicht erreicht werden kann. So ist anhand des daraus resultierenden farblichen Contourplots unmittelbar erkennbar, dass infolge des Beanspruchungsfeldes das Risswachstumspotential in Richtung Probenmitte zunimmt und im Zentrum ihr Maximum erreicht. Dieser Sachverhalt ist unabhängig von der Höhe der

simulierten Prüfkörperbelastung. Dadurch gelten die im Diagramm gezeigten Werte der normierten Energiefreisetzungsrate für die gleichbleibende Stelle der Prüfkörpermitte. Folglich resultiert der exponentielle Verlauf des Rissausbreitungspotentials entsprechend den Erkenntnissen aus Abschnitt 6.2.2 aus der Zunahme des in der Klebschichtmitte vorliegenden dilatatorisch geprägten Zugspannungszustands. Daher wird mit der durchgeführten Analyse in Übereinstimmung mit der experimentellen Erfahrung die Probenmitte als wahrscheinlichster Ausgangspunkt für das Probenversagen identifiziert. Dies ist ein Indiz dafür, dass mit der  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion des betrachteten Klebrissproblems die Auswirkung mehrachsiger Beanspruchungszustände hinsichtlich der Tragfähigkeit des Klebstoffs qualitativ richtig abgebildet wird.

Um das Ergebnis zu verifizieren, wird nach Abbildung 7.6 in einem zweiten rotations-symmetrischen FE-Modell der Kopfzugprobe ein kleiner, kreisrunder Riss mit verschiedenen Radien explizit in das FE-Netz integriert und ausgewertet. Der kleine, kreisrunde Riss wird in der Probenmitte senkrecht zur Belastungsrichtung bzw. maximalen Hauptnormalspannung modelliert. Mit der Rotationssymmetrie und dem reversiblen Konstitutivgesetz erfolgt die Auswertung der am Riss wirkenden Energiefreisetzungsrate über das in ABAQUS implementierte  $J$ -Integral [Das17]. Um dabei akkurate sowie konvergierende Ergebnisse zu gewährleisten, wird im Bereich der Riss Spitze bzw. der Rissfront eine ringförmige Vernetzung mit kollabierten Rissspitzenelementen verwendet (vgl. Abbildung 7.6). Die Ergebnisse des  $J$ -Integrals sind für verschiedene Rissradien in Abbildung 7.6 in normierter Form den Ergebnissen der  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion gegenübergestellt. Für kleine Risse ( $a < 0,4$  mm) zeigt die Auswertung des  $J$ -Integrals, dass mit der  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion valide Ergebnisse erzielt werden, obwohl aus globaler Sicht die zu Grunde liegenden Annahmen eines weit ausgedehnten Kontinuums und eines homogenen Spannungsfeldes keinesfalls von der betrachteten Klebschicht erfüllt werden. Damit wird an dieser Stelle gezeigt, dass entsprechend der in Abschnitt 3.2 eingeführten idealisierten Betrachtungsweise lediglich die lokalen Gegebenheiten für das Rissausbreitungspotential kleiner Risse relevant sind und zugleich in der Anwendung, d. h. im Kontext einer elastischen Klebschicht, ihre Berechtigung findet. Bei Rissen, die in Relation zu der Probengeometrie und dem Spannungsfeld nicht mehr als klein angesehen werden können, ist mit einer zunehmenden Abweichung zwischen den Ergebnissen der empirischen Funktion und des  $J$ -Integrals zu rechnen. Dies wird in Abbildung 7.6 durch die Auswertung eines Risses mit dem Radius  $a = 0,4$  mm bestätigt. In diesem Fall kann festgehalten werden, dass die  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion zu einer konservativeren Bewertung des Rissausbreitungspotentials führt.

Aus der in Abbildung 7.6 dargestellten Gegenüberstellung der Ergebnisse lässt sich ein weiterer bedeutender Vorteil nachvollziehen, der sich bei der bruchmechanischen Analyse kleiner Risse mit der hergeleiteten  $\Delta\bar{G}/a$ -Funktion ergibt. Werden zunächst die  $J$ -Integral-Datenreihen betrachtet, dann ist erkennbar, dass beim rotationssymmetrischen Modell der Kopfzugprobe trotz der in ABAQUS gesetzten Vorgabe das maximale Lastniveau beim 20. Lastinkrement der FE-Spannungsanalyse zu erreichen, die Datenreihen jeweils deutlich mehr als 20 ausgewertete Datenpunkte enthalten. Dies zeigt, dass bei der FE-Spannungsanalyse trotz der Einfachheit eines zweidimensionalen Modells Konvergenzprobleme aufgetreten sind, die aus den extremen

Elementdeformationen an der modellierten Rissspitze resultieren. Daraus kann geschlussfolgert werden, dass im allgemeinen Fall von dreidimensional zu modellierenden Klebverbindungen alleine schon die Analyse eines einzigen kleinen, kreisrunden Risses eine numerische Herausforderung darstellt. Denn nicht nur die dreidimensionale Netzintegration eines solchen Risses ist wegen des notwendigen Diskretisierungsgrads entlang der Rissfront mit einem exzessiven Anstieg der Elementzahl und Rechenzeit verbunden, sondern kann insbesondere bei einem elastomeren Konstitutivverhalten wegen extremer Elementdeformationen an der Rissfront scheitern. Wie anhand der Anzahl der Datenpunkte im Diagramm von Abbildung 7.6 ersichtlich wird, besteht die Konvergenzproblematik bei der Anwendung der  $\Delta\bar{G}/a$  – Funktion nicht, da beim dreidimensionalen Kopfzugprobenmodell aufgrund der kontinuierlichen Vernetzungssituation keine extremen Elementverformungen auftreten. Stattdessen wird diese Herausforderung in die numerische Herleitungsphase der  $\Delta\bar{G}/a$  – Funktion vorverlagert und im Simulationsprozess der RVE-Modelle adressiert. Insbesondere die Simulation des 1/8-RVE-Modells ist mit der Verwendung von Verschiebungsrandbedingungen und der konsequenten Ausnutzung von vorhandenen Symmetrien auf bestmögliche Konvergenz ausgelegt. Damit wird trotz eines elastomeren Deformationsverhaltens eine vergleichsweise stabile Risssimulation ermöglicht. Wird daher auf Grundlage der 1/8-RVE-Simulationen eine  $\Delta\bar{G}/a$  – Funktion ermittelt, die zugleich noch ein sinnvolles Extrapolationsverhalten in Bezug auf hohe Beanspruchungsniveaus aufweist, dann kann diese Art der bruchmechanischen Analyse im Zweifelsfall die einzige Möglichkeit darstellen, das Risswachstumspotential eines kleinen Risses in Elastomeren zumindest approximativ zu bewerten. Dies gilt insbesondere dann, wenn eine Rissintegration mit einer qualifizierten Rissfrontvernetzung modellierungstechnisch nicht gelingt. Im Kontext elastischer Klebverbindungen kann dieser Fall wegen der geometrischen Randbedingungen insbesondere im fügeteilnahen Übergangsbereich der Klebschicht auftreten.

Aufgrund der genannten Vorteile ist die Idee, über eine  $\bar{G}/a$  – Funktion das Rissausbreitungspotential kleiner Risse nur durch Auswertung des vorliegenden Spannungszustands zu approximieren, nicht neu. Insbesondere MARS hat mit dem Ziel, eine effiziente Auslegung von Elastomerkomponenten zu ermöglichen, diese Art der bruchmechanischen Analyse in den Fokus seiner umfangreichen Arbeiten gesetzt<sup>14</sup>. Die bruchmechanische Grundlage seines Ansatzes stellt die in [Mar21] angegebene  $\bar{G}/a$  – Funktion

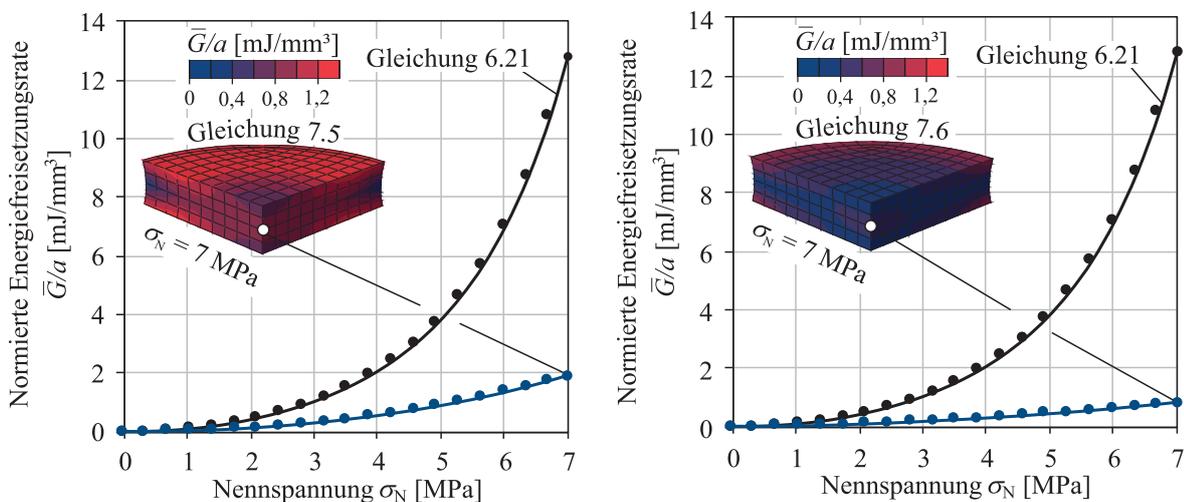
$$\frac{\bar{G}}{a} = 2\pi\psi_{\bar{R}} \quad (7.5)$$

dar, die ausgehend von Gleichung 3.4 eine Substituierung der Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  durch die bereits in Kapitel 6 erwähnte Rissenergiedichte  $\psi_{\bar{R}}$  vorsieht und zugleich mit  $\pi$  eine Vereinfachung des in Gleichung 6.2 angegebenen Proportionalitätsfaktors  $b$  nach LAKE [Lak70] verwendet. Ein formal ähnlicher Zusammenhang wird mit

<sup>14</sup> Anm.: Der bruchmechanische Ansatz von MARS wird unter anderem in Kooperation mit DASSAULT SYSTÈMES kommerziell als Add-On für ABAQUS vertrieben und „[...] als erstes kommerziell erhältliches Software-Tool für die Ermüdungsanalyse von Gummi und Elastomeren“ [Das23] beworben.

$$\frac{\bar{G}}{a} = \frac{2(2,98 - 0,08\varepsilon_1)\psi}{\sqrt{\varepsilon_1}} \quad (7.6)$$

von KABNER [Kaß16] bei seinem bruchmechanischen Ansatz zur lebensdauergerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen zu Grunde gelegt. Dieser basiert ausgehend von Gleichung 3.4 auf dem in Gleichung 6.1 angegebenen Proportionalitätsfaktor  $b$  nach LINDLEY [Lin72]. Allerdings kann exemplarisch am Beispiel der Kopfzugprobe gezeigt werden, warum eine  $\bar{G}/a$ -Funktion, die für das in dieser Arbeit betrachtete Kleinrissproblem hergeleitet wird, im Prinzip eine notwendige Erweiterung dieser beiden Gleichungen darstellt, um das Rissausbreitungspotential bei elastomeren Strukturen angemessen zu bewerten, deren Beanspruchungsfeld durch dreiaxiale Spannungszustände charakterisiert ist. Dazu werden testweise die von MARS [Mar21] und KABNER [Kaß16] angegebenen  $\bar{G}/a$ -Funktionen in die Berechnungssoftware implementiert und anschließend eine statische Analyse durchgeführt. Die Ergebnisse der Auswertungen in Abbildung 7.7 zeigen, dass mit diesen Funktionen im Vergleich zu den zuvor erzielten Ergebnissen ein deutlich verringertes Risswachstumspotential für die gesamte Klebschicht prognostiziert wird. Insbesondere die Auswertung der normierten Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  in der Prüfkörpermitte resultiert nach Abbildung 7.7 im Vergleich zu den zuvor validierten Ergebnissen der in Kapitel 6 ermittelten  $\bar{G}/a$ -Funktion in einer so deutlichen Unterschätzung des Risswachstumspotentials, dass dieser Ort sogar im Gegensatz zu den experimentellen Erfahrungen nicht mehr als Ausgangspunkt für das Probenversagen identifiziert wird.



**Abbildung 7.7:** Gegenüberstellung der berechneten normierten Energiefreisetzungsraten bei Verwendung der  $\bar{G}/a$ -Funktionen nach Gleichung 6.21, Gleichung 7.5 und Gleichung 7.6

Der Grund für diese Unstimmigkeit ist bei beiden Ansätzen, dass die verwendeten Proportionalitätsfaktoren  $b$  nach LAKE [Lak70] und LINDLEY [LIN72] auf der Betrachtung eines zweidimensionalen Rands- bzw. Innenrissproblems mit ebenem Spannungszustand beruhen. Damit mag aus Ähnlichkeitsgründen eine Übertragbarkeit auf das Risswachstum an freien Oberflächen eines Elastomers gegeben sein, aber nicht für das Risswachstum innerhalb eines Elastomers. Darüber hinaus kann mit der alleinigen Verwendung der Rissenergiedichte  $\psi_R$  bzw. Verzerrungsenergiedichte  $\psi$  als kontinuumsmechanischer Beanspruchungsparameter der Einfluss von Deviations- und Dilatationsbeanspruchungen auf das Rissausbreitungspotential im

Gegensatz zur  $\bar{G}/a$ -Funktion nach Gleichung 6.21 nicht differenziert abgebildet werden. Dabei wird von den beiden Gleichungen insbesondere die Rissbeanspruchungssensitivität gegenüber den dilatorischen Beanspruchungskomponenten vernachlässigt, da dilatorische Beanspruchungen nur einen marginalen Beitrag zum Wert der Riss- bzw. der Verzerrungsenergiedichte leisten. Somit ist im Allgemeinen davon auszugehen, dass die Gleichungen 7.5 - 7.6 zu einer qualitativ unstimmgigen als auch einer quantitativ unterschätzenden Bewertung des Rissausbreitungspotentials führen, wenn das Spannungsfeld insbesondere durch dreiachsige Zugspannungszustände charakterisiert ist. Da ein solches Spannungsfeld bei elastischen Klebverbindungen aufgrund der fügeteilbedingten Querkontraktionsbehinderung der nahezu inkompressiblen Klebschicht überwiegend auftritt, würde die bruchmechanische Analyse nach den Gleichungen 7.5 - 7.6 zu einer unzulässigen Überschätzung der Tragfähigkeit unter quasistatischer Belastung oder der Lebensdauer unter schwingender Belastung führen.

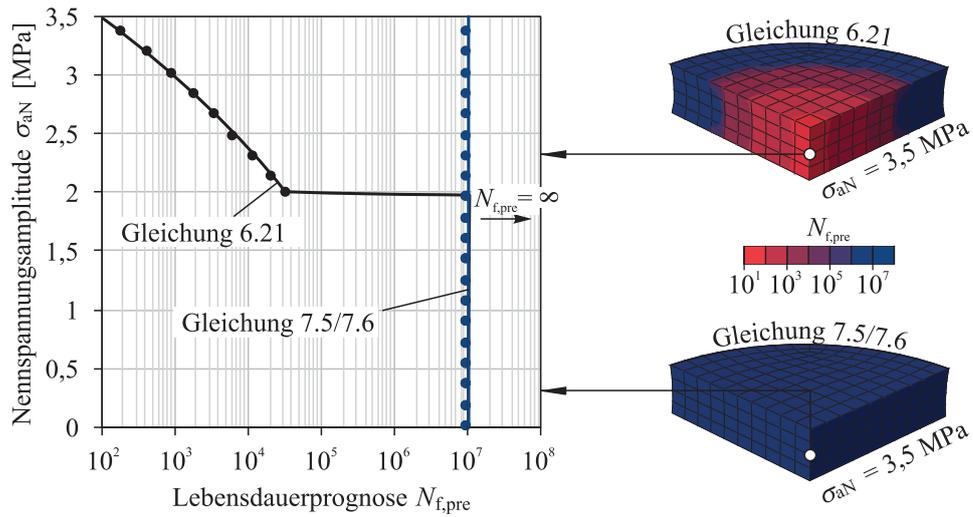
Hinsichtlich der Lebensdauerprognosen wird dieser Unterschied ersichtlich, wenn für die Kopfzugprobe auf Grundlage der drei unterschiedlichen  $\bar{G}/a$ -Funktionen Lebensdaueranalysen durchgeführt werden. Mit der exemplarischen Verwendung der in Tabelle 7.1 aufgelisteten Parameter zeigen die Ergebnisse in Abbildung 7.8, dass ab einem bestimmten Belastungsniveau nur im Fall der nach Kapitel 6 hergeleiteten  $\bar{G}/a$ -Funktion eine endliche Lebensdauer prognostiziert wird.

**Tabelle 7.1:** Exemplarischer Parametersatz zur Durchführung von Lebensdaueranalysen mit der Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrate entsprechend der  $\bar{G}/a$ -Funktionen nach den Gleichungen 6.21, 7.5 und 7.6

Rissfortschrittsgesetz					Rissradien		RIF <sup>a)</sup>	Lastverhältnis
$da/dN_{th}$	$\Delta G_{th}$	$\zeta$	$\zeta_a$	$\kappa$	$a_0$	$a_c$	$\chi$	$R_F$
[mm/LW]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]
$3 \cdot 10^{-6}$	0,2	46,24	-100	0,5	0,1	>5	1	0

<sup>a)</sup>Rissinitiierungsfaktor

Im Gegensatz dazu wird mit den von MARS [MAR21] und KABNER [KAB16] verwendeten  $\bar{G}/a$ -Funktionen das normierte Rissausbreitungspotential fälschlicherweise so gering eingeschätzt, dass bei einer nach Tabelle 7.1 angenommen Anfangsrislänge von  $a_0$  die zyklische Energiefreisetzungsrate den materialspezifischen Threshold  $\Delta G_{th}$  nicht überschreitet und damit entsprechend Gleichung 7.4 zu jedem simulierten Belastungsniveau eine quasi unendliche Lebensdauer für die Klebschicht vorhergesagt wird. Dabei wird unabhängig von den verwendeten Werten aus Tabelle 7.1 allein wegen der Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrate mit den  $\bar{G}/a$ -Funktionen nach den Gleichungen 7.5 - 7.6 ein systematischer Fehler bei der Lebensdauerprognose begangen, den KABNER [KAB16] mit der Einführung von verschiedenen Faktorfunktionen versucht zu korrigieren. Da deren Herleitungen jedoch eine große experimentelle Datenbasis benötigen und darüber hinaus eine Probenabhängigkeit aufweisen, ist deren Anwendbarkeit auf beliebige Ausgestaltungen von elastischen Klebverbindungen in Frage zu stellen.



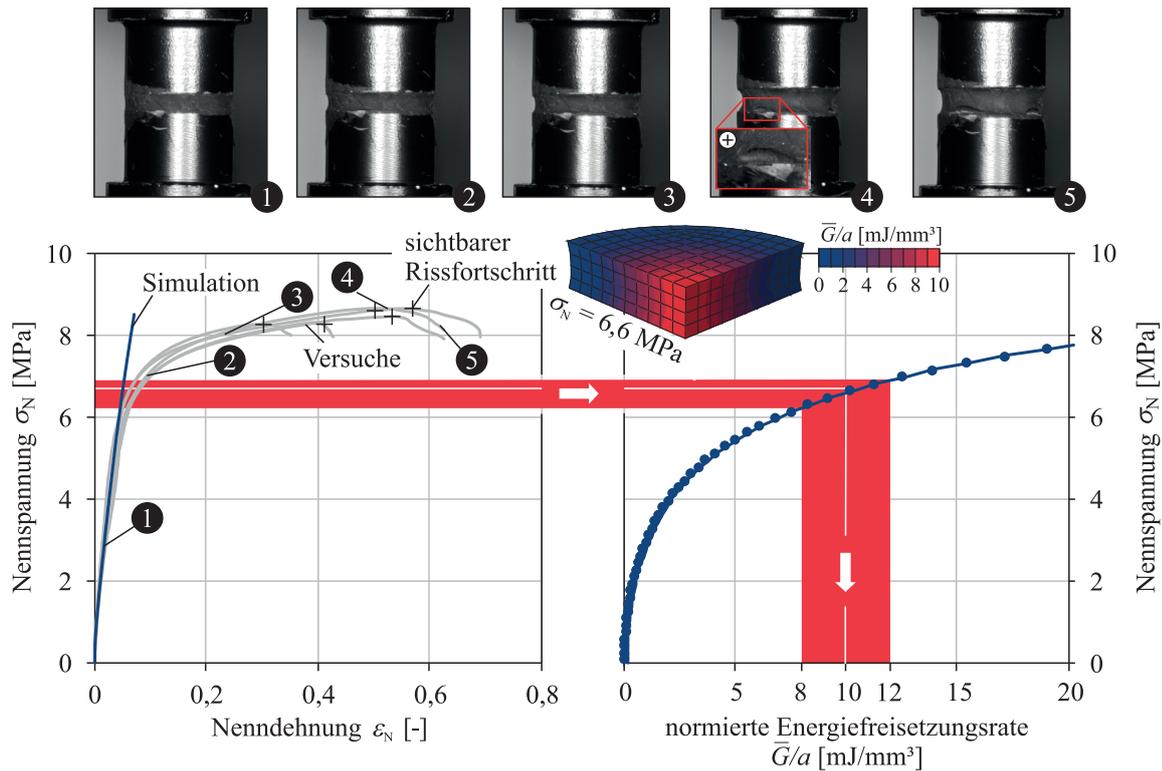
**Abbildung 7.8:** Gegenüberstellung der erzielten Lebensdauerprognosen bei Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrates nach Gleichung 6.21, Gleichung 7.5 bzw. Gleichung 7.6

## 8 ANWENDUNG UND VALIDIERUNG DER BRUCHMECHANISCHEN VERSAGENSCHYPOTHESE

Hinsichtlich einer belastungsgerechten Dimensionierung von elastischen Klebverbindungen bei (quasi-)statischer Belastung wird in diesem Kapitel die mit Gleichung 3.7 beschriebene bruchmechanische Versagenshypothese angewendet und validiert. Dazu wird zunächst auf die Vorgehensweisen zur Identifikation des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts und einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung eingegangen, bevor die Anwendbarkeit der bruchmechanischen Versagenshypothese anhand experimenteller Versuchsergebnisse von verschiedenen Klebschichtprüfkörpern überprüft und diskutiert wird.

### 8.1 Identifikation des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts

Nach Abschnitt 3.4 postuliert die bruchmechanische Versagenshypothese die Existenz eines technischen Anrisses innerhalb der elastischen Klebschicht, wenn aufgrund des Spannungszustands die normierte Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  einen materialspezifischen Risszähigkeitskennwert  $G_c/a_0$  erreicht. Während beanspruchungsseitig die Herleitung einer  $\bar{G}/a$ -Funktion in Kapitel 6 thematisiert wird, ist weiterhin der materialspezifische Risszähigkeitskennwert anhand experimenteller Daten zu identifizieren. Diesbezüglich wird im Folgenden auf ein inverses Identifikationsverfahren eingegangen, welches als experimentelle Grundlage die bereits zur kontinuumsmechanischen Klebstoffcharakterisierung verwendeten quasistatischen Versuchsergebnisse an der Kopfzugprobe (vgl. rechts Diagramm in Abbildung 5.1) nutzt und daher keinen experimentellen Mehraufwand darstellt. Obwohl wegen des Kavitationseffekts die Initiierung technischer Anrisse im Zentrum der elastischen Klebschicht stattfindet und deswegen nicht ohne Weiteres direkt beobachtet werden kann, ist dieser Probentyp in diesem Kontext dennoch vorteilhaft. Der Grund ist, dass die Entstehung eines technischen Anrisses mit einem signifikanten Steifigkeitsverlust der Kopfzugprobe einhergeht. Ursächlich dafür ist die Tatsache, dass in einer nahezu inkompressiblen, elastischen Klebschicht deren Beanspruchungsfeld wie bei der Kopfzugprobe primär dilatatorischer Natur ist und sich demnach steif verhält, ein Riss eine lokale Ausprägung des nachgiebigen Deviationsverhaltens erlaubt und dadurch eine merkliche Verringerung der globalen Steifigkeit verursacht. Folglich kann bei diesem Probentyp anhand der Spannungs-Dehnungskurven relativ eindeutig eine kritische Probenlast identifiziert werden, bei der erstmalig ein technischer Anriss aufgrund kritischer Beanspruchungszustände im Inneren der Klebschicht entstanden sein muss. Dazu wird das Steifigkeitsverhalten der Kopfzugprobe mittels des FE-Modells aus Abschnitt 4.3 und des reversiblen Konstitutivgesetzes aus Abschnitt 5.1.1 quasistatisch simuliert und in Abbildung 8.1 (links) den experimentellen Daten gegenübergestellt.

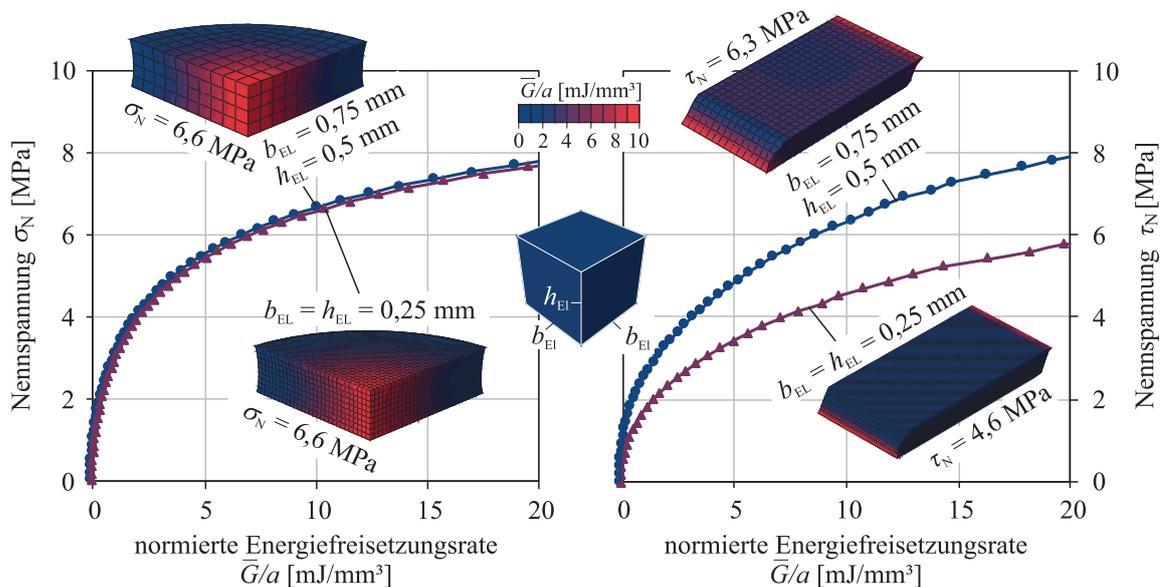


**Abbildung 8.1:** Inverse Identifikation des materialspezifischen Tragfähigkeitskennwerts mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von quasistatischen Zugversuchen mit der Kopfzugprobe

Durch den Vergleich kann anhand des linken Diagramms bei einem kritischen Belastungsbereich von  $\sigma_N = 6,2 - 6,9$  MPa eine zunehmende Abweichung des Steifigkeitsverhaltens zwischen Simulation und Versuch festgestellt werden. Dies wird auf das Wachstum von kleinen, technischen Anrissen im Versuch zurückgeführt. Entsprechend der bruchmechanischen Versagenshypothese resultiert dieses Lastniveau demnach in einem kritischen Beanspruchungszustand, bei dem die normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  nach Gleichung 3.7 den Wert des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts  $G_c/a_0$  erreichen muss. Um diesen Wert invers zu ermitteln, wird auf Grundlage der FE-Simulation eine statische Analyse mit der Berechnungssoftware durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 8.1 (rechts) sowie als farblicher Contour-Plot dargestellt und zeigt, wie bereits in Abschnitt 7.4 ausführlich diskutiert, dass die normierte Energiefreisetzungsrate  $\bar{G}/a$  in der Prüfkörpermitte maximal ist und an diesem Ort exponentiell mit der äußeren Prüfkörperbelastung zunimmt. Anhand des Auswertungsdiagramms wird für den kritischen Belastungsbereich von  $\sigma_N = 6,2 - 6,9$  MPa eine zugehörige normierte Energiefreisetzungsrate von  $\bar{G}/a = 8 - 12$  mJ/mm<sup>3</sup> abgeschätzt, was nach der bruchmechanischen Versagenshypothese zugleich den Wertebereich des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts  $G_c/a_0$  repräsentiert. Dabei wird die Angabe eines Wertebereichs als sinnvoll erachtet, weil die inverse Vorgehensweise über die Probensteifigkeit eine gewisse Restunsicherheit über die Initiierung technischer Anrisse lässt. Dennoch wird die aus dieser Unschärfe resultierende Angabe von Tragfähigkeitsbereichen für die Prognosegüte der bruchmechanischen Versagenshypothese im Validierungsprozess (Abschnitt 8.3) als tolerierbar erachtet.

## 8.2 Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung

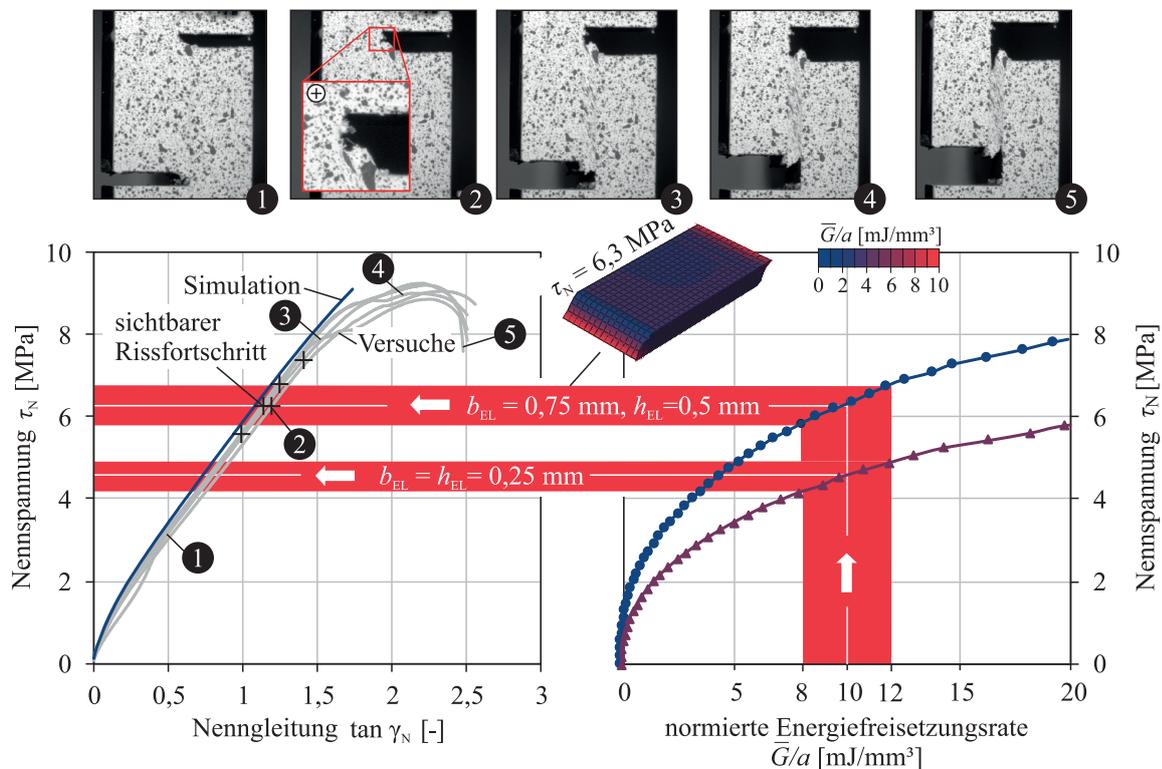
Wird bei der Kopfzugprobe die Simulation der Klebschichtbeanspruchung mit unterschiedlichen Feinheitsgraden in der Diskretisierung mit C3D8R-Elementen durchgeführt, dann zeigen die in Abbildung 8.2 (links) dargestellten Auswertungen mit der Berechnungssoftware, dass die Diskretisierung einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Ergebnis der statischen Analyse hat. Folglich besteht bezüglich der Identifizierung des materialspezifischen Risszähigkeitskennwerts ein weiterer Vorteil der Kopfzugprobe gerade darin, dass der Ort des maximalen Rissausbreitungspotentials innerhalb der Klebschicht liegt und dort im Rahmen der FEM konvergierende Werte für kontinuumsmechanische Feldgrößen und damit für die normierte Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  erzielt werden.



**Abbildung 8.2:** Einfluss der Finite-Elemente-Diskretisierung auf die Auswertung der normierten Energiefreisetzungsrates bei der Kopfzugprobe (links) und der Scherzugprobe (rechts)

Wird im Gegensatz dazu für die in Abbildung 4.6 gezeigte Scherzugprobe die statische Analyse bei unterschiedlichen Diskretisierungsgraden der Klebschicht durchgeführt, dann wird nach Abbildung 8.2 (rechts) sinnvollerweise an den Überlappungsenden das maximale Rissausbreitungspotential und damit der Ausgangspunkt für das Klebschichtversagen prognostiziert. Problematisch ist jedoch, dass in diesem Bereich ein singuläres Spannungsfeld vorliegt, da die rechtwinklig modellierten Klebschichttränder wie Spitzkerben wirken. Dadurch kann mit einer feineren Diskretisierung keine Konvergenz bezüglich kontinuumsmechanischer Feldgrößen als auch der entsprechend Gleichung 6.21 berechneten normierten Energiefreisetzungsrates erreicht werden. Stattdessen zeigt Abbildung 8.2 (rechts) exemplarisch anhand zweier unterschiedlicher Diskretisierungsgrade, dass mit der Verwendung immer kleinerer Elemente ein immer höheres Rissausbreitungspotential mittels der statischen Analyse berechnet wird. Im Hinblick auf die bruchmechanische Versagenshypothese mit dem identifizierten Risszähigkeitsbereich von  $G_c/a_0 = 8 - 12$  mJ/mm<sup>3</sup> besteht damit wie bei anderen kontinuumsmechanischen Versagenshypthesen (vgl. Abschnitt 2.3.2) das Problem, dass das prognostizierte Lastniveau bei dem an den Überlappungsenden erstmalig eine makroskopische Rissinitiation erwartet wird von der dortigen Finite-Elemente-Diskretisierung abhängig ist.

Um dieses Problem zu adressieren, wird die inverse Herangehensweise verfolgt, anhand der Scherzugprobe eine zulässige Elementgröße der C3D8R-Elemente zur Diskretisierung von Klebschicht­rändern zu identifizieren, bei der entsprechend der bruchmechanischen Versagenshypothese der prognostizierte Tragfähigkeitsbereich mit der tatsächlichen Existenz eines technischen Anrisses korrespondiert. Hierfür werden die quasistatischen Versuchsergebnisse mit den in Abschnitt 4.2.2 zusammengefassten Versuchsrandbedingungen verwendet, die in Form von Nennspannungs-Nenn­gleitungs-Verläufen und hochauflösenden Kamerabildern das mechanische (Versagens-)Verhalten der Klebschicht unter Schubbelastung dokumentieren. Anhand der Versuchsbilder wird für die fünf Proben individuell die kritische Klebschichtbelastung erfasst, bei der ein sichtbarer technischer Anriss an den Überlappungsenden entstanden ist. Indem diese kritischen Belastungsniveaus in Abbildung 8.3 (rechts) mit einem Kreuz markiert werden, wird eine experimentelle Referenz für das bruchmechanische Versagenskriterium geschaffen. Mit dem zuvor identifizierten Wertebereich des Riss­zähigkeitskennwerts von  $G_c/a_0 = 8-12 \text{ mJ/mm}^3$  kann folglich durch Variation der Klebschichtvernetzung eine zulässige Größe für die C3D8R-Elemente identifiziert werden, mit der eine zutreffende Prognose hinsichtlich der Entstehung technischer Anrisse an Klebschicht­rändern gelingt. Beispielhaft sind für die beiden Diskretisierungsgrade aus Abbildung 8.2 die prognostizierten Tragfähigkeitsbereiche in Abbildung 8.3 jeweils der experimentellen Referenz gegenübergestellt. Dadurch zeigt sich, dass durch die Verwendung von zu kleinen Elementen das Risswachstumspotential an den Überlappungsenden überschätzt wird und damit zu geringe Lastniveaus hinsichtlich der Existenz technischer Anrisse prognostiziert werden.



**Abbildung 8.3:** Inverse Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung anhand der in [MTA+22] dokumentierten Ergebnisse von quasistatischen Zugversuchen mit der Scherzugprobe und des zuvor identifizierten Wertebereichs des Riss­zähigkeitskennwerts von  $G_c/a_0 = 8-12 \text{ mJ/mm}^3$

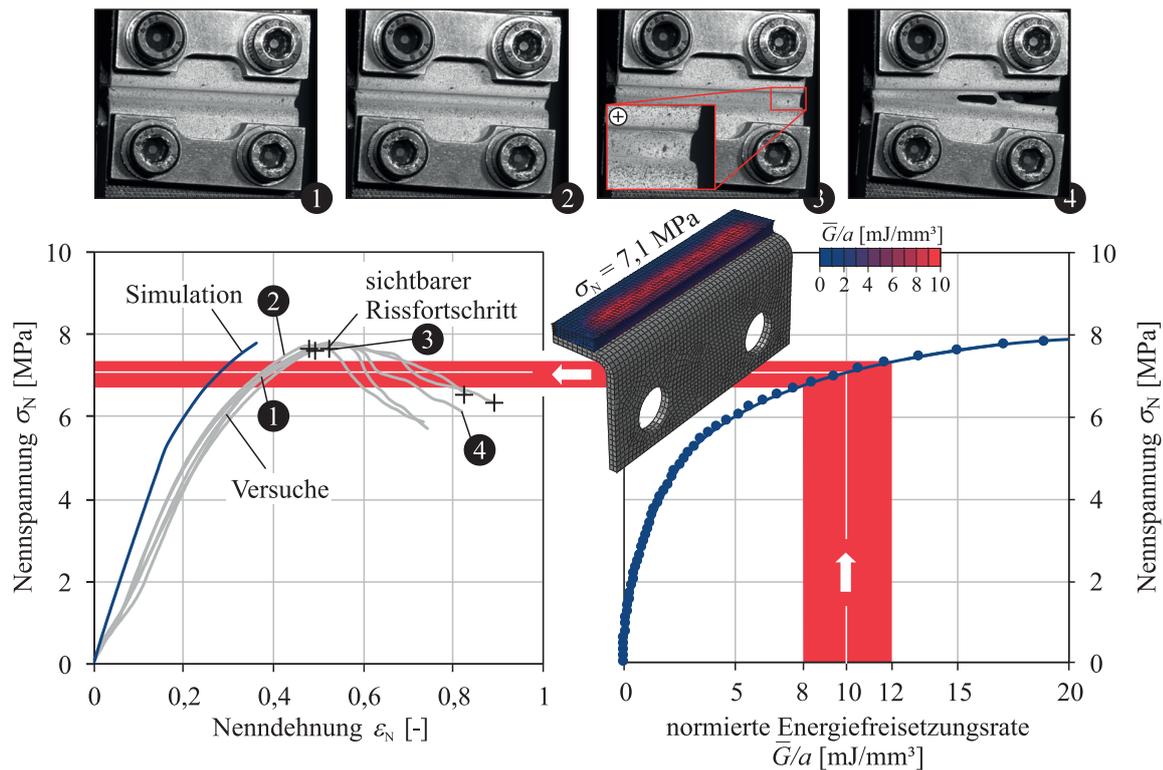
Im Gegensatz dazu wird mit der Elementgröße von  $b_{EL} = 0,75$  mm,  $h_{EL} = 0,5$  mm ein Tragfähigkeitsbereich von  $\sigma_{N,c} = 5,8 - 6,8$  MPa ermittelt, der in Anbetracht der Streuung eine angemessene Übereinstimmung mit den markierten Kreuzen aufweist und deswegen als zulässig klassifiziert wird.

Anzumerken ist, dass mit der zulässigen Elementgröße eine Homogenisierung des singulären Spannungsfeldes über das Elementvolumen stattfindet. Diesbezüglich bedeutet Homogenisierung, dass über die C3D8R-Elementformulierung und das als zulässig identifizierte Elementvolumen die Intensität des singulären Spannungsfeldes in die Ausprägung eines innerhalb des Elementvolumens wirkenden Spannungszustands konvertiert wird. Bei der zulässigen Elementgröße wird das inhomogene Spannungsfeld in der Umgebung der Spannungssingularität über das Elementvolumen in der Art homogenisiert, dass die Ausprägung des Spannungszustands entsprechend der bruchmechanischen Versagenshypothese für die Entstehung eines technischen Anrisses maßgeblich ist. Dabei wird mit der Identifikation einer zulässigen Elementgröße implizit angenommen, dass nicht die singuläre Spannung an sich für die Rissentstehung relevant ist, sondern auch die Tiefenwirkung dieser Spannung ins Klebschichtinnere relevant. Diese Tiefenwirkungsannahme liegt z. B. ebenfalls dem Konzept der finiten Bruchmechanik zu Grunde, nach der die Entstehung eines technischen Anrisses nur dann möglich ist, wenn die Spannungssingularität eine derartige Tiefenwirkung entfaltet, dass über eine gewisse Distanz zur Spannungssingularität die Tragfähigkeit des Materials überschritten wird [WLB16, Ros20, Kul93].

### 8.3 Validierung

Mit dem invers bestimmten Bereich des kritischen Risszähigkeitskennwerts von  $G_c/a_0 = 8 - 12$  mJ/mm<sup>3</sup> sowie der Finite-Elemente-Diskretisierung der elastischen Klebschichten mit der zulässigen C3D8R-Elementabmessung von  $b_{EL} = 0,75$  mm,  $h_{EL} = 0,5$  mm wird die bruchmechanische Versagenshypothese mit den drei quasistatischen Versuchsreihen der technologischen LWF-KS2-Probe validiert. Während die zugehörigen experimentellen Versuchsrandbedingungen und die Definition der Nennspannung, -dehnung und -gleitung Tabelle 4.9 zu entnehmen sind, wird im Folgenden für die drei verschiedenen Lasteinleitungswinkel auf die in [MTA+22] dokumentierten Versuchsergebnisse als auch auf die mittels der statischen Analyse erhaltene Tragfähigkeitsprognose eingegangen.

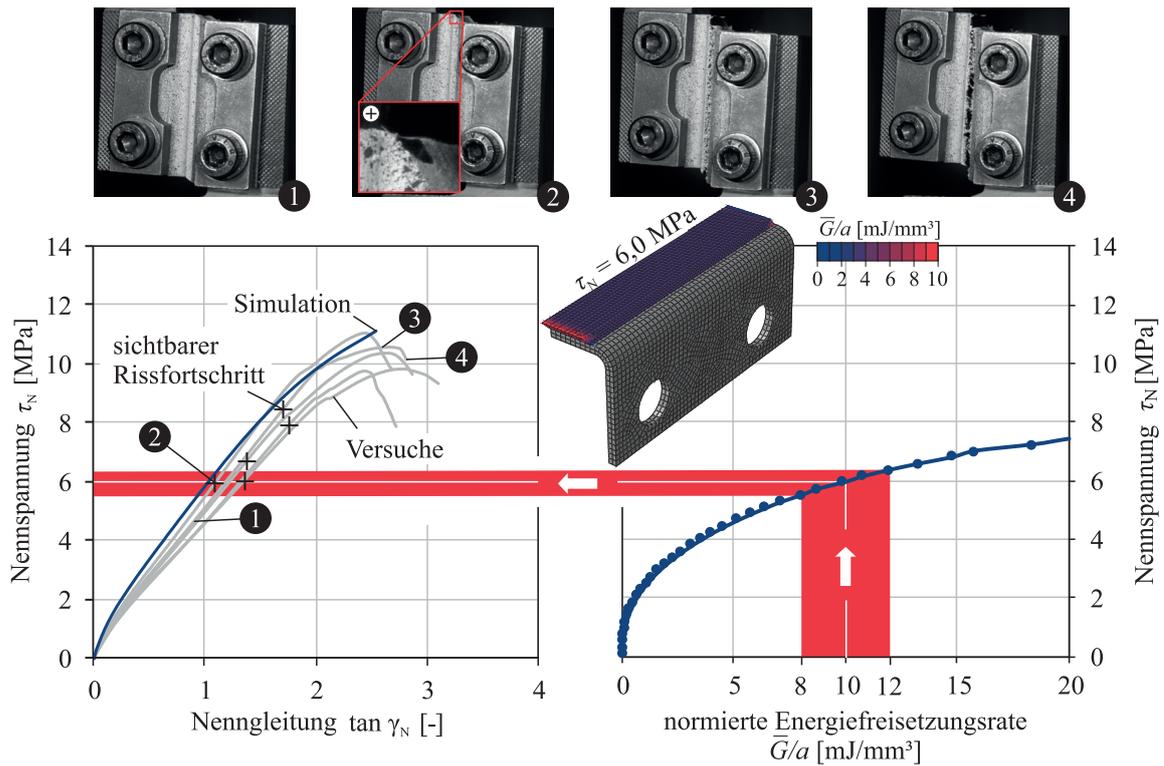
**LWF-KS2-Probe (90°) ⑥.** Bei der LWF-KS2-Probe wird unter einem Belastungswinkel von 90° die elastische Klebschicht wie bei der Kopfzugprobe primär dilatorisch beansprucht, weshalb bei den quasistatischen Zugversuchen eine hohe Probensteifigkeit gemessen wird, siehe Abbildung 8.4 (links). Die hohe Probensteifigkeit spiegelt sich auch in der Simulation wider. Jedoch ist ein Unterschied zwischen der simulativen und der experimentellen Probensteifigkeit erkennbar. Dies ist primär auf Setzvorgänge im Experiment zurückzuführen, die im Nennspannungs-Nenndehnungs-Diagramm anhand der anfänglichen Steigungsänderung (Knick) in den experimentellen Kurvenverläufen erkennbar sind.



**Abbildung 8.4:** Validierung der bruchmechanischen Versagenshypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von quasistatischen Zugversuchen mit der LWF-KS2-Probe (90°)

Wegen der Verwendung dünnwandiger U-Profilbleche wird im Unterschied zur Kopfzugprobe die Klebschichtbeanspruchung durch die Fügeiteildeformationen signifikant beeinflusst. Dies zeichnet sich bei diesem Lasteinleitungswinkel dadurch aus, dass im Bereich der U-Profil-Symmetrieebene eine Druckbeanspruchung und in Richtung der U-Profilstege zunehmend eine Zugbeanspruchung auf die Klebschicht ausgeübt wird. Aus diesem Grund kann anhand des farblichen Contour-Plots nachvollzogen werden, dass nach der  $\bar{G}/a$ -Funktion im Bereich der Symmetrieebene wegen des Riss-schließeffekts kein Risswachstumspotential vorliegt. Dem gegenüber wird in Richtung des Klebschichtandes wegen der zunehmend dilatorisch geprägten Zugbeanspruchungszustände ein örtliches Maximum der normierten Energiefreisetzungsrates  $\bar{G}/a$  innerhalb der Klebschicht ermittelt. Folglich ist dort die erstmalige Initiierung eines technischen Anrisses zu erwarten. Dies wird indirekt durch die Auswertung von Versuchsbildern bestätigt, indem zu den markierten (+) Lastniveaus Dellen an den Klebschichtändern auf die Existenz von bereits ausgedehnten Rissen innerhalb der Klebschicht hinweisen oder Oberflächenrisse erst kurz vor dem globalen Klebschichtversagen sichtbar werden. Dementsprechend ist davon auszugehen, dass innerhalb der Klebschicht bereits deutlich vor dem Erreichen der maximalen Klebschichtfestigkeit die Initiierung eines technischen Anrisses erfolgt. In diesem Kontext erscheint der mittels der bruchmechanischen Versagenshypothese prognostizierte Tragfähigkeitsbereich von  $\sigma_{N,c} = 6,8 - 7,3$  MPa plausibel.

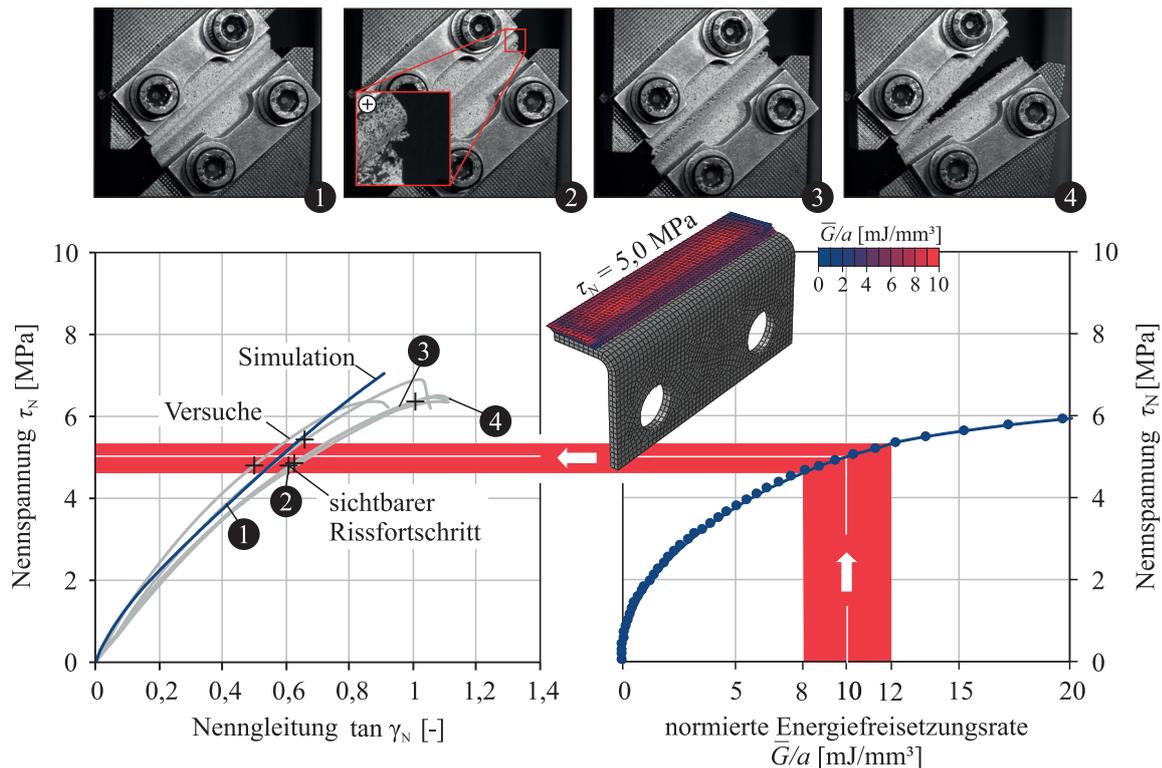
**LWF-KS2-Probe (0°) ⑥.** Bei einem Lasteinleitungswinkel von 0° wird die elastische Klebschicht ähnlich zur Scherzugprobe auf Schub beansprucht. Erwartungsgemäß sind nach Abbildung 8.5 die Ausgangspunkte erstmaliger Rissinitiierung übereinstimmend für Versuch und Prognose die Überlappungsenden.



**Abbildung 8.5:** Validierung der bruchmechanischen Versagenshypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von quasistatischen Zugversuchen mit der LWF-KS2-Probe ( $0^\circ$ )

Das prognostizierte Belastungsniveau von  $\tau_{N,c} = 5,6 - 6,4$  MPa, bei dem erstmalig mit der Existenz eines technischen Anrisses zu rechnen ist, korrespondiert mit den kritischsten, experimentellen Befunden und bestätigt, dass die makroskopische Rissinitiierung weit vor der maximalen Klebschichtfestigkeit auftreten kann. Darüber hinaus zeigt die Gegenüberstellung zwischen simulativer und experimenteller Probensteifigkeit, dass wegen des nachgiebigen Verhaltens einer elastischen Klebschicht unter Schub die Initiierung eines technischen Anrisses einen kaum zu bemerkenden Einfluss auf die Probensteifigkeit hat. Erst bei der Existenz großer Risse nimmt im Experiment die Probensteifigkeit merklich ab.

**LWF-KS2-Probe ( $45^\circ$ ) ⑥.** Der Lasteinleitungswinkel von  $45^\circ$  vereint die Belastungscharakteristiken des  $0^\circ$  und des  $90^\circ$  Lasteinleitungswinkels. Nach der in Abbildung 8.6 dargestellten bruchmechanischen Beanspruchungsanalyse und dem daraus resultierenden Contour-Plot wird bei einer Prüfkörperbelastung von  $\tau_{N,c} = 4,6 - 5,3$  MPa ein kritisches Niveau der normierten Energiefreisetzungsrate im Inneren der Klebschicht und an den Überlappungsenden ermittelt. Für die Überlappungsenden kann das kritische Lastniveau zufriedenstellend mittels der Kameraaufnahmen bestätigt werden. Ein visueller Nachweis für die Initiierung von technischen Anrissen im Inneren der Klebschicht ist nicht direkt möglich. Jedoch kann anhand der repräsentativen Versuchsbilder 3 und 4 sowie ihrer Zuordnung im Nennspannungs-Nenngleitungs-Diagramm festgehalten werden, dass das Verbindungsversagen abrupt stattfindet. Das lässt darauf schließen, dass im Inneren der Klebschicht ein ausgeprägtes Risswachstum mit vorheriger Rissinitiierung stattgefunden haben muss. Dabei ist die zunehmende Abweichung zwischen experimenteller und simulierter Probensteifigkeit im Bereich der prognostizierten Tragfähigkeit ein Indikator, dass mit dem bruchmechanischen Versagenskriterium ein zutreffendes Lastniveau für die Rissinitiierung bestimmt wird.



**Abbildung 8.6:** Validierung der bruchmechanischen Versagenshypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von quasistatischen Zugversuchen mit der LWF-KS2-Probe (45°)

**Zusammenfassung.** Zusammenfassend zeigt die Validierung, dass mit Anwendung der bruchmechanischen Versagenshypothese sowohl für den Entstehungsort von technischen Anrissen als auch für das dafür notwendige Lastniveau plausible Ergebnisse erzielt werden. Beides sind Indikatoren dafür, dass über eine nach Kapitel 6 ermittelte  $\bar{G}/a$ -Funktion die Wirkung mehrachsiger Spannungszustände hinsichtlich der quasistatischen Tragfähigkeit mittels der resultierenden normierten Energiefreisetzungsrate sinnvoll bemessen werden kann. Darauf aufbauend wird in Kombination mit einem nach Abschnitt 8.1 ermittelten Risszähigkeitskennwert sowie einer nach Abschnitt 8.2 als zulässig identifizierten Finite-Elemente-Diskretisierung an repräsentativen Klebschichtbeanspruchungen nachgewiesen, dass mit Anwendung der bruchmechanischen Versagenshypothese eine adäquate Prognose über die Tragfähigkeit bei quasistatischer Belastung erbracht werden kann.

## 9 ANWENDUNG UND VALIDIERUNG DER BRUCHMECHANISCHEN LEBENSDAUERHYPOTHESE

In diesem Kapitel wird der in Abschnitt 3.5 beschriebene Ansatz der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese zur Nachweisführung schwingend belasteter, elastischer Klebverbindungen auf seine Prognosefähigkeit überprüft. Diesbezüglich wird zunächst eine Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss verschiedener Eingangsparameter auf die Lebensdauerprognose zu untersuchen. Mit diesem Verständnis wird dann ein inverses Verfahren vorgestellt, mit dem fehlende Eingangsparameter anhand experimenteller Daten bestimmt werden können. Der damit vervollständigte Satz an Eingangsparametern wird anschließend anhand experimenteller Wöhlerlinien validiert, um die bruchmechanischen Lebensdauerprognosen hinsichtlich ihrer Genauigkeit zu bewerten. Da diese Vorgehensweise zunächst mit dem reversiblen Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L durchgeführt wird und sich unter Ermüdungsbelastung jedoch die irreversiblen Materialeffekte wie der MULLINS-Effekt beim Polyurethan-Klebstoff ausprägen, wird in diesem Kapitel unter anderem ebenfalls beleuchtet, inwiefern sich die Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes aus Abschnitt 5.1.2 auf die Genauigkeit der bruchmechanischen Lebensdauerprognosen auswirkt.

### 9.1 Parameterstudie

Nach Kapitel 7 wird für die Lebensdaueranalyse der Berechnungssoftware ein Eingangsparametersatz benötigt. Dieser umfasst

- die Regressionskoeffizienten  $p_1$ - $p_4$  zur Berechnung der normierten Energiefreisetzungsrate nach Gleichung 6.21,
- die anhand der Rissfortschrittskurven ermittelten Kennwerte  $da/dN_{th}$ ,  $\Delta G_{th}$ ,  $\zeta$ ,  $\zeta_a$  und  $\kappa$  des exponentiellen Rissfortschrittsgesetzes nach Gleichung 2.54,
- die Grenzen bei der Integration des Rissfortschrittsgesetzes nach Gleichung 7.2 in Form des technischen Anfangsrissradius  $a_0$  sowie des Endrissradius  $a_c$ ,
- den Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  zur Berücksichtigung der Rissinitiierungslebensdauer nach Gleichung 7.3 und
- das Lastverhältnis  $R_L$ , welches bei den quasistatischen FE-Simulationen die pseudo-schwingende Klebschichtbelastung charakterisiert und den Belastungsrandbedingungen einer elastischen Klebverbindung im Betrieb bzw. im Schwingfestigkeitsversuch entnommen wird.

Im Folgenden wird durch eine partielle Parametervariation am Beispiel des FE-Modells der Kopfzugprobe untersucht, welchen qualitativen Einfluss die einzelnen Parameter auf die Lebensdauerprognose haben. Der verwendete Referenzparametersatz ist in Tabelle 9.1 angegeben und beinhaltet entsprechend des hier verwendeten reversiblen Konstitutivgesetzes die ermittelten Regressionskoeffizienten für die  $\bar{G}/a$ -Funktion nach Abbildung 6.9. Die

verwendeten Referenzkennwerte des Exponentialansatzes basieren entsprechend der Tabelle 5.2 auf der experimentellen Rissfortschrittcurve bei einer Lastfrequenz von  $f = 8$  Hz und einem Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$ . Die anderen Referenzparameter sind beliebig gewählt. Bei der Finite-Elemente-Diskretisierung wird als Referenz die C3D8R-Elementgröße mit den Kantenlängen  $b_{EL} = 0,75$  mm und  $h_{EL} = 0,5$  mm verwendet, wie in Abschnitt 8.2 ermittelt.

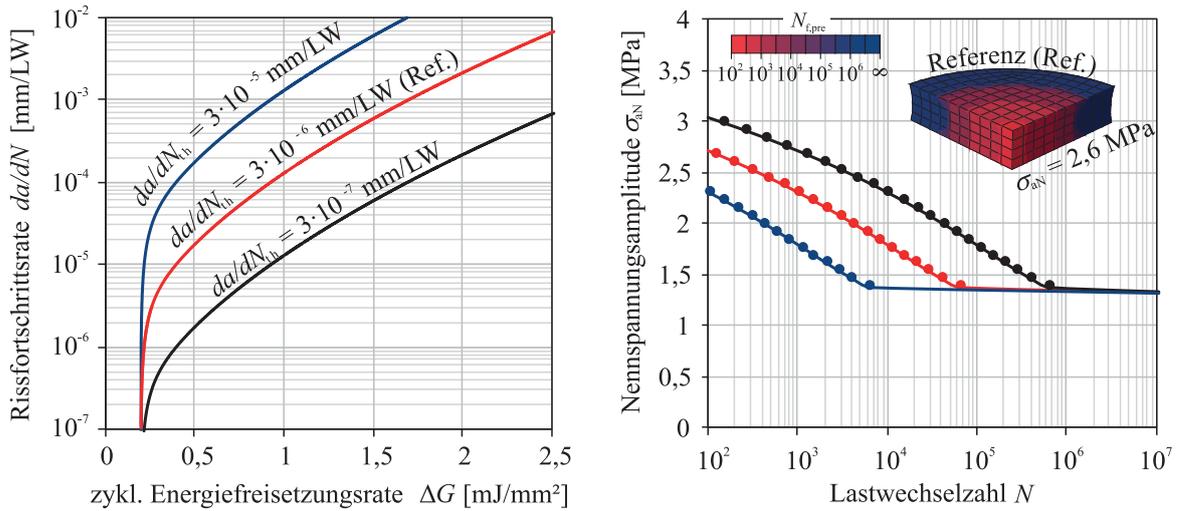
Tabelle 9.1: Referenzparametersatz der Parameterstudie

$\bar{G}/a$ - Funktion Gleichung 6.21				Rissfortschrittsgesetz Gleichung 2.54					Rissradien		RIF	Lastverhältnis
$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$da/dN_{th}$	$\Delta G_{th}$	$\zeta$	$\zeta_a$	$\kappa$	$a_0$	$a_c$	$\chi$	$R_F$
[-]	[-]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm/LW]	[mJ/mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]
1,56	29,39	0,18	13,11	$3 \cdot 10^{-6}$	0,2	46,24	-100	0,5	0,2	5	1	0,1

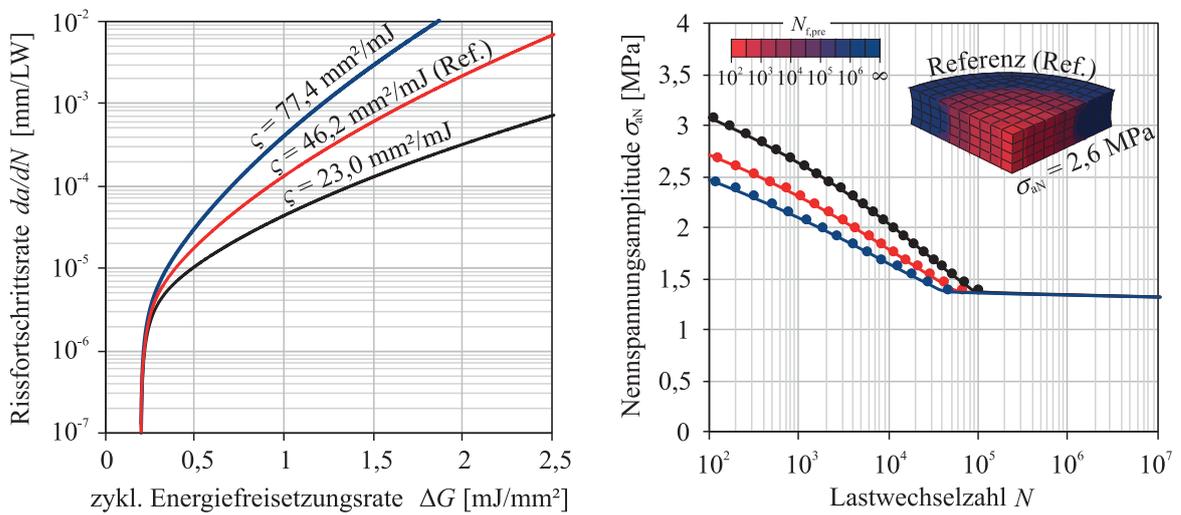
**Exponentialansatzparameter  $da/dN_{th}$ .** Der Parameter  $da/dN_{th}$  bemisst beim Rissfortschrittsgesetz das allgemeine Niveau der Rissfortschrittsrate bei mittleren und hohen Werten der zyklischen Energiefreisetzungsrates  $\Delta G$ , ohne einen Einfluss auf die Steigung der Rissfortschrittcurve zu nehmen. Wird daher, wie in Abbildung 9.1 dargestellt, durch Parametervariation die Rissfortschrittsrate  $da/dN_{th}$  bei gleicher zyklischer Energiefreisetzungsrates  $\Delta G$  um eine Dekade abgesenkt/angehoben, dann verschiebt sich im Zeitfestigkeitsbereich die simulative Lebensdauerprognose proportional um eine Dekade in Richtung höherer/niedriger Lastwechselzahlen. Das prognostizierte Dauerfestigkeitsniveau wird unter Beachtung der in Gleichung 7.4 formulierten Bedingung für Ermüdungsrisswachstum nicht durch die Parametervariation tangiert, da bei den Rissfortschrittcurven der Threshold  $\Delta G_{th}$  gleichbleibt.

**Exponentialansatzparameter  $\zeta$ .** Indem der Parameter  $\zeta$  nach Abbildung 9.2 die Steigung der Rissfortschrittcurven mit der Entfernung vom Thresholdbereich charakterisiert, führt dessen Variation primär zu einer Steigungsänderung des Wöhlerlinienverlaufs im Zeitfestigkeitsbereich. Da eine steiler verlaufende Rissfortschrittcurve eine zügigere Ermüdungsrissausbreitung bei gleicher Rissbeanspruchung signalisiert, nehmen bei den Wöhlerlinien die ertragbaren Lastwechselzahlen bei gleichem Ermüdungsbelastungsniveau ab. Zugleich stellt sich entsprechend der verminderten Steigung im Zeitfestigkeitsbereich eine höhere Belastungssensitivität bezüglich der ertragbaren Lastwechselzahlen ein. Dabei hat, wie zuvor, der variierte Rissfortschrittcurvenverlauf abseits des Thresholds  $\Delta G_{th}$  keinen Einfluss auf das prognostizierte Dauerfestigkeitsniveau.

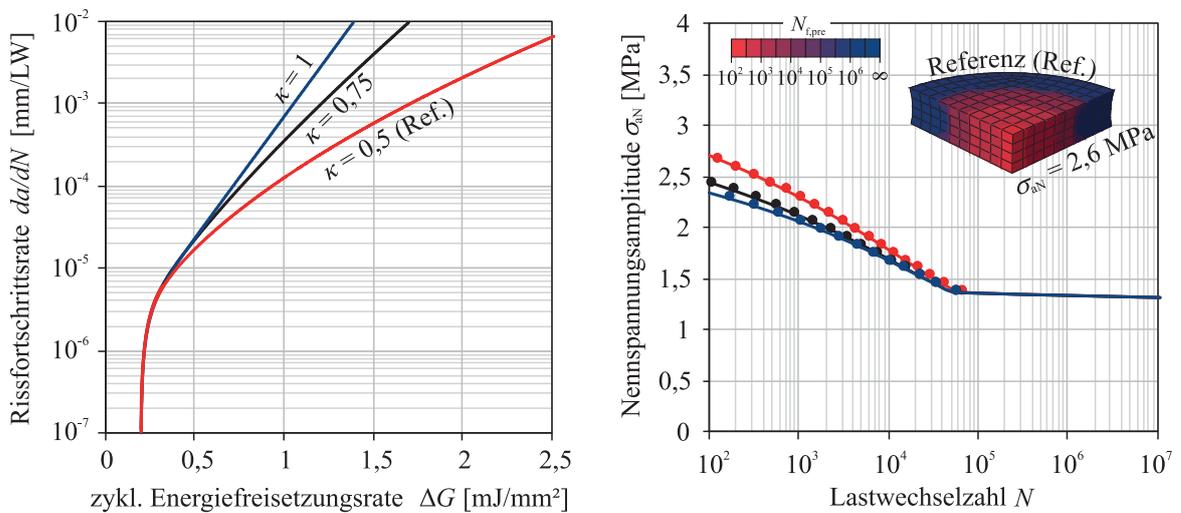
**Exponentialansatzparameter  $\kappa$ .** Beim exponentiellen Rissfortschrittsgesetz werden mit dem Parameter  $\kappa$  sowohl die Steigung als auch die Krümmung der Rissfortschrittcurve im Paris- und Risszähigkeitsbereich beschrieben. Während in einer einfach-logarithmischen Darstellung  $\kappa = 1$  in einem linearen Anstieg der Rissfortschrittcurve resultiert, führt  $\kappa < 1$  zu einer degressiven und  $\kappa > 1$  zu einer progressiven Zunahme der Rissfortschrittsrate. Dabei ist anhand von Abbildung 9.3 zu erkennen, dass der Einfluss dieses Parameters auf den Wöhlerlinienverlauf qualitativ ähnlich ist zu dem des vorherigen Parameter  $\zeta$ .



**Abbildung 9.1:** Partiieller Einfluss des Exponentialansatzparameters  $da/dN_{th}$  auf den mathematischen Rissfortschritt kurvenverlauf und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe



**Abbildung 9.2:** Partiieller Einfluss des Exponentialansatzparameters  $\zeta$  auf den mathematischen Rissfortschritt kurvenverlauf und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe

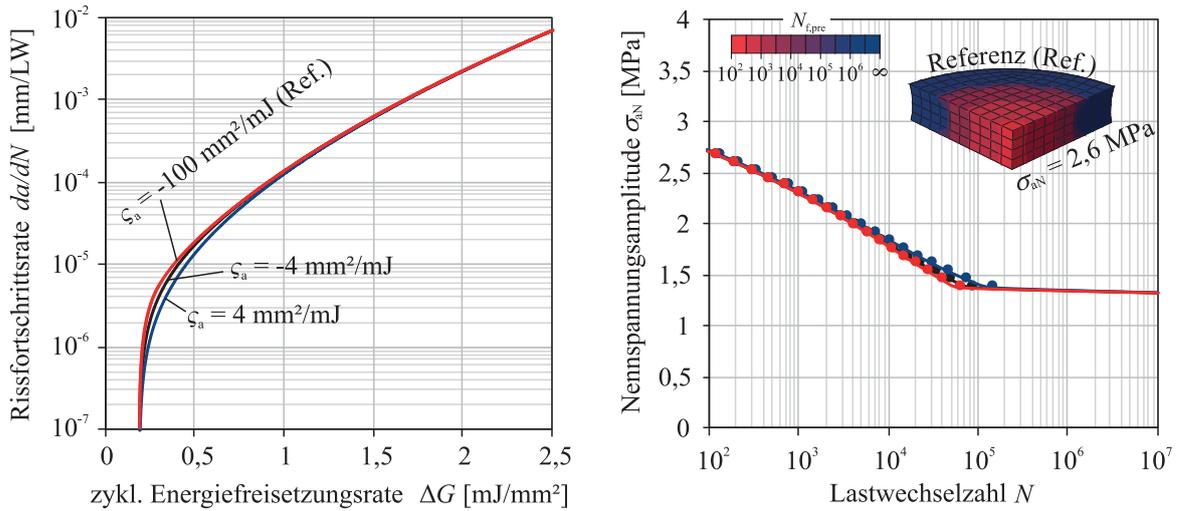


**Abbildung 9.3:** Partiieller Einfluss des Exponentialansatzparameters  $\kappa$  auf den mathematischen Rissfortschritt kurvenverlauf und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe

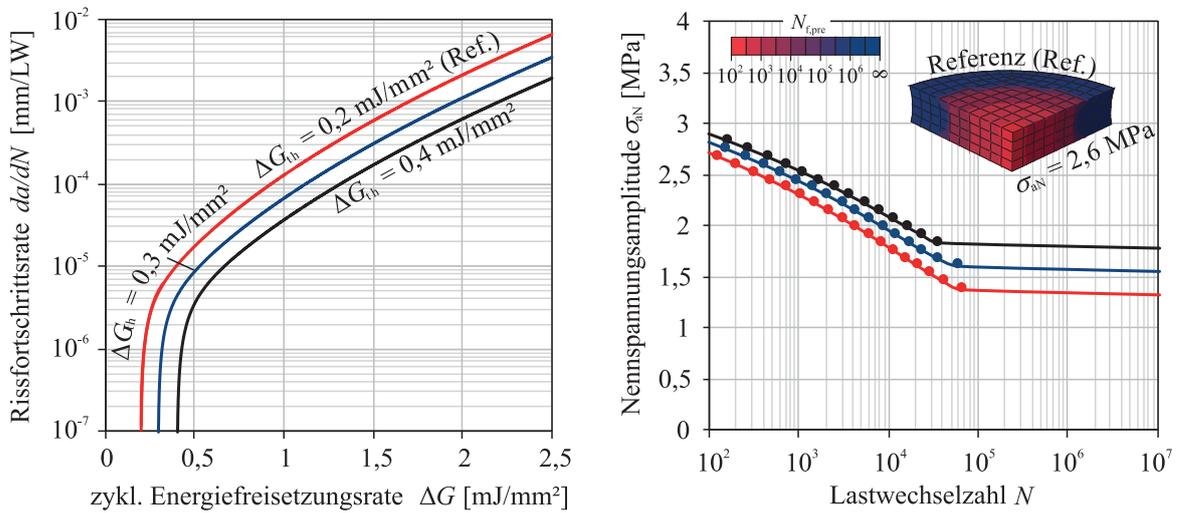
**Exponentialansatzparameter  $\zeta_a$ .** Mit dem Parameter  $\zeta_a$  wird entsprechend der Abbildung 9.4 der Übergangsbereich der Rissfortschrittsskurve beim Threshold beeinflusst. Je fließender dieser ist, desto gleichmäßiger ist auch bei der Lebensdauer vorhersage der Übergang vom Zeitfestigkeits- in den Dauerfestigkeitsbereich. Dabei ist sowohl bei der Rissfortschrittsskurve als auch bei der Wöhlerlinie der Parametereinfluss lokal begrenzt.

**Exponentialansatzparameter  $\Delta G_{th}$ .** Die Variation des Threshold  $\Delta G_{th}$  führt beim Exponentialansatz zu einer horizontalen Verschiebung der gesamten Rissfortschrittsskurve, wobei die Gestalt unverändert bleibt (vgl. Abbildung 9.5). Während im Zeitfestigkeitsbereich eine proportionale Änderung der prognostizierten Lastwechsel ohne Änderung des Gradienten erkennbar ist, korrespondiert ein niedrigerer Threshold  $\Delta G_{th}$  mit einer niedrigeren prognostizierten Dauerfestigkeit. Für den Dauerfestigkeitsbereich ist der Zusammenhang eine logische Konsequenz aus Gleichung 7.4, indem bei einem niedrigeren Threshold  $\Delta G_{th}$  die benötigte Belastung zum Erreichen einer zyklischen Energiefreisetzungsrate  $\Delta G$ , bei der aus bruchmechanischer Sicht ein Ermüdungsrisswachstum überhaupt erst möglich ist, geringer ist.

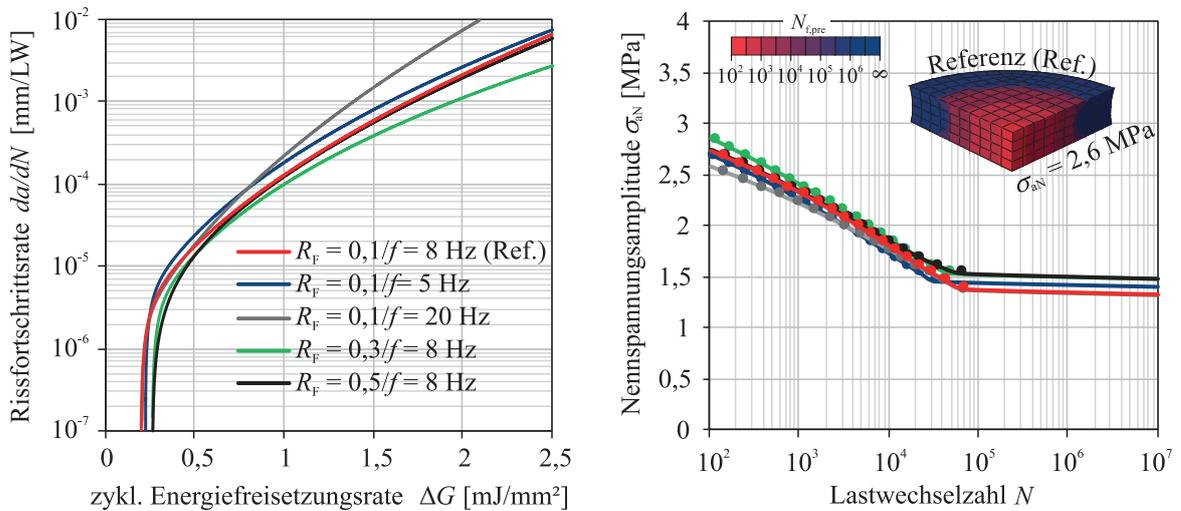
**Experimentelle Rissfortschrittsskurven.** Nachdem durch die partielle Variation der Exponentialansatzparameter der qualitative Einfluss des Rissfortschrittsskurvenverlaufs auf die Lebensdauerprognose beschrieben ist, sind in Abbildung 9.6 Lebensdauerprognosen für die parametrisierten Exponentialansätze aus Tabelle 5.2 abgebildet, die auf den experimentellen Risswachstumsversuchen des BETAFORCE™ 2850L bei unterschiedlichen Lastverhältnissen und Lastfrequenzen basieren. Anhand der Auswertung wird ersichtlich, dass aufgrund der vergleichsweise geringen Varianz zwischen den einzelnen Rissfortschrittsskurvenverläufen auch die Lebensdauerprognosen ähnlich zueinander sind. Materialeitig ist daher bei diesem Klebstoff der Einfluss der Lastfrequenz als auch des Lastverhältnisses auf die erreichbare Klebschichtlebensdauer im untersuchten Lastfrequenz- und Lastverhältnis-Bereich als gering einzuschätzen. Diese Einschätzung gilt zumindest solange, wie die Schwingbelastung in keiner übermäßigen Klebstoffenerwärmung mit etwaigen thermomechanischen Ermüdungseffekten resultieren. Da ÇAVDAR ET. AL. [MÇM+20] jedoch mittels Thermografie nachweisen, dass bei den betrachteten Klebschichtprüfkörpern aufgrund einer moderaten Lastfrequenz von max.  $f = 8$  Hz keine übermäßige Erwärmung während der Schwingfestigkeitsversuche auftritt, ist die Frage, welches der in Tabelle 5.2 parametrisierten Rissfortschrittsgesetze für die zugehörigen Lebensdauerprognosen verwendet werden soll, kaum relevant. Nur aus dem Grund, dass bei den meisten Klebschichtprüfkörpern die Schwingfestigkeitsversuche mit einer Lastfrequenz von  $f = 8$  Hz und einem Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  durchgeführt worden sind, basieren im weiteren Verlauf des Kapitels die erzielten Lebensdauerprognosen auf dem für die gleichen Belastungsrandbedingungen parametrisierten Exponentialansatz.



**Abbildung 9.4:** Partiieller Einfluss des Exponentialansatzparameters  $\zeta_a$  auf den mathematischen Rissfortschrittskurvenverlauf und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe



**Abbildung 9.5:** Partiieller Einfluss des Exponentialansatzparameters  $\Delta G_{th}$  auf den mathematischen Rissfortschrittskurvenverlauf und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe



**Abbildung 9.6:** Einfluss der parametrisierten Exponentialansätze aus Tabelle 5.2 und die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe

**Anfangsrisradius  $a_0$ .** Im Kontext der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese markiert der Anfangsrisradius  $a_0$  die Größe eines idealisierten technischen Anrisses, der bei ermüdender Klebschichtbelastung den Übergang von der Rissinitiierungsphase in die Risswachstumsphase markiert. Nach Abbildung 9.7 (links) hat eine Variation dieses Eingangsparameters einen signifikanten Einfluss auf die Lebensdauerprognose. Mit der Annahme eines kleineren Anfangsrisradius  $a_0$  nimmt die prognostizierte Dauerfestigkeit zu, da eine höhere Belastung notwendig ist, bei der die berechnete zyklische Energiefreisetzungsrates  $\Delta G$  des technischen Anrisses den Threshold  $\Delta G_{th}$  überschreitet und damit überhaupt ausbreitungsfähig ist. Zugleich werden im Zeitfestigkeitsbereich höhere erreichbare Lastwechselzahlen prognostiziert, da ein kleinerer Riss entsprechend der  $\bar{G}/a$ -Funktion ein geringeres Risswachstumspotential aufweist und sich deswegen langsamer ausbreitet.

**Endrisradius  $a_c$ .** Soll mit Gleichung 7.2 die Lastwechselzahl bis zum vollständigen Verbindungsversagen der Klebschicht prognostiziert werden, so ist als obere Integrationsgrenze ein Mindestwert für den Endrisradius  $a_c$  anzugeben, womit das instabile Risswachstum und damit das endgültige Ermüdungsversagen bei der Integration inkludiert wird. Ist dies erfüllt, zeigt die Parametervariation in Abbildung 9.7 (rechts), dass eine weitere Erhöhung dieses Parameters keinen Einfluss auf die bruchmechanische Lebensdauerprognose hat. Das Ergebnis bestätigt die analytischen Vorüberlegungen aus Abschnitt 3.5, wonach ab einer kritischen Rissgröße die Rissbeanspruchung und damit die Rissfortschrittsrate so groß werden, dass jeder weitere Lastwechsel in einem sofortigen Verbindungsversagen resultiert und sich deshalb für jedes Belastungsniveau ein Grenzwert in Form einer endlichen Bruchlastwechselzahl einstellt.

**Rissinitiierungsfaktor  $\chi$ .** Nach Abschnitt 3.5 sollen bei den bruchmechanischen Lebensdauerprognosen die notwendigen Lastwechsel bis zur Entstehung eines technischen Anrisses über den Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  berücksichtigt werden. Mit der in Gleichung 3.16 beschriebenen Proportionalität zwischen Rissinitiierungs- und Risswachstumslebensdauer führt eine Variation des Rissinitiierungsfaktors  $\chi$  bei einer logarithmischen Darstellung der Lastwechselzahl-Abzisse zu einer horizontalen Verschiebung der prognostizierten Lebensdauern im Zeitfestigkeitsbereich, siehe Abbildung 9.8 (links). Sowohl die Steigung der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich als auch das prognostizierte Dauerfestigkeitsniveau bleiben davon unverändert.

**Lastverhältnis  $R_F$ .** Wird bei den Lebensdaueranalysen das Lastverhältnis der pseudo-schwingenden Belastung variiert, dann ist anhand der in Abbildung 9.8 (rechts) dargestellten Wöhlerlinien festzustellen, dass bei gleicher Belastungsamplitude eine Erhöhung des Lastverhältnisses  $R_F$  zu einer Verringerung der prognostizierten Bruchlastwechselzahlen führt. Im Kontext des bruchmechanischen Ansatzes ist diese Abhängigkeit wie folgt zu erklären: Während eines Lastwechsels geht ein höheres Lastverhältnis bei gleicher Belastungsamplitude mit einem höheren Belastungsmaximum einher. Nach Abbildung 7.6 ist im Fall der Kopfzugprobe der Zusammenhang zwischen (normierter) Energiefreisetzungsrates und äußerer Belastung an der kritischsten Stelle der Klebschicht exponentiell. Dementsprechend führt bei

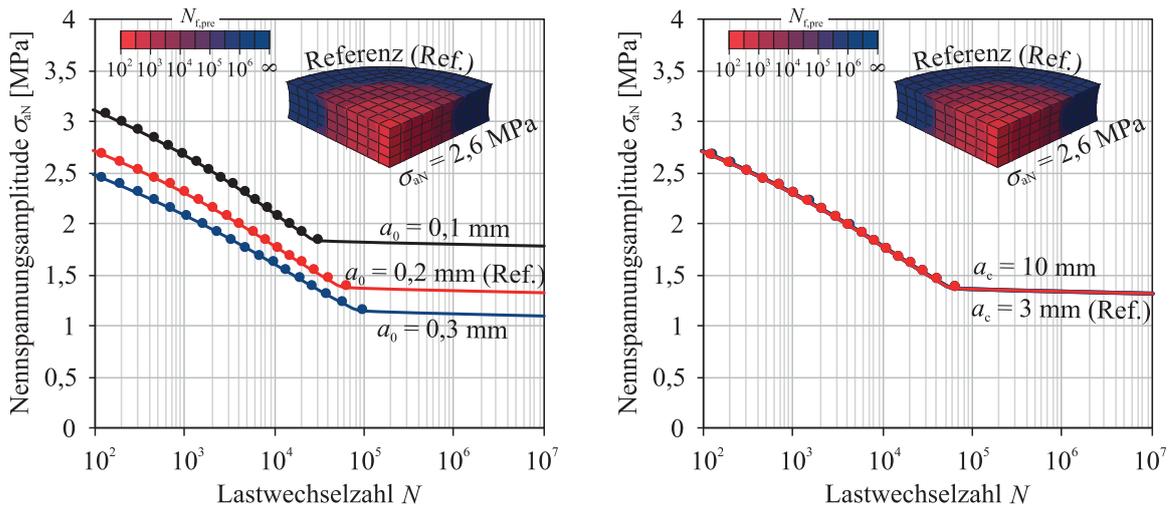


Abbildung 9.7: Partieller Einfluss der Anfangsrislänge  $a_0$  (links) und der Endrislänge  $a_c$  (rechts) auf die exemplarische Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe

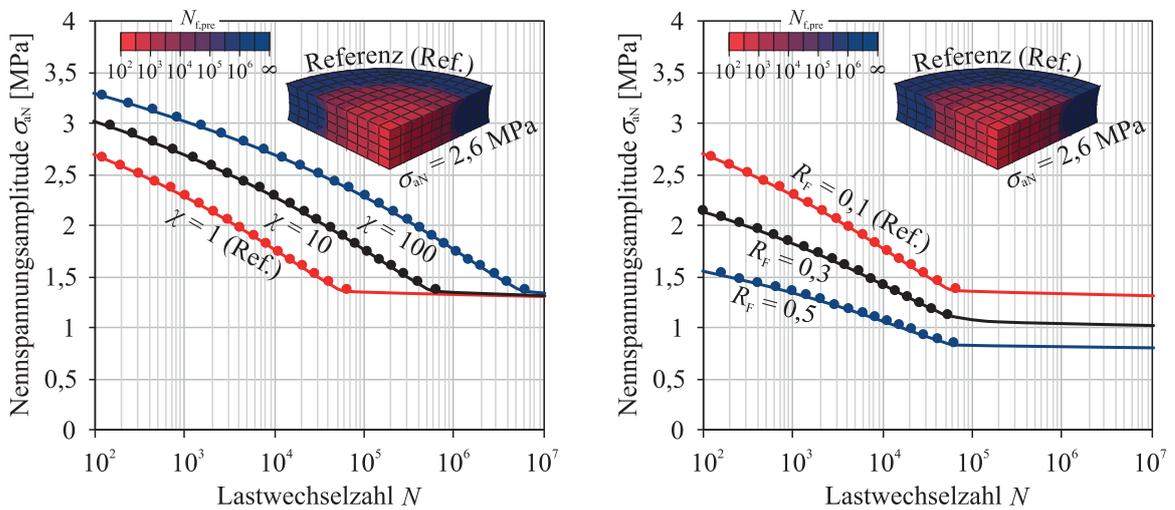


Abbildung 9.8: Partieller Einfluss des Rissinitierungsfaktors  $\chi$  (links) und des Lastverhältnisses  $R_F$  (rechts) auf die beispielhafte Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe

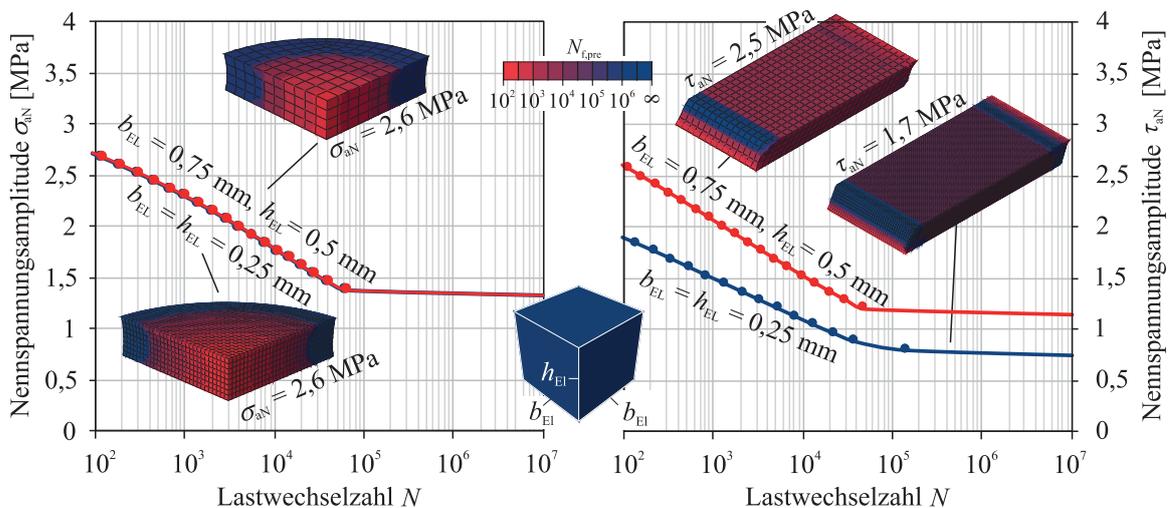


Abbildung 9.9: Partieller Einfluss der Finite-Elemente-Diskretisierung auf die Lebensdauerprognose für die Kopfzugprobe (links) und die Scherzugprobe (rechts)

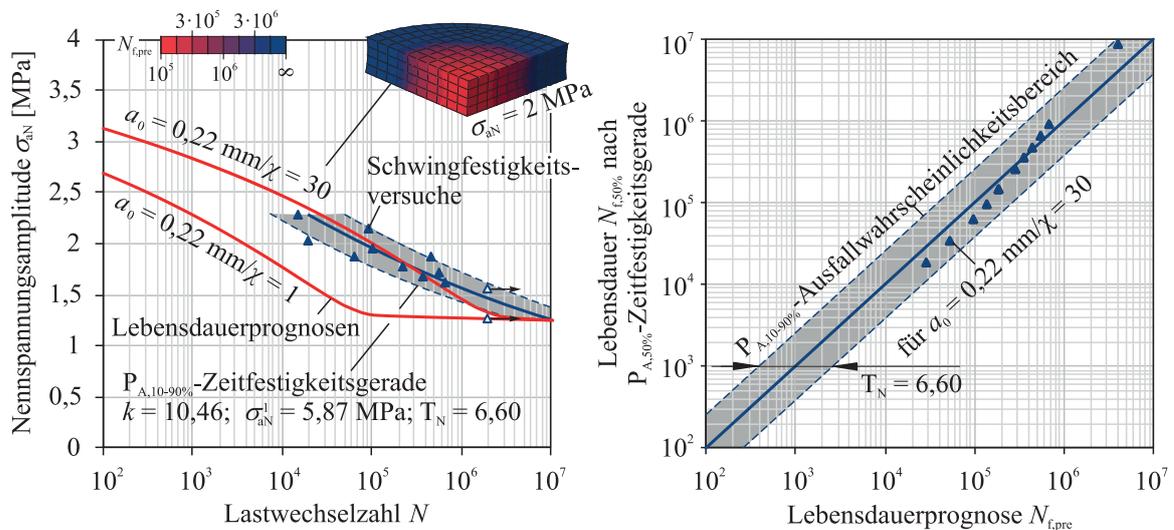
gleicher Belastungsamplitude ein höheres Lastverhältnis zu einem überproportionalen Anstieg der mit der  $\bar{G}/a$ -Funktion berechneten zyklischen Energiefreisetzungsrate. Als Folge ergibt sich eine verringerte ertragbare Lastwechselzahl im Zeitfestigkeitsbereich und eine Absenkung des Dauerfestigkeitsniveaus.

**Finite-Elemente-Diskretisierung.** Aufbauend auf den Erkenntnissen aus Abschnitt 8.2 ist für den Einfluss der Finite-Elemente-Diskretisierung auf die Lebensdauerprognose einer Klebschicht entscheidend, ob das maximale Rissausbreitungspotential und damit die niedrigste zu erwartende Klebschichtlebensdauer im Bereich konvergierender oder singulärer Spannungsfelder ermittelt wird. Um dies zu verdeutlichen, sind in Abbildung 9.9 die Lebensdauerprognosen für die Kopfzugprobe und die Scherzugprobe bei unterschiedlichen Diskretisierungsgraden dargestellt. Während bei der Kopfzugprobe im höchst beanspruchten Bereich in der Probenmitte eine Netzkonzvergenz vorliegt und demnach kein Unterschied in den Lebensdauerprognosen zu verzeichnen ist, hängen bei der Scherzugprobe die Lebensdauerprognosen wegen des singulären Spannungsfelds an den Überlappungsenden vom Diskretisierungsgrad ab. Dabei werden entsprechend zu Abschnitt 8.2 mit der  $\bar{G}/a$ -Funktion bei einer immer feineren Vernetzung immer höhere Rissausbreitungspotentiale ermittelt, sodass im Zeitfestigkeitsbereich geringere Lastwechselzahlen prognostiziert werden und das Dauerfestigkeitsniveau absinkt.

## 9.2 Identifikation einer zulässigen Kombination aus Anfangsrissradius und Rissinitiierungsfaktor

Sollen quantitativ aussagekräftige Lebensdauerprognosen ermittelt werden, dann ist bei der softwaregestützten Lebensdaueranalyse ein vollständig identifizierter Satz an Eingangsparametern notwendig. Diesbezüglich sind zwei der in Tabelle 9.1 aufgeführten Parameter, die nach der Parameterstudie die Ergebnisse der Lebensdaueranalyse maßgeblich beeinflussen, beliebig gewählt und bisher nicht konkreter bestimmt worden. Diese sind der zu verwendende Anfangsrissradius  $a_0$  und der Rissinitiierungsfaktor  $\chi$ . Nach der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese repräsentiert der Anfangsrissradius  $a_0$  den Radius eines technischen Anrisses, der nach den getroffenen Annahmen und Idealisierungen an einer Imperfektion entstanden ist und dessen Ausbreitungsverhalten bruchmechanischen Prinzipien folgt. Während dieser Parameter somit in Bezug auf die Klebschichtlebensdauer die Grenze zwischen der Rissinitiierungs- und Risswachstumsphase markiert, beschreibt der Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  das Verhältnis zwischen diesen beiden Phasen. Da die Dauer der Rissinitiierungsphase von der Art der natürlichen Imperfektionen, der Polymerstruktur und dem wechselseitigen Bindungsverhalten abhängig ist, stellen sowohl der Anfangsrissradius  $a_0$  als auch der Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  materialabhängige Größen dar. Um diese zu quantifizieren, ohne eine genaue Kenntnis über die mikroskopischen Schädigungsmechanismen in der Rissinitiierungsphase haben zu müssen, wird ein in der elastomeren Bruchmechanik übliches inverses Verfahren angewendet. Dieses sieht vor, unbekannte Größen, insbesondere die Größe eines technischen Anrisses, als einen freien Parameter aufzufassen, um die bruchmechanischen Lebensdauerprognosen in Einklang mit experimentell erzielten Lebensdauern zu bringen

[MF02, KM12, LLM+15, CR96]. Diesbezüglich werden im Folgenden die in [MTA+22] dokumentierten Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen an der Kopfzugprobe genutzt, um den technischen Anfangsrissradius und den Rissinitiationsfaktor effizient und zielführend zu quantifizieren. Dazu sind in Abbildung 9.10 (links) die zugehörigen Versuchsergebnisse für die in Tabelle 4.8 zusammengefassten Versuchsrandbedingungen dargestellt. Jeder Datenpunkt markiert für die jeweilige Belastungsamplitude die bis zum endgültigen Verbindungsversagen erreichte Klebschichtlebensdauer. Prüfkörper, die bei mehr als  $N = 2 \cdot 10^6$  Lastwechseln noch nicht versagt haben, sind mittels eines Pfeils als Durchläufer gekennzeichnet. Aufgrund der typischen Streuung in den Versuchsdaten ist ebenfalls die statistische Auswertung mit den Parametern der  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade und des  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereichs angegeben.



**Abbildung 9.10:** Inverse Parameteridentifikation der Anfangsrisslänge und des Rissinitiationsfaktors anhand der in [MTA+22] dokumentierten Schwingfestigkeitsversuche mit der Kopfzugprobe

Anhand dieser experimentellen Referenz werden zur Vervollständigung des Parametersatzes der Anfangsrissradius und der Rissinitiationsfaktor invers ermittelt, indem bei der Lebensdaueranalyse eine bestmögliche Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen angestrebt wird. Bei der Lebensdaueranalyse wird das Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  aus den Randbedingungen der Schwingfestigkeitsversuche übernommen und der Endrissradius  $a_c$  wird entsprechend der Parameterstudie im vorherigen Abschnitt mit  $a_c > 5 \text{ mm}$  so groß gewählt, dass die Lebensdauerprognose unabhängig davon ist. Aufgrund der Tatsache, dass mit der gezielten Wahl der Kopfzugprobe eine Konvergenz hinsichtlich der Lebensdauerprognose erreicht wird und die Finite-Elemente-Diskretisierung demnach mit der verwendeten Elementgröße von  $h_{EL} = 0,5 \text{ mm}/b_{EL} = 0,75 \text{ mm}$  keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, ist anhand der Parameterstudie nachzuvollziehen, dass das prognostizierte Dauerfestigkeitsniveau nur noch vom gewählten Anfangsrissradius  $a_0$  abhängig ist. Dementsprechend könnte durch den experimentellen Nachweis einer solchen Dauerfestigkeit der Anfangsrissradius  $a_0$  möglicherweise genau angegeben werden. Da jedoch bei den vorliegenden Schwingfestigkeitsversuchen der Fokus auf dem Zeitfestigkeitsbereich liegt, ist die experimentelle Datenbasis dafür nicht ausreichend. Stattdessen kann mit den vorhandenen Versuchsergebnissen ein minimaler Anfangsrissradius  $a_0$  abgeschätzt werden. Wird dieser unterschritten, dann tritt der

Widerspruch auf, dass ein Dauerfestigkeitsniveau prognostiziert wird, bei dem im Fall der Schwingfestigkeitsversuche ein Ermüdungsversagen eingetreten ist. Folglich wird auf Grundlage der vorhandenen Daten der Anfangsrisradius mit  $a_0 = 0,22$  mm so gewählt, dass die prognostizierte Dauerfestigkeit von  $\sigma_{D,pre} = 1,27$  MPa mit dem niedrigsten Belastungsniveau eines Durchläufers übereinstimmt. Wird dabei ein Rissinitiierungsfaktor von  $\chi = 1$  verwendet, inkludieren die prognostizierten Lebensdauern im Zeitfestigkeitsbereich nach der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese nur die Phase des Ermüdungsriswachstums, sodass eine Differenz zu den tatsächlich erreichten Lebensdauern festzustellen ist. Diese Differenz wird als Rissinitiierungslebensdauer gewertet, die über das inverse Anpassen des Rissinitiierungsfaktors an die experimentellen Daten bei der Lebensdauerprognose mitberücksichtigt wird. Aufgrund der Streuung der Versuchsdaten dient als Referenz die empirische  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade. Werden entsprechend Abbildung 9.10 (rechts) für die einzelnen Schwingfestigkeitsversuche die simulativen Lebensdauerprognosen  $N_{f,pre}$  den Bruchlastwechselzahlen  $N_{f,50\%}$  entsprechend der  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden gegenübergestellt, wird mit einem Rissinitiierungsfaktor von  $\chi = 30$  eine gute Übereinstimmung zwischen Prognose und Experiment erreicht.

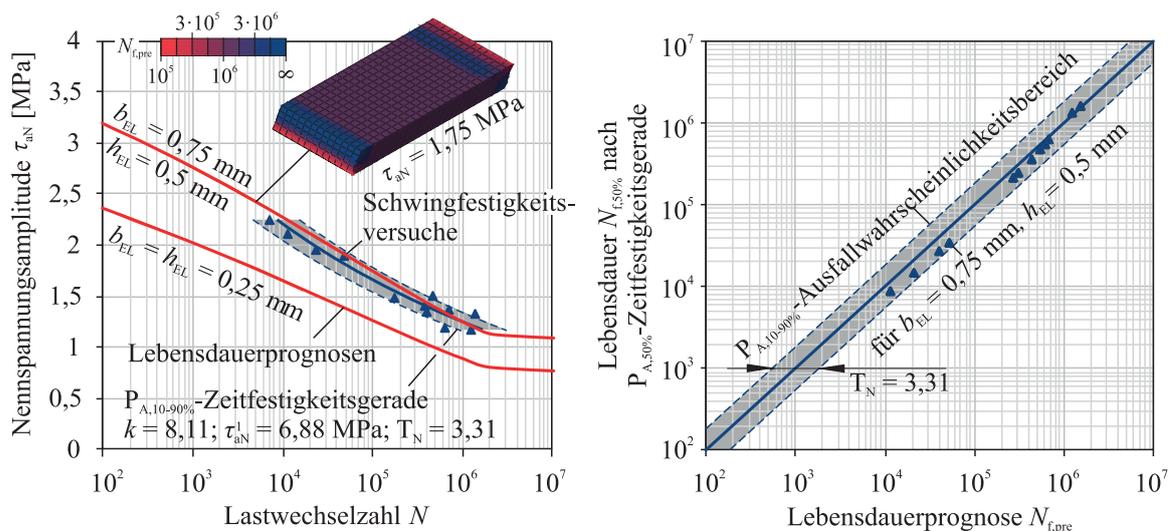
Eine Parameterkombination  $a_0/\chi$  beschreibt im Prinzip den Anteil der Rissinitiierungs- sowie der Rissfortschrittsphase an der technischen Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung. Bei der gleichen technischen Lebensdauer entspricht die Annahme eines kleineren Anfangsrisradius  $a_0$  einem größeren Anteil der Risswachstumsphase, sodass der Anteil der Rissinitiierungsphase und dementsprechend der Rissinitiierungsfaktor  $\chi$  kleiner werden muss. Da alleine aus den zur Verfügung stehenden experimentellen Bruchlastwechselzahlen im Zeitfestigkeitsbereich keine Aussage über die Dauer beider Phasen getätigt werden kann, sind neben der identifizierten Parameterkombination  $a_0 = 0,22$  mm/ $\chi = 30$  andere Kombinationen mit größerem Anfangsrisradius und größerem Rissinitiierungsfaktor verwendbar. Diese Kombinationen würden in einem niedrigeren Dauerfestigkeitsniveau resultieren, jedoch nach der Parameterstudie kaum zu einer Änderung der simulativen Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich führen. Dementsprechend können auch mit anderen Kombinationen von Anfangsrisradius und Rissinitiierungsfaktor Prognose und Experiment in Einklang gebracht werden, weswegen ohne einen experimentell nachgewiesenen Dauerfestigkeitsbereich eine eindeutige Festlegung beider Parameter nach diesem Verfahren nicht möglich, jedoch für die Prognose der Lebensdauern im Zeitfestigkeitsbereich auch nicht notwendig ist. Da bei den zur Verfügung stehenden Ergebnissen an Schwingfestigkeitsversuchen der Fokus auf der Ermüdung im Zeitfestigkeitsbereich liegt, wird der vervollständigte Parametersatz zur Durchführung von quantitativ aussagekräftigen Lebensdaueranalysen mit dem reversiblen Konstitutivgesetz wie folgt mit der Parameterkombination  $a_0 = 0,22$  mm/ $\chi = 30$  angegeben:

**Tabelle 9.2:** Identifizierter Parametersatz zur Durchführung von Lebensdauerprognosen bei Verwendung des reversiblen Konstitutivgesetzes für den Klebstoff BETAFORCE™ 2850L

$\bar{G}/a$ - Funktion Gleichung 6.21				Rissfortschrittsgesetz Gleichung 2.54					Rissradien		RIF	Lastverhältnis
$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$da/dN_{th}$	$\Delta G_{th}$	$\zeta$	$\zeta_a$	$\kappa$	$a_0$	$a_c$	$\chi$	$R_F$
[-]	[-]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm/LW]	[mJ/mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]
1,56	29,39	0,18	13,11	$3 \cdot 10^{-6}$	0,2	46,24	-100	0,5	0,22	$\geq 5$	30	Versuch

### 9.3 Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung

Mit dem Ziel, in den vernetzungssensitiven Randbereichen einer elastischen Klebschicht trotz singulärem Spannungsfeld zutreffende Lebensdauerprognosen zu erhalten, wird in diesem Abschnitt auf Grundlage des zuvor vervollständigten Parametersatzes eine zulässige Finite-Elemente-Diskretisierung identifiziert. Hierfür werden die in Abbildung 9.11 (links) dargestellten Ergebnisse der in [MTA+22] dokumentierten Schwingfestigkeitsversuche an der Scherzugprobe mit den in Tabelle 4.8 aufgeführten Versuchsrandbedingungen verwendet. Da bei diesem Probentyp das Ermüdungsversagen immer von den Überlappungsenden ausgeht, kann folglich für den Klebschichttrandbereich invers eine zulässige C3D8R-Elementgröße identifiziert werden, mit der die Lebensdauerprognosen in Einklang mit den experimentellen Bruchlastwechselzahlen gebracht werden können. In Abbildung 9.11 (links) sind die Lebensdauerprognosen bei der Diskretisierung mit zwei exemplarischen Elementgrößen von  $h_{EL} = 0,5 \text{ mm}/b_{EL} = 0,75 \text{ mm}$  und  $h_{EL} = b_{EL} = 0,25 \text{ mm}$  dargestellt. Mit der experimentellen Referenz zeigt sich, dass mit dem feineren Diskretisierungsgrad das Rissausbreitungspotential überschätzt und damit die Lebensdauer systematisch unterschätzt wird. Im Gegensatz dazu wird mit der gröberen Vernetzung eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Prognose und den Ergebnissen der Schwingfestigkeitsversuche erreicht. Auch die statistische Gegenüberstellung mit der empirischen  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden in Abbildung 9.11 (rechts) zeigt, dass die Prognosen innerhalb des  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereichs liegen, sodass diese C3D8R-Elementgröße als zulässig identifiziert wird. Diese Elementgröße stimmt mit der in Abschnitt 8.2 und im Kontext quasistatischer Klebschichtbelastungen ermittelten Elementgröße überein. Demnach besteht die Möglichkeit, die bei den Lebensdaueranalysen zulässige Finite-Elemente-Diskretisierung anhand quasistatischer Scherzugprobenversuche zu identifizieren, was im Vergleich zu Schwingfestigkeitsversuchen einen deutlich geringeren experimentellen Aufwand bedeutet.

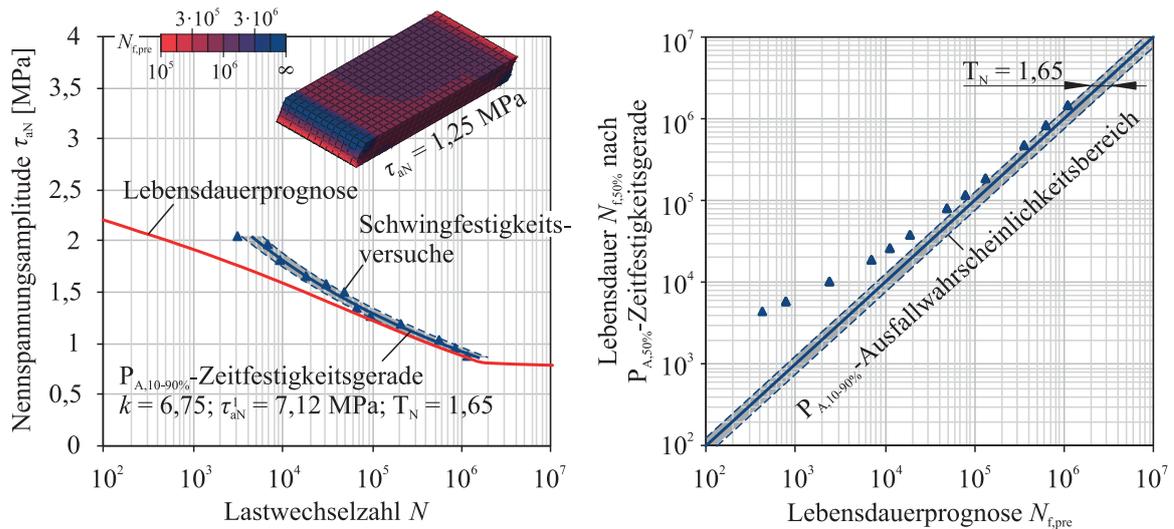


**Abbildung 9.11:** Inverse Identifikation einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung anhand der in [MTA+22] dokumentierten Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen mit der Scherzugprobe ( $R_F = 0,1$ )

## 9.4 Validierung

Um die mit dem identifizierten Parametersatz aus Tabelle 9.2 erreichte Genauigkeit der Lebensdauerprognosen zu bewerten, erfolgt in diesem Abschnitt eine Validierung. Dazu werden die aus den IGF-Forschungsprojekten [MTA+22] und [MÇM+20] zusammengetragenen Schwingfestigkeitsergebnisse von insgesamt elf weiteren Versuchsreihen verwendet, bei denen das Verbindungsversagen eindeutig auf eine kohäsive Ermüdung der BETAFORCE™ 2850L-Klebschicht zurückgeführt wird. Da diese auf Grundlage unterschiedlicher in Kapitel 4 beschriebener Klebschichtprüfkörper, Fügeartikelwerkstoffe, Belastungsrandbedingungen und Klebschichtdicken ermittelt worden sind, liegt somit eine umfangreiche experimentelle Datenbasis für die Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese vor. Für die einzelnen Versuchsreihen sind die wesentlichen Versuchsrandbedingungen in den Tabellen 4.8 und 4.9 zusammengefasst. Dabei wird im weiteren Verlauf des Kapitels ein eindeutiger Bezug zu diesen Informationen über die in Kapitel 4 eingeführte Prüfkörpernummerierung (z. B. ⑥ → LWF-KS2-Probe) hergestellt. Hinsichtlich der simulativen Lebensdaueranalysen können die verwendeten Simulationsrandbedingungen in Form von Prüfkörpergeometrie, Werkstoffkennwerten der Fügeartikel sowie kinematischen Randbedingungen Abschnitt 4.3 entnommen werden. Weiterhin stimmt das für die Lebensdaueranalyse anzugebende Lastverhältnis mit den in den Tabellen 4.8 und 4.9 angegebenen, experimentellen Versuchsrandbedingungen überein und die für alle Prüfkörper angewendete Finite-Elemente-Diskretisierung der elastischen Klebschicht erfolgt mit der zuvor als zulässig identifizierten C3D8R-Elementgröße von  $h_{EL} = 0,5$  mm und  $b_{EL} = 0,75$  mm.

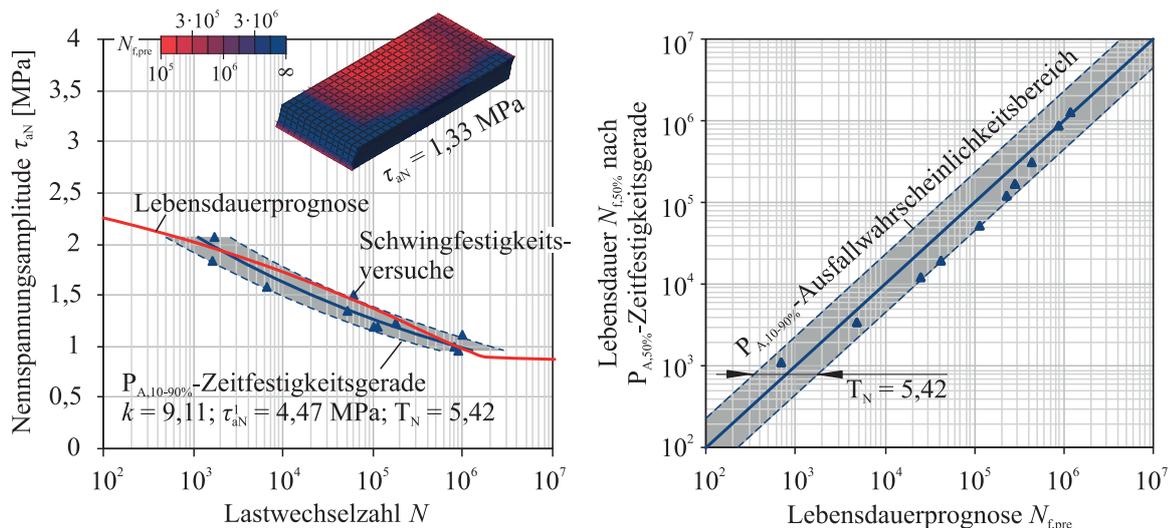
**Scherzugprobe ④.** Für die Scherzugprobe sind in [MTA+22] Schwingfestigkeitsversuche mit einem Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  und  $R_F = 0,4$  dokumentiert. Während die erste Versuchsreihe nach Abbildung 9.11 zur Identifizierung einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung verwendet wird, wird im Folgenden anhand der in Abbildung 9.12 dargestellten Ergebnisse der zweiten Versuchsreihe überprüft, inwiefern der Einfluss des Lastverhältnisses –auch als Mittelspannungseinfluss bezeichnet– auf die Klebschichtlebensdauer bei der Lebensdaueranalyse berücksichtigt werden kann. Dazu werden im Vergleich zu den in Abbildung 9.11 erzielten Lebensdauerprognosen die gleichen ABAQUS-Simulationsergebnisse der Scherzugprobe verwendet und lediglich das veränderte Lastverhältnis von  $R_F = 0,4$  in der Berechnungssoftware hinterlegt. Die daraus resultierende Lebensdauerprognose ist in Form eines farblichen Contour-Plots für eine repräsentative Prüfkörperbelastung von  $\tau_{aN} = 1,25$  MPa dargestellt. Daraus geht hervor, dass in Übereinstimmung mit den Schwingfestigkeitsversuchen immer das Überlappungsende als Ausgangspunkt für das Klebschichtversagen identifiziert wird. Weiterhin ist das Ergebnis der Lebensdauerprognose in Form des simulativen Wöhlerlinienverlaufs den experimentellen Bruchlastwechselzahlen bzw. dem Verlauf der empirischen  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden mit dem  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereich gegenübergestellt. Der Vergleich zwischen Prognose und Versuch zeigt für niedrigere Belastungsniveaus eine zufriedenstellende Übereinstimmung. Bei höheren Belastungsniveaus resultiert die Lebensdauerprognose in einer zu konservativen Einschätzung der ertragbaren Lastwechselzahlen.



**Abbildung 9.12:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der Scherzugprobe ( $R_F = 0,4$ )

Bemerkenswert ist jedoch, dass bei der bruchmechanischen Lebensdaueranalyse der Mittelspannungseinfluss durch die Auswirkung des Lastverhältnisses auf die zyklisch normierte Energiefreisetzungsrates tendenziell mit abgebildet wird. Dabei ist jedoch anzumerken, dass bei dem Untersuchungsklebstoff vereinfachend die Tatsache hinzukommt, dass nach Abschnitt 5.2.3 das Lastverhältnis kaum einen Einfluss auf die Rissfortschrittskurve hat. Wäre dies der Fall, dann wäre davon auszugehen, dass mittels mehrerer Rissfortschrittskurven die Abhängigkeit des Rissfortschrittsgesetzes von dem Lastverhältnis erfasst werden müsste, um bei der bruchmechanischen Lebensdaueranalyse den Mittelspannungseinfluss zutreffend zu berücksichtigen.

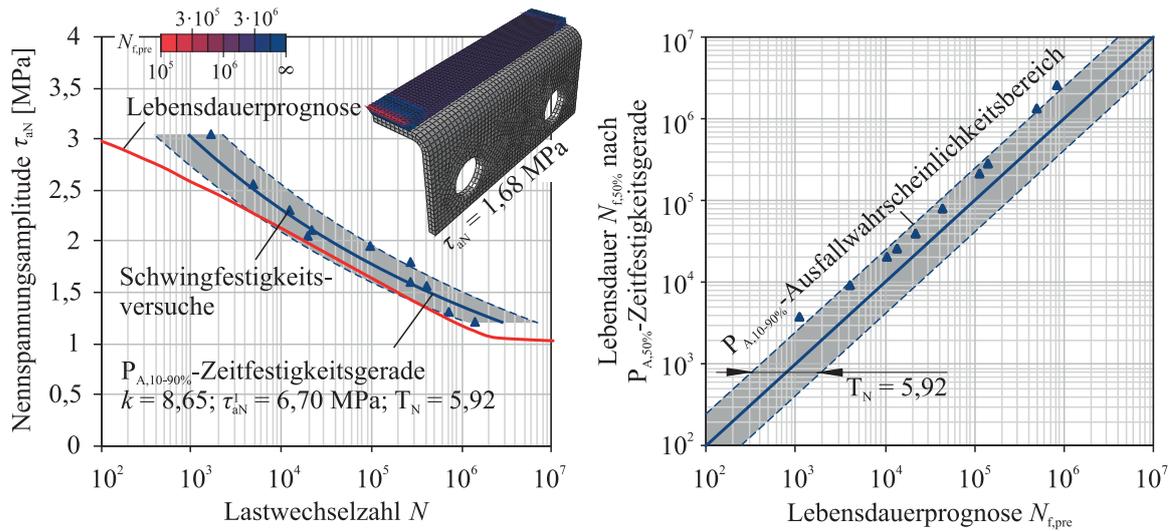
**Schrägzugprobe** ⑤. Für die Schrägzugprobe sind in Abbildung 9.13 die experimentell erreichten Klebschichtlebensdauern (Datenpunkte) und die zugehörige statistische Auswertung mit der Zeitfestigkeitsgeraden der simulativen Lebensdauerprognose gegenübergestellt. Mit dieser ist festzustellen, dass im Zeitfestigkeitsbereich der simulative Wöhlerlinienverlauf den experimentell identifizierten Zusammenhang zwischen Belastungsniveau und erreichter Klebschichtlebensdauer zutreffend abbildet. Für die geprüften Belastungsniveaus sind die Abweichungen der Lebensdauerprognosen  $N_{f,pre}$  von den mittels der  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden statistisch ausgewerteten Bruchlastwechselzahlen  $N_{f,50\%}$  innerhalb des  $P_{A,10-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereichs zu verorten. Die Auswertung der prognostizierten Bruchlastwechselzahlen in Form des in Abbildung 9.13 dargestellten Contour-Plots zeigt für den experimentell geprüften Belastungsbereich, dass wegen der Kombination aus Kopfzug- und Scherzugbelastung sinnvollerweise ein Ermüdungsversagen ausgehend von den Überlappungsenden, aber auch von der Klebschichtmitte prognostiziert wird. Dabei ist eine leichte Verlagerung der Versagenstendenz von den Überlappungsenden zur Klebschichtmitte bei zunehmenden Belastungsniveaus zu registrieren. Dies resultiert aus der exponentiellen Zunahme der normierten Energiefreisetzungsrates bei dilatatorischen Zugbeanspruchungszuständen, was dazu führt, dass mit steigenden Belastungsniveaus die prognostizierte Lebensdauer im Klebschichtinneren stärker abnimmt als an den Überlappungsenden.



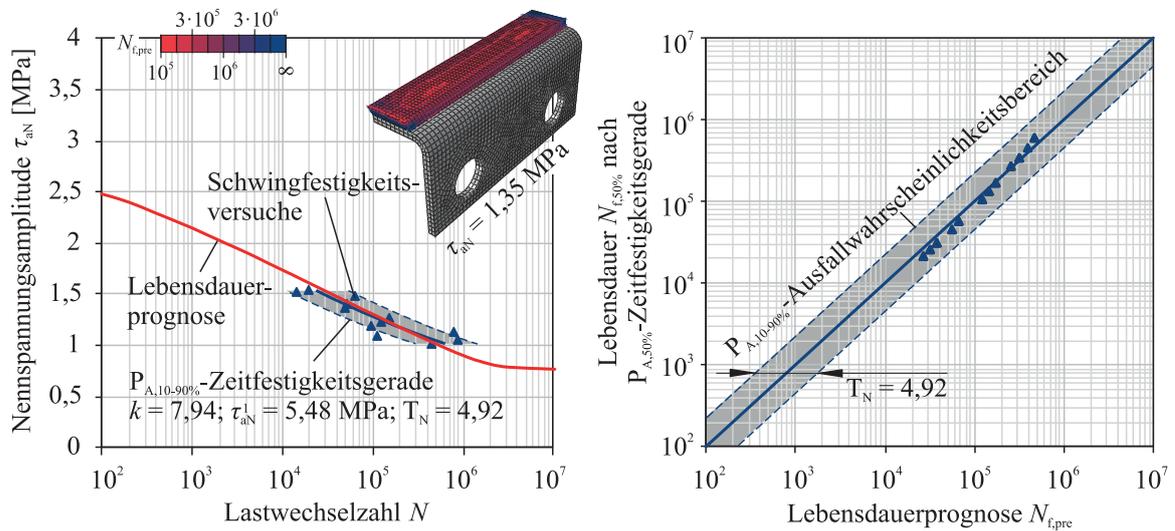
**Abbildung 9.13:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der Schrägzugprobe

**LWF-KS2-Probe** . Die folgenden drei Abbildungen beinhalten jeweils für die drei verschiedenen Lasteinleitungswinkel von  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  die bei den Schwingfestigkeitsversuchen erreichten Klebschichtlebensdauern der LWF-KS2-Probe, die zugehörigen statistischen Auswertungen über die Zeitfestigkeitsgerade und die Ergebnisse der simulativen Lebensdauerprognose. Bei der Scherzugbelastung ( $0^\circ$ ) bildet die Steigung der simulativen Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich die Sensitivität der ertragbaren Lastwechsel von der Belastungsamplitude zutreffend ab, aber tendenziell werden nach Abbildung 9.14 etwas zu geringe Klebschichtlebensdauern prognostiziert. Bessere Resultate werden sowohl bei der Schrägzug- ( $45^\circ$ ) als auch der Kopfzugbelastung ( $90^\circ$ ) erzielt, bei denen gute Übereinstimmungen zwischen den Prognosen und den Schwingfestigkeitsversuchen erreicht werden. Der Vergleich der statistisch ausgewerteten Bruchlastwechselzahlen mit den Lebensdauerprognosen zeigt für die geprüften Belastungsniveaus, dass die Lebensdauerprognosen im  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereich liegen.

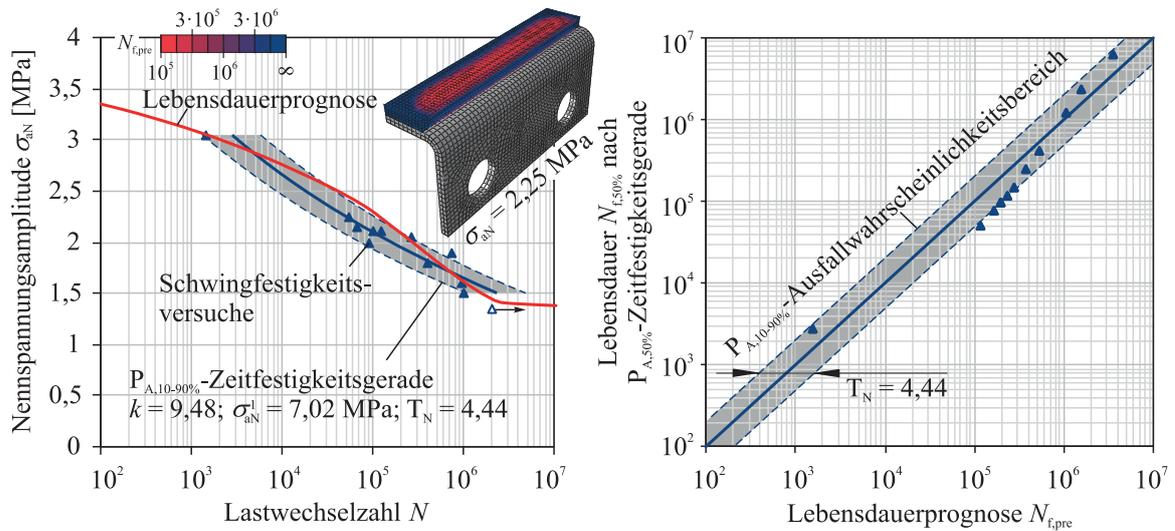
Hinsichtlich des Ausgangspunkts des Ermüdungsversagens zeigen die dargestellten Lebensdauer-Contour-Plots, dass mit einem zunehmenden Lasteinleitungswinkel der höchst beanspruchte Bereich vom Überlappungsende in Richtung des Klebschichtinneren wechselt. Während bei einer reinen Scherbelastung die Überlappungsenden als Ursprung für das Klebschichtversagen aus der experimentellen Erfahrung heraus unstrittig sind, stellt sich insbesondere bei der Kopfzugbelastung wegen des nicht optisch nachvollziehbaren Versagens der Klebschicht aus dem Inneren heraus die Frage, ob der Lebensdauer-Contour-Plot die tatsächlichen Gegebenheiten adäquat widerspiegelt. Um dies nachzuweisen, ist in Abbildung 9.17 eine repräsentative Ermüdungsbruchfläche eines LWF-KS2-Prüfkörpers dargestellt, welche bei einer Nennspannungsamplitude von  $\sigma_{aN} = 1,8$  MPa nach  $N_{f,exp} = 397000$  Lastwechseln entstanden ist.



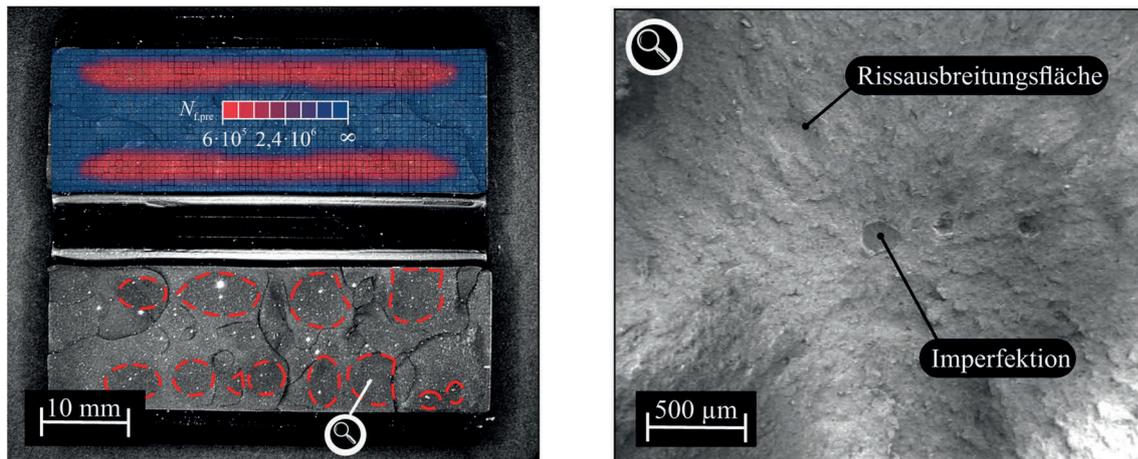
**Abbildung 9.14:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der LWF-KS2-Probe (0°)



**Abbildung 9.15:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der LWF-KS2-Probe (45°)



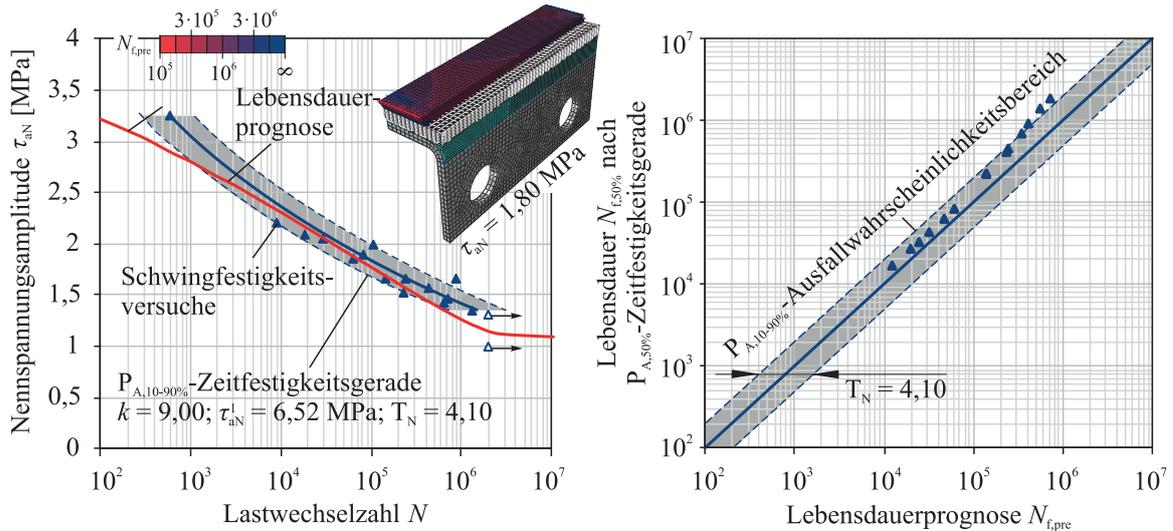
**Abbildung 9.16:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MTA+22] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der LWF-KS2-Probe (90°)



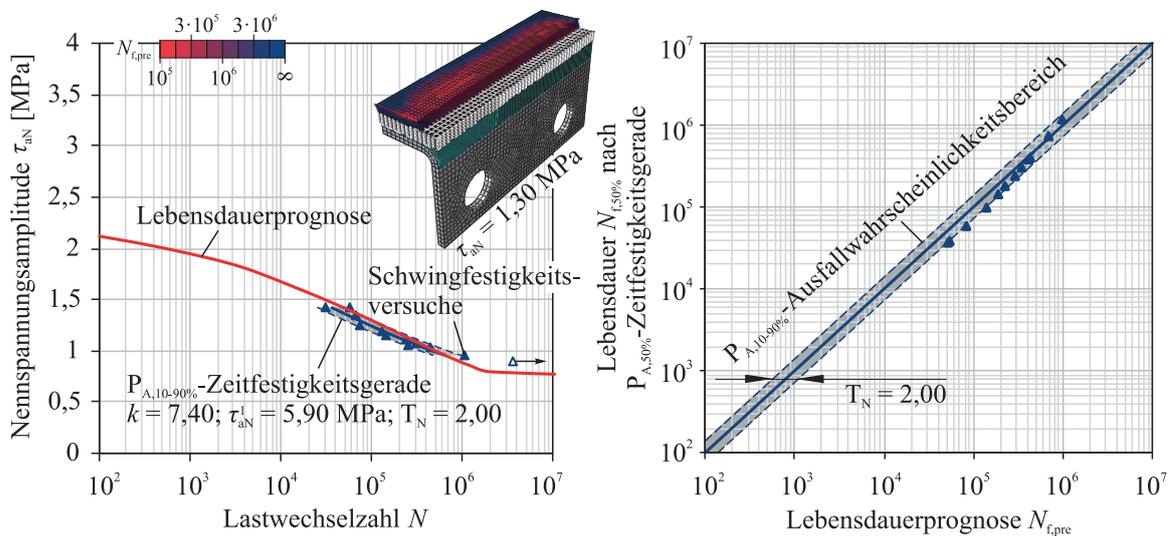
**Abbildung 9.17:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese anhand der Ermüdungsbruchfläche einer LWF-KS2-Probe (90°)

Unter einem Lichtmikroskop sind nach Abbildung 9.17 (links) auf der Ermüdungsbruchfläche kreis- und ellipsenförmige Bereiche zu erkennen, die ein matteres, dunkleres Erscheinungsbild haben und zum besseren Kenntlichmachen durch farbliche Umrandungen hervorgehoben sind. Werden diese Bereiche entsprechend Abbildung 9.17 (rechts) mittels Rasterelektronenmikroskopie genauer untersucht, dann können in deren Zentrum Imperfektionen in Form von kleinen Füllstoffeinschlüssen nachgewiesen werden, die unter dem Lichtmikroskop ein reflektierendes Erscheinungsbild haben. Alleine die Tatsache, dass diese Imperfektionen auf der Ermüdungsbruchfläche freiliegen und damit optisch erfasst werden können, legt den Schluss nahe, dass diese die Ausgangspunkte für die Rissinitiation sind und damit die umliegenden, in Abbildung 9.17 (links) hervorgehobenen Bereiche Ermüdungsrissflächen mit stabiler Rissausbreitung darstellen. Zugleich repräsentiert dadurch der nicht umrandete Bereich die Restgewaltbruchfläche der Klebschicht. Die Existenz der Imperfektionen mit den umliegenden Ermüdungsbruchflächen ist im Prinzip eine Bestätigung der getroffenen Idealisierungen und Annahmen aus Abschnitt 3.2, die die Grundlage für das Lebensdauerkonzept darstellen und die Initiierung und das kreisrunde Wachstum von kleinen Rissen in den Fokus stellen. Dass darüber hinaus beim Vergleich der Ermüdungsbruchfläche mit dem entsprechenden Lebensdauer-Contour-Plot nach Abbildung 9.17 (links) festzustellen ist, dass die experimentellen Ausgangspunkte für das Klebschichtversagen mit den prognostizierten Bereichen niedrigster Lebensdauer zusammenfallen, zeigt, dass mit dem Lebensdauerkonzept das örtlich veränderliche Rissinitiations- und Ermüdungsrisswachstumspotential adäquat wiedergegeben wird.

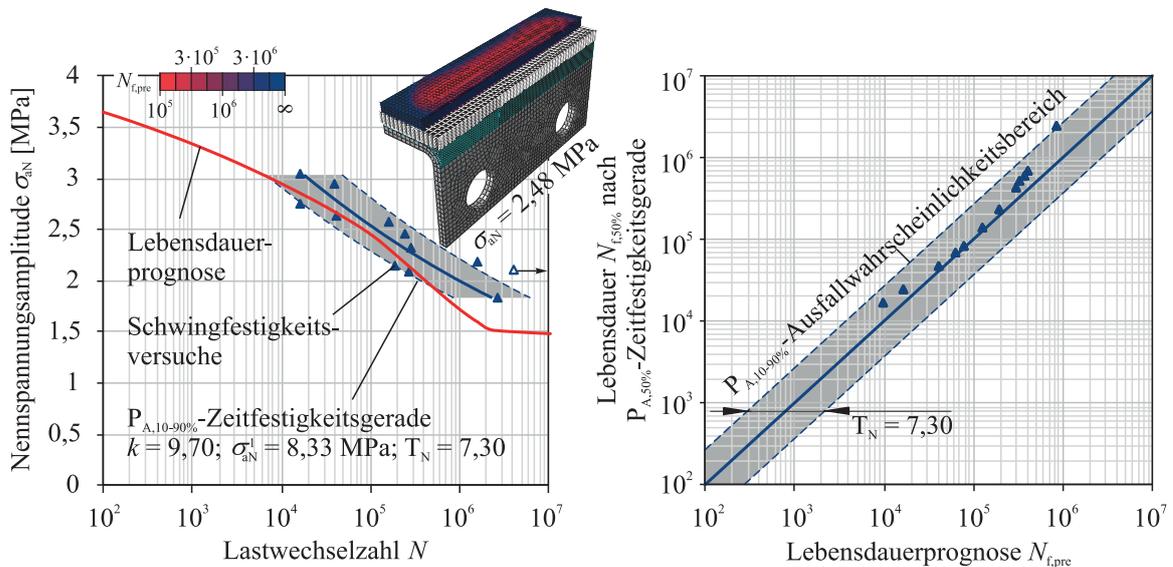
**Hybride LWF-KS2-Probe 7.** Mit der teilweisen Verwendung des Aluminiums EN-AW6016 als Fügebauteilwerkstoff (vgl. Tabelle 4.9) und der einseitigen Versteifung der U-Profilbleche mit CFK-Patches weist die hybride Variante der LWF-KS2-Probe im Vergleich zur normalen LWF-KS2-Probe eine veränderte Fügebauteilsteifigkeitsverteilung auf, was einen Einfluss auf die Klebschichtbeanspruchung und damit auf die Lebensdauer haben kann. Für die drei Lasteinleitungswinkel  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  sind in den folgenden drei Abbildungen die in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnisse der Schwingfestigkeitsversuche den erzielten Lebensdauerprognosen gegenübergestellt.



**Abbildung 9.18:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. LWF-KS2-Probe (0°)



**Abbildung 9.19:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. LWF-KS2-Probe (45°)



**Abbildung 9.20:** Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. LWF-KS2-Probe (90°)

Für alle drei Versuchsreihen beschreiben die simulativen Wöhlerlinienverläufe adäquat die Abhängigkeit der experimentell erzielten Bruchlastwechselzahlen von dem Belastungsniveau. Die zugehörigen Contour-Plots sind trotz der hybriden Ausführung der Prüfkörper qualitativ übereinstimmend mit den Ergebnissen in den Abbildungen 9.14-9.16. Allerdings ist bei der Kopfzugbelastung ( $90^\circ$ ) festzustellen, dass die einseitige Versteifung eines U-Profilblechs mit dem CFK-Patch zu einer homogeneren Klebschichtbeanspruchung führt. Dies resultiert bei Auswertung der zyklisch, normierten Energiefreisetzungsraten in einem geringeren Risswachstumspotential, sodass nach der Lebensdaueranalyse höhere, ertragbare Lastwechselzahlen prognostiziert werden als bei der LWF-KS2-Probe ⑥. Dieser lebensdauererweiternde Effekt wird durch die Experimente bestätigt. Bei den anderen beiden Lasteinleitungswinkeln kann durch Vergleich mit den Abbildungen 9.15-9.16 nachvollzogen werden, dass die Verwendung eines CFK-Patches mit Aluminium als Fügeblechwerkstoff im Vergleich zu der LWF-KS2-Probe ⑥ im Versuch einen geringeren Einfluss auf die Lebensdauer hat, was durch die Lebensdaueranalysen ebenfalls richtig abgebildet wird.

**Hybride LWF-KS2-Schälzugprobe ⑦.** Bei diesem Prüfkörper resultiert die einseitige Schälbelastung in einer hochgradig lokalisierten Klebschichtbeanspruchung. Dies äußert sich darin, dass entsprechend der Simulation parallel zum Klebschichttrand ein dilatatorisch geprägtes Zugbeanspruchungsfeld vorliegt, dessen Stärke sensitiv von der äußeren Prüfkörperbelastung abhängt. Dementsprechend zeigt die in Abbildung 9.21 dargestellte Lebensdaueranalyse, dass innerhalb dieses Zugbeanspruchungsfelds das Risswachstumspotential kleiner Risse exponentiell mit der äußeren Prüfkörperbelastung zunimmt und damit letzten Endes ursächlich für einen niedrigen sowie flachen Verlauf der prognostizierten Wöhlerlinie ist. Die Ergebnisse der Lebensdaueranalyse werden durch die in [MCM+20] dokumentierten Daten der Schwingfestigkeitsversuche bestätigt, indem der experimentell ermittelte Zusammenhang zwischen Belastungsniveau und erreichter Klebschichtlebensdauer sehr gut abgebildet wird.

**Hybride Scherzugprobe ⑧.** Die Validierung der Lebensdaueranalysen ist bisher an Versuchsreihen erfolgt, bei denen die Prüfkörper stets eine Klebschichtdicke von 2 mm aufweisen. Um nachzuweisen, dass der identifizierte Parametersatz auch für andere Klebschichtdicken anwendbar ist, wird zuletzt die Validierung anhand der hybriden Scherzugprobe durchgeführt. Für diesen Probentyp sind in [MCM+20] Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen dokumentiert und in den Abbildungen 9.22-9.23 dargestellt, die nicht nur für eine Klebschichtdicke von 2 mm, sondern auch von 5 mm erzielt worden sind. Bei der Gegenüberstellung der experimentell erreichten Klebschichtlebensdauern mit den simulativen Lebensdauerprognosen zeigt sich in Abbildung 9.22 für die dünnere Klebschicht, dass die simulative Wöhlerlinie mit der  $P_{A,10\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden übereinstimmt. Daher werden statisch gesehen etwas zu geringe Lebensdauern an den Überlappungsenden prognostiziert, jedoch wird deren Sensitivität gegenüber dem äußeren Belastungsniveau zutreffend abgebildet. Wird im Vergleich dazu die Versuchsreihe mit der 5 mm Klebschicht betrachtet, dann ist bei den Schwingfestigkeitsversuchen festzustellen, dass bei der gleichen Nennspannungsamplitude die ertragbare Lastwechselzahl deutlich geringer ist. Da dies entsprechend Abbildung 9.23 ebenfalls von der Lebensdaueranalyse zutreffend abgebildet wird, zeigt sich, dass deren Anwendbarkeit nicht auf eine bestimmte Klebschichtdicke beschränkt ist.

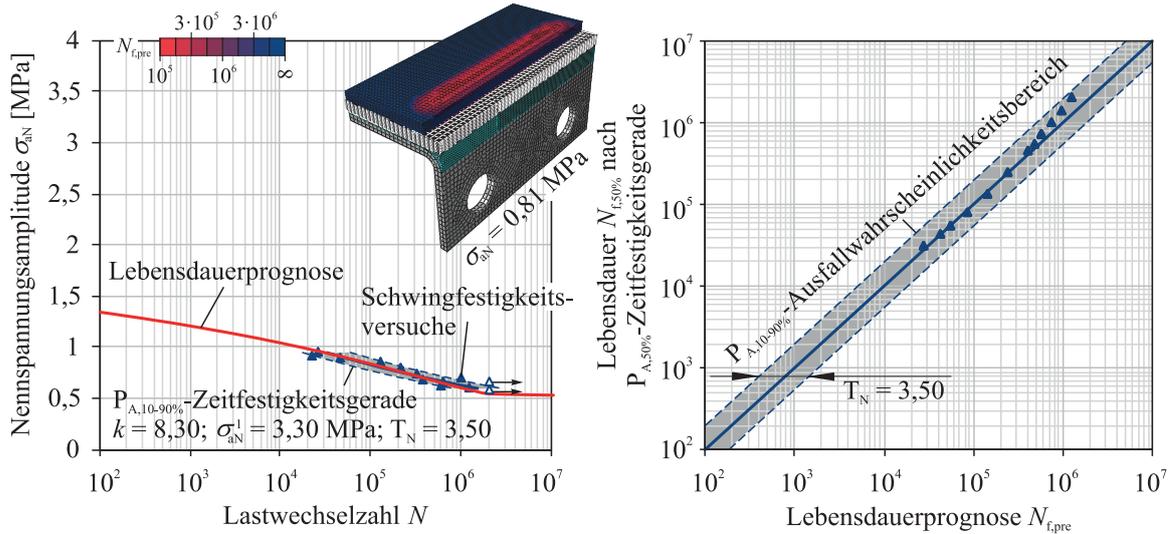


Abbildung 9.21: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. LWF-KS2-Schälzugprobe

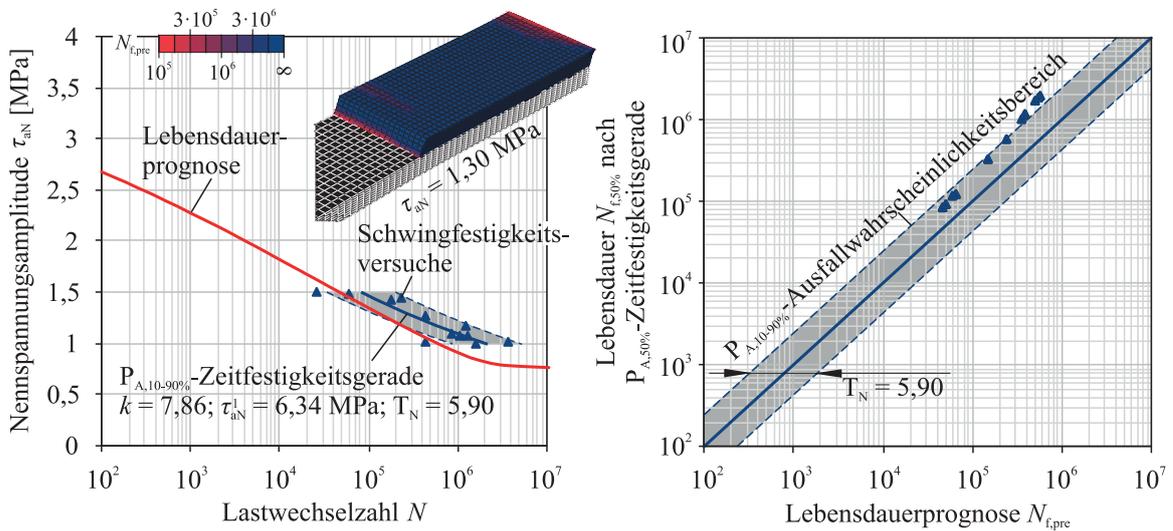


Abbildung 9.22: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. Scherzugprobe ( $d_k = 2 \text{ mm}$ )

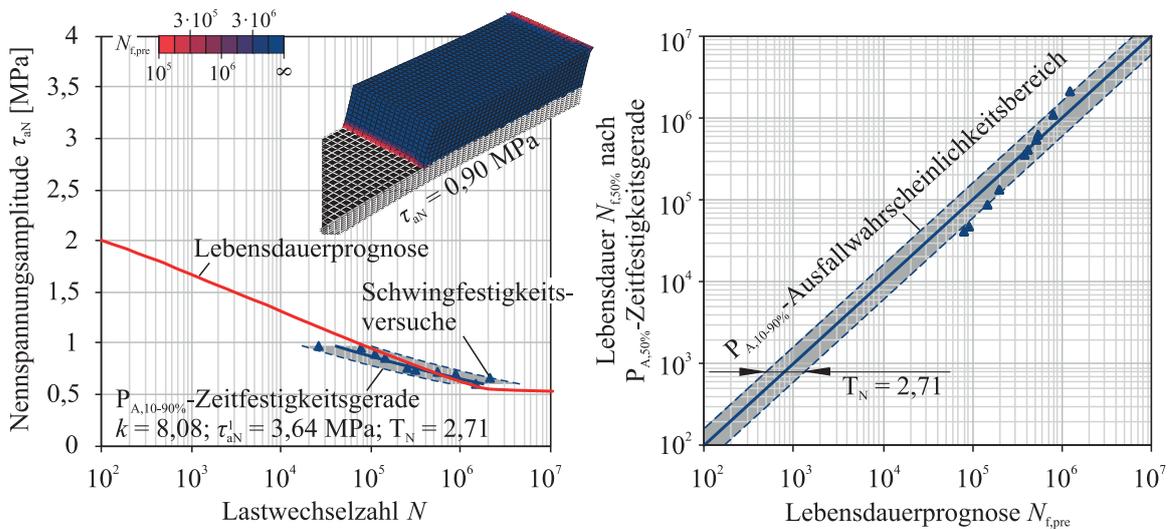
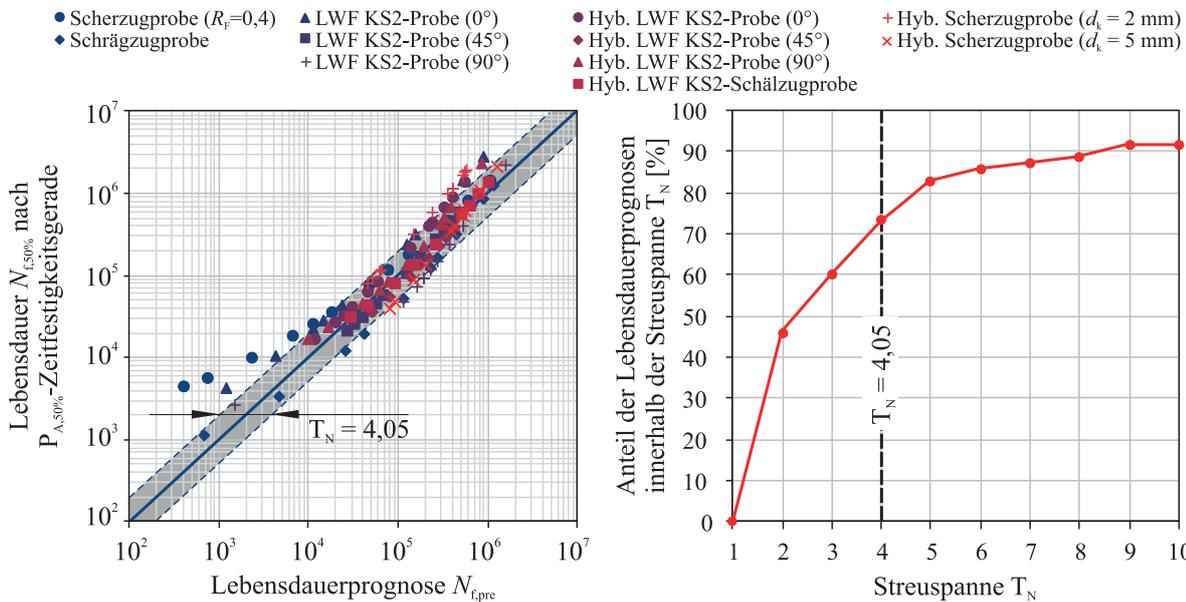


Abbildung 9.23: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit den in [MÇM+20] dokumentierten Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen mit der hyb. Scherzugprobe ( $d_k = 5 \text{ mm}$ )

**Zusammenfassende Validierung.** Für eine zusammenfassende Bewertung der Güte der erzielten Lebensdauerprognosen werden für alle Validierungsversuche die simulativen Bruchvorhersagen den experimentellen Bruchlastwechselzahlen entsprechend der zugehörigen empirischen  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgeraden in Abbildung 9.24 (links) gegenübergestellt. Um dabei die typische Streuung in den Versuchsdaten mit der Angabe eines  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereichs zu berücksichtigen, wird eine zusammengefasste Standardabweichung ermittelt. Diese wird über alle in den Abschnitten 9.2-9.4 aufgeführten Versuchsreihen hinweg über die Gleichung 4.1 ermittelt, indem die experimentell erreichten Bruchlastwechselzahlen als auch die Bruchlastwechselzahlen entsprechend der versuchsreihenbezogenen  $P_{A,50\%}$ -Zeitfestigkeitsgerade von den insgesamt 159 bis zum Bruch geprüften Prüfkörpern einfließen. Dabei wird jedoch mit der sich daraus ergebenden log. Standardabweichung von  $\sigma_{\log N} = 0,248$  vereinfachend angenommen, dass der nach Gleichung 4.4 zugehörige und in Abbildung 9.24 (links) dargestellte Ausfallwahrscheinlichkeitsbereich mit einer charakteristischen Streuspanne von  $T_N = 4,05$  alleinig aus dem intrinsischen Ermüdungsverhalten des Untersuchungsklebstoffs BETAFORCE™ 2850L resultiert (z. B. aufgrund der statistischen Verteilung, Größe und Art der Imperfektionen innerhalb einer Klebschicht) und nicht vom Prüfkörpertyp abhängt. Allerdings bietet die charakteristische Streuspanne  $T_N = 4,05$  einen Richtwert für die zu berücksichtigende Unsicherheit bei den Lebensdauerprognosen, welche sich alleine schon aus den üblichen Streuungen realer Klebschichtlebensdauern ergibt und daher keine Prognose mit deterministischer Gewissheit ermöglicht.



**Abbildung 9.24:** Zusammenfassende Auswertung zur Güte der erzielten Lebensdauerprognosen, die bei reversibler Klebschichtmodellierung mit dem identifizierten Parametersatz nach Tabelle 9.2 erreicht wird

Unter Beachtung dieser statistisch begründeten Unsicherheit ist anhand der Abbildung 9.24 (rechts) zu erkennen, dass bei 73% der insgesamt 135 Validierungsversuche<sup>15</sup> die Vorhersagegüte innerhalb des  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereichs mit der

<sup>15</sup> Die 135 Validierungsversuche umfassen alle in Abschnitt 9.4 gezeigten Schwingfestigkeitsversuche, jedoch nicht Schwingfestigkeitsversuche der Kopfzug- und Scherzugprobe, da diese zur Identifizierung des Anfangsrisradius, des Rissinitiationsfaktors und der zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung verwendet werden.

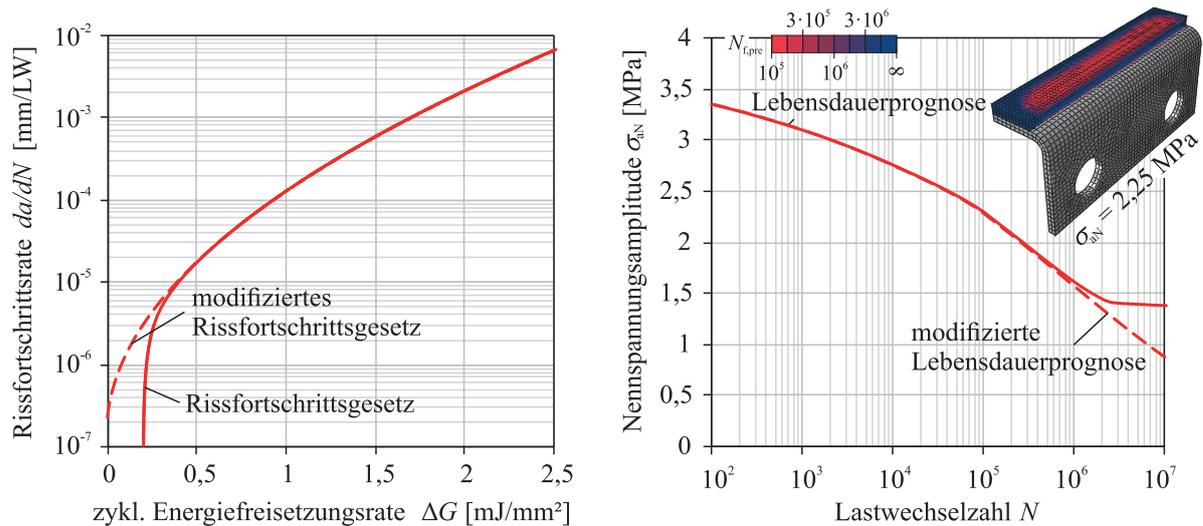
charakteristischen Streuspanne von  $T_N = 4,05$  liegt und damit maximal um den Faktor  $\sqrt{T_N} \approx 2$  von der empirischen Referenz abweicht. Wird versucht die Unsicherheit in den Lebensdauerprognosen durch die Definition einer etwas größeren Streuspanne (Sicherheitsfaktor) von z. B.  $T_N = 5$  bzw.  $T_N = 9$  zu berücksichtigen, dann nimmt nach Abbildung 9.24 (rechts) der Anteil der Lebensdauerprognosen, die sich innerhalb dieser Streuspanne befinden, bereits auf über 82% bzw. 90% zu. Dabei sind nach Abbildung 9.24 (rechts) die fehlenden Prozentpunkte primär den Ergebnissen im Kurzzeitfestigkeitsbereich zuzuschreiben, in dem deutlichere Abweichungen mit stets konservativer Abschätzung der Lebensdauern feststellbar sind. Dies könnte darauf zurückgeführt werden, dass sich bei höheren Belastungsniveaus innerhalb kürzester Zeit größere Risse bilden, die in einem zeitnahen Klebschichtversagen resultieren. Damit sind die Rissinitiierungslebensdauer und der Anteil der Ermüdungsrisslebensdauer, wo der Riss im Sinne des bruchmechanischen Ansatzes noch als klein erachtet werden kann, im Verhältnis zur Gesamtklebschichtlebensdauer gering. Eine in dieser Arbeit verfolgte Abschätzung der Lebensdauer durch die Fokussierung auf Initiierung und Ermüdungsrissausbreitung kleiner Risse und die angenommene Vernachlässigung des fortgeschrittenen Risswachstumsstadiums ist deshalb im Kurzzeitfestigkeitsbereich weniger zutreffend. Ansonsten führt genau diese Betrachtungsweise und die zugehörige Identifizierung eines Parametersatzes bei den unterschiedlichsten Klebschichtprüfkörpern und Klebschichtbeanspruchungen in Anbetracht der üblichen Streuung in den Versuchsdaten zu überzeugenden Übereinstimmungen zwischen den experimentellen und prognostizierten Lebensdauern.

## 9.5 Lebensdauerprognose im High-Cycle-Fatigue Bereich

Der High-Cycle-Fatigue (HCF) Bereich kennzeichnet nach SANDER [San18] hoch zyklische Ermüdungsbelastungen mit mehr als  $N = 1 \cdot 10^6$  Lastwechseln. Entsprechend der Ergebnisse aus den vorherigen Abschnitten werden für diesen Bereich bei allen Prüfkörpern wegen der in Gleichung 7.4 formulierten Bedingung Dauerfestigkeitsniveaus prognostiziert. Die Bedingung wird damit begründet, dass aus rein bruchmechanischer Sicht ein Ermüdungsrisswachstum und damit ein Ermüdungsversagen nur eintreten kann, wenn das Rissausbreitungspotential eines technischen Anrisses größer ist als der materialspezifische Threshold. Werden in den Abbildungen 9.12-9.23 die prognostizierten Dauerfestigkeitsniveaus mit den vorhandenen Ergebnissen der Schwingfestigkeitsversuche verglichen, dann ist für jede Versuchsreihe festzustellen, dass mit dem in Abschnitt 9.2 abgeschätzten Anfangsrissradius kein Belastungsniveau als dauerfest klassifiziert wird, bei dem im Versuch ein Ermüdungsversagen eingetreten ist. Dementsprechend könnten durchaus plausible Dauerfestigkeitsniveaus prognostiziert worden sein. Da allerdings die aufgeführten Schwingfestigkeitsversuche den HCF-Bereich nicht umfassen, wird lediglich die Möglichkeit offengehalten, dass mit der bruchmechanischen Lebensdaueranalyse zutreffende Dauerfestigkeitsbereiche prognostiziert werden können. Jedoch ist mit den vorhandenen Daten nicht nachweisbar, ob die prognostizierten Dauerfestigkeitsniveaus durch eine andere  $a_0/\chi$ -Kombination nach unten korrigiert werden müssen oder ob für Klebschichten aus dem Untersuchungsklebstoff BETAFORCE™ 2850L überhaupt ein solcher Dauerfestigkeitsbereich existiert. Insbesondere

besteht die Möglichkeit, dass trotz einer geringen mechanischen Belastung alleine durch einen langwierigen Kontakt zu Ozon eine bei Elastomeren vorkommende, chemische Degradation mit Rissbildung und Risswachstum stattfindet, sodass auch im HCF-Bereich die ertragbaren Lastwechsel endlich sind [LL66, ZZZ+21]. Um dies experimentell zu überprüfen, wären HCF-Schwingfestigkeitsversuche mit z. B. den in [DIN17a] genormten Ozon-Umgebungsbedingungen denkbar. Allerdings wären diese bei elastischen Klebschichten zur Vermeidung überlagerter, thermomechanischer Ermüdungseffekte mit geringer Lastfrequenz durchzuführen und damit extrem zeit- und ressourcenintensiv. Deswegen ist insbesondere im industriellen Umfeld davon auszugehen, dass dieser Ressourcenaufwand als nicht wirtschaftlich angesehen wird und ein experimenteller Nachweis über das Ermüdungsverhalten der betrachteten Klebstoffsysteme im HCF-Bereich zumeist nicht vorhanden ist. Bei dieser Ungewissheit ist trotz der bruchmechanischen Argumentation hinsichtlich der Existenz eines Dauerfestigkeitsbereichs, die bisherige Prognose eines solchen Bereichs ohne experimentellen Nachweis nicht vertretbar, da sie im HCF-Bereich z. B. den Ozon-Effekt auslöst und damit in einer zu vermeidenden Unterdimensionierung der elastischen Klebschicht resultieren kann. Um diese Problematik zu adressieren, wird im Folgenden eine einfache Modifikation in der bruchmechanischen Lebensdaueranalyse vorgestellt, mit der im HCF-Bereich endliche Lebensdauern prognostiziert werden und damit eine konservativere Lebensdauerabschätzung erfolgt.

Bei der Modifikation wird vereinfachend angenommen, dass der Klebstoff keinen Threshold aufweist und damit auch das geringste Rissbeanspruchungsniveau in einer Ermüdungsrissausbildung resultiert. Um dies bei der Lebensdaueranalyse umzusetzen, wird zum einen die Bedingung in Gleichung 7.4 nicht mehr beachtet und zum anderen wird beim verwendeten Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER [KUL99, KWS23] (vgl. Gleichung 2.54) der bremsende Anteil vernachlässigt. Dies führt nach Abbildung 9.25 (links) dazu, dass sich der mathematische Verlauf der Rissfortschrittskurve nach den in Tabelle 9.2 aufgeführten Parametern nicht mehr asymptotisch einem endlichen Threshold nähert, sondern auch für geringere, zyklische Energiefreisetzungsraten  $\Delta G$  eine fiktive Risswachstumsrate  $da/dN$  beschrieben wird. Bei der in Abbildung 9.25 (rechts) repräsentativ dargestellten Lebensdaueranalyse der LWF-KS2-Probe unter Kopfbelastung resultiert die Modifikation darin, dass im HCF-Bereich kein Dauerfestigkeitsniveau mehr prognostiziert und stattdessen der abfallende Verlauf der simulativen Wöhlerlinie aus dem Zeitfestigkeitsbereich fortgesetzt wird. Der simulative Wöhlerlinienverlauf im Zeitfestigkeitsbereich wird von der Modifikation kaum tangiert. Im Vergleich zu strukturmechanischen Lebensdauerkonzepten ist das Ergebnis der Modifikation vergleichbar mit der elementaren Schädigungsberechnung nach PALMGREN [PAL24] und MINER [MIN45], bei der die empirisch ermittelte Zeitfestigkeitsgerade in den HCF-Bereich extrapoliert wird [San18]. Weil nach SANDER [San18] die elementare PALMGREN-MINER-Regel zumindest bei metallischen Werkstoffen die erreichbare Lebensdauer im HCF-Bereich tendenziell unterschätzt, kann davon ausgegangen werden, dass dies ebenfalls für die modifizierte bruchmechanische Lebensdauerprognose gilt. Damit resultiert zwar die Modifikation wahrscheinlich in einer konservativen Bewertung der ertragbaren Lastwechsel, jedoch ist dies bei nicht vorhandenen Daten über das Ermüdungsverhalten im HCF-Bereich durchaus wünschenswert, um die Gefahr eines unerwarteten Klebschichtversagens zu minimieren.



**Abbildung 9.25:** Exemplarische Modifizierung des in Abschnitt 5.2.4 parametrisierten Rissfortschrittsgesetzes nach Kullmer (links) zur konservativeren Lebensdauerprognose der LWF-KS2-Probe (90°) im HCF-Bereich (rechts)

Abschließend wird noch darauf hingewiesen, dass bei der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese die Berechnung von konservativen Lebensdauerprognosen im HCF-Bereich mit einem geringeren, experimentellen Aufwand verbunden ist. Da beim Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER [KUL99, KWS23] (vgl. Gleichung 2.54) lediglich der risstreibende Anteil berücksichtigt wird, ist für dessen Parametrisierung primär der Rissfortschrittskurvenverlauf im Paris-Bereich experimentell zu erfassen. Dafür sind nach dem Up-Down-Versuchsverfahren (vgl. Abschnitt 5.2.2) Ermüdungsrisswachstumsversuche mit zunehmender Rissbeanspruchung („Up-Versuche“) ausreichend, da die Ermüdungsrisswachstumsversuche mit abnehmender Rissbeanspruchung („Down-Versuche“) primär zur Messung des bei der Modifikation nicht beachteten, thresholdnahen Rissfortschrittskurvenverlaufs genutzt werden.

## 9.6 Einfluss von dissipativen Materialeffekten

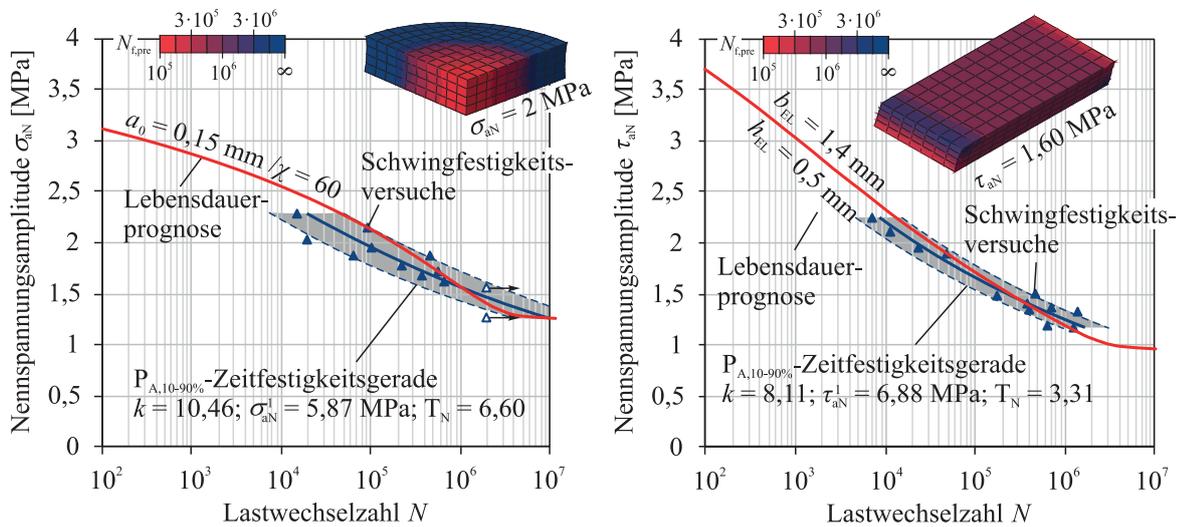
Den bisher in Kapitel 9 vorgestellten Ergebnissen liegt stets das rein hyperelastische und damit reversible Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L zu Grunde. Aus den Laststeigerungsversuchen in Abbildung 5.2 wird jedoch ersichtlich, dass sich unter schwingender Klebschichtbelastung mit dem MULLINS-Effekt sowie mit scheinbar bleibenden Deformationen dissipative Materialeffekte in der Klebschicht ausprägen. Daher soll in diesem Abschnitt untersucht werden, welchen Einfluss die Berücksichtigung dieser Materialeffekte auf die Genauigkeit der erzielten Lebensdauerprognosen hat. Dazu wird das Klebschichtverhalten mit dem irreversiblen Konstitutivgesetz des BETAFORCE™ 2850L modelliert, welches nach Abschnitt 5.1.2 eine Erweiterung des hyperelastischen MARLOW-Modells [Mar03] um den Schädigungsansatz nach OGDEN-ROXBURGH [OR99] und eine fiktive VON MISES-Plastizität vorsieht. Um bei Verwendung dieses Konstitutivgesetzes aussagekräftige Lebensdauerprognosen mit der Berechnungssoftware zu erzielen, ist zunächst ein zugehöriger Eingangssparametersatz zu identifizieren. Basierend auf den Ergebnissen aus Abschnitt 6.2.7

umfasst dieser die Regressionskoeffizienten  $p_1$ - $p_4$  aus Abbildung 6.10, welche für dieses Konstitutivgesetz zur Approximation der normierten Energiefreisetzungsrate mittels der in Gleichung 6.21 angegebenen  $\bar{G}/a$ -Funktion bestimmt worden sind. Mit diesen und den weiterhin verwendeten Exponentialansatzparametern für die Rissfortschrittskurve bei einem Lastverhältnis von  $R_F = 0,1$  und einer Lastfrequenz  $f = 8$  Hz, wird entsprechend der beschriebenen Strategie aus Abschnitt 9.2 anhand der erzielten Versuchsergebnisse an der Kopfzugprobe ein Anfangsrissradius von  $a_0 = 0,15$  mm und ein Rissinitiierungsfaktor von  $\chi = 60$  ermittelt, siehe Abbildung 9.26 (links). Damit ergibt sich der identifizierte Parametersatz bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes des BETA FORCE™ 2850L wie in Tabelle 9.3 angegeben.

**Tabelle 9.3:** Identifizierter Parametersatz zur Durchführung Lebensdauerprognosen bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes des BETA FORCE™ 2850L

$\bar{G}/a$ -Funktion Gleichung 6.21				Rissfortschrittsgesetz Gleichung 2.54					Rissradien		RIF	Lastverhältnis
$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$da/dN_{th}$	$\Delta G_{th}$	$\zeta$	$\zeta_a$	$\kappa$	$a_0$	$a_c$	$\chi$	$R_F$
[-]	[-]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm <sup>3</sup> /mJ]	[mm/LW]	[mJ/mm <sup>2</sup> ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[mm <sup>2</sup> /mJ]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]
10,3	42,25	0,46	21,52	$3 \cdot 10^{-6}$	0,2	46,24	-100	0,5	0,15	>5	60	Versuch

Mit diesem Parametersatz wird zunächst nach Abschnitt 9.3 anhand der Schwingfestigkeitsversuche der Scherzugprobe entsprechend der Abbildung 9.26 (rechts) eine zulässige Elementgröße von  $b_{EL} = 1,4$  mm,  $h_{EL} = 0,5$  mm identifiziert, bevor mit dieser analog zu Abschnitt 9.4 eine Validierung der Lebensdauerprognosen anhand der restlichen Versuchsreihen vorgenommen wird.



**Abbildung 9.26:** Inverse Identifikation des Anfangsrissradius  $a_0$ , des Rissinitiierungsfaktors  $\chi$  (links) und einer zulässigen Finite-Elemente-Diskretisierung (rechts) anhand der in [MTA+22] dokumentierten Schwingfestigkeitsversuche an der Kopf- und Scherzugprobe bei Verwendung des in Abschnitt 5.1.2 parametrisierten, irreversiblen Konstitutivgesetzes des BETA FORCE™ 2850L

Während für die Validierung die jeweilige Gegenüberstellung von Simulation und Versuch im Anhang dargestellt ist, erlaubt Abbildung 9.27 (links) wieder eine zusammenfassende Bewertung über die Güte der erzielten Lebensdauerprognosen. Der angegebene  $P_{A,10\%-90\%}$ -Ausfallwahrscheinlichkeitsbereich entspricht der zuvor ermittelten charakteristischen





## 10 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Für den sicheren und zugleich ressourceneffizienten Einsatz der elastischen Klebtechnologie ist ein anwendungsorientiertes Berechnungskonzept notwendig, mit dem bereits im virtuellen Produktentwicklungsprozess ein Nachweis für die belastungsgerechte Klebschichtdimensionierung erbracht werden kann. Einen Beitrag dazu liefert diese Arbeit, welche die Entwicklung und erfolgreiche Validierung eines bruchmechanischen Konzepts beinhaltet, mit dem durch Anwendung der Finite-Elemente-Methode aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen für elastische Klebschichten bei quasistatischer und schwingender Belastung erzielt werden können. Das nun abschließende Kapitel fasst im ersten Abschnitt dieses Konzept und die daraus gewonnenen Erkenntnisse sowie Ergebnisse kurz zusammen. Abschließend wird in dem letzten Abschnitt ein Ausblick über das noch offene Potential zur möglichen weiteren Bearbeitung der Thematik gegeben.

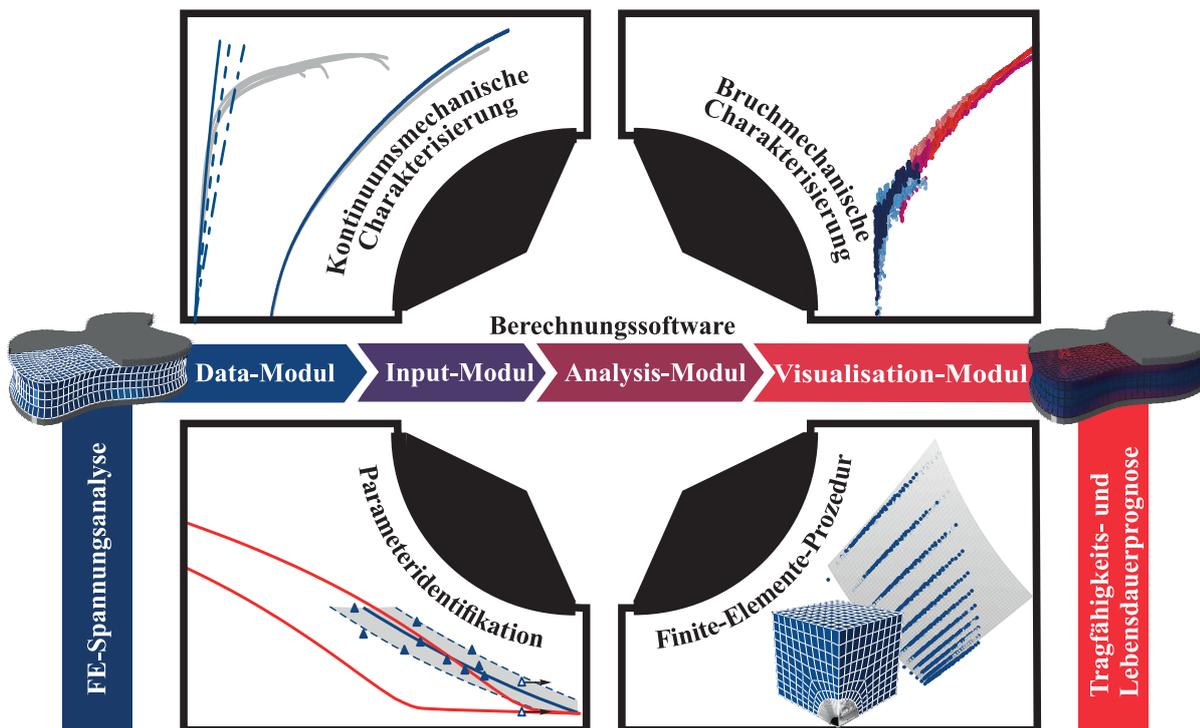
### 10.1 Zusammenfassung

**Bruchmechanischer Ansatz.** Zu Beginn wird anhand der vermittelten Grundlagen verdeutlicht, dass elastische Klebschichten aufgrund ihrer weitmaschigen Polymerstruktur ein für Elastomere charakteristisches Material- und Versagensverhalten aufweisen. Letzteres zeichnet sich dadurch aus, dass ausgehend von natürlichen Imperfektionen kleine, technische Anrisse in der Klebschicht initiieren, deren bruchmechanisches Rissausbreitungspotential maßgeblich die statische Tragfähigkeit und die erreichbare Lebensdauer einer elastischen Klebverbindung limitieren. Diese Prämisse dient als Grundlage für die in Kapitel 3 beschriebenen Ansätze einer bruchmechanischen Tragfähigkeits- und Lebensdauerhypothese. Dabei reduziert der dargelegte Idealisierungsprozess das komplexe, bruchmechanische Problem eines kleinen Risses, der innerhalb einer elastischen Klebschicht beansprucht wird, auf die Betrachtung eines kleinen, kreisrunden Risses, der innerhalb eines repräsentativen Volumenelements von einem homogenen Spannungsfeld umgeben ist. Für dieses idealisierte Kleinrissproblem wird anhand einer Dimensionsanalyse gezeigt, dass das mittels der Energiefreisetzungsrate quantifizierte Rissausbreitungspotential proportional zur Rissgröße ist und die Proportionalität prinzipiell über eine Funktion beschrieben werden kann, deren kontinuumsmechanische Argumente den allgemeinen Spannungszustand des homogenen Spannungsfeldes charakterisieren. In Abschnitt 3.3 wird dargelegt, dass die Bestimmung einer solchen Funktion im Kontext von FE-Simulationen erlaubt,

- die Energiefreisetzungsrate von kleinen Rissen an jedem Ort der elastischen Klebschicht ohne deren FE-Modellierung nur durch Auswertung des vorliegenden kontinuumsmechanischen Spannungszustands zu approximieren,
- die Wirkung multiaxialer Spannungszustände auf einen Wert, die Energiefreisetzungsrate, zu reduzieren und

- Klebschichtlebensdauern über Rissfortschrittskurven zu prognostizieren, ohne aufwendige Risswachstumssimulationen durchführen zu müssen.

Da somit die Möglichkeit einer effizienten bruchmechanischen Herangehensweise bei der simulativen Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognose elastischer Klebverbindungen eröffnet wird, ist die Darlegung einer Finite-Elemente-Prozedur, mit der eine solche Funktion empirisch bestimmt werden kann, eine zentrale Aufgabenstellung in dieser Arbeit. Diese und weitere erarbeitete Aufgabenstellungen sind in Abbildung 10.1 visualisiert und ergeben zugleich eine zusammenfassende Darstellung des in dieser Arbeit entwickelten Konzepts zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen bei quasistatischer und schwingender Belastung.



**Abbildung 10.1:** Zusammenfassende Darstellung des entwickelten Konzepts zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen im virtuellen Produktentwicklungsprozess

**Kontinuumsmechanische Charakterisierung.** In Abschnitt 5.1 wird zunächst auf die Methoden eingegangen, mit denen für den in dieser Arbeit betrachteten Polyurethan-Klebstoff BETAFORCE™ 2850L eine kontinuumsmechanische Charakterisierung vorgenommen wird. Dies umfasst die Parametrisierung einer reversiblen Verzerrungsenergiedichtefunktion anhand quasistatischer Substanzzug- und Kopfzugversuche, womit das nichtlineare Hyperelastizitäts- und Kompressibilitätsverhalten des Klebstoffs bei FE-Simulationen abgebildet wird. Da sich jedoch unter zyklischer Klebstoffbelastung zusätzlich der MULLINS-Effekt und scheinbar bleibende Verformungsanteile ausprägen, wird zusätzlich die Parametrisierung einer irreversiblen Verzerrungsenergiedichtefunktion thematisiert. Diese dient primär dazu, nachzuweisen, dass die Anwendbarkeit des Konzepts nicht auf eine reversible Verzerrungsenergiedichtefunktion beschränkt ist.

**Bruchmechanische Charakterisierung.** Für die bruchmechanische Charakterisierung des Untersuchungsklebstoffs wird in Abschnitt 5.2 mit dem Up-Down-Versuchsverfahren ein neuartiges Konzept zur Messung von Rissfortschrittskurven an Planarzugproben vorgestellt. Das Besondere an diesem Versuchskonzept ist, dass im Gegensatz zum genormten Versuchsverfahren [ISO08] über zwei verschiedene Arten von Ermüdungsrisswachstumsversuchen das Rissbeanspruchungsniveau und damit der Ermüdungsrissfortschritt kontinuierlich sowie automatisiert abgesenkt bzw. angehoben werden kann. Auf diese Weise werden für den Untersuchungsklebstoff innerhalb eines Lastfrequenzbereichs von  $f = 5 \text{ Hz} - 20 \text{ Hz}$  und einem  $R$ -Verhältnis-Bereich von  $R_F = 0,1 - 0,5$  kontinuierliche Rissfortschrittskurven gemessen, die auch den Thresholdbereich umfassen. Um im Rahmen des Konzepts die Rissfortschrittskurven für das Erzielen von Lebensdauerprognosen zu verwerten, wird deren Verlauf mit dem Rissfortschrittsgesetz nach KULLMER [KUL99] mathematisch beschrieben.

**Finite-Elemente-Prozedur.** Die bruchmechanischen Ansätze der Versagens- und Lebensdauerhypothese basieren darauf, dass für das idealisierte Kleinrissproblem ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Energiefreisetzungsrate und dem umliegenden Spannungsfeld existiert. Da jedoch im Fall nichtlinearer Konstitutivgesetze und finiter Deformationen keine allgemeingültige, analytische Lösung für eine solche Funktion existiert, thematisiert Kapitel 6 eine Finite-Elemente-Prozedur an repräsentativen Volumenelementen. Mit dieser wird für das idealisierte Kleinrissproblem die Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate vom umgebenden Spannungszustand und von der Rissorientierung für das Konstitutivverhalten des Untersuchungsklebstoffs systematisch untersucht. Dabei liegt der Wert der numerischen Untersuchungen nicht nur darin, wichtige Erkenntnisse hinsichtlich des bruchmechanischen Verhaltens von Rissen in Elastomeren im Allgemeinen zu erzielen, sondern aufzuzeigen, wie auf effiziente Art und Weise eine Datenbasis generiert und anhand derer der gesuchte Funktionszusammenhang empirisch bestimmt werden kann.

**Parameteridentifikation.** Um mit dem Konzept aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen erzielen zu können, werden Strategien thematisiert, mit denen ansatzbedingte Materialparameter invers an experimentellen Versuchsergebnissen identifiziert werden können. Diesbezüglich wird für die bruchmechanische Versagenshypothese gezeigt, dass der notwendige, materialspezifische Risszähigkeitskennwert anhand quasistatischer Kopfzugversuche ermittelt werden kann. Dass sich die Kopfzugprobe ebenfalls eignet, um hinsichtlich der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese die benötigten Werte eines Anfangsrissradius und eines Rissinitiierungsfaktors anhand der damit erzielten Ergebnisse von Schwingfestigkeitsversuchen zu bestimmen, wird mittels einer Parameterstudie gezeigt. Ferner wird mit Versuchsergebnissen an der Scherzugprobe eine zulässige Finite-Elemente-Diskretisierung identifiziert, womit auch im Fall hoch beanspruchter Klebschichtränder trotz den dort auftretenden Spannungssingularitäten aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen erzielt werden können.

**Berechnungssoftware.** Damit die bruchmechanischen Ansätze anwendungsorientiert in den simulativen Auslegungsprozess von elastischen Klebverbindungen integriert werden können, wird eine eigens programmierte Berechnungssoftware in Kapitel 7 vorgestellt. Mit den dort enthaltenen Programmmodulen können für elastische Klebverbindungen die Ergebnisse einer standardmäßigen FE-Spannungsanalyse automatisiert in zugehörige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen überführt werden. Der dafür benötigte Parametersatz stellt nach Abbildung 10.1 das zusammenfassende Ergebnis der vier zuvor genannten Arbeitsschritte dar. Anhand einer Performanceanalyse wird nachgewiesen, dass die Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen im Sekundenbereich abgeschlossen sind. Demnach ist das Konzept über die Berechnungssoftware zeit- und recheneffizient in den FE-basierten Auslegungsprozess implementierbar, dass aus wirtschaftlicher Sicht eine Anwendbarkeit im industriellen Umfeld gewährleistet ist.

**Validierung.** Um die Vorhersagegenauigkeit der mit dem Parametersatz erzielten Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen zu überprüfen, werden diese anhand quasistatischer Zug- und Schwingfestigkeitsversuche verschiedenster Klebschichtprüfkörper validiert. Auf diese Weise wird in Kapitel 8 für repräsentative Klebschichtbeanspruchungssituationen nachgewiesen, dass die Tragfähigkeitsprognosen mit dem Versagensbeginn der elastischen Klebschichten übereinstimmen. Hinsichtlich der Lebensdauerprognosen wird anhand von elf empirischen Zeitfestigkeitsgeraden, die auf insgesamt 135 Schwingfestigkeitsversuchen basieren, die hohe Vorhersagegenauigkeit der Lebensdauerprognosen eingehend belegt. Dabei sind unterschiedliche Prüfkörper, Fügeteilkombinationen, Lasteinleitungswinkel, Lastverhältnisse und Klebschichtdicken berücksichtigt worden. Die hohe Vorhersagegenauigkeit drückt sich zusammenfassend dadurch aus, dass bei über 85% der insgesamt 135 Schwingfestigkeitsversuche die prognostizierte Klebschichtlebensdauer um weniger als den Faktor 2,5 von der experimentellen Referenz abweicht und bei den restlichen Schwingfestigkeitsversuchen stets eine konservative Lebensdauerprognose erzielt wird. Somit kann insgesamt anhand des Validierungsprozesses festgehalten werden, dass das Berechnungskonzept aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen bei quasistatischer und schwingender Belastung erzielt und demnach eine sinnvolle Basis zur belastungsgerechten Auslegung von elastischen Klebverbindungen darstellt.

Zusammenfassend ist zu resümieren, dass die Arbeit einen ertragreichen Forschungsbeitrag zur Prognosefähigkeit und Zuverlässigkeit von elastischen Klebverbindungen leistet und damit das nach dem GEMEINSCHAFTSAUSSCHUSS KLEBTECHNIK förderungswürdige Vertrauen in diese Fügtechnologie stärkt [Gem15]. Vielmehr wird der folgende Ausblick zeigen, dass mit den dargelegten Forschungsergebnissen ein vielversprechender Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen und Weiterentwicklungen erreicht worden ist. Mit diesen könnte nicht nur für elastische Klebverbindungen eine belastungsgerechte Dimensionierung selbst bei komplexen Betriebsbelastungen und Umwelteinflüssen sichergestellt werden.

## 10.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit thematisierten elastischen Klebverbindungen stellen eine technische Anwendung dar, bei der das einzigartige Verformungsverhalten von Elastomeren ausgenutzt wird. Daneben existieren beispielsweise mit Riemen, Gummilagern oder Reifen eine Vielzahl weiterer technischer Elastomerbauteile, für die entsprechend der von TEE et. al. [TLA18] zusammengetragenen Forschungsaktivitäten ebenfalls ein hoher Bedarf hinsichtlich simulationsgestützter Berechnungskonzepte besteht. Wird sich in diesem Kontext vergegenwärtigt, dass das in dieser Arbeit entwickelte Berechnungskonzept mit den getroffenen Annahmen und Idealisierungen auf einer abstrahierten Kleinrissbetrachtung basiert, dann folgt die Erkenntnis, dass dessen Anwendbarkeit prinzipiell nicht auf elastische Klebverbindungen beschränkt ist. Stattdessen besteht das Potenzial, dass die erarbeiteten Erkenntnisse genutzt werden können, um für elastomere Strukturen im Allgemeinen aussagekräftige Tragfähigkeits- und Lebensdauerprognosen erzielen zu können. Als übergeordneter Ausblick könnte daher erstrebenswert sein, die Anwendbarkeit des Berechnungskonzepts hinsichtlich anderer Produktklassen zu eruieren.

Für das Berechnungskonzept an sich ist festzuhalten, dass in dieser Arbeit der Fokus auf quasistatische und einachsige-schwingende Belastungssituationen gelegt wurde. Allerdings sind elastische Klebverbindungen betriebsbedingt auch komplexeren Belastungshistorien ausgesetzt, die durch multiaxiale Schwingungsvorgänge und variable Belastungsamplituden charakterisiert sind. Daher besteht der zukünftige Forschungsbedarf darin zu untersuchen, wie bei den Lebensdauerprognosen der Einfluss dieser Effekte auf die Klebschichtermüdung berücksichtigt werden kann. Diesbezüglich bietet das Auslegungskonzept vielversprechende Möglichkeiten zur Weiterentwicklung, die im Folgenden kurz skizziert werden.

Multiaxiale Schwingungsvorgänge können dazu führen, dass an einem Materialpunkt die zeitabhängigen Komponenten eines Spannungs- oder Dehnungstensors nichtproportional bzw. asynchron verlaufen und damit die Richtung der zugehörigen Eigenvektoren während der Belastungshistorie nicht konstant sind. Unter diesen Umständen wird unter anderem vom MARS [MF05] resümiert, dass mit skalaren Beanspruchungsparametern, wie sie z. B. aus kontinuumsmechanischen Vergleichshypothesen resultieren, der Einfluss auf die Materialermüdung nicht zielführend abgebildet werden kann. Effektiver sind Schnittebenenkonzepte –auch als Critical Plane Concepts bezeichnet– bei denen an einem Materialpunkt die Wirkung multiaxialer Schwingungsvorgänge darauf zurückgeführt wird, welche Beanspruchung sie in den verschiedenen Materialebenen hervorruft [Mar21, ZF13]. Dabei wird der Weg für ein solches Schnittebenenkonzept in dieser Arbeit bereits bereitet. Indem beim idealisierten Kleinrissproblem für beliebige Rissorientierungen die Energiefreisetzungsrates mit dem hergeleiteten Funktionszusammenhang approximiert werden kann, ist an einem Materialpunkt eine nichtproportionale Beanspruchungshistorie durch Auswertung des Rissausbreitungspotentials in den verschiedenen Materialebenen analysierbar. Würde daher diese Art der Analyse in einem Auswertungsalgorithmus hinterlegt, könnten über ein Rissfortschrittsgesetz möglicherweise auch im Fall multiaxialer Schwingungsvorgänge aussagekräftige Lebensdauerprognosen erzielt werden. Diesbezüglich würde die Validierung

anhand multiaxialer Ermüdungsversuche Klarheit verschaffen bzw. die daraus gewonnenen Erkenntnisse würden eine Weiterentwicklung des Berechnungskonzepts erlauben.

Um bei den Lebensdauerprognosen Belastungshistorien mit variablen Amplituden mit einzubeziehen, besteht z. B. in Anlehnung an die Vorgehensweise von HARBOUR, ET. AL. [WFM08] die Möglichkeit, das Auslegungskonzept um eine klassische Schadensakkumulationshypothese (z. B. die PALMGREN [PAL24]-MINER [MIN45]-Hypothese) zu erweitern. Zugleich besteht jedoch wegen der bruchmechanischen Herangehensweise ebenfalls nach den von RICHARD und SANDER [RS16] zusammengetragenen Konzepten die Möglichkeit, dass die Energiefreisetzungsrate und der zugehörige Ermüdungsrissfortschritt über das Rissfortschrittsgesetz für jeden Lastwechsel einzeln analysiert wird. Durch die Gesamtheit der Einzelauswertungen könnte dann auch für Belastungshistorien mit variablen Amplituden eine Lebensdauerprognose erzielt werden. Welcher Ansatz letzten Endes am zielführendsten ist, ist im Rahmen weiterführender Untersuchungen zu untersuchen. Jedoch verdeutlichen die exemplarisch aufgeführten Möglichkeiten, dass beim Berechnungskonzept vielfältige Anknüpfungspunkte für praktisch relevante Erweiterungen bestehen.

An dieser Stelle bleibt noch anzumerken, dass in dieser Arbeit der Faktor Umwelteinfluss nicht thematisiert worden ist. Jedoch ist aus der Elastomereforschung bekannt, dass sich beispielsweise eine erhöhte Umgebungstemperatur oder eine Ozonbelastung negativ auf die erreichbare Lebensdauer eines Elastomers auswirken können. Wie dies bei den Lebensdauerprognosen mitberücksichtigt werden kann, könnte eine Fragestellung für weiterführende Forschungsvorhaben sein. Dabei könnte in Anlehnung an [Bau20] ein Ansatzpunkt die Messung von Rissfortschrittskurven unter Einwirkung der betrachteten Umwelteinflüsse darstellen, sodass bspw. die Temperaturabhängigkeit des Rissfortschrittsgesetzes ermittelt wird. Dieses könnte dann im Rahmen des Auslegungskonzepts genutzt werden, um auch bei verschiedenen Umwelteinflüssen Lebensdauerprognosen zu erzielen.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass das in dieser Arbeit entwickelte Berechnungskonzept nicht nur eine Verbesserung des Stands der Wissenschaft und Forschung im Bereich der Klebtechnik, sondern auch einen vielversprechenden Ausgangspunkt für Weiterentwicklungen und zukünftige Forschungsvorhaben in der Kleb- und Elastomertechnik darstellt.

# 11 ANHANG

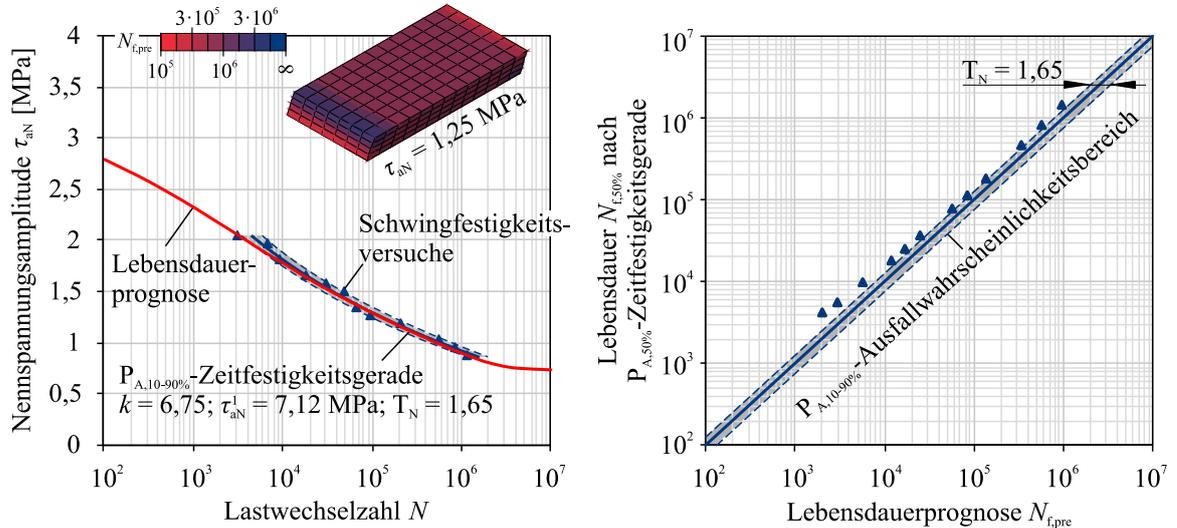


Abbildung 11.1: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der Scherzugprobe ( $R_F = 0,4$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MTA+22])

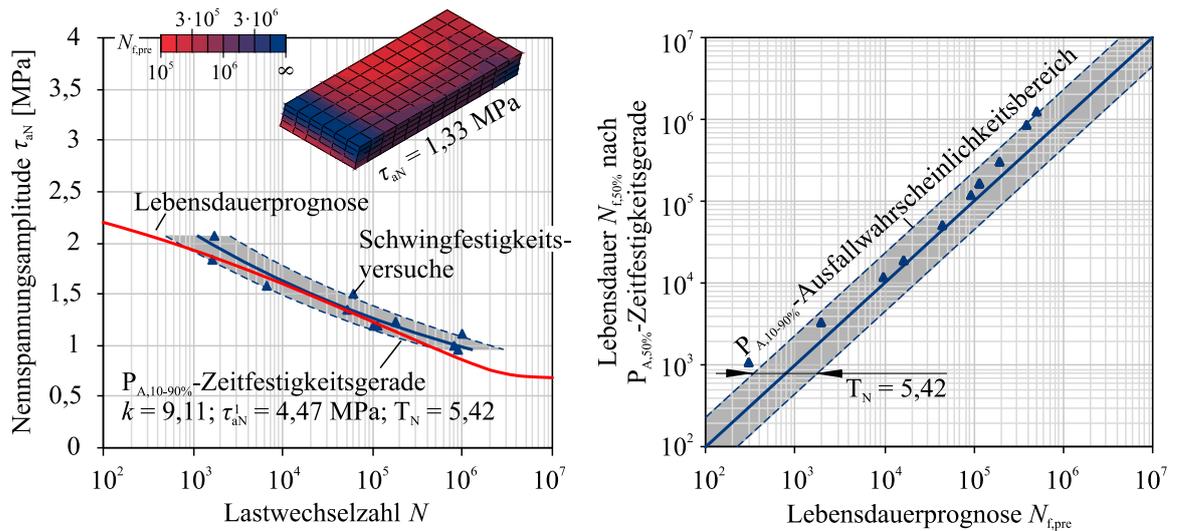


Abbildung 11.2: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der Schrägzugprobe bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MTA+22])

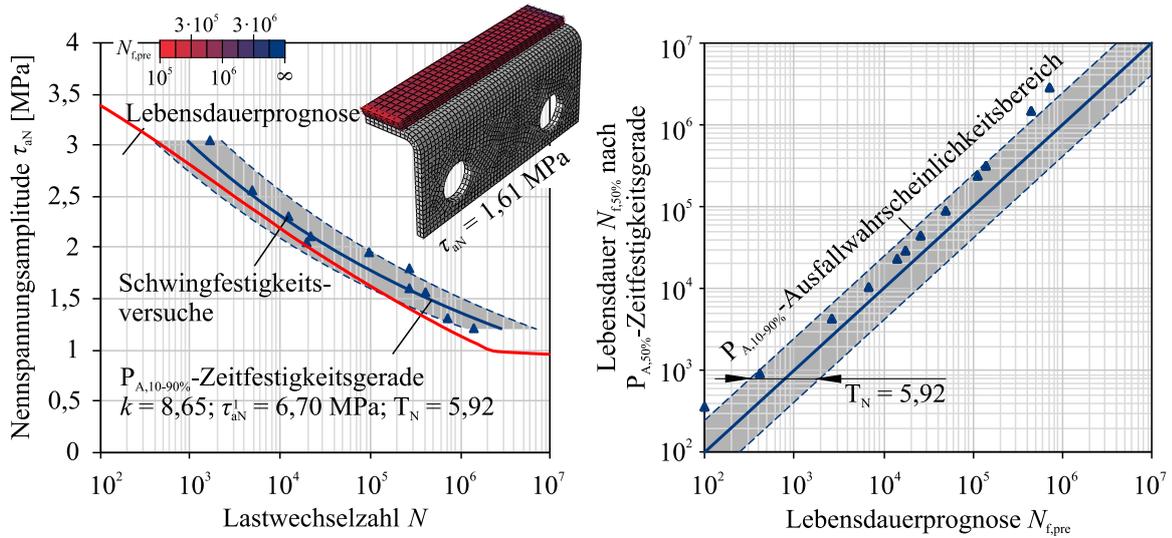


Abbildung 11.3: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der LWF-KS2-Probe (0°) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MTA+22])

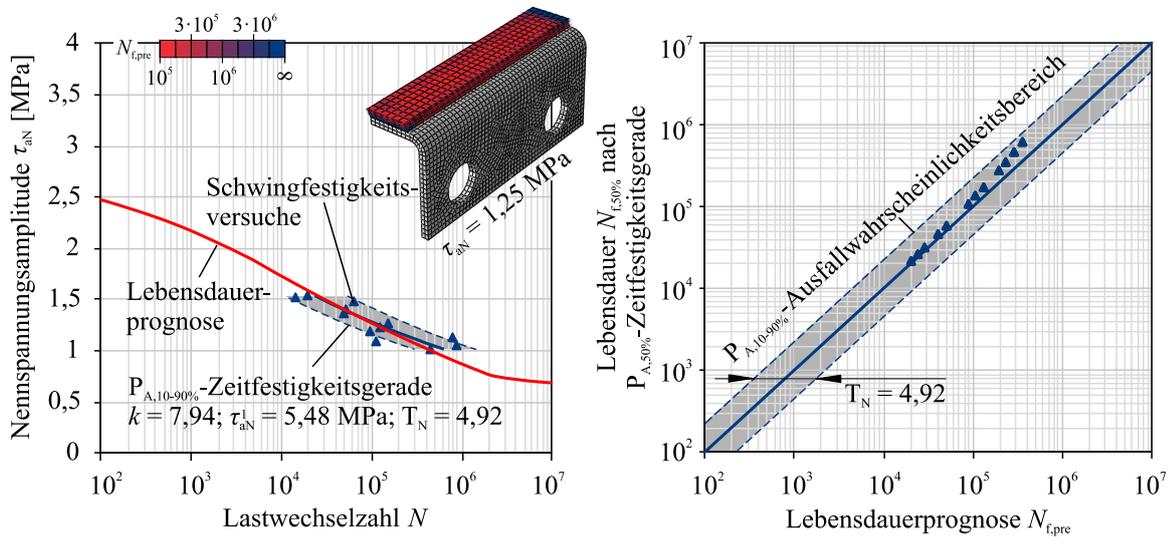


Abbildung 11.4: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der LWF-KS2-Probe (45°) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MTA+22])

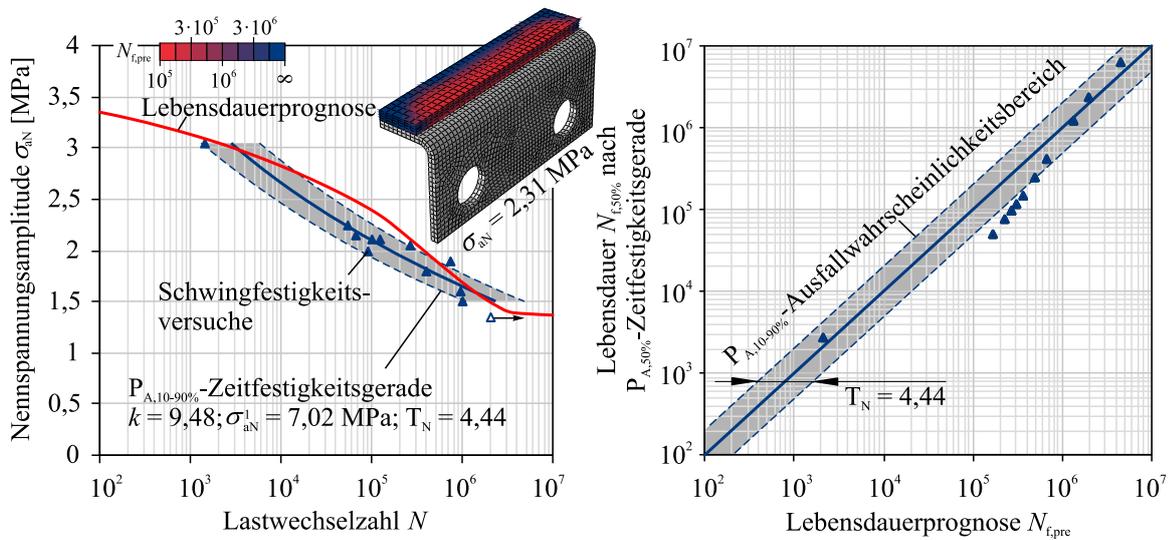


Abbildung 11.5: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der LWF-KS2-Probe (90°) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes. (Exp. Daten aus [MTA+22])

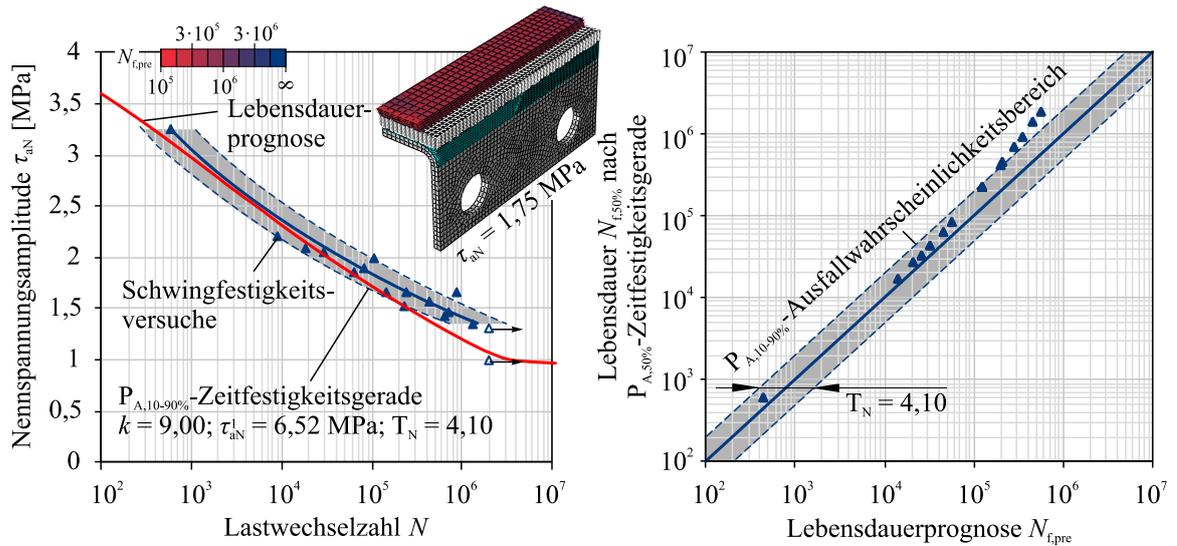


Abbildung 11.6: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. LWF-KS2-Probe ( $0^\circ$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

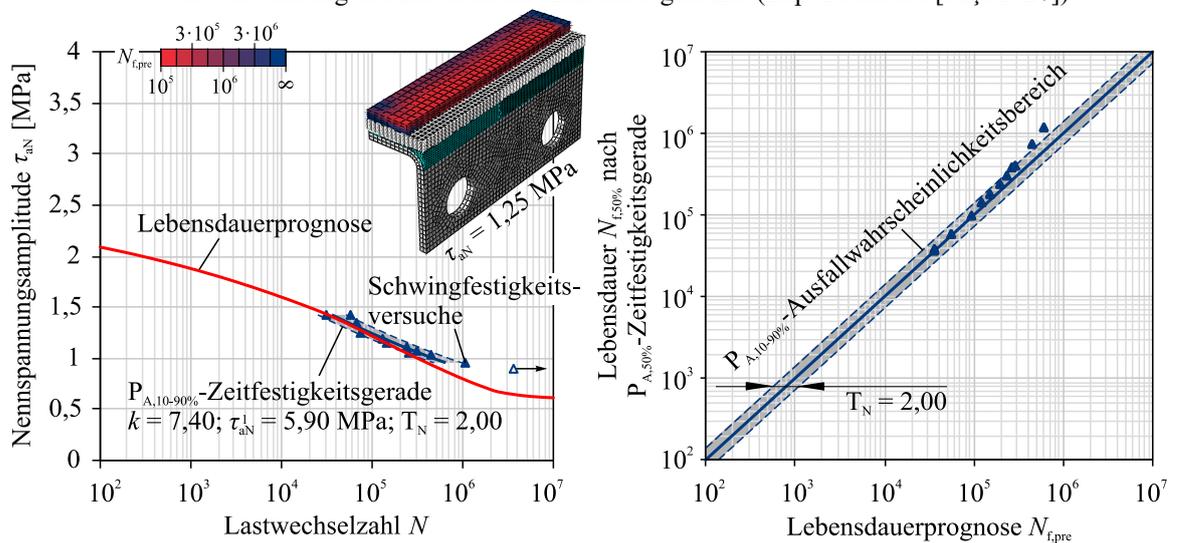


Abbildung 11.7: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. LWF-KS2-Probe ( $45^\circ$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

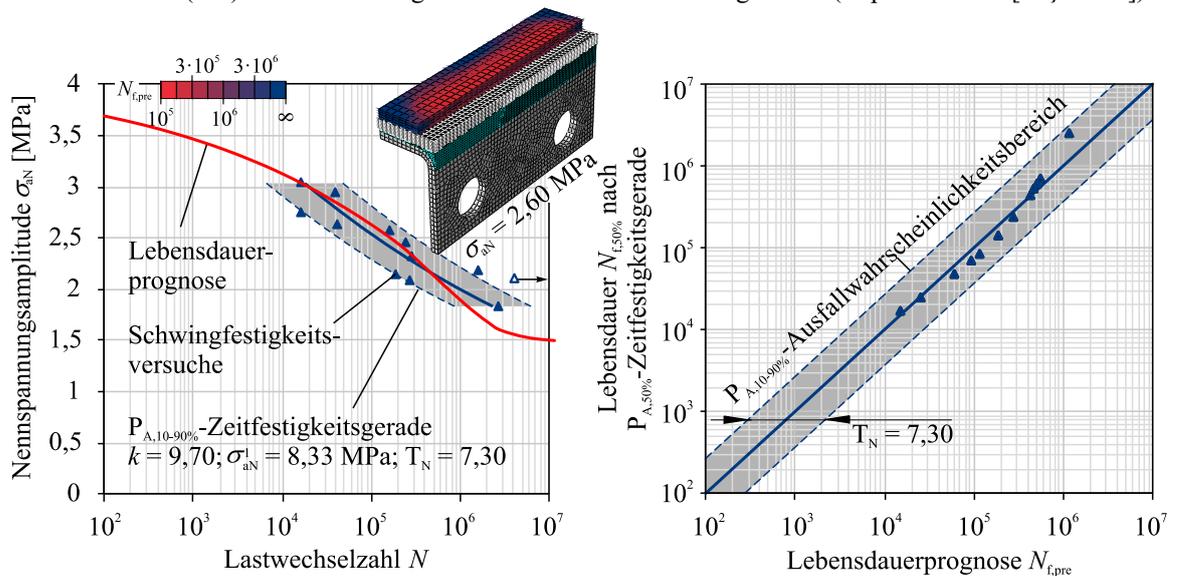


Abbildung 11.8: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. LWF-KS2-Probe ( $90^\circ$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

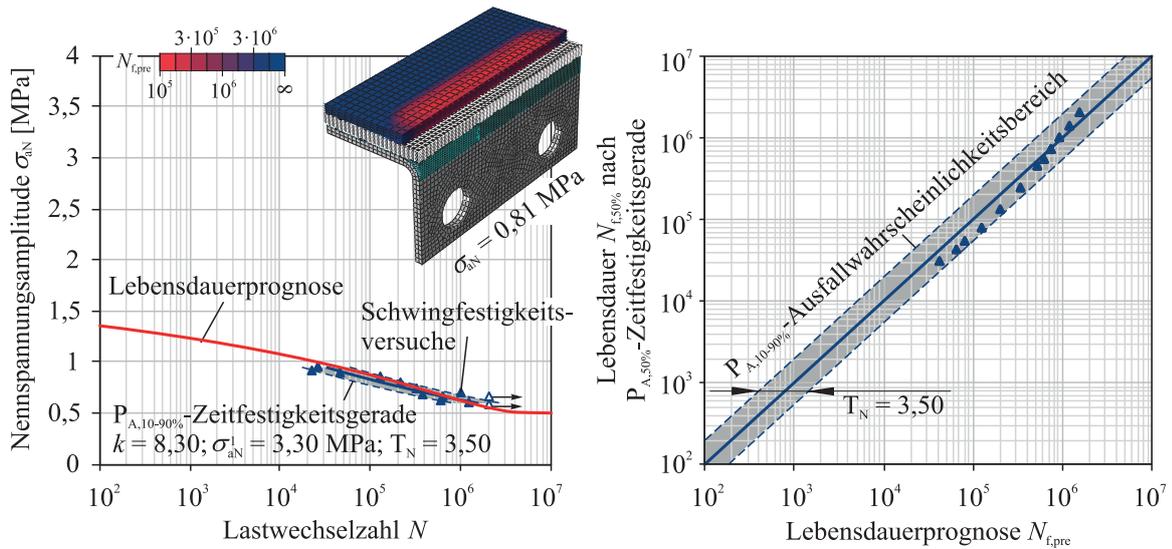


Abbildung 11.9: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. LWF-KS2-Schulzugprobe bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

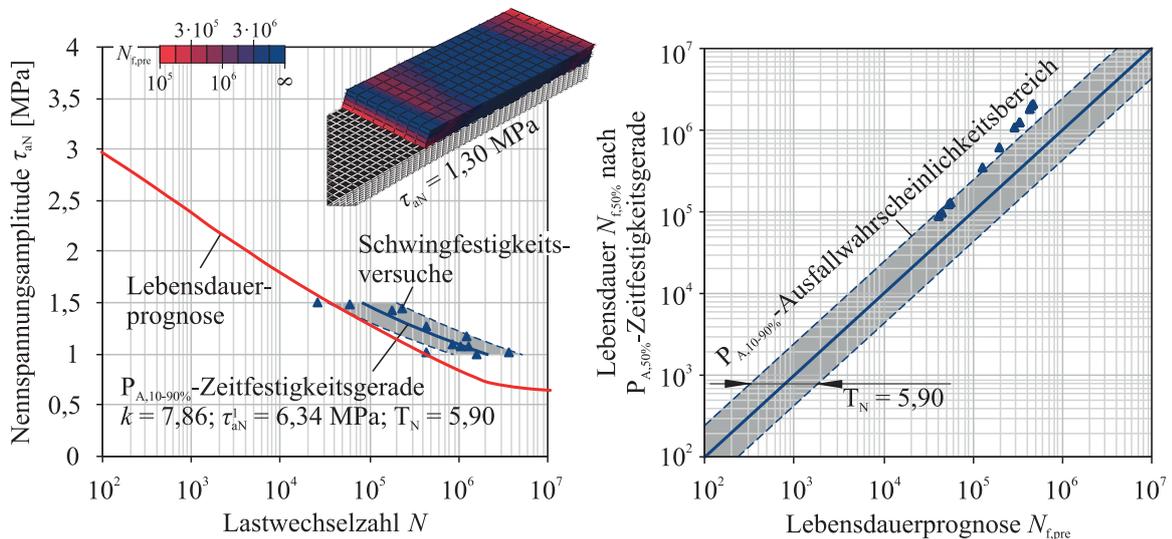


Abbildung 11.10: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. Scherzugprobe ( $d_k = 2 \text{ mm}$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

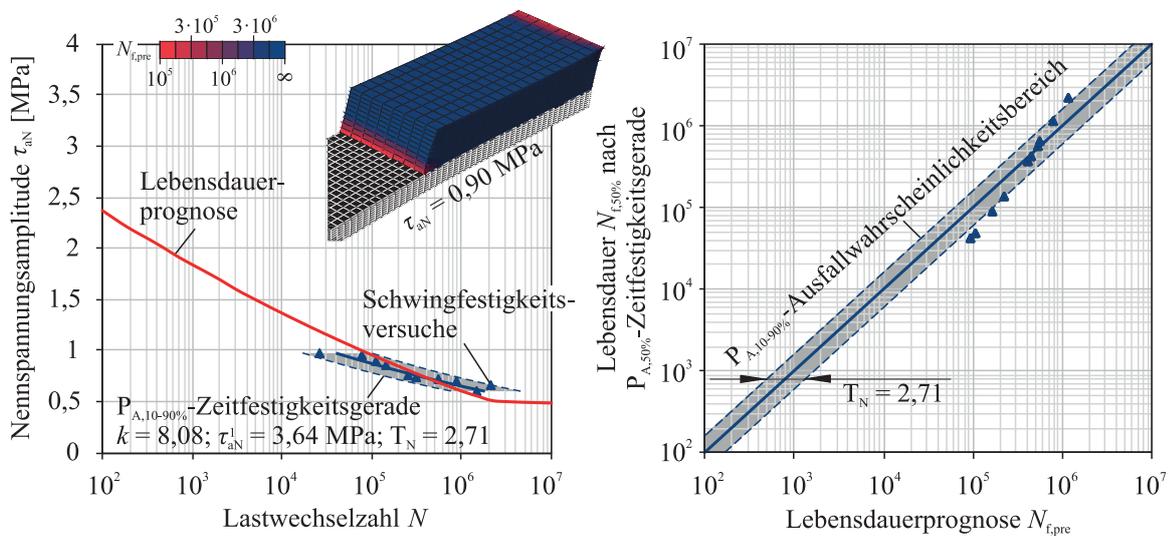


Abbildung 11.11: Validierung der bruchmechanischen Lebensdauerhypothese mit der hyb. Scherzugprobe ( $d_k = 5 \text{ mm}$ ) bei Verwendung des irreversiblen Konstitutivgesetzes (Exp. Daten aus [MÇM+20])

**LITERATURVERZEICHNIS**

- [Abd12] ABDEL WAHAB, M. M.: Fatigue in Adhesively Bonded Joints: A Review. International Scholarly Research Network: Materials Science, (2012), S. 1–25, Hindawi, 2012. doi.org/10.5402/2012/746308
- [Alt18] ALTENBACH, H.: Kontinuumsmechanik. Springer, Berlin, Heidelberg, 2018. doi.org/10.1007/978-3-662-57504-8
- [AMV12] AÏT-BACHIR, M.; MARS, W. V.; VERRON, E.: Energy release rate of small cracks in hyperelastic materials. International Journal of Non-Linear Mechanics, (47)4, S. 22–29, Elsevier, 2012. doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2012.03.001
- [AST16] ASTM E647-15E01 – Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates, 2016
- [Aud18] AUDI AG: Audi A6 Avant. Unter: www.audi-mediacycenter.com, 29. Oktober 2022
- [Bau20] BAUER, B.: Lebensdauerprognose für additiv gefertigte Kunststoffbauteile mittels bruchmechanischer Konzepte. Dissertation, Angewandte Mechanik, Universität Paderborn, 2020
- [Bla63] BLATZ, P. J.: Application of Finite Elastic Theory to the Behavior of Rubberlike Materials. Rubber Chemistry and Technology, (36)5, S. 1459–1496, Allen Press, 1963. doi.org/10.5254/1.3539651
- [BP04] BIGONI, D.; PICCOLROAZ, A.: Yield criteria for quasibrittle and frictional materials. International Journal of Solids and Structures, (41)11-12, S. 2855–2878, Elsevier, 2004. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2003.12.024
- [Bun19] BUNDESMINISTERIUM FÜR WIRTSCHAFT UND KLIMASCHUTZ: Industriestrategie 2030 – Leitlinien für eine deutsche und europäische Industriepolitik. Unter: <https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Publikationen/Industrie/industriestrategie-2030.html>, 22. Februar 2023
- [Bun21] BUNDESMINISTERIUM FÜR WIRTSCHAFT UND KLIMASCHUTZ: Leichtbaustrategie für den Industriestandort Deutschland. Unter: <https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Publikationen/Technologie/leichtbaustrategie.html>, 22. Februar 2023
- [Çav21] ÇAVDAR, S.: Spannungsbasierte Lebensdauerberechnung von zyklisch beanspruchten Klebverbindungen mit hyperelastischen Deformationsverhalten. Dissertation, Laboratorium für Werkstoff- und Fügetechnik, Universität Paderborn, 2021
- [CGP93] CHANG, Y. W.; GENT, A. N.; PADOVAN, J.: Strain energy release rates for internal cracks in rubber blocks. International Journal of Fracture, (60)4, S. 363–371, Springer, 1993. doi.org/10.1007/BF00034742

- [CHD+00] CRISCIONE, J. C.; HUMPHREY, J. D.; DOUGLAS, A. S.; HUNTER, W. C.: An invariant basis for natural strain which yields orthogonal stress response terms in isotropic hyperelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (48)12, S. 2445–2465, Elsevier, 2000. doi.org/10.1016/S0022-5096(00)00023-5
- [Che67] CHEREPANOV, G. P.: Crack propagation in continuous media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, (31)3, S. 503–512, John Wiley & Sons, 1967. doi.org/10.1016/0021-8928(67)90034-2
- [COV+03] CHARRIER, P.; OSTOJA-KUCZYNSKI, E.; VERRON, E.; MARCKMANN, G.; GORNET, L.; CHAGNON, G.: Theoretical and numerical limitations for the simulation of crack propagation in natural rubber components. In: BUSFIELD, J.; MUHR, A. H. (HRSG.): *Proceedings of the 3rd European Conference on the Constitutive Models for Rubber*. Taylor & Francis, 2003, S. 3–10
- [CR96] CHOI, I. S.; ROLAND, C. M.: Intrinsic Defects and the Failure Properties of cis-1,4-Polyisoprenes. *Rubber Chemistry and Technology*, (69)4, S. 591–599, Allen Press, 1996. doi.org/10.5254/1.3538386
- [Cun99] CUNTZE, R. G.: The failure mode concept - A new comprehensive 3D-strength analysis concept for any brittle and ductile behaving material. In: EUROPEAN SPACE AGENCY; CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES SPATIALES; DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND RAUMFAHRT (HRSG.): *Proceedings / European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing*. ESA SP, 428, ESTEC, Noordwijk, 1999, S. 269–287
- [CWS17] CHEN, C.; WANG, Z.; SUO, Z.: Flaw sensitivity of highly stretchable materials. *Extreme Mechanics Letters*, (10), S. 50–57, Elsevier, 2017. doi.org/10.1016/j.eml.2016.10.002
- [Das17] DASSAULT SYSTÈMES: *Abaqus Documentation*, 2017
- [Das23] DASSAULT SYSTÈMES: *FE-Safe/Rubber – Durability Analysis Software for Finite Element Models*. Unter: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/fe-safe/fe-saferubber/>, 4. Februar 2023
- [DBG06] DIANI, J.; BRIEU, M.; GILORMINI, P.: Observation and modeling of the anisotropic visco-hyperelastic behavior of a rubberlike material. *International Journal of Solids and Structures*, (43)10, S. 3044–3056, Elsevier, 2006. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.06.045
- [DFG09] DIANI, J.; FAYOLLE, B.; GILORMINI, P.: A review on the Mullins effect. *European Polymer Journal*, (45)3, S. 601–612, Elsevier, 2009. doi.org/10.1016/j.eurpolymj.2008.11.017
- [DIN03] DIN 8593-0:2003-09 – *Fertigungsverfahren Fügen-Teil 0: Allgemeines Einordnung, Unterteilung, Begriffe*, 2003
- [DIN08] DIN EN ISO 291:2008-08 – *Kunststoffe- Normalklimate für Konditionierung und Prüfung*, 2008

- [DIN09] DIN EN 15870:2009-08 – Klebstoffe-Bestimmung der Zugfestigkeit von Stumpfklebungen, 2009
- [DIN11] DIN EN 14869-2:2011-07 – Strukturklebstoffe-Bestimmung des Scherverhaltens struktureller Klebungen-Teil 2: Scherprüfung für dicke Fügeile, 2011
- [DIN13] DIN EN 10268:2013-12 – Kaltgewalzte Flacherzeugnisse aus Stählen mit hoher Streckgrenze zum Kaltumformen - Technische Lieferbedingungen, 2013
- [DIN16] DIN 50100:2016-12 – Schwingfestigkeitsversuch-Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für metallische Werkstoffproben und Bauteile, 2016
- [DIN17a] DIN ISO 1431-1:2017-04 – Elastomere oder thermoplastische Elastomere-Widerstand gegen Ozonrissbildung- Teil 1: Statische und dynamische Dehnungsprüfung, 2017
- [DIN17b] DIN 53504:2017-03 – Prüfung von Kautschuk und Elastomeren-Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit, Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch, 2017
- [DIN18] DIN EN 485-2:2018-12 – Aluminium und Aluminiumlegierungen-Bänder, Bleche und Platten-Teil 2: Mechanische Eigenschaften, 2018
- [DIN19] DIN EN 10025-2:2019-10 – Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen-Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle, 2019
- [DIN20] DIN EN ISO 6892-1:2020-06 – Metallische Werkstoffe-Zugversuch-Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur, 2020
- [DKT+22] DUFFE, T.; KULLMER, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; MESCHUT, G.: Global energy release rate of small penny-shaped cracks in hyperelastic materials under general stress conditions. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, (121), Elsevier, 2022. doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103461
- [Dra20] DRASS, M.: Constitutive Modelling and Failure Prediction for Silicone Adhesives in Façade Design. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2020. doi.org/10.1007/978-3-658-29255-3
- [DRK20] DRASS, M.; ROSENDAHL, P. L.; KRAUS, M. A.: Coupled distortional-dilatational failure mode concept for silicone adhesives. *Mechanics of Materials*, 148, Elsevier, 2020. doi.org/10.1016/j.mechmat.2020.103511
- [DSK21] DUFFE, T.; SCHRAMM, B.; KULLMER, G.: Experimentelle Ermittlung von Rissfortschrittskurven für hyperelastische Klebstoffe. In: DEUTSCHER VERBAND FÜR MATERIALFORSCHUNG UND -PRÜFUNG E.V. (HRSG.): Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethode und Anwendungen – 53. Tagung des Arbeitskreises Bruchmechanik und Bauteilsicherheit. Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V. (DVM), Berlin, 2021, S. 157–166. doi.org/10.48447/br-2021-018

- [Du 11] DU PONT DE NEMOURS: BETAMATE™ 2098 – Technisches Datenblatt, 2011
- [Du 21] DU PONT DE NEMOURS: BETAFORCE™ 2850L – Technisches Datenblatt, 2021
- [EBS+21] EUCHLER, E.; BERNHARDT, R.; SCHNEIDER, K.; TADA, T.; WIEßNER, S.: Experimental study on cavitation in rubber vulcanizates subjected to constrained tensile deformation. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, (21)1, John Wiley & Sons, 2021.  
doi.org/10.1002/pamm.202100023
- [ER70] ERDOGAN, F.; RATWANI, M.: Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack. *International Journal of Fracture*, (6)4, S. 379–392, Springer, 1970. doi.org/10.1007/BF00182626
- [Flo61] FLORY, P. J.: Thermodynamic relations for high elastic materials. *Transactions of the Faraday Society*, (57), S. 829–838, Faraday Society, 1961.  
doi.org/10.1039/TF9615700829
- [FMR+17] FURRER, P.; MÜLLER, A.; REIER, T.; MÜTZE, S.; EGGERS, U.; GEFFERT, A.; KOPP, G.; SCHÖNEBURG, R.; SCHERZER, D.; HAHN, O.; JANZEN, V.; MESCHUT, G.; OLFERMANN, T.; SÜLLENTROP, S.; GADOW, R.; GAUL, L.; KRÖFF, A.; DECKING, K.; EICHENSEER, T.; WIDEGGER, G.: Werkstoff- und Halbzeugtechnologien für Leichtbau-Anwendungen. In: FRIEDRICH, H. E. (HRSG.): *Leichtbau in der Fahrzeugtechnik*. Springer, Wiesbaden, 2017, S. 451–732. doi.org/10.1007/978-3-658-12295-9\_7
- [For20] FORSCHUNGSKURATORIUM MASCHINENBAU: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. 7. Auflage, FKM-Richtlinie, Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau, Frankfurt am Main, 2020
- [Gem15] GEMEINSCHAFTSAUSSCHUSS KLEBTECHNIK: Roadmap Klebtechnik – Dem Kleben Vertrauen schenken. Unter: [https://dechema.de/dechema\\_media/Downloads/Positionspapiere](https://dechema.de/dechema_media/Downloads/Positionspapiere), 22. Februar 2023
- [Gen12] GENT, A. N.: *Engineering with rubber – How to design rubber components*. 3. Auflage, Hanser, München, 2012
- [GHM08] GOVINDARAJAN, S. M.; HURTADO, J. A.; MARS, W. V.: Simulation of Mullins effect and permanent set in filled elastomers using multiplicative decomposition. In: BOUKAMEL, A.; LAIARINANDRASANA, L.; MÉO, S.; VERRON, E. (HRSG.): *Constitutive models for rubber V – Proceedings of the 5th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2007*, Paris, France, 4 - 7 September 2007. *Balkema - proceedings and monographs in engineering, water and earth sciences*, Taylor & Francis, London, 2008
- [Gho12] GHOREISHY, M. H. R.: Determination of the parameters of the Prony series in hyper-viscoelastic material models using the finite element method. *Materials & Design*, (35), S. 791–797, Elsevier, 2012.  
doi.org/10.1016/j.matdes.2011.05.057

- [GL59] GENT, A. N.; LINDLEY, P. B.: Internal rupture of bonded rubber cylinders in tension. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, (249)1257, S. 195–205, Royal Society, 1959. doi.org/10.1098/rspa.1959.0016
- [GLM+18] GUDE, M.; LIEBERWIRTH, H.; MESCHUT, G.; TEKKAYA, E.; ZÄH, M.F. (Hrsg.): FOREL-Studie 2018 – Ressourceneffizienter Leichtbau für die Mobilität. Wandel-Prognose-Transfer, 2018. Unter: <https://plattform-forel.de/studie/>
- [GM18] GOOSSENS, J. R.; MARS, W. V.: Finitely scoped, high reliability fatigue crack growth measurements. *Rubber Chemistry and Technology*, (91)4, S. 644–650, Allen Press, 2018. doi.org/10.5254/rct.18.81532
- [Gre63] GREENSMITH, H. W.: Rupture of rubber. X. The change in stored energy on making a small cut in a test piece held in simple extension. *Journal of Applied Polymer Science*, (7)3, S. 993–1002, John Wiley & Sons, 1963. doi.org/10.1002/app.1963.070070316
- [Gri21] GRIFFITH, A. A.: VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, (221)582-593, S. 163–198, Royal Society, 1921. doi.org/10.1098/rsta.1921.0006
- [GS16] GROSS, D.; SEELIG, T.: *Bruchmechanik*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2016. doi.org/10.1007/978-3-662-46737-4
- [Hab09] HABENICHT, G.: *Kleben*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009. doi.org/10.1007/978-3-540-85266-7
- [Hai07] HAINSWORTH, S. V.: An environmental scanning electron microscopy investigation of fatigue crack initiation and propagation in elastomers. *Polymer Testing*, (26)1, S. 60–70, Elsevier, 2007. doi.org/10.1016/j.polymertesting.2006.08.007
- [Hai20] HAIGH, B. P.: The strain energy function and the elastic limit. *Engineering*, 109, S. 158–160, Elsevier, 1920
- [Har03] HARTMANN, S.: *Finite-Elemente-Berechnung inelastischer Kontinua*. Habilitation, Institut für Mechanik, Universität Kassel, 2003
- [HKV02] HEINRICH, G.; KLÜPPEL, M.; VILGIS, T. A.: Reinforcement of elastomers. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, (6)3, S. 195–203, Elsevier, 2002. doi.org/10.1016/S1359-0286(02)00030-X
- [HMM+16] HUNEAU, B.; MASQUELIER, I.; MARCO, Y.; LE SAUX, V.; NOIZET, S.; SCHIEL, C.; CHARRIER, P.: Fatigue crack initiation in a carbon black-filled natural rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, (89)1, S. 126–141, Allen Press, 2016. doi.org/10.5254/rct.15.84809
- [HNA+06] HAMDI, A.; NAÏT ABDELAZIZ, M.; AÏT HOCINE, N.; HEUILLET, P.; BENSEDDIQ, N.: A fracture criterion of rubber-like materials under plane stress conditions. *Polymer Testing*, (25)8, S. 994–1005, Elsevier, 2006. doi.org/10.1016/j.polymertesting.2006.06.005

- [Hol00] HOLZAPFEL, G. A.: Nonlinear solid mechanics – A continuum approach for engineering. John Wiley & Sons, New York, 2000
- [HP66] HARWOOD, J. A. C.; PAYNE, A. R.: Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part IV. Unfilled vulcanizates. *Journal of Applied Polymer Science*, (10)8, S. 1203–1211, John Wiley & Sons, 1966. doi.org/10.1002/app.1966.070100811
- [Irw58] IRWIN, G. R.: Fracture. In: FLÜGGE, S. (HRSG.): *Elasticity and Plasticity / Elastizität und Plastizität. Handbuch der Physik / Encyclopedia of Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg, 1958, S. 551–590. doi.org/10.1007/978-3-642-45887-3\_5
- [ISO08] ISO 27727:2008 – Rubber, vulcanized - Measurement of fatigue crack growth rate, 2008
- [Kai14] KAINDL, S.: Simulation der Schwingfestigkeit von Elastomerbauteilen. Dissertation, Institut für angewandte Forschung, Martin-Luther-Universität, 2014
- [Kaß16] KABNER, M.: Entwicklung einer Methodik zur Simulation der Lebensdauer von Klebverbindungen mit Polyurethan-Klebstoffen. Dissertation, Laboratorium für Werkstoff- und Fügetechnik, Universität Paderborn, 2016
- [KCR66] KRAUS, G.; CHILDERS, C. W.; ROLLMANN, K. W.: Stress softening in carbon black-reinforced vulcanizates. Strain rate and temperature effects. *Journal of Applied Polymer Science*, (10)2, S. 229–244, John Wiley & Sons, 1966. doi.org/10.1002/app.1966.070100205
- [KG19] KLEIN, B.; GÄNSICKE, T.: *Leichtbau-Konstruktion*. Springer, Wiesbaden, 2019. doi.org/10.1007/978-3-658-26846-6
- [KJH+06] KAANG, S.; JIN, Y. W.; HUH, Y.; LEE, W.-J.; IM, W. B.: A test method to measure fatigue crack growth rate of rubbery materials. *Polymer Testing*, (25)3, S. 347–352, Elsevier, 2006. doi.org/10.1016/j.polymertesting.2005.12.005
- [KM12] KINGSTON, J.; MUHR, A. H.: Determination of effective flaw size for fatigue life prediction. In: JERRAMS, S.; MURPHY, N. M. (HRSG.): *Constitutive models for rubber VII – Proceedings of the 7th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR, Dublin, Ireland, 20-23 September 2011*. CRC Press, Boca Raton, 2012, S. 337–342
- [Kol18] KOLUPAEV, V. A.: Equivalent Stress Concept for Limit State Analysis. Dissertation, Institut für Polymere, Technische Universität Darmstadt, 2018. doi.org/10.1007/978-3-319-73049-3
- [KSK+17] KRAUS, M. A.; SCHUSTER, M.; KUNTSCHKE, J.; SIEBERT, G.; SCHNEIDER, J.: Parameter identification methods for visco- and hyperelastic material models. *Glass Structures & Engineering*, (2)2, S. 147–167, Springer, 2017. doi.org/10.1007/s40940-017-0042-9

- [Kul93] KULLMER, G.: Tragfähigkeitsvorhersage für Bauteile mit Kerben und Rissen. Dissertation, Fachgruppe Angewandte Mechanik, Universität Paderborn, 1993
- [Kul99] KULLMER, G.: Ein neues Modell zur Beschreibung der Ermüdungs-rissausbreitung. In: DEUTSCHER VERBAND FÜR MATERIALFORSCHUNG UND -PRÜFUNG E.V. (HRSG.): DVM-Bericht 231 – Bruchmechanische Bewertungskonzepte im Leichtbau. Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V. (DVM), Berlin, 1999, S. 141–152
- [Kun13] KUNA, M.: Finite Elements in Fracture Mechanics. Band 201, Springer, Dordrecht, 2013. doi.org/10.1007/978-94-007-6680-8
- [KWS23] KULLMER, G.; WEIß, D.; SCHRAMM: Ein neuer Ansatz zur Beschreibung der doppel-S-förmigen Rissfortschrittskurve von Aluminiumlegierungen. In: DEUTSCHER VERBAND FÜR MATERIALFORSCHUNG UND -PRÜFUNG E.V. (HRSG.): Bruchmechanische Werkstoff- und Bauteilbewertung: Beanspruchungsanalyse, Prüfmethode und Anwendungen – 55. Tagung des Arbeitskreises Bruchmechanik und Bauteilsicherheit. Deutscher Verband für Material-forschung und -prüfung e.V. (DVM), Berlin, 2023
- [Lak03] LAKE, G. J.: Fracture Mechanics and its Application to Failure in Rubber Articles. Rubber Chemistry and Technology, (76)3, S. 567–591, Allen Press, 2003. doi.org/10.5254/1.3547761
- [Lak70] LAKE, G. J.: Application of fracture mechanics to failure in rubber articles, with particular reference to groove cracking in tyres. International Conference on Deformation, Yield & Fracture of Polymers, 47, 1970
- [LB02] LEGORJAJAGO, K.; BATHIAS, C.: Fatigue initiation and propagation in natural and synthetic rubbers. International Journal of Fatigue, (24)2-4, S. 85–92, Elsevier, 2002. doi.org/10.1016/S0142-1123(01)00062-7
- [LDB13] LUTZ, A.; DROSTE, A.; BRÄNDLI, C.: Strukturkleben im Fahrzeugleichtbau – Eigenschaften und Haftungsspektrum moderner Strukturklebstoffe, Simulation und Anwendung im Karosserierohbau und in der Montage. Die Bibliothek der Technik Bd. 355, Moderne Industrie, München, 2013
- [LH15] LONG, R.; HUI, C.-Y.: Crack tip fields in soft elastic solids subjected to large quasi-static deformation — A review. Extreme Mechanics Letters, (4), S. 131–155, Elsevier, 2015. doi.org/10.1016/j.eml.2015.06.002
- [Lin67] LINDSEY, G. H.: Triaxial Fracture Studies. Journal of Applied Physics, (38)12, S. 4843–4852, American Institute of Physics, 1967. doi.org/10.1063/1.1709232
- [Lin72] LINDLEY, P. B.: Energy for crack growth in model rubber components. Journal of Strain Analysis for Engineering Design, (7)2, S. 132–140, SAGE, 1972. doi.org/10.1243/03093247V072132
- [LL65] LAKE, G. J.; LINDLEY, P. B.: The mechanical fatigue limit for rubber. Journal of Applied Polymer Science, (9)4, S. 1233–1251, John Wiley & Sons, 1965. doi.org/10.1002/app.1965.070090405

- [LL66] LAKE, G. J.; LINDLEY, P. B.: Fatigue of rubber at low strains. *Journal of Applied Polymer Science*, (10)2, S. 343–351, John Wiley & Sons, 1966. doi.org/10.1002/app.1966.070100214
- [LLM+15] LI, F.; LIU, J.; MARS, W. V.; CHAN, T. W.; LU, Y.; YANG, H.; ZHANG, L.: Crack precursor size for natural rubber inferred from relaxing and non-relaxing fatigue experiments. *International Journal of Fatigue*, (80), S. 50–57, Elsevier, 2015. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.05.011
- [LMM+13] LION, A.; MATZENMILLER, A.; MESCHUT, G.; TEUTENBERG, D.; KÜHLMAYER, P.; LIEBL, C.: IGF-Forschungsbericht: Methodenentwicklung zur Simulation und Bewertung fertigungs- und betriebsbedingter Klebschichtschädigungen infolge Temperaturwechselbeanspruchung – IGF-369ZN. Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Düsseldorf, 2013
- [Luo22] LUO, R. K.: Rubber fatigue prediction for filled natural rubber under positive and negative R ratios. *International Journal of Fatigue*, (158), Elsevier, 2022. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2022.106769
- [Mai19] MAILÄNDER, S.: Auslegung von elastischen Klebverbindungen unter klimatischer Wechselbeanspruchung. Dissertation, Laboratorium für Werkstoff- und Fügechnik, Universität Paderborn, 2019
- [Mal21] MALLICK, P. K.: Joining for lightweight vehicles: Materials, Design and Manufacturing for Lightweight Vehicles. Elsevier, 2021, S. 321–371. doi.org/10.1016/B978-0-12-818712-8.00008-2
- [Mar02] MARS, W. V.: Cracking Energy Density as a Predictor of Fatigue Life under Multiaxial Conditions. *Rubber Chemistry and Technology*, (75)1, S. 1–17, Allen Press, 2002. doi.org/10.5254/1.3547670
- [Mar03] MARLOW, R. S.: A general first-invariant hyperelastic constitutive model. In: BUSFIELD, J.; MUHR, A. (HRSG.): *Constitutive Models for Rubber – Proceedings of the Third European Conference on Constitutive Models for Rubber*, London, UK, 15-17 September 2003. Taylor & Francis, 2003, S. 157–160
- [Mar06] MARS, W. V.: Heuristic Approach for Approximating Energy Release Rates of Small Cracks Under Finite Strain, Multiaxial Loading. In: COVENEY, V. A. (HRSG.): *Elastomers and Components – Service Life Prediction - Progress and Challenges*. Elsevier, 2006, S. 91–111. doi.org/10.1533/9781845691134.1.91
- [Mar21] MARS, W. V.: Critical Plane Analysis of Rubber. In: HEINRICH, G.; KIPSCHOLL, R.; STOČEK, R. (HRSG.): *Fatigue Crack Growth in Rubber Materials. Advances in Polymer Science*, Springer, Basel, 2021, S. 85–107. doi.org/10.1007/12\_2020\_73
- [Mar86] MARIOTTE, E.: *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, 1686

- [MBM+22] MAYER, B.; BEBER, V.; MATZENMILLER, A.; KÖSTER, C.; MELZ, T.; HECHT, M.; MESCHUT, G.; TEWS, K.; ÇAVDAR, S.: IGF-Forschungsbericht: Lebensdauerprognose für Stahlklebverbindungen bei multiaxialer Belastung mit Phasenverschiebung, veränderlicher Mittelspannung und variablen Amplituden – IGF-Nr. 21112N. Forschung für die Praxis P1427, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Düsseldorf, 2022
- [MÇM+20] MESCHUT, G.; ÇAVDAR, S.; MAYER, B.; BREDE, M.; HESEBECK, O.; WULF, A.; JÄGER, H.; KOCH, I.; TITTMANN, K.; MELZ, T.; BAUMGARTNER, J.; RYBAR, G.; WACKER, J. D.: IGF-Forschungsbericht: Lebensdauerberechnung hybrider Verbindungen – IGF-Nr. 19187BG. FAT-Schriftenreihe Band 326, Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V. (FAT), 2020
- [MF02] MARS, W. V.; FATEMI, A.: A literature survey on fatigue analysis approaches for rubber. *International Journal of Fatigue*, (24)9, S. 949–961, Elsevier, 2002. doi.org/10.1016/S0142-1123(02)00008-7
- [MF03] MARS, W. V.; FATEMI, A.: Fatigue crack nucleation and growth in filled natural rubber. *Fracture of Engineering Materials and Structures*, (26)9, S. 779–789, John Wiley & Sons, 2003. doi.org/10.1046/j.1460-2695.2003.00678.x
- [MF04] MARS, W. V.; FATEMI, A.: Factors that Affect the Fatigue Life of Rubber: A Literature Survey. *Rubber Chemistry and Technology*, (77)3, S. 391–412, Allen Press, 2004. doi.org/10.5254/1.3547831
- [MF05] MARS, W. V.; FATEMI, A.: Multiaxial fatigue of rubber: Part I: equivalence criteria and theoretical aspects. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, (28)6, S. 515–522, John Wiley & Sons, 2005. doi.org/10.1111/j.1460-2695.2005.00891.x
- [MF06] MARS, W. V.; FATEMI, A.: Nucleation and growth of small fatigue cracks in filled natural rubber under multiaxial loading. *Journal of Materials Science*, (41)22, S. 7324–7332, Springer, 2006. doi.org/10.1007/s10853-006-0962-2
- [MF07] MARS, W. V.; FATEMI, A.: The Correlation of Fatigue Crack Growth Rates in Rubber Subjected to Multiaxial Loading Using Continuum Mechanical Parameters. *Rubber Chemistry and Technology*, (80)1, S. 169–182, Allen Press, 2007. doi.org/10.5254/1.3548164
- [Min45] MINER, M. A.: Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, (12)3, 159-164, American Society of Mechanical Engineers, 1945. doi.org/10.1115/1.4009458
- [Mis13] MISES, R. v.: Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, (1913), S. 582–592, 1913
- [Mit21] MITTELSTEDT, C.: *Structural Mechanics in Lightweight Engineering*. Springer, Basel, 2021. doi.org/10.1007/978-3-030-75193-7

- [MJO14] MESCHUT, G.; JANZEN, V.; OLFERMANN, T.: Innovative and Highly Productive Joining Technologies for Multi-Material Lightweight Car Body Structures. *Journal of Materials Engineering and Performance*, (23)5, S. 1515–1523, Springer, 2014. doi.org/10.1007/s11665-014-0962-3
- [MKH+12] MATZENMILLER, A.; KURNATOWSKI, B.; HANSELKA, H.; BRUDER, T.; SCHMIDT, H.; MAYER, B.; SCHNEIDER, B.; KEHLENBECK, H.; NAGEL, C.; BREDE, M.: IGF-Forschungsbericht: Schwingfestigkeitsauslegung von geklebten Stahlbauteilen des Fahrzeugbaus unter Belastung mit variablen Amplituden – IGF-Nr. 307ZN. *Forschung für die Praxis P796*, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V (FOSTA), Düsseldorf, 2012
- [MNM+17] MAYER, B.; NAGEL, C.; MELZ, T.; RYBAR, G.; MESCHUT, G.; ÇAVDAR, S.; TEUTENBERG, D.; MATZENMILLER, A.; KROLL, U.: IGF-Forschungsbericht: Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung – IGF-Nr. 18107N. *Forschung für die Praxis P1028*, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Düsseldorf, 2017
- [Moo40] MOONEY, M.: A Theory of Large Elastic Deformation. *Journal of Applied Physics*, (11)9, S. 582–592, American Institute of Physics, 1940. doi.org/10.1063/1.1712836
- [MTA+22] MESCHUT, G.; TEWS, K.; AUBEL, T.; KULLMER, G.; DUFFE, T.: IGF-Forschungsbericht: Methodenentwicklung zur numerischen Lebensdauerprognose von hyperelastischen Klebverbindungen infolge zyklischer Beanspruchung mittels bruchmechanischer Ansätze – IGF-Nr. 20306N. *DVS Forschungsvereinigung Band 509*, DVS media GmbH, Düsseldorf, 2022
- [Mül15] MÜLLER, C.: Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien. *Dissertation*, Institut für Maschinelle Anlagentechnik und Betriebsfestigkeit, TU Clausthal, 2015
- [Mul48] MULLINS, L.: Effect of Stretching on the Properties of Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, (21)2, S. 281–300, Allen Press, 1948. doi.org/10.5254/1.3546914
- [Mul49] MULLINS, L.: Permanent Set in Vulcanized Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, (22)4, S. 1036–1044, Allen Press, 1949. doi.org/10.5254/1.3543010
- [Mul69] MULLINS, L.: Softening of Rubber by Deformation. *Rubber Chemistry and Technology*, (42)1, S. 339–362, Allen Press, 1969. doi.org/10.5254/1.3539210
- [MWB+16] MILLWATER, H.; WAGNER, D.; BAINES, A.; MONTOYA, A.: A virtual crack extension method to compute energy release rates using a complex variable finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*, (162), S. 95–111, Elsevier, 2016. doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.04.002

- [Nel19] NELSON, A.: Modellierung und Finite-Elemente-Berechnung form- und stoffschlüssiger Fügeverbindungen. Dissertation, Institut für Mechanik, Universität Kassel, 2019
- [NZQ+12] NAÏT-ABDELAZIZ, M.; ZAÏRI, F.; QU, Z.; HAMDI, A.; AÏT HOCINE, N.: J integral as a fracture criterion of rubber-like materials using the intrinsic defect concept. *Mechanics of Materials*, (53), S. 80–90, Elsevier, 2012. doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.05.001
- [OR99] OGDEN, R. W.; ROXBURGH, D. G.: A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, (455)1988, S. 2861–2877, Royal Society, 1999. doi.org/10.1098/rspa.1999.0431
- [Pal24] PALMGREN, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, (68), S. 339–341, Verband deutscher Ingenieure, 1924
- [Par03] PARISCH, H.: *Festkörper-Kontinuumsmechanik*. Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2003. doi.org/10.1007/978-3-322-80052-7
- [Par61] PARIS, P. C.: A rational analytic theory of fatigue. *Trends in Engineering*, 13, S. 9–14, 1961
- [PLD+13] PRITCHARD, R. H.; LAVA, P.; DEBRUYNE, D.; TARENTJEV, E. M.: Precise determination of the Poisson ratio in soft materials with 2D digital image correlation. *Soft Matter*, (9)26, S. 6037, Royal Society, 2013. doi.org/10.1039/C3SM50901J
- [Pod85] PODGÓRSKI, J.: General Failure Criterion for Isotropic Media. *Journal of Engineering Mechanics*, (111)2, S. 188–201, American Society of Civil Engineers, 1985. doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1985)111:2(188)
- [Prö13] PRÖBSTER, M.: *Elastisch Kleben*. Springer, Wiesbaden, 2013. doi.org/10.1007/978-3-8348-2181-2
- [RBK+03] RICHARD, H. A.; BUCHHOLZ, F. G.; KULLMER, G.; SCHÖLLMANN, M.: 2D- and 3D-Mixed Mode Fracture Criteria. *Key Engineering Materials*, (251-252), S. 251–260, Trans Tech, 2003. doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.251-252.251
- [RDF+19] ROSENDAHL, P. L.; DRASS, M.; FELGER, J.; SCHNEIDER, J.; BECKER, W.: Equivalent strain failure criterion for multiaxially loaded incompressible hyperelastic elastomers. *International Journal of Solids and Structures*, (166), S. 32–46, Elsevier, 2019. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.01.030
- [Ric68] RICE, J. R.: A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, (35)2, S. 379–386, American Society of Mechanical Engineers, 1968. doi.org/10.1115/1.3601206

- [Ric84] RICHARD, H. A.: Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung sowie reiner Schubbelastung von Rissen. Habilitation, Universität Kaiserslautern, 1984
- [Riv48] RIVLIN, R. S.: Large elastic deformations of isotropic materials IV. further developments of the general theory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, (241)835, S. 379–397, Royal Society, 1948. doi.org/10.1098/rsta.1948.0024
- [Ros20] ROSENDAHL, P. L.: From Bulk to Structural Failure: Fracture of Hyperelastic Materials. Dissertation, Institut für Strukturmechanik, Universität Darmstadt, 2020. doi.org/10.1007/978-3-658-31605-1
- [RP13] ROCHE, N.; PERIER, L.: Influence of Elastomers Formulation on Fatigue Crack Growth Properties. *Procedia Engineering*, (66), S. 705–712, Elsevier, 2013. doi.org/10.1016/j.proeng.2013.12.124
- [RS16] RICHARD, H. A.; SANDER, M.: Fatigue Crack Growth – Detect - Assess - Avoid. *Solid Mechanics and Its Applications Band 227*, Springer, Basel, 2016. doi.org/10.1007/978-3-319-32534-7
- [RS97] RIVLIN, R. S.; SAUNDERS, D. W.: Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. In: BARENBLATT, G. I.; JOSEPH, D. D. (HRSG.): *Collected Papers of R.S. Rivlin*. Springer, New York, 1997, S. 157–194. doi.org/10.1007/978-1-4612-2416-7\_12
- [RT53] RIVLIN, R. S.; THOMAS, A. G.: Rupture of rubber. I. Characteristic energy for tearing. *Journal of Polymer Science*, (10)3, S. 291–318, John Wiley & Sons, 1953. doi.org/10.1002/pol.1953.120100303
- [RV07] RADAJ, D.; VORMWALD, M.: *Ermüdungsfestigkeit*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007. doi.org/10.1007/978-3-540-71459-0
- [San18] SANDER, M.: *Sicherheit und Betriebsfestigkeit von Maschinen und Anlagen*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2018. doi.org/10.1007/978-3-662-54443-3
- [Sch80] SCHWALBE, K. H.: *Bruchmechanik metallischer Werkstoffe*. Hanser, München, 1980
- [SCP06] SAINTIER, N.; CAILLETAUD, G.; PIQUES, R.: Crack initiation and propagation under multiaxial fatigue in a natural rubber. *International Journal of Fatigue*, (28)1, S. 61–72, Elsevier, 2006. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2005.03.006
- [SFR03] SCHÖLLMANN, M.; FULLAND, M.; RICHARD, H.: Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures. *Engineering Fracture Mechanics*, (70)2, S. 249–268, Elsevier, 2003. doi.org/10.1016/S0013-7944(02)00028-0
- [SH78] SAXENA, A.; HUDAK, S. J.: Review and extension of compliance information for common crack growth specimens. *International Journal of Fracture*, (14)5, S. 453–468, Springer, 1978. doi.org/10.1007/BF01390468

- [SHH+12] SCHLIMMER, M.; HAHN, O.; HENNEMANN, O.-D.; MIHM, K.-M.; JENDRY, J.; TEUTENBERG, D.; BREDE, M.; NAGEL, C.: Forschungsbericht: Methodenentwicklung zur Berechnung und Auslegung geklebter Stahlbauteile im Fahrzeugbau bei schwingender Beanspruchung – IGF-Nr. 141 ZN. Forschung für die Praxis P653, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Düsseldorf, 2012
- [Sik15] SIKORA, S. P.: Materialcharakterisierung und -modellierung zur Simulation von Klebverbindungen mit Polyurethanklebstoffen. Dissertation, Laboratorium für Werkstoff- und Fügetechnik, Universität Paderborn, 2015
- [Sik19] SIKA DEUTSCHLAND GMBH: SikaPower<sup>®</sup>-1277 – Technisches Datenblatt, 2019
- [SKA+13] STADLBAUER, F.; KOCH, T.; ARCHODOULAKI, V.-M.; PLANITZER, F.; FIDI, W.; HOLZNER, A.: Influence of Experimental Parameters on Fatigue Crack Growth and Heat Build-Up in Rubber. *Materials*, (6)12, S. 5502–5516, MDPI, 2013. doi.org/10.3390/ma6125502
- [SS08] SCHMITZ, F. P.; SYMIETZ, D.: Klebstoffe im Fahrzeugbau. Die unsichtbaren Helfer. *Chemie in unserer Zeit*, (42)2, S. 92–101, John Wiley & Sons, 2008. doi.org/10.1002/ciuz.200800436
- [SSK11] STOMMEL, M.; STOJEK, M.; KORTE WOLFGANG: FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen. Hanser, München, 2011
- [TBC+22] TSERPES, K.; BARROSO-CARO, A.; CARRARO, P. A.; BEBER, V. C.; FLORES, I.; GAMON, W.; KOZŁOWSKI, M.; SANTANDREA, F.; SHAHVERDI, M.; SKEJIĆ, D.; BEDON, C.; RAJČIĆ, V.: A review on failure theories and simulation models for adhesive joints. *The Journal of Adhesion*, (98)12, S. 1855–1915, Taylor & Francis, 2022. doi.org/10.1080/00218464.2021.1941903
- [TLA18] TEE, Y. L.; LOO, M. S.; ANDRIYANA, A.: Recent advances on fatigue of rubber after the literature survey by Mars and Fatemi in 2002 and 2004. *International Journal of Fatigue*, (110), S. 115–129, Elsevier, 2018. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.01.007
- [Tre05] TRELOAR, L. R. G.: *The physics of rubber elasticity*. 3. Auflage, Oxford classic texts in the physical sciences, Oxford University Press, Oxford, 2005
- [Tre43] TRELOAR, L. R. G.: The elasticity of a network of long-chain molecules—II. *Transactions of the Faraday Society*, (39)0, S. 241–246, Royal Society, 1943. doi.org/10.1039/TF9433900241
- [Tre69] TRESKA, H. E.: *Mémoire sur l'écoulement des corps solides*. Imprimerie impériale, 1869
- [Tun21] TUNNICLIFFE, L. B.: Fatigue crack growth behavior of carbon black-reinforced natural rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, (94)3, S. 494–514, Allen Press, 2021. doi.org/10.5254/ret.21.79935
- [VTF17] VALLÉE, T.; TANNERT, T.; FECHT, S.: Adhesively bonded connections in the context of timber engineering – A Review. *The Journal of Adhesion*, (93)4, S. 257–287, Taylor & Francis, 2017. doi.org/10.1080/00218464.2015.1071255

- [We117] WELSCH, M.: A RVE procedure to estimate the J-Integral for rubber like materials. In: LION, A.; JOHLITZ, M. (HRSG.): Constitutive Models for Rubber X. CRC Press, 2017, S. 145–151
- [Wes20] WESTERGAARD, H. M.: On the resistance of ductile materials to combined stresses in two or three directions perpendicular to one another. *Journal of the Franklin Institute*, (189)5, S. 627–640, Elsevier, 1920. doi.org/10.1016/S0016-0032(20)90373-3
- [WFM08] W. HARBOUR, R.; FATEMI, A.; MARS, W. V.: Fatigue life analysis and predictions for NR and SBR under variable amplitude and multiaxial loading conditions. *International Journal of Fatigue*, (30)7, S. 1231–1247, Elsevier, 2008. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.08.015
- [WLB16] WEIBGRAEBER, P.; LEGUILLON, D.; BECKER, W.: A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers. *Archive of Applied Mechanics*, (86)1-2, S. 375–401, Springer, 2016. doi.org/10.1007/s00419-015-1091-7
- [WM21] WANG, M.-J.; MORRIS, M.: Rubber reinforcement with particulate fillers. Hanser, München, 2021
- [Yeo02] YEOH, O.: Relation between crack surface displacements and strain energy release rate in thin rubber sheets. *Mechanics of Materials*, (34)8, S. 459–474, Elsevier, 2002. doi.org/10.1016/S0167-6636(02)00174-6
- [Yeo93] YEOH, O. H.: Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, (66)5, S. 754–771, Allen Press, 1993. doi.org/10.5254/1.3538343
- [ZBN11] ZINE, A.; BENSEDDIQ, N.; NAÏT ABDELAZIZ, M.: Rubber fatigue life under multiaxial loading: Numerical and experimental investigations. *International Journal of Fatigue*, (33)10, S. 1360–1368, Elsevier, 2011. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.05.005
- [ZF13] ZARRIN-GHALAMI, T.; FATEMI, A.: Multiaxial fatigue and life prediction of elastomeric components. *International Journal of Fatigue*, (55), S. 92–101, Elsevier, 2013. doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.05.009
- [ZZZ+21] ZHENG, T.; ZHENG, X.; ZHAN, S.; ZHOU, J.; LIAO, S.: Study on the ozone aging mechanism of Natural Rubber. *Polymer Degradation and Stability*, (186), Elsevier, 2021. doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2021.109514

## **ZITATION VON STUDENTISCHEN ARBEITEN**

### **Erklärung zur Zitation von Inhalten aus studentischen Arbeiten**

In Ergänzung zu meinem Antrag auf Zulassung zur Promotion in der Fakultät Maschinenbau der Universität Paderborn erkläre ich gemäß §11 der Promotionsordnung und unter Beachtung der Regelung zur Zitation studentischer Arbeiten:

Die von mir vorgelegte Dissertation habe ich selbstständig verfasst, und ich habe keine anderen als die dort angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Es sind keine Inhalte studentischen Ursprungs (studentische Arbeiten) in dieser Dissertation enthalten.

Soest, den 28.02.23

