

**Analyse und Modellierung eines induktiven
Ortungsprozesses unter Berücksichtigung der
elektromagnetischen Wechselwirkungen
planarer Spulensysteme**

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik
der Universität Paderborn

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

M.Sc. Sven Lange

Erster Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. Jens Förstner

Zweiter Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. Marcus Stiemer

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Oktober 2025

Paderborn 2025

Diss. EIM-E/393

Kurzfassung

Die vorliegende Dissertation präsentiert die Grundlagen eines induktiv-basierten Lokalisierungsverfahrens unter Verwendung von planaren Spulen. Dieser Ansatz nutzt magnetische Kopplungen zwischen den Spulen, um präzise Lokalisierungen zu ermöglichen. Die Grundlage dafür bildet die elektromagnetische Induktion, welche bei einem sich veränderlichen magnetischen Feld eine elektrische Spannung erzeugt. Diese Spannung steht in direktem Zusammenhang mit der Koppelgröße, bekannt als Gegeninduktivität. Um eine effiziente Kopplung zu gewährleisten, wird das Verfahren im physikalischen Nahfeld und in einem Frequenzbereich von einigen Kilohertz bis Megahertz durchgeführt. Eine zu hohe Frequenz würde wiederum die Nahfeldgrenze verringern und somit elektromagnetische Wellen ermöglichen, welche physikalisch andere Eigenschaften besitzen.

Im Vergleich zu etablierten Ortungsverfahren wie GPS, WLAN-Ortung, Ultraschall oder bildbasierten Methoden ergeben sich durch die Nutzung von Magnetfeldern in einigen Anwendungsfeldern für kleineren Reichweiten signifikante Vorteile. Insbesondere die geringere Materialabhängigkeit und die Nutzung im Nahfeld ermöglichen eine hohe Genauigkeit von wenigen Zentimetern. Zudem lässt sich die induktive Ortung nahtlos in bestehende Spulentechnologien wie das drahtlose Energieübertragungsverfahren Qi integrieren, was einen minimalen Mehraufwand erfordert und durch den neuen Ansatz mit anderen Lokalisierungsverfahren durch Sensorfusion die Genauigkeit von Indoor-Ortungen drastisch verbessern kann, welche aktuell aufgrund des hohen Umgebungseinflusses noch große Probleme bereiten. Besonders in den Bereichen Biochemie, Medizin und Logistik bietet die induktive Ortung vielversprechende Lösungsansätze aufgrund ihrer geringen Materialabhängigkeit und hohen Genauigkeit.

Um diese Technologie weiterzuentwickeln und zu optimieren, sind detaillierte Kenntnisse über die physikalischen Eigenschaften sowie neue algorithmische Ansätze erforderlich, die Umgebungseinflüsse berücksichtigen. Die Arbeit beginnt mit einer umfassenden Erläuterung der physikalischen Eigenschaften von Spulen, elektromagnetischen Feldern und deren Einfluss auf Materialien.

Basierend auf diesen Kenntnissen werden verschiedene Spulenanordnungen mithilfe elektrischer Ersatzschaltbilder analysiert. Diese Modelle dienen der Visualisierung und Erklärung der Wechselwirkungen zwischen den Spulen sowie der Entwicklung von Gleichungen zur Messung der Gegeninduktivität aus den induzierten Spannungen. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der geometrischen Berechnung der Gegeninduktivität für beliebige Spulenanordnungen, um ihre Auswirkungen auf nachfolgende Ortungsalgorithmen zu berücksichtigen und Trainingsdaten für diese zu generieren.

Da jede Lokalisierung von verschiedenen Umgebungseinflüssen beeinflusst wird, werden abschließend stochastische Verfahren verwendet, um die Genauigkeit zu verbessern und Messfehler zu reduzieren. Diese Filter werden gemeinsam mit den Ortungsalgorithmen anhand von Wertepaaren (Gegeninduktivitäten und Ortskoordinaten) getestet und bewertet.

Zum Abschluss wird eine modulare Simulationsplattform präsentiert, die die Grundlage für die Entwicklung und Weiterentwicklung von neuen Verfahren für die induktive Ortung bildet. Diese Plattform ermöglicht die Generierung von Trainingsdaten für Lokalisierungen sowie die Testung und Bewertung von Mess-, Ortungs- und Filterverfahren. Ihr Ziel ist es, eine solide Grundlage für zukünftige Forschung und Entwicklung in diesem Bereich zu schaffen.

Abstract

This dissertation presents the fundamentals of an inductive-based localization method using planar coils. This approach uses magnetic coupling between the coils to enable precise localization. The basis for this is electromagnetic induction, which generates an electrical voltage in a changing magnetic field. This voltage is directly related to the coupling quantity, known as mutual inductance. To ensure efficient coupling, the process is carried out in the physical near field and in a frequency range of a few kilohertz to megahertz. A frequency that is too high would in turn reduce the near-field limit and thus enable electromagnetic waves that have physically different properties.

Compared to established positioning methods such as GPS, WLAN positioning, ultrasound or image-based methods, the use of magnetic fields offers significant advantages for smaller ranges in some fields of application. In particular, the lower material dependency and use in the near field enable high accuracy of a few centimeters. In addition, inductive localization can be seamlessly integrated into existing coil technologies such as the Qi wireless energy transfer method, which requires minimal additional effort, and the new approach can drastically improve the accuracy of indoor localization through sensor fusion with other localization methods, which currently still cause major problems due to the high environmental influence. Especially in the fields of biochemistry, medicine and logistics, inductive localization offers promising solutions due to its low material dependency and high accuracy.

In order to further develop and optimize this technology, detailed knowledge of the physical properties and new algorithmic approaches that take environmental influences into account are required. The work begins with a comprehensive explanation of the physical properties of coils, electromagnetic fields and their influence on materials.

Based on this knowledge, various coil arrangements are analyzed using electrical equivalent circuit diagrams. These models are used to visualize and explain the interactions between the coils and to develop equations for measuring the mutual inductance from the induced voltages. Particular attention is paid to the geometric calculation of the mutual inductance for arbitrary coil arrangements in order to consider their effects on subsequent localization algorithms and to generate training data for these.

Finally, since each localization is influenced by different environmental factors, stochastic methods are used to improve accuracy and reduce measurement errors. These filters are tested and evaluated together with the localization algorithms using pairs of values (mutual inductances and location coordinates).

Finally, a modular simulation platform is presented, which forms the basis for the development and further development of new methods for inductive localization. This platform enables the generation of training data for localization as well as the testing and evaluation of measurement, localization and filtering methods. Its aim is to create a solid foundation for future research and development in this area.

Danksagung

Diese Dissertation entstand während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Fachgebiet *Sensorik* und *Theoretische Elektrotechnik* der Universität Paderborn sowie in der Abteilung *Smart Wireless Systems* (SWS) des Fraunhofer-Instituts für Elektronische Nanosysteme (ENAS).

Mein besonderer Dank gilt Herrn **Prof. Dr. rer. nat. Jens Förstner** für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Fachgebiet durchführen zu dürfen. Der offene Austausch, die fundierten Kommentare sowie der Freiraum, den er mir stets gewährt hat, haben wesentlich zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen. Ich danke ihm für sein Vertrauen und die wissenschaftliche Freiheit, die er mir gewährt hat.

Mein herzlicher Dank geht an Herrn **Prof. Dr. rer. nat. Marcus Stiemer** von der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg. Seine stets wohlwollende und konstruktive Art, seine jederzeitige Bereitschaft zum Gespräch und die ausführlichen Rückmeldungen zu meiner Arbeit waren für mich von unschätzbarem Wert. Die klärenden, ehrlichen und fachlich fundierten Gespräche mit ihm haben meine Forschung maßgeblich geprägt.

Ich danke ebenso Herrn **Dr.-Ing. Christian Hedayat** für seine unermüdliche Unterstützung und seine motivierende Worte. Er hat mir das Vertrauen und die Flexibilität entgegengebracht, die es mir ermöglicht haben, trotz fachfremder Tätigkeiten Zeit für meine Veröffentlichungen und meine Dissertation zu finden. Für die Aufnahme in die Abteilung, die vielen Gespräche auf Augenhöhe und die persönliche wie fachliche Förderung bin ich ihm sehr dankbar.

Ein weiterer großer Dank gilt Herrn **Prof. Dr.-Ing. Ulrich Hilleringmann**, unter dessen Leitung ich während meiner Zeit im Bereich Sensorik tätig war. Durch ihn kam ich überhaupt zu meinem Dissertationsthema. Unter seiner Betreuung konnte ich früh eigene Ideen entwickeln und veröffentlichen, was eine Erfahrung war, die meinen wissenschaftlichen Werdegang entscheidend mitgestaltet hat.

Meinen Kolleginnen und Kollegen der Abteilung *Smart Wireless Systems* (SWS) am Fraunhofer ENAS danke ich für die stets angenehme und kollegiale Arbeitsatmosphäre. Besonders hervorheben möchte ich Herrn *Dominik Schröder, M. Sc.* und Herrn *Dipl.-Ing. Maik-Julian Bükler*, die mich früh in das Themengebiet der induktiven Anwendungen eingeführt haben und bei denen ich bereits während meiner Studienzeit erste Einblicke gewinnen sowie praktische Erfahrungen sammeln durfte.

Den größten und tiefst empfundenen Dank aber möchte ich meiner Ehefrau **Marina Lange** aussprechen. Sie hat in all den Jahren dieser Arbeit weit mehr getragen, als man in Worte fassen kann: unendliche Geduld, Verzicht auf gemeinsame Zeit, Verständnis in stressreichen Phasen, aufbauende Worte im richtigen Moment – und eine liebevolle, ruhige Konstante, die mich stets getragen hat. Ohne ihre Unterstützung, ihre Rücksichtnahme und ihren festen Glauben an mich wäre diese Dissertation in dieser Form nicht möglich gewesen. Sie ist mein größter Rückhalt – in der Arbeit wie im Leben.

Verwendete Symbole und Abkürzungen

Typographische Kennzeichnungen

Orts- und Richtungsvektoren	Buchstaben mit Pfeil	z. B. \vec{E}
Vektoren	Fett gedruckte Kleinbuchstaben	z. B. \mathbf{x}
Matrizen	Fett gedruckte Großbuchstaben	z. B. \mathbf{A}
Indizes	Tiefgestellte Laufindizes	z. B. $M_{m,n}$
Komplexe Größe/Phasor	Unterstrichene Größe	z. B. \underline{i}
Gesuchte Spule S Bezug	Tiefgestelltes S	z. B. i_S
Iterationsschritt	Tiefgestelltes k	z. B. \mathbf{x}_k
Komplex konjugiert	Hochgestellter Stern	z. B. \underline{z}^*
Vorhersage (a priori)	Hochgestelltes Minuszeichen	z. B. \mathbf{x}^-
Korrektur (a posteriori)	Hochgestelltes Pluszeichen	z. B. \mathbf{x}^+
Beeinflusstes Signal	Hochgestelltes Strich	z. B. \mathbf{x}'
Transponiert	Hochgestelltes \mathbf{T}	z. B. $\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$
Geschätzter Wert	Hat-Zeichen über der Variable	z. B. \hat{x}
Differential	d mit den jeweiligen Parameter	z. B. $\int f(x)dx$
Partielle Ableitung	∂ als Bruch mit den Parameter	z. B. $\frac{\partial}{\partial x}f(x)$
Zeitliche Ableitung	Punkt über der Variable	z. B. \dot{x}
Differenz zweier Größen	Vorangestelltes Δ	z. B. Δt
Vektorprodukt	\times als Rechenzeichen	z. B. $x \times y$
Hadamard-Produkt (komponentenweises Produkt)	\odot als Rechenzeichen	z. B. $\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$
Parallele Verschaltung	\parallel als Rechenzeichen	z. B. $R_1 \parallel R_2$
Modulo	mod als Rechenzeichen	z. B. $5 \bmod 2 = 1$

Proportionalität	\sim als Zeichen	z. B. $f \sim \frac{1}{\sqrt{L}}$
Angenommene Unabhängigkeit	(\cdot) als Abhängigkeit	z. B. $f(\cdot)$
Bedingte Wahrscheinlichkeit	zwischen den Zufallsvariablen	z. B. $p(A B)$
Element von ...	\in zwischen Variable und Menge	z. B. $k \in \{1, 2, \dots, N_{\text{Mess}}\}$
Einheitenoperator	Eckige Klammern um Variable	z. B. $[L] = \text{H}$

Wichtigste Symbole

Symbol	Bedeutung
$E[x]$	Erwartungswert der Zufallsvariable x
$\text{Var}(x)$	Varianz der Zufallsvariable x
$\text{Re}\{z\}$	Realteil der komplexen Zahl z
$\text{Im}\{z\}$	Imaginärteil der komplexen Zahl z
grad	Gradient
div	Divergenz
rot	Rotation
det	Determinante
j	Imaginäre Einheit
(t)	Zeitbereich
$(j\omega)$	Frequenzbereich (Verdeutlichung)
$\mathbb{I}_{N_x, N_y, N_z}$	Einstensor der Größe $N_x \times N_y \times N_z$
A	Fläche
\vec{A}_{mag}	Magnetisches Vektorpotential
\mathbf{A}_k	Systemmatrix
α_k	Lernrate
α_S	Ausrichtungswinkel der gesuchten Spule
$\alpha_{\text{Vererbung}}$	Vererbungsfaktor für den genetischen Algorithmus
α_{UKF}	Ausbreitungsparameter für die Sigma-Punkte für den UKF
B	Bandbreite
\vec{B}	Magnetische Flussdichte
$B_{\text{max}, \text{Richtlinie}}$	Maximal zulässige magnetische Flussdichte laut <i>Richtlinie</i>
$\underline{B}_{\text{ext}}$	Externe magnetische Flussdichte
b_m	Offset eines Neurons
β_S	Ausrichtungswinkel der gesuchten Spule

β_{UKF}	Zustandsverteilung für den UKF
C	Kapazität
$\text{CDF}(x)$	Kumulative Verteilungsfunktion (engl. Cumulative Distribution Function) bis zur Grenze x
C_{P}	Parasitäre Kapazität einer Spule
$C_{\text{P,N}}$	Windungskapazität
$C_{\text{P,R}}$	Rückführungskapazität
C_{eff}	Effektive Kapazität
\mathbf{C}_k	Ausgangsmatrix
C_{res}	Resonanzkapazität
$C_{\text{res,S},n}$	Kapazität für eine Seriellresonanz an der Spule n
$C_{\text{res,P},n}$	Kapazität für eine Parallelresonanz an der Spule n
\mathcal{C}_n	Spulenpfad der Spule n
c_{Code}	Codewort
γ_{S}	Ausrichtungswinkel der gesuchten Spule
\vec{D}	Elektrische Flussdichte
d_n	Dicke/Abstand von n
d_{h}	Leiterbahnhöhe
d_{N}	Abstand der Windungen
d_{w}	Leiterbahnbreite
d_{PCB}	Leiterplattendicke
δ	Delta-Distribution
δ_{Skin}	Eindringtiefe (auch: Skin-Tiefe)
\vec{E}	Elektrische Feldstärke
E_x	Energie des Symbols/Signals x
\vec{e}	Einheitsvektor
$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{r}}}}$	Relative Permittivität als komplexer Tensoren (3x3 Matrix im 3D-Raum)
ε	Permittivität
ε_0	Elektrische Feldkonstante
ε_{r}	Relative Permittivität
ε_{GA}	Mutationsfaktor
f	Frequenz
f_0	Betriebsfrequenz
$f_{\text{BS,S}}$	Backscatterfrequenz für die gesuchte Spule
f_{GA}	Fehlerfunktion (auch Fitnessfunktion) für genetische Algorithmen

f_{res}	Resonanzfrequenz des Systems
\mathbf{f}_k	Fehlervektor des KNN
\mathbf{g}	Systemgleichung
\vec{H}	Magnetische Feldstärke
\mathbf{H}	Modulationsmatrix
\mathbf{H}_n	Hadamard-Matrix mit der Größe $n \times n$
\mathbf{h}	Ausgangsgleichung
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
\underline{i}	Komplexe elektrische Stromstärke
\underline{i}_{L_n}	Komplexe elektrische Stromstärke durch die Induktivität der Spule n
i_n	Elektrische Stromstärke der Spule n
\underline{J}_R	Stromdichte an der Oberfläche
\vec{J}	Elektrische Stromdichte
$J_{B,n}(x)$	Bessel-Funktion (erster Art, n -ter Ordnung)
\mathbf{J}	Jacobimatrix
K	Konstanter Faktor
K_{Akku}	Konstanter Faktor für den Einfluss auf die Gegeninduktivität bei einem Akku
K_{Skin}	Einfluss von leitfähiger Umgebung auf die Gegeninduktivität
\mathbf{K}_k	Kalman-Gain
$k_{m,n}$	Kopplungsfaktor zwischen der Spule n und der Spule m
$k_{n,S}$	Kopplungsfaktor zw. der Spule n und der gesuchten Spule S
$k_{0,m,n}$	Kopplungsfaktor ohne Windungseinfluss
k_B	Boltzmann-Konstante
\underline{k}_W	Komplexe Wellenzahl
κ	Elektrische Leitfähigkeit
κ_{UKF}	Skalierungsfaktor für den UKF
L	Eigeninduktivität
$L_{0,n}$	Eigeninduktivität der Spule n ohne Windungseinfluss
L_{Code}	Länge der Codewörter
L_κ	Gesamte Eigeninduktivität der Wirbelströme
\mathbf{L}	Untere Dreiecksmatrix
l	Länge
l_L	Spulenlänge
λ	Wellenlänge

$M_{m,n}$	Gegeninduktivität zwischen der Spule n und der Spule m
$M_{n,S}$	Gegeninduktivität zw. der Spule n und der gesuchten Spule S
$M_{0,m,n}$	Anpassungsfaktor für die Gegeninduktivität
$\mathbf{m}_{\text{Mess},S}$	Vektor mit allen gemessenen/simulierten Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule
\mathbf{m}_S	Vektor mit den realen Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule
$\underline{\mathcal{M}}_r$	Relative Permeabilität als komplexer Tensoren (3x3 Matrix im 3D-Raum)
μ	Permeabilität
μ_0	Magnetische Feldkonstante
μ_r	Relative Permeabilität
$\mu_{\text{Konvergenz}}$	Konvergenzbedingung
N	Windungszahl der Spule
N_{Code}	Anzahl von Codewörtern
N_{Data}	Anzahl der (Trainings-)Daten
N_{GA}	Anzahl der Individuen beim genetischen Algorithmus
N_L	Anzahl der Ortungsspulen
$N_{L,S}$	Anzahl der gesuchten Spulen
N_{Mess}	Anzahl der Standorte/Messpunkte
N_D	Anzahl der Dimensionen
N_{PF}	Anzahl der Partikel
$N_{\mathcal{C}_n}$	Anzahl der Segmente des Spulenpfades \mathcal{C}_n
$\mathcal{N}_{\text{Zufall}}(\mu, \sigma^2)$	Normalverteile Zufallsfunktion mit Mittelwert μ und Varianz σ^2
$\mathcal{N}(x, \mu, \sigma^2)$	Normalverteilung des Wertes x mit Mittelwert μ und Varianz σ^2
$n(t)$	Rauschsignal
n_k	Diskretes Rauschsignal
\mathbf{n}_k	Diskreter Rauschsignalvektor
η	Verhältnis Leiterbahnbreite und -abstand
\mathcal{O}	Restterm
PTE	Power Transfer Efficiency
$P(x)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariable x
P_{in}	Gesendete Leistung
P_{out}	Empfangende Leistung
P_{Rauschen}	Rauschleistung
P_{Signal}	Signalleistung

\mathbf{P}_k	Kovarianzmatrix
$p(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariable x
π	Kreiszahl
Φ	Magnetischer Fluss
Φ_{xy}	Kreuzkorrelation der Signale $x(t)$ und $y(t)$
ϕ	Phase der Spannung oder Strom
Q	Güte
\mathbf{Q}_k	Kovarianmatrix des Systemrauschens
\mathbf{q}_k	Diskretes Systemrauschen
R	Ohmscher Widerstand
R_0	Gleichstromwiderstand
R_L	Ohmscher Verlustwiderstand durch den Proximity-Effekt
R_{Last}	Ohmscher Lastwiderstand
R_{Leiter}	Radius eines runden Leiters
R_S	Ohmscher Verlust durch Leitungsverluste der Spule
R_P	Ohmscher Verlust durch die parasitäre Kapazität der Spule
R_R	Strahlungswiderstand
R_κ	Gesamte ohmsche Verluste der Wirbelströme
$R_{\text{Range, Messbar}}$	Noch messbare Reichweite
$R_{\text{mag}, m, n}$	Reluktanz (magnetischer Widerstand) zwischen den Spulen n und m
\mathbf{R}_n	Pfad der bewegendes Spule n
r	Abstand zwischen zwei Punkten im 3D-Raum/Radius
r_0	Radius der Leiterschleife
\vec{r}_0	Koordinatenursprung/Mittelpunkt des Ortungsvolumens
$r_{0, n}$	Radius der Leiterschleife n
\vec{r}	Vektor zwischen zwei Punkten im 3D-Raum
$\vec{r}_{\text{Calc, S}}$	Berechneter Ort der gesuchten Spule aus einem Ortungsverfahren
r_f	Grenze des Fernfeldes
r_n	Grenze des Nahfeldes
\vec{r}_n	Ort der Spule n
\vec{r}_S	Ort der gesuchten Spule im 3D-Raum
Δr_S	Betragsvektor von $\Delta \mathbf{r}_S$ oder $\Delta \vec{r}_S$
$\Delta \mathbf{r}_S$	Abweichung/Fehler der gesuchten Spule im Vergleich zum berechneten Wert $\vec{r}_{\text{Calc, S}}$ und realen Wert \vec{r}_S
S	Scheinleistung

S_n	Signalamplitude der Art n
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (engl. Signal-to-Noise Ratio)
s	Nutzsignal
Σ	Kovarianzmatrix
σ	Standardabweichung
σ^2	Varianz
σ_n^2	Rauschvarianz
$\sigma_{\text{UKF},i,k}$	i -ter Sigmapunkt des UKF zum Zeitpunkt k
T	Temperatur
T_{Calc}	Durchschnittliche Berechnungsdauer pro Prozess/Wert
T_{Symbol}	Symboldauer
t	Zeit
U_n	Effektivwert der Rauschspannung (RMS)
U_0	Spannungsamplitude
U_{Nyquist}	Effektivwert der Spannung des thermischen Rauschens (Johnson-Nyquist-Rauschen)
u	Spannung
u_n	Spannungsquelle oder Spannung an der Lastimpedanz an der Spule n
u_{rect}	Rechteckspannung
$\underline{u}_{m,n}$	Induzierte Spannung von Spule m auf die Spule n
$\underline{u}_{\kappa,n}$	Induzierte Spannung zwischen den Wirbelströmen und der Spule n
u_{ind}	Allgemeine induzierte Spannung
u_{Mess}	Spannung am Messwiderstand R_{Last} oder $\underline{Z}_{\text{Last}}$
$\underline{u}_{\text{ext},n}$	Induzierte Störspannung durch eine externe magnetische Flussdichte $\underline{B}_{\text{ext}}$
$\mathcal{U}_{\text{Zufall}}(a, b)$	Gleichverteilte Zufallsfunktion zwischen a und b
V	Volumen
V_n	Verstärkungsfaktor (für die Größe n)
\mathbf{V}_k	Kovarianzmatrix des Messrauschens
$\underline{V}_{\text{Rect},f}(\mathrm{j}\omega)$	Rechtecksignal bei der Frequenz f im Frequenzbereich
\mathbf{v}_k	Diskretes Messrauschen
$v_{\text{Rect},f}(t)$	Rechtecksignal bei der Frequenz f im Zeitbereich
\mathbf{w}_k	Gewichtungsvektor des KNN
W_{P}	Verlustenergie
W_{Q}	Gespeicherte Energie

$W_i^{(m)}$	Mittelwertgewichtung beim UKF
$W_i^{(v)}$	Varianzgewichtung beim UKF
w_c	Grenzfrequenz zur Berechnung des Skin-Effektes
$w_{i,k}$	Gewichtung des Partikels i zum Zeitpunkt k
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Betriebskreisfrequenz
X_C	Kapazitive Reaktanz
X_L	Induktive Reaktanz
$\mathbf{X}_{GA,k}$	Sammlung aller Individuen zum Iterationsschritt k beim genetischen Algorithmus
\mathbf{x}_k	Zustandsvektor zum Zeitpunkt k
x	Mess-/Moduliertes Signal
x_S	x-Koordinate der gesuchten Spule
x_d	x-Abstand der beiden x-Ortungsspulen bzw. x-Größe des Ortungsraums
$\mathbf{x}_{GA,n,k}$	n -tes Individuum zum Iterationsschritt k beim genetischen Algorithmus
\underline{Y}_{mn}	Übertragungsadmittanz zwischen den Spulen m und n (ohne Negierung der anderen Spannungen)
Y_{Skin}	Skinfaktor
y_S	y-Koordinate der gesuchten Spule
y_d	y-Abstand der beiden y-Ortungsspulen bzw. y-Größe des Ortungsraums
$y(t)$	Referenzsignal
\underline{Z}	Komplexe Impedanz
Z_W	Feldwellenwiderstand
$\underline{Z}_{m,n}$	Übertragungsimpedanz zwischen den Spulen m und n (mit Negierung der anderen Ströme)
$\underline{Z}_{L,n}$	Systemimpedanz der Spule n
\underline{Z}'	Systemimpedanz einer Leitung durch den Skin-Effekt
$\underline{Z}_{\text{Last}}$	Lastimpedanz
\underline{Z}_T	Transformierte Impedanz
$\underline{Z}_{\text{res}}$	Impedanz im Resonanzfall ($f = f_{\text{res}}$)
$\underline{Z}_{\text{MQS}}$	Impedanz im MQS-Fall
$\underline{Z}_{\text{QS}}$	Impedanz im QS-Fall
\mathbf{z}_k	Messwerte zum Zeitpunkt k
z_S	z-Koordinate der gesuchten Spule
z_d	z-Abstand der beiden z-Ortungsspulen bzw. z-Größe des Ortungsraums

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
1D	Eindimensionale Umgebung (nur x , y oder z)
3D	Dreidimensionale Umgebung (x , y und z)
Abb.	Abbildung
ADS	Schaltungssimulator Advanced Design System
AoA	Angle of Arrival
AWGN	Additives weißes gaußsches Rauschen (engl. additive white Gaussian noise)
BB	Black Box
BS	Backscatter
Captcha	Completely Automated Public Turing test to tell Computers and Humans Apart
CDF	Kumulative Verteilungsfunktion (engl. Cumulative Distribution Function)
CDM	Codemultiplexverfahren (engl. Code Division Multiplexing)
CPU	Hauptprozessor (engl. Central Processing Unit)
CST	Simulationsprogramm zur Lösung von elektromagnetischen Feldproblemen
DGPS	Differentielles Globales Positionierungssystem (engl. Differential Global Positioning System)
ECDF	Empirisches kumulative Verteilungsfunktion (engl. Empirical Cumulative Distribution Function)
EKF	Erweiterter Kalman-Filter (engl. Extended Kalman filter)
EM	Elektromagnetisch
EMI	Elektromagnetische Störungen (engl. Electromagnetic Interference)
ESB	(Elektrisches) Ersatzschaltbild
EQS	Elektroquasistatik
EU	Europäische Union
FDM	Frequenzmultiplexverfahren (engl. Frequency Division Multiplexing)
FFT	Schnelle Fourier-Transformation (engl. Fast Fourier Transform)
FIT	Finite-Integral-Methode (engl. Finite Integration Technique)
FR-4	Verbundwerkstoff aus Epoxidharz und Glasfasergewebe (oft als Trägermaterial für Leiterplatten)
GA	Genetische Algorithmen
GLONASS	Globales Navigationssatellitensystem (russ. Globalnaja nawigazionnaja sputnikowaja sistema)

GPS	Globales Positionsbestimmungssystem (engl. Global Positioning System)
GUI	Grafische Benutzeroberfläche (engl. Graphical User Interface)
ICNIRP	Internationale Kommission für den Schutz vor nichtionisierender Strahlung (engl. International Commission on non-ionizing radiation protection)
ILS	Inductive Localization Simulator
IoT	Internet der Dinge (engl. Internet of Things)
KF	Kalman-Filter
KNN/ANN	Künstliches neuronales Netz (engl. Artificial Neural Network)
LGS	Lineares Gleichungssystem
LKF	Linearer Kalman-Filter
LORAN	Funknavigationssystem für die See- und Luftfahrt (engl. Long Range Navigation)
LUT	Look-Up-Table
MATLAB	Programm zur Lösung numerischer Problemstellungen
MEMS	Mikroelektromechanisches System
ML	Maschinelles Lernen
MOSFET	Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor (engl. metal-oxide-semiconductor field-effect transistor)
MQS	Magnetoquasistatik
OFDM	Orthogonales Frequenzmultiplexverfahren (engl. Orthogonal Frequency Division Multiplexing)
PCB	Leiterplatte (engl. Printed Circuit Board)
PEC	Perfekter elektrischer Leiter (engl. Perfect Electric Conductor)
PF	Partikel-Filter
PLL	Phasenregelschleife (engl. Phase-Locked Loop)
PS	Parallel- & Seriell-Resonanzschaltung bei zwei Spulensystemen
PSIM	Phasengeschaltete Impedanzmodulation (engl. Phase-Switched Impedance Modulation)
PP	Parallel- & Parallel-Resonanzschaltung bei zwei Spulensystemen
PPP	Präzisionspunktpositionierung
PTE	Leistungsübertragungseffizienz (engl. Power Transfer Efficiency)
PWM	Pulsweitenmodulation
Qi	Standard für eine drahtlose induktive Energieübertragungstechnologie
QS	Quasistatik

RMS	Effektivwert (engl. Root Mean Square)
RSSI	Received Signal Strength Indication
RTK	Echtzeitkinematik (engl. Real-time kinematic positioning)
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (engl. Signal-to-Noise Ratio)
SS	Seriell- & Seriell-Resonanzschaltung bei zwei Spulensystemen
SP	Seriell- & Parallel-Resonanzschaltung bei zwei Spulensystemen
Tab.	Tabelle
TDM	Zeitmultiplexverfahren (engl. Time Division Multiplexing)
TDoA	Time Difference of Arrival
ToA	Time of Arrival
TP	Tiefpass
UKF	Unscented Kalman-Filter
UWB	Ultra-Breitband (engl. Ultra-wideband)
WLAN	Drahtloses lokales Netzwerk (engl. Wireless Local Area Network)
WPT	Drahtlose Energieübertragung (engl. Wireless Power Transfer)

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung / Abstract	iii
Verwendete Symbole und Abkürzungen	vii
1. Einleitung	1
1.1. Motivation und Stand der Technik	1
1.2. Übersicht der Kapitel	5
2. Grundlagen	7
2.1. Elektromagnetische Induktion	7
2.2. Materialeinflüsse auf elektromagnetische Felder	8
2.3. Nah- und Fernfeld	10
2.4. Eigen- und Gegeninduktivitäten	11
2.5. Skin- und Proximity-Effekt	13
2.6. Resonanz und Güte	14
3. Ermittlung und Modellierung der Parameter für eine induktive Kopp- lung	19
3.1. Elektrisches Ersatzschaltbilder von realen Spulenanordnungen	19
3.1.1. Eine Spule	20
3.1.2. Zwei Spulen	23
3.1.3. N -Spulen	27
3.2. Kompensationsschaltungen für induktive Anwendungen	29
3.3. Berechnung der Spulenparameter	31
3.3.1. Berechnung der Spulenwiderstände R_S	32
3.3.1.1. Skin-Effekt R'_L	33
3.3.1.2. Proximity-Effekt R_L	34
3.3.1.3. Strahlungswiderstand R_R	36
3.3.2. Eigeninduktivität L	37
3.3.3. Eigenkapazität	38
3.3.3.1. Parasitäre Kapazität C_P	38
3.3.3.2. Kapazitätsverluste R_P	40

3.4.	Berechnung der Gegeninduktivität	41
3.4.1.	1D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(z)$	41
3.4.2.	3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ von einer Leiterschleife	43
3.4.3.	3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ von einer beliebigen Spulengeometrie	49
3.4.4.	3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ beliebiger Spulengeometrien durch Neumann-Gleichung	57
3.5.	Ermittlung der Gegeninduktivitäten	58
3.5.1.	Zwei-Spulensystem	58
3.5.2.	6+1-Spulensystem	62
3.5.3.	$N+1$ -Spulensystem	65
3.5.4.	Systematische Anpassung durch symmetrische Anordnungen	66
4.	Algorithmen und Eigenschaften der induktiven Ortung	69
4.1.	Ortungsalgorithmen	69
4.1.1.	Verhältnismethode	72
4.1.1.1.	Abhängigkeit von Verschiebungen	73
4.1.1.2.	Verwendung von kleineren Ortungsspulen	78
4.1.1.3.	Einfluss des Ausrichtungswinkels α	79
4.1.1.4.	Erweiterung des Messsystems durch mehr Ortungsspulen	82
4.1.2.	Analytische Methode	85
4.1.2.1.	Ermittlung von drei unbekanntem Parameter (x , y und z)	85
4.1.2.2.	Berücksichtigung der Ausrichtung (x , y , z , α und β)	87
4.1.2.3.	Verwendung von Optimierer	88
4.1.2.4.	Verwendung von beliebigen planaren Spulengeometrien	91
4.1.3.	Nutzung von KNN	97
4.1.3.1.	Neuronale Netze	97
4.1.3.2.	Trainingsalgorithmus	99
4.1.3.3.	Ergebnisse ohne Berücksichtigung der Ausrichtung	101
4.1.3.4.	Ergebnisse mit Berücksichtigung der Ausrichtung	103
4.2.	Einflüsse von Systemparameter auf die Ortung	107
4.2.1.	Anzahl der Ortungsspulen	107
4.2.2.	Betriebsfrequenz	113
4.2.3.	Design einer optimalen Spule	117
4.2.4.	Geräteeinflüsse	121
4.2.5.	Verfahren zur Lokalisierung von mehreren Spulen	124
4.3.	Einflüsse von Störungen	131
4.3.1.	Umgebungsmaterialien	132
4.3.1.1.	Dielektrische Umgebungen	132
4.3.1.2.	Permabilitätskern	133
4.3.1.3.	Elektrisch leitfähige Umgebungen	134
4.3.2.	Metallische Ortungsumgebungen	138
4.3.3.	Reichweite	141
4.3.4.	Externe Störungen auf das System	146
5.	Stochastische Verfahren zur Nachverarbeitung der Ortungsergebnisse	151
5.1.	Kalman-Filter	152
5.1.1.	Allgemeiner/Linearer Kalman-Filter	152

5.1.2.	Extended Kalman Filter	156
5.1.3.	Unscendet Kalman Filter	157
5.1.4.	Weitere Arten	162
5.1.5.	Anwendungen	163
5.1.5.1.	Analytische Methode	163
5.1.5.2.	Künstliches neuronales Netzwerk	164
5.1.5.3.	Einfluss von leitfähigen Umgebungen auf die Ortungs- algorithmen	166
5.2.	Partikel-Filter	167
5.2.1.	Theorie	167
5.2.2.	Vergleich mit dem Kalman-Filter	171
6.	Simulationsumgebung zur Abbildung des gesamten induktiven Or- tungsprozesses	177
6.1.	Aufbau der Simulationsplattform	178
6.2.	Beispielhafter Ablauf	181
7.	Zusammenfassung und Ausblick	185
7.1.	Zusammenfassung	185
7.2.	Ausblick	191
	Abbildungsverzeichnis	195
	Algorithmenverzeichnis	205
	Tabellenverzeichnis	206
	Literaturverzeichnis	207
A.	Verwendete Theoreme und Rechenregeln	223
A.0.1.	Mathematische Theoreme	223
A.0.2.	Tabellen	224
B.	Herleitung des magnetischen Vektorpotentials	227
C.	Implementierung der Neumann-Gleichung	229
D.	Verwendete Spulen	233
E.	Weitere Ergebnisse der Ortungsverfahren	235
E.0.1.	Analytischer Ansatz mit GA	235
E.0.2.	Künstliche neuronale Netzwerke (mit Einfluss der Ausrichtung) .	238
F.	Simulation des Lock-In Verstärkers	241
	Stichwortverzeichnis	245

1.1. Motivation und Stand der Technik

Ortungsverfahren spielen in der modernen Technologie eine zentrale Rolle und sind in zahlreichen Anwendungen unverzichtbar. Ihre Notwendigkeit ergibt sich aus der zunehmenden Verbreitung mobiler Geräte, der Entwicklung des Internets der Dinge (IoT) und der fortschreitenden Automatisierung in verschiedenen Bereichen. Von der Navigation und Logistik bis zur Überwachung und Sicherheit ermöglichen Ortungsalgorithmen die genaue Positionserfassung von Objekten, Personen oder Fahrzeugen in Echtzeit, wodurch diverse Prozesse in ihrer Effizienz optimiert werden [1].

Die zahlreichen **Eigenschaften** von Ortungsalgorithmen sind abhängig von den Anforderungen der Problemstellung und können allgemein in Genauigkeit, Präzision, Reichweite, Effizienz, Skalierbarkeit und Robustheit unterteilt werden, wobei je nach Vorgaben weitere Eigenschaften hinzukommen. Genauigkeit und Präzision (Genauigkeit = Nähe zum tatsächlichen Wert, Präzision = Wiederholbarkeit) sind entscheidend, um verlässliche Positionen zu berechnen, insbesondere in Umgebungen, in denen es auf Zentimeter ankommt, wie bei der autonomen Fahrzeugsteuerung oder der Robotik. Reichweite bezeichnet den maximalen Bereich, in dem das Ortungssystem zuverlässig arbeitet und ist besonders relevant bei großflächigen Anwendungen. Effizienz ist wichtig, um die Berechnungen schnell und mit möglichst geringem Energieverbrauch durchzuführen, was insbesondere für batteriebetriebene Geräte relevant ist. Die Skalierbarkeit beschreibt die Möglichkeit, das Ortungsproblem auf eine hohe Anzahl von gesuchten Objekten erweitern zu können, und die Robustheit die Stabilität gegenüber externen und internen Störungen, sodass eine weitere zuverlässige Lokalisierung durchgeführt werden kann [2].

Die **Geschichte** der Ortungsalgorithmen und -technologien ist eng mit der Entwicklung der Navigation und der Kommunikationstechnologien verknüpft. Bereits in der Antike nutzten Seefahrer astronomische Methoden zur Positionsbestimmung auf See. Diese frühen Methoden legten den Grundstein für die spätere Entwicklung präziserer und techno-

logisch fortschrittlicherer Ortungssysteme. Mit der Erfindung des Magnetkompasses im 11. Jahrhundert und des Chronometers im 18. Jahrhundert verbesserten sich die Navigationsmöglichkeiten erheblich [3].

Im 20. Jahrhundert erlebte die Ortungstechnologie einen bedeutenden Wandel mit der Entwicklung von Funknavigationssystemen wie LORAN und DECCA [4]. Ein entscheidender Meilenstein war die Einführung des Global Positioning System (GPS) in den 1970er und 1980er Jahren. GPS revolutionierte die Navigation und ermöglichte eine präzise Ortung nahezu überall auf der Erde [5]. Parallel dazu wurden andere satellitengestützte Systeme wie das russische GLONASS, das europäische Galileo und das chinesische BeiDou entwickelt, um globale und unabhängige Ortungsdienste anzubieten [6].

Ortungsalgorithmen sind ein integraler Bestandteil zahlreicher wissenschaftlicher **Anwendungen** und haben eine transformative Wirkung auf verschiedene Forschungs- und Anwendungsbereiche. In der Umweltforschung beispielsweise ermöglichen präzise Ortungstechnologien die genaue Überwachung und Analyse von Klima- und Wetterphänomenen [7]. In der Geophysik und Geodäsie werden Ortungsalgorithmen genutzt, um die Bewegung der Erdkruste zu überwachen und präzise Karten zu erstellen [8].

In der Gesundheitsforschung und Medizintechnik sind Ortungsalgorithmen ebenfalls von großer Bedeutung. Telemedizinische Anwendungen und tragbare Gesundheitsgeräte nutzen diese Algorithmen, um die Position und Bewegungsmuster von Patienten zu überwachen [9]. Auch in der Robotik und der Automatisierung sind Ortungsalgorithmen unverzichtbar, insbesondere für autonome Fahrzeuge und Drohnen [10].

Moderne Ortungsalgorithmen nutzen eine Vielzahl von Technologien und Methoden, um die Positionen zu bestimmen. Satellitengestützte Systeme wie GPS, GLONASS oder Galileo sind weit verbreitet und bieten eine hohe Genauigkeit auf globaler Ebene [11]. Die physikalischen Prinzipien dieser Systeme basieren auf der Laufzeitmessung von Signalen zwischen Satelliten und dem Empfänger. Eine hohe Genauigkeit, oft im Bereich von wenigen Metern, kann durch die Verwendung von Differenzial-GPS (DGPS) oder Echtzeitkinematik (RTK) erreicht werden, die Korrektursignale verwenden, um systematische Fehler zu reduzieren [5].

Für Anwendungen in Innenräumen oder in Gebieten mit eingeschränktem Satellitenempfang werden alternative Technologien wie WLAN-basierte Ortung, Bluetooth-Beacons, RFID oder Ultra-Wideband (UWB) eingesetzt [12]. Diese Technologien nutzen unterschiedliche physikalische Phänomene zur Positionsbestimmung, wie z.B. die Signalstärke (Received Signal Strength Indicator, RSSI), die Laufzeit (Time of Arrival, ToA), oder die Winkelmessung (Angle of Arrival, AoA). Ultra-Wideband-Systeme, die kurze Impulse im GHz-Bereich verwenden, bieten eine hohe Genauigkeit von bis zu 10 cm und sind besonders nützlich für Indoor-Navigation [13].

Die **Entwicklung** und Verbesserung von Ortungsalgorithmen erfordert ein tiefes Verständnis von Signalverarbeitung, Mathematik und Informatik. Algorithmen wie die Kalman-Filterung, Partikel-Filter oder Machine-Learning-Ansätze werden oft kombiniert, um die bestmögliche Genauigkeit und Zuverlässigkeit zu gewährleisten [14]. Die Wahl des Algorithmus hängt von den spezifischen Anforderungen der Anwendung ab, einschließlich der benötigten Genauigkeit, der verfügbaren Rechenleistung und der Dynamik der Umgebung.

Die physikalischen Eigenschaften von Ortungssystemen, wie Signalstärke, Frequenz und Modulationsart, haben einen direkten Einfluss auf ihre Genauigkeit und Reichweite. Beispielsweise neigen Hochfrequenzsignale dazu, eine höhere Präzision zu bieten, aber sie sind auch anfälliger für Dämpfung und Streuung durch Hindernisse wie Wände oder Bäume [15]. In städtischen Umgebungen, wo Mehrwegeeffekte (Multipath) durch Reflexionen an Gebäuden und anderen Strukturen auftreten, müssen Algorithmen zur Mehrwegeunterdrückung eingesetzt werden, um die Positionsgenauigkeit zu verbessern [16]. In diesem Kontext gewinnen Digital-Twin-Konzepte und Rapid-Prototyping-Ansätze zunehmend an Bedeutung, da sie eine ganzheitliche, simulationsgestützte Abbildung des Ortungsprozesses ermöglichen. Während bei vielen etablierten Ortungsverfahren wie satelliten- oder funkwellenbasierten Systemen eine vollständige digitale Reproduktion aufgrund komplexer Umgebungs- und Signalinteraktionen kaum realisierbar ist, lässt sich die induktive Ortung vollständig modellieren und virtuell erproben.

Ein weiterer wichtiger Aspekt sind die technischen Anforderungen an die Hardware und Software von Ortungssystemen. Diese beinhalten die Rechenleistung der verwendeten Prozessoren, die Energieeffizienz der Signalverarbeitung und die Fähigkeit zur schnellen Datenverarbeitung und -übertragung. Für batteriebetriebene Geräte, wie Smartphones oder tragbare Sensoren, sind energieeffiziente Algorithmen entscheidend, um eine lange Betriebsdauer zu gewährleisten [17]. Die Miniaturisierung von Hardware-Komponenten, wie Antennen und Empfängern, ermöglicht die Integration von Ortungssystemen in kleine und leichte Geräte, was für tragbare Anwendungen von Bedeutung ist.

Trotz der technologischen Fortschritte in der Ortung gibt es zahlreiche Problematiken und **Herausforderungen**, die die Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Effizienz dieser Systeme beeinflussen können.

Eines der größten Probleme in der Ortungstechnologie sind Mehrwegeeffekte (Multipath), bei denen Signale auf dem Weg zum Empfänger von Gebäuden, Bäumen oder anderen Hindernissen reflektiert werden. Diese reflektierten Signale können sich mit dem direkten Signal überlagern und zu falschen Laufzeitmessungen führen, was die Genauigkeit der Positionsbestimmung beeinträchtigt [18]. Besonders in städtischen Gebieten und Innenräumen ist die Beeinflussung durch Mehrwegeeffekte signifikant.

Zusätzlich zu den Mehrwegeeffekten können elektromagnetische Störungen von anderen elektronischen Geräten oder natürlichen Phänomenen die Signalqualität beeinträchtigen. Beispielsweise können starke Sonnenstürme die Signale von GPS-Satelliten stören, was die Genauigkeit der Positionsbestimmung erheblich reduziert [19].

Ein weiteres Problem ist die Skalierbarkeit der Ortungssysteme. In dicht besiedelten städtischen Gebieten oder in großen Innenräumen mit vielen Nutzern, wie Flughäfen oder Einkaufszentren, müssen die Ortungssysteme in der Lage sein, viele Geräte gleichzeitig zu orten, ohne an Leistung zu verlieren. Dies stellt hohe Anforderungen an die Netzwerk-Infrastruktur und die verwendeten Algorithmen, um Interferenzen zu minimieren und eine schnelle Datenverarbeitung zu gewährleisten [20].

Für viele mobile und batteriebetriebene Anwendungen ist der Energieverbrauch ein kritischer Faktor. Ortungssysteme, die kontinuierlich die Position eines Geräts berechnen, können einen erheblichen Stromverbrauch aufweisen, was die Batterielebensdauer verkürzt. Energiesparende Algorithmen und Hardware-Optimierungen sind erforderlich, um die Effizienz zu maximieren und die Nutzungsdauer der Geräte zu verlängern [21].

Ein weiterer wichtiger Aspekt, der bei der Entwicklung und dem Einsatz von Ortungstechnologien berücksichtigt werden muss, sind Datenschutz und Sicherheit. Die Erfassung

und Verarbeitung von Standortdaten wirft Bedenken hinsichtlich der Privatsphäre der Benutzer auf, insbesondere in Anwendungen, die kontinuierliche Überwachung erfordern. Es müssen robuste Sicherheitsmechanismen implementiert werden, um sicherzustellen, dass Standortdaten nicht missbraucht oder unbefugt zugänglich gemacht werden [22].

Hardware-Beschränkungen wie die Größe, das Gewicht und die Kosten der Ortungskomponenten stellen ebenfalls eine Herausforderung dar. Die Integration von Ortungssystemen in bestehende Infrastrukturen und Geräte erfordert häufig Anpassungen und Optimierungen, um die Leistungsfähigkeit zu maximieren und die Kompatibilität zu gewährleisten. Dies kann besonders herausfordernd sein in Anwendungen, die spezielle Anforderungen an die Miniaturisierung und Robustheit der Hardware stellen, wie z.B. medizinische Implantate oder industrielle Sensoren [23].

Induktive Ortungsverfahren spielen eine zentrale Rolle in der Entwicklung und Optimierung von spulenbasierten Systemen, insbesondere in der drahtlosen Energieübertragung. Diese Technologien basieren auf der induktiven Kopplung von Spulen, bei der Energie von einer sendenden zu einer empfangenden Spule übertragen wird. Ein spezifisches Beispiel ist das drahtlose Laden von Elektrofahrzeugen, bei dem die präzise Positionierung des Fahrzeugs über der Ladeplatte entscheidend ist [24].

Ein weiteres Anwendungsgebiet ist die drahtlose Energieübertragung in medizinischen Implantaten. Hierbei ist die präzise Positionierung des externen Ladegeräts über dem implantierten Gerät entscheidend für die effiziente Energieübertragung [25]. Induktive Ortung eröffnet auch neue Möglichkeiten in der Logistik, Landwirtschaft (Bewegungsmuster von Nutztieren), Gesundheitsüberwachung (bewegliche Implantate) und virtuellen Realität (durch die Aufnahme von Bewegungsmustern) [26].

Die induktive Ortung bietet zahlreiche Vorteile, wie hohe Präzision, Robustheit gegenüber Umwelteinflüssen, Kontaktlosigkeit und Energieeffizienz [27]. Gleichzeitig gibt es auch Nachteile, wie die begrenzte Reichweite und die Anfälligkeit für elektromagnetische Interferenzen [28]. Die Kosten für die Implementierung und Wartung sowie die Komplexität der Systemintegration sind weitere Herausforderungen, die berücksichtigt werden müssen.

Die Verwendung von planaren Spulen bei der induktiven Ortung bietet spezifische Eigenschaften, die sie für verschiedene Anwendungen besonders geeignet machen. Planare Spulen bieten eine flache Geometrie, ermöglichen eine präzise, kostengünstige und reproduzierbare Herstellung und können gut in integrierte Systeme eingebettet werden [29]. Ihre thermische Leistung ist vorteilhaft, jedoch sind ihre Induktivität und Empfindlichkeit gegenüber elektromagnetischen Einflüssen Herausforderungen [30].

Insgesamt sind Ortungsalgorithmen ein unverzichtbares Werkzeug in der modernen Wissenschaft und Technologie. Ihre Fähigkeit, präzise und verlässliche Positionsdaten zu liefern, unterstützt eine breite Palette von Anwendungen und trägt wesentlich dazu bei, dass Fortschritte in Forschung und Praxis erzielt werden können. Die ständige Weiterentwicklung dieser Algorithmen wird auch in Zukunft eine Schlüsselrolle bei der Bewältigung komplexer wissenschaftlicher und technischer Herausforderungen spielen. Dennoch müssen die bestehenden Problematiken, wie Signalstörungen, Datenschutzbedenken und Energieeffizienz, weiterhin adressiert werden, um die Effektivität und Akzeptanz dieser Technologien zu gewährleisten.

1.2. Übersicht der Kapitel

Der Fokus dieser Arbeit ist die Beschreibung, Validierung und Analyse der relevanten physikalischen Effekte bei der induktiven Ortung und deren Lösung für eine mögliche Durchführung einer Lokalisierung durch Magnetfelder im Nahfeld. Am Anfang werden dafür einige ideale Annahmen getroffen und diese allmählich durch reale Einflüsse auf das System untersucht. Dazu werden diverse Modelle vorgestellt und geprüft, welche eine Beschreibung des induktiven Ortungsprozesses ermöglichen und die einzelnen Effekte sichtbar und somit kompensierbar machen. Dazu gehören auch mögliche Mess- und Berechnungsverfahren, um die gesuchten Größen für die grundsätzlichen Schaltungsanordnungen zu ermitteln. Aus diesen Grundlagen werden dann verschiedene komplexere Berechnungsverfahren entwickelt, welche eine induktive Ortung anhand von einigen Messergebnissen ermöglichen. Aufgrund diverser Einflüsse durch externe Störungen, ungenauen Ortungsalgorithmen oder numerischen Abweichungen werden stochastische Ansätze angewandt, um die Fehler zu minimieren und somit den kompletten Prozess der induktiven Ortung darzustellen.

Die Arbeit schließt detaillierte Betrachtungen der Messtechnik, verschiedenen Signalarten oder Schaltungen zur Signalgenerierung und -auswertung aus und diese Faktoren werden nahezu als ideal betrachtet. Es werden ausschließlich planare Spulen untersucht, wobei die Ergebnisse sich auch gut auf andere Spulengeometrien übertragen lassen. Der Zeitbereich wird vernachlässigt, da er für das lineare System nicht notwendig ist und in dieser Arbeit nur monofrequente Signale für eine signalstärkebasierte Ortung im stationären Zustand betrachtet werden.

Ziel ist die Entwicklung grundlegender Formeln, analytischer Beschreibungen und spezialisierter Lösungen für ein induktives Ortungssystem sowie eine Guideline zur Bewertung der Anwendbarkeit eines solchen Systems für verschiedene Anforderungen.

Diese Arbeit ist in sieben Kapitel unterteilt, die im Folgenden kurz vorgestellt werden:

- **Kapitel 2: Grundlagen**

In diesem Kapitel werden physikalische und elektrotechnische Grundlagen erläutert, die das Fundament für die weiteren Analysen bilden. Zudem werden einige Einschränkungen im Hinblick auf Materialeinflüsse vorgenommen, um die Komplexität der Abhängigkeiten zu reduzieren und eine nachvollziehbare Darstellung der Ergebnisse zu ermöglichen.

- **Kapitel 3: Ermittlung und Modellierung der Parameter für eine induktive Kopplung**

Für die induktive Ortung werden in dieser Arbeit planare Spulendesigns verwendet, da sie sich durch gute Reproduzierbarkeit, eine einfache Integration in bestehende Elektronik und einen geringen Platzbedarf auszeichnen. Die physikalischen Einflüsse auf diese Geometrien müssen daher präzise untersucht werden, um daraus ein Modell in Form elektrischer Ersatzschaltbilder zu entwickeln, das als Grundlage für weitere Untersuchungen dient. Dazu ist es notwendig, diese Einflüsse mathematisch zu beschreiben, sodass deren Eigenschaften, Effekte und resultierende Werte in weiterführenden Verfahren genutzt werden können. Auch die Gegeninduktivität zwischen zwei oder mehreren Spulen muss detailliert analysiert, berechenbar und in

realen Schaltungen messbar¹ sein, da sie eine zentrale Rolle für das Verständnis der induktiven Ortung und die Entwicklung entsprechender Ortungsalgorithmen spielt.

- **Kapitel 4: Algorithmen und Eigenschaften der induktiven Ortung**

Aufbauend auf den Modellen und Gleichungen des vorangegangenen Kapitels werden in diesem Kapitel verschiedene Algorithmen zur Lösung des induktiven Ortungsproblems vorgestellt. Je nach Anforderung kommen dabei unterschiedliche Ansätze zum Einsatz. Darüber hinaus werden die Eigenschaften der induktiven Ortung untersucht, um den Anwendungsbereich und die Grenzen klar zu definieren. Dazu gehören Analysen der Systemparameter, etwa der Einfluss der Anzahl der Ortungsspulen, der Betriebsfrequenz, der Reichweite sowie der Wirkung externer Störungen auf das System.

- **Kapitel 5: Stochastische Verfahren zur Nachverarbeitung der Ortungsergebnisse**

Verschiedene interne und externe Einflüsse können dazu führen, dass die Ergebnisse der induktiven Ortung von den tatsächlichen Koordinaten abweichen. Solche Abweichungen können durch die gewählten Ortungsalgorithmen, externe Störungen oder Messfehler in den Generierungs- und Auswertungsschaltungen entstehen. Um dennoch zuverlässige Ergebnisse zu erzielen, werden in diesem Kapitel stochastische Verfahren vorgestellt, mit denen diese Messfehler durch Zustandsschätzung korrigiert werden können. Dazu werden gängige Filtermethoden präsentiert und miteinander verglichen, um abhängig von den jeweiligen Anforderungen den optimalen Schätzer auszuwählen.

- **Kapitel 6: Simulationsumgebung zur Abbildung des gesamten induktiven Ortungsprozesses**

Da insbesondere elektromagnetische Simulationen innerhalb des induktiven Ortungsprozesses sehr rechenintensiv sind, wird ein effizienterer Ansatz entwickelt, der sich auf die Berechnung der relevanten Parameter konzentriert. Hierzu werden die Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln zusammengeführt, um eine modulare Simulationsplattform zu erstellen, die den gesamten Ortungsprozess abbildet. Diese Plattform kann als Basis für weitere Algorithmen dienen, die darin getestet werden, und eignet sich darüber hinaus zur Bewertung von Systemen mit spezifischen Anforderungen sowie zur Generierung von Trainingsdaten.

- **Kapitel 7: Zusammenfassung und Ausblick**

In diesem abschließenden Kapitel werden die zentralen Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und potenzielle Themen für zukünftige Forschung aufgezeigt.

¹In dieser Arbeit wird der Begriff Messung bzw. Messtechnik verwendet, um die theoretische Beschreibung und Berechnung der entsprechenden Größen (z. B. der Gegeninduktivität) anhand von bekannten Strömen, Spannungen und Impedanzen darzustellen. Eine experimentelle Messung im physikalischen Sinne wird in dieser Arbeit nicht durchgeführt.

2.1. Elektromagnetische Induktion

Die elektromagnetische Induktion ist ein fundamentales physikalisches Prinzip, das beschreibt, wie eine Veränderung des magnetischen Flusses durch eine Leiterschleife eine elektrische Spannung in dieser Schleife induziert. Dieses Phänomen wurde erstmals von Michael Faraday im Jahr 1831 vorgestellt [31] und ist die Grundlage für viele technologische Anwendungen, einschließlich Generatoren und Transformatoren.

Die dritte integrale Maxwell-Gleichung [32], auch bekannt als das Faraday'sche Induktionsgesetz, bietet einen Einblick in die Wirkung der elektromagnetischen Induktion und lautet in integraler Form:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \, d\vec{s} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} = -\dot{\Phi} . \quad (2.1)$$

Diese Gleichung beschreibt, wie sich ein zeitlich veränderliches Magnetfeld \vec{B} auf das Verhalten eines elektrischen Feldes \vec{E} auswirkt. Hierbei steht A für eine Fläche, die von einem geschlossenen Weg ∂A umrandet wird, $d\vec{s}$ ist ein infinitesimales Wegsegment dieses geschlossenen Wegs, und $d\vec{A}$ ist ein infinitesimales Flächenelement von A , wobei dessen Richtung durch die Normale auf der Fläche gegeben ist (siehe Abb. 2.1).

Die induzierte Spannung u_{ind} ist das Integral des elektrischen Feldes \vec{E} entlang des geschlossenen Pfades ∂A , der die Fläche A umschließt. Formal ausgedrückt wird die induzierte Spannung durch das Umlaufintegral des elektrischen Feldes um diesen Pfad definiert:

$$u_{\text{ind}} = \oint_{\partial A} \vec{E} \, d\vec{s} . \quad (2.2)$$

Somit können beide Gleichungen in folgende Form gebracht werden [33]:

$$u_{\text{ind}} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} = -\dot{\Phi} . \quad (2.3)$$

Die Richtung der induzierten Spannung ist so, dass sie einer Änderung des Flusses entgegenwirkt (Lenz'sche Regel), was durch das negative Vorzeichen in der Gleichung ausgedrückt wird.

Wenn nun eine Leiterschleife mehrere Windungen hat, entsteht eine Spule. Für eine Spule mit N Windungen, die denselben sich ändernden Magnetfluss erfährt, verstärkt sich die induzierte Spannung entsprechend der Windungszahl, was durch die erweiterte Form des Faraday'schen Gesetzes ausgedrückt wird:

$$u_{\text{ind}} = -N \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} = -N\dot{\Phi} . \quad (2.4)$$

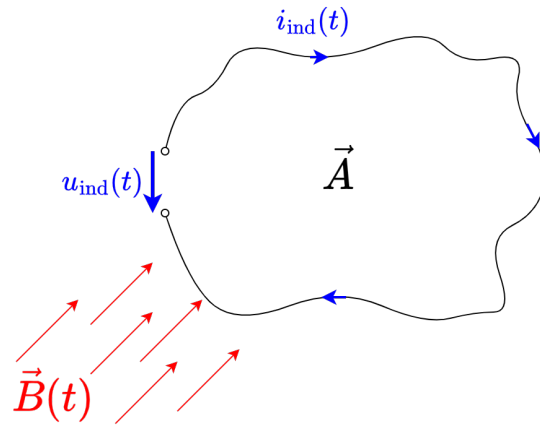


Abb. 2.1.: Darstellung des Prinzips der elektromagnetischen Induktion der Spannung $u_{\text{ind}}(t)$ durch den zeitlich veränderlichen magnetischen Fluss $\vec{B}(t)$ einer Leiterschleife um der umschlossenen Fläche \vec{A}

Ein veränderliches Magnetfeld kann durch verschiedene Ursachen entstehen. Hierbei wird zwischen Bewegungsinduktion und Ruheinduktion unterschieden [34]. *Bewegungsinduktion* tritt auf, wenn eine relative Bewegung zwischen einem Magnetfeld und einer Leiterschleife besteht z.B. durch die Bewegung des Leiters oder der Magnetfeldquelle oder die Änderung der Orientierung. Diese Bewegungen verändern den magnetischen Fluss durch die Schleife, was zur Induktion einer Spannung führt. *Ruheinduktion* tritt auf, wenn sich sowohl der Leiter als auch das Magnetfeld in Ruhe zueinander befinden, aber der magnetische Fluss durch die Leiterschleife aufgrund einer zeitlichen Änderung der Feldstärke des Magnetfeldes (Signalform oder Betriebsfrequenz) variiert. Diese Art der Induktion ist die Grundlage für die Funktionsweise von Transformatoren, bei denen ein Wechselstrom in der Primärspule ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt, das wiederum eine Spannung in der sekundären Spule induziert, ohne dass eine physische Bewegung zwischen den Spulen stattfindet [35–37].

2.2. Materialeinflüsse auf elektromagnetische Felder

Im Gegensatz zum vorhergehenden Abschnitt, welcher die elektromagnetischen Induktion durch den Zeitbereich verdeutlicht hat, werden nun die Felder im Frequenzbereich betrachtet. Dabei werden elektrische und magnetische Felder/Flussdichten als komplex-

wertige Phasoren $\vec{E}(\vec{r}, \omega)/\vec{D}(\vec{r}, \omega)$ und $\vec{H}(\vec{r}, \omega)/\vec{B}(\vec{r}, \omega)$ für eine feste Kreisfrequenz ω und der räumliche Abhängigkeit \vec{r} dargestellt.

Wenn ein elektrisches Feld \vec{E} auf ein Material mit einer bestimmten relativen Permittivität $\underline{\epsilon}_r(\vec{E}, \vec{r}, \omega)$ trifft, wird das resultierende elektrische Feld im Material durch die elektrische Polarisierung und die freien Ladungen im Material beeinflusst. Die Beziehung kann durch die Gleichung bei konstanter Temperatur und ohne zeitliche Veränderungen für die elektrische Flussdichte \vec{D} wie folgt beschrieben werden:

$$\vec{D}(\vec{r}, \omega, \vec{E}, \underline{\epsilon}_r) = \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r(\vec{E}, \vec{r}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) . \quad (2.5)$$

Ähnlich beeinflusst die relative Permeabilität $\underline{\mu}_r(\vec{H}, \vec{r}, \omega, \vec{M})$ die Reaktion eines Materials durch die Magnetisierung auf ein externes magnetisches Feld \vec{H} . Die magnetische Flussdichte \vec{B} in einem Material wird bei konstanter Temperatur und ohne zeitliche Veränderungen durch die magnetischen Momente im Material beeinflusst:

$$\vec{B}(\vec{r}, \omega, \vec{H}, \underline{\mu}_r) = \mu_0 \underline{\mu}_r(\vec{H}, \vec{r}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \omega) . \quad (2.6)$$

Die unterschiedlichen Materialeigenschaften haben folgende Bedeutungen [35, 37, 38]:

- **Anisotropie:** $\underline{\epsilon}_r$ und $\underline{\mu}_r$ sind Tensoren zweiter Ordnung (durch eine 3x3 Matrix im 3D-Raum), die die richtungsabhängigen Reaktionen des Materials repräsentieren. Die Skalarformen davon sind ϵ_r und μ_r .
- **Nichtlinearität:** Die Permittivität $\epsilon_r(\vec{E})$ und Permeabilität $\mu_r(\vec{H})$ sind abhängig von den jeweiligen Feldstärken.
- **Magnetische Sättigung:** In ferromagnetischen Materialien kann die Magnetisierung bei starken Magnetfeldern in eine Sättigung übergehen und zeigt dann ein nichtlineares, hysteretisches Verhalten. Obwohl dieser Effekt eine zeitabhängige Materialantwort $\mu_r(\vec{H}, t)$ beinhaltet, wird er aufgrund der besonderen Eigenschaft erwähnt, ohne in der vorliegenden Arbeit weiter betrachtet zu werden.
- **Inhomogenität:** Die Materialeigenschaften variieren im Raum, was sich in der ortsabhängigen Verteilung von $\epsilon_r(\vec{r})$ und $\mu_r(\vec{r})$ widerspiegelt.
- **Dispersion:** Die Materialparameter $\epsilon_r(\omega)$ und $\mu_r(\omega)$ sind frequenzabhängig.
- **Verlustbehaftet/Absorption:** Die Parameter aus der komplexen Beschreibung von $\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ und $\underline{\mu}_r = \mu_r' - j\mu_r''$ lassen sich wie folgt erklären:
 - ϵ_r' für den dielektrischen Anteil, der die Energiespeicherung des elektrischen Feld beschreibt.
 - ϵ_r'' für den Verlustanteil, der die Energieabsorption und -umwandlung in Wärme darstellt.
 - μ_r' für den magnetischen Anteil, der die Fähigkeit des Materials beschreibt, ein magnetisches Feld zu verstärken.
 - μ_r'' für den magnetischen Verlustanteil, der die Energieverluste durch Hysteresis, Wirbelströme und andere magnetische Verlustmechanismen repräsentiert.

Im Folgenden werden die Materialeigenschaften der Ortungsumgebung als **linear, dispersionfrei** (aufgrund der primären monofrequenten Betrachtungen), **verlustfrei, homogen und isotrop bei konstanter Temperatur und ohne zeitlicher Veränderung** betrachtet, wodurch folgt:

$$\boxed{\vec{D} = \underbrace{\varepsilon_0 \varepsilon_r}_{\varepsilon} \vec{E}} \quad \text{und} \quad \boxed{\vec{B} = \underbrace{\mu_0 \mu_r}_{\mu} \vec{H}}. \quad (2.7)$$

Dabei sind die elektrischen und magnetischen Felder sowie die zugehörigen Flüsse komplex, da ihre Quellen nicht bekannt sind. Innerhalb der Ortungsumgebung sind die jeweiligen Felder und Flüsse aufgrund der verlustfreien Materialeigenschaften phasengleich zueinander. Die Materialeigenschaften der Ortungsspulen werden jedoch aufgrund der elektrischen Leitfähigkeit als verlustbehaftet angenommen.

Verlustbehaftete Ortungsumgebungen werden im weiteren Verlauf berücksichtigt und analysiert.

2.3. Nah- und Fernfeld

Das Nahfeld und das Fernfeld beschreiben zwei grundlegend unterschiedliche Verhaltensweisen elektromagnetischer Felder, welche abhängig von der Entfernung und Frequenz/Wellenlänge der Strahlungsquelle ist.

Das **Nahfeld**, auch reaktives Feld genannt, umgibt die strahlende Quelle in einem Bereich, dessen Begrenzung durch $r_n = \frac{\lambda}{2\pi}$ mit der Wellenlänge λ der jeweiligen EM-Abstrahlung definiert ist [39]. Der Begriff Nahfeld wird in der Literatur jedoch uneinheitlich verwendet und umfasst laut [39] auch das strahlende Nahfeld (Fresnel-Zone) bei $\frac{\lambda}{2\pi} < r < 4\lambda$, in dem sich die Feldlinien bereits von der Quelle ablösen, jedoch noch keine kugelförmige Ausbreitung im Sinne eines Fernfeldes zeigen. In dieser Arbeit wird der Begriff Nahfeld hingegen im engeren Sinne verwendet und ausschließlich auf das reaktive Nahfeld bezogen. Diese Abgrenzung ist sinnvoll, da für die Modelle der induktiven Ortung nur das reaktive Nahfeld relevant ist, weil die elektromagnetische Energie in diesem Bereich im System verbleibt und nicht abgestrahlt wird, sondern über quasistationäre magnetische Kopplung zwischen den Spulen übertragen wird.

Im reaktiven Nahfeld dominieren lokal gebundene Felder, deren Eigenschaften sich deutlich von denen des Fernfeldes unterscheiden. In diesem Bereich sind die elektrischen und magnetischen Felder stark von der Form und Größe der Strahlungsquelle sowie deren unmittelbarer Umgebung abhängig. Die Feldkomponenten im Nahfeld sind nicht notwendigerweise in Phase und können unabhängig voneinander existieren. Während elektrische Felder oft von den Ladungen und der Spannung der Antenne herrühren, werden magnetische Felder durch die Ströme erzeugt. Diese Felder sind überwiegend an die Quelle gebunden und strahlen kaum Energie in den Raum ab. Die in diesem Bereich gespeicherte Energie verbleibt lokal und kann bei rein kapazitiven oder induktiven Nahfeldanteilen auch überwiegend in elektrischer bzw. magnetischer Form auftreten, ohne dass eine kontinuierliche Umwandlung zwischen beiden Feldformen stattfindet. Bei elektrischen Antennen, wie etwa dem elektrischen Dipol, dominiert das elektrische

Nahfeld, bei magnetischen Antennen, wie etwa einer kleinen Schleifenantenne (Loop), das magnetische. Die Abhängigkeit des Feldstärkeverlustes von der Distanz zur Quelle kann hier bis zu 60 dB/dec ($\sim \frac{1}{r^3}$) betragen, wodurch die reine Anwendung im Nahfeld durch Frequenz und Signalstärke der Quelle begrenzt ist.

Die induktive Ortung wird im Nahfeldbereich durchgeführt, da dort die magnetischen Felder der Spulenanordnungen dominieren und so gezielt die Nahfeldeigenschaften genutzt werden können. Um eine größere Abdeckung des Ortungsbereiches zu erreichen, kommen niedrigere Signalfrequenzen im höheren Kilohertz- bis unteren Megahertz-Bereich zum Einsatz. Diese Frequenzen ermöglichen ebenfalls eine elektromagnetische Induktion, die für die induktive Ortung erforderlich ist.

Im Gegensatz dazu steht das **Fernfeld** oder Strahlungsfeld, das in größerer Entfernung von der Strahlungsquelle beginnt, typischerweise ab einer Entfernung von mehreren Wellenlängen (laut Bundesnetzagentur: $r_f = 4\lambda$ [39]). In diesem Bereich sind die elektrischen und magnetischen Felder orthogonal zueinander sowie zur Ausbreitungsrichtung der Welle angeordnet und befinden sich in Phase. In verlustfreier Umgebung ergibt sich der Wellenwiderstand zu:

$$Z_W = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_{W,0} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}, \quad (2.8)$$

wobei der Wellenwiderstand $Z_{W,0}$ in der Luft bei $Z_{W,0} \approx 120\pi \Omega \approx 376 \Omega$ ist. In realen, verlustbehafteten Materialien ist diese Beziehung komplexwertig und frequenzabhängig ($\varepsilon, \mu \in \mathbb{C}$).

Das Fernfeld kennzeichnet die effiziente Abstrahlung elektromagnetischer Energie in den Raum. Die Intensität dieser Strahlung nimmt proportional zur inversen Entfernung ($\sim \frac{1}{r}$) und somit nur mit 20 dB/dec ab. Fernfelder zeigen eine deutliche Richtungsabhängigkeit, die stark durch die Antennenkonstruktion beeinflusst wird und in Antennendiagrammen visualisiert werden kann [35, 38, 40–42].

2.4. Eigen- und Gegeninduktivitäten

Die **Eigeninduktivität** L , oft auch nur Induktivität genannt, einer Spule beschreibt die Fähigkeit, eine Spannung als Reaktion auf eine Änderung des fließenden Stroms zu induzieren. Dieses Phänomen basiert auf dem Faradayschen Gesetz der elektromagnetischen Induktion, das besagt, dass eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch eine Schleife eine Spannung in dieser Schleife induziert (siehe Gleichung (2.4)). Die Eigeninduktivität ist durch das Verhältnis eines erzeugten magnetischen Flusses $\underline{\Phi}$ und seiner Quelle in Form der Stromstärke \underline{i} definiert:

$$L = \frac{\Phi(\underline{i})}{\underline{i}}. \quad (2.9)$$

Diese Beziehung gilt unter der Annahme, dass Strom und magnetischer Fluss in Phase sind, also keine Verluste im betrachteten System auftreten. In realen, verlustbehafteten Materialien kann zwischen $\underline{\Phi}$ und \underline{i} jedoch eine Phasenverschiebung bestehen, sodass die Induktivität komplex wird. Die Eigeninduktivität ist eine reine geometrische und materialabhängige Größe und besitzt die Einheit Henry ($[L] = \text{H}$).

Durch die Verwendung der Eigeninduktivitäten kann das Faradaysche Gesetz in folgende Form gebracht werden:

$$\underline{u}_L = j\omega L \underline{i}_L \quad (\text{Frequenzbereich}), \quad u_L = L \dot{i}_L \quad (\text{Zeitbereich}), \quad (2.10)$$

wobei L die Eigeninduktivität der Spule ist und \underline{i}_L die Stromstärke zur Erzeugung des Magnetfeldes beschreibt.

Die **Gegeninduktivität** M beschreibt, wie der Stromfluss in einer Spule (primäre Spule) eine Spannung in einer anderen Spule (sekundäre Spule) induziert, die sich in räumlicher Nähe befindet. Ähnlich wie die Eigeninduktivität ist die Gegeninduktivität eine Funktion der geometrischen Anordnung der Spulen zueinander sowie der Permeabilität μ des Mediums, welches das Magnetfeld durchdringt. Hier wird die Gegeninduktivität durch das Verhältnis des magnetischen Flusses in der zweiten Spule, welches von dem Strom der ersten Spule erzeugt wurde, und der Stromstärke der ersten Spule definiert:

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}(\underline{i}_1)}{\underline{i}_1}. \quad (2.11)$$

Diese Beziehung gilt im verlustfreien Fall, in dem der magnetische Fluss $\Phi_{1,2}(\underline{i}_1)$ und der Erregerstrom \underline{i}_1 in Phase sind. Bei realen Materialien kann zwischen Fluss und Strom jedoch eine Phasenverschiebung auftreten, was zu einer komplexen Beschreibung der Gegeninduktivität führt. Die damit verbundenen Effekte und Auswirkungen durch Wirbelströme werden in den späteren Kapiteln 4.3.1.3 und 4.3.2 detaillierter betrachtet.

Da in beiden Fällen die geometrischen und materialbedingten Eigenschaften zueinander gleich sind, kann eine Reziprozität ausgenutzt werden, wodurch folgende Beziehung gilt [43]:

$$\boxed{\frac{\Phi_{1,2}(\underline{i}_1)}{\underline{i}_1} = M_{1,2} = M_{2,1} = \frac{\Phi_{2,1}(\underline{i}_2)}{\underline{i}_2}}. \quad (2.12)$$

Die Reziprozität lässt sich durch die Neumann-Gleichung zwischen den beliebigen Spulen m und n zeigen, welche zur Berechnung der Eigen- und Gegeninduktivitäten verwendet werden kann:

$$M_{m,n} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\oint_{\mathcal{C}_m} \oint_{\mathcal{C}_n} \frac{d\vec{r}_m d\vec{r}_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} \right) = \frac{\mu}{4\pi} \left(\oint_{\mathcal{C}_n} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{d\vec{r}_n d\vec{r}_m}{|\vec{r}_n - \vec{r}_m|} \right) = M_{n,m}. \quad (2.13)$$

Die Bedingung für die Reziprozität gilt nur für lineare und isotrope Materialien, welche ausschließlich in dieser Arbeit verwendet werden.

Die in der sekundären Spule induzierte Spannung $\underline{u}_{m,n}$ aufgrund einer Änderung des Stroms \underline{i}_m in der primären Spule kann ausgedrückt werden als:

$$\boxed{\underline{u}_{m,n} = j\omega M_{m,n} \underline{i}_m} \quad (\text{Frequenzbereich}), \quad \underline{u}_{m,n} = M_{m,n} \dot{i}_m \quad (\text{Zeitbereich}). \quad (2.14)$$

Hier ist $M_{m,n}$ die Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen m und n (mit den jeweiligen Eigeninduktivitäten L_m und L_n) und kann Werte zwischen $M_{m,n} \in [-\sqrt{L_m L_n}, \sqrt{L_m L_n}]$ annehmen.

Um die induktive Kopplung qualitativer zu beschreiben kann der **Kopplungsfaktor** k genutzt werden, welcher durch

$$\boxed{k_{m,n} = \frac{M_{m,n}}{\sqrt{L_m L_n}}} \quad \text{mit} \quad k_{m,n} \in [-1, 1] \quad (2.15)$$

beschrieben wird. Hier beschreibt $k_{m,n} = 0$, dass keine Kopplung zwischen den induktiven Strukturen vorhanden ist und $|k_{m,n}| = 1$, dass eine maximale Kopplung zwischen den Spulen existiert, wodurch dann $|M_{m,n}| = \sqrt{L_m L_n}$ gilt [35, 41, 43–45].

2.5. Skin- und Proximity-Effekt

Der **Skin-Effekt** ist ein physikalisches Phänomen, das die Verteilung des elektrischen Stroms in einem Leiter für Wechselströme beeinflusst. Bei Gleichstrom verteilt sich der Strom gleichmäßig über den gesamten Querschnitt des Leiters. Im Gegensatz dazu bewirkt Wechselstrom, dass sich der Strom stärker an der Oberfläche des Leiters konzentriert. Dieses Verhalten wird durch induzierte Wirbelströme und magnetische Felder verursacht, die den inneren Teil des Leiters weniger zugänglich für den Stromfluss machen. Dadurch verringert sich der effektive Querschnitt, der vom Strom durchflossen wird, was zu einem scheinbar erhöhten *Widerstand* führt. Je höher die Frequenz ist, desto stärker sind die induzierten Wirbelströme laut (2.4) und somit die Auswirkungen des Skin-Effektes.

Die Eindringtiefe (auch: Skin-Tiefe) δ_{Skin} beschreibt die Abnahme der Stromdichte \underline{J}_R durch die Bessel-Funktion $J_{B,0}$ (erster Art und nullter Ordnung) an der Oberfläche ($r = 0$) am Beispiel eines runden Leiters mit dem Radius R_{Leiter} entlang der Tiefe r durch [46]

$$\underline{J}(r) = \underline{J}_R \frac{J_{B,0}(\underline{k}_W r)}{J_{B,0}(\underline{k}_W R_{\text{Leiter}})} \quad \text{mit} \quad \underline{k}_W = \frac{1 - j}{\delta_{\text{Skin}}} \quad (2.16)$$

und ist allgemein definiert als [47–49]:

$$\boxed{\delta_{\text{Skin},0} = \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\kappa^2}{\omega^2 \varepsilon^2}} - 1 \right)}}} \quad (2.17)$$

Für gute elektrische Leiter ($\kappa \gg \omega \varepsilon$) wird die Gleichung zu folgender Formel [47, 49] vereinfacht:

$$\boxed{\delta_{\text{Skin}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa \omega \mu}}} \quad (2.18)$$

Bei schlechten elektrischen Leiter ($\kappa \ll \omega\varepsilon$) kann folgende Näherung genutzt werden:

$$\delta_{\text{Skin}} = \frac{2}{\kappa} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}. \quad (2.19)$$

Unter der Bedingung $\delta_{\text{Skin}} \ll R_{\text{Leiter}}$ (oft bei hohen Frequenzen) kann die folgende Näherung [50] genutzt werden:

$$\underline{J}(r) = \underline{J}_R e^{-\frac{(1+j)r}{\delta_{\text{Skin}}}}. \quad (2.20)$$

Die *Induktivität* eines Leiters ist abhängig von der Verteilung des Stroms innerhalb des Leiters. Der Skin-Effekt führt dazu, dass sich der Strom an der Oberfläche des Leiters konzentriert, was die effektive Fläche, durch die das magnetische Feld wirkt, reduziert. Zusätzlich wirkt das Magnetfeld der Wirbelströme dem eigentlichen Magnetfeld entgegen (Lenz'sche Regel) und führt zu einer Verringerung der Eigeninduktivität.

Ein Einfluss des Skin-Effektes auf die *Gegeninduktivität* ist vernachlässigbar, da sich die Gegeninduktivität laut Definition auf die magnetische Kopplung zwischen zwei Induktivitäten ausserhalb des Leiters bezieht und der Anteil innerhalb des Leiters daher sehr gering ist. Ähnlich sieht es bei der *Kapazität* aus, da diese nur für Ladungen auf der Oberfläche der Leiter bzw. Kondensatorplatten relevant ist und genau dieser Bereich vom Skin-Effekt nicht betroffen ist.

Um die negativen Auswirkungen des Skin-Effekts zu minimieren, können Litzleiter verwendet werden, die aus vielen dünnen, einzeln isolierten Drähten bestehen und zusammen verdreht sind. Diese Konstruktion erhöht die effektive Oberfläche für den Stromfluss und reduziert den Widerstand, der durch den Skin-Effekt verursacht wird.

Der **Proximity-Effekt** tritt auf, wenn ein Leiter in der Nähe eines anderen stromführenden Leiters liegt. Die wechselseitigen magnetischen Felder der beiden Leiter beeinflussen die Stromverteilung, indem sie den Strom weiter an die Ränder des Leiters drängen oder anziehen. Dies führt zu einer weiteren Erhöhung des Widerstandes.

Die Berechnung des Proximity-Effekts ist komplex, da sie von der spezifischen Anordnung der Leiter, ihrem Abstand zueinander und der Frequenz des Stroms abhängt. Eine allgemeine Formel ist schwer anzugeben, da detaillierte Informationen über die Geometrie und Materialbeschaffenheit der Leitungen benötigt werden.

Der Proximity-Effekt bei *Induktivitäten* verkompliziert die Situation weiter, da er die Stromdichte an bestimmten Teilen des Leiters aufgrund der Nähe zu anderen stromführenden Leitern verändert. In Systemen, in denen mehrere Leiter nah beieinander liegen, kann dies dazu führen, dass die Gegeninduktivität zwischen den Leitern steigt, während die Selbstinduktivität jedes einzelnen Leiters sinken kann.

Zusammengefasst beeinflussen sowohl der Skin- als auch der Proximity-Effekt die Leistungsfähigkeit elektrischer Leiter in Hochfrequenzanwendungen, indem sie die Impedanzen verändern und somit ein anderes elektrisches Verhalten bestimmen [47–51].

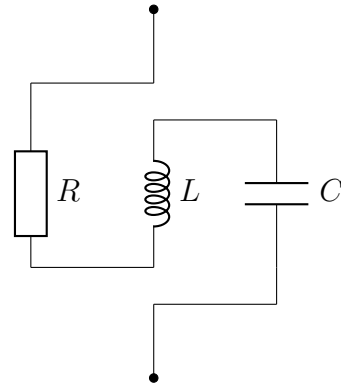
2.6. Resonanz und Güte

In der Elektrotechnik und Physik bezieht sich der Begriff „*Resonanz*“ auf den Zustand eines Systems, bei dem eine sehr starke Reaktion auf eine äußere Anregung bei einer

bestimmten Frequenz auftritt. Im Kontext elektrischer Schaltungen gibt es zwei Hauptarten von Resonanzen: Die Reihenresonanz und die Parallelresonanz.

Reihenresonanz, auch Serienresonanz genannt, tritt auf, wenn Induktivität (L) und Kapazität (C) in einer Reihe (seriell) in einem Stromkreis angeordnet sind (siehe Abb. 2.2). Bei der Reihenresonanz ist die Frequenz, bei der die Resonanz auftritt, durch die Resonanzfrequenz f_{res} gegeben, die durch

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.21)$$



berechnet wird. An dieser Frequenz wird der Gesamtwiderstand des Schaltkreises minimal, weil die induktiven und kapazitiven Reaktanzen ($X_L = \omega L$ und $X_C = \frac{1}{\omega C}$) genau gleich sind (siehe Abb. 2.3) und sich somit gegenseitig aufheben. Das bedeutet, dass der Stromkreis hauptsächlich durch seinen ohmschen Widerstand begrenzt wird, und der Strom erreicht sein Maximum (siehe Abb. 2.5(a)). Reihenresonanzkreise werden häufig in Anwendungen wie Bandpassfiltern und Funkübertragungssystemen verwendet, da sie bei der Resonanzfrequenz eine hohe Selektivität aufweisen.

Abb. 2.2.: Elektrisches Ersatzschaltbild einer RLC-Reihenresonanz

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \stackrel{f=f_{\text{res}}}{=} R = \underline{Z}_{\text{res}} \quad (2.22)$$

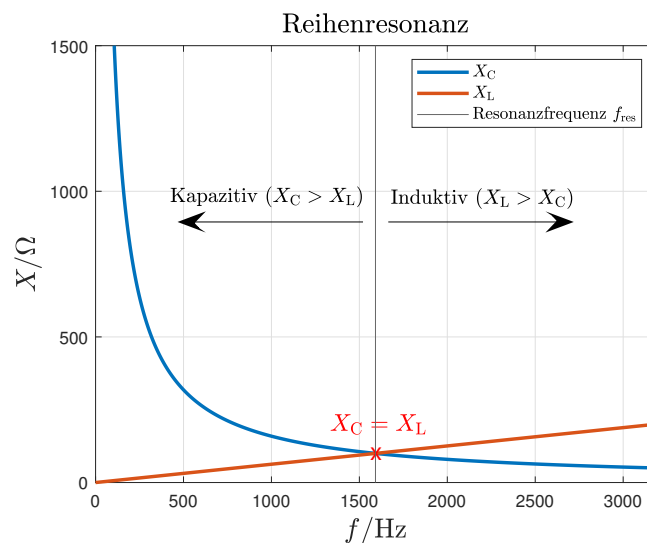


Abb. 2.3.: Verlauf des induktiven und kapazitiven Anteils bei einer Reihenresonanz in Abhängigkeit der Frequenz für die Bestimmung der Resonanzfrequenz f_{res} mit beispielhaften Parametern ($R = 100 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ und $C = 1 \mu\text{F}$)

Parallelresonanz dagegen tritt auf, wenn eine Induktivität und eine Kapazität parallel zueinander in einem Schaltkreis geschaltet sind (siehe Abb. 2.4). Ähnlich wie bei der Serienresonanz wird die Resonanzfrequenz durch dieselbe Formel (Gleichung (2.21)) bestimmt. Bei dieser Frequenz wird der Gesamtwiderstand des Kreises jedoch maximal, da die Ströme durch die Induktivität und die Kapazität gleich groß und gegenphasig sind, was dazu führt, dass sie sich im äußeren Kreis gegenseitig aufheben. Dies führt zu einem sehr hohen Gesamtimpedanzwert (siehe Abb. 2.5(b)). Parallelresonanzkreise finden häufig Anwendung in Bandsperrfiltern und in Schaltungen, die darauf abzielen, bestimmte Frequenzen aus einem Signal herauszufiltern oder zu blockieren.

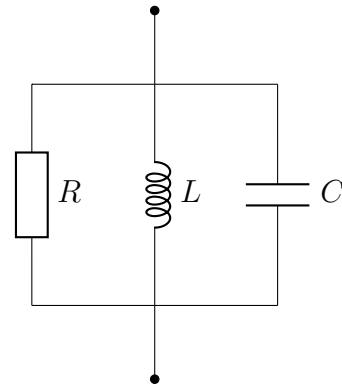


Abb. 2.4.: Elektrisches Ersatzschaltbild einer RLC -Parallelresonanz

$$|\underline{Z}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \quad f = f_{\text{res}} \quad R = \underline{Z}_{\text{res}} \quad (2.23)$$

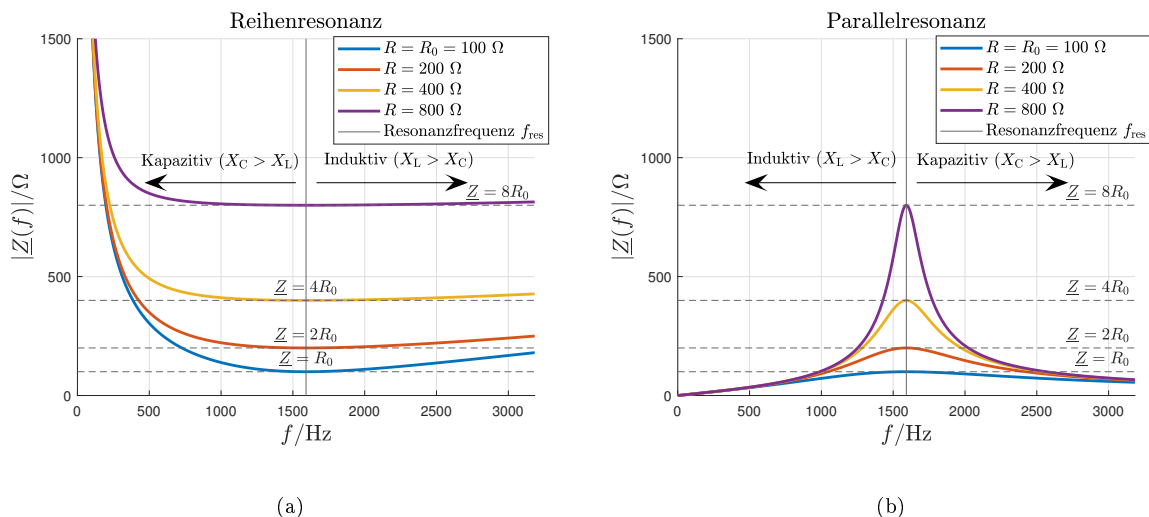


Abb. 2.5.: Verlauf der Betragsimpedanz der Reihen- (links) und Parallelresonanz (rechts) für verschiedene Widerstände R mit beispielhaften Parametern ($R_0 = 100 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ und $C = 1 \mu\text{F}$)

Da die induktive Ortung zur Erzeugung des Magnetfeldes eine Spule benötigt, muss der induktive Anteil durch einen kapazitiven Anteil kompensiert werden, damit eine maximale Leistungsübertragung erfolgen kann und somit die Signale detektiert und ausgewertet werden können.

Die **Güte** Q ist ein wichtiges Maß für die Leistung von schwingungsfähigen Systemen wie elektrischen Schwingkreisen, mechanischen Pendeln oder akustischen Resonatoren. In elektrischen Schaltkreisen, speziell bei Resonanzkreisen, beschreibt die Güte die Dämpfung der Resonanz und gibt ein Maß dafür, wie "scharf" oder "schmal" die Resonanzkurve eines Kreises ist.

Die Güte Q eines Schwingkreises ist definiert als das Verhältnis der Resonanzfrequenz f_{res} zur Bandbreite B des Kreises, wobei B der Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz ist, innerhalb dessen die Leistung des Kreises auf die Hälfte ihres Maximalwertes fällt (auch -3 dB-Grenze genannt). Mathematisch lässt sich dies für elektrische Schwingkreise so ausdrücken:

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{B} . \quad (2.24)$$

Die Werte lassen sich folgendermaßen interpretieren (siehe auch Abb. 2.5(a) und 2.5(b)):

- **Hoher Q-Faktor:** Ein hoher Gütefaktor bedeutet, dass der Kreis eine niedrige Dämpfung hat und Energie über längere Zeiten speichern kann, bevor sie signifikant abnimmt. In solch einem System ist die Resonanzspitze sehr schmal, was auf eine präzise Selektivität bei der Resonanzfrequenz hindeutet. Solche Systeme sind ideal für Filter- und Oszillatoranwendungen, wo eine hohe Frequenzselektivität erwünscht ist.
- **Niedriger Q-Faktor:** Ein niedriger Gütefaktor weist auf eine hohe Dämpfung hin, was bedeutet, dass die Energie schnell in Wärme umgewandelt wird. Die Resonanzkurve ist breiter, was zu einer geringeren Selektivität bei der Resonanzfrequenz führt. Dies kann in Anwendungen nützlich sein, wo eine breitere Bandbreite erwünscht ist, wie bei Dämpfungsvorrichtungen oder in einigen Arten von Sensoren.

Die energiebezogene Definition des Qualitätsfaktors beschreibt Q als das Verhältnis der in einem schwingenden System gespeicherten Energie W_Q (durch EM-Feldspeicher in Form von Reaktanzen X) zur Energie W_P , die pro Zyklus verloren geht (z.B. durch die Umwandlung in Wärme in Form von Wirkwiderständen R):

$$Q = \frac{W_Q}{W_P} = \frac{X}{R} . \quad (2.25)$$

Diese Formel unterstreicht, wie effizient das System Energie über Zeit speichern kann. Ein hoher Q -Wert zeigt an, dass das System nur wenig Energie pro Zyklus verliert, was typisch für stark unterdämpfte Systeme ist. Die Gütefaktoren der Resonanzarten lassen sich im Resonanzfall dadurch folgendermaßen beschreiben:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{Reihenresonanz}), \quad Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (\text{Parallelresonanz}). \quad (2.26)$$

Beide Definitionen sind durch das Konzept der Dämpfung miteinander verbunden. Die Dämpfung in einem schwingungsfähigen System beeinflusst sowohl die Energieverluste pro Zyklus als auch die Breite der Resonanzkurve bei der Resonanzfrequenz. Mathematisch lässt sich zeigen, dass eine geringe Dämpfung (und damit ein geringer Energieverlust pro

Zyklus) zu einer schmalen Bandbreite führt. Dies erklärt, warum ein hoher Q -Wert sowohl eine hohe Energieeffizienz als auch eine schmale Bandbreite anzeigt. Der mathematische Zusammenhang ist in [52] ausführlich beschrieben.

Für induktive Anwendungen ist die sogenannte **Spulengüte** Q von hoher Bedeutung, da diese ihre gezielte Eigenschaft der Induktivität L im Verhältnis zum Verlust durch die Leitungswiderstände R beschreibt. Somit strebt man im allgemeinen nach einer sehr hohen Spulengüte, solange es technisch und wirtschaftlich sinnvoll ist (Geometrie, Material, Herstellungskosten, ...) und das gespeiste Signal die entsprechende notwendige Bandbreite enthält. Die Spulengüte kann ähnlich wie in (2.25) berechnet werden:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} . \quad (2.27)$$

In der Realität sind die ohmschen Verluste und die Induktivitäten durch den Skin und Proximity-Effekt auch von der Frequenz abhängig [41, 44, 45, 52, 53].

Ermittlung und Modellierung der Parameter für eine induktive Kopplung

3.1. Elektrisches Ersatzschaltbilder von realen Spulenanordnungen

In der Elektrotechnik findet die induktive Ortung mittels planarer Spulen vielfältige Anwendungen. Beispiele hierfür sind die drahtlose Energieübertragung für mobile Endgeräte, die Positionsbestimmung in Sensornetzwerken, die Nachverfolgung von Gütern in der Logistik sowie die Objektlokalisierung beweglicher Sensorplattformen zur Qualitätssicherung in der biochemischen Produktion und Medizintechnik. In dieser Arbeit werden planare Spulen mit rechteckigen spiralförmigen Wicklungen, die auf reproduzierbaren Leiterplatten platziert sind, verwendet. Die induktive Ortung basiert auf dem Prinzip der elektromagnetischen Induktion, bei der Änderungen des Magnetfeldes und der resultierenden induzierten Spannung genutzt werden, um die Position und Bewegung anderer Spulen zu erfassen.

Die Grundlage der induktiven Ortung liegt in der Wechselwirkung zwischen den Magnetfeldern zweier oder mehrerer Spulen. Wenn sich eine oder mehrere Spulen in der Nähe einer aktiven planaren Spule befinden, entsteht eine gegenseitige Induktivität. Diese Gegeninduktivität M führt dazu, dass sich die elektrischen Systemeigenschaften der beteiligten Spulen verändern. Durch die Messung und Auswertung dieser Veränderungen können die Position, Ausrichtung und Abstand der anderen Spulen zueinander berechnet werden. Somit stellt dieses Verfahren eine signalstärkebasierte Lokalisierung dar, welche Signalverzögerungen aufgrund der Verwendung im Nahfeld vernachlässigt.

Um jedoch detaillierte Untersuchungen und präzise Modellierungen der induktiven Ortungssysteme zu ermöglichen, ist die Entwicklung eines elektrischen Ersatzschaltbildes unerlässlich. Ein Ersatzschaltbild ist eine vereinfachte Darstellung eines komplexen elektrischen Netzwerks, das die wesentlichen Eigenschaften und Verhaltensweisen des realen Systems nachbildet. Für planare Spulen kann ein Ersatzschaltbild dazu beitragen,

die Wechselwirkungen zwischen den Spulen besser zu verstehen und die Effekte zu quantifizieren.

Das Ersatzschaltbild für ein System aus planaren Spulen beinhaltet typischerweise Elemente wie Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten, die die ohmschen Verluste, die induktiven Eigenschaften und die parasitären Effekte der Spulen repräsentieren. Durch die Analyse dieses Schaltbildes können Vorhersagen über das Verhalten der Spulen und des induktiven Ortungsprozesses unter verschiedenen Bedingungen getroffen und Optimierungen für spezifische Anwendungen vorgenommen werden. Insbesondere ermöglicht es die Berücksichtigung von Faktoren wie Frequenzabhängigkeit, Skin-Effekt und Proximity-Effekt, die in der realen Durchführung eine signifikante Rolle haben.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die induktive Ortung von planaren Spulen eine fortschrittliche Technik ist, die auf den Prinzipien der elektromagnetischen Induktion basiert. Die Notwendigkeit eines elektrischen Ersatzschaltbildes ergibt sich aus dem Bedarf, die komplexen Interaktionen innerhalb des Systems präzise zu modellieren und zu analysieren. Ein solches Ersatzschaltbild ist entscheidend, um die Leistungsfähigkeit der Spulen zu optimieren und ihre Anwendung in verschiedenen technologischen Bereichen zu verbessern.

3.1.1. Eine Spule

Eine ideale Spule wird durch eine Induktivität dargestellt, die den magnetischen Fluss speichert und eine Spannung induziert, wenn ein Strom durch die Spule fließt. In der Praxis zeigt eine reale Spule jedoch nicht nur die idealen induktiven Eigenschaften, sondern auch ohmsche- und kapazitive Effekte (siehe Abb. 3.1).

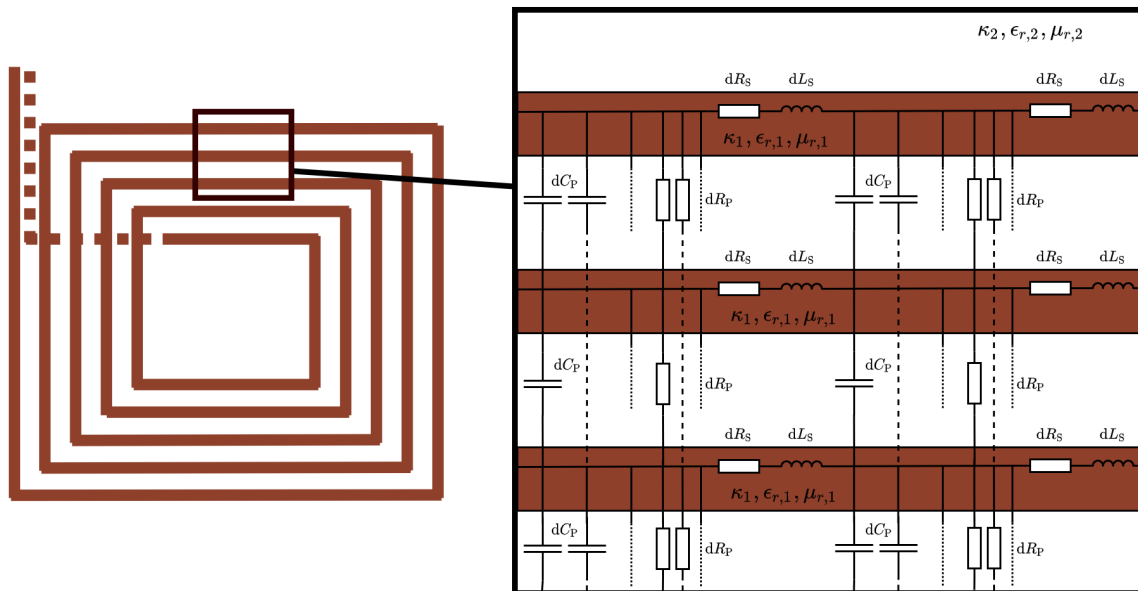


Abb. 3.1.: Darstellung der verschiedenen elektrischen Abhängigkeiten und Eigenschaften einer planaren Spule, welche zu dem elektrischen Ersatzschaltbild aus Abb. 3.2 führt

Um diese realen Effekte abzubilden, umfasst das elektrische Ersatzschaltbild einer Spule typischerweise mehrere Komponenten und kann wie in Abb. 3.2 zusammengefasst werden [44]:

- **Induktivität L_S :** Dies ist das Hauptelement der Spule und repräsentiert die Fähigkeit der Spule, ein magnetisches Feld zu erzeugen und Energie in diesem Feld zu speichern. Die Induktivität wird in Henry ($[L_S] = \text{H}$) gemessen und hängt von Faktoren wie der Anzahl der Windungen der Spule, der Geometrie und dem Kernmaterial ab.
- **Serienwiderstand R_S :** Der Serienwiderstand stellt die ohmschen Verluste dar, die durch den elektrischen Widerstand des Drahts verursacht werden. Diese Verluste sind auf die Erwärmung des Drahts zurückzuführen, wenn ein Strom durch ihn fließt. Der Serienwiderstand ist durch verschiedene Effekte frequenzabhängig und wird in Ohm ($[R_S] = \Omega$) gemessen.
- **Parallele Kapazität C_P :** Die parallele Kapazität repräsentiert die kapazitiven Effekte zwischen den Windungen der Spule. Diese parasitären Kapazitäten entstehen durch die räumliche Nähe der Windungen und die daraus resultierenden elektrischen Felder. Die Kapazität wird in Farad ($[C_P] = \text{F}$) gemessen und ist besonders bei hohen Frequenzen von Bedeutung, da sie die Impedanz der Spule beeinflusst.
- **Kapazitiver Verlustwiderstand R_P :** Der kapazitive Verlustwiderstand steht parallel zu der Kapazität und repräsentiert die Verluste, die durch dielektrische Verluste in der Isolation zwischen den Windungen entstehen. Diese Verluste können aufgrund von Leckströmen und der spezifischen Materialeigenschaften der Isolation auftreten. Der Widerstand R_P wird ebenfalls in Ohm ($[R_P] = \Omega$) gemessen und ist besonders bei hohen Frequenzen von Bedeutung.

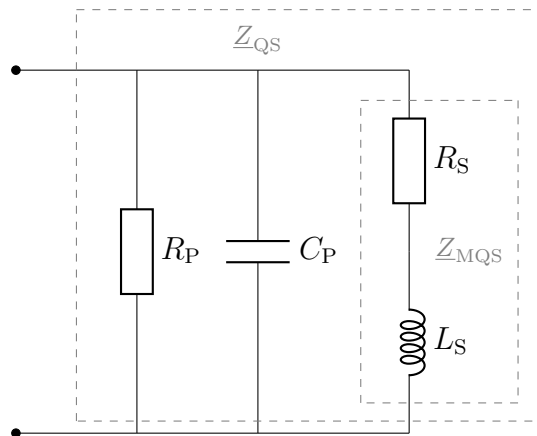


Abb. 3.2.: Makroskopisches elektrisches Ersatzschaltbild einer Spule ohne Ummagnetisierungsverluste

Das elektrische Ersatzschaltbild einer Spule kann abhängig vom Frequenzbereich und der betrachteten physikalischen Näherung sowohl im Rahmen quasistatischer Modelle als auch speziell in der magnetoquasistatischen (MQS) Näherung analysiert werden. Unter dem Begriff Quasistatik wird allgemein die Annahme verstanden, dass elektromagnetische Felder sich so langsam ändern, dass Wellenausbreitungs- und Retardierungseffekte vernachlässigt werden können [44]. Dabei lassen sich zwei Hauptfälle unterscheiden: Die elektroquasistatische (EQS) Näherung, bei der elektrische Felder dominieren und induktive Effekte vernachlässigt werden, wobei diese Betrachtung für die induktive Anwendung nicht geeignet ist, sowie die magnetoquasistatische (MQS) Näherung, bei der umgekehrt die magnetischen Felder im Vordergrund stehen und Verschiebungsströme unberücksichtigt bleiben.

- **Quasistatik (QS):** In der Quasistatik wird angenommen, dass die elektrischen Felder und Ströme langsam genug variieren, sodass die Verzögerungseffekte der elektromagnetischen Feldausbreitung vernachlässigt werden können. Dies bedeutet, dass die Spule im Wesentlichen als eine Anordnung von Komponenten betrachtet wird, die sich im Gleichgewicht befinden und bei denen die Wechselwirkungen zwischen elektrischen und magnetischen Feldern vernachlässigbar sind. Für das reale Spulenmodell in der Quasistatik aus Abb. 3.2 ergibt sich somit durch Parallelschaltung (Kennzeichnung: ||) folgende Impedanz:

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{QS}} = \underbrace{(R_S + j\omega L_S)}_{\underline{Z}_{\text{MQS}}} \parallel R_P \parallel \frac{1}{j\omega C_P}}$$

$$= K \left(\frac{R_S}{\omega^2 L_S^2 + R_S^2} + \frac{1}{R_P} - j \left(\omega C_P - \frac{\omega L_S}{\omega^2 L_S^2 + R_S^2} \right) \right)$$

mit $K = \frac{1}{\left(\frac{R_S}{\omega^2 L_S^2 + R_S^2} + \frac{1}{R_P} \right)^2 + \left(\omega C_P - \frac{\omega L_S}{\omega^2 L_S^2 + R_S^2} \right)^2} .$ (3.1)

- **Magnetoquasistatik (MQS):** In der Magnetoquasistatik dominieren die magnetischen Felder \vec{H} , während die Ausbreitungseffekte der elektrischen Felder \vec{D} vernachlässigt werden. Dargestellt werden kann dies durch die Anpassung des Durchflutungsgesetzes, wenn die Leitungsströme \vec{J} über die Verschiebungsströme dominieren ($\vec{J} \gg \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$):

$$\oint_{\partial A} \vec{H} d\vec{s} = \int_A \vec{J} d\vec{A} + \cancel{\int_A \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{A}} \quad \text{bzw.} \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \cancel{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} . \quad (3.2)$$

Durch diese Anpassung kann die Impedanz in der Magnetoquasistatik folgendermaßen dargestellt werden:

$$\boxed{\underline{Z}_{\text{MQS}} = R_S + j\omega L_S} . \quad (3.3)$$

Für die theoretische Ermittlung der Komponenten kann in die Berechnungsformeln die in Gleichung (3.2) dargestellte Vereinfachung implementiert und die entsprechenden Parameter gemäß [44] extrahiert werden:

$$R_S = \text{Re}(\underline{Z}_{\text{MQS}}) \quad \text{und} \quad L_S = \frac{1}{\omega} \text{Im}(\underline{Z}_{\text{MQS}}) . \quad (3.4)$$

Zur Ermittlung der anderen Komponenten können gemäß [44] die Ergebnisse aus der Quasistatik herangezogen werden:

$$R_P = \frac{1}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\underline{Z}_{QS}} - \frac{1}{\underline{Z}_{MQS}}\right)} \quad \text{und} \quad C_P = \frac{1}{\omega} \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\underline{Z}_{QS}} - \frac{1}{\underline{Z}_{MQS}}\right). \quad (3.5)$$

In der Regel bewegt sich für die planaren Spulen der kapazitive Verlustwiderstand R_P in Bereich von einigen $M\Omega$ [44, 54], wodurch sich die Berücksichtigung des Parameters vernachlässigen lässt.

Falls die Eigenresonanz der Spule (durch z.B. eine breitbandige Simulation) bekannt ist, lässt sich die Kapazität auch durch die Verwendung der Resonanzformel ermitteln, wobei die Näherung verwendet werden kann, dass der Serienwiderstand R_S nur einige Ω besitzt:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_S C_P} - \frac{R_S^2}{L_S^2}} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}. \quad (3.6)$$

Falls die genauen Geometrien und Materialverteilungen einer Spule nicht bekannt sind (Blackbox), müssen messtechnische Verfahren verwendet werden, da eine geometrische Berechnung nicht möglich sind. Hier können die Komponenten durch die Verwendung von sehr breitbandigen Frequenzanalysen durch folgende Näherung ermittelt werden:

$$\underline{Z}_{QS} = \begin{cases} R_S + j\omega L_S = \underline{Z}_{MQS}, & \text{falls } f \ll f_{\text{res}} \\ \frac{1}{j\omega C_P}, & \text{falls } f \gg f_{\text{res}} \end{cases}. \quad (3.7)$$

Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Komponenten als frequenzunabhängig betrachtet werden.

3.1.2. Zwei Spulen

Wenn sich zwei angeregte Spulen im Nahfeld zueinander befinden, entstehen direkte Wechselwirkungen und die Spulen sind gekoppelt. Dadurch haben Signalveränderungen an der einen Spule auch Einflüsse an der jeweils anderen Spulen. In dieser Arbeit werden zeitliche Verzögerungen bei der Ausbreitung der elektromagnetischen Felder vernachlässigt, da aufgrund der Nahfeldbedingung dieser Einfluss minimal und für eine signalstärkebasierte Messung nicht relevant ist. Dieses Phänomen wird beispielsweise bei Transformatoren oder der drahtlosen elektrischen Energieübertragung genutzt. Auch die induktive Ortung nutzt diese Wechselwirkungen durch die Kopplungen aus, um die Lage der Spulen zueinander zu bestimmen. In Abb. 3.4 ist das elektrische Ersatzschaltbild zweier gekoppelter Spulen dargestellt. Die jeweiligen Spulenparameter folgen aus dem Unterkapitel 3.1.1. Hier wurde der kapazitive Verlustwiderstand R_P vernachlässigt.

Daraus ergeben sich folgende neue Eigenschaften des elektrischen Ersatzschaltbildes:

- **Kopplungskapazität $C_{1,2}$:** Die Kopplungskapazität entsteht, wenn zwischen den Windungen der beiden Spulen ein elektrisches Feld aufgebaut wird. Dieses Feld resultiert aus der Potentialdifferenz zwischen den Spulen. Die Kopplungskapazität

$C_{1,2}$ kann wie bei einem Kondensator beschrieben werden, wobei die Spulenwindungen die Rolle der Kondensatorplatten übernehmen und das Dielektrikum das Material zwischen den Spulen darstellt. Diese ist für praxisnahe Anwendungen sehr gering und sogar für die induktive Ortungsverfahren zu vernachlässigen, da sich die Werte in pF-Bereich befinden. Allerdings werden für räumlich sehr nahe Anwendungen sogar drahtlose Energieübertragungen durch kapazitive Effekte durchgeführt, wobei dort bei idealer Geometrie und Anpassungen ein Wirkungsgrad von 80% bei einem Abstand von 5 cm erreicht werden kann [55].

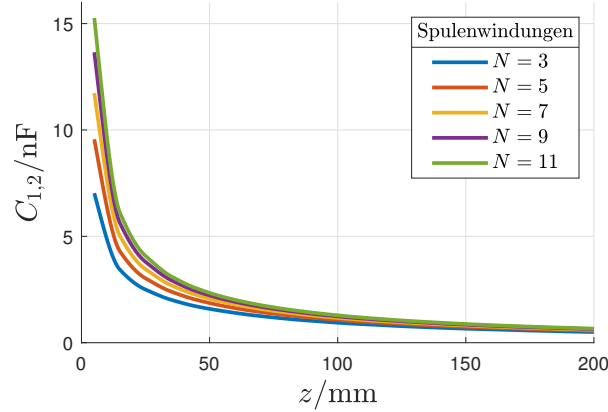


Abb. 3.3.: Verlauf der Kopplungskapazität $C_{1,2}$ in Abhängigkeit des Spulenabstandes z für eine baugleiche Spule (Größe: 100 mm × 100 mm, Leitungsabstand: 1 mm, Leitungsbreite: 1 mm, Leitungsdicke: 70 μ m) für unterschiedliche Windungen N

- **Magnetische Kopplung/Gegeninduktivität $M_{1,2}$:** Die Gegeninduktivität ist ein Maß für die Induktion von Spannung in einer Spule durch den magnetischen Fluss, der von einer benachbarten Spule erzeugt wird. Dies ist ein grundlegendes Konzept in der Elektrotechnik und beschreibt, wie stark zwei Spulen magnetisch miteinander gekoppelt sind.
- **Induzierte Spannungen $u_{1,2}$ und $u_{2,1}$:** Die in Abb. 3.4 als Spannungsquellen dargestellten induzierten Spannungen entstehen durch die magnetische Kopplung zwischen den Spulen und folgen aus dem Faraday'schen Induktionsgesetz (vgl. (2.4)). Das dort enthaltene Minuszeichen drückt gemäß der Lenz'schen Regel aus, dass die induzierte Spannung stets so gerichtet ist, dass sie der Ursache ihrer Entstehung entgegenwirkt. In der hier verwendeten Maschenregel tritt dieses Minuszeichen nicht mehr explizit auf, da es durch die gewählte Definition von Strom- und Spannungsrichtung bereits berücksichtigt ist: Die Orientierung der induzierten Spannung wird so gewählt, dass sie in der Maschengleichung mit positivem Vorzeichen erscheint und der Vorzeichenkonvention des Spannungsumlaufs entspricht.

Für eine Spule n , deren magnetisches Feld von einer externen Spule m mit Stromstärke i_m stammt, ergibt sich somit [56]:

$$\sum_{k=1}^N u_k + \underbrace{j\omega \Phi_{m,n}}_{u_{m,n}=j\omega M_{m,n} i_m} = 0 . \quad (3.8)$$

Dabei bezeichnet \underline{u}_k die Spannungen an den übrigen Komponenten und $M_{m,n}$ die Gegeninduktivität, welche die magnetische Kopplung zwischen den Spulen beschreibt.

Die Lastimpedanz $\underline{Z}_{\text{Last}}$ wird hier vorerst als Hilfsgröße für weitere Beschreibungen genutzt.

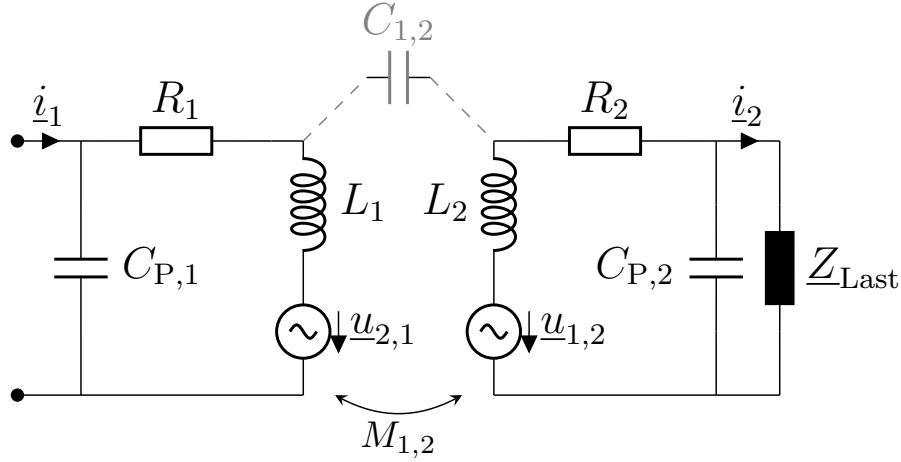


Abb. 3.4.: Elektrisches Ersatzschaltbild der Einflüsse zwischen zwei gekoppelten Spulen

Der Einfluss der Kopplung durch die Gegeninduktivität, welche für die induktive Ortung notwendig ist, verursacht auch eine Verschiebung des Arbeitspunktes. Diese lässt sich durch die Gesamtimpedanz durch folgende Parallelschaltung (Kennzeichnung: ||) an der ersten Spule darstellen [57]:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} = (R_1 + j\omega L_1 + \underbrace{\frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{\underline{Z}_2}}_{\underline{Z}_T}) \parallel \frac{1}{j\omega C_{P,1}}$$

$$\text{mit } \underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 + \left(\frac{1}{j\omega C_{P,2}} \parallel \underline{Z}_{\text{Last}} \right). \quad (3.9)$$

Die transformierte Impedanz \underline{Z}_T ist durch die Elemente der zweiten Spulen komplex, wodurch eine Verschiebung der Resonanzfrequenz entsteht. Gleichung (3.9) zeigt auch, dass der Einfluss auf die Gesamtschaltung umso geringer ist, je kleiner die Kopplung $M_{1,2}$ wird. Wenn die Gesamtimpedanz der zweiten Spule \underline{Z}_2 groß ist, wird der Gesamteinfluss auf die Spule klein.

Die Resonanzfrequenz als Parallelschwingkreis ohne Einfluss einer weiteren Spule ($M_{1,2} = 0$ H) ist:

$$f_{\text{res},1}(M_{1,2} = 0 \text{ H}) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_1 C_{P,1}} - \frac{R_1^2}{L_1^2}}. \quad (3.10)$$

Für die induzierte Spannung $\underline{u}_{1,2}$ gilt ein Serienschwingkreis mit der folgenden Resonanzfrequenz:

$$f_{\text{res},2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_2 C_{P,2}} - \frac{1}{R_{\text{Last}}^2 C_{P,2}}} \quad \text{für} \quad R_{\text{Last}} = \underline{Z}_{\text{Last}} \in \mathbb{R}. \quad (3.11)$$

Um diesen Einfluss weiter zu untersuchen, wurde in Tab. 3.1 verschiedene planare Spulen in der elektromagnetischen Simulationsumgebung von CST Studio Suite[®] erstellt und deren Einfluss auf die Resonanzfrequenz für verschiedene Abstände untersucht.

Spulenart	klein (1)	normal (2)	groß (3)
R_n	129 mΩ	1,35 Ω	6,209 Ω
L_n	0,36 μH	4 μH	9,25 μH
$C_{P,n}$	3,12 pF	7,66 pF	8,02 pF
$f_{\text{res},n}$	150,2 MHz	28,76 MHz	18,48 MHz
Weite/Höhe	50 mm	125 mm	175 mm
Windungen N_n	3	5	5

Tab. 3.1.: Parameter der verwendeten planaren Spulen zur Untersuchung der Einflüsse auf die Resonanzfrequenz

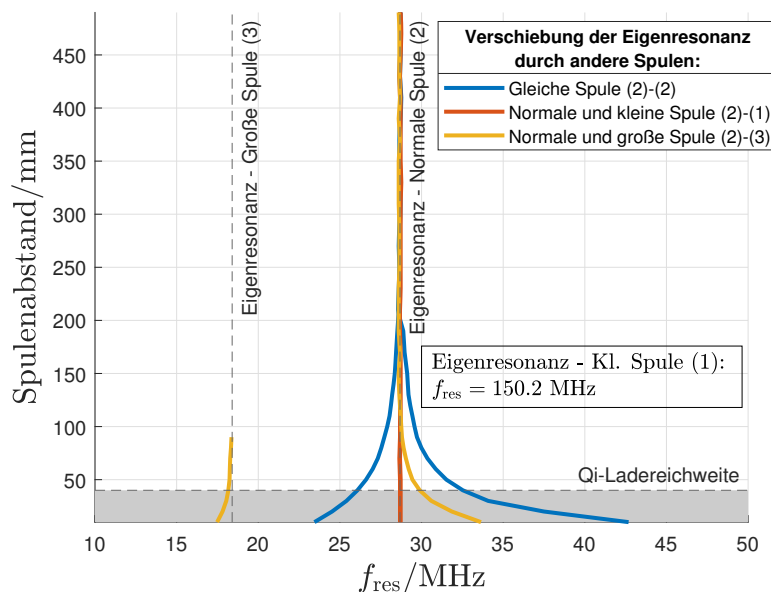


Abb. 3.5.: Verschiebung und Entstehung von Resonanzfrequenzen durch räumliche Nähe anderer Spulen bei unterschiedlichen Abständen

Abb. 3.5 zeigt den Einfluss der Eigenresonanzen f_{res} in Abhängigkeit vom direkten Abstand (ohne Verschiebung) der verschiedenen Spulen zueinander, die in der Tabelle 3.1 aufgeführt sind. In dieser Abbildung ist der Einfluss auf die andere Spule umso größer, je näher die Spulen zueinander stehen bzw. je größer die Kopplung durch die Gegeninduktivität ist. Hier bildet sich durch die magnetische Kopplung sogar eine zweite Resonanzfrequenz, die eine größere Verschiebung in Abhängigkeit von der anderen Spulen aufweist. So bildet sich in der Nähe der großen Spule (3) eine Resonanzfrequenz nahe der

Eigenresonanz der großen Spule (3), die aber ab etwa 90 mm irrelevant klein wird und dann vernachlässigbar wird.

Die Abb. 3.5 zeigt zum Vergleich auch die technische Reichweite der drahtlosen Energieübertragungstechnik Qi, die eine Reichweite von etwa 4 cm [58] hat. In der Reichweite für Qi ist der Einfluss sogar am größten. Da die induktive Ortung aber je nach Betriebsfrequenz in mehreren Metern Entfernung realisiert werden soll, können diese extremen Einflüsse als Sonderbedingungen behandelt werden, denn eine Ortung mit einigen Millimetern vor den Ortungsspulen ist für die Anwendung selten und kann als Sonderfall betrachtet werden.

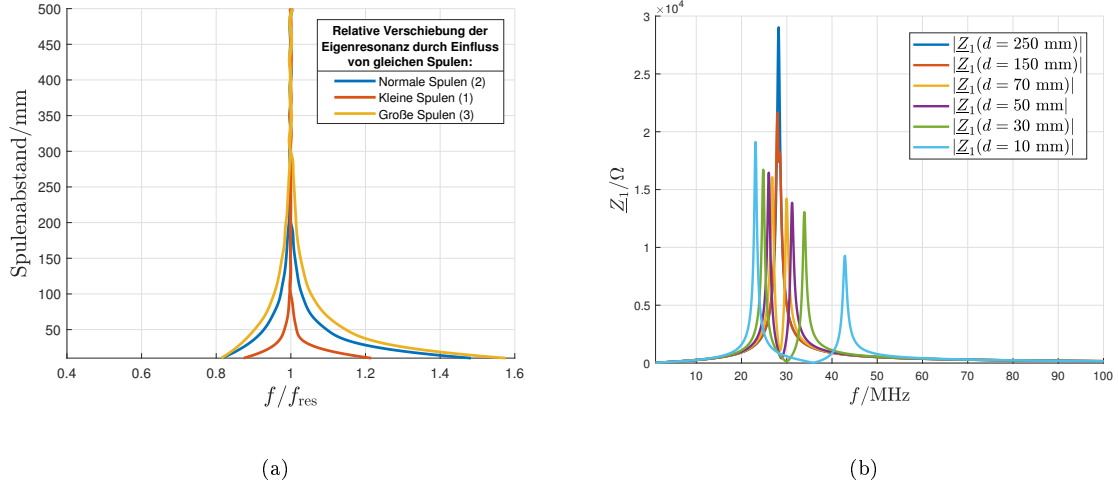


Abb. 3.6.: Links: Einfluss der relativen Resonanzfrequenzen durch identische Spulen in Abhängigkeit vom Abstand; Rechts: Einfluss des Frequenzgangs der Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 der normalen Spulen (2)

Abb. 3.6(a) zeigt die relative Verschiebung der Resonanzfrequenz für die gleichen Spulenpaare. Hier ist zu erkennen, dass die Frequenzverschiebung der Resonanz (auch bei gleichen Spulen) umso größer ist, je größer die Spulenfläche oder die magnetische Kopplung ist. Der Grund dafür ist in Gleichung (3.9) dargestellt. Die Gegeninduktivität M bzw. die Kopplung k ist aufgrund der größeren Fläche höher, wodurch der Einfluss der transformierten Impedanz \underline{Z}_T stärker wird. Abb. 3.6(b) zeigt den Frequenzgang der Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 für die normale Spule (2) für verschiedene Abstände. Hier wird wieder deutlich, dass der Einfluss umso geringer ist, je größer der Abstand bzw. je geringer die Kopplung oder die Gegeninduktivität ist.

3.1.3. N-Spulen

Um die ausreichenden Informationen für eine dreidimensionale Ortung aus den Gegeninduktivitäten zu extrahieren, sind mehr Kopplungsgrößen zu einer gesuchten Spule S notwendig. Daher werden im Folgenden die Eigenschaften eines Ortungssystems mit N_L Ortungsspulen und einer gesuchten Spule S untersucht. Dazu wurde das Ersatzschaltbild in Abb. 3.7 erweitert.

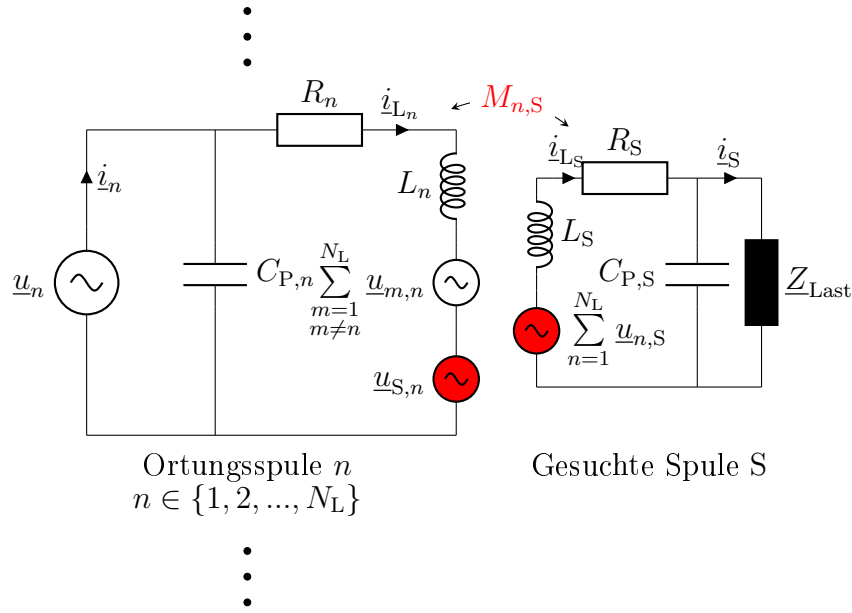


Abb. 3.7.: Elektrisches Ersatzschaltbild mit N_L Ortungsspule und einer gesuchten Spule S. In rot sind die gesuchten Kopplungsgrößen zur Lokalisierung enthalten.

Das Systemverhalten der induktiven Ortungsumgebung lässt sich durch folgendes Gleichungssystem beschreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{L,1} & M_{2,1} & \dots & M_{N_L,1} & \textcolor{red}{M}_{S,1} \\ M_{1,2} & \underline{Z}_{L,2} & \dots & M_{N_L,2} & \textcolor{red}{M}_{S,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{1,N_L} & M_{2,N_L} & \dots & \underline{Z}_{L,N_L} & \textcolor{red}{M}_{S,N_L} \\ \textcolor{red}{M}_{1,S} & \textcolor{red}{M}_{2,S} & \dots & \textcolor{red}{M}_{N_L,S} & \underline{Z}_{L,S} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}} \underbrace{\left(\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \\ \vdots \\ \underline{i}_{N_L} \\ \underline{i}_S \end{bmatrix}}_{\underline{i}} - j\omega \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{u}_{N_L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{u}} \odot \underbrace{\begin{bmatrix} C_{P,1} \\ C_{P,2} \\ \vdots \\ C_{P,N_L} \\ C_{P,S} \end{bmatrix}}_{\underline{c}_P} \right)}_{\underline{i}_L} = \frac{1}{j\omega} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{u}_{N_L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{u}}, \quad (3.12)$$

wobei folgende Definitionen gelten:

$$\underline{Z}_{L,n} = \frac{1}{j\omega} (R_n + j\omega L_n) \quad \text{für } n \in \{1, 2, \dots, N_L\} \quad (3.13)$$

und

$$\underline{Z}_{L,S} = \frac{1}{j\omega} \left(R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}} \parallel \frac{1}{j\omega C_{P,S}} \right). \quad (3.14)$$

Die roten Spannungsquellen in Abb. 3.7 und die roten Gegeninduktivitäten in Gleichung (3.12) sind die erforderlichen Kopplungsgrößen zur gesuchten Spule S, welche für die induktive Ortung ermittelt werden müssen. Die anderen schwarzen Gegeninduktivitäten sind bei einem statischen Ortungssystem, wo sich der Ort der Ortungsspulen nicht verändert, konstant und müssen daher nur einmalig ermittelt werden. Aufgrund der Reziprozität (siehe Gleichung (2.12)) muss nur die Hälfte aller Gegeninduktivitäten ermittelt werden.

Für den Fall, dass die parallelen Kapazitäten C_P durch die Geometrie des Spulendesigns oder für Frequenzen weit unterhalb der Eigenresonanz ($f \ll f_{\text{res}}$, siehe Gleichung (3.7)) vernachlässigt werden kann, kann die Gleichung (3.12) in folgendes lineares Gleichungssystem (LGS) umgestellt werden:

$$\boxed{\underline{Z} \cdot \underline{i} = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{u}} \quad \text{für } c_P \rightarrow 0 \text{ F} \quad \text{mit } \underline{Z}_S = \frac{1}{j\omega} (R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}}) . \quad (3.15)$$

3.2. Kompensationsschaltungen für induktive Anwendungen

Nun werden verschiedene Kombinationen von Resonanzarten zur Kompensation der induktiven Bestandteile der Spulen untersucht. Zur Auswahl stehen die **Serienresonanz**, bei der die Resonanzimpedanz $\underline{Z}_{\text{res}}$ minimiert wird, und die **Parallelresonanz**, bei der $\underline{Z}_{\text{res}}$ maximiert wird. Eine Spule ohne Beeinflussung (siehe Abb. 3.2) hat eine Parallelresonanz, bei der der Strom für eine Spannungsquelle minimal wird. Abb. 3.8 zeigt die verschiedenen möglichen Kombinationen von Resonanzkreisen, die untersucht werden. Da die Signalstärke durch i_{L_2} an der empfangenden Spule für eine anliegende Spannung \underline{u}_1 erhöht werden soll, wird die Übertragungsadmittanz \underline{Y}_{21} als optimierbarer Parameter gewählt:

$$\underline{Y}_{21} = \frac{i_{L_2}}{\underline{u}_1} = \frac{j\omega M_{12} i_{L_1}}{\underline{Z}_2 \underline{u}_1}, \quad \text{wobei gilt: } \underline{Y}_{21} \neq \underline{Y}_{2,1} = \left. \frac{i_2}{\underline{u}_1} \right|_{V_2=0}. \quad (3.16)$$

Dabei stellt die Impedanz \underline{Z}_2 die jeweilige Gesamtimpedanz der Empfängerspule mit Serien- oder Parallelresonanz aus Abb. 3.8 (rechte Seite) und i_{L_1} den Strom durch die Spule L_1 und somit der Quelle des Magnetfeldes dar.

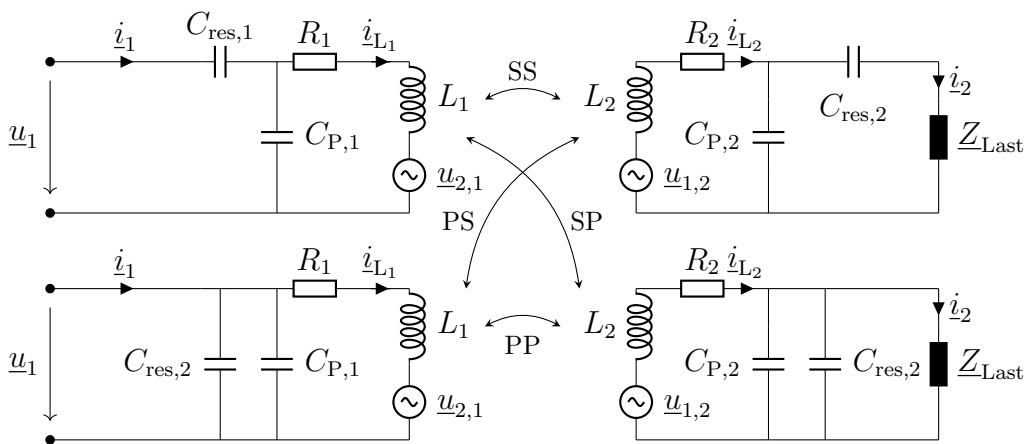


Abb. 3.8.: Verschiedene Möglichkeiten für gekoppelte resonante Spulen

Abb. 3.9 zeigt die unterschiedlichen Übertragungsadmittanzen \underline{Y}_{21} in den vier Schaltungskombinationen mit unterschiedlichen Lastimpedanzen. Als Parameter wurde hier der Kopplungsfaktor gewählt, da er mehrere Parameter (z.B. Ausrichtung, Material, Geometrie der Spulen) zusammenfasst und die Aussagen dadurch allgemeiner werden.

Als Spule wurde die normale Spule (2) aus Tab. 3.1 gewählt und die Resonanzfrequenz durch zusätzliche Kapazitäten auf $f_{\text{res}} = 5 \text{ MHz}$ reduziert, um die Wirkung der neuen Resonanzfrequenz zu verdeutlichen.

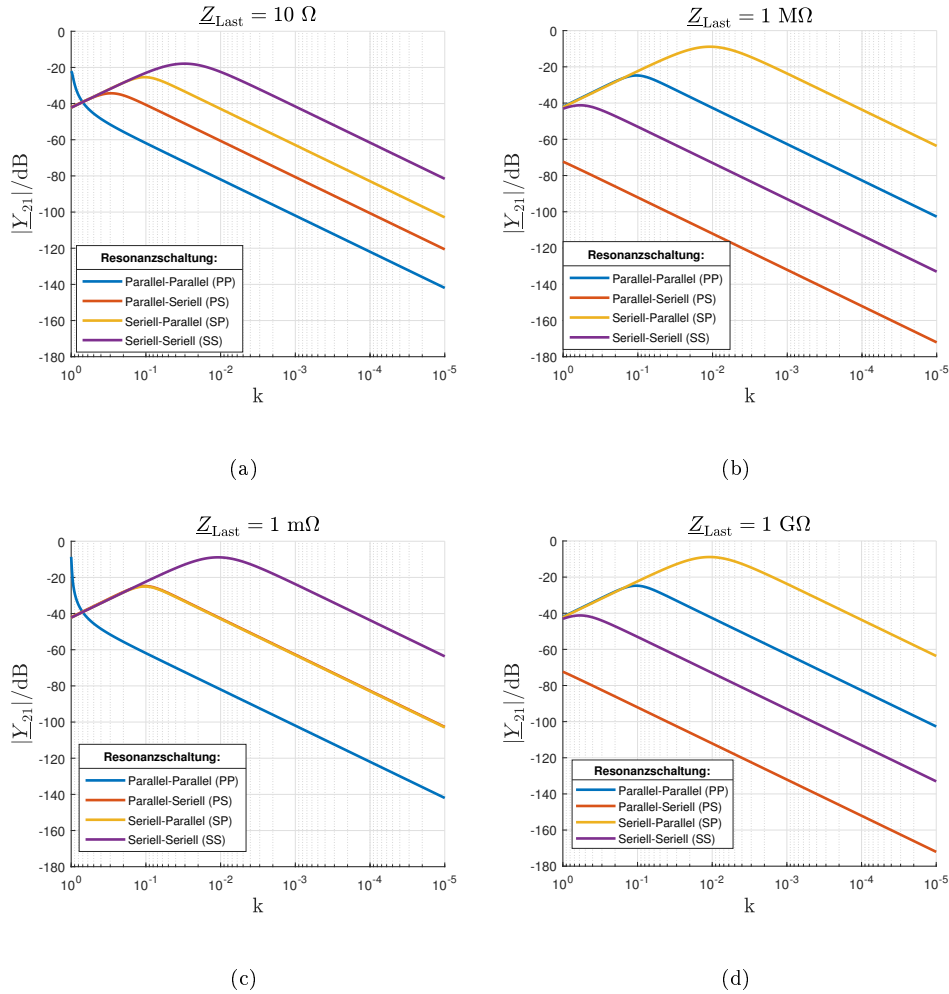


Abb. 3.9.: Transmissionsadmittanz $|Y_{21}|$ in Abhängigkeit vom Kopplungsfaktor k für verschiedene Lastimpedanzen Z_{Last} und Resonanzmoden zwischen zwei normalen (2) Spulen bei $f_0 = f_{\text{res}} = 5 \text{ MHz}$

In der Abb. 3.9 wird direkt deutlich, dass die richtige Wahl des Resonanzkreises einen hohen Einfluss auf die empfangene Signalstärke hat. In der Abb. 3.9(b) ist zum Beispiel ein Unterschied von bis zu 110 dB möglich. Über die ideale Schaltung können aber keine allgemeinen Aussagen gemacht werden. Je nach Lastwiderstand Z_{Last} ist entweder die Serienschaltung (SS) (geringer Lastwiderstand) oder die Seriell-Parallelschaltung (SP) vorzuziehen. Interessant ist auch, dass sich bei großen Kopplungen ($k > 10^{-1}$) im Allgemeinen eine geringe Admittanz ergibt und die maximale Admittanz erst bei einer geringeren Kopplung auftritt. Dies lässt sich durch die Verschiebung der Resonanzfrequenzen aus Abb. 3.5 erklären. Je größer der Abstand zwischen den Spulen bzw. je kleiner die Kopplung und damit die Resonanzfrequenzverschiebung wird, desto stärker wirkt das Spulenpaar in Resonanz, was auch in der PP-Schaltung (3.9(a) und 3.9(c)) zu einem interessanten Effekt führt, so dass sie bei sehr kurzen Abständen oder sehr hohen Kopplungen und kleinen Lastimpedanzen am besten funktioniert. Diese Effekte sind jedoch für die induktive Lokalisierung nicht von primärem Interesse, da größere Entfernungen

für die induktive Lokalisierung häufiger sind, aber diese Eigenschaft ist für die drahtlose Energieübertragung wichtig.

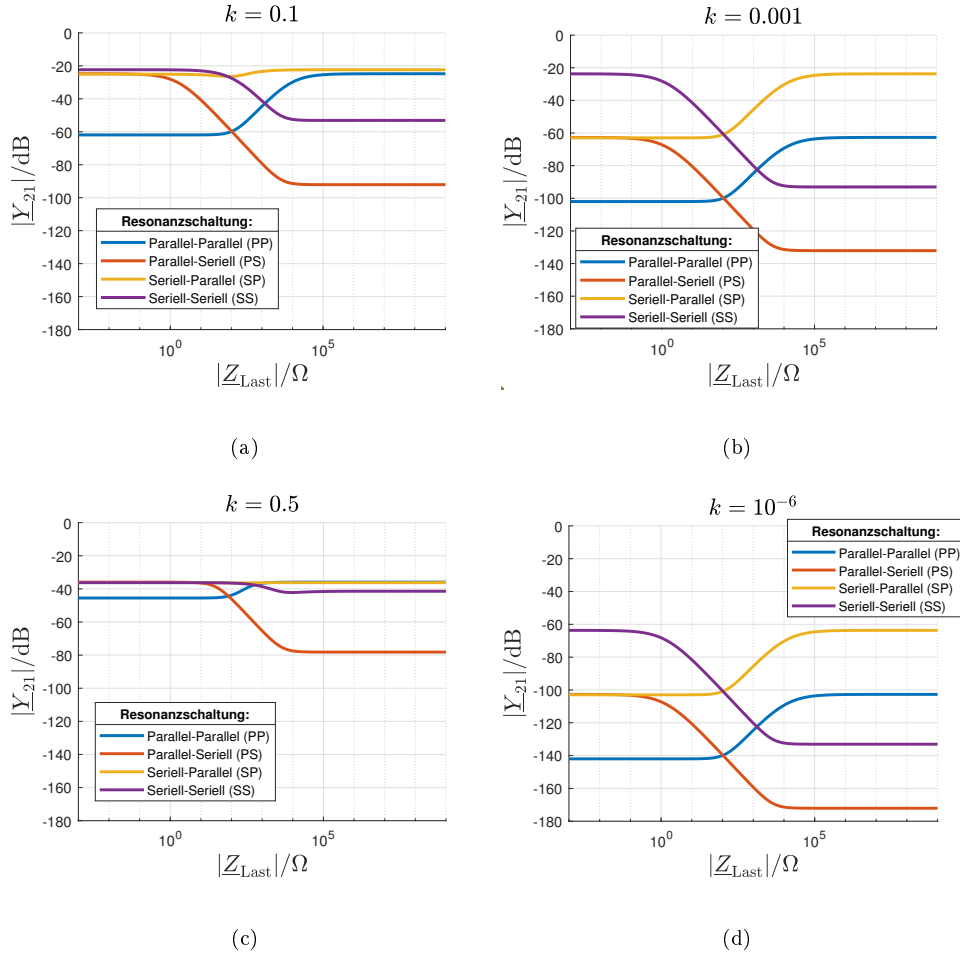


Abb. 3.10.: Transmissionsadmittanzen $|Y_{21}|$ in Abhängigkeit von den Lastimpedanzen Z_{Last} für verschiedene Kopplungsfaktoren k und Resonanzmoden zwischen zwei normalen (2) Spulen bei $f_0 = f_{\text{res}} = 5 \text{ MHz}$

In den Abb. 3.10 wird der Einfluss der Admittanz in Abhängigkeit von den Lastwiderständen Z_{Last} dargestellt. Der Übergang vom SS-Kreis zum SP-Kreis hängt von der Kopplung der Spulen ab und die Admittanz ist um diesen Übergang herum geringer. Es sollte daher versucht werden, den Lastwiderstand so einzustellen, dass er deutlich außerhalb des Übergangs vom SS-Kreis zum SP-Kreis liegt.

3.3. Berechnung der Spulenparameter

Die Entwicklung eines neuen Ortungsverfahrens, welches auf die Nutzung von Magnetfeldern im Nahfeld durch Verwendung von planaren Spulen basiert, erfordert für die hohen Anforderungen an Zuverlässigkeit und hoher Präzision genaue Kenntnisse über die einzelnen Elemente der Methode (siehe die Gleichung (3.12) zur Lösung der Problemstellung). In dieser Arbeit sollen daher die Charakteristika planarer Spulen für den Einsatz der induktiven Ortung untersucht werden. 3D-Simulatoren wie z.B. CST Studio Suite[®] können die elektrotechnischen Eigenschaften (Widerstand, Induktivität, Kapazität) einer Spule

und die Wechselwirkung zwischen mehreren Spulen (Gegeninduktivität, Transmissionsimpedanz etc.) numerisch berechnen (siehe Abb. 3.11). Allerdings besitzen solche Simulatoren einen hohen Rechenaufwand, wodurch zahlreiche Berechnungen für weitere Anwendungen (z.B. zur Erstellung von Trainingsdaten für eine KI oder zum Kalibrieren von stochastischen Ortungsfilters wie z.B. Kalman Filter) notwendig sind. Zusätzlich erzeugen solche Simulatoren nur die finalen Ergebnisse und können die einzelnen physikalischen Faktoren nicht unabhängig voneinander darstellen und analysieren, wodurch Charakterisierungen und Optimierungen von Designs mit einem hohen Rechenaufwand verbunden sind. Daher sollen hier einige Eigenschaften der planaren Spule durch numerische und analytische Verfahren analysiert werden, um somit eine alternative, fokussierter und schnellere Berechnungsplattform zu erhalten. Dazu gehört die Berechnung von ohmschen Widerständen, welche auch von der Betriebsfrequenz abhängen und somit durch den Skin-Effekt und bei mehreren Leitungen vom Proximity-Effekt beschrieben werden. Auch physikalische Phänomene wie der Strahlungswiderstand müssen untersucht und bei der Berechnung des Spulenparameter berücksichtigt werden. Zusätzlich soll auch die Berechnung der Eigen- und speziell der Gegeninduktivität dargestellt und verifiziert werden, welches der maßgebende Parameter für die induktive Ortung ist und die benötigten Ortungsinformationen erhält. Weitere Effekte wie parasitäre Kapazitäten und deren geringe Verluste sind ebenfalls zu berücksichtigen, um das daraus entstehende Berechnungsmodell so präzise wie möglich zu gestalten (siehe Ersatzschaltbild aus Abb. 3.2).

Das Ziel ist somit eine numerische Simulationsplattform für die induktive Ortung zu erhalten, welche die relevanten Parameter berechnet und somit eine Grundlage zur Erstellung und Verifikation von neuen Algorithmen (Stochastische und ML-basierte Verfahren) bietet.

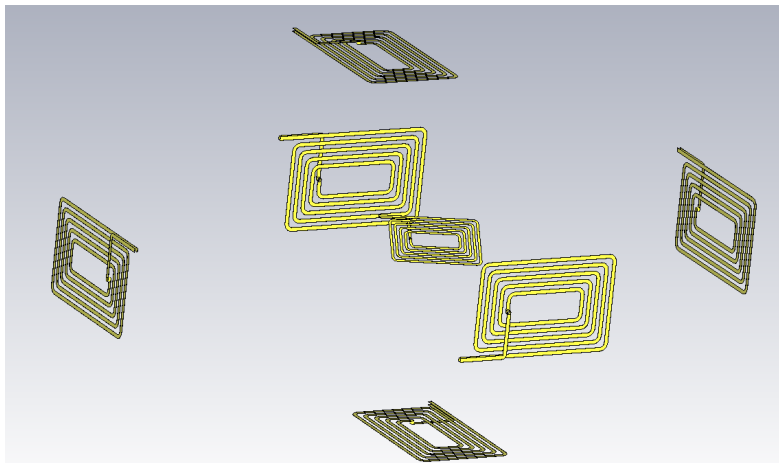


Abb. 3.11.: Darstellung der induktiven Ortungsumgebung in CST Studio Suite[®] mit sechs Ortungsspulen (Außen) und eine kleinere zu lokalisierende Spule (Mitte) ohne Leiterplattenträgermaterial

3.3.1. Berechnung der Spulenwiderstände R_S

Die klassische Berechnung eines linearen ohmschen Widerstandes kann durch $R_0 = \frac{l}{\kappa A}$ (l = Länge, κ = elektrische Leitfähigkeit, A = Fläche) beschrieben werden. Allerdings hat auch die Frequenz einen Einfluss auf die Berechnung des Widerstandes und muss je nach Höhe der Frequenz und Geometrie des Leiters in der Berechnung berücksich-

tigt werden. Da auch in der induktiven Ortung hochfrequente Ströme für die Erzeugung von Magnetfeldern genutzt werden, werden im Folgenden diese Effekte analysiert und beschrieben.

3.3.1.1. Skin-Effekt R'_L

Der Skin-Effekt beschreibt die bei hohen Frequenzen auftretende Stromverschiebung in die äußeren Leiterbereiche (siehe Abb. 3.12 für rechteckige Leiter), die durch die gedämpfte elektromagnetische Wellenausbreitung in leitenden Materialien verursacht wird.

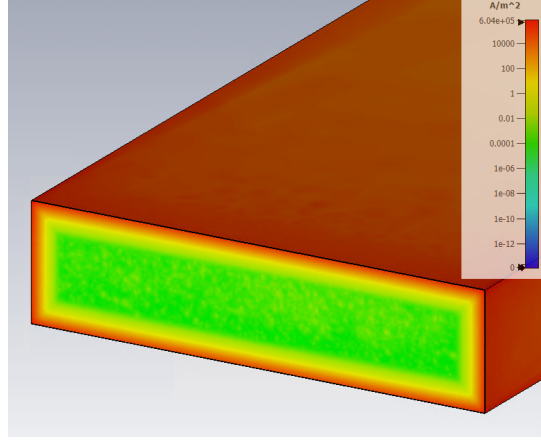


Abb. 3.12.: Darstellung des Skin-Effektes bei Kupfer ($f = 1 \text{ MHz}$)

Die Gleichungen (2.16) und (2.20) (für $\delta_{\text{Skin}} \ll R_{\text{Leiter}}$) beschreiben gut die Stromverteilungen für runde Leiter, allerdings werden Spulen auf PCB-Ebene in rechteckige Form gefertigt, welches die Komplexität der mathematischen Beschreibung erhöht. Ein rechteckiger Leiter mit Breite d_w und Höhe d_h lässt sich in Impedanz pro Längeneinheit durch folgende Gleichung von Giacoletto berechnen [59, 60]:

$$\underline{Z}' = \frac{1}{2} R_0 \left(\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\tanh(\beta_{\text{Skin},k}(\frac{d_h}{d_w}))}{\alpha_{\text{Skin},k} \sqrt{\beta_{\text{Skin},k}(\frac{d_h}{d_w})}} + \frac{\tanh(\beta_{\text{Skin},k}(\frac{d_w}{d_h}))}{\alpha_{\text{Skin},k} \sqrt{\beta_{\text{Skin},k}(\frac{d_w}{d_h})}} \right) \right)^{-1} \quad (3.17)$$

mit

$$R_0 = \frac{1}{\kappa d_w d_h}, \quad \beta_{\text{Skin},k}(x) = \left(\frac{(2k-1)\pi x}{2} \right)^2 + j \frac{\omega x}{w_c},$$

$$\alpha_{\text{Skin},k} = \left(\frac{(2k-1)\pi}{2} \right)^2, \quad w_c = \frac{4}{\kappa \mu_0 \mu_r d_w d_h}. \quad (3.18)$$

Der ohmsche Widerstand pro Längeneinheit lässt sich dann durch $R'_L(\omega) = \text{Re}(\underline{Z}')$ berechnen. Zur Verifikation wurde ein Kupferleiter in CST Studio Suite[®] simuliert und die Ergebnisse in Abb. 3.13 verglichen. Dabei zeigt sich, dass das Berechnungsverfahren trotz unterschiedlicher Berechnungsansätze ab der Überschreitung der Grenzkreisfrequenz w_c

beinahe die gleichen Werte liefert wie die CST Simulation, aber durch die direkte Berechnung zu deutlich geringen Berechnungszeiten führt.

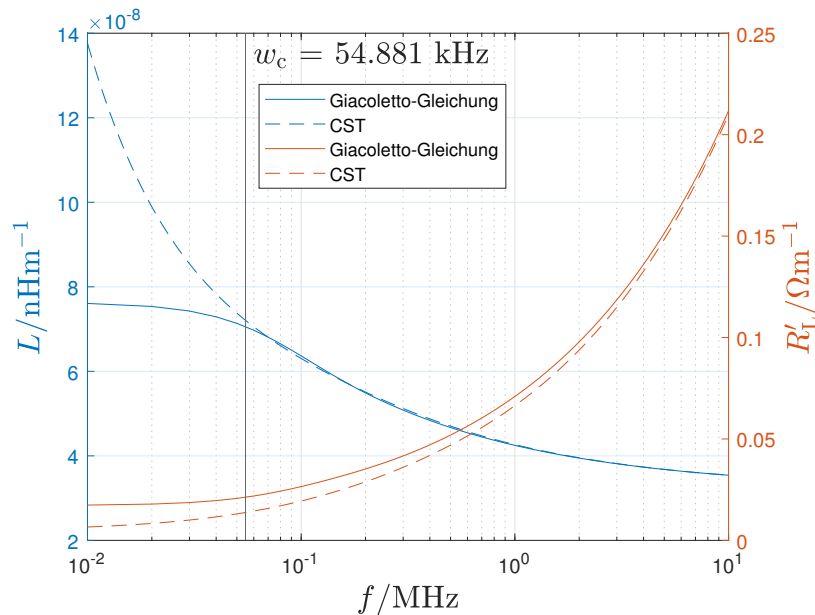


Abb. 3.13.: Verifikation der Berechnung des Einfluss des Skin-Effektes durch eine äquivalente CST Studio Suite[®] Simulation für eine Kupferleitung mit $d_h = 70 \mu\text{m}$ und $d_w = 1 \text{ mm}$

Die Abweichungen entstehen für den Widerstand entstehen aus mehreren Gründen. So ist der Strahlungswiderstand in der Giacoletto-Gleichung nicht berücksichtigt. Zusätzlich musste in der CST-Simulation ein Schwingkreis aufgebaut werden, wodurch nicht nur der reine Skin-Effekt betrachtet werden konnte, sondern auch andere Einflüsse hier inkludiert sind. Je nach Berechnungsverfahren ergeben sich andere Effekte und Einflüsse, sodass einzelne Effekte unmöglich komplett separat betrachtet werden können.

3.3.1.2. Proximity-Effekt R_L

Bei mehreren Leitern tritt der Proximity-Effekt auf, welcher eine Folge der Beeinflussung der Leiter untereinander ist, welches durch die kapazitiven Eigenschaften zwischen den Windungen entsteht und sich somit quasi ein Kondensator auf- und wieder entlädt. Dieser Effekt erweitert somit die Einflüsse des Skin-Effektes auf komplexere Umgebungen. Abb. 3.14 zeigt die Verdrängung der Stromdichte durch mehrere benachbarte Leiter in gleicher und entgegengesetzter Stromrichtung, da sich je nach Stromrichtungen die Ladungsverteilungen eher anziehen oder abstoßen. Für Spulen ist nur der Fall in gleicher Stromrichtung (Abb. 3.14(a)) relevant, damit ein starkes gerichtetes Magnetfeld bei den planaren Spulen erzeugt werden kann.

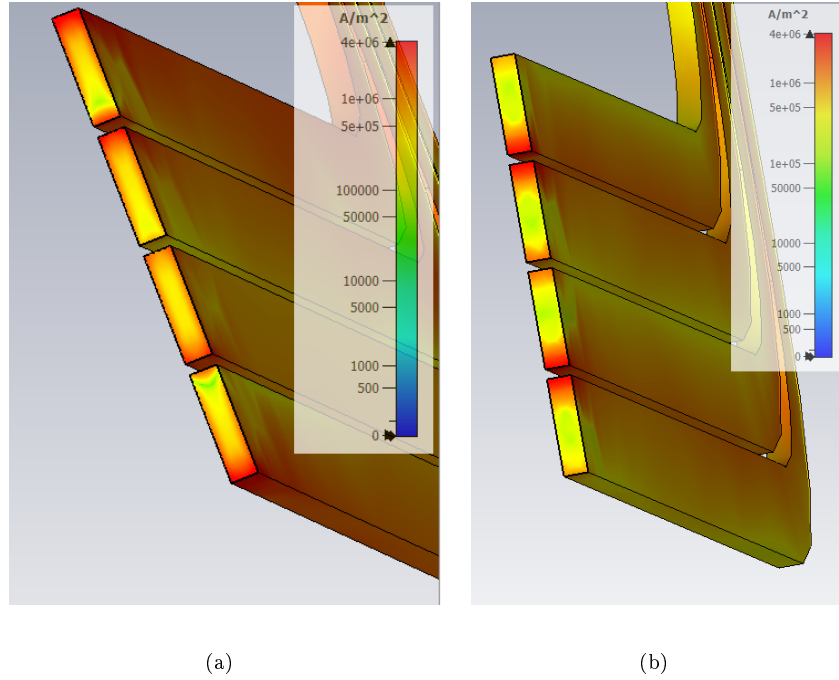


Abb. 3.14.: Darstellung des Proximity-Effektes bei Kupfer ($f = 1 \text{ MHz}$) (links: gleiche Stromrichtung, rechts: entgegengesetzte Stromrichtung)

Durch die Gleichungen von Dowell [61,62] lässt sich der Proximity-Effekt durch folgende Gleichungen für die gleiche Stromrichtung und rechteckige Leiter beschreiben:

$$R_L = R_0 \xi' \left(K_+(\xi') + \eta^2 (2N^2 - 1) K_-(\xi') \right) \quad (3.19)$$

$$\text{mit } K_{\pm}(x) = \frac{\sinh x \pm \sin x}{\cosh x' \mp \cos x}, \quad \xi' = \frac{\sqrt{d_w d_h} \eta}{\delta_{\text{Skin}}} \quad \text{und } \eta = \frac{d_w}{d_N}.$$

Durch die Gleichung wird der Gleichstromwiderstand R_0 durch einen Faktor angepasst, welcher den Einfluss des Proximity-Effektes berücksichtigt. Dabei hat die Spulengeometrie den Leiterbahnbreite d_w , Leiterbahnhöhe d_h , N Windungen und einen Windungsabstand d_N .

Abb. 3.15 zeigt die Verifikation der Gleichung (3.19) durch die Simulationssoftware CST Studio Suite[®]. Für geringe Frequenzen bis etwa 3 MHz stimmen die Ergebnisse auch gut überein und ist für die Verwendung im Bereich der induktiven Ortung geeignet. Zusätzlich zeigt sich, dass je höher der Windungsabstand ist, der Einfluss des Proximityeffektes sich auch verringert. Bei den Ergebnissen aus Gleichung (3.19) wurden die Effekte bei Leitungsecken nicht berücksichtigt, da der Einfluss anhand der Abb. 3.15 gering scheint, wird dieser auch weiterhin vernachlässigt. Die Abweichung bei höheren Frequenzen entsteht wiederum durch den Strahlungswiderstand R_R , welcher im Unterkapitel 3.3.1.3 betrachtet wird und in der CST-Simulation nicht vernachlässigt werden konnte.

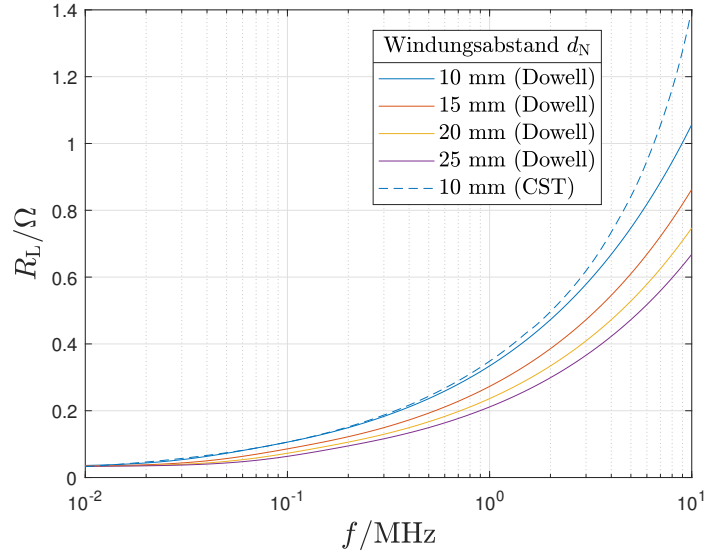


Abb. 3.15.: Validierung der Berechnung des Proximity-Effekts durch eine äquivalente CST-Simulation und Darstellung des Einflusses des Proximity-Effektes für unterschiedliche Abstände der Windungen der planaren Spule auf die Länge der Spule normiert

3.3.1.3. Strahlungswiderstand R_R

Für Antennenstrukturen ist besonders der Strahlungswiderstand interessant, welcher die abgegebene Leistung der Antennenstruktur in Form von elektromagnetischen Wellen beschreibt. Der Strahlungswiderstand R_R wird primär durch die Geometrie der Struktur und der Wellenlänge/Frequenz des abstrahlenden Signals beschrieben. Für die induktive Ortung ist der Effekt nachteilig, da die Feldenergie weitestgehend innerhalb des System bleiben soll und dadurch unnötige Verluste und somit geringere Signalstärken entstehen würden. Die Berechnung des Strahlungswiderstandes kann je nach Geometrie sehr komplex werden, wodurch diverse Näherungen für unterschiedliche Geometrien entwickelt wurden.

Eine Leiterschleife mit N -Windungen und einer umschlossenen Fläche A wird der Strahlungswiderstand mit

$$R_R = 320 \, \Omega \cdot \pi^4 \left(\frac{NA}{\lambda^2} \right)^2 \quad (3.20)$$

beschrieben [42, 63].

Abb. 3.16 zeigt, dass der Einfluss für den relevanten Frequenzbereich für die induktive Ortung gering ist. So ist der maximale Strahlungswiderstand bei $f = 13,56$ MHz, $N = 10$ Windungen und einer Fläche von $A = 0,01 \text{ m}^2$ bei $R_R = 13 \text{ m}\Omega$. Da allerdings in der Anwendung eher geringere Frequenzen relevant sind (z.B. $R_R(f = 1 \text{ MHz}) = 38,589 \text{ n}\Omega$) sind, besitzt der Strahlungswiderstand eine geringere Priorität in der Berechnung der Bauteilparameter für Spulen im Bereich der induktiven Ortung.

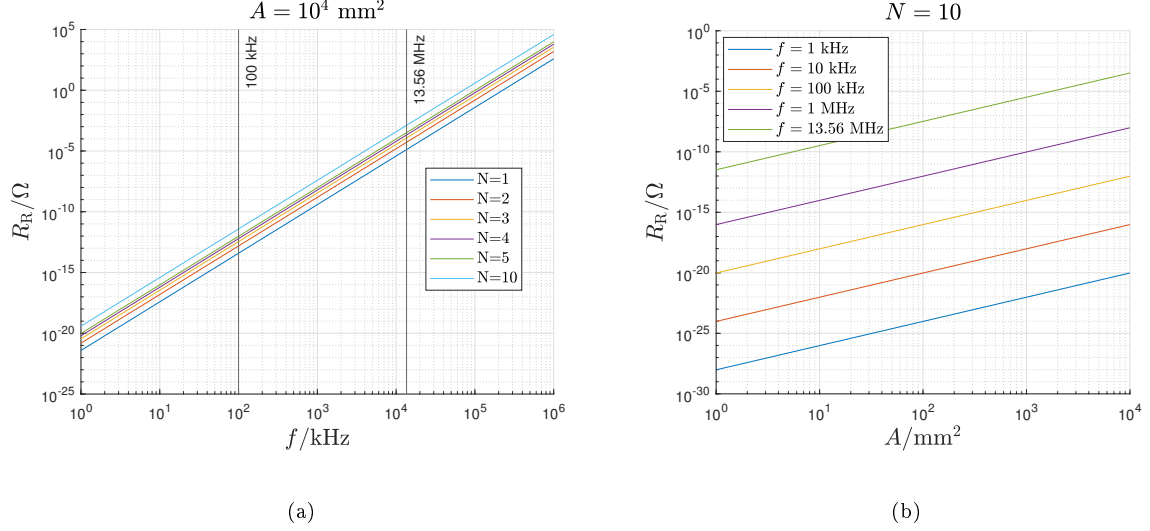


Abb. 3.16.: Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes (Links: Leiterschleife mit $A = 10^4 \text{ mm}^2$); Rechts: Leiterschleife mit $N = 10$ Windungen)

3.3.2. Eigeninduktivität L

Für die induktive Ortung sind besonders die Induktivitätsgrößen relevant, da diese die Signalstärke an den Spulen ausgeben und die magnetische Kopplung beschreiben.

Die Eigeninduktivität L kann beispielsweise durch die Gleichung (3.17) für den Skin-Effekt hergeleitet werden:

$$L'(j\omega) = \text{Im}(\underline{Z}') . \quad (3.21)$$

Hier wird dann auch die Frequenzabhängigkeit berücksichtigt, aber weicht für Frequenzen unterhalb der Grenzfrequenz w_c stark vom echten Wert ab (siehe Abb. 3.12).

Die Neumann-Gleichung erlaubt es durch einen Integralansatz die Eigen- und Gegeninduktivität von zwei beliebigen Spulengeometrien (\mathcal{C} und \mathcal{C}') zu berechnen. Die Gleichung für die Eigeninduktivität mit Leiterbahnbreite d_w und Spulenlänge l_L wird folgendermaßen beschrieben [43, 64]:

$$L = \frac{\mu}{4\pi} \left(\oint_{\mathcal{C}} \oint_{\mathcal{C}'} \frac{d\vec{r} d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + l_L Y_{\text{Skin}} \right)_{|\vec{r} - \vec{r}'| > \frac{d_w}{2}} + \mathcal{O}(\mu d_w) \quad \text{für } \mu d_w \rightarrow 0 . \quad (3.22)$$

Der Skinfaktor Y_{Skin} ist für den Anpassungsterm und ist bei homogener Stromverteilung $Y_{\text{Skin}} = \frac{1}{2}$ (hier: $f = 0 \text{ Hz}$) und bei stark ausgeprägten Skineffekt $Y_{\text{Skin}} = 0$. Der Restterm \mathcal{O} kann für deutlich größerer Spulenlänge im Vergleich zu Leiterbahnbreite durch $\mathcal{O}(\mu d_w) = 0$ vernachlässigt werden [43, 64]. Die Verifikation der Gleichung (3.22) erfolgt in Unterkapitel 3.4 durch die Gegeninduktivität.

3.3.3. Eigenkapazität

3.3.3.1. Parasitäre Kapazität C_P

Die parasitäre Kapazität C_P kann in zwei unterschiedlichen Kapazitäten unterteilt werden. Zwischen den Windungen entsteht die Kapazität $C_{P,N}$ (siehe Abb. 3.1) und durch die Rückführung der Spulenleitung (siehe gestrichelte Leitung in Abb. 3.1) entsteht die Kapazität $C_{P,R}$ [54, 65].

Somit folgt für die parasitäre Kapazität bei planeren Spulen:

$$C_P = C_{P,N} + C_{P,R} . \quad (3.23)$$

Die einzelnen Kapazitätsarten lassen sich wie folgt berechnen:

- **Windungskapazität** $C_{P,N}$ in homogener Umgebung mit Material ε_r , mit Windungsabstand d_N , Leiterbahnbreite d_w und der Leiterbahnlänge der Spule von l_{N-1} kann zwischen zwei rechteckigen Leiterbahnen durch folgende Gleichung beschrieben werden [54, 65]:

$$C'_{P,N}(d_N, l_{N-1}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{K(k'_0)}{K(k_0)} l_{N-1} , \quad (3.24)$$

wobei gilt:

$$k_0 = \frac{d_N}{d_N + d_w} \quad \text{und} \quad k'_0 = \sqrt{1 - k_0^2} . \quad (3.25)$$

Die Funktion $K(x)$ bezeichnet das erste elliptische Integral und lässt sich beispielsweise durch folgenden Algorithmus lösen [66, 67]:

$$K(x) = \frac{\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} (1 + x_n) \quad \text{mit } x_0 = x \text{ und } x_{n+1} = \frac{1 - \sqrt{1 - x_n^2}}{1 + \sqrt{1 - x_n^2}} . \quad (3.26)$$

Die Leiterbahnlänge der Spule l_{N-1} beschreibt die Länge bis zur vorletzten Windung $N - 1$ von innen (1) nach außen (N), da immer zwei benachbarte Leitungen zur Berechnung genutzt werden. Für eine Umgebung in der zusätzlich ein Substrat $\varepsilon_{r,PCB}$ vorhanden ist (z.B. bei planaren Spulen auf Leiterplattenbasis), erweitert sich die Gleichung mit der Substratdicke d_{PCB} zu [68]:

$$\boxed{C'_{P,N}(d_N, l_{N-1}) = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_{r,\text{eff}} + 1}{2} \frac{K(k'_0)}{K(k_0)} l_{N-1}} \quad (3.27)$$

mit $\varepsilon_{r,\text{eff}} = 1 + (\varepsilon_{r,PCB} - 1)q$, dem Füllfaktor $q = \frac{1}{2} \frac{K(k')}{K(k)} \frac{K(k_0)}{K(k'_0)}$ und

$$k = \frac{\tanh(\frac{\pi d_w}{2d_{PCB}})}{\tanh(\frac{\pi(d_w + d_N)}{2d_{PCB}})} .$$

Da eine Spule durch ihre Windungen mehrere mögliche Windungskapazitäten

ten besitzt, müssen alle Kombinationen berücksichtigt werden:

$$C_{P,N} = \sum_{i=1}^{N-1} C'_{P,N}(id_N + (i-1)d_w, l_{N-i}) . \quad (3.28)$$

Hier bezeichnet der Parameter l_{N-i} die Spulenlänge bis zur Windung $N-i$ von innen (1) bis außen (N).

- **Rückführungskapazität** $C_{P,R}$ mit Substrat $\varepsilon_{r,PCB}$, der Substratdicke d_{PCB} und der überlappenden Fläche $A_{PCB,R}$, der Windungsanzahl N , der Leiterbahnbreite d_w und der Anschlusslänge l_R mit Aufbaugeometrie aus Abb. 3.1 kann berechnet werden aus [54]:

$$C_{P,R} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,PCB} \frac{A_{PCB,R}}{d_{PCB}} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,PCB} \frac{N d_w^2 + l_R d_w}{d_{PCB}} . \quad (3.29)$$

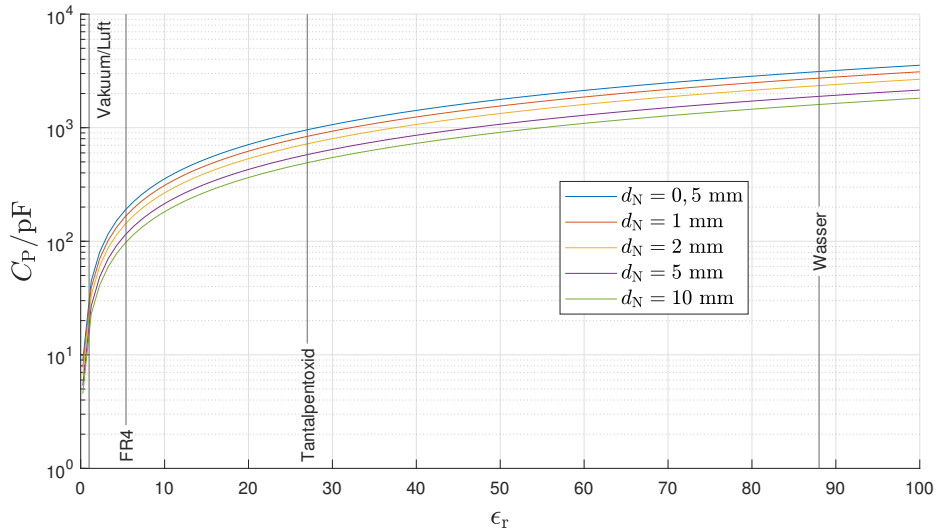


Abb. 3.17.: Berechnete Verläufe der parasitären Kapazität C_P verschiedener homogener Permittivitäts-umgebungen bei unterschiedlichen Windungsabständen

Die Abhängigkeit der Dicke/Höhe der Leiter d_h wurde in den Gleichungen vernachlässigt, da planare Spulen auf Leiterplattenbasis oft eine Kupferdicke von $d_h = 35 \mu\text{m}$ oder $70 \mu\text{m}$ besitzen. Auch die Kapazitätseffekte an den Ecken der planaren Spule (falls keine Abrundung existiert) wurde auch vernachlässigt, da die anderen Effekte dominieren.

Der Verlauf der parasitären Kapazität C_P für verschiedene Windungsabstände d_N und für verschiedene homogene Permittivitätsumgebungen ε_r mit $N = 5$ Windungen, einer Leiterbahnbreite $d_w = 3 \text{ mm}$ und einer Leiterplattendicke von $d_{PCB} = 1,55 \text{ mm}$ ist in Abb. 3.17 dargestellt, um den Wertebereich von der Kapazität für diese Problemstellung zu erhalten und somit den Grad des Einflusses auf die Ersatzschaltbilder zu bestimmen.

Die Validierungen der Gleichungen sind in [54] anhand von Simulationen und realen Messungen ausführlich dargestellt.

3.3.3.2. Kapazitätsverluste R_P

Da die Kapazitätsverluste R_P durch den Verlauf der elektrischen Felder der Eigenkapazität C_P entstehen, können die Gleichungen aus Unterkapitel 3.3.3.1 auch in angepasster Form für diese Berechnung genutzt werden, wobei hier die Widerstände parallelgeschaltet sind:

$$R'_P = \left(\underbrace{\frac{1}{\kappa} \frac{K(k'_0)}{K(k_0)} l_{N-1}}_{R'_{P,N}{}^{-1}(d_N, l_{N-1})} + \underbrace{\frac{1}{\kappa} \frac{N d_w^2 + l_R d_w}{d_{PCB}}}_{R'_{P,R}{}^{-1}} \right)^{-1}. \quad (3.30)$$

Die Kapazitätsverluste R_P zwischen allen Windungen und allen Kombinationen ergibt sich somit zu:

$$R_P = \left(\sum_{i=1}^{N-1} R'_{P,N} (i d_N + (i-1) d_w, l_{N-i})^{-1} + R'_{P,R}{}^{-1} \right)^{-1}. \quad (3.31)$$

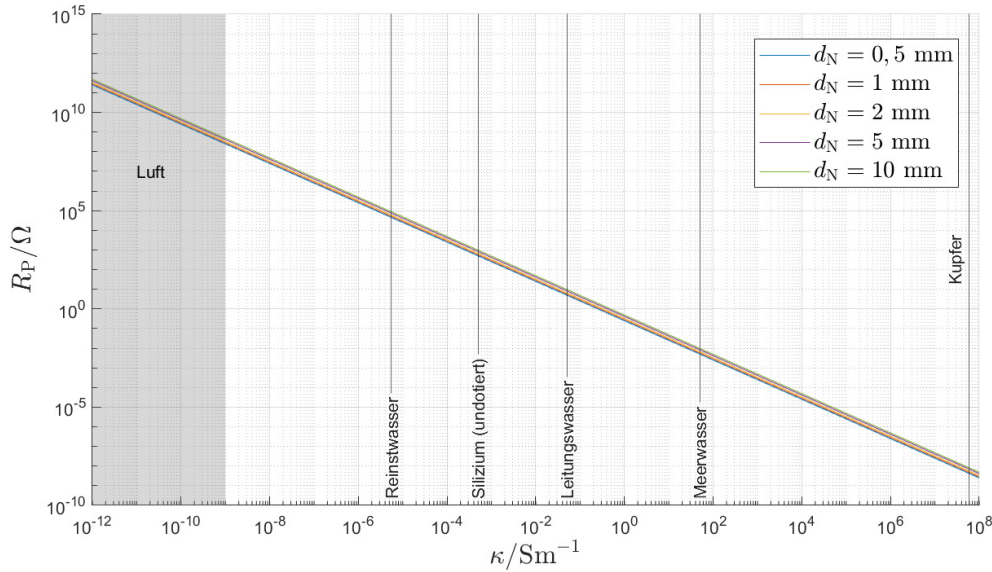


Abb. 3.18.: Berechnete Verläufe der Kapazitätsverluste R_P verschiedener homogener elektrischer leitfähigen Umgebungen bei unterschiedlichen Windungsabständen

Um realistische Zahlen und einen groben Richtwert zu erhalten, wurden für Luft elektrische Leitfähigkeiten im Bereich von 10^{-13} bis 10^{-9} Sm^{-1} [69] zusammen mit weiteren Materialien in Abb. 3.18 ausgewertet. Dabei zeigt sich, dass isolierende Materialien Widerstände im sehr hohen $\text{M}\Omega$ -Bereich aufweisen [44], sodass die Kapazitätsverluste R_P in den folgenden Kapiteln vernachlässigt werden können.

3.4. Berechnung der Gegeninduktivität

In Kapitel 3.3 wurden die Berechnungen der jeweiligen Spulenparameter untersucht, um damit das Systemverhalten für den Ortungsprozess berechnen zu können. Die Ortungsgröße für die induktive Ortung ist die induktive Kopplung $k_{n,s}$ bzw. die Gegeninduktivität $M_{n,s}$ zwischen der gesuchten Spule S und einer der Ortungsspulen n . Um Ortungsalgorithmen zu entwickeln, müssen die Abhängigkeiten dieser Kopplung bekannt sein, um somit alle physikalischen Effekte zu berücksichtigen und um Symmetrien und Vernachlässigung zu nutzen. Zusätzlich können die Kopplungsgrößen für beliebige Ortungsprobleme auch als Trainingsdaten für lernende Systeme und die physikalischen Eigenschaften in Filtern eingesetzt werden. Elektromagnetische Feldsimulationen wie beispielsweise CST Studio Suite[®] liefern auf Basis der Diskretisierung der Maxwell-Gleichung (z.B. Finite Integration Theorie (FIT) [70]) sehr gute Ergebnisse, aber erfordern umfangreiche Berechnungen des kompletten Simulationsraumes bei volumenbasierten Verfahren, wodurch die Rechenzeit enorm ansteigt und somit die Anzahl von Trainingsdaten einschränkt. Zusätzlich sind bei der Verwendung von elektromagnetischen Feldsimulationen die Gründe der einzelnen physikalischen Effekte schwerer nachzuvollziehen, da eine generalisierte Berechnungsart verwendet wird. Da die Problemstellung klar auf die induktive Ortung beschränkt ist, müssen auch nur Gleichungen für diesen Einsatzzweck entwickelt werden und können somit effizienter und nachvollziehbarer ausgeführt werden. Dazu werden verschiedene Ansätze für die Berechnung der Gegeninduktivität zwischen einer Ortungsspule n und einer gesuchten Spule S vorgestellt und verglichen. Die verschiedenen Ansätze haben unterschiedliche Eigenschaften und Vorteile, welche für die späteren Ortungsalgorithmen genutzt werden können.

3.4.1. 1D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(z)$

In diesem Unterkapitel wird die Gegeninduktivität in Abhängigkeit des Abstandes zwischen einer runden Leiterschleife mit Radius r_0 , dem Strom i_0 und der gesuchten Spule S mit einer umschlossenen Fläche A_S und N_S Windungen hergeleitet. Das Verhalten der Leiterschleife soll dann auf die Eigenschaften von planaren rechteckigen Spulen angepasst werden.

Als Ansatz wird das Gesetz von Biot-Savart gewählt [41]:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{i_0}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{s} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}. \quad (3.32)$$

Der Mittelpunkt der Leiterschleife bildet den Koordinatenursprung. Die Leiterschleife befindet sich auf der x-y-Ebene, womit der Abstand auf der z-Achse aufgetragen wird (vgl. Abb. 3.19).

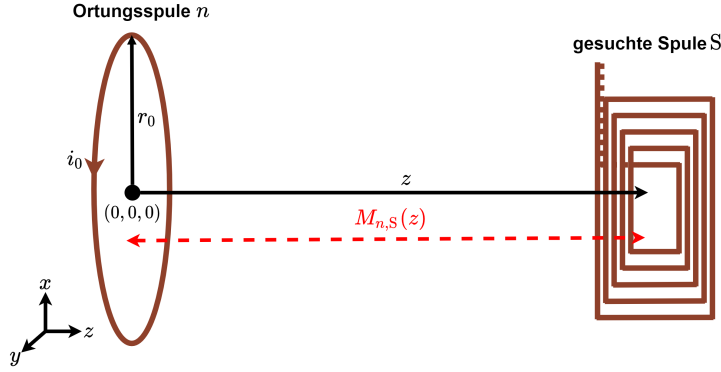


Abb. 3.19.: Aufbau der 1D-Ortung/Abstandsermittlung mit $M_{n,S}(z)$ durch eine Ortungsspule n in Form einer Leiterschleife und einer gesuchten Spule S

Der Zielvektor wird als

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

definiert und der Quellvektor als

$$\vec{r}' = \begin{bmatrix} r_0 \cos \phi \\ r_0 \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Das Differenzial für das Kurvenintegral ist in Zylinderkoordinaten definiert:

$$d\vec{s} = r_0 d\vec{e}_\phi = r_0 \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} d\phi. \quad (3.35)$$

Für den Zähler des Bruches gilt:

$$d\vec{s} \times (\vec{r} - \vec{r}') = r_0 \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -r_0 \cos \phi \\ -r_0 \sin \phi \\ z \end{bmatrix} d\phi. \quad (3.36)$$

Und für den Nenner:

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^3 = (r_0^2 \cos^2 \phi + r_0^2 \sin^2 \phi + z^2)^{\frac{3}{2}} = (r_0^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.37)$$

Somit folgt aus der Gleichung (3.32) in Zylinderkoordinaten:

$$\boxed{\vec{H}(z) = \frac{i_0}{2} \frac{r_0^2}{(r_0^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z}. \quad (3.38)$$

Nun wird das Ergebnis in die magnetische Flussdichte mit der Gleichung (2.7) überführt und die allgemeine Definition für die Gegeninduktivität verwendet (vgl. Gleichung (2.11)). Hier wird angenommen, dass die magnetische Feldverteilung der gesuchten Spule S um

die Fläche A_S näherungsweise homogen ist und die gesuchte Spule entsprechend klein ist, sodass die Feldunterschiede innerhalb der Fläche A_S gleich sind, sodass keine Integration notwendig ist. Zusätzlich wird angenommen, dass sich die gesuchte Spule S parallel zur Leiterschleife ohne eine Verschiebung ($x = y = 0$ mm) befindet, sodass die maximale Fläche A_S der Ladespule von der magnetischen Flussdichte durchdrungen wird und der Einheitsvektor der Fläche A_S und der magnetischen Flussdichte \underline{B}_n gleich sind.

$$\begin{aligned} M_{n,S}(z) &= \frac{N_S \Phi_{n,S}(i_0)}{i_0} = \frac{N_S \int_{A_S} \vec{B}_n d\vec{A}}{i_0} \approx \frac{N_S B_n A_S}{i_0} = \frac{i_0 \mu_0 \mu_r A_S}{2 i_0} \frac{N_S r_{0,n}^2}{(r_{0,n}^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2} \frac{r_{0,n}^2}{(r_{0,n}^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Je nach Abstand z ergeben sich folgende Fälle:

$$M_{n,S}(z) = \begin{cases} \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2} \frac{1}{r_{0,n}} = K_1 & \text{für } z \ll r_{0,n} \\ \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2} \frac{r_{0,n}^2}{z^3} = \frac{K_2}{z^3} & \text{für } z \gg r_{0,n} \end{cases} \quad (3.40)$$

Somit kann bei entsprechender Substitution ein lineares Verhältnis für $z \gg r_0$ angenommen werden.

Für eine quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge a sieht die Formel für die Gegeninduktivität sehr ähnlich aus und unterscheidet sich nur durch den konstanten Vorfaktor [41]:

$$M_{n,S}(z) = \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.41)$$

Nachteilig bei diesem Ansatz ist, dass keine Verschiebungen ($x = y = 0$ mm) erlaubt sind und nur der Abstand berücksichtigt wurde. Somit eignet sich die Formeln 3.39 und 3.41 gut für Abstandsmessungen (z.B. bei Übertragungsoptimierungen bei drahtlosen Energieübertragungen oder der ungefähren Detektion von Metallen im Boden).

3.4.2. 3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ von einer Leiterschleife

Im Unterkapitel 3.4.1 können hohe Fehler bei Verschiebungen in x - und y -Richtung (orthogonal zum Abstand) entstehen, da dieser Einfluss nicht berücksichtigt wurde. Nun soll die Gegeninduktivität auch in Abhängigkeit der Verschiebungen x und y hergeleitet werden. Dabei wird zur Vereinfachung wieder die Gegeninduktivität für eine Leiterschleife berechnet. Ausgangspunkt ist hierbei der Ansatz aus [71], der im Folgenden weiterentwickelt wird.

Als Ansatz gilt die allgemeine Lösung für das magnetische Vektorpotential $\vec{A}_{\text{mag}}(\vec{r})$ mit der Stromdichte \vec{J} :

$$\vec{A}_{\text{mag}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' . \quad (3.42)$$

In Abb. 3.20 ist die Leiterschleife mit Radius r_0 in kartesischen (links) und zylindrischen Koordinaten (rechts) angeben, wobei $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $\phi = \arctan(\frac{y}{x})$ gilt.

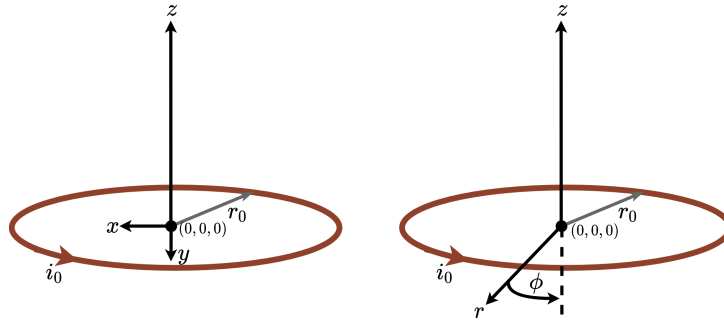


Abb. 3.20.: Leiterschleife mit Radius r_0 in kartesischen Koordinaten (links) und zylindrischen Koordinaten (rechts)

Die Leiterschleife wird als unendlich dünn angenommen, in welcher ein Strom i_0 fließt (siehe Abb. 3.20). Dadurch ergibt sich für die Linienstromdichte J_{r_0} entlang von $r = r_0$ und $z = 0$ folgende Definition:

$$J_{r_0} = i_0 \delta(r - r_0) \delta(z) . \quad (3.43)$$

Somit ergibt sich für die jeweiligen Stromdichten in kartesischen Koordinaten:

$$\vec{J}(r, \phi, z) = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{r_0} \sin \phi \\ J_{r_0} \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_0 \delta(r - r_0) \delta(z) \sin \phi \\ i_0 \delta(r - r_0) \delta(z) \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (3.44)$$

Nun wird (3.44) in (3.42) eingesetzt und die Siebeigenschaft der Delta-Funktionen $\delta(r)$ und $\delta(z)$ mit den Integrationsgrenzen $z' = 0$ und $r' = [0, r_0]$ ausgenutzt. Dadurch ergeben sich folgende Vektorpotentiale:

$$A_{\text{mag},x}(x, y, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-\sin \phi' d\phi'}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + z^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0)}} , \quad (3.45)$$

$$A_{\text{mag},y}(x, y, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi' d\phi'}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + z^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0)}} , \quad (3.46)$$

$$A_{\text{mag},z}(x, y, z) = 0 . \quad (3.47)$$

Für weitere Berechnungen empfiehlt sich die Verwendung von Zylinderkoordinaten, da diese die Verteilung von Magnetfelder inkl. den Symmetrien am besten beschreibt:

$$A_{\text{mag},r}(r, \phi, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\phi - \phi') d\phi'}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + z^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0)}} = 0, \quad (3.48)$$

$$A_{\text{mag},\phi}(r, \phi, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\phi - \phi') d\phi'}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + z^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi_0)}}, \quad (3.49)$$

$$A_{\text{mag},z}(r, \phi, z) = 0. \quad (3.50)$$

Da der Zähler des Integranden der Gleichung (3.48) eine ungerade Funktion und der Nenner eine gerade Funktion ist, ergibt die Integration Null, wodurch $A_{\text{mag},r} = 0$ gilt.

Das Integral der Gleichung (3.49) ist in dieser Form nicht lösbar, wodurch es in den nächsten Schritten durch zwei Substitutionen in die elliptische Integralform überführt wird, damit eine Reihendarstellung des Integranden möglich ist [71].

Dabei gilt:

$$\Phi' = \frac{\pi - (\phi - \phi')}{2} \quad \text{mit} \quad \Phi' \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad (3.51)$$

bzw.

$$\cos(\phi - \phi') = 2 \sin^2 \Phi' - 1 \quad \text{und} \quad k^2 = \frac{4rr_0}{(r + r_0)^2 + z^2}. \quad (3.52)$$

Dadurch folgt:

$$A_{\text{mag},\phi}(r, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{2\pi \sqrt{(r + r_0)^2 + z^2}} \int_{\frac{\pi - \Phi'}{2}}^{\frac{3\pi - \Phi'}{2}} \frac{2 \sin^2 \Phi' - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Phi'}} d\Phi'. \quad (3.53)$$

Da über eine ganze Periode integriert wird, können die Integrationsgrenzen folgendermaßen vereinfacht werden:

$$A_{\text{mag},\phi}(r, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{2\pi \sqrt{(r + r_0)^2 + z^2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 \Phi' - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Phi'}} d\Phi'. \quad (3.54)$$

Die Ausnutzung der Symmetrie im Nullpunkt durch die gerade Funktion und weitere Umformungen ergeben dann:

$$A_{\text{mag},\phi}(r, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{\pi \sqrt{(r + r_0)^2 + z^2}} \cdot \left(\underbrace{\left(\frac{2}{k^2} - 1 \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\Phi'}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Phi'}}}_{\text{Erster Art}} - \underbrace{\frac{2}{k^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Phi'} d\Phi'}_{\text{Zweiter Art}} \right). \quad (3.55)$$

Diese Integrale werden elliptische Integrale erster und zweiter Art genannt und sind analytisch nicht lösbar [66, 67]. Sie können allerdings näherungsweise durch eine binomische Reihenentwicklung gelöst werden, indem der Integrand als Summe dargestellt wird und dann integriert wird. Damit die Summe schnell konvergiert muss $k \ll 1$ gelten, wodurch der Radius der Leiterschleife $r_0^2 \ll r^2 + z^2$ sein muss. Dadurch gilt die Näherung nicht für Bereiche nahe der Leiterschleife.

Die Definition der binomischen Reihe ist laut [72]:

$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k . \quad (3.56)$$

Die Reihendarstellung für das elliptische Integral erster Art ist:

$$\begin{aligned} (1 - k^2 \sin^2 \Phi')^{-\frac{1}{2}} &= \sum_{m=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{m} (-k^2 \sin^2 \Phi')^m \\ &= 1 + \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \Phi' + \frac{3}{8} k^4 \sin^4 \Phi' + \frac{5}{16} k^6 \sin^6 \Phi' + \frac{35}{128} k^8 \sin^8 \Phi' + \mathcal{O}(k^{10} \sin^{10} \Phi') \end{aligned} \quad (3.57)$$

und für die folgende Integration:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \Phi')^{-\frac{1}{2}} d\Phi' = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} k^2 + \frac{9\pi}{128} k^4 + \frac{25\pi}{512} k^6 + \frac{1225\pi}{32768} k^8 + \mathcal{O}(k^{10}) . \quad (3.58)$$

Die Reihendarstellung für das elliptische Integral zweiter Art ist:

$$\begin{aligned} (1 - k^2 \sin^2 \Phi')^{\frac{1}{2}} &= \sum_{m=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{m} (-k^2 \sin^2 \Phi')^m \\ &= 1 - \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \Phi' - \frac{1}{8} k^4 \sin^4 \Phi' - \frac{1}{16} k^6 \sin^6 \Phi' - \frac{5}{128} k^8 \sin^8 \Phi' + \mathcal{O}(k^{10} \sin^{10} \Phi') \end{aligned} \quad (3.59)$$

und für die folgende Integration:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \Phi')^{\frac{1}{2}} d\Phi' = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{128} k^4 - \frac{5\pi}{512} k^6 - \frac{175\pi}{32768} k^8 + \mathcal{O}(k^{10}) , \quad (3.60)$$

wobei verallgemeinert für den Binomialkoeffizienten bei $\alpha \in \mathbb{C}$ gilt [72]:

$$\binom{\alpha}{m} = \begin{cases} \frac{\prod_{n=0}^{m-1} (\alpha - n)}{m!} & \text{für } m > 0 \\ 1 & \text{für } m = 0 \\ 0 & \text{für } m < 0 \end{cases} . \quad (3.61)$$

Somit ergibt sich aus Gleichung (3.55) folgende Näherung und schlussendlich das magnetische Vektorpotential für die Leiterschleife:

$$A_{\text{mag},\phi}(r, z) = \frac{i_0 \mu_0 r_0}{\pi \sqrt{(r + r_0)^2 + z^2}} \left(\frac{\pi}{16} k^2 + \frac{3\pi}{64} k^4 + \frac{75\pi}{2048} k^6 - \frac{1225\pi}{32768} k^8 + \mathcal{O}(k^{10}) \right) \\ \approx \frac{i_0 \mu_0}{4} \frac{r r_0^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} . \quad (3.62)$$

Durch $\vec{B} = \text{rot}(A_{\text{mag},\phi} \vec{e}_\phi)$ ergibt sich folgende magnetische Flussdichten in Zylinderkoordinaten:

$$\vec{B}(r, z) = \begin{bmatrix} B_r \\ B_\phi \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} A_{\text{mag},z} - \frac{\partial}{\partial z} A_{\text{mag},\phi} \\ \frac{\partial}{\partial z} A_{\text{mag},r} - \frac{\partial}{\partial r} A_{\text{mag},z} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \cdot A_{\text{mag},\phi} - \frac{\partial}{\partial \phi} A_{\text{mag},r} \right) \end{bmatrix} \approx \frac{i_0 \mu_0 r_0^2}{4} \begin{bmatrix} \frac{3rz}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \\ 0 \\ \frac{2z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

bzw. in Kugelkoordinaten ($R = \sqrt{r^2 + z^2}$):

$$\vec{B}(R, \theta) = \begin{bmatrix} B_R \\ B_\theta \\ B_\phi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{i_0 \mu_0 r_0^2}{2} \frac{\cos \theta}{R^3} \\ \frac{i_0 \mu_0 r_0^2}{4} \frac{\sin \theta}{R^3} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (3.64)$$

Wie in der Gleichung (3.39) wird nun daraus die Gegeninduktivität berechnet. Dabei wird wiederum angenommen, dass die magnetische Flussdichte näherungsweise homogen durch die Fläche der gesuchten Spule A_S ist:

$$M_{n,S}(r, z) = \begin{bmatrix} M_r \\ M_\phi \\ M_z \end{bmatrix} \cdot \vec{e}_{A_S} \approx \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r r_0^2}{4} \begin{bmatrix} \frac{3rz}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \\ 0 \\ \frac{2z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \end{bmatrix} \cdot \vec{e}_{A_S} \quad (3.65)$$

bzw. in Kugelkoordinaten:

$$M_{n,S}(R, \theta) = \begin{bmatrix} M_R \\ M_\theta \\ M_\phi \end{bmatrix} \cdot \vec{e}_{A_S} \approx \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r r_0^2}{2} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{R^3} \\ \frac{1}{2} \frac{\sin \theta}{R^3} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{e}_{A_S} . \quad (3.66)$$

Dadurch, dass sich auch die Fläche der gesuchten Spule drehen kann (siehe Abb. 3.21) und somit das Skalarprodukt der Gegeninduktivität variiert, ergibt sich folgende Gleichung:

Zylinderkoordinaten:

$$M_{n,S}(r, z, \alpha, \beta) = \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r r_0^2}{4(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} (3rz \cos \alpha + (2z^2 - r^2) \sin \alpha) \cos \beta . \quad (3.67)$$

Kugelkoordinaten:

$$M_{n,S}(R, \theta, \alpha, \beta) = \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r r_0^2}{2R^3} \left(\cos \theta \cos \alpha + \frac{\sin \theta}{2} \sin \alpha \right) \cos \beta. \quad (3.68)$$

Der Einfluss des Winkel γ kann vernachlässigt werden, wenn angenommen werden kann, dass sich die magnetische Flussdichte homogen innerhalb der gesuchten Spule S aufgrund der näherungsweise quadratischen Größe verhält.

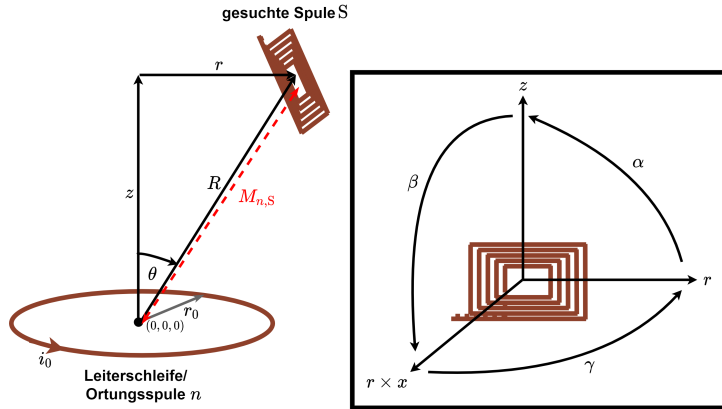


Abb. 3.21.: Leiterschleife mit Radius r_0 und die gesuchte Spule mit allen geometrischen Parametern. Die Spule ist im rechten Bild orthogonal zur z -Achse bzw. liegt auf der r - $r \times z$ -Ebene.

Um die Korrektheit der Gleichung (3.67) in Zylinderkoordinaten zu überprüfen, wird der Verlauf der Gegeninduktivität mit dem Verlauf der Gegeninduktivität einer äquivalenten CST Simulation in Abb. 3.22(b) und der Berechnung der Neumann-Gleichung (siehe Unterkapitel 3.4.4) verglichen. Dabei beinhaltet die CST Simulation die Berechnung zwischen der Gegeninduktivität $M_{n,S}$ zweier Leiterschleifen, wobei die gesuchte Spule/Leiterschleife S (rot) sich entlang der gestrichelten Linie/ z -Achse aus Abb. 3.22(a) mit der Verschiebung $x_S = 0$ mm und $y_S = 150$ mm bewegt.

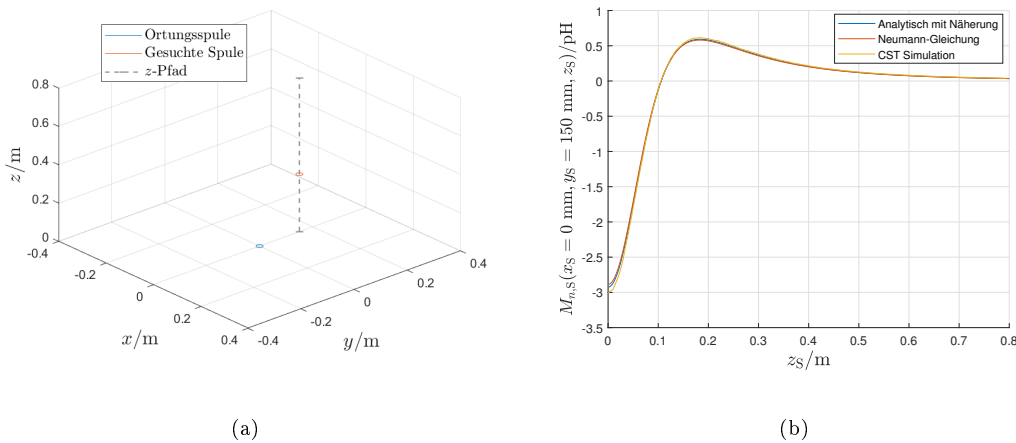


Abb. 3.22.: Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung der Gegeninduktivität $M_{n,S}(x_S = 0 \text{ mm}, y_S = 150 \text{ mm}, z_S)$ zwischen zwei gleichen Leiterschleifen mit $r_0 = 10$ mm. Links: Aufbau der Ortungsumgebung mit dem Verlauf auf den z -Pfad für die gesuchte Spule. Rechts: Verlauf der Gegeninduktivität für verschiedene Berechnungsverfahren aus der linken Ortungsumgebung

Es zeigt sich in den Abb. 3.23(a), 3.23(b) und 3.22(b), dass die simulierten Werte durch das Simulationsprogramm CST Studio Suite[®] und der analytischen Gleichung sehr gut übereinstimmen und die Unterschiede nur marginal sind. Leider ist die analytische Gleichung zur Berechnung der Gegeninduktivität (3.67) nur gültig, wenn einer der beiden Spule (durch die Reziprozität der Gegeninduktivität) eine Leiterschleife ist, wobei die jeweils andere Spule durch die durchdringende Fläche A_S nur Annahme der homogenen Verteilung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}(r, z)$ bestimmt werden kann. Die Folge ist, dass die Gegeninduktivität (siehe Abb. 3.22(b)) nur sehr gering ist, wodurch sehr geringe Signalstärken folgen und eine signalstärkebasierte Auswertung erschwert wird. Zusätzlich sind die Gegeninduktivitäten sehr nahe an der Leiterschleife durch die Vernachlässigung der Leiterschleifenstruktur nicht korrekt. So würde $M_{n,s}(0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 90^\circ, 0^\circ) = 0 \text{ H}$ laut Gleichung (3.67) ergeben, wobei hier in der Realität die Kopplung mit $k_{n,s} = 1$ bzw. die Gegeninduktivität $M_{n,s} = \sqrt{L_n L_s}$ maximal wäre. Somit muss ein gewisser Mindestabstand gelten, dass $r_0^2 \ll r^2 + z^2$ gilt, dessen Abweichung besonders in Abb. 3.23(a) und 3.23(b) sehr deutlich wird. Allerdings ergeben sich durch die Gleichung (3.67) viele Eigenschaften der Gegeninduktivität, welche für die induktive Ortung genutzt werden können.

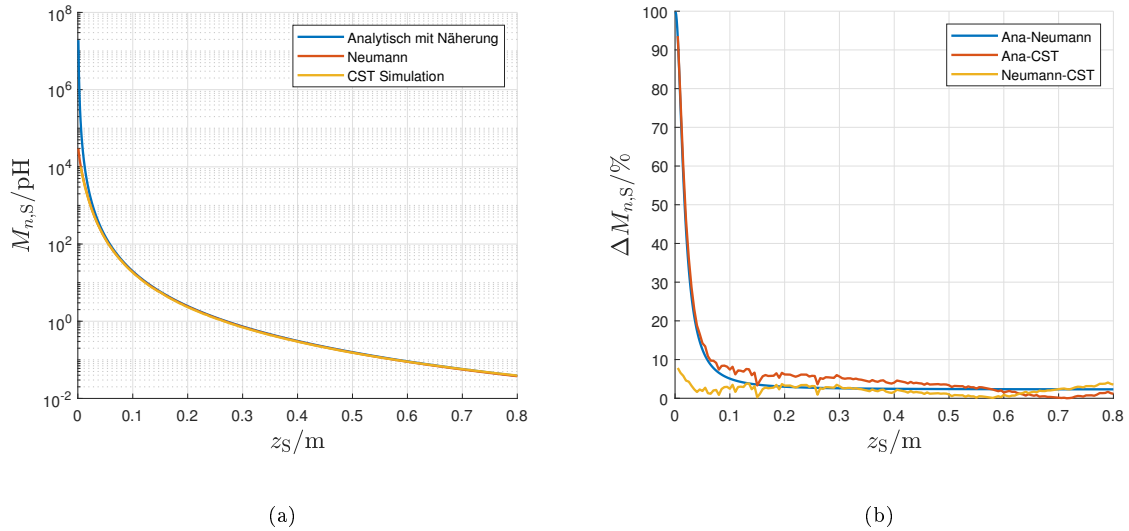


Abb. 3.23.: Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung der Gegeninduktivität $M_{n,s}(x_S = 0 \text{ mm}, y_S = 0 \text{ mm}, z_S)$ zwischen zwei gleichen Leiterschleifen mit $r_0 = 10 \text{ mm}$. Links: Verlauf der jeweiligen Berechnungsarten Rechts: Prozentuale Differenz der verschiedenen Berechnungsarten

3.4.3. 3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ von einer beliebigen Spulengeometrie

Im Unterkapitel 3.4.2 wurde analytisch die Beschreibung der Gegeninduktivität zwischen einer Leiterschleife und einer Spule mit N -Windungen hergeleitet. Hier wurde angenommen, dass die Feldverteilung innerhalb der zweiten Spule näherungsweise homogen ist und die Drehung mit den Winkel γ (d.h. die Ausrichtung der Spule bleibt, aber die durchdringende Fläche ist gedreht (siehe Abb. 3.21)) zu vernachlässigen ist.

Die magnetische Feldverteilung von einer planaren Spulengeometrie (Blackbox (BB)) kann ab einen gewissen Mindestabstand als homogen betrachtet werden. Gleichung

(3.67), (3.39) und (3.41) haben diese Aussage bestätigt. Dort ist ein konstanter Vorfaktor $M_{0,n,m}$ enthalten, welche die Kopplung zwischen den Spulen anhand deren Geometrie verstärkt. Auf Basis dieser Kenntnisse können die Gleichungen aus Unterkapitel 3.4.2 verallgemeinert dargestellt werden als:

Zylinderkoordinaten:

$$M_{n,m}(r, z, \alpha, \beta) \approx M_{0,n,m} \frac{(3rz \cos \alpha + (2z^2 - r^2) \sin \alpha) \cos \beta}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (3.69)$$

oder in Kugelkoordinaten:

$$M_{n,m}(R, \theta, \alpha, \beta) \approx M_{0,n,m} \frac{(\cos \theta \cos \alpha + \frac{\sin \theta}{2} \sin \alpha) \cos \beta}{R^3} . \quad (3.70)$$

Hierbei wurde allerdings die Näherungen aus Unterkapitel 3.4.2 vorerst übernommen. Auch wurde die unterschiedlichen Radien der jeweiligen Windungen bei den Spulen nicht berücksichtigt, wodurch eine Ungenauigkeit entsteht.

Abb. 3.24 stellt diesen Ansatz als Kopplung zwei unbekannter Spulengeometrien in Form von Blackboxen (BB1 und BB2) dar, in der die magnetische Feldstärke \vec{B}_1 durch die durchdringende Fläche $\vec{A}_2(\text{rot})$ für die Induktion hier als homogen betrachtet werden, wodurch die beiden Faktoren unabhängig sind und somit miteinander multipliziert werden können.

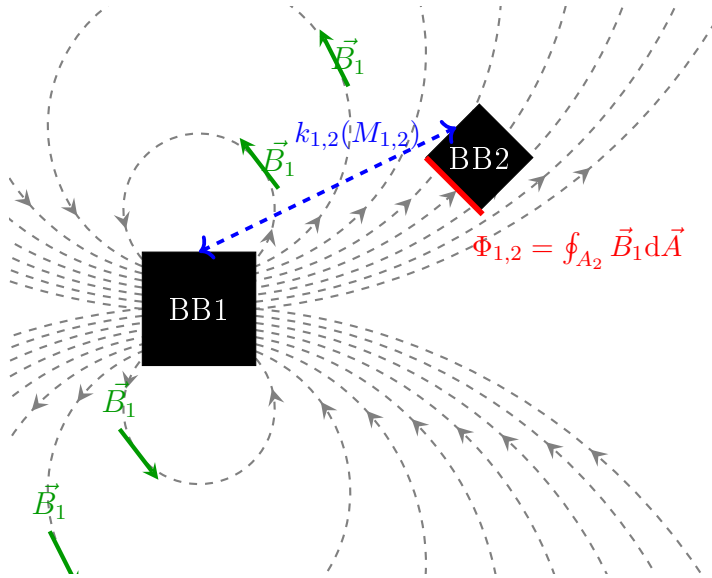


Abb. 3.24.: Konzept der induktiven Ortung als Black Box Modell

Um die Aussagen zu prüfen, wurde anhand des elektromagnetischen Feldsimulationsprogrammes CST Studio Suite[®] Gegeninduktivitäten zwischen jeweils zwei planare und baugleiche Ortungsspulen aus unterschiedlichen Richtungen (siehe Abb. 3.25) berechnet. In Abb. 3.25 sind zwei beliebige planare Ortungsspulen (1. und 2.) in unterschiedlicher Ausrichtung gekoppelt zur gesuchten beliebigen planaren Spule S in der Simulationsumgebung von CST Studio Suite[®] dargestellt. Diese Kopplung wird durch die Gegeninduk-

tivitäten $M_{1,S}$ und $M_{2,S}$ dargestellt, um verschiedene Ausrichtungen bzw. Ausprägungen der Kopplung zu überprüfen. Die gesuchte Spule S bewegt sich für die Verifikation durch den Raum mit den Koordinaten aus $\vec{r}_S = (x_S, y_S, z_S)$, wobei die jeweiligen Gegeninduktivitäten ermittelt werden. Der Koordinatenursprung ist mit $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$ gekennzeichnet.

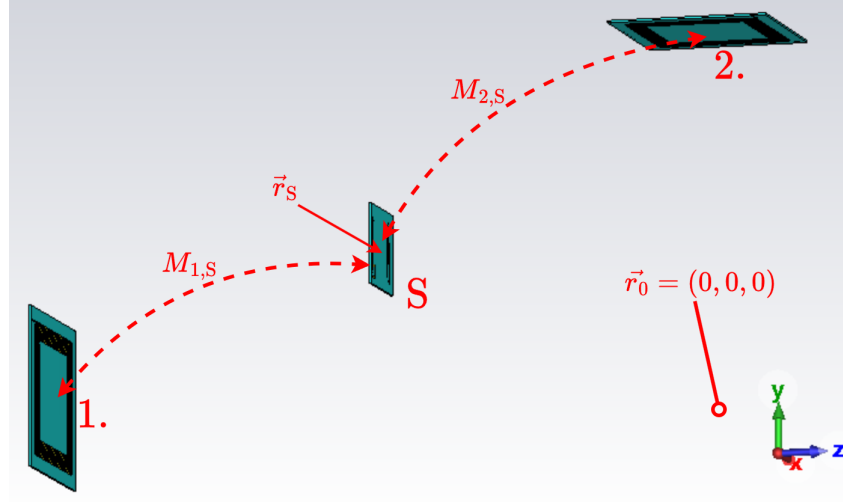


Abb. 3.25.: Zwei beliebige planare Ortungsspulen (1. und 2.) in unterschiedlicher Ausrichtung gekoppelt zur gesuchten beliebigen planaren Spule S.

Der gesuchte konstante Anpassungsfaktor für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ wurde durch die ermittelte Gegeninduktivität $M_{n,S,\text{Sim}}(r, z, \alpha, \beta)$ aus CST Studio Suite[®] berechnet, wodurch aus Gleichung (3.69) folgt:

$$M_{0,n,S} \approx \frac{M_{n,S,\text{Sim}}(r, z, \alpha, \beta)(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}{(3rz \cos \alpha + (2z^2 - r^2) \sin \alpha) \cos \beta} . \quad (3.71)$$

In Abb. 3.26 wurde aus (3.71) der Anpassungsfaktor für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ berechnet. Links ist der Verlauf für des Anpassungsfaktors die erste Spule (1.) und rechts für die zweite Spule (2.) dargestellt. Der Verlauf der Koordinaten der gesuchten Spule S ist bei beiden Graphen gleich, aber aufgrund der unterschiedlichen Perspektiven muss das Koordinatensystem angepasst werden, wodurch unterschiedliche Aspekte der Gleichung (3.69) berücksichtigt werden. Die Transformation ist in diesem Fall wie folgt:

$$y_2 = z_1, z_2 = y_1 + 200 \text{ mm}, x_2 = x_1 = 0 \text{ mm} \text{ und } \beta_2 = \alpha_1 - 90^\circ . \quad (3.72)$$

In Abb. 3.21 sind die jeweiligen Definitionen für die Koordinaten und Ausrichtungen für die Beziehung zwischen zwei Spulen laut (3.67) dargestellt.

Es zeigt sich in Abb. 3.26, dass der Verlauf des Anpassungsfaktors für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ nicht konstant ist, sich aber zu einem Wert ab einer gewissen Entfernung zur Ortungsspule konvergiert. Da Abb. 3.26(a) und 3.26(b) die gleiche Skalierung haben, ist erkennbar, dass sogar beide Graphen scheinbar einen ähnlichen Anpassungsfaktor besitzen. Nahe der Ortungsspulen (Abb. 3.26(a): $z_S \leq -100 \text{ mm}$; Abb. 3.26(b): $|y_S| \leq 300 \text{ mm}$) ist die Anpassung aufgrund der Vernachlässigung der Spulengeometrie (bei der Leiter-schleife der Radius r_0 aus Gleichung (3.55) in Kapitel 3.4.2) und geringfügig durch die kapazitive Kopplung durch die Spulen veränderlich. In Gleichung (3.39) aus Kapitel 3.4.1

ist die Geometrie berücksichtigt, aber aufgrund der komplexen Beschreibung nur im 1D-Fall darstellbar. Bei einer komplexen planaren Spulengeometrie mit mehreren Windungen ist es unmöglich, diese in nachvollziehbarer Form analytisch zu beschreiben. Abb. 3.26(a) und 3.26(b) zeigt auch, dass unterschiedliche Ortungsparameter wie eine Verschiebung oder die Ausrichtung auch Einfluss auf den Anpassungsfaktor hat und somit eine Beschreibung des Wertes deutlich komplexer gestaltet.

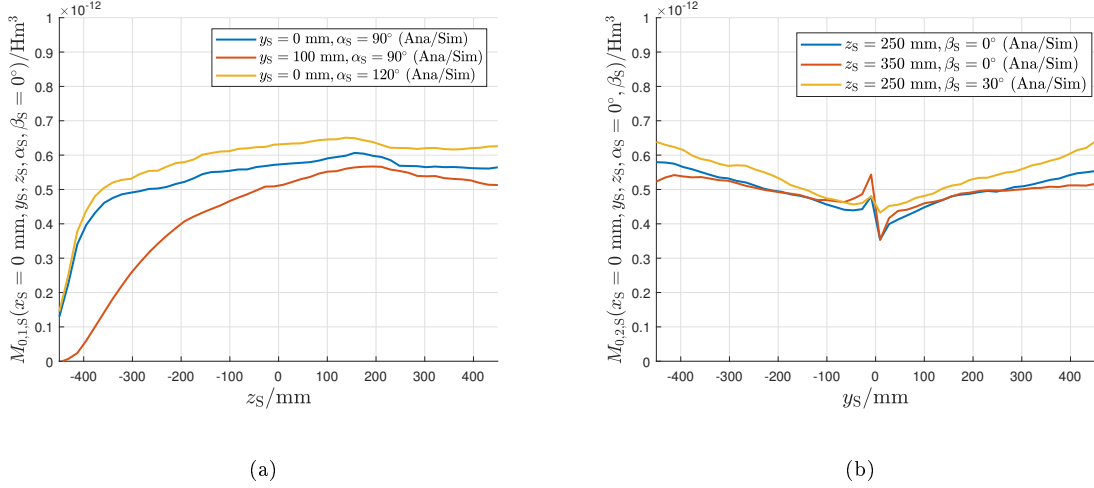


Abb. 3.26.: Verlauf des Anpassungsfaktors für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ entlang der z -Achse aus Abb. 3.25 für zwei baugleiche Ortungsspulen aus unterschiedlichen Perspektiven

Um die Auswirkungen der Differenzen zu bewerten, wurde der konvergierte Wert aus Abb. 3.26(a) für den einfachsten Fall ($y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$) mit

$$M_{0,1,S} = M_{0,2,S} = 0,5645210113242655 \text{ pH m}^3 \quad (3.73)$$

gewählt.

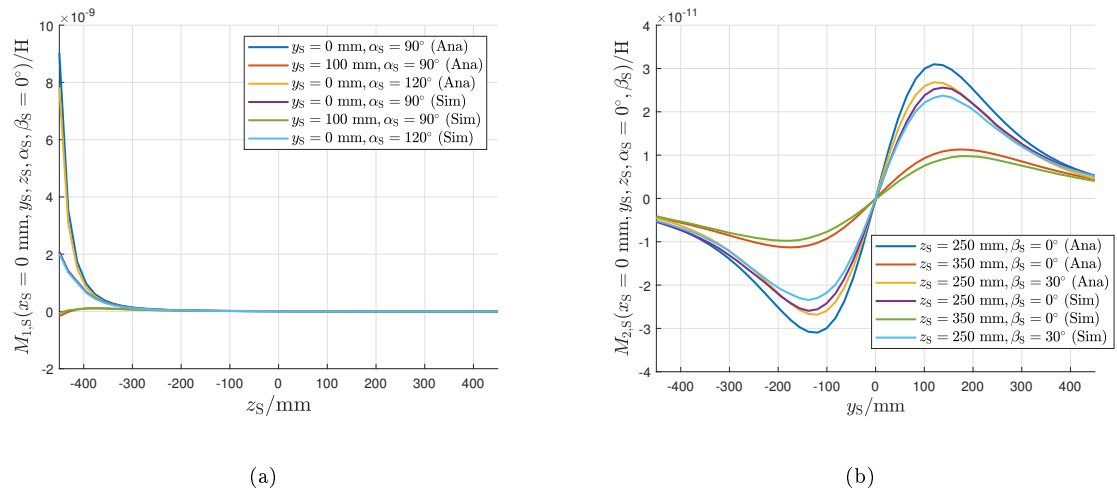


Abb. 3.27.: Verlauf der Gegeninduktivität durch den Anpassungsfaktor in (3.71) und der äquivalenten CST-Simulation

Beim Einsetzen des konstanten Anpassungswertes in die analytische Beschreibung der Gegeninduktivität aus Gleichung (3.71) entstehen die Gegeninduktivitätsverläufe aus den Abb. 3.27(a) und 3.27(b), welche in der Legende mit „(Ana)“ gekennzeichnet sind. „(Sim)“ bezeichnet die Gegeninduktivitäten aus der äquivalenten CST Studio Suite[®] Simulation zum Vergleich.

Es zeigt sich in Abb. 3.27(a), dass die Verläufe der Gegeninduktivitäten hier sehr gut übereinstimmen, allerdings in Abb. 3.27(b) sind einige Differenzen im Verlauf erkennbar, welche nahe der Ortungsspule sind und schon problematisch in Abb. 3.26(b) gezeigt wurde.

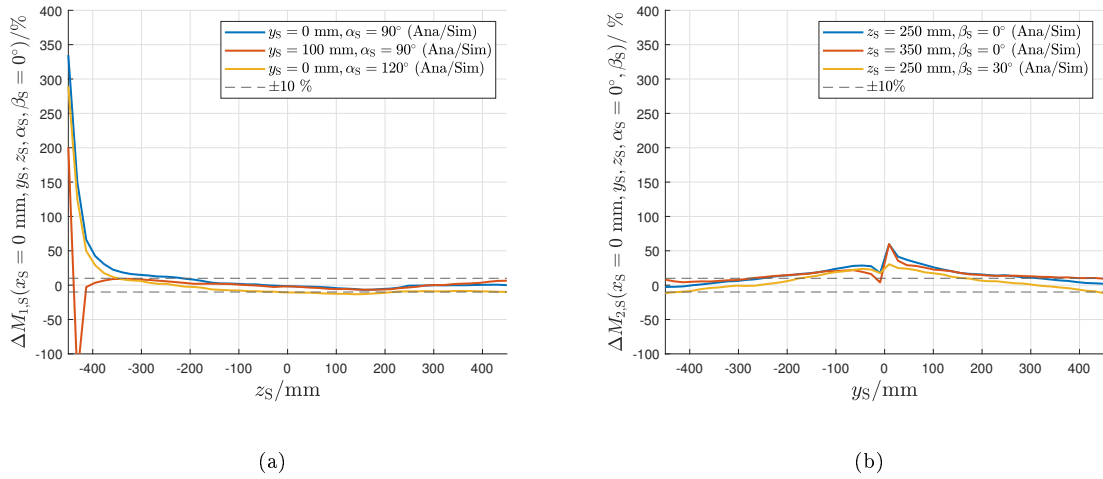


Abb. 3.28.: Prozentualer Fehler beider Berechnungsmethoden durch den Anpassungsfaktor und einer äquivalenten Feldsimulation

Da die Fehler in Abb. 3.27(a) schwer erkennbar sind, sind in Abb. 3.28 die prozentualen Fehler aufgetragen. Hier bestätigen sich die Erkenntnisse, dass nahe der Ortungsspulen die Fehler aufgrund der Vernachlässigung der Spulengeometrie größer ist, aber sich die Fehler einem konstanten Wert nähern. Wenn für die Anwendung ein Mindestabstand der Spulen sichergestellt werden kann oder durch entsprechende andere stochastische Verfahren Korrekturen vorgenommen werden können, kann in diesem Fall je nach Parameter ein Fehler von etwa $\pm 10\%$ angenommen werden. Ausgehend von (3.67) und (3.68) würde es nur für die Ungenauigkeit in diesem Fall eine Abweichung bei der Lokalisierung von $\sim 3\%$ ergeben.

Im Unterkapitel 3.4.2 wurde angenommen, dass der Einfluss des Ausrichtungswinkels γ aus Abb. 3.21, keinen relevanten Einfluss auf die Berechnung der Gegeninduktivität hat und somit vernachlässigt werden kann. Begründung war dafür, dass die Leiterschleife aufgrund ihrer runden und symmetrischen Geometrie diesen Einfluss relativiert. Für reale planare Spulen gilt diese perfekte Symmetrie nicht, da die Windungen und die Leitungsverläufe nebeneinander sind und somit das durchdringende Magnetfeld je nach Drehung γ variiert. In Abb. 3.29 ist im Feldsimulator CST Studio Suite[®] die Ausrichtung einer planaren quadratischen Spule für unterschiedliche Winkel dargestellt. Je nachdem wie die magnetische Feldverteilung ist, werden an der Spule durch die Drehung andere magnetische Feldanteile durchdrungen und können so eine andere Kopplung ergeben.

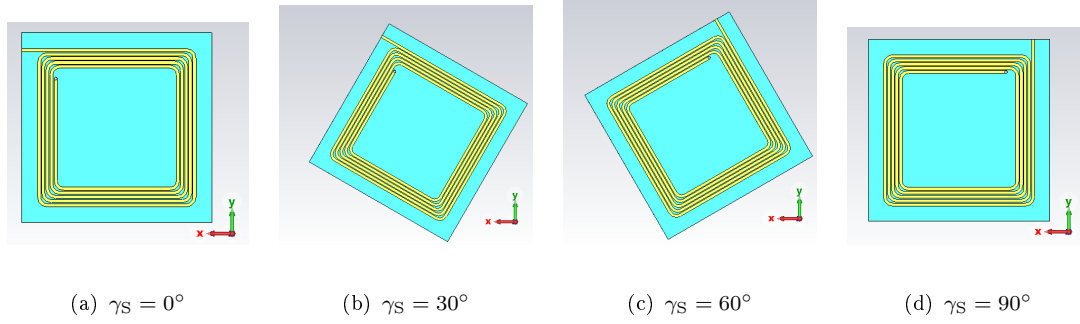


Abb. 3.29.: Darstellung des Ausrichtungswinkels γ_S für verschiedene Werte anhand einer planaren quadratischen Spule

In Abb. 3.30(a) ist der Verlauf der Gegeninduktivität mit $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm für verschiedene Drehungen durch den Winkel γ_S dargestellt, wobei kein Unterschied sichtbar ist. Die prozentuale Abweichung in Abb. 3.30(b) bestätigt diese Aussage, die Abweichung ist unter einem Prozent, wobei hier noch das numerische Rauschen der CST-Simulation berücksichtigt werden muss. Die größere Abweichung nahe der Ortungsspule bei etwa $z_S = -430$ mm entsteht durch den Nulldurchgang der Gegeninduktivität.

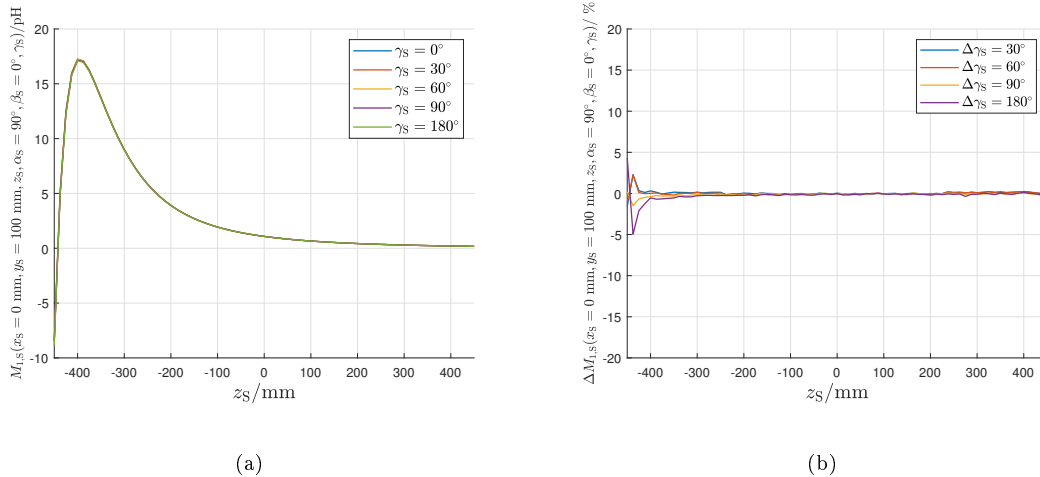


Abb. 3.30.: Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm für verschiedene Drehungen durch den Winkel γ_S ; Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$

Um eine allgemeinere Aussage zu treffen, werden außer quadratische Spulen auch weitere rechteckige Spulen aus Abb. 3.31 genutzt.

In Abb. 3.32 ist die jeweilige prozentualen Abweichungen der Spule aus Abb. 3.31(b) (Lange Spule) dargestellt. Hier wird deutlich, dass der Ausrichtungswinkel γ_S doch Einfluss auf den Verlauf der Gegeninduktivität besitzt. In Abb. 3.32(a) ist bereits das Maximum der Gegeninduktivität abhängig von der Ausrichtung γ_S , wobei wie zu erwarten die Gegeninduktivität bei $\gamma_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 180^\circ$ ziemlich gleich ist und hier wirklich vernachlässigt werden kann (in Abb. 3.32(a) überdecken sich beide Verläufe, wodurch nur der grüne Verlauf dargestellt wird). Die prozentuale Differenz in Abb. 3.32(b) zeigt, dass auch hier nahe der Ortungsspule (bei etwa $z_S \leq -100$ mm) der Ausrichtungswinkel γ_S die höchste Abhängigkeit zeigt.

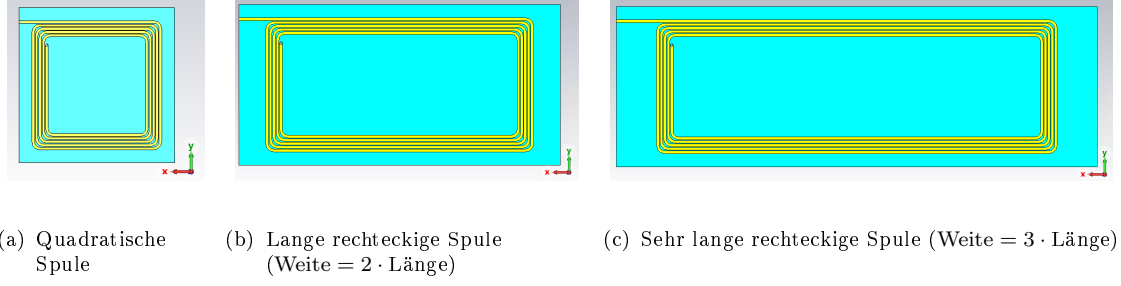


Abb. 3.31.: Verschiedene Spulengeometrien, um den Einfluss des Ausrichtungswinkels γ zu untersuchen

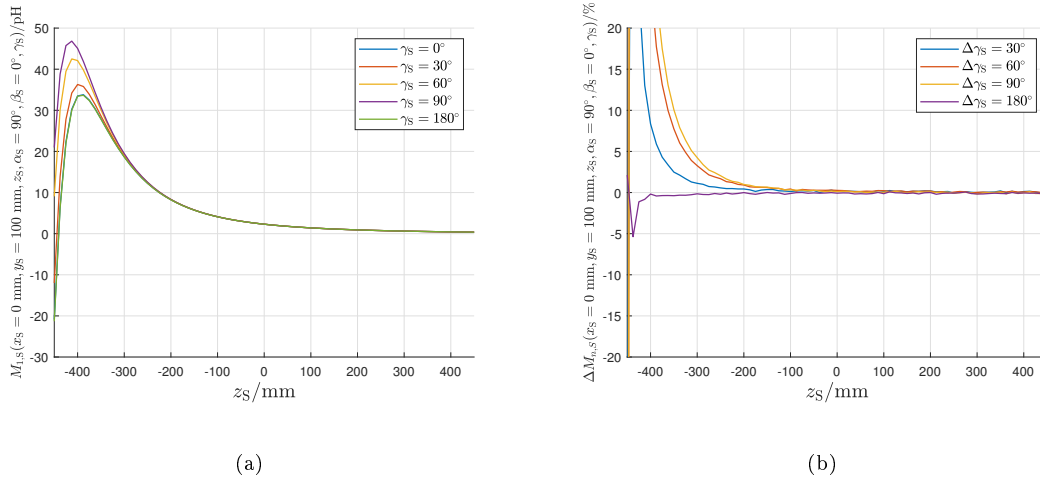


Abb. 3.32.: Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm für verschiedene Drehungen durch den Winkel γ_S durch die lange Spule aus Abb. 3.31(b); Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$

Um diesen Effekt weiter zu analysieren wurde in Abb. 3.33 die Perspektive wie in Abb. 3.25 geändert. Hier bestätigt sich der Effekt der Abhängigkeit des Ausrichtungswinkels γ_S nahe der Ortungsspule bei etwa $|y_S| \leq 300$ mm. Die große Abweichung bei $y_S = 0$ mm entsteht hier auch ähnlich wie bei Abb. 3.32 durch den Nulldurchgang.

Um den Effekt noch weiter zu verstärken und die Annahme zu bestätigen, dass bei nicht quadratischen Spulengeometrien der Winkel γ für die Berechnung der Gegeninduktivität relevant ist, wird eine sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c) genutzt und hier die Abhängigkeiten in Abb. 3.34 dargestellt. Hier zeigt sich ein deutlich stärkerer Effekt im Vergleich zu langen Spule aus Abb. 3.31(b) und Abb. 3.32.

Es hat sich gezeigt, dass nahe der Ortungsspulen sowohl durch den Anpassungsfaktors für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ als auch die Abhängigkeit der Ausrichtungswinkels γ für nicht quadratische Spulengeometrien hohe Abweichungen entstehen können. Der Grund beim Anpassungsfaktor ist die Vernachlässigung der Eigenschaften der Spulengeometrie die sehr nahe an der Ortungsspule einen großen Einfluss auf die Gegeninduktivität hat. Beim Ausrichtungswinkels γ ist ebenfalls nahe der Ortungsspule die magnetische Feldstärke und somit auch die Kopplung am größten. Wenn hier die durchdringende Fläche A_S (aus Gleichung (3.67)) sich verändert, wird auch ein anderes Magnetfeld eingefangen und somit resultiert auch ein anderer Gegeninduktivitätswert. Ab einen gewissen Abstand

3. ERMITTLUNG UND MODELLIERUNG DER PARAMETER FÜR EINE INDUKTIVE KOPPLUNG

ist dieser Effekt vernachlässigbar, da das Feld aufgrund der Ausbreitung näherungsweise homogen wird.

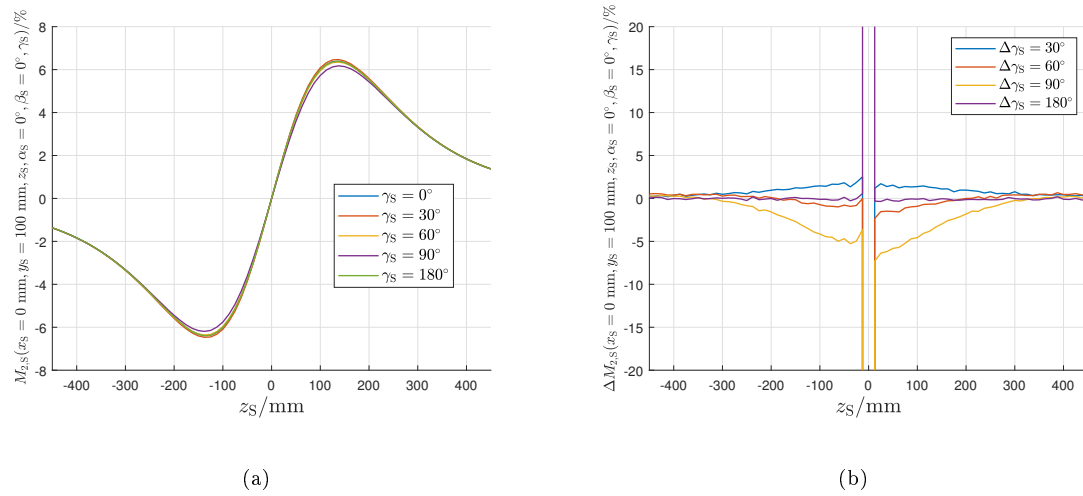


Abb. 3.33.: Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0 \text{ mm}$ und $y_S = 100 \text{ mm}$ durch den Winkel γ_S durch die lange Spule aus Abb. 3.31(b) von einer anderen Perspektive; Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$)

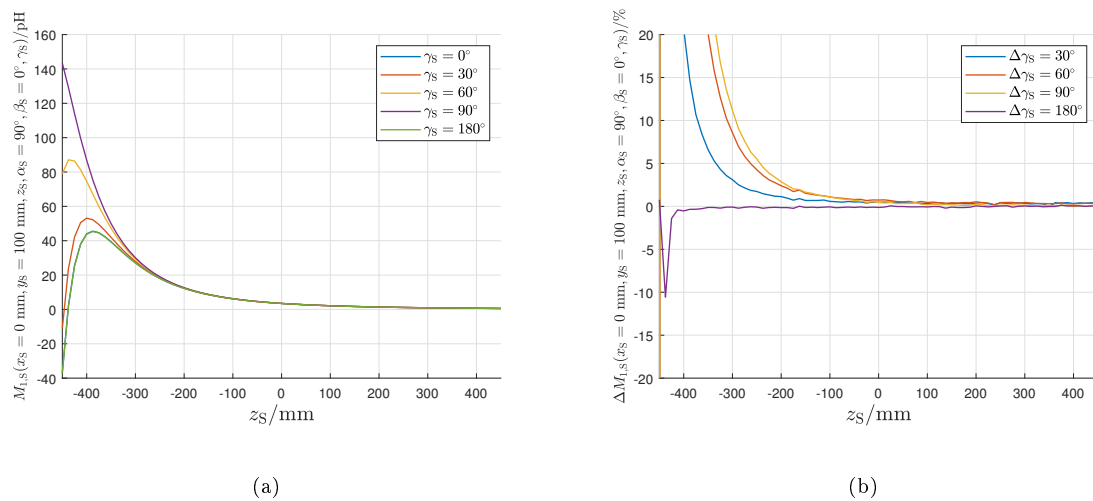


Abb. 3.34.: Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0 \text{ mm}$ und $y_S = 100 \text{ mm}$ durch den Winkel γ durch die sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c); Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$)

Diese Erkenntnisse können für einige Sonderfälle dennoch genutzt werden, um eine hochkomplexe Beschreibung der Kopplung zwischen Spulen zu vereinfachen. Dabei müssen die Randbedingungen allerdings eingehalten werden oder die Abweichungen durch andere Verfahren kompensiert werden.

3.4.4. 3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ beliebiger Spulengeometrien durch Neumann-Gleichung

In Kapitel 3.4.2 wurde anhand der Gleichung (3.67) die 3D-Gegeninduktivität $M_{n,m}(x, y, z)$ für eine Leiterschleife und diverse Näherungen hergeleitet und für diese Randbedingungen verifiziert. Leider ist resultierend Gegeninduktivität für Leiterschleifen sehr gering und für reale Umsetzungen nicht empfehlenswert. Aus diesen Gründen soll in diesem Unterkapitel eine Gleichung zur Berechnung der Gegeninduktivität zwischen zwei beliebige Spulenstrukturen mit mehreren Windungen hergeleitet werden.

Als Ansatz wird hier erneut die allgemeine Lösung für das magnetische Vektorpotential im magneto(quasi)statischen Fall/Nahfeld allerdings wird nun die linienhafte Stromdichteverteilung i_0 genutzt [51]:

$$\vec{A}_{\text{mag}}(\vec{r}) = \frac{\mu i_0}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{l}' . \quad (3.74)$$

Hier beschreibt (3.74) das Kurvenintegral entlang des Leiters/Spule \mathcal{C}_m . Nun ist die allgemeine Gegeninduktivität durch das magnetische Vektorpotential definiert als:

$$M_{m,n} = \frac{1}{i_0} \underbrace{\int_{A_n} \vec{B}_m d\vec{A}}_{\Phi_{m,n}(i_0)} = \frac{1}{i_0} \int_{A_n} \text{rot}(\vec{A}_{\text{mag},m}) d\vec{A} \stackrel{\text{Satz v. Stokes}}{=} \frac{1}{i_0} \oint_{\mathcal{C}_n} \vec{A}_{\text{mag},m} d\vec{l} . \quad (3.75)$$

Hier ist \mathcal{C}_n die Pfad um die Begrenzung der Fläche A_n .

Durch das Einsetzen der Gleichung (3.74) in (3.75) folgt die Neumann-Gleichung zur Berechnung der Gegeninduktivität zwischen den Spulenpfaden \mathcal{C}_m und \mathcal{C}_n [43]:

$$M_{m,n} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}_n} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{d\vec{l}' d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} , \quad (3.76)$$

bzw. mit besserer Unterscheidung der Spulengeometrien \mathcal{C}_m und \mathcal{C}_n :

$$M_{m,n} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}_n} \oint_{\mathcal{C}_m} \frac{d\vec{r}_m d\vec{r}_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} . \quad (3.77)$$

Nachteil der Neumann-Gleichung ist, dass diese sehr allgemein ist und sich wenig Eigenschaften über konkrete Anwendungsfälle ableiten lassen. Analytisch lässt sich aus der Gleichung für konkrete Spulen mit mehreren Windungen nicht lösen, allerdings kann die Gleichung in eine numerische Umsetzung genutzt werden, indem die Bestandteile der Spulengeometrie diskretisiert werden.

Eine numerische Umsetzung wurde in Abb. 3.22(b), wie für die analytische Gleichung aus Kapitel 3.4.2 und anhand einer äquivalenten CST Studio Suite[®] Simulation durchgeführt. Die Ergebnisse stimmen auch hier mit den anderen beiden Ansätzen überein und bestätigen, dass die Gleichung zur Berechnung der Gegeninduktivität anwendbar ist.

Somit lassen sich wie in Abb. 3.35 beliebige Spulengeometrien anordnen und die gewünschten Gegeninduktivitäten berechnen.

Zusätzlich erlaubt die Neumann-Gleichung in angepasster Form auch die Berechnung der Eigeninduktivität L , da der gleiche Ansatz aus Gleichung (3.74) und (3.75) auch anwendbar ist (siehe Kapitel 3.3.2 bei der Gleichung (3.22)).

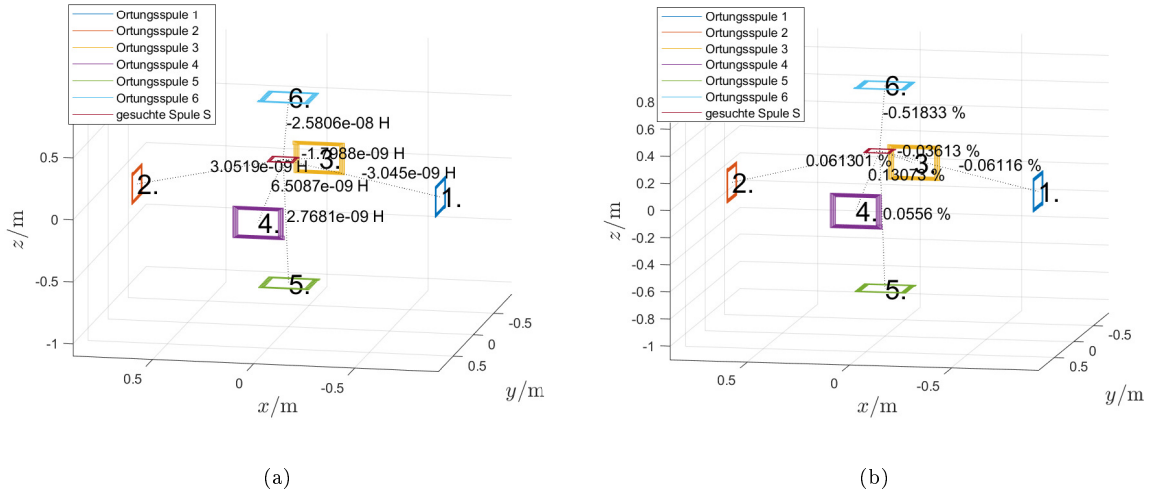


Abb. 3.35.: Darstellung der induktiven Ortungsumgebung mit den jeweiligen Gegeninduktivitäten aus der Neumann-Gleichung zur gesuchten Spule in der Mitte (links: Gegeninduktivitäten $M_{n,S}$; rechts: Kopplungsfaktoren $k_{n,S}$)

3.5. Ermittlung der Gegeninduktivitäten

Für die Lokalisierung ist es notwendig, die Gegeninduktivität messtechnisch zu bestimmen, um daraus die jeweiligen Ortskoordinaten der Spulenanordnung zu ermitteln. In Kapitel 3.1 wurden die unterschiedlichen Eigenschaften einer realen Spule dargestellt. Hier hat sich gezeigt, dass die induktive Kopplung durch die Gegeninduktivität $M_{m,n}$ großen Einfluss auf das komplette Systemverhalten des Ortungssystems hat. Da die Gegeninduktivitäten nicht direkt messbar sind, müssen diese indirekt durch diverse Spannungs- und Stromstärkemessungen ermittelt werden. Für reale Anwendungen wurde in Kapitel 3.2 gezeigt wie wichtig die Nutzung von Kompensationsschaltungen sind, um die Blindleistungen zu verringern und somit die Signalstärke zu erhöhen. Hier zeigte sich, dass Seriell-Parallel (SP) oder Seriell-Seriell (SS) je nach hohen oder geringen Lastwiderstand am sinnvollsten für die Ortung sind und daher in diesem Unterkapitel auch verwendet werden. Zusätzlich wird angenommen, dass der Betriebsbereich deutlich unterhalb der Eigenfrequenz f_{res} liegt. Dadurch können die parasitäre Kapazität C_P und die kapazitiven Verluste R_P vernachlässigt werden, sodass das magnetoquasistatische Ersatzschaltbild aus Abb. 3.2 anwendbar ist.

3.5.1. Zwei-Spulensystem

In Abb. 3.36 sind zwei gekoppelte Spulen (Sende- und Empfangsspule) mit entsprechender Kompensation (Seriell-Seriell (SS) und Seriell-Parallel (SP)) in einem elektrischen Schaltbild zusammengefasst, wodurch $i_1 = i_{L_1}$ gilt. Die gestrichelten grauen Kästen stellen die elektrischen Ersatzschaltbilder (ESB) von den Spulen da, welche nur als Gesamtsystem betrachtet werden können und beispielsweise nicht in den jeweiligen anliegenden

Spannungen gemessen werden können. Daher können nur Messungen zur Ermittlung der gesuchten Gegeninduktivität $M_{1,2}$ außerhalb der gestrichelten Linie durchgeführt werden.

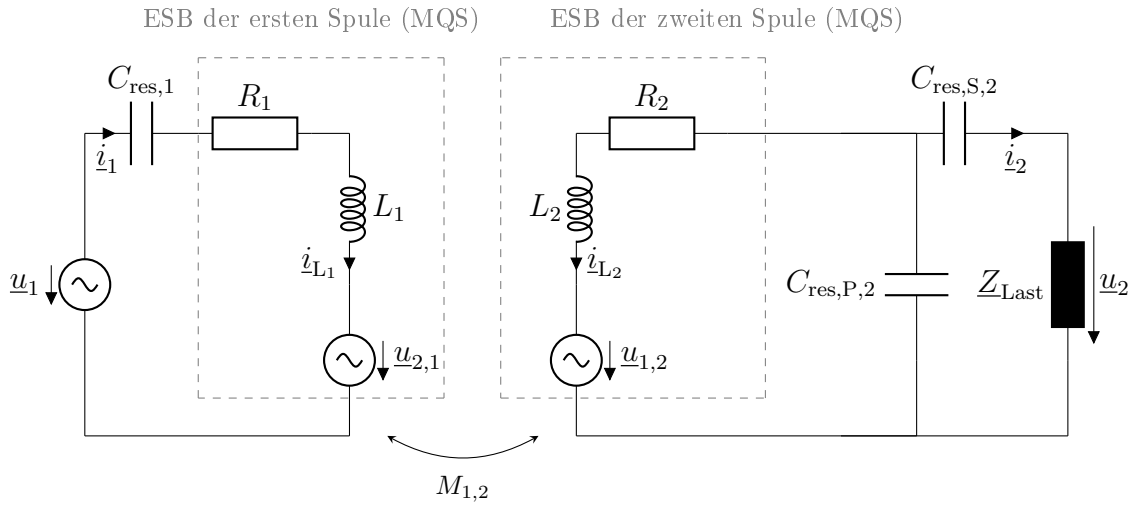


Abb. 3.36.: Elektrisches Ersatzschaltbild von zwei gekoppelten Spule in Reihenresonanz bei der Sendespule (1) und Reihen- bzw. Parallelresonanz mit Lastimpedanz $\underline{Z}_{\text{Last}}$ bei der Empfänger-spule (2) für den Magnetoquasistik(MQS)-Fall.

Je nach verwendeter Resonanzart in Abb. 3.36 ergeben sich unterschiedliche Eigenschaften bei den Spulenanordnungen. In Tab. 3.2 sind beide Möglichkeiten dargestellt und es wird gezeigt, wie die jeweilige Resonanzkapazität $C_{\text{res},x,2}$ für die Anordnung zu berechnen ist und welche Auswirkung diese Resonanz auf die transformierte Impedanz \underline{Z}_T und somit den Charakteristika der Anordnung hat.

Parameter	Seriell-Seriell (SS) ($C_{\text{res},P,2} \rightarrow 0$)	Seriell-Parallel (SP) ($C_{\text{res},S,2} \rightarrow \infty$)
\underline{Z}_T	$\frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{\frac{1}{j\omega C_2} + R_2 + j\omega L_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}}$	$\frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + j\omega L_2 + \frac{\underline{Z}_{\text{Last}}}{1 + j\omega C_2 \underline{Z}_{\text{Last}}}}$
$C_{\text{res},x,2}$	$\frac{1}{\omega^2 L_2}$	$\frac{\underline{Z}_{\text{Last}} + \sqrt{\underline{Z}_{\text{Last}}^2 - 4\omega^2 L_2^2}}{2\omega^2 L_2 \underline{Z}_{\text{Last}}}$
\underline{Z}_T mit $C_{\text{res},x,2}$	$\frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}}$	$\frac{\omega^2 M_{1,2}^2 (2R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}} + \sqrt{\underline{Z}_{\text{Last}}^2 - 4\omega^2 L_2^2})}{2(\omega^2 L_2^2 + R_2(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}))}$

Tab. 3.2.: Parameter der verschiedenen Resonanzarten bei einem Zwei-Spulensystems

Bei der Ermittlung der gesuchten Gegeninduktivität $M_{1,2}$ zwischen den beiden Spulen ergeben sich unterschiedliche Ansätze wie durch Spannungs- und Stromstärkegrößen der gesuchte Wert berechnet werden kann. Diese Ansätze haben unterschiedliche Vor- und Nachteile, welche im Folgenden dargestellt werden.

Ermittlung durch rückgeführte Induktion an einer Spule:

Da magnetische Kopplungen im Nahfeld agieren, gibt es nicht nur Auswirkungen auf den Empfänger sondern auch eine rückgeführte Induktion auf die Sendeelektronik und somit auch eine Veränderung des Betriebsverhalten. Diese Rückführung kann als transformierte Impedanz \underline{Z}_T dargestellt werden (siehe auch Gleichung (3.9)) und wird für Abb. 3.36 für die Sendespule (1) dargestellt als

$$\underline{u}_1 = \left(\frac{1}{j\omega C_{\text{res},1}} + R_1 + j\omega L_1 + \underbrace{\frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},P,2}} \parallel \left(\frac{1}{j\omega C_{\text{res},S,2}} + \underline{Z}_{\text{Last}} \right)}}_{\underline{Z}_T} \right) \underline{i}_1 . \quad (3.78)$$

Aus dieser Masche bei der Sendespule lassen sich für beide Resonanzfälle die Gegeninduktivität berechnen:

$$\boxed{\text{SS: } \lim_{C_{\text{res},P,2} \rightarrow 0} M_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{\omega^2} (R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}) \left(\frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} - R_1 \right)}}, \quad (3.79)$$

$$\boxed{\text{SP: } \lim_{C_{\text{res},S,2} \rightarrow \infty} M_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{\omega^2} \frac{2(w^2 L_2^2 + R_2(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}))}{2R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}} + \sqrt{\underline{Z}_{\text{Last}}^2 - 4w^2 L_2^2}} \left(\frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} - R_1 \right)}}. \quad (3.80)$$

Vorteile dieses Verfahrens sind, dass die Gegeninduktivität direkt an der Sendespule gemessen (durch \underline{u}_1 , \underline{i}_1 und die bekannten Spulen- und Bauteilparameter) und die Empfängerspule somit passiv (ohne einen Energieaufwand des Empfängersystems) geortet werden kann. Zusätzlich muss keine Anpassung am Empfängersystem in Form von Messelektronik für die Ortung unternommen werden. Allerdings geht in der transformierten Impedanz die Gegeninduktivität quadratisch ein (vgl. Gleichung (3.78)), wodurch sich die Messung erschweren kann, da die transformierte Impedanz bei höheren Abständen zu klein wird und damit die gemessene Spannung zu stark vom Rauschen oder anderen unerwünschten Einflüssen überlagert werden kann.

Ermittlung an beiden Spulen:

Durch die an der Empfängerspule gemessene Spannung \underline{u}_2 lässt sich ebenfalls die gewünschte Gegeninduktivität ermitteln:

$$\underline{u}_2 = j\omega M_{1,2} \underline{i}_1 - \underline{i}_{L_2} (j\omega L_2 + R_2) - \frac{\underline{i}_2}{j\omega C_{\text{res},S,2}} \quad (3.81)$$

Somit ergibt sich für die Gegeninduktivitäten im Resonanzfall:

$$\text{SS: } \lim_{C_{\text{res,P},2} \rightarrow 0} M_{1,2} = \underbrace{\frac{1}{j\omega} \left(1 + \frac{R_2}{Z_{\text{Last}}} \right)}_{\text{konstanter Faktor } K} \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_1} = K \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_1}, \quad (3.82)$$

$$\text{SP: } \lim_{C_{\text{res,S},2} \rightarrow \infty} M_{1,2} = \frac{R_2 + j\omega L_2 + \frac{Z_{\text{Last}}}{j\omega C_{\text{res,P},2} Z_{\text{Last}} + 1}}{\underbrace{j\omega \frac{Z_{\text{Last}}}{j\omega C_{\text{res,P},2} Z_{\text{Last}} + 1}}_{\text{konstanter Faktor } K}} \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_1} = K \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_1}. \quad (3.83)$$

Der Vorteil bei diesem Messverfahren ist, dass die Gegeninduktivität nur linear in die Berechnung eingeht, wodurch die Spannung besser messbar ist. Zusätzlich ist bei der Ermittlung zu den Messwerten nur ein konstanter Faktor K für die Berechnung der Gegeninduktivität nötig. Allerdings muss bei diesen Verfahren die Empfängerspule eine Messung übernehmen, wodurch ein zusätzlicher Energiespeicher und eine entsprechende Auswerteschaltung notwendig ist. Problematisch ist bei diesem Ansatz auch, dass die jeweilige Phasemessung der Spannung \underline{u}_2 und Stromstärke \underline{i}_1 synchron sein muss, was simulativ kein Problem darstellt, aber für reale Messungen ein großes Problem darstellt. Zusätzlich zur Synchronisierung ist auch ein Austausch der Daten zwischen den Spulen notwendig, um die Gegeninduktivität zu berechnen.

Für die Synchronisierung der Phase gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten. Ziel ist es die Phasendifferenz $\Delta\phi_{xy}$ zwischen der sendenden Spule x und der internen Phase der empfangenden Spule y zu ermitteln. Eine Möglichkeit ist wie bei GPS einen Zeitstempel mitzuschicken [5], dieser muss allerdings sehr präzise sein, damit daraus die Phasendifferenz ermittelt werden kann. Eine andere Möglichkeit ist die einmalige Nutzung der ersten Methode durch die rückgeführte Induktion um alle Informationen zu gewinnen und diese im Ortungssystem zu speichern. Alternativ kann auch durch eine Kreuzkorrelation die maximale Signalstärke zwischen den bekannten empfangenden Signal $x(\phi_x)$ und den abgespeicherten Signal $y(\phi_y)$ mit der internen Phase ϕ_y durch

$$\Phi_{xy}(\Delta\phi_{xy}) = E[x(\phi_x - \Delta\phi_{xy})y(\phi_y)]$$

ermittelt werden. Für diesen Lösungsweg ist allerdings eine präzise Abtastung des Signal notwendig.

Ermittlung durch Impedanzmatrix \mathbf{Z}

Simulatoren und Netzwerkanalysatoren können zwischen mehreren „Toren“ die Übertragungsimpedanzen $Z_{m,n}$ berechnet. Dabei sind die Impedanzen eines elektrischen System definiert als

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.84)$$

wobei generell für ein N-Tor gilt:

$$\underline{Z}_{m,n} = \left. \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_n} \right|_{\underline{i}_k=0 \text{ für } k \neq n} . \quad (3.85)$$

Durch die Randbedingung „ $\underline{i}_k = 0$ für $k \neq n$ “ ergeben sich einige Vorteile, da unerwünschte Einflüsse ignoriert werden können und die gesuchten Parameter direkt ermittelt werden können. Für das Zwei-Spulensystem ergeben sich folgende Impedanzen:

$$\underline{Z}_{1,1} = \left. \frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_1} \right|_{\underline{i}_2=0} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},1}} \stackrel{\text{Resonanz}}{=} R_1 , \quad (3.86)$$

$$\underline{Z}_{1,2} = \left. \frac{\underline{u}_1}{\underline{i}_2} \right|_{\underline{i}_1=0} \stackrel{\text{Reziprozität}}{=} \underline{Z}_{2,1} = \left. \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_1} \right|_{\underline{i}_2=0} = j\omega M_{1,2} , \quad (3.87)$$

$$\underline{Z}_{2,2} = \left. \frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_2} \right|_{\underline{i}_1=0} = \begin{cases} R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},S,2}} \stackrel{\text{Resonanz}}{=} R_2 & \text{für } C_{\text{res},P,2} \rightarrow 0 \\ (R_2 + j\omega L_2) \parallel \frac{1}{j\omega C_{\text{res},S,2}} & \text{für } C_{\text{res},P,2} \rightarrow \infty \end{cases} . \quad (3.88)$$

Nachteile bei diesem Verfahren ist, wie beim vorherigen Verfahren, dass das Messgerät an beide Spulen angeschlossen werden muss, damit alle Werte phasengleich sind und dadurch die Einschränkung einer räumlich unabhängigen Ortung eingeschränkt ist.

3.5.2. 6+1-Spulensystem

Für eine dreidimensionale Lokalisierung sind mehrere Ortungsparameter und somit mehrere Ortungsspulen notwendig, um daraus die gesuchten Ortskoordinaten der gesuchten Spule zu extrahieren. Da für die gesuchte Spule S die drei Ortsparameter x_S , y_S und z_S und die drei Ausrichtungen der Spule α_S , β_S und γ_S notwendig sind, wird hier vorerst angenommen, dass auch mindestens sechs Ortungsspulen ($N_L = 6$) bzw. sechs Gegeninduktivitäten $M_{n,S}$ notwendig sind, sodass die jeweilige Gleichung für die Berechnung der Ortskoordinaten sich lösen lässt (wenn keine weiteren Unbekannten im System sind). Der Ausrichtungswinkel γ_S kann beispielsweise bei quadratischen oder runden Spulendesigns vernachlässigt werden, aber wird hier vorerst berücksichtigt.

In Abb. 3.37 ist solch ein Ortungssystem in einer dreidimensionalen Simulationsumgebung (links) dargestellt und rechts das äquivalente elektrische Ersatzschaltbild der Anordnung mit einer SP-Kompensation.

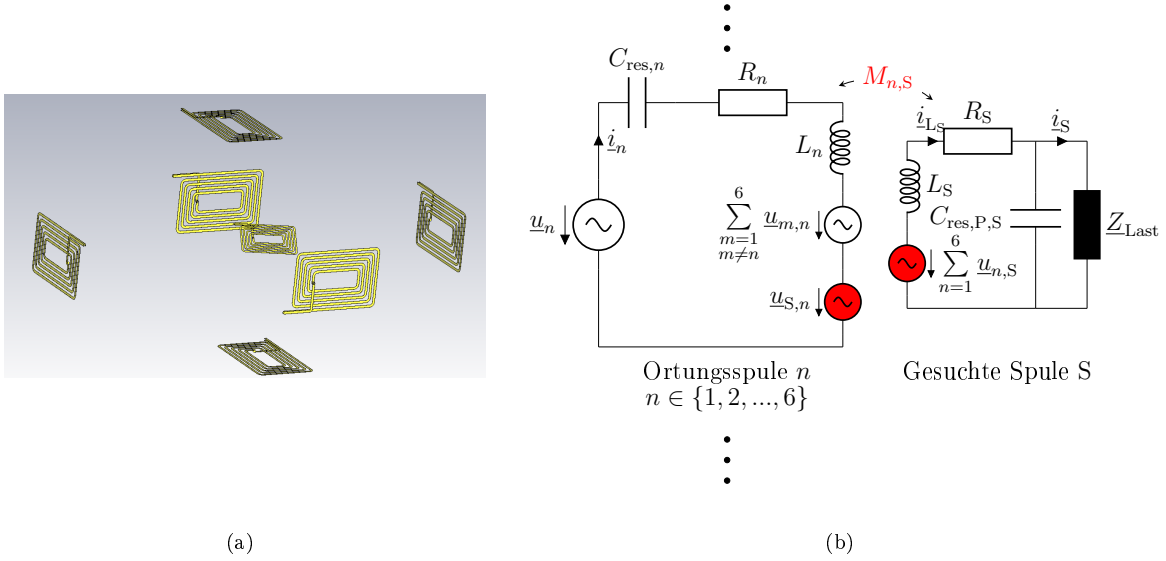


Abb. 3.37.: Links: 3D-Ortungssystem mit sechs Ortungsspulen und der gesuchten Spule S in der Mitte; Rechts: Äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild der Anordnung mit einer SP-Kompensation

Aus Abb. 3.37 folgt folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{L,1} & M_{2,1} & M_{3,1} & M_{4,1} & M_{5,1} & M_{6,1} & M_{S,1} \\ M_{1,2} & \underline{Z}_{L,2} & M_{3,2} & M_{4,2} & M_{5,2} & M_{6,2} & M_{S,2} \\ M_{1,3} & M_{2,3} & \underline{Z}_{L,3} & M_{4,3} & M_{5,3} & M_{6,3} & M_{S,3} \\ M_{1,4} & M_{2,4} & M_{3,4} & \underline{Z}_{L,4} & M_{5,4} & M_{6,4} & M_{S,4} \\ M_{1,5} & M_{2,5} & M_{3,5} & M_{4,5} & \underline{Z}_{L,5} & M_{6,5} & M_{S,5} \\ M_{1,6} & M_{2,6} & M_{3,6} & M_{4,6} & M_{5,6} & \underline{Z}_{L,6} & M_{S,6} \\ M_{1,S} & M_{2,S} & M_{3,S} & M_{4,S} & M_{5,S} & M_{6,S} & \underline{Z}_{L,S} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_S \end{bmatrix}}_{\underline{i}} = \frac{1}{j\omega} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \underline{u}_3 \\ \underline{u}_4 \\ \underline{u}_5 \\ \underline{u}_6 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{u}}, \quad (3.89)$$

wobei folgende Definitionen gelten:

$$\underline{Z}_{L,n} = \frac{1}{j\omega} \left(R_n + \frac{1}{j\omega C_n} + j\omega L_n \right) \stackrel{\text{Resonanz}}{=} \frac{R_n}{j\omega} \quad \text{für } n \in \{1, 2, \dots, 6\} \quad (3.90)$$

und

$$\underline{Z}_{L,S} \stackrel{\text{SS-Kompensation}}{=} \frac{1}{j\omega} \left(R_S + \underline{Z}_{Last} + \frac{1}{j\omega C_{res,S,S}} + j\omega L_S \right) \stackrel{\text{Resonanz}}{=} \frac{1}{j\omega} (R_S + \underline{Z}_{Last})$$

$$\stackrel{\text{SP-Kompensation}}{=} \frac{1}{j\omega} \left(R_S + \underline{Z}_{Last} \parallel \frac{1}{j\omega C_{res,P,S}} + j\omega L_S \right) = \frac{1}{j\omega} \frac{2(w^2 L_S^2 + R_S(R_S + \underline{Z}_{Last}))}{2R_S + \underline{Z}_{Last} + \sqrt{\underline{Z}_{Last}^2 - 4w^2 L_S^2}}. \quad (3.91)$$

Die Gegeninduktivitäten zwischen den Ortungsspulen (schwarz) sind für die Systemanordnungen des Ortungssystems konstant und müssen daher nur einmalig ermittelt werden,

wodurch diese bei späteren Ortungsverfahren als gegeben genommen werden können. Die Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule (rot) sind die gesuchten Gegeninduktivitäten, welche zur Ortung genutzt werden sollen. Durch die Reziprozität sind also sechs unbekannte Gegeninduktivitäten gesucht mit sieben Gleichungen.

Somit ergibt sich folgende Gleichung zur Bestimmung der roten Gegeninduktivitäten:

$$M_{n,S}(\underline{i}) = \frac{\underline{u}_n - \left(R_n + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},n}} + j\omega L_n \right) \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{n,i} \underline{i}_i}{j\omega \underline{i}_{L_S}} . \quad (3.92)$$

Wenn an der gesuchten Spule S keine Messungen erfolgen soll (um den Energieaufwand und die Kosten der Messelektronik zu verringern), muss der gesuchte Strom an der Spule S durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$\underline{i}_{L_S} = - \frac{j\omega \sum_{i=1}^6 M_{i,S} \underline{i}_i}{R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}} \parallel \frac{1}{j\omega C_{\text{res},P,S}}} . \quad (3.93)$$

Beim Einsetzen der Gleichung (3.92) in die Gleichung (3.93) folgt für den Spulenstrom:

$$\underline{i}_{L_S} = j \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 \left(\underline{u}_j - \left(R_j + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},j}} + j\omega L_j \right) \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}} \parallel \frac{1}{j\omega C_{\text{res},P,S}}}} . \quad (3.94)$$

Somit lässt sich die Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule S folgendermaßen berechnen lassen:

$$M_{n,S}(\underline{i}) = - \frac{\underline{u}_n - \left(R_n + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},n}} + j\omega L_n \right) \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 \left(\underline{u}_j - \left(R_j + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},j}} + j\omega L_j \right) \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}} \parallel \frac{1}{j\omega C_{\text{res},P,S}}}}} \quad (3.95)$$

bzw. in Resonanz:

$$M_{n,S}(\underline{i}) \stackrel{\text{SS-Kompensation}}{=} - \frac{\underline{u}_n - R_n \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 \left(\underline{u}_j - R_j \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{R_S + \underline{Z}_{\text{Last}}}}} ,$$

$$\text{SP-Kompensation} = - \frac{\underline{u}_n - R_n \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^6 \left(\underline{u}_j - R_j \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^6 M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{2(w^2 L_S^2 + R_S(R_S + \underline{Z}_{\text{Last}}))}} \cdot \frac{1}{2R_S + \underline{Z}_{\text{Last}} + \sqrt{\underline{Z}_{\text{Last}}^2 - 4w^2 L_S^2}}} . \quad (3.96)$$

Somit ist bei Kenntniss aller Spannungsgrößen an den Energiequellen die Messung aller Ströme an den Ortungsspulen notwendig, um alle Einflüsse durch die gegenseitigen Kopplungen zu kompensieren und ein exaktes Ergebnis zu erhalten.

Zusätzlich sollte darauf geachtet werden, falls die gesuchte Stromstärke über die Spannungsmessung an einem Messwiderstand R_{Mess} erfolgt, dass dieser nicht zu groß gewählt wird, da sonst die Stromstärke über den ohmschen Anteil der Kapazität des Platinenmaterials einen zu starken Einfluss auf die Messung nimmt und nicht mehr zu vernachlässigen ist.

Alternativ können die Spannungsquellen der Ortungsspulen bis auf eine Ortungsspule durch Lastwiderstände ersetzt werden. An diesen Lastwiderständen können dann die benötigten Spannungen gemessen werden, wodurch die benötigten Stromstärken \underline{i}_n ermittelt werden können. Damit sind alle Gegeninduktivitäten mit einem Schritt ermittelbar, wodurch aber die induzierten Spannungen an den Lastwiderständen geringer sind und womöglich durch Rauschen zu stark überlagert werden.

3.5.3. $N+1$ -Spulensystem

Für eine beliebige Anzahl von Ortungsspulen N_L verändert sich die Gleichung zur Berechnung der Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule zu:

$$M_{n,S}(\underline{i}) = - \frac{\underline{u}_n - \left(R_n + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},n}} + j\omega L_n \right) \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^{N_L} M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_L} \left(\underline{u}_j - \left(R_j + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},j}} + j\omega L_j \right) \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^{N_L} M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{R_S + j\omega L_S + \underline{Z}_{\text{Last}} \parallel \frac{1}{j\omega C_{\text{res},P,S}}}}} \quad (3.97)$$

bzw. in Resonanz:

$$M_{n,S}(\underline{i}) \stackrel{\text{SS-Kompensation}}{=} - \frac{\underline{u}_n - R_n \underline{i}_n - j\omega \sum_{i \neq n}^{N_L} M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_L} \left(\underline{u}_j - R_j \underline{i}_j - j\omega \sum_{i \neq n}^{N_L} M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{R_S + \underline{Z}_{\text{Last}}}}} ,$$

$$\text{SP-Kompensation} = \frac{\underline{u}_n - R_n \underline{i}_n - j\omega \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^{N_L} M_{n,i} \underline{i}_i}{\omega \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N_L} \left(\underline{u}_j - R_j \underline{i}_j - j\omega \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^{N_L} M_{j,i} \underline{i}_i \right) \underline{i}_j}{2(w^2 L_S^2 + R_S(R_S + \underline{Z}_{\text{Last}}))}} \cdot \frac{2R_S + \underline{Z}_{\text{Last}} + \sqrt{\underline{Z}_{\text{Last}}^2 - 4w^2 L_S^2}}{2}} . \quad (3.98)$$

3.5.4. Systematische Anpassung durch symmetrische Anordnungen

Dieses Unterkapitel hat gezeigt, wie umfangreich eine exakte Berechnung der Gegeninduktivität ist. Eine Methode, um die Beeinflussungen zwischen den Ortungsspulen durch die Gegeninduktivitäten $M_{m,n}$ zu verringern, ist die jeweilige gegenüberliegende Ortungsspule um 180° zu drehen, sodass sich die Gegeninduktivität zu den anderen Ortungsspulen nur durch das Vorzeichen ändert. Diese Anpassung ist nur bei einer symmetrischen Anordnung der Ortungsspulen und bei der Verwendung von baugleichen Ortungsspulen möglich. Abb. 3.38 zeigt die ausgerichteten Ortungsspulen in einem Ortungssystem ohne die gesuchte Spule S in der Simulationsumgebung CST Studio Suite[®], wobei hier eine PCB-Basis (türkis) zur besseren Visualisierung der Ausrichtung genutzt wurde und beispielhaft sechs Ortungsspulen genutzt wurden.

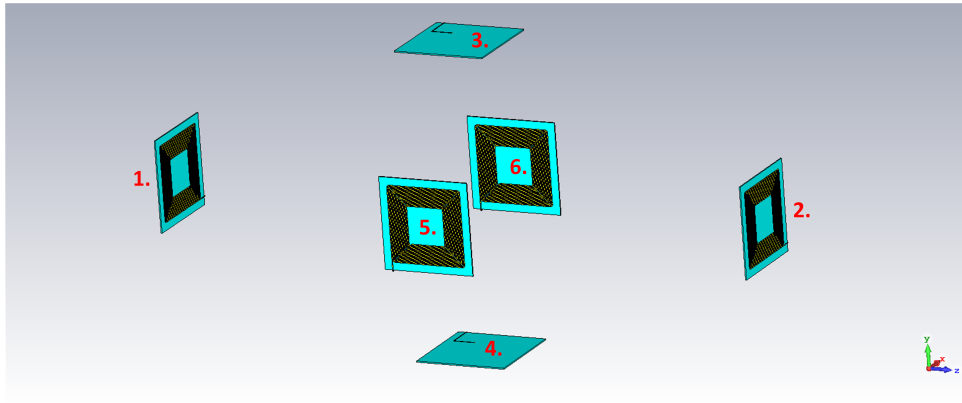


Abb. 3.38.: Systematische Anpassung des Ortungssystems anhand von sechs Ortungsspulen, welche eine Spule S zwischen ihnen lokalisieren sollen.

Dadurch gilt dann folgende Gleichung für z.B. die Ortungsspule 1:

$$\underline{u}_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},1}} \right) \underline{i}_1 + j\omega (M_{1,2} \underline{i}_2 + M_{1,3} (\underline{i}_3 - \underline{i}_4) + M_{1,5} (\underline{i}_5 - \underline{i}_6) + M_{1,S} \underline{i}_{L_S}) . \quad (3.99)$$

Hierbei wurde angenommen, dass durch die symmetrische Anordnung der Ortungsspulen $M_{1,3} = -M_{1,4}$ und $M_{1,5} = -M_{1,6}$ gilt.

Für den Fall, dass die gesuchte Spule S sich mittig im Ortungsraum in Abb. 3.38 befindet, sind die Stromstärken an den gegenüberliegenden Ortungsspulen näherungsweise gleich bzw. in der Summe durch die verschiedenen Vorzeichen null, wodurch gilt:

$$\underline{u}_1 \approx \left(R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},1}} \right) \underline{i}_1 + j\omega M_{1,2} \underline{i}_2 + j\omega M_{1,S} \underline{i}_{L_S}$$

$$\stackrel{\text{Resonanz}}{=} R_1 \underline{i}_1 + j\omega M_{1,2} \underline{i}_2 + j\omega M_{1,S} \underline{i}_{L_S} \quad (3.100)$$

Wenn die induzierte Spannung von der gegenüberliegenden Ortungsspule durch den hohen Abstand zu vernachlässigen ist, sodass gilt $M_{1,S} \underline{i}_{L_S} \gg M_{1,2} \underline{i}_2$, kann folgende Näherung genutzt werden:

$$\underline{u}_1 \approx \left(R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \underline{i}_1 + j\omega M_{1,S} \underline{i}_S \quad (3.101)$$

Dadurch ist für die Ermittlung der Gegeninduktivität aus Gleichung (3.98) nicht notwendig, sondern es können die Formeln aus Unterkapitel 3.5.1 für eine Ortungsspule verwendet werden. Allerdings sollte beachtet werden, dass diese Näherung nur einen Sonderfall darstellt. Falls sich die gesuchte Spule zu nah an einer Ortungsspule befindet, ergeben sich Fehler durch die Anpassung und die Näherung ist nicht mehr zulässig.

Wenn für Simulationszwecke eine Messung an den Ortungsspulen erzeugt werden soll, indem die gesuchte Spule S mit einer Energiequelle ausgestattet wird, kann der Lastwiderstand R_{Mess} groß gewählt werden. Dadurch ist die resultierende Stromstärke an der Ortungsspule gering und es gilt näherungsweise $\underline{u}_{\text{Mess}} \approx -j\omega M_{n,S} \underline{i}_{L_S}$.

Algorithmen und Eigenschaften der induktiven Ortung

Dieses Kapitel konzentriert sich auf die Eigenschaften des induktiven Ortungsprozesses. Dazu gehört die Entwicklung und Analyse verschiedenen Ortungsalgorithmen, welche aus den Kopplungsgrößen zur gesuchten Spule die Ortskoordinaten extrahiert werden, wobei ein stationärer Zustand vorausgesetzt wird und zeitliche Verzögerungen aufgrund der räumliche Nähe im Nahfeld vernachlässigt werden. Zusätzlich werden die Einflüsse der Systemparameter und die Untersuchung der Auswirkungen von externen Störungen auf das System untersucht. Für die Analyse der Ortungsalgorithmen werden diverse Lösungswege vorgestellt, ihre Eigenschaften ausführlich analysiert und der optimale Anwendungsbereich bestimmt. Die dafür genutzten Kopplungsgrößen $M_{n,S}$ bzw. $k_{n,S}$ wurden durch Verfahren aus den Ergebnissen von Kapitel 3 ermittelt und bauen somit auf diese Erkenntnisse auf. Nach der Betrachtung der Ortungsalgorithmen werden diverse Systemparameter und externe Einflüsse auf die induktiven Ortung untersucht, welche keinen direkten Einfluss auf die Umsetzung der Ortungsalgorithmen haben, aber die Messverfahren zur Ermittlung der korrekten Kopplungswerte erschweren und somit zusätzliche Kompensationen erfordern. Eine Nachverarbeitung der Ortungsergebnisse findet erst in Kapitel 5 statt, wodurch die Ergebnisse aus diesem Kapitel nicht final sind, sondern nur die Eigenschaften von verschiedenen Einflussfaktoren zeigen sollen.

4.1. Ortungsalgorithmen

Für eine Ortung sind Berechnungsverfahren notwendig, welche aus einer Anzahl von Ortungsgrößen die gewünschten Ortskoordinaten ermitteln können. Im Fall der induktiven Ortung wird aus N_L -Gegeninduktivitäten zwischen den Ortungsspulen n und der gesuchten Spule S ermittelt. Diese können dann mit einer Funktion \vec{f} verarbeitet werden, um somit die gewünschten Ortskoordinaten \vec{r}_S der gesuchten Spule S zu erhalten. Alternativ lässt sich dieser Prozess für die induktive Ortung durch

$$\vec{f}(M_{1,S}, M_{2,S}, \dots, M_{N_L,S}) = \underbrace{\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix}}_{\vec{r}_S} \quad (4.1)$$

darstellen.

Für eine physikalisch korrekte Lösung ist die Funktion \vec{f} eindeutig definiert. Bereits die Herleitung der Gegeninduktivität in Kapitel 3.4.2 hat jedoch gezeigt, wie komplex selbst die Kopplung einfacher Strukturen trotz Näherungen und Randbedingungen ist. Komplexe induktive Strukturen lassen sich daher analytisch nicht mehr lösen, und Leerschleifen sind aufgrund ihrer geringen Induktivität für eine praxisnahe Ortung ungeeignet. In diesem Unterkapitel werden deshalb verschiedene Ansätze entwickelt, um die hochkomplexe Funktion \vec{f} durch geeignete Näherungen approximativ zu bestimmen.

Im Folgenden wird angenommen, dass mindestens sechs Ortungsspulen ($N_L = 6$) bzw. sechs Gegeninduktivitäten $M_{n,S}$ notwendig sind, damit sich die Gleichung (4.1) lösen lässt. Die Begründung ist, dass es drei unbekannte Ortskoordinaten (x_S , y_S und z_S) und drei unbekannte Ausrichtungswinkel (α_S , β_S und γ_S ; siehe Abb. 3.21 für die Definition) gibt. Weitere mögliche unbekannte Parameter, wie beispielsweise unbekannte Umgebungsmaterialien, werden vorerst nicht berücksichtigt, da hier weiterhin eine Luft bzw. Vakuum-Umgebung angenommen wird. Weitere Untersuchungen zu der Anzahl der Ortungsspulen werden im Unterkapitel 4.2.1 betrachtet.

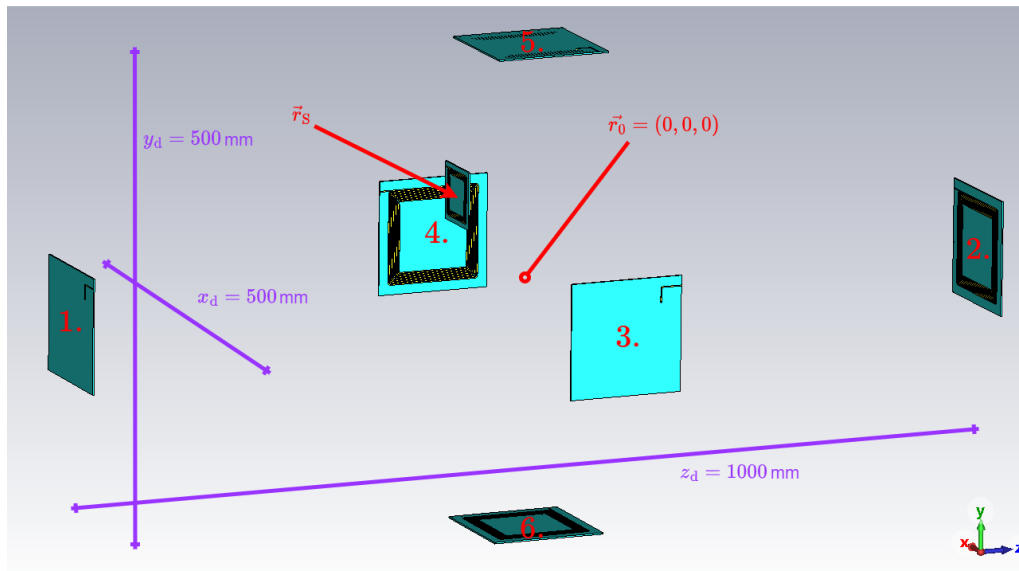


Abb. 4.1.: Beispiel eines Ortungssystems mit sechs Ortungsspulen und einer gesuchten Spule S am Ort \vec{r}_S und den Koordinatenursprung \vec{r}_0 im Mittelpunkt des Ortungsvolumens

In Abb. 4.1 ist ein beispielhaftes Ortungssystem mit sechs Ortungsspulen mit einem umschlossenen Volumen von $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ($x_d \times y_d \times z_d$) dargestellt. Die gesuchte Spule befindet sich hier an der Punkt \vec{r}_S mit den Koordinatenursprung \vec{r}_0 im Mittelpunkt

des Ortungsvolumens. Für die Ortung sind hier nur die Gegeninduktivitäten zu der gesuchten Spule relevant. In dieser Abbildung wurden die planaren Spulen zusätzlich mit FR-4 als PCB-Trägermaterial ausgestattet, da diese aber nur Einfluss auf die parasitäre Kapazität und deren Verlust hat, hat diese keine Auswirkung auf die Kopplung der Spulen. Andere Kopplungen und deren resultierende Einflüsse wurden in Kapitel 3.5 bereits berücksichtigt.

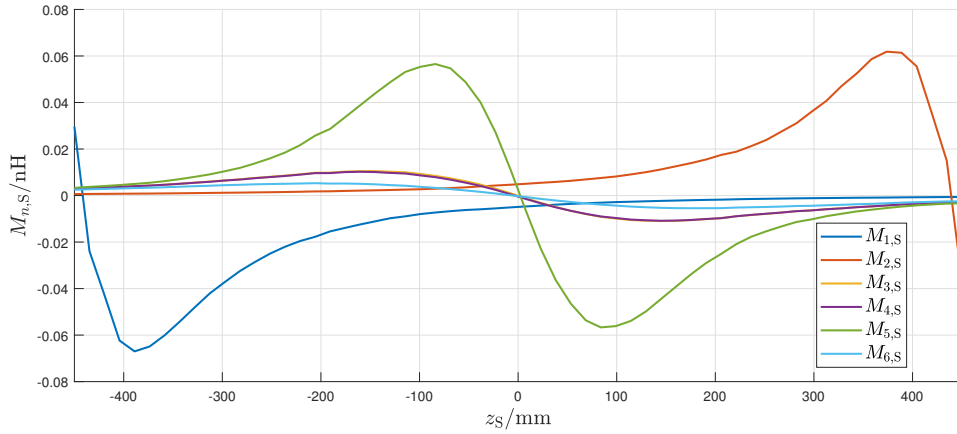


Abb. 4.2.: z -Verlauf mit $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$ und $\beta_S = \gamma_S = 0^\circ$ bei einem Ortungssystem aus Abb. 4.2 mit $x_d = 500$ mm, $y_d = 500$ mm und $z_d = 1000$ mm

Wenn sich die gesuchte Spule S entlang der z -Achse mit der Verschiebung $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm und einer Ausrichtung von $\alpha_S = 90^\circ$ und $\beta_S = \gamma_S = 0^\circ$ bewegt, ergeben sich zu den Ortungsspulen die Gegeninduktivitäten aus Abb. 4.2. Die grundsätzlichen Charakteristika stimmen auch mit den Ergebnissen aus Unterkapitel 3.4.2 überein, wobei sich in Detail diese je nach Geometrie der Ortungsspule unterscheiden können (siehe Unterkapitel 3.4.3). Aus diesen Gegeninduktivitätsverläufen soll nun der Pfad der gesuchten Spule \mathbf{R}_S extrahiert werden. Der gesuchte Pfad der Spule S ist bei N_{Mess} Standorten/-Messpunkten¹ folgendermaßen definiert:

$$\mathbf{R}_S = [\vec{r}_{S,1} \quad \vec{r}_{S,2} \quad \cdots \quad \vec{r}_{S,N_{\text{Mess}}}] = \begin{bmatrix} x_{S,1} & x_{S,2} & \cdots & x_{S,N_{r,S}} \\ y_{S,1} & y_{S,2} & \cdots & y_{S,N_{r,S}} \\ z_{S,1} & z_{S,2} & \cdots & z_{S,N_{r,S}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_S \\ \mathbf{y}_S \\ \mathbf{z}_S \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Eine kleine Änderung in der Ausrichtung der gesuchten Spule kann große Auswirkungen auf die Kopplungsgrößen haben. In Abb. 4.3 wurde die Ausrichtung der Spule um $\alpha_S = 45^\circ$ gedreht, wodurch sich die Verläufe der Gegeninduktivitäten beträchtlich verändert haben. Dadurch wird nochmal deutlich wie komplex und abhängig die verschiedenen Kopplungsparameter bei der induktiven Ortung sind und wie groß dadurch die Herausforderung für die Entwicklung eines geeigneten Algorithmus ist, welcher die Anforderungen an die Lösungsfunktion \vec{f} erfüllt.

Bei den folgenden vorgestellten induktiven Ortungsverfahren werden je nach Anforderungen unterschiedliche Spulengeometrien verwendet. In diesem Kapitel sind allerdings nur

¹In dieser Arbeit werden Begriffe wie „Messung“ und „Messpunkte“ im Sinne einer theoretischen bzw. simulativ dargestellten Messtechnik verwendet. Die Daten wurden simulativ erzeugt, um den realen Messprozess und dessen Auswertung anschaulich zu beschreiben.

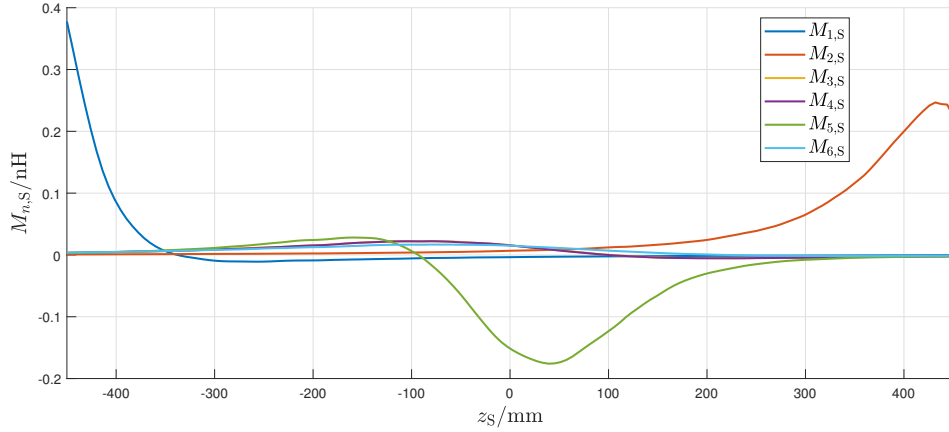


Abb. 4.3.: z -Verlauf mit $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 45^\circ$ und $\beta_S = \gamma_S = 0^\circ$ bei einem Ortungssystem aus Abb. 4.2 mit $x_d = 500$ mm, $y_d = 500$ mm und $z_d = 1000$ mm

der Verläufe der Gegeninduktivitäten in Abhängigkeit der Ortungsparameter relevant, damit Aussagen über die Qualität der Verfahrens generiert werden können.

4.1.1. Verhältnismethode

Das Konzept der Verhältnismethode ist, aus den Verhältnissen der Abständen zur der gesuchten Spule, welche in der Summe den Gesamtabstand zwischen zwei gegenüberliegenden Spulen bilden, zu nutzen, um daraus den Ort der gesuchten Spule S zu berechnen, indem dieses Berechnungsverfahren äquivalent für die Kopplungsgrößen verwendet wird. Dabei ist es wie in Abb. 4.1 notwendig, dass sich jeweils zwei Ortungsspulen genau gegenüber befinden, um somit auch das Abstandsverhältnis ermitteln zu können. Vorteil dieses Verfahrens ist die einfache Berechnung des Ortes, da es nur über entsprechende Verhältnisse berechnet wird und dass wenige Informationen über das Messsystem und die gesuchte Spule S bekannt sein müssen. Zusätzlich soll das Verfahren unabhängig von dem Winkel der gesuchten Spule sein, da durch den symmetrischen Aufbau des Ortungssystems auf den gegenüberliegenden Ortungsspulen beide Faktoren gleichstark wirken, wodurch sich dann diese Beeinflussung ausgleicht.

Um das korrekte Verhältnis zu berechnen, muss die Einfluss des Abstandes in Abhängigkeit zur Gegeninduktivität bekannt sein. Aus Gleichung (3.40) aus Unterkapitel 3.4.1 ergibt sich folgende Beziehung zur Gegeninduktivität $M_{n,S}$ für den Abstand z zu einer Leiterschleife mit Radius $r_{0,n}$:

$$M_{n,S}(z) = \begin{cases} \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2} \frac{1}{r_{0,n}} = K_1 & \text{für } z \ll r_{0,n} \\ \frac{N_S A_S \mu_0 \mu_r}{2} \frac{r_{0,n}^2}{z^3} = \frac{K_2}{z^3} & \text{für } z \gg r_{0,n} \end{cases} \quad (4.3)$$

Somit kann für die Verhältnismethode bei entsprechender Substitution ein lineares Verhältnis für $z \gg r_{0,n}$ angenommen werden. Dadurch folgt als Gleichung für die Verhältnismethode am Beispiel der gegenüberliegenden Gegeninduktivitäten $M_{1,S}$ und $M_{2,S}$ auf der z -Achse in Abb. 4.1:

$$z_{\text{Calc},1} = \frac{M_{2,S}^{-\frac{1}{3}}}{M_{1,S}^{-\frac{1}{3}} + M_{2,S}^{-\frac{1}{3}}} z_d \approx \frac{z_1}{z_1 + z_2} z_d = \frac{z_1}{z_1 + z_2} (z_1 + z_2) = z_1. \quad (4.4)$$

Für die x - und y -Koordinaten folgen entsprechende Formeln für die Ortungsspule auf der x - und y -Achse. Es ist festzuhalten, dass die Verhältnismethode nur die Abhängigkeit des Abstandes beinhaltet und die besten Ergebnisse für $z \gg r_{0,n}$ erhält.

Im Folgenden werden die Ergebnisse aus der Verhältnismethode diskutiert. Dazu wird ein Ortungssystem ähnlich zu Abb. 4.1 mit $x_d = 250$ mm, $y_d = 400$ mm und $z_d = 800$ mm verwendet. Dabei wird jeweils die gesuchte Spule entlang der z -Achse bei verschiedenen x - und y -Koordinaten verschoben. Die gesuchte Spule S ist senkrecht zur z -Achse ($\alpha_S = 90^\circ$) und parallel zur x - und y -Achse bei $\beta = \gamma = 0^\circ$ ausgerichtet, wodurch sich für die z -Ortungsspulen (1. & 2. in Abb. 4.1) bei keiner Verschiebung eine optimale Ausrichtung einstellen kann. Bei den x - (3. & 4.) und y -Ortungsspulen (5. & 6.) wird bei $z_S = 0$ mm keine Kopplung und somit eine Gegeninduktivität von

$$M_{3,S}(z_S = 0 \text{ mm}) = M_{4,S}(z_S = 0 \text{ mm}) = M_{5,S}(z_S = 0 \text{ mm}) = M_{6,S}(z_S = 0 \text{ mm}) = 0 \text{ H} \quad (4.5)$$

einstellen, da sich die gesuchte Spule genau parallel zu den magnetischen Feldlinien befindet und somit keine Induktion stattfindet. Untersucht wird zusätzlich der Einfluss der Verschiebung der gesuchten Spule, der Größe der Ortungsspule und die Ausrichtung der gesuchten Spule auf die Ergebnisse des Ortungsverfahrens. Die Gegeninduktivitäten werden durch eine Simulation in CST Studio Suite[®] berechnet und mit den Verfahren aus dem Unterkapitel 3.5 extrahiert.

4.1.1.1. Abhängigkeit von Verschiebungen

Um die Ortskoordinaten der gesuchten Spule S zu ermitteln, wird die Gegeninduktivität zwischen der Ortungsspule und der gesuchten Spule benötigt. In Abb. 4.4 ist der Verlauf für die Gegeninduktivität zwischen Spule 1. (vgl. Abb. 4.1) und der gesuchten Spule abgebildet, welche die z -Koordinate ermitteln soll. Die x_S und y_S -Werte geben eine Verschiebung zur x - bzw. y -Achse vom Mittelpunkt der z -Ortungsspule an.

Bei großer Verschiebung in Abb. 4.4 entsteht ein Vorzeichenwechsel und ein Nulldurchgang. Zusätzlich ist erkennbar, dass eine Verschiebung die Gegeninduktivität bei der z -Messspule abschwächt. In der rechten Abbildung von 4.4 ist bei dem Verlauf für $x_S = 100$ mm und $y_S = 0$ mm bei $z_S = 50$ mm eine Abweichung der Gegeninduktivität erkennbar, welche dadurch entsteht, dass sich die gesuchte Spule zu nah an einer Ortungsspule befindet (hier ist der Ort der 4. Ortungsspule $\vec{r}_4 = (125 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$) und von der Kopplungskapazität $C_{5,S}$ beeinflusst wird (vgl. Unterkapitel 3.1.2). Diese Beeinflussung könnte durch weiteres Verschieben der Ortungsspule oder einen mathematischen Ausgleich verringert werden.

Für die andere z -Messspule (2. Ortungsspule in Abb. 4.1) ergibt sich der gleiche spiegelverkehrte Verlauf.

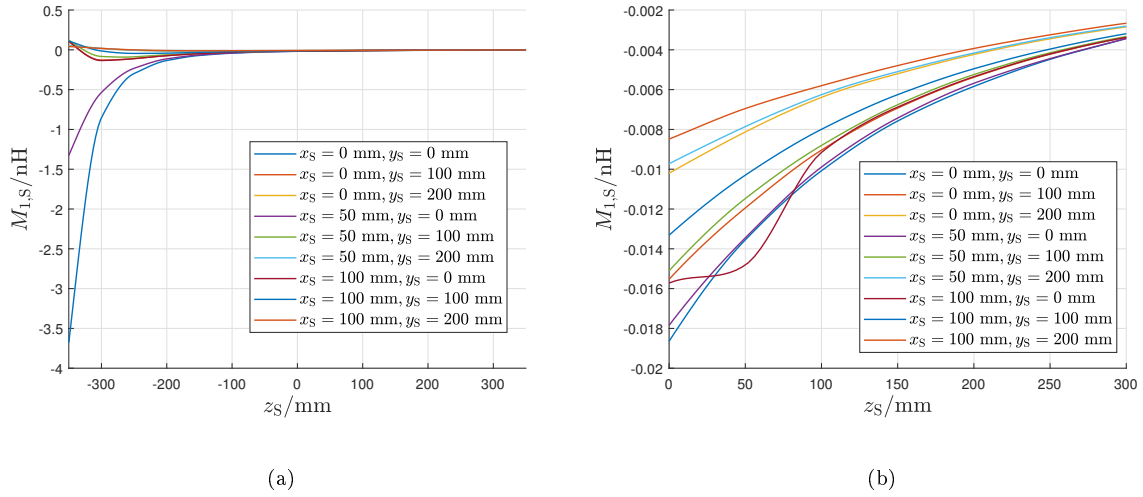


Abb. 4.4.: Verlauf der Gegeninduktivität der 1. Ortungsspule zu der gesuchten Spule (Verwendete Ortungsspulen: 100 mm × 100 mm, $N = 20$)

Ein anderer Verlauf der Gegeninduktivität stellt sich bei der 5. Ortungsspule ein, welche die y -Koordinate der gesuchten Spule berechnen soll (siehe Abb. 4.5(a)). Hier ist das Koordinatensystem gedreht, wobei die ursprüngliche z -Achse die Verschiebung und die y -Achse den Abstand der gesuchten Spule zur Ortungsspule darstellt. Wenn sich die y -Verschiebung erhöht bzw. der Abstand zwischen gesuchter Spule S und y -Ortungsspule verringert, verstärkt sich die Gegeninduktivität, wobei bei einem zu geringeren Abstand die gesuchte Spule sich parallel zu den magnetischen Feldlinien befindet, wodurch die Gegeninduktivität wieder abnimmt. Bei $z_S = 0$ mm steht die gesuchte Spule komplett senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, wodurch ebenfalls keine Kopplung entsteht und die Gegeninduktivität Null ist. Die Beeinflussung der x -Ortungsspule durch die Kopplungskapazität $C_{3,S}$ ist auch hier bei $x_S = 100$ mm & $y_S = 0$ mm bei $z_S = \pm 50$ mm erkennbar. Ein ähnlicher Verlauf entsteht bei den x -Ortungsspulen in Abb. 4.5(b).

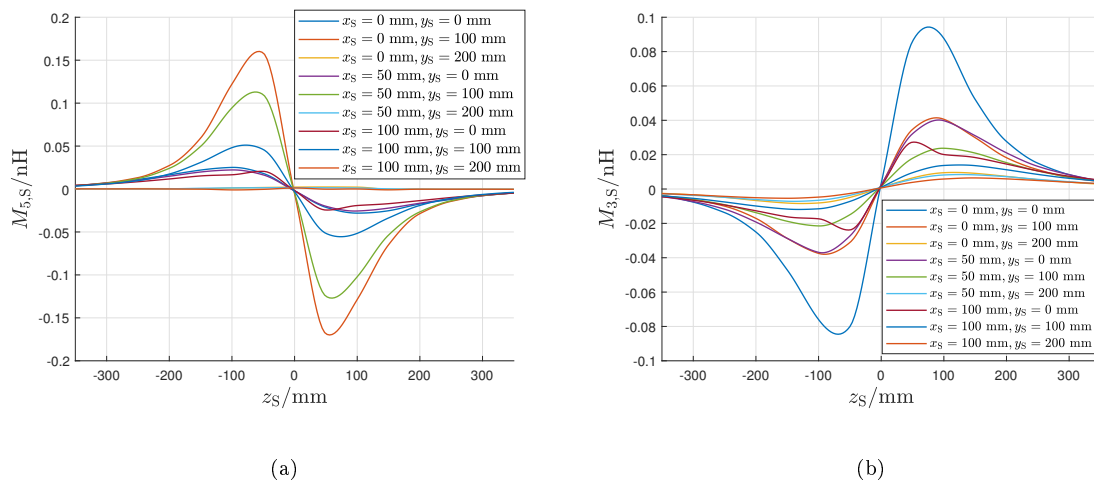


Abb. 4.5.: Verlauf der Gegeninduktivität der 5. und 3. Ortungsspule zur gesuchten Spule

Aus Gleichung (4.4) können nun aus den gegenüberliegenden Gegeninduktivitäten die jeweiligen Koordinaten ermittelt werden. In Abb. 4.6(a) wird die z -Koordinate $z_{\text{Calc},S}$ aus den Gegeninduktivitäten berechnet. Da der Fehler für die Bewertung des Verfahrens interessanter ist, wird in Abb. 4.6(b) und auch in allen folgenden Abbildungen die Differenz

$$\Delta z_S = z_{\text{Calc},S} - z_S \quad (4.6)$$

zwischen den berechneten Werten z_{Calc} und den realen Koordinaten z_S dargestellt. Zusätzlich werden zwei Grenzl意思en hinzugefügt, welche eine gewünschte Genauigkeit von ± 5 cm zur Orientierung darstellen.

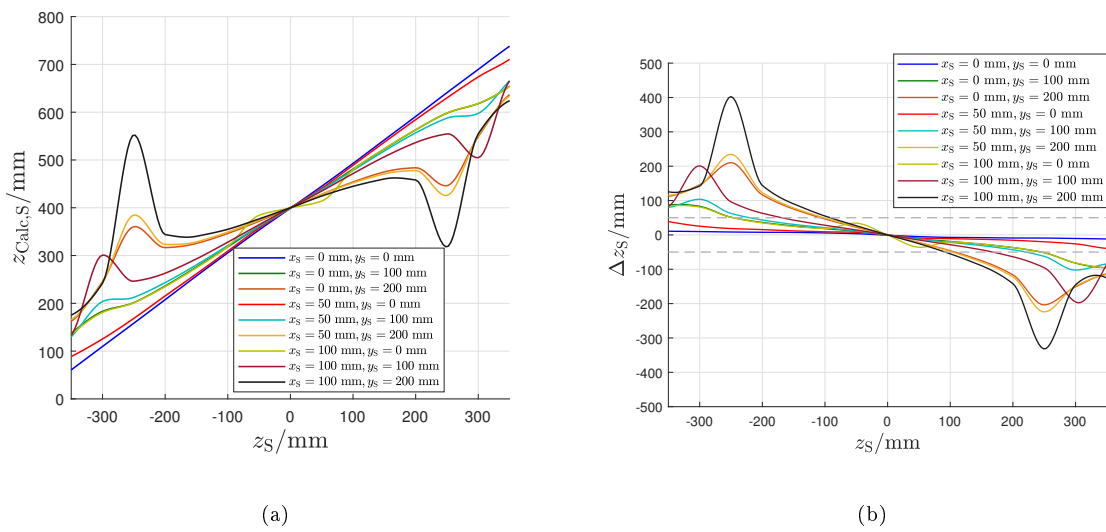


Abb. 4.6.: Berechnete z -Koordinate der gesuchten Spule $z_{\text{Calc},S}$ (links) und deren Abweichung zum realen Wert Δz_S (rechts) für verschiedene Verläufe an der z -Achse mit verschiedenen Verschiebungen in x - und y -Richtung

Hier zeigt sich, dass die nicht berücksichtigte Verschiebung große Fehler bei der Ermittlung der Koordinaten verursacht, welche besonders beim Nulldurchgang der Gegeninduktivität hohe Abweichungen erzeugt. Zusätzlich hat die vernachlässigte Spulengröße $r_{0,n}$ nahe der Spulen einen Einfluss auf die Berechnung für kleine Abstände (siehe $x_S = 0$ mm & $y_S = 0$ mm). Es ist auch erkennbar, dass sich die x - und y -Verschiebung gleich verhalten ($x_S = 100$ mm & $y_S = 0$ mm und $x_S = 0$ mm & $y_S = 100$ mm), wodurch der Unterschied zwischen der Verschiebung in x - und y -Richtung keine Rolle für die Ermittlung der z -Koordinate spielt. Der Fehler durch die Beeinflussung nahe der Ortungsspulen aus Abb. 4.4 für $x_S = 100$ mm & $y_S = 0$ mm zeigt sich auch hier, allerdings ist der Fehler sehr gering und befindet sich in einem Bereich in dem das Verfahren gute Werte liefert.

Der Fehler Δy_S wird in Abb. 4.7(a) gezeigt. Dabei sind die berechneten Werte für $y_S = 0$ mm sehr nah an der korrekten Position der gesuchten Spule. Für eine Verschiebung bei $y_S \neq 0$ mm entstehen allerdings große Fehler, welche sich alle außerhalb der gewünschten Genauigkeitsgrenze befinden, da in der Berechnung eine Verschiebung nicht berücksichtigt wird. Die maximalen Fehler nahe $z_S = 0$ mm lässt sich dadurch

erklären, dass hier die Gegeninduktivitäten durch den Nulldurchgang sehr klein wird und numerische Fehler von CST Studio Suite[®] hier größere Auswirkungen hat. Für den Δx_S in Abb. 4.7(b) stellt sich die gleiche Problematik wie beim y -Fehler dar, wobei der absolute Fehler, durch den geringeren Abstand der Spulen untereinander ($x_d = 250$ mm), geringer ausfällt.

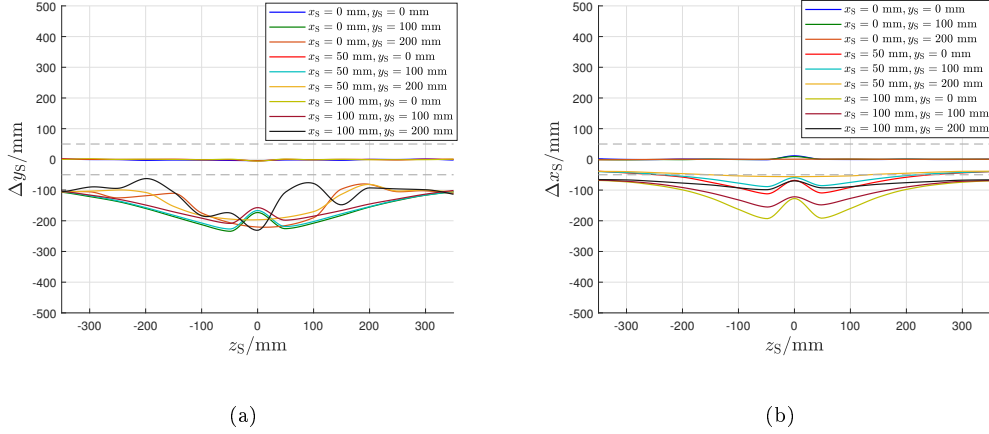


Abb. 4.7.: Abweichungen durch die Verhältnismethode für verschiedene Verläufe an der z -Achse mit verschiedenen Verschiebungen in x - und y -Richtung

Um eine allgemeinere Aussage über die Verhältnismethode zu treffen, wird anhand der analytischen Gleichung (3.67) aus Unterkapitel 3.4.2 eine Darstellung zur graphischen Abweichung der Verhältnismethode zu dem realen Koordinaten entworfen. Diese Simulationsplattform vernachlässigt allerdings durch (3.67) die direkten Einflüsse der Spulengeometrie auf die Berechnung der Gegeninduktivität und beinhaltet auch die entsprechenden Näherungen. Zur besseren Visualisierung werden die Ergebnisse nur in der y - z -Ebene betrachtet und x_S als konstant gesehen. Der Einfluss der x -Ortungsspulen (3. und 4.) ist weiterhin gleich mit den y -Ortungsspulen (5. und 6.) und muss daher nicht noch zusätzlich betrachtet werden. Die Ausrichtung β_S ist ebenfalls konstant bei $\beta_S = 0^\circ$.

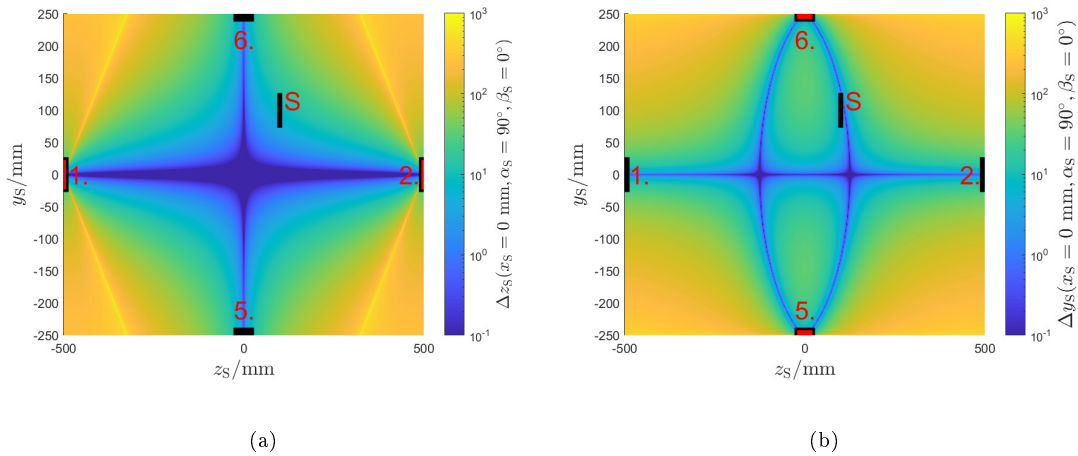


Abb. 4.8.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in der y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)

In Abb. 4.8 sind die Fehler der jeweiligen Koordinate (y_S und z_S) für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$ farblich markiert. Die „aktiven“ Ortungsspulen, welche für die Berechnung der Koordinate genutzt werden, sind rot markiert, wobei die Skalierung der Spulen nur beispielhaft ist. Um die Ausrichtung der gesuchten Spule S ebenfalls besser nachzuvollziehen ist ein beispielhafter Ort ebenfalls dargestellt, welches sich je nach Ausrichtung α_S ändert.

In Abb. 4.8(a) bestätigen sich die Aussagen aus Abb. 4.6. Je höher die Verschiebung in y -Richtung desto höher ist die Abweichung bei der Verhältnismethode. Der Fehler sinkt nahe des Mittelpunkts bei $z_S = 0$ mm, da sich hier der Einfluss der Verschiebung ausgleicht. Daher ist der Fehler bei der y -Achse bei $z_S = 0$ mm auch minimal. Beim Nulldurchgang der Gegeninduktivität ist auch hier die Abweichung maximal (siehe weiß-gelbe Geraden in Abb. 4.8(a), da dieser Sonderfall nicht in der Berechnung der Verhältnismethode berücksichtigt wird.

Die Abweichung des y -Fehlers Δy_S in Abb. 4.8(b) kann auch als Drehung des Fehlers von Δz_S um $\alpha_S = 90^\circ$ betrachtet werden. Hier ist ebenfalls der Fehler entlang z -Achse bei $y_S = 0$ mm minimal, da sich die Effekte durch die z -Verschiebung ausgleichen. Für eine steigende Verschiebung wird hier sogar die Abweichung minimal und es entsteht eine Ellipsen-/Kreisform (je nach Größe der Ortungsumgebung und Skalierung), wo die Abweichung Δy_S am geringsten ist.

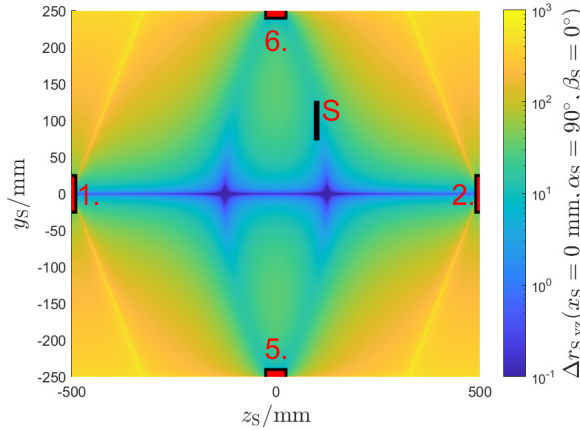


Abb. 4.9.: Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in der y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm

Der Gesamtfehler $\Delta r_{S,yz} = \sqrt{\Delta z_S^2 + \Delta y_S^2}$ aus Abb. 4.8(a) und 4.8(b) ist in Abb. 4.9 dargestellt. Hier sind nur die geringen Abweichungen bei $y_S = 0$ mm gleich, sodass hier weiterhin der Fehler minimal ist und bei Verschiebungen für y_S oder x_S immer eine Abweichung zu erwarten ist. Generell kann hier empfohlen werden, dass sich bei diesen Verfahren die gesuchte Spule S immer innerhalb der Maxima (weiß-gelbe Geraden) befinden sollte.

Wenn nun eine zusätzliche Abweichung durch die Verschiebung von $x_S = 100$ mm entsteht, erhöhen sich die Abweichungen für beide Fehler Δz_S und Δy_S . In Abb. 4.10(a) ist nur noch die Gerade bei $z_S = 0$ mm minimal und die Maxima durch den Nulldurchgang haben sich ebenfalls genähert, sodass diese eine Kugel im 3D-Raum formen, welche den Ortungsraum begrenzt. Eine ähnliche Kugelbildung ist auch in Abb. 4.10(b) sichtbar, wo sich die Minima Ellipse/Kugel ebenfalls verkleinert.

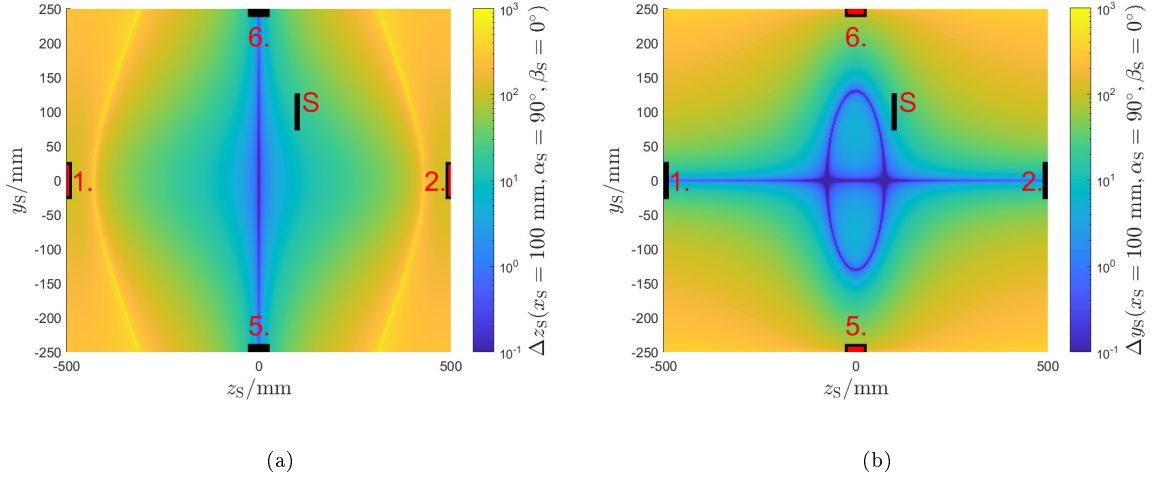


Abb. 4.10.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 100$ mm (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)

In Abb. 4.11(a) und 4.11(b) ist die gesamte Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ der beiden Komponenten dargestellt und zeigt nur noch punktuelle Minima und generell stärkere Abweichungen. Zusätzlich nähert sich die Begrenzung des Ortungsraum hier auch wieder den Koordinatenursprung \vec{r}_0 und stellt eine Art radiale Begrenzung für die Verhältnismethode dar.

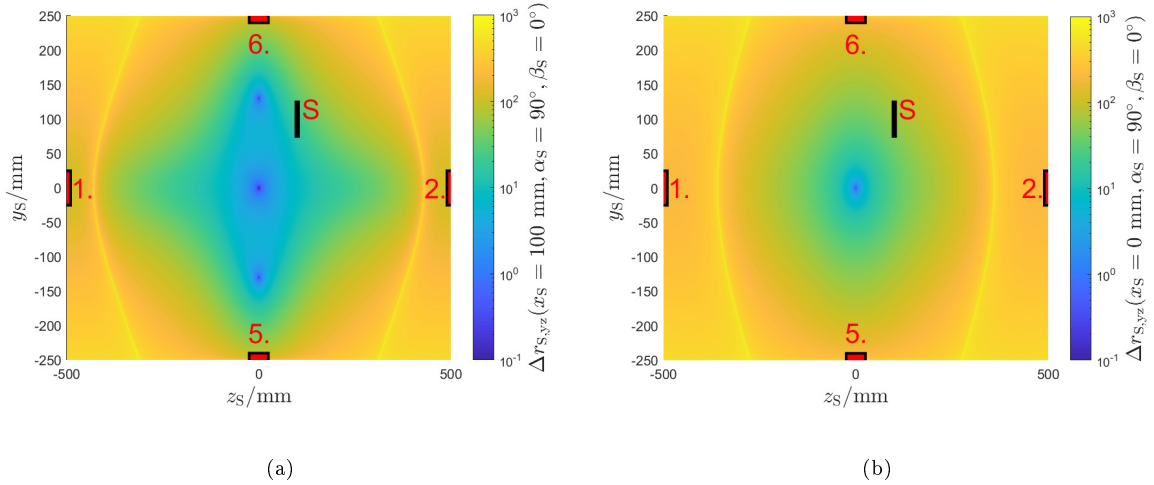


Abb. 4.11.: Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 100$ mm (links) und $x_S = 200$ mm (rechts)

4.1.1.2. Verwendung von kleineren Ortungsspulen

Um den Fehler nahe der Messspulen durch die Vernachlässigung des Wertes der Spulengröße $r_{0,n}$ zu verringern, wird eine Spule verwendet, deren Kantenlänge jeweils von $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ auf $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ halbiert bzw. die Fläche geviertelt wurde. Dabei zeigt sich in Abb. 4.12, dass sich der Fehler durch die Spulengröße bei $x_S = 0 \text{ mm}$ & $y_S = 0 \text{ mm}$ etwas verkleinert, allerdings der Fehler für die Verschiebung größer wird, da sich trotz der gleichen Verschiebung, die Ladespule wegen der geringeren Größe der Ortungsspule weiter entfernt hat.

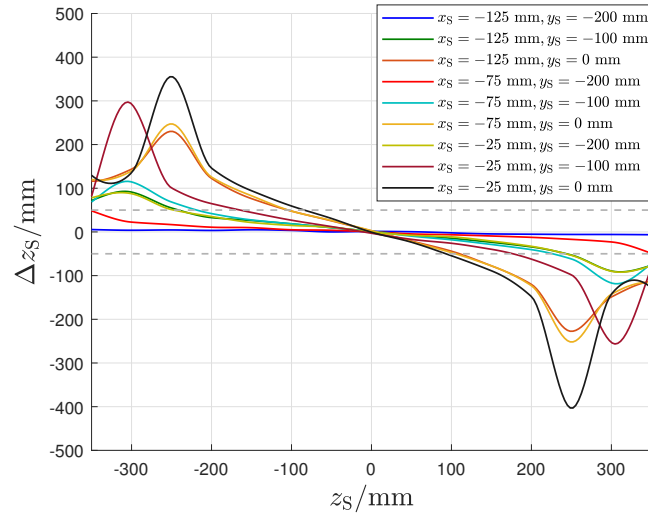


Abb. 4.12.: Abweichungen Δz_S durch die Verhältnismethode für kleinere Ortungsspulen ($50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$, $N = 10$)

4.1.1.3. Einfluss des Ausrichtungswinkels α

Die Idee der Verhältnismethode ist, dass es durch die genau gegenüberliegende Ortungsspulen, keinen Einfluss auf die Lage der gesuchten Spule geben soll, da sich dieser Einfluss kompensieren soll. Abb. 4.13 zeigt den Einfluss des z -Fehlers von der Drehung α und der x -Verschiebung. Hier zeigt sich sehr klar, dass die Lage keinen Einfluss auf das Ergebnis der beiden Parameter hat. Nur bei dem Nulldurchgang wird weiterhin durch die hohe Nähe an der x -Ortungsspule bei $x_S = 100 \text{ mm}$ ein Einfluss festgestellt.

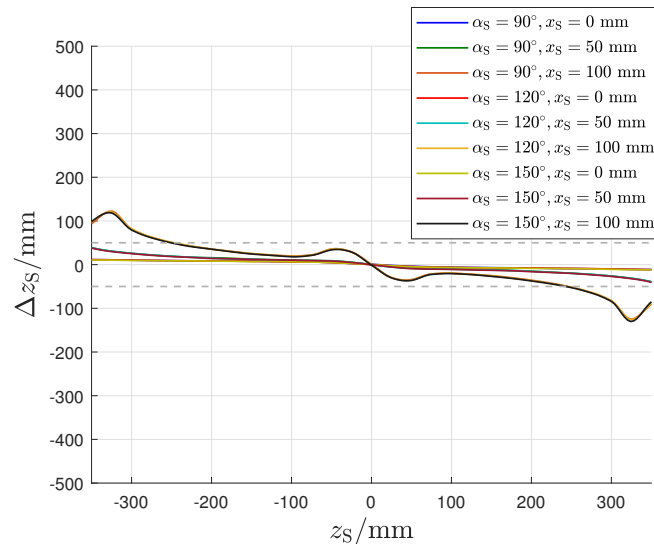


Abb. 4.13.: Abweichungen Δz_S durch die Verhältnismethode mit Berücksichtigung des Winkels α_S

Anders sieht es bei Ermittlung der y -Koordinate unter Berücksichtigung des Winkels α zwischen der z - und y -Achse aus. Durch die vorgeschriebene Geometrie des Messsystems, werden die y -Ortungsspulen unterschiedlich stark von Feld durchdrungen, wenn die Ausrichtung zu einer Ortungsspule stärker gerichtet ist. Abb. 4.14 zeigt den magnetischen Feldstärkeverlauf, für die relevanten y -Anteil des magnetisches Feldes für die y -Ortungsspulen. Die z -Ortungsspulen werden von diesem Effekt nicht so stark beeinflusst,

da diese einen größeren Abstand und die gesuchte Spule eine geringe Verschiebung hat. Somit ist der Hauptfehler auch hier die Verschiebung, welche in der Verhältnismethode nicht berücksichtigt wird. Der Δy_S ist in Abb. 4.15(b) dargestellt und zeigt eine hauptsächliche Abhängigkeit vom Winkel α . Eine geringe Abhängigkeit von der x -Verschiebung ist auch hier erkennbar, welche aber nicht dominiert, sondern mit dem Verlauf aus Abb. 4.15(a) vergleichbar ist.

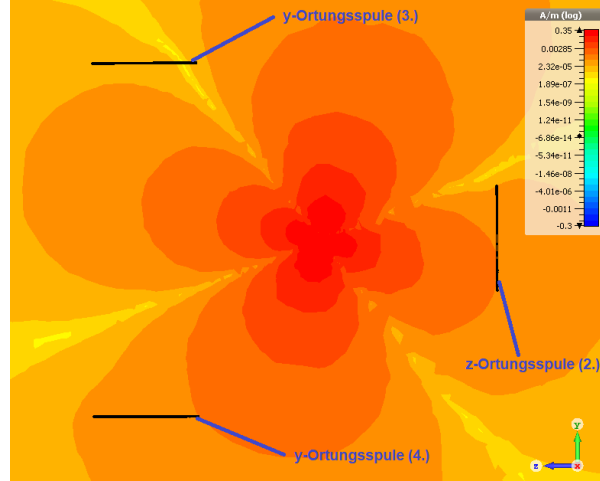


Abb. 4.14.: Feldstärkenverlauf von H_y bei dem Messsystem mit einer Ausrichtung von $\alpha = 150^\circ$

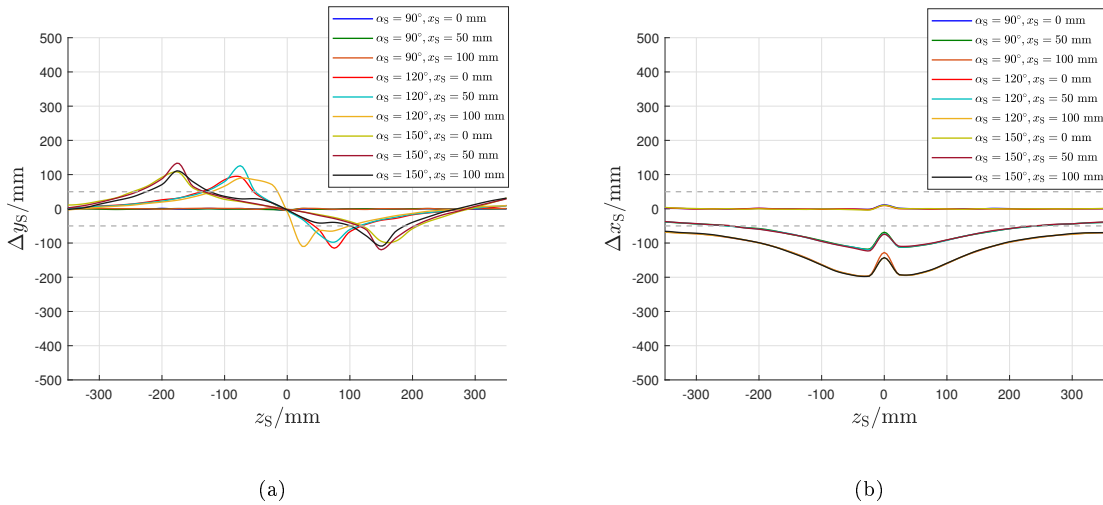


Abb. 4.15.: Abweichungen Δy_S und Δx_S durch die Verhältnismethode mit Berücksichtigung des Winkels α_S

Um weitere allgemeinere Aussagen über den Einfluss der Ausrichtung durch α_S zu machen, wurden weitere Simulationen in der y - z -Ebene durchgeführt. In Abb. 4.16(a) wurde wie in Abb. 4.15(a) die Ausrichtung auf $\alpha_S = 120^\circ$ geändert, welches auch durch die Ausrichtung der gesuchten Spule S sichtbar ist. Als Folge ist ein schmalerer Minima-Bereich (blau) erkennbar und die Begrenzung durch den Nulldurchgang ist hier stärker. Für den Einfluss auf y_S ist ebenfalls ein schmalerer Minima-Bereich (blau) sichtbar, da diese auf die Fehlerverteilung von Abb. 4.16(a) geht. Zusätzlich ist auch hier schwach die Begrenzung durch den Nulldurchgang (weiß-gelbe Geraden/Begrenzungen) sichtbar.

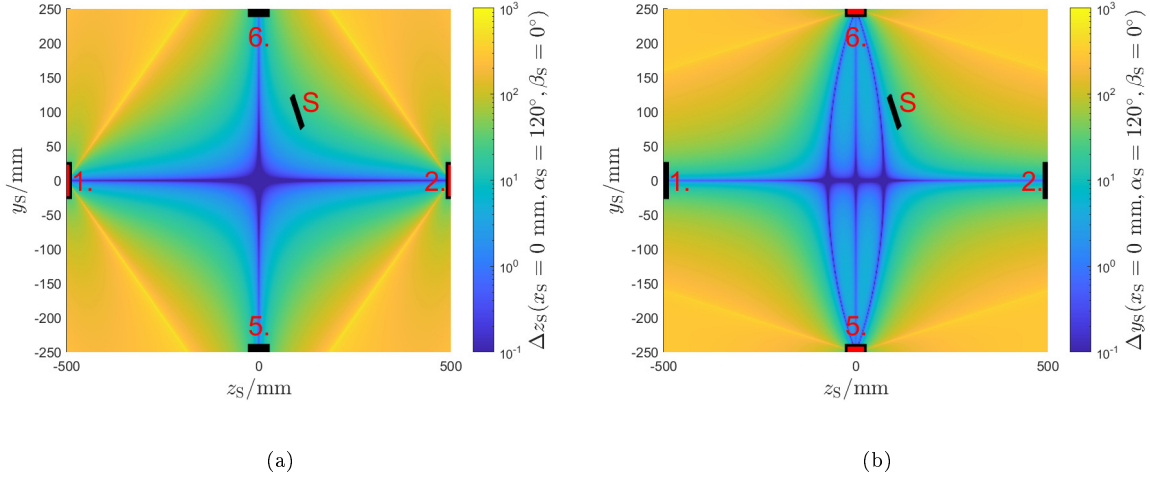


Abb. 4.16.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 120^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)

Bei einer stärkeren Drehung mit $\alpha_S = 150^\circ$ werden die Effekte stärker, sodass sich in Abb. 4.17(b) die Begrenzung weiter nähert und die Minima-Fläche verringert. In Abb. 4.17(b) ist der Ellipsenverlauf der Minima nochmal schmaler und geht weiterhin in das Fehlerbild aus 4.17(a) über.

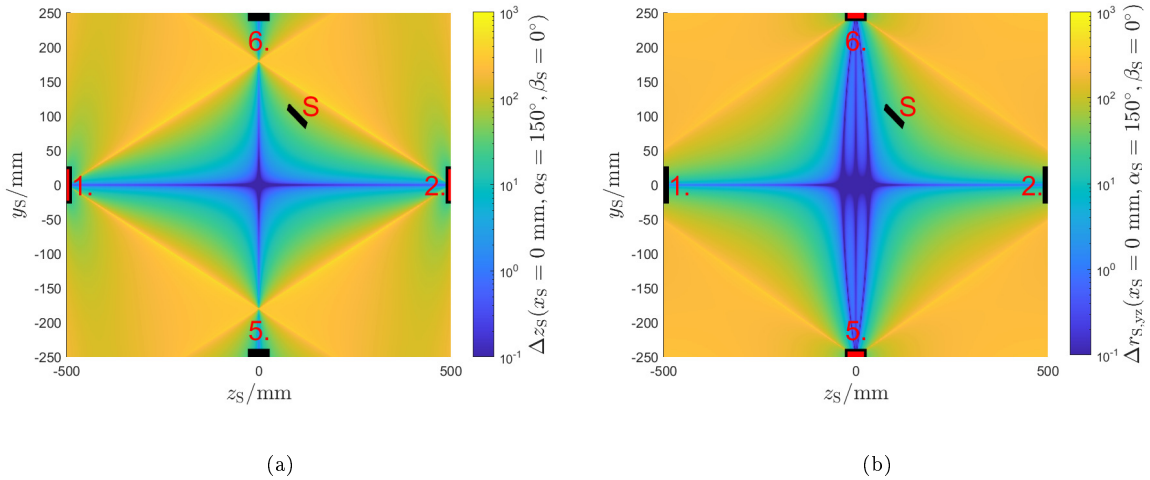


Abb. 4.17.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 150^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)

Die resultierenden Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ sind in Abb. 4.18(a) und 4.18(b) für jeweils $\alpha_S = 120^\circ$ und $\alpha_S = 150^\circ$ dargestellt. Hier zeigt sich deutlich, dass die Erhöhung des Ausrichtungswinkels α_S den sinnvollen Bereich für die Verhältnismethode verkleinert und gleichzeitig die Minima-Fläche (blau) verringert.

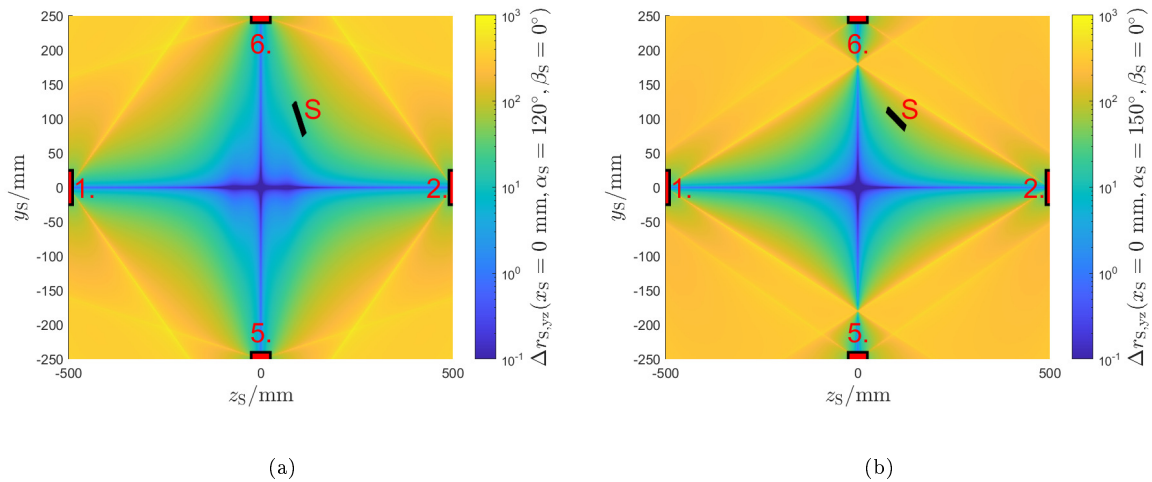


Abb. 4.18.: Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 120^\circ$ (links) oder $\alpha_S = 150^\circ$ (rechts)

4.1.1.4. Erweiterung des Messsystems durch mehr Ortungsspulen

In den vorherigen Untersuchungen wurde gezeigt, dass die größten Fehler der Verhältnismethode durch die Verschiebung entstehen. Um diesen Verschiebungsfehler zu vermeiden wird ein erweitertes Messsystem vorgeschlagen, welches mehr Ortungsspulen beinhaltet. Dadurch soll, je nach Verschiebung, ein anderes Spulenpaar (gegenüberliegender Ortungsspulen) angesprochen werden. Um mehrere Spulen unterzubringen, werden die kleinen Ortungsspulen verwendet. Abb. 4.19 zeigt das gewählte CST Modell des neuen Messsystems.

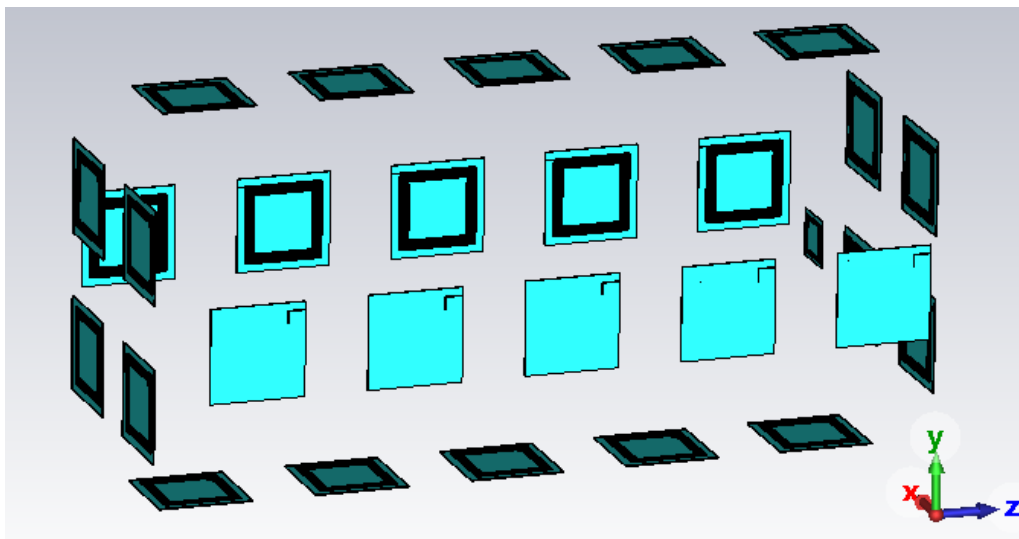


Abb. 4.19.: Ortungssystem mit einer erhöhten Anzahl ($N_L = 26$) von Ortungsspulen

Da jedes Spulenpaar die Koordinaten der gesuchten Spule mit der Verhältnismethode berechnet (bei z sind es vier, da vier Spulenpaare für die z -Achse existieren), muss auch die beste Berechnung ermittelt werden. Die beste Auswahl besitzt das größte Produkt ($\max(M_{n_a,S} \cdot M_{n_b,S})$) aus beiden Gegeninduktivität, da dabei die Größenordnung der Gegeninduktivitäten besser berücksichtigt wird.

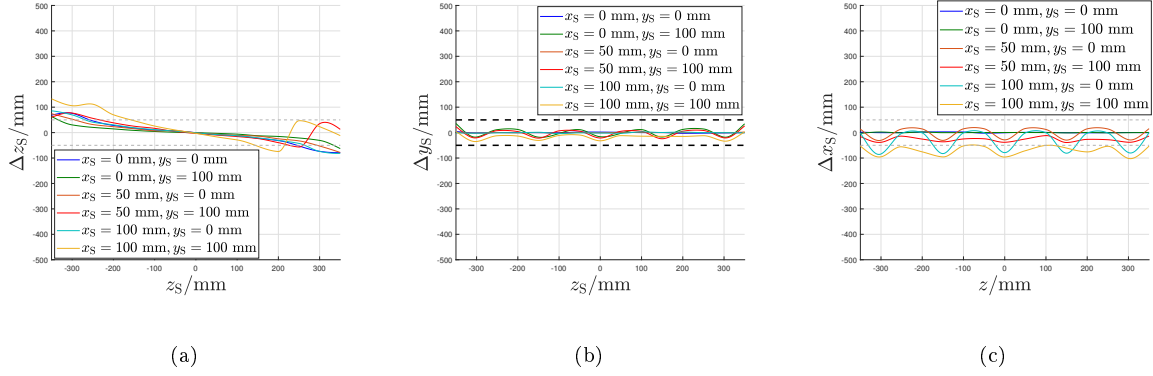


Abb. 4.20.: Fehler für die Auswahl des größten Produktes der Gegeninduktivitäten der jeweiligen Spulenpaare von vier Spulenpaaren (größtes geometrisches Mittel)

In den Abb. 4.20 sind die jeweiligen Berechnungsfehler der Verhältnismethode dargestellt, wobei das Spulenpaar über das größte Produkt der Gegeninduktivität des Spulenpaars ausgewählt wird. Dabei zeigt sich deutlich, dass sich die Ergebnisse im Vergleich zum normalen Messsystem mit sechs Spulen verbessert haben und zum großen Teil die gewünschte Abweichung von 5 cm erfüllen. Dabei würde bei einer noch höheren Anzahl von Ortungsspulen, dass Ergebnis weiterhin verbessert werden. Allerdings würde es die Kosten bei der Herstellung des Ortungssystems und die Ansteuerung und Auswertung durch eine Schaltung steigern. Der größte Vorteil der Verhältnismethode ist die sehr einfache Berechnung der Koordinaten, die geringe Abhängigkeit der Ausrichtung und die nicht erforderlichen Kenntnisse über das System, solange alle Ortungsspulen gleich sind.

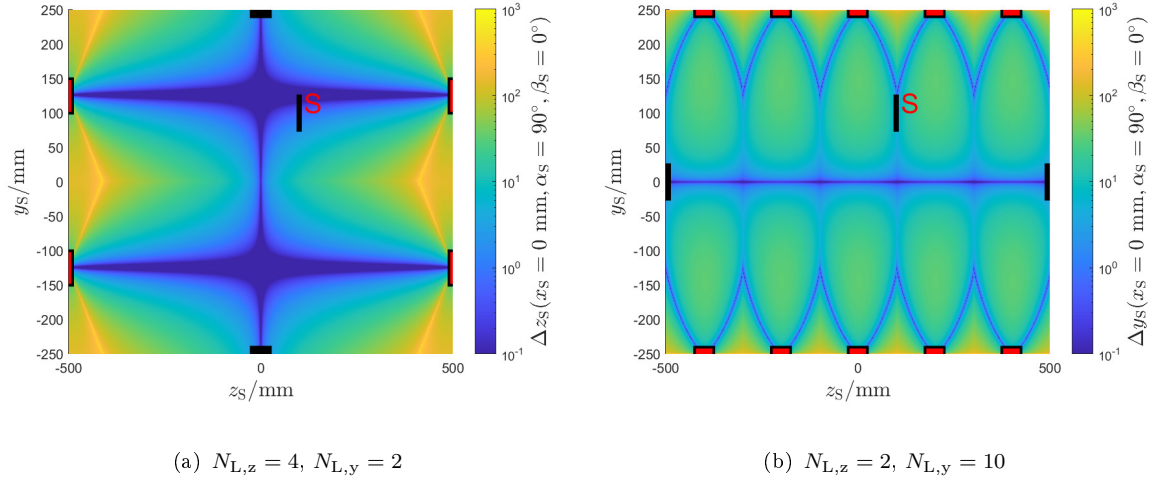


Abb. 4.21.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S bei $N_{L,z} = 4$ und $N_{L,y} = 2$; Rechts: Abweichung Δy_S bei $N_{L,z} = 2$ und $N_{L,y} = 10$)

Der Aufbau aus Abb. 4.19 soll nun auch in die Simulationsplattform übertragen werden, um daraus den Einfluss im gesamten Raum und für eine weitere sehr hohe Ortungsspulenanzahl analysieren zu können. Bei einer optimalen Wahl des korrekten Spulenpaares ergeben sich wie in Abb. 4.19 die Abweichungen Δz_S in Abb. 4.21(a) und Δy_S in Abb.

4.21(b). Durch die höhere Anzahl der Ortungsspulen können somit die Fehler durch die Verschiebung jeweils deutlich verringert werden, wobei die Nachteile der Verhältnismethode noch sichtbar ist.

Die resultierende Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ aus Abb. 4.22(a) zeigt deutliche Verbesserungen im Vergleich zu Abb. 4.9. Generell ist hier der Bereich für die Verhältnismethode größer bzw. die Begrenzung durch den Nulldurchgang weiter entfernt.

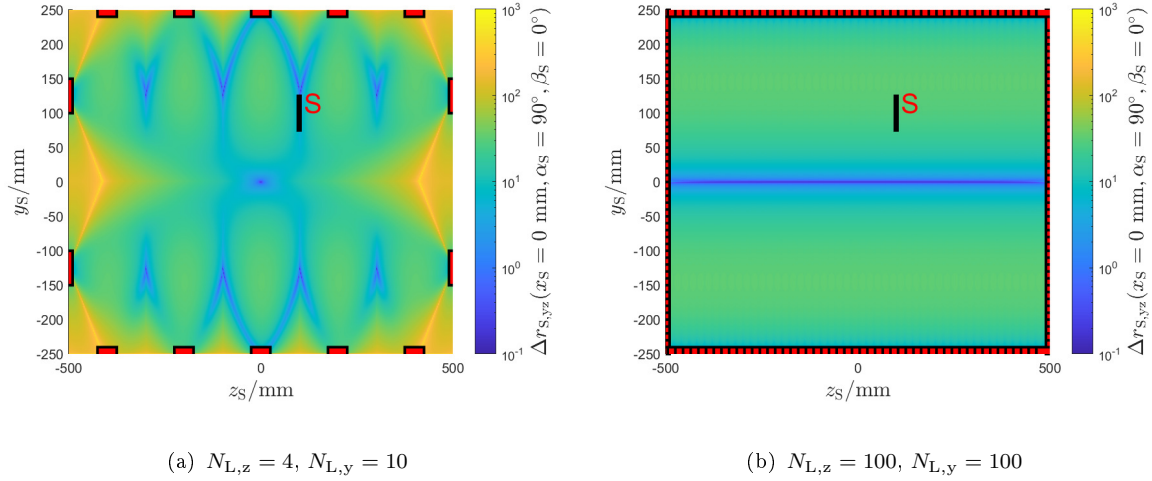


Abb. 4.22.: Systematische Abweichungen der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$ (Links: Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ bei $N_{L,z} = 4$ und $N_{L,y} = 10$; Rechts: Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ bei $N_{L,z} = 100$ und $N_{L,y} = 100$)

Wenn nun die Anzahl der Ortungsspulen auf jeweils 100 Ortungsspulen pro Koordinate in Abb. 4.22(b) erhöht werden, sieht man die Konvergenz der Verhältnismethode für die Erhöhung der Ortungsspulen bei $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$. Es zeigt sich, dass es einen minimalen Bereich (blau) entlang der z -Achse bei $y_S = 0$ mm gibt und die Abweichung außerhalb des Bereiches sich konstant (und gering) entlang der z -Achse bewegt. Die Fehler sind in diesem Fall gering und wären für das Verfahren akzeptable, allerdings ist der Hardwareaufwand durch die extrem hohe Anzahl der Ortungsspulen und der notwendigen Messgeräte enorm und nicht wirtschaftlich.

Zusätzlich soll nun noch die Auswirkung dieser enormen Ortungsspulenanzahl auf die Ausrichtung α_S und die Verschiebung x_S , wenn dort nur $N_{L,x} = 2$ Ortungsspulen vorhanden sind. In Abb. 4.23(a) wurde die Ausrichtung der gesuchten Spule S auf $\alpha_S = 120^\circ$ geändert, wodurch sich die Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ deutlich verringert. Der Grund dafür ist, dass durch die enorme Erhöhung der Ortungsspulenanzahl sich hier mehr Vorteile ergeben, wenn durch die Ausrichtungen beide Koordinaten besser erfasst werden können. Anders sieht es bei der Erhöhung der Abweichung auf $x_S = 100$ mm aus, da die Anzahl der x -Ortungsspulen weiterhin bei $N_{L,x} = 2$ bleibt und sich dadurch kein Vorteil auf der x -Achse ergibt. Hier ist sogar die Begrenzung klar durch ein Rechteck gekennzeichnet.

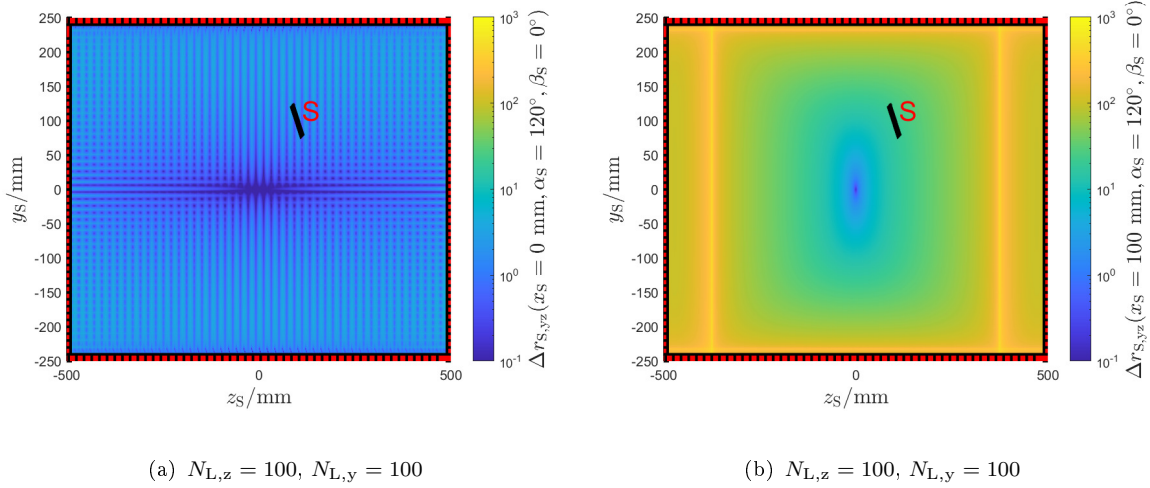


Abb. 4.23.: Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen $N_{L,z} = 100$ und $N_{L,y} = 100$ in der y - z -Ebene für $\alpha_S = 120^\circ$ (Links: Abweichung bei $x_S = 0$ mm; Rechts: Abweichungen bei $x_S = 100$ mm)

4.1.2. Analytische Methode

Da die Verhältnismethode hohe systematische Fehler bei Verschiebungen besitzt, wird nun versucht die Gegeninduktivität auch in Abhängigkeit der Verschiebung zu berücksichtigen. Dabei wird die verifizierte Gleichung (3.67) aus Unterkapitel 3.4.2 als Grundlage genutzt, welche die Gegeninduktivität zwischen einer Leiterschleife und einer beliebigen Spule näherungsweise beschreibt. Für die Umsetzung des Verfahrens werden entweder vorher alle Gegeninduktivitäten berechnet und mit den simulierten Gegeninduktivitäten aus CST Studio Suite[®] verglichen oder durch Optimierer versucht die Gleichung anhand von den simulierten Daten zu lösen. Diese Koordinaten werden dann mit den simulierten Koordinaten der gesuchten Spule verglichen und der Fehler $\Delta \mathbf{r}_S$ wird daraus ermittelt. Dabei benötigt das Hinterlegen der Werte mehr Speicher, wohingegen die numerische Berechnung mehr Rechenressourcen verlangt. Eine direkte Umstellung nach den jeweiligen Koordinaten ist durch die transzendente Eigenschaft der Gleichung (3.67) nicht möglich. Die Verwendung der Neumann-Gleichung aus (3.77) ist ebenfalls für eine beliebige Spulenstruktur denkbar, aber erfordert eine deutliche höhere Berechnungszeit.

4.1.2.1. Ermittlung von drei unbekanntem Parameter (x , y und z)

Mit Hilfe eines Ortungssystems, welches je Koordinatenachse zwei Leiterschleifen besitzt, soll nun der Ort der gesuchten Spule bestimmt werden (vgl. Abb. 4.24). Dazu werden die gemessenen Gegeninduktivitäten der Leiterschleifen $\mathbf{m}_{\text{Mess},S}$ (hier: $N_L = 6$) ermittelt und durch die Gleichung (3.67) als \mathbf{m}_S aus den jeweiligen Leiterschleifen bestimmt. Zur Lösung der gesuchten Koordinaten der gesuchten Spule \vec{r}_S ergibt sich für die Messungen \mathbf{m}_{Mess} und den berechenbaren Gegeninduktivitäten \mathbf{m}_S aus (3.67) folgende Darstellung:

$$\vec{r}_S = \underset{\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S}{\operatorname{argmin}}(\mathbf{m}_{\text{Mess},S} - \mathbf{m}_S) \quad \text{mit} \quad \mathbf{m}_S = \begin{bmatrix} M_{1,S}(\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S) \\ M_{2,S}(\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S) \\ \vdots \\ M_{N_L,S}(\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S) \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

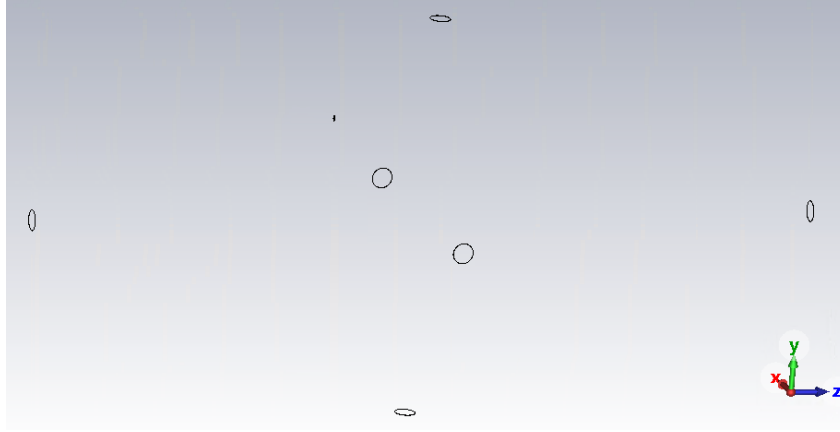


Abb. 4.24.: Ortungssystem aus Leiterschleifen zur Lokalisierung der gesuchten Spule

Die Funktionen $M_{n,S}$ entstehen aus der Gleichung (3.67), aber variieren je nach Ort und Ausrichtung der jeweiligen Ortungsspule, sodass beispielsweise

$$M_{1,S}(x_S, y_S, z_S, \alpha_S, \beta_S) = M_{2,S}(x_S, y_S, z_d - z_S, \alpha_S + 180^\circ, \beta_S) \quad (4.8)$$

für die z -Ortungsspulen am Ort $\vec{r}_{1/2} = (0, 0, \pm \frac{z_d}{2})$ mit dem Abstand z_d und der Ausrichtung zum Koordinatenursprung \vec{r}_0 (Mittelpunkt des Ortungsvolumens) gilt.

Zur Lösung von (4.7) können Optimierer genutzt werden, welche allerdings aufgrund der hohen Dimensionalität und der zahlreichen Unbekannten eine hohe Rechenleistung erfordern. Diese Lösung wäre in der Realität nicht immer abhängig von der gewünschten Genauigkeit und verfügbaren Rechenleistung sinnvoll, da die Ergebnisse sehr zeitnah abgerufen werden sollen und kostspielige Rechenhardware und den damit hohen Energieverbrauch vermieden werden soll (im späteren Kapitel wird dieser Lösungsweg allerdings betrachtet). Alternativ kann eine hohe Anzahl von möglichen Gegeninduktivitäten im Ortungsraum im Voraus für jede Ortungsspule n durch $\mathbf{M}_{\text{LUT},n,S}$ berechnet werden, in einer Datenbank abgelegt werden (Look-Up-Tables (LUT)), wodurch nur noch einfache und schnelle Rechenoperationen mit den Messergebnissen $\mathbf{M}_{\text{Mess},n,S} = M_{\text{Mess},n,S} \cdot \mathbb{1}_{N_{\text{LUT},x}, N_{\text{LUT},y}, N_{\text{LUT},z}}$ (Einstensor)

$$\boxed{\vec{r}_{\text{Calc},S} = \underset{\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S}{\operatorname{argmin}} \left(\sum_{n=1}^{N_L} |\mathbf{M}_{\text{Mess},n,S} - \mathbf{M}_{\text{LUT},n,S}| \right)} \quad (4.9)$$

durchgeführt werden muss. Hier ist in der Anwendung also eher ein hoher Speicher mit allen Ergebnissen notwendig, welcher durch die Anzahl der vorberechneten Werte $N_{\text{LUT},x}$, $N_{\text{LUT},y}$ und $N_{\text{LUT},z}$ der jeweiligen Koordinaten abhängig ist.

In dem Fall von Abb. 4.24 werden sechs Look-Up-Tables $\mathbf{M}_{\text{LUT},n,S}$ (für jede Leiterschleife) berechnet. Es ist darauf zu achten, dass die jeweiligen Koordinatensysteme zueinander passend transformiert werden, sodass die gesuchten Koordinaten übereinstimmen. Die Look-Up-Tables besitzen jeweils eine Größe von 665.091 Einträgen ($N_{\text{LUT},z} = 161 \times N_{\text{LUT},y} = 81 \times N_{\text{LUT},x} = 51$) bei einer Abmessung von $x_d = 250$ mm, $y_d = 400$ mm und $z_d = 800$ mm, wobei eine räumliche Abtastung von 5 mm stattgefunden hat. Die jeweilige Ausrichtung (bzw. die Winkel) der gesuchten Spule sind weiterhin bekannt.

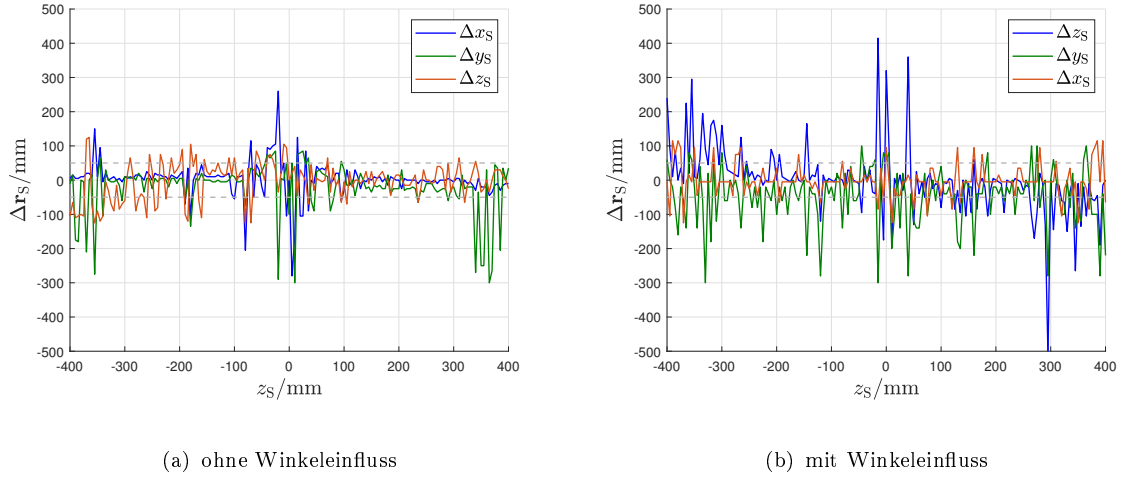


Abb. 4.25.: Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ für die Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule entlang der z -Achse für $y_S = 100$ mm und $x_S = 0$ mm

Da die Abweichung am interessantesten ist, um das jeweilige Verfahren zu bewerten, wird der jeweilige Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S = \vec{r}_{\text{Calc},S} - \vec{r}_S$ in Abb. 4.25(a) dargestellt. Dabei wird die gesuchte Spule entlang der z -Achse bewegt, wobei $y_S = 100$ mm und $x_S = 0$ mm ist. Es zeigt sich auch hier, dass sich der Großteil innerhalb der 5 cm Grenze befindet, aber ein Rauschen auf den Ergebnissen liegt. Das Rauschen entsteht dadurch, dass die Gleichung (3.67) von mehreren Parametern abhängt. Da immer die Gegeninduktivität gesucht wird, die die geringste Differenz zur simulierten Gegeninduktivität hat, können dadurch falsche Entscheidungen getroffen werden. Lösung wäre eine feinere räumliche Diskretisierung, welche allerdings den Aufwand zur Datengenerierung enorm erhöhen würde. Zusätzlich entsteht auch bei CST Studio Suite[®] ein numerisches Rauschen (besonders bei sehr kleinen Gegeninduktivitäten nahe des Nulldurchgangs), welche Fehler verursachen. Die größten Fehler sind im Bereich von $z_S = -400$ mm, $z_S = 0$ mm und $z_S = 400$ mm, welche durch die Näherung der Formel entstehen (siehe Unterkapitel 3.4.2).

4.1.2.2. Berücksichtigung der Ausrichtung (x , y , z , α und β)

Zusätzlich zu den jeweiligen Koordinatenachsen wird nun die Ausrichtung von α und β mitberücksichtigt. Es ergeben sich allerdings technische Probleme bei der Berechnung. Durch die Berücksichtigung der zwei Winkel würde sich die Größe einer Look-Up-Table auf etwa 861 Millionen Einträge ($N_{\text{LUT},z} = 161 \times N_{\text{LUT},y} = 81 \times N_{\text{LUT},x} = 51 \times N_{\text{LUT},\alpha} = 36 \times N_{\text{LUT},\beta} = 36$) ergeben, wobei Berechnungen für jede 5 mm und jede 10° der Ausrichtung umgesetzt werden. Bei der Verwendung eines Double-Datentyps (8 Byte) werden somit etwa 6.9 GB Arbeitsspeicher pro Leiterschleife nötig. Eine Verringerung der Genauigkeit, um den Bedarf an Rechenleistung und Arbeitsspeicher zu verringern, führt zu deutlich ungenaueren Ergebnissen, da sich die Ungenauigkeiten gegenseitig verstärken, indem vermehrt falsche Rückschlüsse getroffen werden. In Abb. 4.25(b) werden die jeweiligen Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ für die Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule durch die analytische Näherung gezeigt, wobei nun die Ausrichtung der gesuchten Spule auch unbekannt ist. Die beiden zusätzlichen Unbekannten α_S und β_S erzeugen weitere Fehlerquellen, wodurch sich der Fehler bei der Lokalisierung durch dieses Verfahren vergrößert. Ein weiterer großer Nachteil des Verfahrens ist, dass die Gleichung 3.67 nur für Leiterschleifen

gilt. Da die Leiterschleife eine geringe Eigeninduktivität besitzt, folgt daraus auch eine geringe Gegeninduktivität zur gesuchten Spule, welches die Messungen erschwert. Hier würde sich eine planare Spule mit mehreren Windungen besser eignen. Allerdings würde sich eine analytische Formel für planare Spulen deutlich komplexer gestalten.

4.1.2.3. Verwendung von Optimierer

Für das Optimierungsproblem wird die Fehlerfunktion f_{GA} (auch Fitnessfunktion)

$$\vec{r}_{\text{Calc},S} = \underset{\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S}{\operatorname{argmin}} \left(\underbrace{\sum_{n=1}^{N_L} |M_{\text{Mess},n,S} - M_{n,S}(x_S, y_S, z_S, \alpha_S, \beta_S)|}_{f_{GA}(M_{\text{Mess},n,S}, \vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S)} \right) \quad (4.10)$$

ähnlich zum LUT genutzt. Zur Lösung dieser Problemstellung haben aufgrund der hohen Anpassungsfähigkeit genetische Algorithmen (GA) aus [73, 74] gute Ergebnisse geliefert. Genetische Algorithmen sind vom Prinzip der Evolution aus der Natur inspiriert, wo sich nur das beste Eigenschaften/Ergebnisse „fortpflanzen“ (Selektion/Partnerwahl), diese an ihre „Kinder“ weitergeben (Nachkommen) und auch zufällige Eigenschaften hinzugefügt werden (Mutation). Im Folgenden wird der verwendete genetische Algorithmus kurz dargestellt, wobei dieser sich je nach Anforderungen in seinen Gleichungen unterscheiden kann:

0. Initialisierung:

Bei der Initialisierung ist es vom Vorteil den Lösungsraum einzuschränken, damit keine ungewollten Berechnungen durchgeführt werden. Im Fall der induktiven Ortung sind die Orte innerhalb des Ortungsraum für $\vec{r}_{S,\min} = -(\frac{x_d}{2}, \frac{y_d}{2}, \frac{z_d}{2})$ und $\vec{r}_{S,\max} = (\frac{x_d}{2}, \frac{y_d}{2}, \frac{z_d}{2})$, sodass $\vec{r}_S \in [\vec{r}_{S,\min}, \vec{r}_{S,\max}]$ gilt. Die eckigen Klammern kennzeichnen hierbei die Verbindungsstrecke (das abgeschlossene Streckensegment) zwischen den beiden Ortsvektoren im dreidimensionalen Raum. Für die Ausrichtungen der gesuchten Spule gelten $\alpha_S, \beta_S \in [-180^\circ, 180^\circ]$. Am Anfang werden N_{GA} zufällige Parametervektoren (Individuen) für unsere Funktion $M_{n,S}(x_S, y_S, z_S, \alpha_S, \beta_S)$ mit einer zufälligen Gleichverteilung $\mathcal{U}_{\text{Zufall}}(a, b)$ zwischen a und b erstellt

$$\mathbf{x}_{GA,n,0} = \begin{bmatrix} \vec{r}_{S,\min} \\ \alpha_{S,\min} \\ \beta_{S,\min} \end{bmatrix} + \mathcal{U}_{\text{Zufall}} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \\ 360^\circ \\ 360^\circ \end{bmatrix} \right) \quad (4.11)$$

mit der gleichverteilten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$\mathcal{U}_{\text{Zufall}}(a, b) = p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.12)$$

und durch die initiale Matrix $\mathbf{X}_{\text{GA},0}$ als

$$\mathbf{X}_{\text{GA},0} = [\mathbf{x}_{\text{GA},1,0} \quad \mathbf{x}_{\text{GA},2,0} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{\text{GA},N_{\text{GA}},0}] \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_{\text{GA},n,k} = \begin{bmatrix} x_{\text{S},n,k} \\ y_{\text{S},n,k} \\ z_{\text{S},n,k} \\ \alpha_{\text{S},n,k} \\ \beta_{\text{S},n,k} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

zusammengefasst.

1. Fehler-/Fitnessbewertung:

Um die jeweiligen Individuen zu bewerten, wird eine Fitnessfunktion $f_{\text{GA}}(\mathbf{x}_{\text{GA},n,k})$ verwendet. In diesem Fall wird es durch die Fehlerfunktion aus (4.10) durchgeführt, wo eine minimale Abweichung angestrebt wird.

2. Selektion:

Da hier ein Minimierungsproblem vorhanden ist, wird der Kehrwert der Fehlerbewertung genutzt und aus diesem Ergebnis das jeweilige Individuum $\mathbf{x}_{\text{GA},n,k}$ durch die Wahrscheinlichkeit

$$P(\mathbf{x}_{\text{GA},n,k}) = \frac{\frac{1}{f_{\text{GA}}(\mathbf{x}_{\text{GA},n,k})}}{\sum_{n=1}^{N_{\text{GA}}} \frac{1}{f_{\text{GA}}(\mathbf{x}_{\text{GA},n,k})}} \quad (4.14)$$

gewichtet. Diese Gewichtungsform wird die Roulette-Wheel-Selektion genannt und durch das Ziehen (mit Zurücklegen) der jeweiligen Wahrscheinlichkeiten $P(\mathbf{x}_{\text{GA},n,k})$ entstehen die „Eltern“ $\mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},1,k}$, welche die besten Ergebnisse beinhalten, zur Bildung der nächsten Generation:

$$\mathbf{X}_{\text{GA,Eltern},k} = [\mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},1,k} \quad \mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},2,k} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{\text{GA},N_{\text{GA}},\text{Eltern},k}] \quad (4.15)$$

3. Rekombination/Nachkommen:

Nun sollen die Eigenschaften der „Eltern“ $\mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},n,k}$ auf eine neue Generation übergeben werden. Diese Weitergabe wird wie bei der Evolution durch zwei zufällige Elternteile gegeben, welche beide zwei „Kinder“ erzeugen. Die Eigenschaft der Kinder enthält wiederum Teile der Eigenschaften des Elternpaares. Diese Vererbung kann beispielsweise durch

$$\mathbf{x}_{\text{GA,Kind},1,k} = \alpha_{\text{Vererbung}} \cdot \mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},1,k} + (1 - \alpha_{\text{Vererbung}}) \mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},2,k} \quad (4.16)$$

und

$$\mathbf{x}_{\text{GA,Kind},2,k} = \alpha_{\text{Vererbung}} \cdot \mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},2,k} + (1 - \alpha_{\text{Vererbung}}) \mathbf{x}_{\text{GA,Eltern},1,k} \quad (4.17)$$

erfolgen, wobei $\alpha_{\text{Vererbung}} \in [0, 1]$ und durch den Anwender gewählt werden kann. Hier wurde $\alpha_{\text{Vererbung}} = 0,8$ gewählt.

4. Mutation:

Die „Kinder“ können dann auch zufällige Eigenschaften in Form von Mutationen durch

$$\mathbf{x}_{\text{GA},n,k+1} = \mathbf{x}_{\text{GA},\text{Kind},n,k} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{GA}} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{GA}} = \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \boldsymbol{\sigma}_{\text{GA}}^2) \quad (4.18)$$

besitzen und werden somit zur neuen Generation;

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\text{GA},k+1} &= [\mathbf{x}_{\text{GA},1,k+1} \quad \mathbf{x}_{\text{GA},2,k+1} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{\text{GA},N_{\text{GA}},k+1}] \\ &= [\mathbf{x}_{\text{GA},1,k} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{GA}} \quad \mathbf{x}_{\text{GA},2,k} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{GA}} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{\text{GA},N_{\text{GA}},k} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{GA}}] . \end{aligned} \quad (4.19)$$

Abbruchkriterium:

Die Schritte **1.** bis **4.** wiederholen sich dann so lange, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Typische Kriterien sind maximale Anzahlen von Generationen $N_{\text{GA},\text{Gen},\text{max}}$, zu lange Berechnungsdauer, das Erreichen der gewünschten Genauigkeit, das Erreichen einer Konvergenz durch eine Toleranz $\mu_{\text{Konvergenz}}$ durch die Beziehung $|f_{\text{GA}}(\mathbf{x}_{\text{GA},\text{min},k+1}) - f_{\text{GA}}(\mathbf{x}_{\text{GA},\text{min},k})| < \mu_{\text{Konvergenz}}$ oder keine weitere Verringerung der Toleranz nach einer bestimmten Anzahl von Generationen.

Die Beurteilungsverfahren der jeweiligen Schritte können je nach Anforderungen variieren [73, 74].

Im Folgenden werden als Parameter $N_{\text{GA},\text{Gen},\text{max}} = 2000$, $N_{\text{GA}} = 2000$ und $\mu_{\text{Konvergenz}} = 10^{-32}$ gewählt, welche eine hohe Berechnungszeit erfordern, aber auch hohe Genauigkeiten erzielen. Die Ortungsalgorithmen werden anhand der Verläufe aus 4.1.2.1 und 4.1.2.2 geprüft und analysiert.

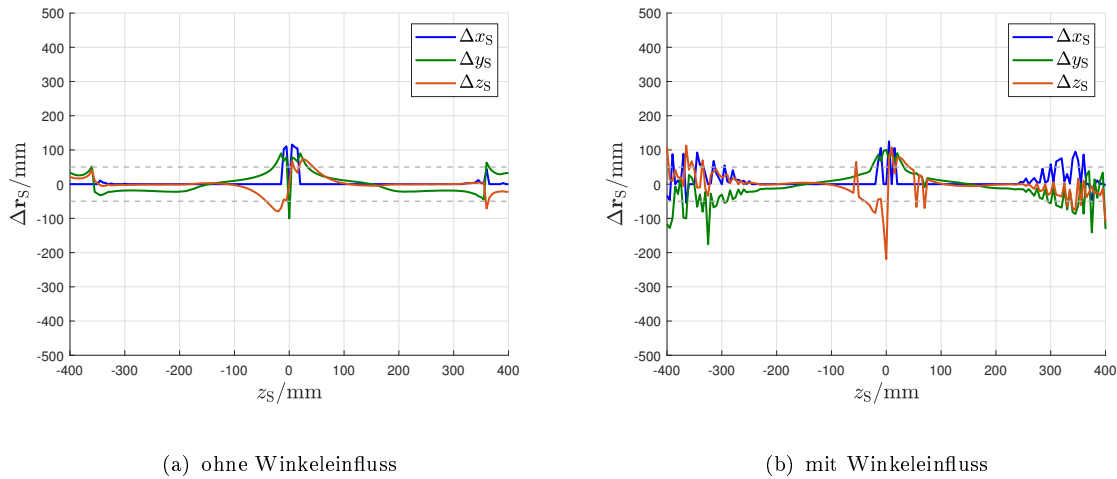


Abb. 4.26.: Lokalisierungsabweichungen durch die analytische Gleichung (3.67) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$ und $\beta_S = 0^\circ$

In Abb. 4.26(a) sind die Abweichungen der Ortungsergebnisse für nur die unbekannten Ortskoordinaten, aber für bekannte Ausrichtungen (α_S und β_S) dargestellt. Hier zeigt sich, dass durch die Bedingung von (3.67) durch $r_0^2 \ll r^2 + z^2$, hohe Abweichung nahe der

Ortungsspulen entstehen, aber bei sonst sehr gute Ergebnisse liefert.

Für die zusätzliche Betrachtung der Ausrichtungen α_S und β_S wird die Problemstellung komplexer. Dadurch erhöht der Fehler in Abb. 4.26(b) nahe der Ortungsspulen. Wenn also die Leiterschleifen entweder klein genug oder der Ortungsraum groß genug ist, sind die Ergebnisse durch die Verwendung von Optimierer eine gute Möglichkeit für die Lokalisierung von Leiterschleifen. Zusätzlich validieren die Ergebnisse erneut die Gleichung (3.67).

Für die Berechnung wurde bei einer Workstation mit einem Intel i7-10700K CPU eine durchschnittliche Berechnungszeit pro Wert von $T_{\text{Calc}} \approx 4,5\text{s}$ (ohne Winkel, pro Wert) und $T_{\text{Calc}} \approx 7\text{s}$ (mit Winkel, pro Wert) benötigt. Durch Optimierungen im Programmcode, Vermeidung von unnötigen Hintergrundprozessen während der Berechnungen (Betriebssystem, andere Programme) und durch spezielle Anpassung an die Berechnungshardware, kann die Berechnungszeit noch weiter verringert werden. Je nach Anforderungen an die Genauigkeit ist somit eine simultane Berechnung aus den Messwerten und eine Live-Darstellung der Ortungsergebnisse hier denkbar.

4.1.2.4. Verwendung von beliebigen planaren Spulengeometrien

In Kapitel 3.4.3 wurde anhand (3.69) angenommen, dass bei $r_0^2 \ll r^2 + z^2$ der Verlauf einer beliebigen planaren Spule durch den konstanten Faktor $M_{0,n,S}$ berücksichtigt werden kann. Dazu wurden in Abb. 4.27 genetische Algorithmen als Lösung für die Spulenanordnung (Ortungsspulen und gesuchte Spule) aus Abb. 3.31(a) für $M_{0,n,S} = 68,398\text{ pH m}^3$ verwendet. Die Abweichungen sind ähnlich zu dem Fall durch Leiterschleifen, wobei bei der planaren Spule die Abweichungen an den Begrenzungen bei $z_S = -450\text{ mm}$ und $z_S = 450\text{ mm}$ höher sind. Aufgrund der höheren Komplexität der Spulengeometrie war eine Berechnungszeit von $T_{\text{Calc}} \approx 31\text{ s}$ (mit Winkel, pro Wert) erforderlich.

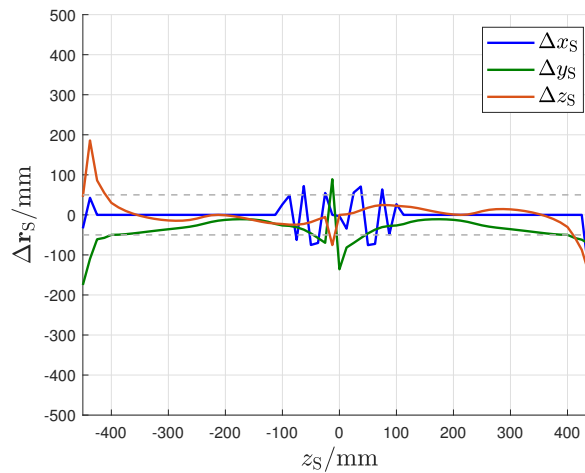
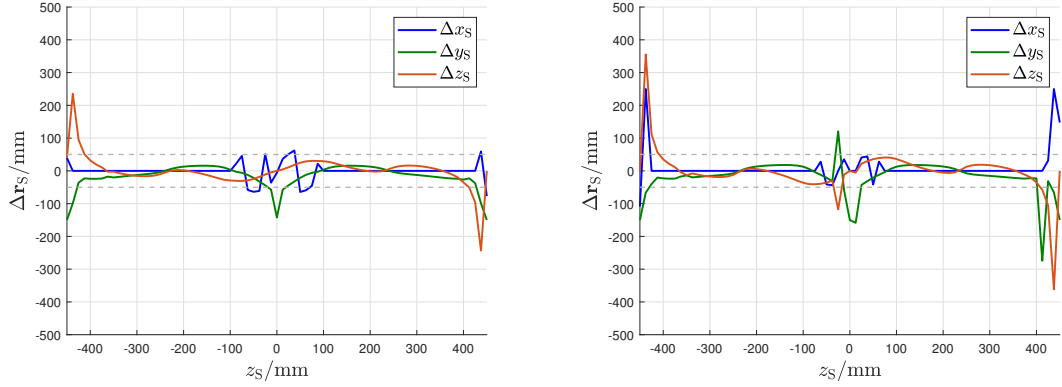


Abb. 4.27.: Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0\text{ mm}$, $y_S = 100\text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 0^\circ$

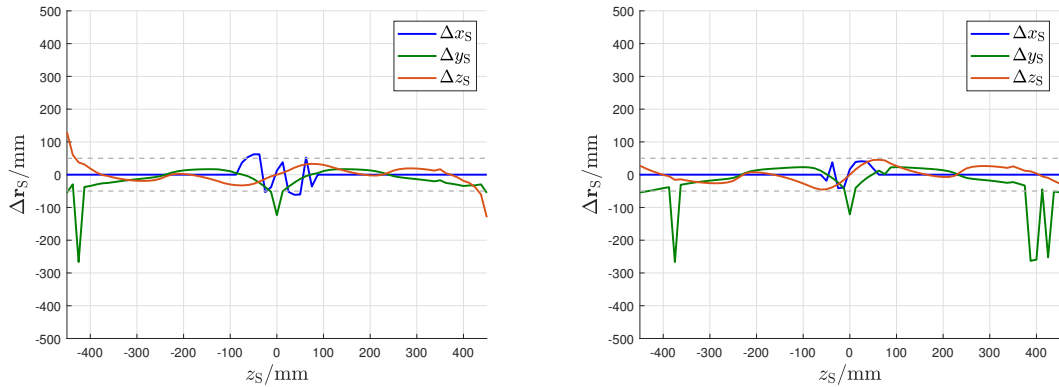
In Gleichung (3.69) wird eine quadratische Spulengeometrie vorgezogen, da die Ausrichtung durch γ_S nicht berücksichtigt wird. Um diesen Einfluss für den Ortungsalgorithmus zu analysieren werden die rechteckigen Spulen als gesuchte Spulen aus Abb.

3.31(b) und 3.31(c) verwendet, wobei die Ortungsspulen weiterhin die quadratischen Spulen bleiben. Als Anpassungsfaktor werden $M_{0,n,S} = 136,80 \text{ pH m}^3$ (lange Spule) und $M_{0,n,S} = 188,09 \text{ pH m}^3$ (sehr lange Spule) verwendet. Die Ergebnisse aus Abb. 4.28 zeigen ähnliche Ergebnisse wie bei der quadratischen planaren Spule, wobei die Fehler an den Begrenzungen bei $z = -450 \text{ mm}$ und $z = 450 \text{ mm}$ nochmal höher sind, welches die Bedingungen von (3.67) erneut unterstreicht.


 (a) Rechteckige Spule aus Abb. 3.31(b) bei $\gamma_S = 0^\circ$

 (b) Sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c) bei $\gamma_S = 0^\circ$

Abb. 4.28.: Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0 \text{ mm}$, $y_S = 100 \text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 0^\circ$


 (a) Rechteckige Spule aus Abb. 3.31(b) bei $\gamma_S = 90^\circ$

 (b) Sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c) bei $\gamma_S = 90^\circ$

Abb. 4.29.: Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0 \text{ mm}$, $y_S = 100 \text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 90^\circ$

Für die Berechnung der Ortskoordinaten war bei der langen Spule aus Abb. 3.31(b) eine durchschnittliche Berechnungszeit von $T_{\text{Calc}} \approx 32 \text{ s}$ und für die sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c) eine durchschnittliche Berechnungszeit von $T_{\text{Calc}} \approx 28 \text{ s}$ notwendig. Somit ist für die bisherigen vorgestellten planaren Spulen eine Berechnungszeit auf dem verwendeten System von etwa einer halben Minute für diese Optimierungsproblem mit der Fehlerfunktion zu erwarten. Die Schwankungen entstehen durch die zufälligen Faktoren des

Algorithmus, die unterschiedlichen Simulationsergebnisse der unterschiedlichen Spulen und durch mögliche andere Hintergrundprozesse während der Berechnung, welche sowohl die Berechnungszeit als auch die Lösbarkeit der Problemstellung beeinflussen.

In Kapitel 3.4.3 zeigte sich, dass der Unterschied bei $\gamma_S = 90^\circ$ am Größten ist, daher wurde in Abb. 4.29 auch diese Ausrichtung für die beiden rechteckigen Spulen als gesuchte Spule betrachtet. Hier zeigt sich die gleiche Art der Fehler nahe der Ortungsspulen, wobei die Höhe der Abweichung ähnlich ist, sodass eine Abhängigkeit von γ_S nicht erkennbar ist.

Ergebnisse einer ganzen Ortungsebene:

Um einen anderen Blickwinkel auf die Ergebnisse der analytischen Methode durch Nutzung von genetischen Algorithmen zu erhalten, wurden verschiedene y - z Ebenen mit jeweils 1000-Standorten der gesuchte Spule S für die Parameter $x_S \in \{0 \text{ mm}, 100 \text{ mm}\}$ und $\alpha_S \in \{0^\circ, 90^\circ\}$ in CST Studio Suite[®] simuliert und die erzeugten Gegeninduktivitäten mit (4.10) verwendet, um die jeweiligen Koordinaten wieder zu berechnen. Dadurch ist es in Abb. 4.30 möglich die gesamten Abweichungsfehler Δr_S farblich darzustellen. Diese Darstellung ist nicht so informationsreich wie die vorherigen Graphen, aber bildet dafür einen kompletten Überblick einer Ebene mit einer Ausrichtung innerhalb des kompletten Ortungsbereiches. Die einzelnen Koordinatenfehler Δx_S , Δy_S und Δz_S sind nochmal separat im Anhang E.0.1 dargestellt.

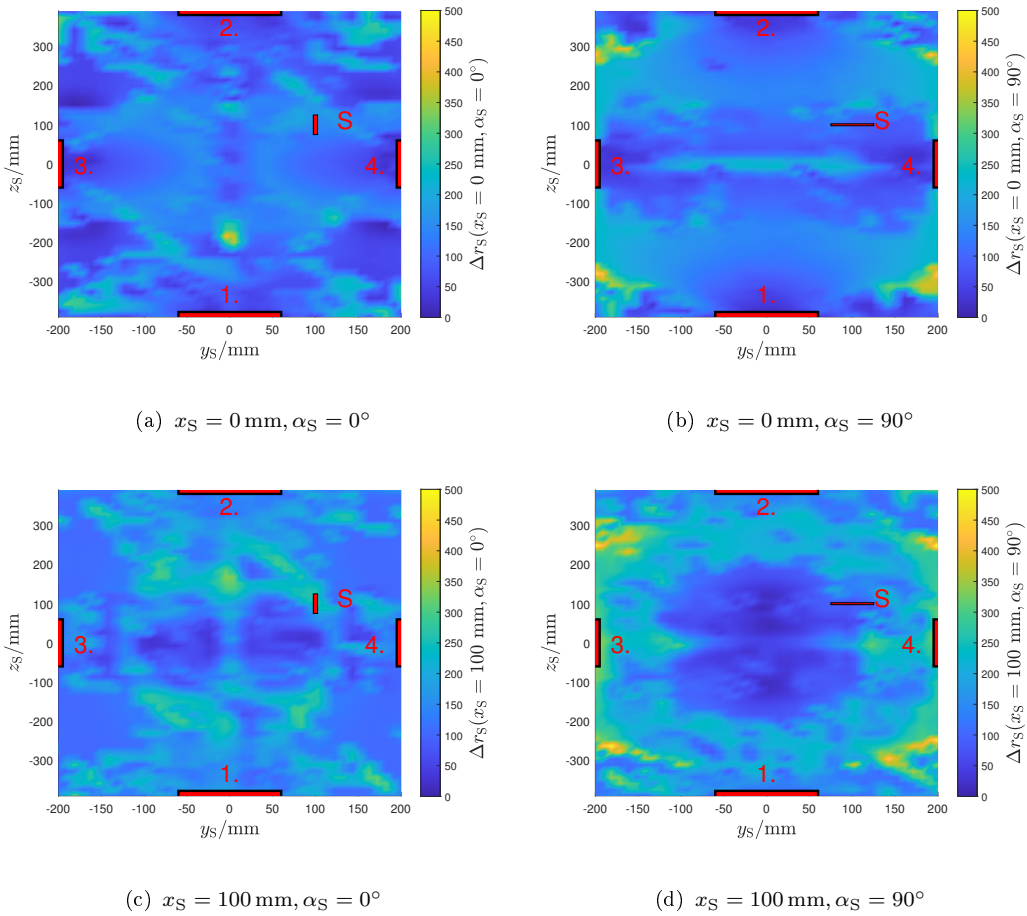


Abb. 4.30.: Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion für eine ganze Ortungsebene (gesuchte Spule S wurde hier um den Faktor 10 vergrößert!)

Die Lokalisierungsabweichungen Δr_S durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen sind für $x_S \in \{0 \text{ mm}, 100 \text{ mm}\}$ und $\alpha_S \in \{0^\circ, 90^\circ\}$ in Abb. 4.30 dargestellt unter Berücksichtigung der Ausrichtung der gesuchten Spule dargestellt. Zur besseren Darstellung wurde die gesuchte Spule um den Faktor 10 vergrößert. Es ist auch zu berücksichtigen, dass die Abmessungen der Ortungsumgebung nicht in allen Koordinatenrichtungen gleich ist, wodurch die Ortungsspulen scheinbar unterschiedlich groß erscheinen. Die Abweichungen in Abb. 4.30 zeigen ein symmetrisches Verhalten, welches auf einen systematischen und somit nicht zufälligen Fehler (z.B. durch numerischen Rauschen in CST Studio Suite[®]) hinweist und somit anders behandelt werden muss, als beispielsweise normalverteilte Fehler. Diese Abweichungen sind allerdings primär durch die unzureichende Berücksichtigung der Spulengeometrie in (3.69) zu erklären. Besonders an den jeweiligen Ecken ist der Ortungsumgebung ist der Fehler am größten, da hier die Kopplung am geringsten ist. Generell zeigen die Fehler allerdings eine gute Verwendbarkeit der angepassten analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen, da die Fehler im Allgemeinen gering sind.

Fall	$x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$	$x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$	$x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$	$x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$
$\mu_{\Delta x_S}$	1,0991 mm	2,6624 mm	-20,2642 mm	15,2516 mm
$\sigma_{\Delta x_S}$	58,1135 mm	77,1725 mm	51,7607 mm	80,2869 mm
$\sigma_{\Delta x_S}^2$	3377,2 mm ²	5955,6 mm ²	2679,2 mm ²	6446,0 mm ²
$\mu_{\Delta y_S}$	-0,1015 mm	-0,1339 mm	-1,8001 mm	2,3477 mm
$\sigma_{\Delta y_S}$	107,3501 mm	119,4853 mm	112,1684 mm	129,012 mm
$\sigma_{\Delta y_S}^2$	11524,0 mm ²	14277,0 mm ²	12582,0 mm ²	16644,0 mm ²
$\mu_{\Delta z_S}$	1,7242 mm	1,5965 mm	0,1984 mm	1,1972 mm
$\sigma_{\Delta z_S}$	67,0803 mm	90,1602 mm	70,1984 mm	107,7434 mm
$\sigma_{\Delta z_S}^2$	4499,8 mm ²	8128,9 mm ²	4927,8 mm ²	11609,0 mm ²
$\mu_{\Delta r_S}$	118,8229 mm	144,9074 mm	116,6340 mm	117,2719 mm
$\sigma_{\Delta r_S}$	72,6098 mm	85,7419 mm	83,5821 mm	102,1683 mm
$\sigma_{\Delta r_S}^2$	5272,2 mm ²	7351,7 mm ²	6986,0 mm ²	10438,0 mm ²

Tab. 4.1.: Kennwerte aller Abweichungen/Fehlern aus den Ebenen in Abb. 4.30

Zu Abb. 4.30 sind in Tab. 4.1 die jeweiligen Kennwerte der Abweichungen Δr_S gesamt und in den jeweiligen Koordinaten dargestellt. Die Abweichung des gesamten Fehlers Δr_S wurde durch

$$\mu_{\Delta r_S} = \frac{1}{N_{\text{Mess}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{Mess}}} \sqrt{\Delta x_{S,k}^2 + \Delta y_{S,k}^2 + \Delta z_{S,k}^2} \quad (4.20)$$

berechnet. Aufgrund der Nichtlinearität zwischen den Gesamtfehler und den Koordinaten gilt ($r_S = \sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}$) gilt

$$\mu_{\Delta r_S} \neq \mu_{\Delta x_S} + \mu_{\Delta y_S} + \mu_{\Delta z_S} \quad (4.21)$$

für die durchschnittliche Abweichung. Im Idealfall sind die einzelnen durchschnittlichen Abweichungen der Koordinaten $\mu_{\Delta x_S} = \mu_{\Delta y_S} = \mu_{\Delta z_S=0 \text{ mm}}$. Durch diese Parameter können dann Kalibrierungsfehler sichtbar gemacht werden, welche beispielsweise entstehen können, wenn der Mittelpunkt oder Anfang einer Spule nicht eindeutig sind und sich somit leichte Verschiebungen ergeben. Für $\mu_{\Delta y_S}$ und $\mu_{\Delta z_S}$ sind die Abweichungen in Tab. 4.1 gering, wobei bei $\mu_{\Delta x_S}$ der Fehler höher ist, welches sich dadurch erklären

lässt, dass die Abmessung $x_d = 250 \text{ mm}$ am kleinsten von den anderen Abmessungen ist und die geringste Abdeckung besitzt (bei den gewählten Einstellung des GA) und sich andere parasitäre Einfluss und die Bedingung über den Mindestabstand hier am stärksten ausprägt. Die Varianz σ^2 bzw. die Standardabweichung σ ist wiederum hier bei Δy_S am höchsten. Generell gelten diese Ergebnisse nur für diesen Fall mit den gewählten Anpassungsfaktor $M_{0,n,S}$ und beinhalten noch keine Nachverarbeitung der Ergebnisse.

Eine weitere Darstellung von Ortungsergebnissen oder zur Bewertung von Ortungsalgorithmen ist die CDF (engl. Cumulative Distribution Function) und entspricht der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion einer Zufallsvariable. Die CDF (auch oft ECDF für empirische Daten genannt) beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable X einen Wert kleiner oder gleich der Grenze x annimmt und ist somit definiert als

$$\boxed{\text{CDF}_X(x) = P(X \leq x)} \quad , \text{ wobei gilt: } \quad \text{CDF}(x) \in [0, 1] \quad . \quad (4.22)$$

Da in dieser Arbeit $x \in X$ gilt, wird die Schreibweise vom CDF definiert als $\text{CDF}(x) = \text{CDF}_X(x)$.

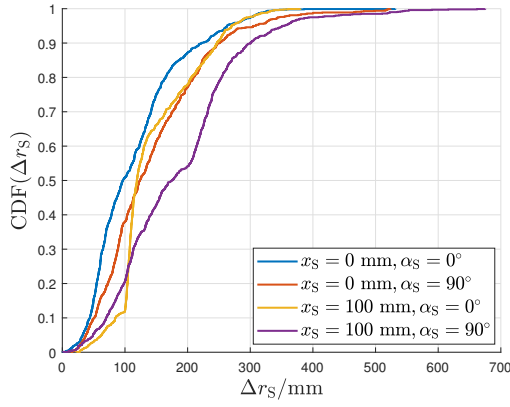
Durch den CDF ist es möglich sofort Aussagen zu erhalten, wie hoch die Wahrscheinlichkeit bis zu einer bestimmten Abweichung ist. Dadurch kann der Genauigkeit eines Ortungsverfahrens auch einer Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden. Hierbei gilt es die Grenze von $\text{CDF}(x)$ zu verringern, wobei einzelne Ausreißer vernachlässigt werden können.

Die entsprechenden CDF aus Abb. 4.30 sind in den Abb. 4.31 dargestellt. Eine höhere Steigung und das frühe Erreichen von $\text{CDF}(x) = 1$ definiert hier ein besseres Ergebnis. Auf der linken Seite von Abb. 4.31 sind die jeweiligen Fälle aus Abb. 4.30 als CDF-Verlauf dargestellt. Hier ist für den schlechtesten Fall bei $x_S = 100 \text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$ beispielsweise eine Genauigkeit von $\text{CDF}(300 \text{ mm}) = P(\Delta r_S \leq 300 \text{ mm}) \approx 90\%$. Hierbei ist allerdings erneut anzumerken, dass diese Ergebnisse nur Zwischenergebnisse sind, da eine Nachverarbeitung der berechneten Ortskoordinaten \mathbf{r}_{Calc} noch nicht erfolgt ist.

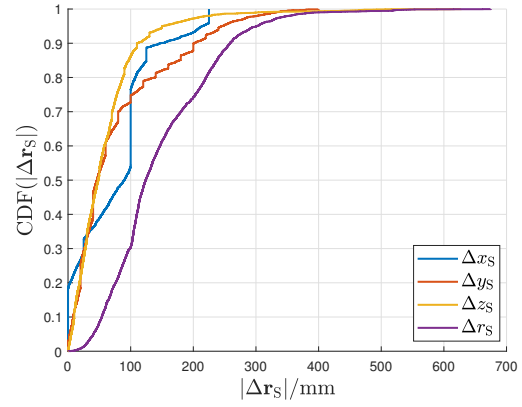
Alle vier Fälle aus Abb. 4.30 sind zusammengefasst auf der rechten Seite von Abb. 4.31 dargestellt. Hier zeigt sich, dass die Abweichung Δz_S insgesamt die besten Ergebnisse liefert und eher die Verschiebungsfehler Δx_S und Δy_S die stärkeren Auswirkungen auf die Ortungsabweichung Δr_S besitzen.

In der unteren Hälfte von Abb. 4.31 sind die gleichen Ergebnisse nochmal logarithmisch dargestellt, damit auch sehr kleine Abweichungen hier erkennbar sind. Besonders bei der Abweichung Δx_S scheint ein großer Teil bis zu $\text{CDF}(\Delta x_S = 1 \text{ mm}) \approx 20\%$ einen sehr geringen Fehler zu besitzen.

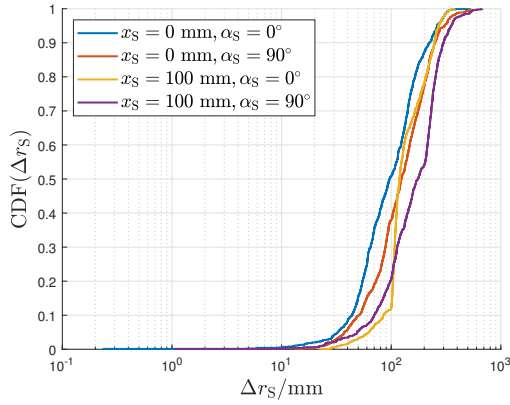
Im Anhang sind die jeweiligen CDF der Ortsabweichungen in Abb. E.5 und E.6 für die Vollständigkeit dargestellt.



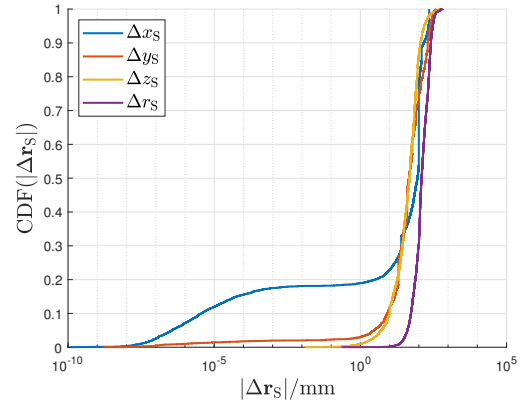
(a) fallspezifisch (linear)



(b) Summe der Fälle (linear)



(c) fallspezifisch (logarithmisch)



(d) Summe der Fälle (logarithmisch)

Abb. 4.31.: Links: CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38; Rechts: CDFs aller Fälle aus Abb. 4.30; Oben: Lineare Darstellung; Unten: Logarithmische Darstellung

Verwendung der Neumann-Gleichung:

Für das Optimierungsproblem (4.10) kann die Gegeninduktivität $M_{n,S}$ auch durch die Neumann-Gleichung (3.77) berechnet werden:

$$\vec{r}_{\text{Calc},S} = \underset{\vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S, \gamma_S}{\operatorname{argmin}} \left(\underbrace{\sum_{n=1}^{N_L} |M_{\text{Mess},n,S} - M_{n,S}(C_{0,n}, C_{0,S}, x_d, y_d, z_d, \mathbf{r}_S, \alpha_S, \beta_S, \gamma_S)|}_{f_{\text{GA}}(M_{\text{Mess},n,S}, \vec{r}_S, \alpha_S, \beta_S, \gamma_S)} \right). \quad (4.23)$$

Die Positionen der Ortungsspulen sind durch die Abmessungen des Ortungsraum durch x_d , y_d und z_d dem Anwender bekannt. Die Geometrie der Ortungsspulen ist ebenfalls durch $C_{0,n}$ und der gesuchten Spule S durch $C_{0,S}$ ist ebenfalls vorgegeben, wodurch nur die Koordinaten \vec{r}_S und der Ausrichtungen α_S , β_S und γ_S durch die genetischen Algorithmen gefunden werden müssen. Mögliche Lösungen durch die Individuen kann dann durch (3.77) berechnet werden. Vorteil ist hier, dass jede beliebige Spulengeometrie direkt (ohne

Anpassungsfaktor) berücksichtigt werden kann. Allerdings ist hier die Berechnungsaufwand deutlich höher, da die Fehlerfunktion f_{GA} jedes Mal die numerische Umsetzung der Neumann-Gleichung mit erforderlichen Diskretisierungsgrad durchführen muss (siehe für Implementierung Anhang C). Dadurch entsteht bei gleicher Hardware eine durchschnittliche Berechnungszeit $T_{Calc} \approx 2085,72 \text{ s}$ ($\approx 34,76 \text{ min}$), welche für praktische Anwendung nicht mehr sinnvoll ist und daher im Folgenden nicht mehr betrachtet wird.

4.1.3. Nutzung von KNN

Bei der Verhältnismethode sind mehrere Ortungsspulen notwendig, damit das Verfahren ein zufriedenstellendes Ergebnis liefert. Die analytische Lösung ist möglich, wird allerdings durch die Voraussetzung der Verwendung von Leiterschleifen, den zahlreichen Näherungen und der hohen Rechenleistung nicht für alle Anforderungen anwendbar sein. Alternativ lässt sich nun ein LUT (Look-Up-Table) entwerfen, in dem alle Messwerte z.B. von CST Studio Suite[®] vorher simuliert werden, um dann abgeglichen zu werden. Allerdings würde bei einer Auflösung von 1 cm und 15° für das verwendete Messsystem 1.194 Milliarden Simulationen ($81 \times 41 \times 26 \times 24 \times 24 \times 24$) bzw. 7.162 Milliarden Simulationsergebnisse bei sechs Ortungsspulen vorhanden sein. Bei der Verwendung des Datentyps Double, welches 8 Byte Speicher benötigt, müsste 57.295 GB Speicher bereitgestellt werden. Dabei ist das größte Problem die hohe Anzahl von Simulationen und deren Rechendauer.

Mit dem entsprechenden Design von einem neuronalen Netz kann die Funktion zur Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule approximiert werden. Diese Funktion kann dann zur Ortung genutzt werden. Dazu ist ein entsprechendes Training des neuronalen Netzes notwendig, wodurch einige Trainingsdaten durch Simulationen ermittelt werden müssen. Je nach Auswahl der verschiedenen Designs der neuronalen Netze ergeben sich dann unterschiedliche Ergebnisse.

4.1.3.1. Neuronale Netze

Neuronale Netze sind dem biologischen Gehirn von Säugetieren nachempfunden. Das menschliche Gehirn besteht aus 10 – 100 Milliarden Neuronen/Nervenzellen, die miteinander verbunden sind. Durch verschiedene Signale wird das Gehirn trainiert und kann somit lernen. Dieses Lernen wird durch die Verstärkung bzw. Abschwächung der Verbindung zwischen den Neuronen umgesetzt. Künstliche neuronale Netze versuchen die Vorteile von Gehirnen zu adaptieren, indem die Lernfähigkeit genutzt werden soll, um komplexe Aufgaben zu lösen, welche durch mathematische Beschreibung zu aufwendig sind [75, 76]. So kann ein Captcha-Test (Completely Automated Public Turing test to tell Computers and Humans Apart) nur von Menschen gelöst werden, da das menschliche Gehirn in der Lage ist das gezeigte Bild zu abstrahieren und den Code zu extrahieren. Ein klassischer Computeralgorithmus wäre dazu nicht in der Lage, da sich auf dem Bild zu viele andere Informationen und Rauschen befinden und dieser nicht die relevanten Informationen erkennen kann. Ein künstliches neuronales Netz könnte bei entsprechendem Training allerdings den Captcha-Test lösen, da dieses gelernt hat, worauf es achten soll.

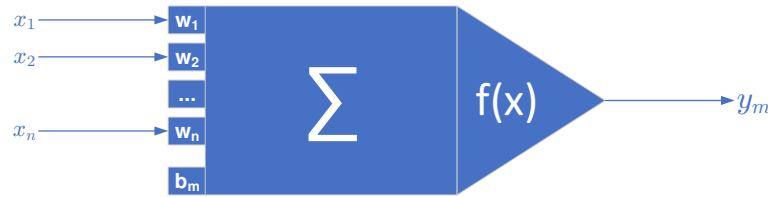


Abb. 4.32.: *Klassisches künstliches Neuron eines künstlichen neuronalen Netzes*

Ein künstliches Neuron ist auch dem biologischen Neuron nachempfunden und ist in Abb. 4.32 dargestellt. Es besteht aus verschiedenen Eingängen (x_1, x_2, \dots, x_n) , welche die Signale aus anderen Neuronen in das künstliche Neuron befördert. Diese Eingänge sind gewichtet (w_1, w_2, \dots, w_n) , welche die Stärke der Verbindung bei den biologischen Neuronen entspricht. Diese Gewichtungen und der zusätzliche Offset (b_m) werden durch einen Trainingsalgorithmus festgelegt. Danach werden die gewichteten Eingänge zusammen mit dem Offset summiert. Diese Summe wird dann in eine Transferfunktion/Aktivierungsfunktion $f(x)$ eingegeben und als Ausgang des künstlichen Neurons ausgegeben, sodass folgende Formel für ein künstliches Neuron gilt:

$$y = f\left(\sum_{i=0}^n w_i x_i + b_m\right) . \quad (4.24)$$

Die Transferfunktion wird beim Design des neuronalen Netzes bestimmt und hängt von der Problemstellung und dem Anwendungsfall ab. Für Regressionen werden oft Sigmoid-Funktionen verwendet. Der Vorteil bei den Sigmoid-Funktionen ist, dass deren Ableitung wieder eine Sigmoid-Funktion ist und somit einfacher differenzierbar ist. In dieser Arbeit wurde die Tangens-hyperbolicus-Funktion $(\tanh(x))$ als Transferfunktion verwendet, da sie die besten Ergebnisse für das neuronale Netz im Vergleich zu verschiedenen klassischen Transferfunktionen lieferte. Zusätzliche ist die Funktion auf -1 und 1 begrenzt und hat genau im Nullpunkt einen Wendepunkt.

$$\tanh(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (4.25)$$

$$\frac{d}{dx} \tanh(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \right) = \frac{4e^{-2x}}{(1 + e^{-2x})^2} = 1 - \tanh^2(x) \quad (4.26)$$

Um die Freiheitsgrade des Systems zu erhöhen werden die Neuronen zu einem Netzwerk zusammengefasst, wobei es hier auch mehrere Arten von Netzwerken gibt. In Abb. 4.33 wird das Feed Forward Netzwerk dargestellt. Es besteht aus einer Eingangsschicht (Input Layer), welche die Eingangsdaten (hier die sechs Gegeninduktivitäten durch die gesuchte Spule) auf die erste versteckte Schicht (Hidden Layer) verteilt. Die Eingangsschicht besteht aus keinen wirklichen Neuronen, da dort nur die Daten verteilt werden. Die versteckten Schichten übernehmen die eigentliche Berechnung des neuronalen Netzes. Die Anzahl der Neuronen pro Schicht und die Anzahl der Schichten wird beim Design des neuronalen Netzes festgelegt bzw. muss empirisch bestimmt werden. Dabei verbindet sich jeder Ausgang eines Neurons mit dem Eingang jedes Neurons der nächsten Schicht. Die letzte Schicht, welche Ausgangsschicht (Output Layer) genannt wird, verarbeitet die In-

formationen dann zu einem entsprechenden verwertbaren Ausgang, welcher vom Benutzer festgelegt wurde. In diesem Fall sollen die Koordinaten der gesuchten Spule ausgegeben werden. Die Transferfunktion der Ausgangsschicht muss nicht die gleiche wie in den versteckten Schichten sein. Hier wird eine lineare Funktion ($f(x) = x$) verwendet, da die Ausgänge nicht begrenzt sein sollen und bereits in den verdeckten Schichten die Daten verarbeitet wurden.

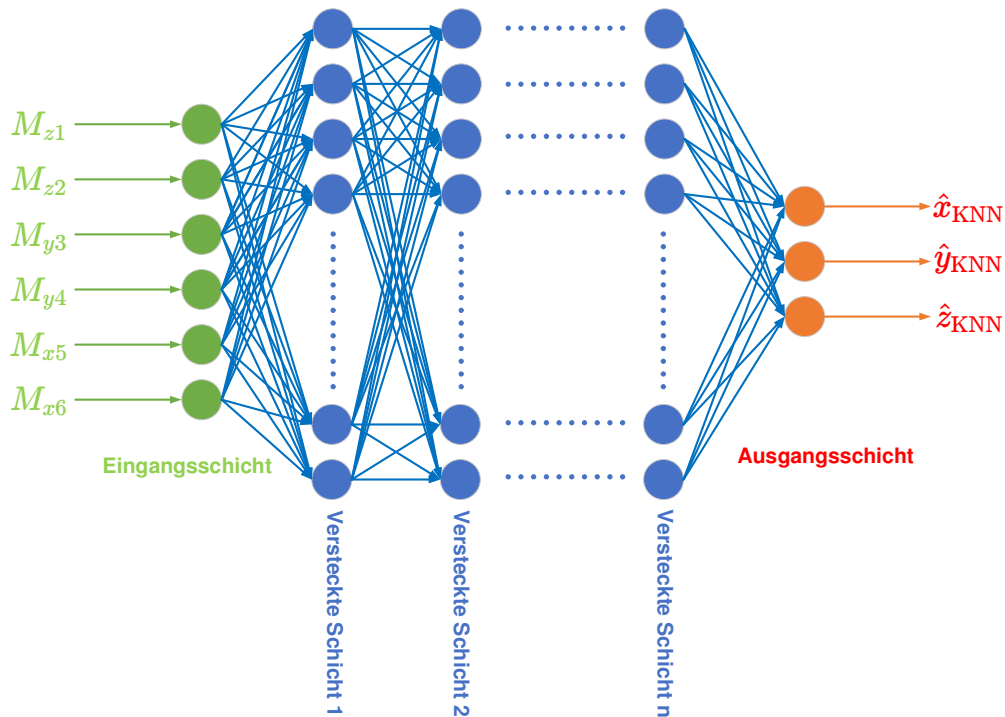


Abb. 4.33.: Feed Forward Netzwerk

In dieser Arbeit wird das neuronale Netz zur Regression genutzt. Das neuronale Netz soll durch das Lernen von Trainingsdaten (aus CST Studio Suite[®]) eine Funktion approximieren, welche als Eingang die sechs Gegeninduktivitäten besitzt und als Ausgang die Koordinaten der gesuchten Spule S ausgibt. Zusätzliche können neuronale Netze auch für Klassifikation (z.B. Erkennung von Wörtern in einem Sprachsignal) oder Clustering (Strukturierung von riesigen Datenmengen um Gemeinsamkeiten zu finden) verwendet werden.

4.1.3.2. Trainingsalgorithmus

Das Lernen des neuronalen Netzes wird umgesetzt, indem die Gewichtungen der Verbindungen (w_1, w_2, \dots, w_n) und die Offsets (b_m) aller Neuronen angepasst werden. Diese Parameter können angepasst werden, indem das Netzwerk trainiert wird. Das Training wird umgesetzt, indem eine Vielzahl von Eingängen in das neuronale Netz eingegeben werden. Dabei sind die Ausgänge bekannt und anhand dieser Information können mit Hilfe eines Trainingsalgorithmus die Parameter entsprechend angepasst werden. Der Trainingsalgorithmus versucht also die Gewichtungen und Offsets so anzupassen, dass bei den entsprechenden Eingängen auch die korrekten Ausgänge ausgegeben werden. Dabei werden oft die gleichen Paare von Eingängen und Ausgänge (Trainingsdaten) mehrfach

benutzt, da eine einmalige Eingabe nicht die gewünschte Einstellung hervorruft. Es ist allerdings darauf zu achten, dass das neuronale Netz nicht zu oft mit den Trainingsdaten trainiert wird, da sonst ein Overfitting stattfindet. Beim Overfitting verinnerlicht das neuronale Netz den Ablauf des Trainingsprozesses zu sehr und fokussiert sich nur auf die Trainingsdaten. Dadurch ergeben sich für die Trainingsdaten sehr gute Ergebnisse beim neuronalen Netz, allerdings werden unabhängige und unbekannte Daten (Testdaten) für die das neuronale Netz eigentlich verwendet werden soll, immer schlechter. Dafür wird ein dritter Datensatz namens Validierung verwendet, welcher unabhängig von den Trainingsdaten ist und überprüft, wann die Ergebnisse der Validierung schlechter oder besser werden, um ein Overfitting zu erkennen. Die gesamten Daten werden also in Trainings-, Validierungs- und Testdaten aufgeteilt. Die Aufteilung kann vom Anwender entschieden werden, wobei sich eine Aufteilung von etwa 70% Trainingsdaten, etwa 15% Validierungsdaten und etwa 15% Testdaten durchgesetzt hat [77–79].

In dieser Arbeit gehören die Trainings-, Validierungs- und Testdaten nicht einem Datenpaket an, sondern es werden die Trainingsdaten nachträglich durch CST berechnet, wodurch sich hier eine Aufteilung von 80% Trainingsdaten und 20% Validierungsdaten ergibt. Die Testdaten haben je nach Testbedingungen eine andere Anzahl von Vektorpaaren.

Um noch mehr Unabhängigkeit in die Trainingsdaten zu bringen, können auch Mini-Batches verwendet werden, welche die Trainingsdaten wiederum in kleinere Pakete unterteilt. Da in dieser Arbeit relativ wenig Trainingsdaten zur Verfügung stehen, da jeder Wert von CST vorerst berechnet werden muss, bringt dieses Verfahren für das Trainieren des neuronalen Netzes keinen Vorteil.

Bei den Trainingsalgorithmen gibt es eine Vielzahl von Verfahren, wobei diese meist auf numerische Verfahren zum Lösen von nichtlinearen Gleichungssystemen beruhen. Je nach Anwendung und Anforderungen haben die jeweiligen Algorithmen ihre Vor- und Nachteile. In dieser Arbeit hat sich der Levenberg-Marquardt-Algorithmus als stabilster und am schnellsten konvergierender Algorithmus herausgestellt. Die Gewichte werden mit folgender Regel durch den Algorithmus angepasst:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \mu_k \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_k \mathbf{f}_k . \quad (4.27)$$

Dabei beschreibt \mathbf{f}_k den Fehlervektor zwischen den gewünschten Ausgängen \mathbf{y}_k und den durch das neuronale Netz berechneten Ausgängen $\hat{\mathbf{y}}_k$ da. \mathbf{J}_k definiert die Jakobimatrix des Fehlervektors, welcher nach den Gewichtungen \mathbf{w}_k abgeleitet wird. Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist eine Vereinigung von zwei anderen Trainingsalgorithmen namens Gradientenverfahren und Gauss-Newton-Algorithmus. Das μ_k beeinflusst die jeweilige Ausprägung des Algorithmus. Bei einem hohen μ_k wird der Levenberg-Marquardt-Algorithmus zu dem Gradientenverfahren:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \frac{1}{\mu_k} \mathbf{J}_k \mathbf{f}_k = \mathbf{w}_k - \alpha_k \mathbf{J}_k \mathbf{f}_k , \quad (4.28)$$

wobei α_k die Lernrate des Gradientenverfahrens entspricht.

Das Gradientenverfahren zeichnet sich dadurch aus, dass deren Konvergenz stabil, aber langsam ist [80]. Bei einem kleinen μ_k wird der Levenberg-Marquardt-Algorithmus zu

dem Gauss-Newton-Algorithmus:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k)^{-1} \mathbf{J}_k \mathbf{f}_k . \quad (4.29)$$

Der Gauss-Newton-Algorithmus zeichnet sich dadurch aus, dass die Konvergenz schnell, aber instabil ist [80]. Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus vereinigte beide Vorteile der beiden Verfahren, wodurch seine Konvergenz stabil und schnell ist. Der Faktor μ_k wird während der Ausführung des Algorithmus verändert, indem geschaut wird, ob die Korrektur der Gewichtungen beibehalten werden soll [80–83].

In den folgenden Unterkapiteln wurde sich für ein 6-20-20-20-3 Netzwerk entschieden. Dieses Netzwerk wurde empirisch ermittelt, indem verschiedene Anzahlen von Schichten und Neuronen pro Schicht getestet wurden. Eine höhere Anzahl erhöht die Freiheitsgrade des neuronalen Netzes und ermöglicht eine Verbesserung bei der Approximation von umfangreichen Funktionen. Allerdings verursacht eine zu hohe Anzahl von Freiheitsgraden Probleme, da das Overfitting des neuronalen Netzes verstärkt wird. Zusätzlich können Nebenmaxima auftreten, die Probleme beim Trainingsalgorithmus hervorrufen oder starke Abweichungen bei einigen Eingaben beim KNN ergeben [84]. Die zufällig gewählten Startwerte bei den Gewichten der Neuronen können bei einer geringen Anzahl von Trainingsdaten einen entscheidenden Einfluss auf das neuronale Netz haben. In dieser Arbeit wurde bei der Auswahl des neuronalen Netzes darauf geachtet, dass jede Kombination von versteckten Schichten und Neuronen mehrmals getestet werden, damit verschiedene Startwerte genutzt werden. Unter Berücksichtigung dieser Eigenschaften des KNNs, des Trainingsalgorithmus (Levenberg-Marquardt), des Netzwerktyps (Feed Forward) und der Transferfunktion ($\tanh(x)$) ist bei dieser Problematik eine Verwendung eines 6-20-20-20-3 zu bevorzugen, wobei ähnliche Netzwerke je nachdem welche Startwerte verwendet werden und je nach Trainingsablauf bessere Ergebnisse liefern können.

4.1.3.3. Ergebnisse ohne Berücksichtigung der Ausrichtung

Durch mehrere CST-Simulationen wurden 4288 zufällige Vektorpaare erstellt, welche jeweils aus sechs Gegeninduktivitäten als Eingang des neuronalen Netzes und den drei Ortskoordinaten bestehen (siehe Gleichung (4.1)). Die gesuchte Spule S besitzt in der Simulation immer die gleiche Ausrichtung, wodurch vorerst die Abhängigkeit der Ausrichtung nicht beachtet werden soll. Die Vektorpaare sollen nun genutzt werden, um das neuronale Netz zu entwickeln und zu trainieren. Die Aufteilung der Simulationsdaten ist 80% Trainingsdaten und 20% Validierungsdaten. Für die Testdaten wurden eigene Simulationsdaten berechnet, die komplett unabhängig von den Trainings- und Validierungsdaten sind, um das neuronale Netz auf unbekannte Daten zu überprüfen.

In Abb. 4.34 zeigen die Werteverteilung der Abweichungen der jeweiligen Koordinaten. In den jeweiligen Verteilungen ist eine mittelwertfreie Normalverteilung erkennbar. Die Varianz der Normalverteilung verringert sich mit der Anzahl der Trainingsdaten und ist abhängig von der gewählten Architektur des neuronalen Netzes und dessen Trainingsalgorithmus. Durch die Steigerung der Anzahl der Trainingsdaten steigt auch die Trainingsdauer des neuronalen Netzes und die Ermittlung der Trainingsdaten in CST Studio Suite[®].

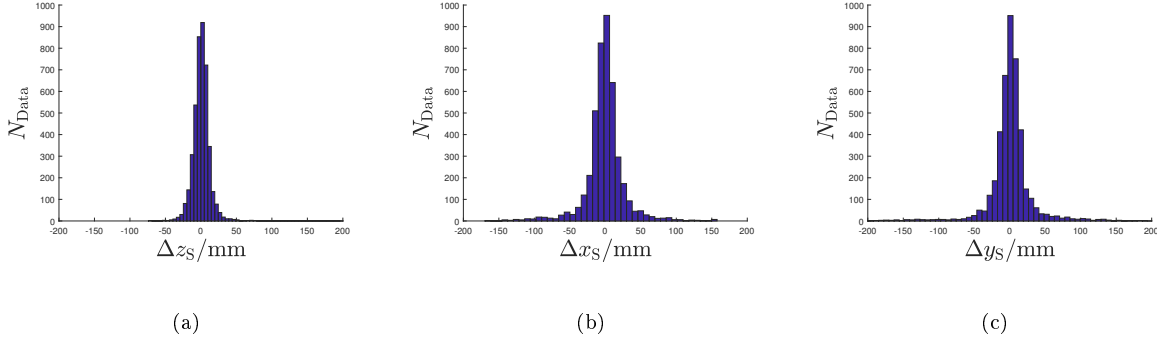


Abb. 4.34.: Werteverteilung der Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ von den Trainings- und Validationsdaten (ohne Winkel) des 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes

Im Folgenden wird die gesuchte Spule entlang der z -Achse bei einer Verschiebung von $x_S = 0 \text{ mm}$ und $y_S = 75 \text{ mm}$ in CST Studio Suite[®] bewegt. Die entsprechenden Gegeninduktivitäten werden in das entwickelte neuronale Netz gegeben. Der Ausgang des neuronalen Netzes, welches die Koordinaten der gesuchten Spule $\vec{r}_{\text{Calc},S}$ wiedergibt, wird dann mit den simulierten Koordinaten \vec{r}_S verglichen und in Abb. 4.35 ist die Abweichungen des Ortungsverfahrens $\Delta \mathbf{r}_S$ angegeben.

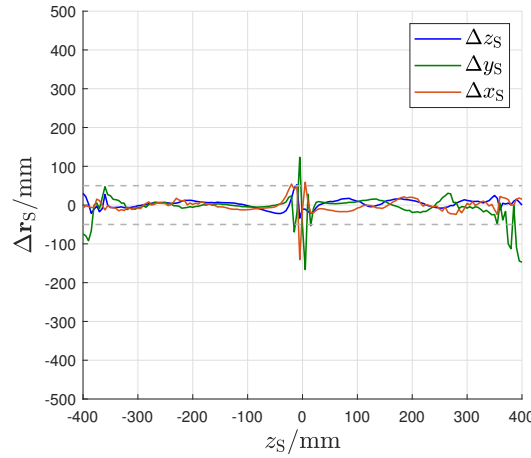


Abb. 4.35.: Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ entlang der z -Achse für $y_S = 75 \text{ mm}$ und $x_S = 0 \text{ mm}$ eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes

Die größten Abweichungen des neuronalen Netzes zu den realen Koordinaten der gesuchten Spule entstehen bei $z_S = -400 \text{ mm}$, $z_S = 0 \text{ mm}$ und $z_S = 400 \text{ mm}$. Die großen Abweichungen am Rand des Ortungssystems (bei $z_S = -400 \text{ mm}$ und $z_S = 400 \text{ mm}$) lassen sich durch das entstehende elektrische Feld bzw. die Kopplungskapazität $C_{n,S}$ der Ortungsspulen erklären, da diese eine Approximation der Funktion erschweren. Der Fehler bei $z_S = 0 \text{ mm}$ entsteht durch den Nulldurchgang der Gegeninduktivität von den Ortungsspulen an den x - und y -Achsen. Die beiden Abweichungen können durch eine höhere Anzahl von Trainingsdaten und ein komplexeres neuronales Netzwerk verringert werden, welche allerdings die Dauer für die Entwicklung des neuronalen Netzes und die spätere praktische Ausgabe deutlich erhöht.

Um das neuronale Netz für einen größeren Bereich abzudecken, wurde ein zweiter Datensatz von Testdaten erstellt, indem die gesuchte Spule sich entlang einer Spirale bewegt. Die Ausgabe des neuronalen Netzes (grün) zu den simulierten Koordinaten (blau) sind in Abb. 4.36(a) gegeben. Um einen qualitativen Eindruck zu erhalten, werden die jeweiligen Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ in Abb. 4.36(b) dargestellt. Die große Abweichung bei $z_S = 0$ mm ist auch hier vorhanden, welche durch den Nulldurchgang der Gegeninduktivität entsteht. Der größte Fehler ist bei der Ermittlung der x_S -Koordinaten, da sich hier die Ortungsspulen den kleinsten Abstand voneinander besitzen und Kopplungseffekte stärker dominieren.

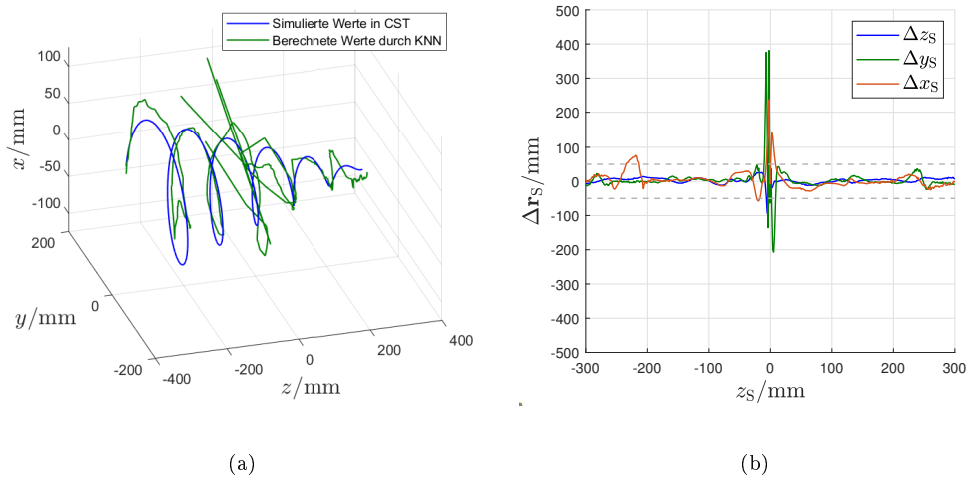


Abb. 4.36.: Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes

4.1.3.4. Ergebnisse mit Berücksichtigung der Ausrichtung

In der Praxis muss auch die Ausrichtung der gesuchten Spule berücksichtigt werden, dazu wurden in CST Studio Suite[®] 8684 Vektorpaare erstellt, welche aus sechs Gegeninduktivitäten der Ortungsspulen und den drei Ortskoordinaten besteht. Diese Trainingsdaten werden mit Hilfe eines Zufallsgenerators erstellt, wobei dieser auch zufällig die Ausrichtung der gesuchten Spule beeinflusst. Die Trainingsdaten sind nur etwa doppelt so viele wie die Trainingsdaten ohne Berücksichtigung der Ausrichtung. Der Grund dafür ist die sehr zeitintensive Erstellung der Trainingsdaten und der Idee mit wenig Trainingsdaten das Ziel eines geeigneten Ortungsverfahrens zu erfüllen, um damit zu einem Verfahren zu gelangen, welches sich stark von einem LUT unterscheidet. Die Testdaten bilden wie in Kapitel 4.1.3.3 eine Spirale, in der sich die gesuchte Spule bewegen soll, allerdings mit der Abhängigkeit der Ausrichtung. Abb. 4.37(a) zeigt den berechneten Verlauf durch das neuronale Netz im Vergleich der simulierten Daten und Abb. 4.37(b) zeigt die entsprechenden Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$. Hier ist der Fehler größer als im Vergleich zu Kapitel 4.1.3.3 bei einem neuronalen Netz mit gleicher Architektur. Der Grund dafür ist die höhere Komplexität durch die Mitbetrachtung der Ausrichtung. Im Vergleich zu Abb. 4.36(b) ist hier keine große Abweichung bei $z_S = 0$ mm erkennbar, da durch die Berücksichtigung der Ausrichtung sich überall Nulldurchgänge innerhalb des Messsystems befinden und nicht nur bei $z_S = 0$ mm.

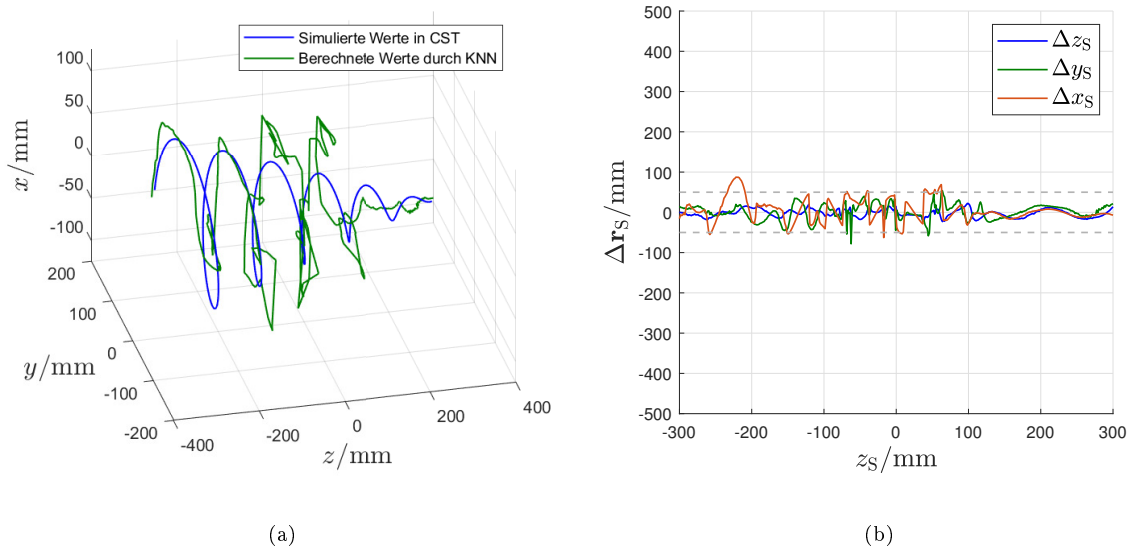


Abb. 4.37.: Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler Δr_s (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes

Ergebnisse einer ganzen Ortungsebene:

Ähnlich wie in Kapitel 4.1.2.4 sollen nun die Ergebnisse der neuronalen Netzwerkes als Ortungsverfahren auf verschiedene ganze y - z -Ebenen überprüft werden, um einen anderen Blickwinkel und einen besseren Überblick auf die Ergebnisse zu erhalten. Dazu sind die Lokalisierungsabweichungen Δr_s mit Berücksichtigung der Ausrichtung in Abb. 4.38 farblich dargestellt. Die einzelnen Koordinatenfehler Δx_s , Δy_s und Δz_s sind nochmal im Anhang E.0.2 dargestellt.

Die Lokalisierungsabweichungen Δr_s durch Nutzung eines neuronalen Netzwerkes mit Berücksichtigung der Ausrichtung sind für $x_s \in \{0\text{ mm}, 100\text{ mm}\}$ und $\alpha_s \in \{0^\circ, 90^\circ\}$ in Abb. 4.38 dargestellt. Zur besseren Darstellung wurde auch hier die gesuchte Spule um den Faktor 10 vergrößert. Es ist auch zu berücksichtigen, dass die Abmessungen der Ortungsumgebung nicht in allen Koordinatenrichtungen gleich ist, wodurch die Ortungsspulen scheinbar unterschiedlich groß erscheinen. Die Abweichungen in Abb. 4.38 zeigen schwächere Symetrie, wobei die Abbildungen Ähnlichkeiten mit der Verhältnismethode aus Kapitel 4.1.1 suggerieren. Da die Berechnung innerhalb eines neuronalen Netzwerkes aufgrund der sehr hohen Komplexität nicht nachzuvollziehen ist, kann vermutet werden, dass die neuronalen Netzwerke eine verbesserte Variante der Verhältnismethode oder diese teilweise in ihrer Berechnung nutzen. Generell sind die Fehler hier sehr gering, wodurch sich neuronale Netzwerke mit ausreichenden Trainingsdaten sehr gut als Ortungsalgorithmus für die induktive Ortung in der vorgestellten Konfiguration eignen.

Die entsprechenden Kennwerte aus Abb. 4.38 sind in Tab. 4.2 aufgelistet. Die Abweichungen sind hierbei ähnlich zum GA aus Abb. 4.30 und Tab. 4.1, wobei beim KNN die Abweichungen $\mu_{\Delta x_s}$ für $x_s = 0\text{ mm}$ sogar größer sind als beim GA. Aufgrund der Nichtlinearität durch $r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}$ zwischen den gesamten Fehler und der einzelnen Koordinaten gilt weiterhin $\mu_{\Delta r_s} \neq \mu_{\Delta x_s} + \mu_{\Delta y_s} + \mu_{\Delta z_s}$ für die durchschnittliche Abweichung.

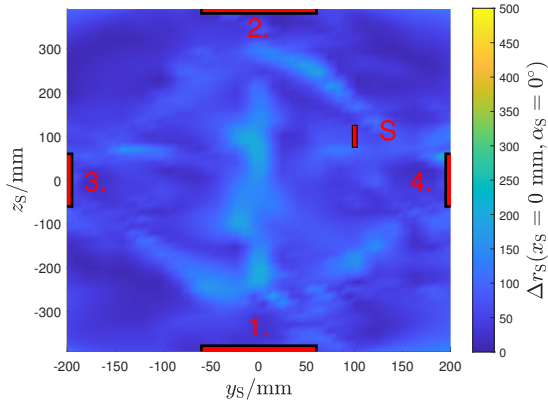
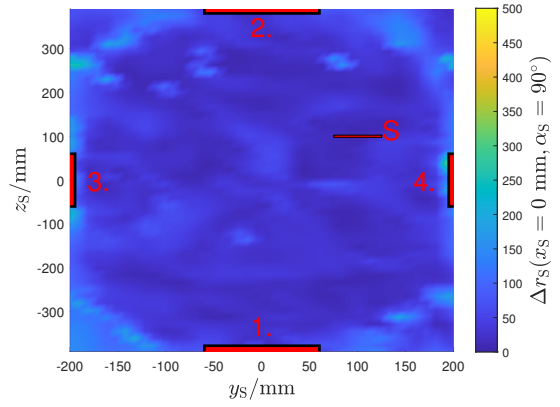
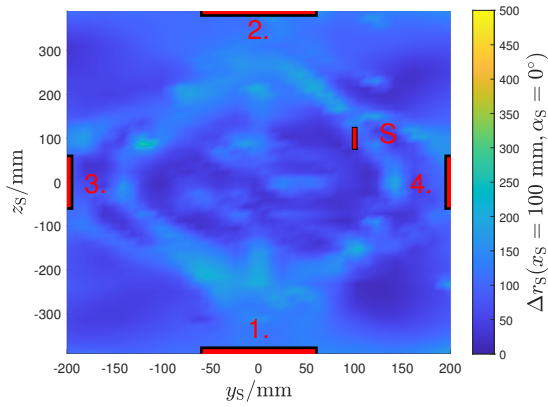
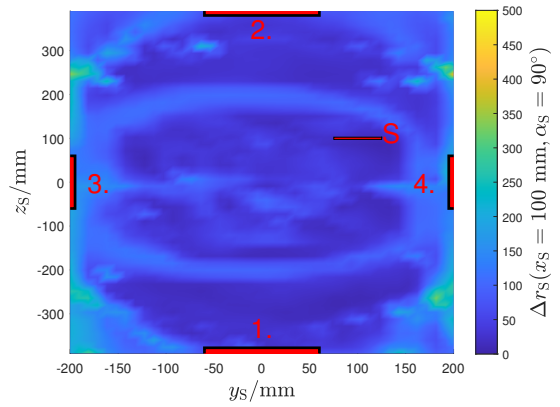
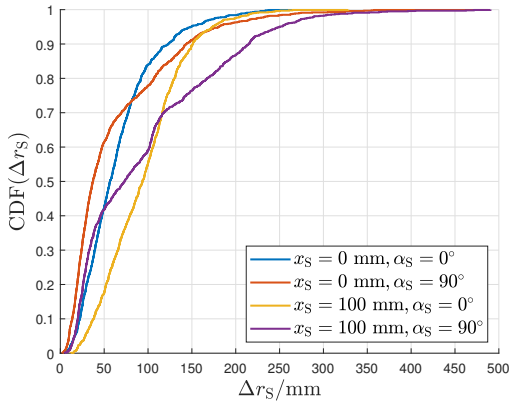
(a) $x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$ (b) $x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$ (c) $x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$ (d) $x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$

Abb. 4.38.: Lokalisierungsabweichungen durch die Verwendung von neuronalen Netzwerken für jeweils ganze Ortungsebene (gesuchte Spule S wurde hier um den Faktor 10 vergrößert!)

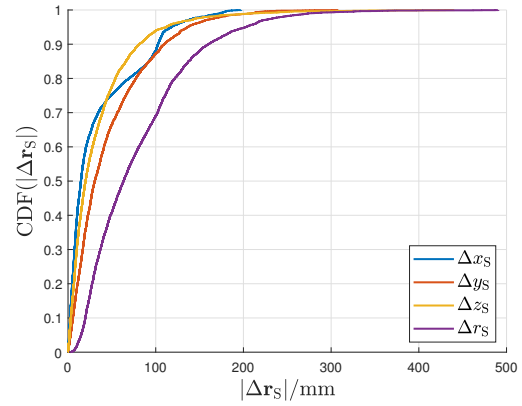
Fall	$x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$	$x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$	$x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$	$x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$
$\mu_{\Delta x_S}$	-1,9006 mm	-1,8185 mm	-54,0946 mm	-59,7321 mm
$\sigma_{\Delta x_S}$	23,161 mm	15,1908 mm	38,753 mm	53,4747 mm
$\sigma_{\Delta x_S}^2$	536,4319 mm ²	230,7593 mm ²	1501,8 mm	2859,5 mm ²
$\mu_{\Delta y_S}$	-4,2488 mm	-2,4221 mm	-4,1778 mm	-3,1922 mm
$\sigma_{\Delta y_S}$	54,6423 mm	66,1298 mm	59,4222 mm	75,7327 mm
$\sigma_{\Delta y_S}^2$	2985,8 mm ²	4373,1 mm ²	3531,0 mm	5735,4 mm ²
$\mu_{\Delta z_S}$	-3,1571 mm	-3,4614 mm	-2,74 mm	0,9948 mm
$\sigma_{\Delta z_S}$	50,2182 mm	53,7666 mm	55,1439 mm	59,6809 mm
$\sigma_{\Delta z_S}^2$	2521,9 mm ²	2890,8 mm ²	3040,8 mm	3561,8 mm ²
$\mu_{\Delta r_S}$	65,3982 mm	62,0631 mm	94,5587 mm	96,0509 mm
$\sigma_{\Delta r_S}$	42,362 mm	60,5 mm	45,5795 mm	80,6504 mm
$\sigma_{\Delta r_S}^2$	1794,5 mm ²	3660,2 mm ²	2077,5 mm	6504,5 mm ²

Tab. 4.2.: Kennwerte aller Abweichungen aus den Ebenen in Abb. 4.38

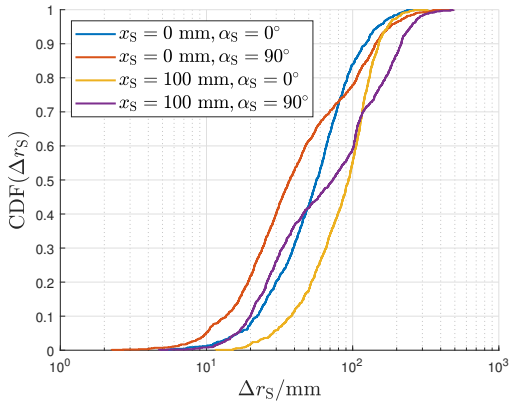
In Abb. 4.39 wird nun auch der CDF aus den Ergebnissen aus Abb. 4.38 berechnet. Auf der linken Seite von 4.39 sind CDFs die einzelnen Fälle aus Abb. 4.38 dargestellt. Hier zeigt, sich dass die Ausrichtung durch α_S kaum Probleme für das KNN sind, wobei die Abweichung x_S eher eine höhere Abweichung verursachen, welches vermutlich durch die geringe Distanz x_d verursacht wird. Die rechte Seite von Abb. 4.39 zeigt alle Fälle zusammengefasst, wobei hier die CDFs der einzelnen Koordinatenabweichungen Δx_S , Δy_S und Δz_S sehr ähnlich sind und keine direkter Ausreißer erkennbar ist. In der unteren Hälfte von Abb. 4.39 ist die logarithmische Darstellung für kleine Abweichungen ebenfalls abgebildet. Hier ist allerdings keine Besonderheit erkennbar und der Verlauf ähnelt den linearen Abbild.



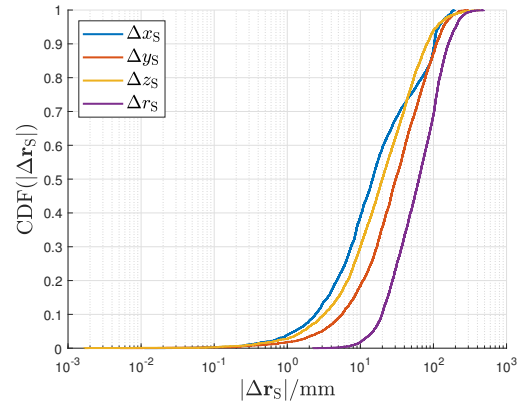
(a) fallspezifisch (linear)



(b) Summe der Fälle (linear)



(c) fallspezifisch (logarithmisch)



(d) Summe der Fälle (logarithmisch)

Abb. 4.39.: Links: CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38; Rechts: CDFs alle Fälle aus Abb. 4.38; Oben: Lineare Darstellung; Unten: Logarithmische Darstellung

Im Anhang sind weitere CDFs in Abb. E.11 und E.12 für die Vollständigkeit dargestellt.

4.2. Einflüsse von Systemparameter auf die Ortung

Das Gesamtsystem der induktiven Ortung basiert auf einer komplexen Wechselwirkung zwischen den Ortungsspulen und den zu ortenden Spulen. Neben den physikalischen Eigenschaften der Spulen selbst spielen eine Reihe weiterer Parameter eine zentrale Rolle, darunter die Betriebsfrequenz, die geometrische Anordnung und externe Störeinflüsse, wie etwa durch Batterien in der Nähe der zu ortenden Spulen. Diese Parameter können vom Entwickler in einem gewissen Rahmen angepasst werden, was direkten Einfluss auf die Ortungsgenauigkeit und -effizienz hat.

In diesem Kapitel wird der Einfluss dieser wählbaren Parameter auf die Leistungsfähigkeit des Ortungssystems systematisch untersucht. Im Rahmen von Simulationen werden unterschiedliche Szenarien analysiert, um die Auswirkungen dieser Parameter auf die Ortungsergebnisse zu quantifizieren. Besonders im Fokus steht hierbei die Frage, wie sich verschiedene Betriebsfrequenzen, Materialeigenschaften der Spulen und externe Störeinflüsse auf das Gesamtsystem auswirken. Eine vollständige Analyse aller möglichen Einflussfaktoren ist aufgrund der Komplexität des Systems nicht praktikabel, jedoch lassen sich anhand der ausgewerteten Simulationsergebnisse klare Tendenzen erkennen, die wertvolle Rückschlüsse für das Design eines optimalen induktiven Ortungssystems ermöglichen.

Es ist zu berücksichtigen, dass das Ortungssystem stark von äußeren Einflüssen und systemischen Wechselwirkungen geprägt ist. Daher ist die Wahl der richtigen Parameter entscheidend für eine präzise und stabile Ortung. Die im Folgenden vorgestellten Erkenntnisse sollen dem Leser als Leitfaden dienen, um auf Basis der analysierten Tendenzen fundierte Entscheidungen für die Optimierung des Ortungssystems zu treffen.

4.2.1. Anzahl der Ortungsspulen

Bisher wurde angenommen, dass die Anzahl der Ortungsspulen mindestens $N_L = 6$ sein muss, da es drei unbekannte Ortskoordinaten (x_S , y_S und z_S) und drei unbekannte Ausrichtungswinkel (α_S , β_S und γ_S) gibt. Wenn es Vernachlässigungen wie bei den geringen Einfluss von γ_S gibt, kann sogar die Anzahl auf $N_L = 5$ verringert werden. Um den Einfluss der Anzahl der Ortungsspulen N_L zu untersuchen, wird ein Ortungssystem mit $N_L = 28$ Ortungsspulen genutzt (siehe Abb. 4.40). Durch ein künstliches neuronales Netzwerk wie aus Kapitel 4.1.3 soll die Auswertung so allgemein wie möglich und mit wenig systemischen Abweichungen durch das Verfahren durchgeführt werden. Als Testdaten wird auch hier wieder der Spiralverlauf aus Abb. 4.36(a) und 4.37(a) genutzt. Somit werden unterschiedliche Netzwerke mit einer unterschiedlichen Anzahl von Neuronen in der Eingangsschicht verwendet, wodurch für den Aufbau des Netzwerkes N_L -30-30-30-3 folgt. Hier wurde die Anzahl der Neuronen in den versteckten Schichten erhöht, da durch die höhere Anzahl der Ortungsspulen auch mehr Daten verarbeitet werden müssen. In Abb. 4.40 ist die jeweilige Reihenfolge der ausgewählten Ortungsspulen dargestellt.

Um die Ausgaben zu bewerten, wird die Varianz aller Koordinatenabweichungen $\text{Var}(\Delta r_S(N_L))$ der Trainingsdaten und der Testdaten aus dem Spiralpfad für jede Anzahl der Ortungsspulen N_L berechnet. In Abb. 4.41 sind die jeweiligen Ergebnisse ohne Berücksichtigung der Ausrichtung und mit Berücksichtigung der Ausrichtung dargestellt. Es zeigt sich, dass ohne Winkelberücksichtigung sich ab $N_{L,\min} = 4$ und mit Winkelberücksichtigung ab $N_{L,\min} = 8$ sich die Abweichung bei gleicher Netzwerkarchitektur kon-

vergiert. Aufgrund der begrenzten Anzahl von Trainingsdaten und gleicher Netzwerkar-
chitektur sind diese Ergebnisse nur als Tendenz zu beurteilen. Eine höhere Anzahl von
Ortungsspulen bringen allerdings keine merkbare Verbesserung und sind sogar in der
Realität durch einen höheren Mess- und Hardwareaufwand verbunden. Die Schwankun-
gen, welche besonders in der logarithmischen Darstellung in Abb. 4.41(b) sichtbar sind,
entstehen durch die zufälligen Eigenschaft beim Training des neuronalen Netz (Auswahl
der Reihenfolge der Daten, Startwerte, unterschiedliche Konvergenzen).

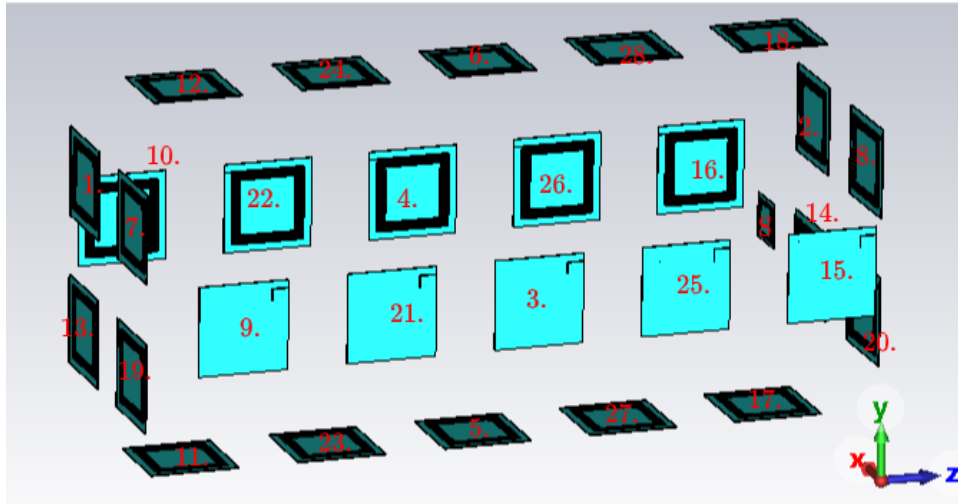


Abb. 4.40.: Reihenfolge der ausgewählten Ortungsspulen

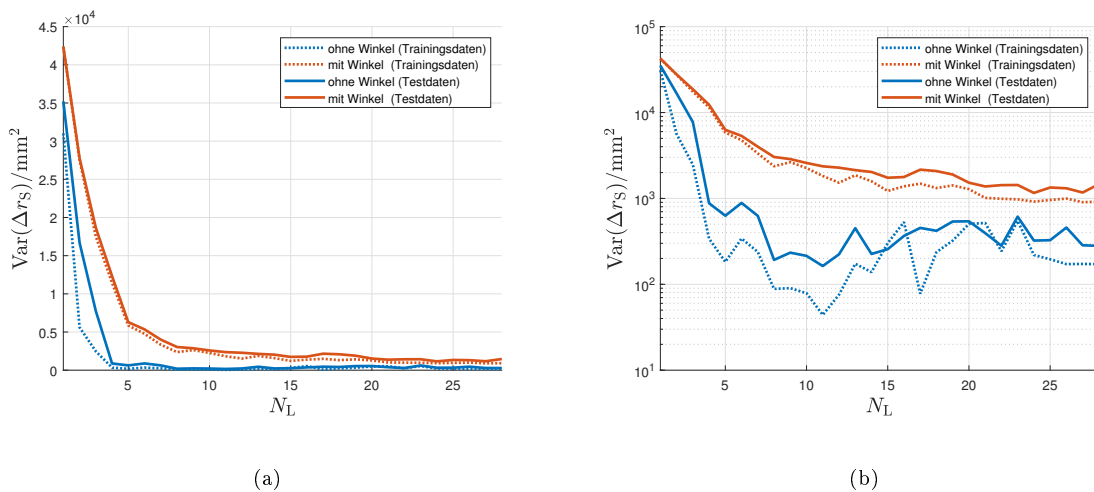


Abb. 4.41.: Einfluss der Fehlervarianz (Varianz der Gesamtabweichung Δr_s) auf die Anzahl der Ortungsspulen mit und ohne konstante Ausrichtung/Winkel für die Trainingsdaten und die Testdaten (Spirale) aus Abb. 4.36(a) und 4.37(a) (Links: Lineare Darstellung; Rechts: Logarithmische Darstellung)

Nun soll untersucht werden, ob durch die Anzahl der Ortungsspulen N_L auch die Ro-
bustheit gegenüber Störungen erhöht werden kann. Dazu wird additives weißes gaußsches
Rauschen $n(t)$ (engl. additive white gaussian noise, AWGN) genutzt, welches ein sto-
chastisches Modell für Rauschen ist, dass oft für Analyse von Kommunikationssystemen
verwendet wird. Mathematisch wird AWGN als eine zufällige Größe modelliert, deren

Werte einer Normalverteilung mit einem Mittelwert von $\mu_n = 0$ und einer Varianz σ_n^2 folgt:

$$n(t) \sim \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \sigma_n^2) . \quad (4.30)$$

Das Rauschen ist additiv, was bedeutet, dass es sich zum übertragenen Signal addiert, und weiß, was wiederum bedeutet, dass die spektrale Leistungsdichte über alle Frequenzen konstant ist. Es gibt keine Korrelation zwischen den Rauschwerten zu verschiedenen Zeitpunkten, was es zeitlich unkorreliert macht [85].

Das Signal-Rausch-Verhältnis (engl. Signal-to-noise ratio, SNR) ist ein Maß dafür, wie stark ein Nutzsignal im Verhältnis zum Rauschen ist. Physikalisch beschreibt das SNR die Qualität eines Signals, wobei ein hohes SNR darauf hinweist, dass das Signal deutlich über dem Rauschpegel liegt, während ein niedriges SNR auf eine starke Beeinflussung des Signals durch das Rauschen hinweist. Das SNR wird in der Regel als Verhältnis der Signalleistung zur Rauschleistung definiert und oft logarithmisch in Dezibel (dB) angegeben. Physikalisch verbessert sich die Kommunikation, je höher das SNR ist, da das Rauschen weniger Einfluss auf die Genauigkeit der Signalübertragung hat [85].

Für die Untersuchung wird AWGN in Form der Rauschspannung $\underline{u}_{n,S,n}$ mit Effektivwert (RMS) U_n auf die induzierte Spannung $\underline{u}_{n,S}$ an der gesuchten Spule addiert, woraus sich für die resultierende induzierte Spannung

$$\underline{u}_{n,S,n,\text{Mess}} = \underline{u}_{n,S} + \underline{u}_{n,S,n} \quad \text{mit} \quad \underline{u}_{n,S,n} \sim \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, U_n^2) \quad (4.31)$$

ergibt. Obwohl weißes Rauschen nicht monofrequent ist, kann im hier betrachteten Fall dennoch eine komplexe Darstellung mit Amplitude und Phase verwendet werden. Das Anlegen eines weißen Rauschens mit Mittelwert 0 und Varianz U_n^2 bewirkt bei der Auswertung in einer schmalen Frequenzbandbreite um die Signalfrequenz eine normalverteilte Störung der Amplitude des monofrequenten Nutzsignals sowie eine zufällige Phasenänderung, deren Größe vom Signal-Rausch-Verhältnis abhängt.

Es folgt für das resultierende Signal-Rausch-Verhältnis:

$$\text{SNR} = 20 \text{ dB} \lg \left| \frac{\underline{u}_{n,S}}{\underline{u}_{n,S,n}} \right| = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{|\underline{u}_{n,S}|}{U_n} \right) . \quad (4.32)$$

Für die Bewertung für Störungen und Einflüssen wird bei der Ortung die Abweichung $\Delta r_S = |\Delta \mathbf{r}_S|$ der Positionsergebnisse genutzt. Hier wird angenommen, dass sich zur systematische Störungen (z.B. an der Ortungsspule) die Gegeninduktivität verändert und die jeweiligen Stromstärken durch $i_{L,n,S} = i_{L,n,S,n}$ gleich sind. Für die Untersuchung muss zuerst festgestellt werden, wie die Gegeninduktivität $M_{n,S}$ sich abhängig von einer räumliche Verschiebung Δr_S verändert:

$$\boxed{\Delta M = \left| \frac{d}{dr} M(r) \right| \Delta r \approx \frac{3M_0}{r^4} \Delta r} \quad \text{mit} \quad M(R) \approx \frac{M_0}{R^3} . \quad (4.33)$$

Für die Beziehung zwischen den Gegeninduktivitäten und der Entfernung r_S wurde (3.68) genutzt. Da die Ortungsverfahren nicht perfekt sind und ebenfalls Abweichungen vorweisen, ist in der Realität sogar ein schlechteres Verhalten zu erwarten.

Daraus folgt für das SNR:

$$\text{SNR} = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{M_{n,S}}{M_{n,S,n}} \right) \approx 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{\frac{M_{0,n,S}}{r_S^3}}{\frac{3M_{0,n,S}}{r_S^4} \Delta r_S} \right) = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{r_S}{3\Delta r_S} \right)$$

$$\text{SNR} \approx 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{r_S}{\Delta r_S} \right) - 9,5424 \text{ dB} . \quad (4.34)$$

Durch (4.34) lassen sich einige Aussagen über die Empfindlichkeit der induktiven Ortung treffen. So ist der Einfluss auf die Änderung auf die induzierten Spannung $u_{n,S}$ bzw. der Gegeninduktivität $M_{n,S}$ um 9,5424 dB konstant schwächer. Dadurch sind die Ergebnisse aufgrund dieses gedämpften Einflusses robuster, wobei der Einflussgrad der Gleiche ist. Diese Berechnung lässt sich theoretisch auch für die Bewertung der Ortungsverfahren aus diesem Kapitel verwenden, da diese aber einige systematische Eigenschaften besitzen, wäre diese Bewertung nicht vollständig korrekt. Allerdings ist (4.34) nicht die finale Aussage über den Einfluss, da entsprechende Filterverfahren die Abweichung Δr_S noch verringern können (siehe Kapitel 5).

Um nun die Robustheit und Einfluss von Störsignalen durch das SNR im Vergleich zur Erhöhung der Ortungsspulenanzahl N_L zu untersuchen, wurde in Abb. 4.42(a) beispielhaft die induzierte Spannung mit verschiedenen AWGN überlagert. Das Fehler (inklusive den allgemeinen Ortungsfehler durch das Verfahren) ist in Abb. 4.42(b) sichtbar und zeigt, dass ein geringeres SNR auch zu höheren Abweichungen führt.

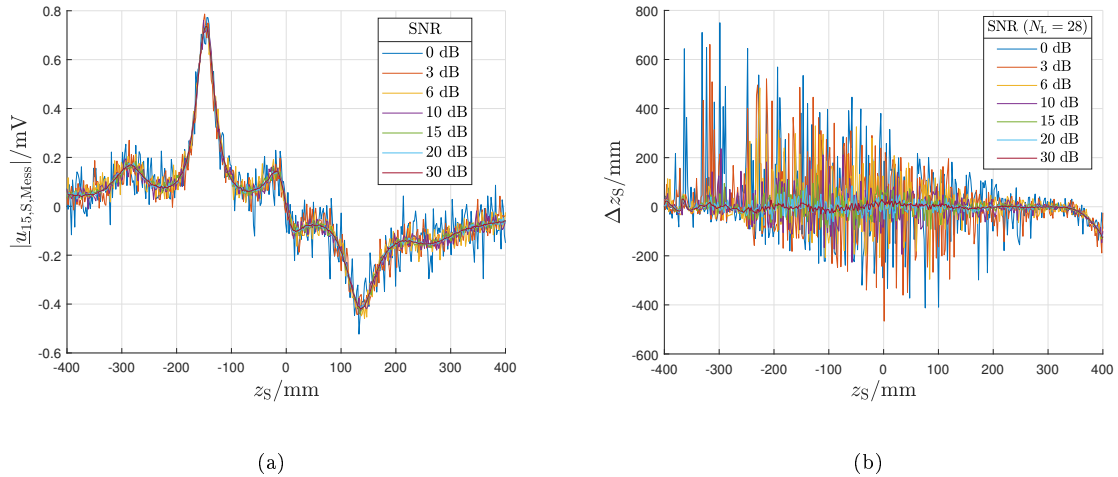


Abb. 4.42.: Einfluss von externen Störungen durch AWGN für verschiedene SNRs (Links: Induzierte Spannung; Rechts: Auswirkungen auf das Ortungsergebnis bei $N_L = 28$ für die Abweichung Δz_S)

Die Ergebnisse für verschiedene SNR in Abhängigkeit der Anzahl der Ortungsspulen N_L (ohne Winkelfluss) sind in Abb. 4.43 dargestellt. Hier zeigt sich, dass die Fehlervarianz durch die Ortungsabweichung $\text{Var}(\Delta \mathbf{r}_S)$ mit steigender Anzahl der Ortungsspulen N_L ansteigt und sich nach der Mindestanzahl der Ortungsspulen bei $N_{L,\min} = 4$ beim

Erreichen der Konvergenz aus Abb. 4.41 wieder sinkt. Dieser Effekt lässt sich dadurch erklären, dass sich bei steigenden Anzahl von verrauschten Messwerten, sich auch der gesamte Rauschanteil summiert. Sobald die Mindestanzahl der Ortungsspulen bei $N_{L,\min} = 4$ (bei konstanter Ausrichtung) erreicht ist, sind zusätzliche Messwerte für das neuronale Netzwerk Mehrinformationen, welche den verrauschten Werten entgegenwirken kann und somit das Ergebnis wieder verbessert. Hier zeigt sich also, dass bei verrauschten Messwerten eine höhere Anzahl von Ortungsspulen zu besseren Ergebnis führen.

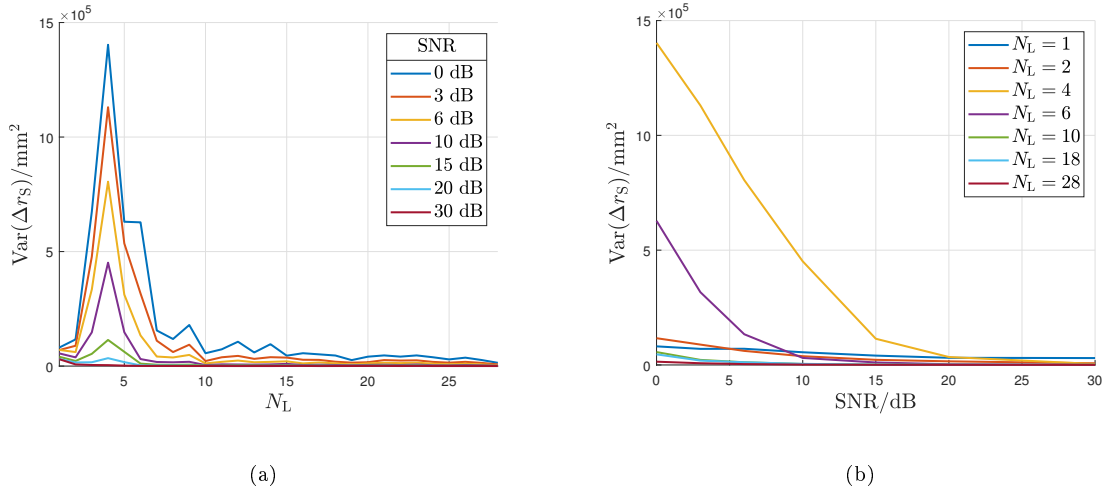


Abb. 4.43.: Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) mit konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S

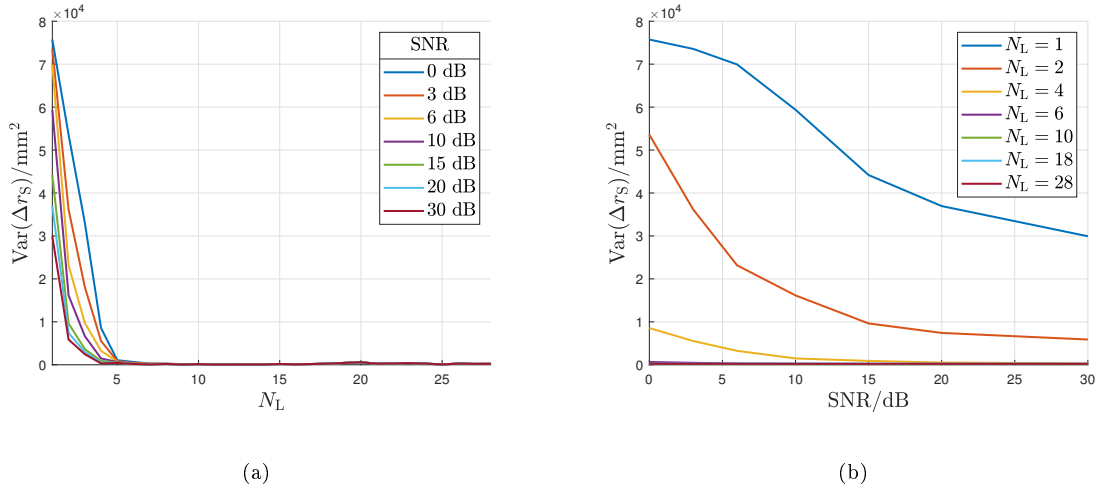


Abb. 4.44.: Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) mit konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S und mit geringen Rauscheinfluss $\underline{u}_{n,S,n}$ durch höhere Anzahl von Ortungsspulen

Um diese Vermutung zu überprüfen, wurde der Rauscheinfluss so verändert, dass die Summe des Rauschens für jede Anzahl von Ortungsspulen N_L gleich ist und somit

$$\underline{u}_{n,S,n,\text{Mess}} = \underline{u}_{n,S} + \frac{\underline{u}_{n,S,n}}{N_L} \quad (4.35)$$

gilt. Durch diese Änderung kann der Effekt des steigenden Rauschens bis $N_{L,\min}$ in Abb. 4.44 entfernt werden, sodass der Verlauf ähnlich zum Verlauf ohne Rauscheffekte ist, wobei der SNR die gesamte Fehlervarianz verändert.

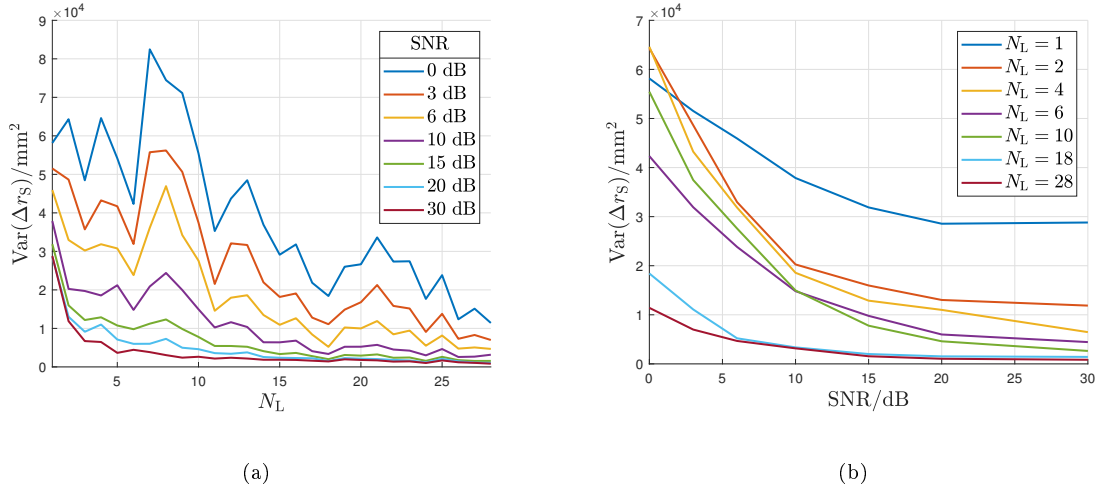


Abb. 4.45.: Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) ohne konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S

Für die Berücksichtigung der Winkelabhängigkeit ist der Effekt ohne der Anpassung aus (4.35) in Abb. 4.45 ähnlich. Hier ist die Differenz zwischen den Maximum bei $N_{L,\min}$ geringer, welches durch die komplexe Beschreibung durch die Berücksichtigung der Winkelabhängigkeit bei gleicher Netzwerkarchitektur entsteht. Dennoch ist in Abb. 4.45 der Anstieg bis $N_{L,\min}$ und dann der Abfall weiterhin erkennbar.

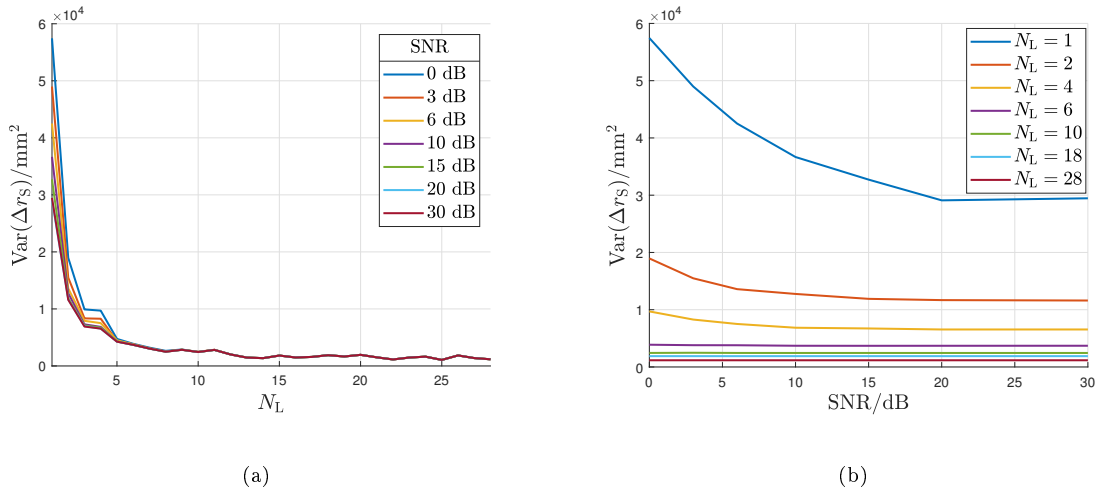


Abb. 4.46.: Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) ohne konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S und mit geringen Rauscheinfluss $\underline{u}_{n,S,n}$ durch höhere Anzahl von Ortungsspulen

Durch (4.35) entsteht dann in Abb. 4.46 der gleiche bereinigte Verlauf, wie ohne Berücksichtigung der Winkelabhängigkeit.

Die Ergebnisse in Abhängigkeit des SNR und der Anzahl der Ortungsspulen N_L zeigt auch die Empfindlichkeit von neuronalen Netzwerk gegenüber Störungen. So zeigt sich, dass

die Abweichung und das SNR auch durch (4.34) sich nicht im linearen Einfluss befindet und sogar robuster gegenüber Rauscheffekte ist, welches vorteilhaft für die Realisierung der induktiven Ortung ist.

4.2.2. Betriebsfrequenz

Die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz f_0 , welches das übertragende Signal in den Spulen und als Magnetfeld beschreibt, hängt von diversen Faktoren ab. Grundsätzlich muss für die induktive Ortung sichergestellt werden, dass sich die Ortungsumgebung komplett im Nahfeld befindet, sodass das Magnetfeld und somit die induktiven Eigenschaften dominieren. Je nach technischen oder gesetzlichen Anforderungen des Systems wird die Frequenz weiter eingeschränkt, welche in dieser Arbeit allerdings nicht betrachtet werden, da es sehr vom Anwendungsfall abhängig ist.

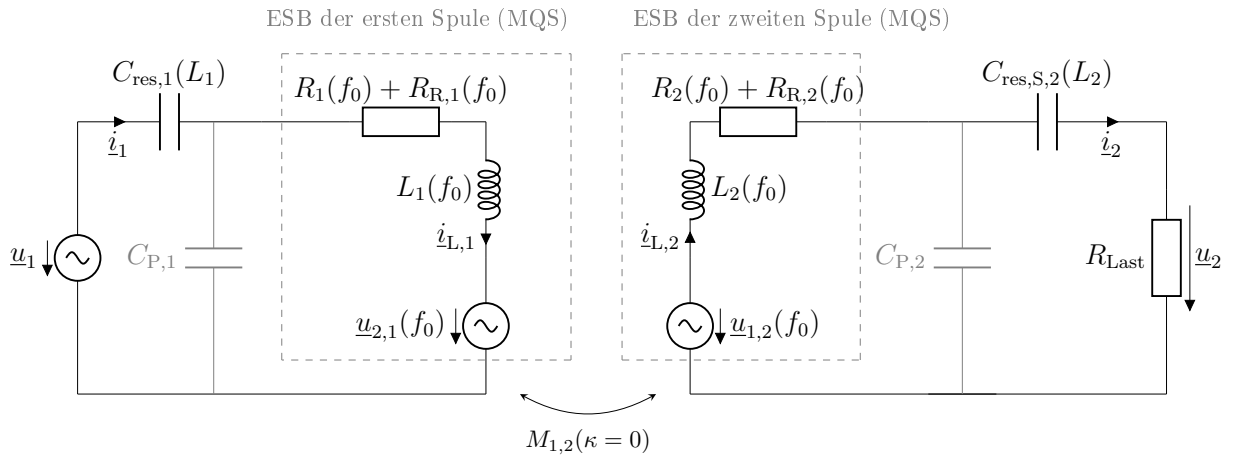


Abb. 4.47.: Elektrisches Ersatzschaltbild zwei gekoppelter Spule mit in Reihenresonanz durch $C_{res,S,n}$ für den Magnetoquasistatik(MQS)-Fall (nur schwarz) und der hochfrequenten Betrachtung mit den Windungskapazitäten $C_{P,n}$ zur Analyse der optimalen Betriebsfrequenz für die induktive Ortung.

Um eine Frequenzanalyse der induktiven Ortung durchzuführen ist in Abb. 4.47 ein Zwei-Spulen-System dargestellt. Hier sollen alle Effekte (Skin-Effekt/Proximity-Effekt und EM-Abstrahlung durch den Strahlungswiderstand R_R) aus Kapitel 3.3.1 berücksichtigt werden. Die Spulen befinden sich in diesem Beispiel je nach Frequenz in perfekter Reihenresonanz durch $C_{res,1}(L_1, f_0)$ und $C_{res,2}(L_2, f_0)$, sodass diese Effekte vernachlässigt werden können. Als Umgebungsmaterial wird angenommen, dass diese nicht elektrisch leitfähig $\kappa = 0$ ist, sodass die Kopplung $M_{1,2}(\cdot)$ nicht von der Frequenz abhängt. Um die einzelnen Effekte besser darstellen zu können wird der Einfluss der Windungskapazitäten $C_{P,1} = C_{P,2} = 100 \text{ pF}$ ebenfalls analysiert und später für weitere Analysen vernachlässigt. Wenn nicht anders angegeben, gilt für die Schaltung $\underline{u}_1 = 1 \text{ V}$ und $R_{Last} = 10 \text{ k}\Omega$ mit einem Kopplungsfaktor $k_{0,1,2} = 1 \%$ (ohne Einfluss der Windungen). Die Windungen der Spulen sind $N_1 = N_2 = 10$ und die Eigeninduktivität ohne Windungen $L_{0,1} = L_{0,2} = 10 \text{ }\mu\text{H}$, wodurch eine Gegeninduktivität von

$$M_{1,2} = k_{0,1,2} N_1 N_2 \sqrt{L_{0,1} L_{0,2}} \quad (4.36)$$

gilt. Die elektrischen Leiter der Spulen bestehen aus reinem Kupfer (Cu), wodurch

$\kappa_{\text{Leiter}} = \kappa_{\text{Cu}} = 58 \text{ S/m}$ gilt. Bei einer Spulenabmessung von $A_1 = A_2 = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, einer Leiterbahndicke $d_h = 70 \mu\text{m}$ mit einer Leiterbahnbreite von $d_w = 1 \text{ mm}$ und einen Windungsabstand von $d_N = 1 \text{ mm}$.

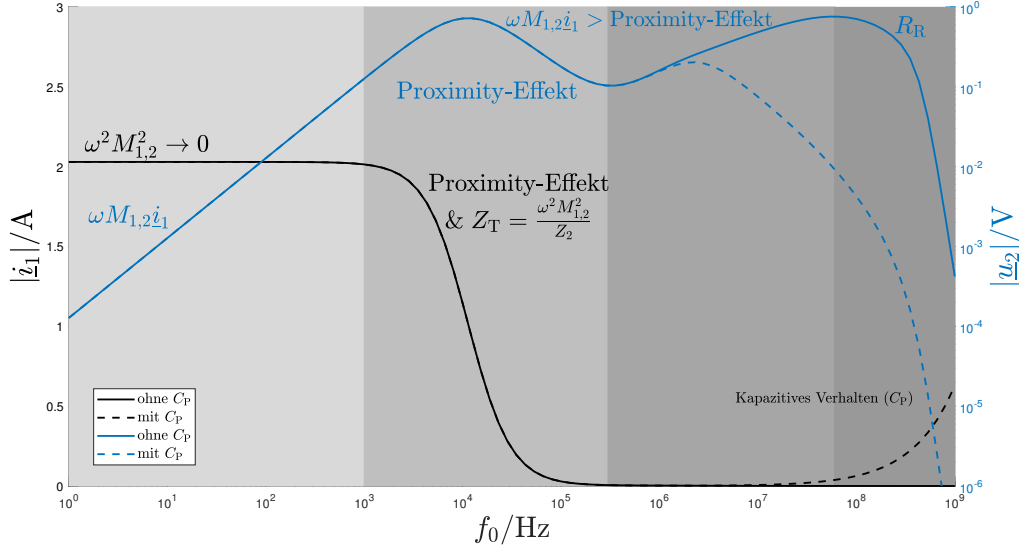


Abb. 4.48.: Darstellung der verschiedenen dominieren Effekte auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz bei einer induktiven Kopplung

In Abb. 4.48 sind die jeweiligen Effekte der induktiven Kopplung von der jeweiligen Betriebsfrequenz f_0 für die Betrachtung mit und ohne Windungskapazität $C_{P,n}$ aus Abb. 4.47 dargestellt. Hierbei wurden zwei Parameter zur Unterscheidung der Effekte auf die jeweiligen Spulen gewählt. Die Stromstärke i_1 beschreibt den Energieverbrauch für das System. Im Fall von $C_{P,1} = 0$ gilt $i_1 = i_{L,1}$, wodurch auch die Stromstärke für die Induktion in der Abbildung dargestellt wird. Die empfangende Spannung u_2 beschreibt wiederum indirekt die Signalstärke, welches die empfangende Spule erhält. Dabei gilt bei $C_{P,2} = 0$, dass $\frac{u_2}{R_{\text{Last}}} = i_{L,2}$ ist und somit auch dadurch die induzierte Spannung indirekt durch

$$\frac{u_{1,2}(i_{L,1})}{R_2(f_0) + R_{R,2}(f_0) + R_{\text{Last}} + \underbrace{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_{\text{res},S,2}}}_{0, \text{ da Resonanz}}} = i_{L,2} = \frac{u_2}{R_{\text{Last}}}, \text{ für } \omega C_{P,2} \rightarrow 0 \quad (4.37)$$

erkennbar ist. Für eine bestmögliche Induktion muss also der induzierende Strom $i_{L,1}$ und dadurch auch die nutzbare Spannung u_2 maximal sein.

Auf eine geringe Signalfrequenz folgt auch eine geringe Induktion bzw. der Einfluss der transformierten Impedanz Z_T ist zu vernachlässigen. Somit folgt, dass die Stromstärke i_1 sich bei geringen Frequenzen kaum ändert (siehe Gleichung (3.9)). Gleichzeitig erhöht sich die induzierte Spannung $u_{1,2} = j\omega M_{1,2} i_1$ (für $C_{P,1} = 0$) linear, da auch sich die Frequenz erhöht, während die anderen Parameter nahezu konstant bleiben und der Einfluss der Windungskapazitäten $C_{P,n}$ vernachlässigbar ist.

Ab einer bestimmten Frequenz dominiert der Proximity-Effekt zwischen den Windungen der Spulenleiter, wodurch sich der Verlustwiderstand R_1 erhöht und sich somit die

elektrische Stromstärke \underline{i}_1 bei einer Spannungsquelle verringert. Verstärkt wird dieser Effekt durch die Erhöhung der transformierten Impedanz \underline{Z}_T , da dieser durch die quadratische Abhängigkeit der Frequenz stark ansteigt und somit den Stromfluss \underline{i}_1 begrenzt. Die Folge daraus ist, dass sich die induzierte Spannung $\underline{u}_{1,2}$ auch verringert.

Da die elektrischen Leiter räumlich begrenzt sind, ist auch der Einfluss des Proximity-Effektes begrenzt und kann in Sättigung gehen. Die Folge daraus ist, dass die der Frequenzanteil ω aus der induzierten Spannung wieder dominiert und wieder ansteigt. Für $C_{P,n} \neq 0$ beginnt der kapazitive Anteil der planaren Spule zu dominieren, wodurch die Ströme sich stärker über die Windungsabstände in Form einer Kapazität bewegen und dadurch den induktiven Anteil der Spule überspringen (hier ab der Spuleneigenfrequenz von $f_{\text{res}} = 5.03 \text{ MHz}$). Die Folge daraus ist, dass durch den direkten Weg ein Kurzschluss entstehen kann und sich dadurch die Strömstärke \underline{i}_1 von der Spannungsquelle erhöht. An der Empfangsspule entsteht ein ähnlicher Effekt, wo ein Stromkreis innerhalb der Spule geschlossen wird und dadurch am Lastwiderstand R_{Last} keine elektrische Leistung mehr abfällt.

In Kapitel 3.3.1.3 wurde erklärt, dass sich abstrahlende Energie in Form von elektromagnetischen Wellen durch den Strahlungswiderstand R_R beschreiben lässt. Dieser Effekt ist allerdings erst ab einer höheren Frequenz relevant und da für die induktive Ortung sichergestellt werden muss, dass sich die komplette Ortungsumgebung im magnetischen Feld/Nahfeld befindet, sind diese Frequenzen auch nicht für die induktive Ortung relevant. Wenn allerdings ein sehr hoher Frequenzbereich gewählt wird, wird zusätzlich der Verlustwiderstand durch den Strahlungswiderstand verstärkt. Die Folge ist eine weitere deutliche Verringerung der Stromstärke an der Induktivität $\underline{i}_{L,1}$ und somit auch zu einer geringeren Induktionsspannung. Der Einfluss der parasitären Kapazität C_P bei hohen Frequenz verstärkt diesen Effekt, wodurch die Spule sich eher als Kondensator als eine Spule verhält. Die Folge ist ebenfalls, dass sich der Strom, dann über die kapazitiven Anteile verteilt und nicht zur Generierung eines Magnetfeldes genutzt werden kann.

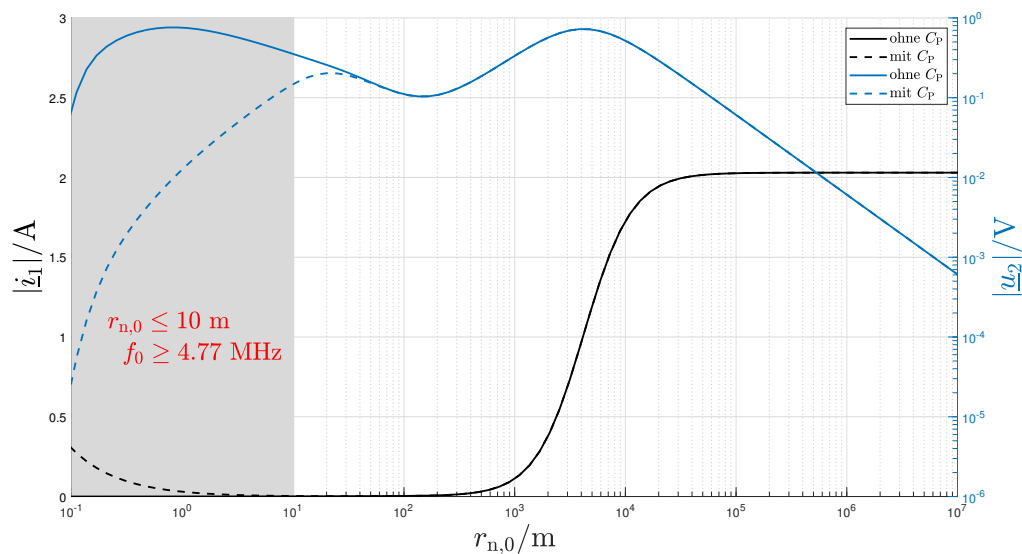


Abb. 4.49.: Darstellung der verschiedenen dominieren Effekte auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz unter Berücksichtigung der Wellenlänge zur Einhaltung der Bedingung des Nahfeldes r_n bei einer induktiven Kopplung

Damit alle Bedingungen aus dieser Arbeit für die Ortung gelten, muss auch die Einhaltung der Nahfeldgrenze r_n sichergestellt werden. Je höher die Frequenz steigt, desto geringer wird auch diese Grenze, in der keine direkte induktive Kopplung mehr dominiert, sondern elektromagnetische Wellen das System dominieren. In Abb. 4.49 wurde dazu aus Abb. 4.48 die entsprechenden Nahfeldgrenzen $r_n = \frac{\lambda}{2\pi}$ anhand der Frequenzen berechnet (und dadurch invertiert!). Hier wird auch deutlich, warum das zweite Maximum selbst für $C_{P,n} = 0$ nicht zu priorisieren ist, da hier die Nahfeldgrenze auf einige Meter sinkt und somit die induktive Ortung sinnlos macht, da diese nur sehr geringe Abstände erreichen kann.

Im Folgenden wird der Einfluss der Windungskapazitäten durch $C_{P,n} = 0$ vernachlässigt, wodurch die anderen Einflüsse besser analysiert werden können. Um die zahlreichen Abhängigkeiten und deren Einflüsse auf die optimale Betriebsfrequenz zu analysieren, werden in Abb. 4.50 und 4.51 diese dargestellt. Als Bewertungsparameter wird hier die am Lastwiderstand R_{Last} anliegende Spannung \underline{u}_2 gewählt, da diese alle Einflüsse aus Abb. 4.47 vereint und Aussage über die maximal übertragende Leistung von der Sender- auf die Empfangsspule $S_2 = \frac{|\underline{u}_2|^2}{R_{\text{Last}}}$ beinhaltet. Aussagen über Wirkungsgrade sind für diese Anwendung nicht relevant, da hier nur die maximale Signalstärke für eine präzise Auswertung relevant ist.

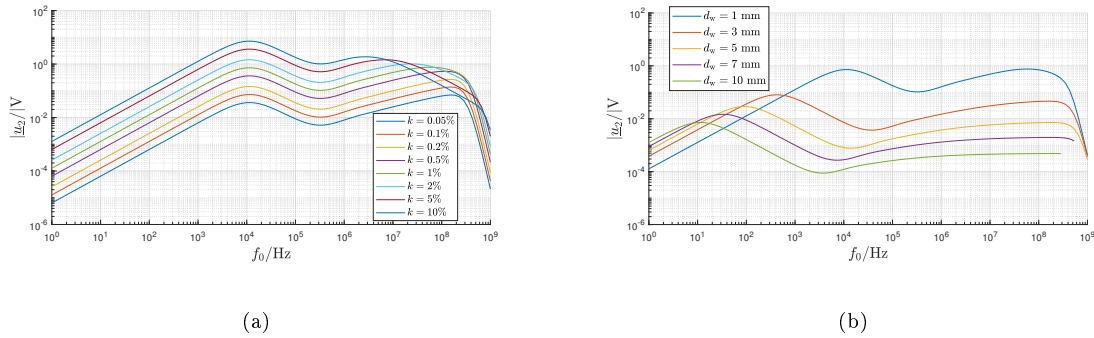


Abb. 4.50.: Einfluss des Kopplungsfaktors und der Leiterbahnbreite auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz

Abb. 4.50(a) zeigt den Einfluss der Kopplung auf die Wahl der Betriebsfrequenz. Hier wird deutlich, dass bis zum höheren Megahertzbereich, die Kopplung nur Auswirkung ausgehende Spannung \underline{u}_2 hat, wobei gilt, dass nachvollziehbarerweise eine höhere Kopplung zu einer höheren Ausgangsspannung \underline{u}_2 führt. Je stärker die Kopplung ist, desto stärker bzw. früher wirken die destruktiven Effekte (Proximity-Effekt, Strahlungswiderstand) auf das System, welches den Frequenzbereich einschränkt.

In Abb. 4.50(b) ist der Einfluss der Leiterbahnbreite d_w dargestellt. Während breite Leiterbahnen bei sehr geringen Frequenzen einen Vorteil aufgrund des geringeren Leitungswiderstandes (durch die höhere Fläche) hat, kehrt sich dieser Effekt genau gegenteilig bei höheren Frequenzen um. Dieses Verhalten bestätigt die Aussagen für Abb. 4.48, wo dargestellt wurde, dass der Einfluss des Proximity-Effektes abhängig von der Leiterbahnengeometrie in Sättigung geraten kann. Bei schmalere Strukturen ist dieser Punkt früher erreicht, wodurch hier ab höhere Frequenzen schmale Strukturen zu bevorzugen sind.

Der Einfluss der Windungen auf die Auswahl der optimalen Frequenz wird in Abb. 4.51 dargestellt. Hier zeigt sich in Abb. 4.51(a), dass eine höhere Anzahl von Windungen bei geringen Frequenzen eine höhere Ausgangsspannung liefern. Sobald der Proximity-Effekt allerdings eintritt, hat die Spule mit einer Windung das bessere Ergebnis, da hier nur der Skin-Effekt auftritt und da für eine höhere Anzahl der Windungen auch eine längere Leiterbahn der Spule resultiert. Eine längere Leiterbahn bedeutet hier damit auch einen höheren Widerstand.

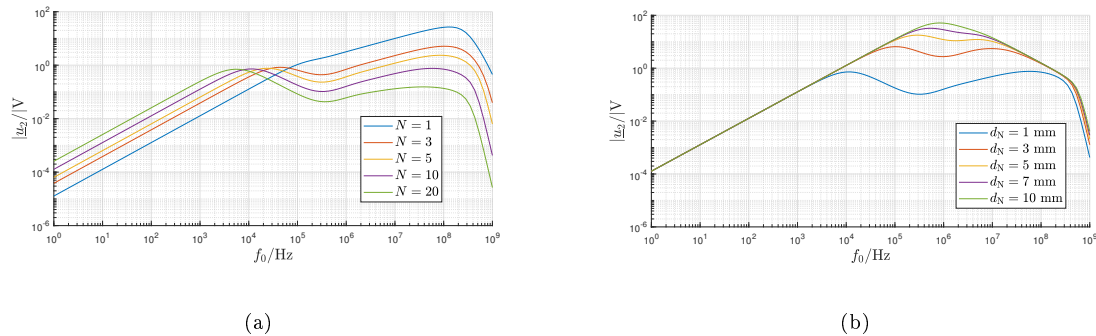


Abb. 4.51.: Einfluss der Windungsanzahl und des Windungsabstandes auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz

Um diese Effekte zu verringern, wurde in Abb. 4.51(b) der Abstand zwischen den Windungen variiert. Hier zeigt sich deutlich, dass der Einfluss des Proximity-Effektes sich verringert, aber irgendwann die Einflüsse aus Skin-/Proximity-Effekt und dann durch den Strahlungswiderstand dominieren.

In den Abb. 4.50 und 4.51 ist dargestellt worden, wie sehr die unterschiedlichen Spulenparameter die Wahl der optimalen Spule beeinflusst. Bei allen Varianten wurde allerdings deutlich, dass ab etwa 100 MHz der Effekt des Strahlungswiderstand nicht vermeidbar ist. Allerdings ist die Wellenlänge in diesem Bereich nur noch einige Meter, wodurch die Bedingung vom Nahfeld für die induktive Ortung nicht mehr erfüllt ist. Zusätzlich verhält sich (je nach Eigenresonanz) die Spule in diesem Bereich eher wie ein Kondensator, wo die parasitäre Kapazität die primäre Eigenschaft der Schaltung bestimmt. Bei hohen Frequenzen können auch weitere Dämpfungen durch Zuleitung, Signalgenerierung oder Signalauswertung entstehen, die hier nicht berücksichtigt wurden. Wenn eine leitfähige Umgebung (Salzwasser, Metallblöcke) vorhanden ist, wird diese durch die Generierung von Wirbelströmen bei höheren Frequenzen einen deutlich stärkeren Einfluss besitzen (siehe Kapitel 4.3.1). Für die Auswahl der Betriebsfrequenz für die induktive Ortung kann ein Bereich von $f_0 = 10$ kHz bis 10 MHz gewählt werden, allerdings sollte je nach Anwendung, Umgebung und Anforderungen dieser Bereich überprüft werden.

4.2.3. Design einer optimalen Spule

Das optimale Spulendesign für die induktive Ortung hängt von zahlreichen Parametern, dem Einsatzzweck und den vorgegeben Bedingungen (Größe, Betriebsfrequenzen, ...) ab. Für die Bewertung einer optimalen Spule gibt es verschiedene Ansätze. Ziel ist es die maximale Signalstärke (und damit auch die Reichweite und Genauigkeit für

Messverfahren) für jeden möglichen Ort für eine gesuchte Spule zu finden.

Durch die Güte $Q = \frac{\omega L}{R}$ lässt sich ein Teil der Problemstellung gut beschreiben. Die Erhöhung der Güte durch die Erhöhung der Eigeninduktivität und damit der induktiven Kopplung bei gleichzeitiger Verringerung des Widerstandes für eine höhere Stromstärke und somit stärken Magnetfeld. Daher werden bei vielen Spulen auch die Gütewerte beim Hersteller angegeben, welche allerdings oft Effekte wie den Proximity-Effekt oder den Strahlungswiderstand wenig bis gar nicht berücksichtigen. Zusätzlich wird der Einfluss der induktiven Kopplung nicht bewertet.

Ein umfangreichere Bewertung stellt der PTE (engl. Power Transfer Efficiency) [86] dar. Dieser wird durch

$$\boxed{\text{PTE} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{|i_S|^2 R_L}{\sum_{k=1}^{N_L} |i_n|^2 R_n + |i_S|^2 (R_S + R_L)}} \quad \text{mit PTE} \in [0, 1] \quad (4.38)$$

beschrieben und findet oft Anwendung für drahtlose Energieübertragungszwecke. Dabei wird nur die messbare Leistung P_{out} am Lastwiderstand R_L betrachtet und als Eingangsleistung die ohmischen Verluste an den Ortungspulen R_n und der gesuchten Spule R_S . Bei einem Zweispulensystem (Spule 1. und S) in perfekter Reihenresonanz mit den Stromstärken

$$i_1 = \frac{u_1}{\frac{\omega^2 M_{1,S}^2}{R_S + R_L} + R_1} = \frac{u_1 (R_S + R_L)}{\omega^2 M_{1,S}^2 + R_1 (R_S + R_L)} \quad (4.39)$$

und

$$i_S = \frac{j\omega M_{1,S} i_1}{R_S + R_L} = \frac{j\omega M_{1,S} u_1}{\omega^2 M_{1,S}^2 + R_1 (R_S + R_L)} \quad (4.40)$$

gilt dann folgender PTE:

$$\begin{aligned} \text{PTE} &= \frac{\left(\frac{\omega M_{1,S} |u_1|}{\omega^2 M_{1,S}^2 + R_1 (R_S + R_L)} \right)^2 R_L}{\left(\frac{|u_1| (R_S + R_L)}{\omega^2 M_{1,S}^2 + R_1 (R_S + R_L)} \right)^2 R_n + \left(\frac{\omega M_{1,S} |u_1|}{\omega^2 M_{1,S}^2 + R_1 (R_S + R_L)} \right)^2 (R_S + R_L)} \\ &= \frac{\omega^2 M_{1,S}^2 R_L}{(R_S + R_L)^2 R_n + \omega^2 M_{1,S}^2 (R_S + R_L)} = \frac{R_L}{\frac{(R_S + R_L)^2 R_n}{\omega^2 M_{1,S}^2} + R_S + R_L} . \end{aligned} \quad (4.41)$$

In (4.41) ist auf dem ersten Blick erkennbar, dass bei steigender Betriebsfrequenz und steigender Kopplung der PTE steigt. Leider hat die Frequenz laut (3.19) und (3.20) auf die ohmischen Verluste, wodurch die Gleichung nochmal komplexer wird und auch die geometrischen Eigenschaften der Spulen relevant werden. Je nach Ortungsumgebung wer-

den auch noch andere Effekte in der Kopplung relevant (siehe die späteren Unterkapitel 4.3.1 und 4.3.2).

Für die optimale Leistungseffizienz muss somit

$$\min_{R_n, R_S \rightarrow 0} \text{PTE} \quad (4.42)$$

gelten. Somit gilt für das Design der optimalen Spule mit der Spulenlänge l_L ohne Berücksichtigung der Ausrichtung und den Entfernungen in der perfekten Resonanz allgemein:

$$\min_{l_L} \max_{d_w, d_h, d_N, N, \kappa, \mu_r, A_n, A_S} \text{PTE}(f_0) . \quad (4.43)$$

Die Wahl der optimalen Frequenz f_0 ist komplexer, da sich die unterschiedlichen Effekte je nach Frequenz unterschiedlich stark beeinflussen. Die Ergebnisse dazu sind im Unterkapitel 4.2.2 bereits betrachtet worden. Da verschiedenen Effekte einen starken Einfluss untereinander haben, können wenn sich nur einige Parameter geändert werden, die Resultate sogar schlechter werden.

Der PTE ist allerdings nur für die Betrachtung der Leistung in der optimalen Position der Spulen zueinander sinnvoll (wie es bei der drahtlosen Energieübertragung der Fall ist). Bei der induktiven Ortung variiert die Gegeninduktivität stark, wodurch auch ein anderes Bewertungskriterium betrachtet werden muss. So muss die maximale Kopplung im definierten Ortungsraum hergestellt werden. Diese ist stark von der gewählten Platzierung der Ortungsspulen abhängig, aber kann auch die Spulengeometrien beeinflusst werden. So kann eine erhöhte Fläche A_n bei den Ortungsspulen und der gesuchten Spule für eine bessere generelle Signalstärke sorgen. Allerdings sind in der Anwendung viele Spulengrößen durch Vorgaben begrenzt und Betriebsfrequenzen und Materialien vorgegeben, wodurch die optimale Spule für jede Anwendung neu gewählt werden muss.

In dieser Arbeit werden nur planare Spulen betrachtet, da diese einfach zu fertigen und aufgrund ihrer flachen Höhe gut an anderen Geräten implementierbar sind. Wenn allerdings das notwendige Volumen für die gesuchten Spulen nicht relevant ist und sogar 3D-Spulen genutzt werden können, können auch ineinander geschachtelten Spulen verwendet werden.

Ein solches System ermöglicht eine dreidimensionale Erkennung, da die drei orthogonal angeordneten Spulen das Magnetfeld in allen drei Dimensionen messen können. Wie im Folgenden gezeigt wird, führt dies zu einer präzisen Bestimmung der Position und Orientierung der zu ortenden Spule im Raum. Die Kombination der Signale aus den drei Spulen erhöht die Empfindlichkeit und verbessert die Auflösung des Systems, wodurch auch schwache Signale besser erkannt werden können. Ein weiterer Vorteil ist der erweiterte Messbereich, der eine größere Fläche abdeckt und somit eine höhere Flexibilität in der Anwendung bietet. Zudem bietet das System durch die Mehrzahl an Spulen eine gewisse Redundanz, die die Fehlertoleranz und Zuverlässigkeit erhöht. Die Verwendung von drei Spulen bringt jedoch auch einige Nachteile mit sich. Der Aufbau eines solchen Systems ist komplexer und damit teurer als ein Einzelspulensystem. Es erfordert eine aufwendigere Kalibrierung und eine komplexere Signalverarbeitung, was die Implementierungskosten erhöht. Die geschachtelte Anordnung der Spulen benötigt mehr Platz, was den Einsatz in kompakten oder räumlich begrenzten Umgebungen erschwert. Zudem können durch die

nahe Anordnung der Spulen gegenseitige elektromagnetische Wechselwirkungen auftreten, die die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigen können. Dies erfordert zusätzliche Maßnahmen wie Abschirmungen, um diese Effekte zu minimieren. Ein weiterer Nachteil ist der höhere Energieverbrauch, da mehrere Spulen gleichzeitig betrieben werden müssen, was in batteriebetriebenen Systemen problematisch sein kann. Schließlich wird die Signalverarbeitung durch die Notwendigkeit, die Daten von drei Spulen zu kombinieren und zu analysieren, deutlich komplexer, was leistungsfähigere Algorithmen und mehr Rechenleistung erfordert.

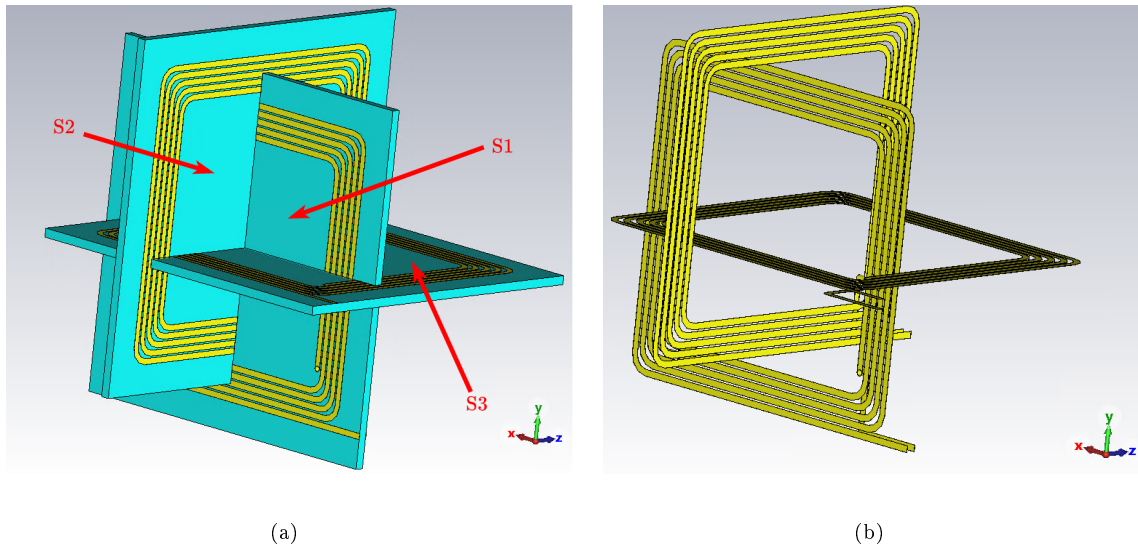


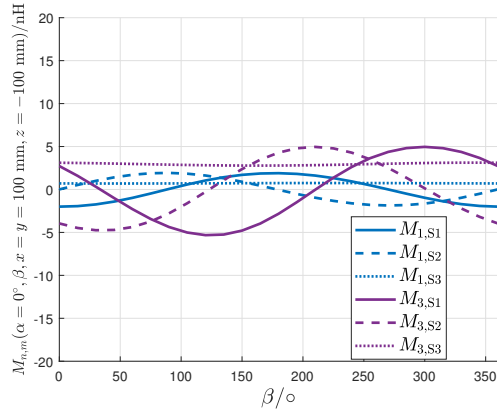
Abb. 4.52.: Aufbau des Simulationsmodell der geschachtelte Spulengeometrie für jede Orientierung (rechts: Ohne PCB zur besseren Darstellung)

Um dennoch solch ein System zu untersuchen, wurde in Abb. 4.52 ein entsprechendes Simulationsmodell erstellt. Die gesuchte Spule besteht aus drei orthogonale und baugleiche Spulen S1, S2 und S3. Abb. 4.52(b) wurde nur zur Darstellung erstellt. Für die Untersuchungen wurde das Spulensystem aus 4.52(a) verwendet. Das Ortungssystem wurde wieder aus Abb. 4.1 mit $x_d = 500$ mm, $y_d = 500$ mm und $z_d = 1000$ mm genutzt, wobei die Verschiebung $y_s = 100$ mm und $x_s = 100$ mm gilt.

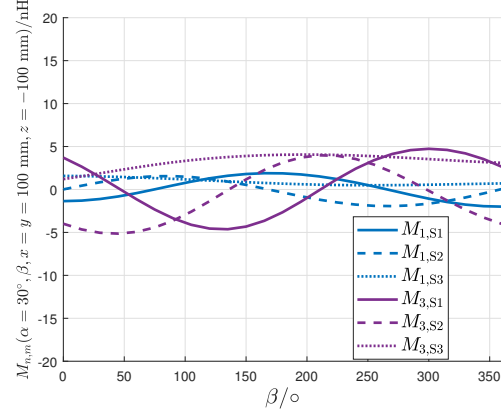
Aufgrund der orthogonalen Verschachtelung soll die Gegeninduktivität zum gesuchten Spulensystem S_n nahezu unabhängig von der Ausrichtung sein. Dazu wurde in Abb. 4.53 der Einfluss in Abhängigkeit von β für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ bei einer Verschiebung von $z = 100$ mm für die Ortungsspulen 1. und 3. aus Abb. 4.1 untersucht. Hier bestätigt sich die Annahme, dass wenn eine Kopplung aufgrund der Ausrichtung schwächer wird, eine andere Kopplung besser wird. Dadurch bleibt das Spulensystem ausrichtungsunabhängig. In Abb. 4.54 wird der Einfluss des Abstandes z auf das Spulensystem von den beiden z -Ortungsspulen untersucht. Hier hat das Spulensystem nur geringe Vorteile, da aufgrund des Designs keine Verstärkung stattfinden kann. Nur indirekt kann nur die Ermittlung der drei Gegeninduktivitäten die Genauigkeit für die Ortung erhöht werden.

Bei der Kopplung aus den y -Ortungsspulen (und auch den x -Ortungsspulen) ergibt sich durch die perspektivische Verschiebung in Abb. 4.55 einen Vorteil, da hier durch die perspektivische Verschiebung quasi die Ausrichtung ändert.

Um den Einfluss des Abstandes z bzw. deren perspektivische Verschiebung besser zu beurteilen wurden in Abb. 4.56 die jeweiligen maximalen und minimalen Gegeninduktivitäten ermittelt. Für eine normale induktive Lokalisierung mit planaren Spulen kann sich

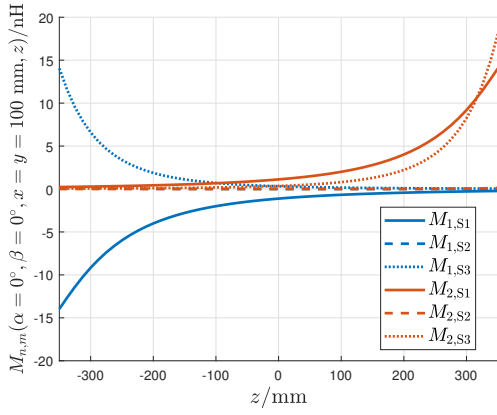


(a)

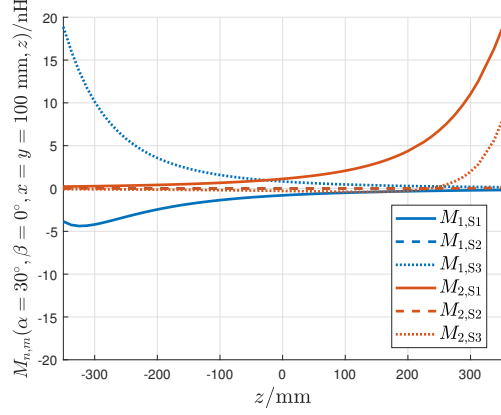


(b)

Abb. 4.53.: Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Ausrichtungswinkels β für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen



(a)



(b)

Abb. 4.54.: Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen

somit im schlechtesten Fall die Werte aus Abb. 4.56(b) ergeben. Durch das Spulensystem wird aus diesen Kopplungswerten allerdings die Werte aus Abb. 4.56(a) möglich, welches die Signalstärke und somit die Genauigkeit des Prozesses erhöht.

4.2.4. Geräteeinflüsse

Die gesuchte Spule S aus der beispielhaften Abb. 4.1 ist in der Realität auch an einem anderen System für die Messauswertung und für andere Funktionen gekoppelt. Dieses System kann natürlich auch Einfluss auf die Kopplung und somit die Ortungsergebnisse haben. Dazu wird im Folgenden ein typisches Beispiel analysiert, wo die gesuchte Spule an einem Smartphone befestigt ist. Da das Leiterplattenlayout in Smartphones sehr variabel, streng geheim und vermutlich aufgrund der minimalen Größe kein merkbares Einfluss hat, wird nur der Einfluss des Akkus betrachtet. Als Material wurde hier anhand von [87] das Material Aluminium genutzt, welches eine homogene Verteilung

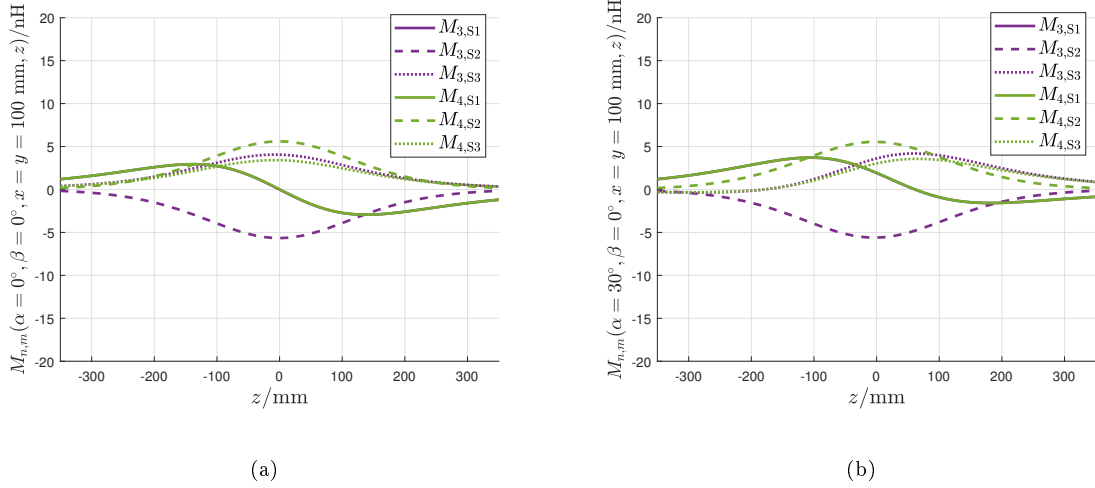


Abb. 4.55.: Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen

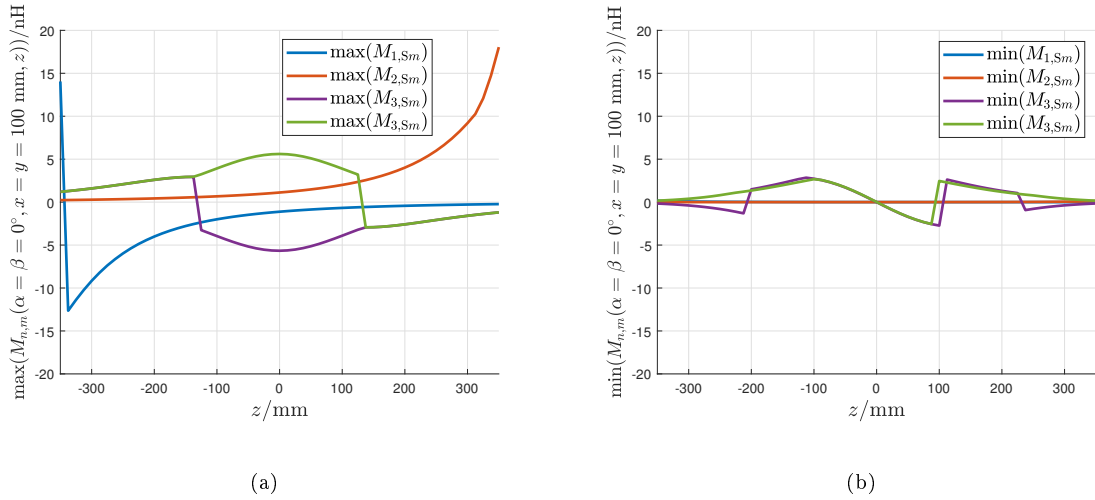


Abb. 4.56.: Maximale und minimale mögliche Gegeninduktivitäten aus der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\beta = 0^\circ$

und somit den maximalen Einfluss zeigt. Als Größe des Akkus wurde beispielhaft das aktuelle Smartphone-Modell „Samsung S23 Ultra“ genutzt, welche eine Abmessung von $72\text{ mm} \times 62\text{ mm} \times 6\text{ mm}$ [88] besitzt und vorerst $d_{\text{Akk}} = 1\text{ mm}$ von der gesuchten Spule befestigt ist. In [87] ist zusätzlich erwähnt, dass die Batterie eine Permeabilität von $\mu_r = 50$ vorweisen kann. Anhand verschiedenen Ausrichtungen und Fälle (ohne Batterieeinfluss, nur Einfluss von Aluminium und mit Aluminium und Permeabilität von $\mu_r = 50$) sollen nun die Unterschiede und somit der Einfluss auf die Kopplung anhand des Ortungssystem mit Akku in Abb. 4.57 untersucht werden.

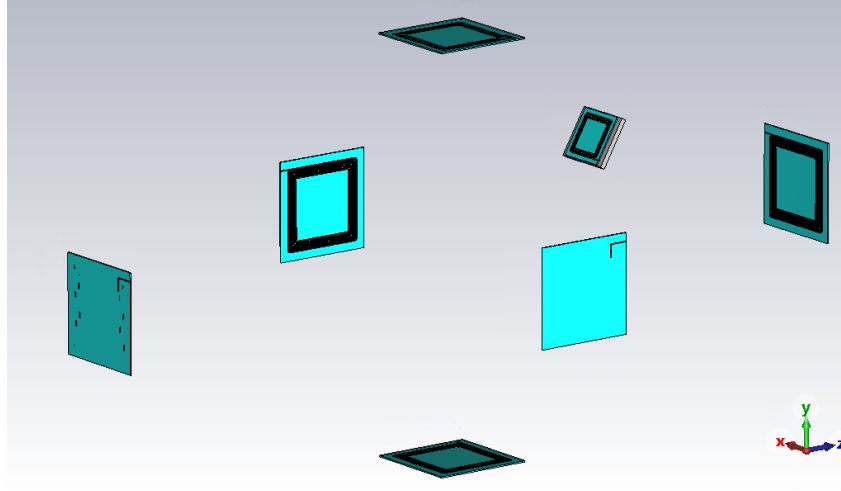


Abb. 4.57.: Typisches induktives Ortungssystem mit einem Akku in Form eines Aluminiumblocks an der gesuchten Spule

Da die Ausrichtung hier am relevantesten ist, wurde in Abb. 4.58(a) der Ausrichtungswinkel β_S für die drei Fälle (ohne Batterie, mit Batterie und nur Aluminiumeinfluss und mit Batterie und einer Permeabilität von $\mu_r = 50$ (siehe [87])) untersucht. Während der Fall ohne Batterie einen perfekten Cosinus ähnelt, weichen die Amplituden unter Einfluss der Batterien ab, wodurch

$$M_{n,S} \sim (\cos(\beta_S) + K_{\text{Akku}}(d_{\text{Akku}}, \kappa_r, \mu_r)) \quad (4.44)$$

gilt. Der Faktor $K_{\text{Akku}}(d_{\text{Akku}}, \kappa_r, \mu_r)$ verschiebt durch den leitfähige Einfluss der Batterie und den damit resultierenden Wirbelströmen das durchdringende Magnetfeld. Abhängig von der Dicke der Batterie und der Betriebsfrequenz wird dieser Effekt verstärkt (siehe Unterkapitel 4.3.2). Eine permeabilitive Batterie wirkt diesen Effekt allerdings entgegen und verstärkt wiederum die Kopplung.

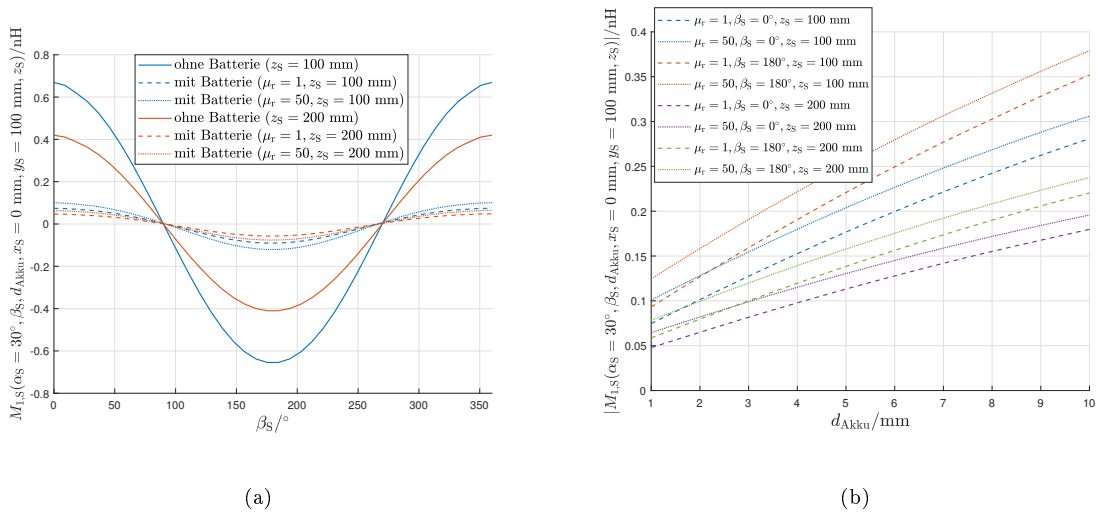


Abb. 4.58.: Einfluss einer Batterie nahe an der gesuchten Spule mit verschiedenen Parameter und Ausrichtungen

Da die Amplitudenunterschiede in Abb. 4.58(a) schwer erkennbar sind, wurde in Abb. 4.58(b) ein Vergleich für die Ausrichtungen $\beta_S = 0^\circ$ und $\beta_S = 180^\circ$ für alle Fälle für sogar zwei z -Positionen dargestellt. Hier wird der Amplitudenunterschied deutlicher und auch die Verstärkung durch die Permeabilität wird durch eine konstante Verstärkung sichtbar. Eine Erhöhung des Abstandes zwischen Spule und Batterie verringert nachvollziehbar den Einfluss auf die Spule.

4.2.5. Verfahren zur Lokalisierung von mehreren Spulen

In dieser Arbeit wurde, abgesehen von diesem Unterkapitel, nur die Lokalisierung einer gesuchten Spule S betrachtet. Der Grund dafür ist, dass sich die generalisierten Ergebnisse aus dieser Arbeit auf eine beliebige Anzahl von gesuchten Spulen $N_{L,S}$ anwenden lassen. In der Praxis ist es jedoch je nach Anwendung relevant, mehrere gesuchte Spulen $N_{L,S}$ zu haben, die lokalisiert werden sollen. Da sich die Signale der zu ortenden Spulen gegenseitig beeinflussen und dadurch blockieren können, was entweder die induktive Ortung verhindert oder zur Lösung der Problemstellung den Einsatz zusätzlicher Ortungsspulen erfordert, werden in diesem Unterkapitel verschiedene mögliche Lösungsansätze vorgestellt, die eine induktive Lokalisierung mehrerer gesuchter Spulen ermöglichen. Dieses Themengebiet wird als Multiplexing bezeichnet und beschreibt das Senden und erfolgreiche Dekodieren verschiedener Sender über einen gemeinsamen Kanal. Zu den vorgestellten Lösungsarten werden Beispiele zur Durchführung angegeben, die lediglich der Veranschaulichung dienen, da es noch weitere Varianten gibt.

Frequency Division Multiplexing (FDM) (durch Backscattering):

Eine mögliche Lösung zur gleichzeitigen Lokalisierung von mehreren gesuchten Spulen ist die Verwendung von individuellen Sendefrequenzen $f_{0,n}$ (Frequency Division Multiplexing (FDM)) je gesuchter Spule, da diese Signale sich im Frequenzbereich nicht beeinflussen und einfach durch die Verwendung eines Mischers mit der jeweiligen Frequenz ausgewählt werden können. Damit hat dann jede gesuchte Spule einen eigenen Frequenzkanal, wobei hier automatisierte Resonanzanpassung durchgeführt werden muss, damit die maximale Signalstärke empfangen werden kann.

Eine Erweiterung davon und um den Energieverbrauch der gesuchten Spule stark zu verringern, ist die Verwendung von Backscattering mit individuellen Modulationsfrequenzen $f_{BS,S,n}$. In Abb. 4.59 ist äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild dargestellt. Dazu wurde hier ein idealer MOSFET parallel zur Lastimpedanz $\underline{Z}_{Last,S}$ geschaltet. Dieser MOSFET wird mit einer eindeutigen Frequenz $f_{BS,S}$ in Form einer Rechteckschwingung $v_{Rect,f_{BS,S}}(t)$ gesteuert, wodurch je nach Zustand die Lastimpedanz kurzgeschlossen wird [41, 89, 90]. Durch die zeitliche Änderung der transformierten Impedanz $\underline{Z}_{T,S}$ (abhängig vom Steuersignal $v_{Rect,f_{BS,S}}(t)$) kann die Impedanz \underline{Z}_n des Gesamtsystems in optimaler Resonanz dargestellt werden durch

$$\underline{Z}_n = R_n + \underbrace{\frac{\omega^2 M_{n,S}^2}{R_S + v_{Rect,f_{BS,S}}(t) \underline{Z}_{Last,S}}}_{\underline{Z}_{T,S}} \quad \text{mit } v_{Rect,f_{BS,n}}(t) = \begin{cases} 0 & , t \bmod T_{BS,n} < \frac{T_{BS,n}}{2} \\ 1 & , t \bmod T_{BS,n} > \frac{T_{BS,n}}{2} \end{cases} . \quad (4.45)$$

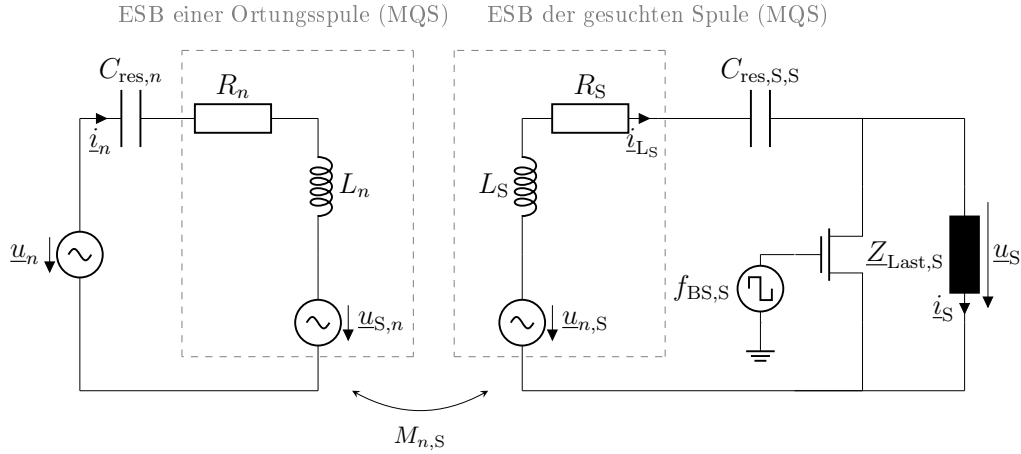


Abb. 4.59.: Elektrisches Ersatzschaltbild zwei gekoppelter Spule mit Reihenresonanz zur Darstellung von Backscattering für eine Spulenidentifikation

Der Operator mod bezeichnet die Modulo-Funktion (Division mit Rest), sodass eine periodische Funktion generiert wird.

Die Rechteckschwingung kann durch die Fourierreihendarstellung auch als Summe dargestellt werden und somit auch im Frequenzbereich betrachtet werden:

$$v_{\text{Rect},f_{\text{BS},S}}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega_{\text{BS},S}t)}{2k-1}$$



$$\underline{V}_{\text{Rect},f_{\text{BS},S}}(j\omega) = -4j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\delta(\omega - (2k-1)\omega_{\text{BS},S}) - \delta(\omega + (2k-1)\omega_{\text{BS},S})}{2k-1}. \quad (4.46)$$

Für die Ermittlung der Gegeninduktivität ist hier die jeweilige erste Frequenzverschiebung durch die Faltung mit den Dirac-Impulsen $\delta(\omega)$ am sinnvollsten, da diese die größte Signalstärke besitzen und nachfolgende Frequenzverschiebungen mit $(2k-1)$ gedämpft werden.

Um die Einflüsse auf das System zu untersuchen, wurden im Folgenden unterschiedliche Schaltungssimulationen für eine Ortungsspule und eine unterschiedliche Anzahl von gesuchten Spulen durchgeführt. Wenn nicht anders angegeben, wurden für die Simulationen eine Signalquelle mit $u_n(t) = 1 \text{ V} \cdot \sin(\omega_0 t)$ bei einer Signalfrequenz von $f_0 = 100 \text{ kHz}$ genutzt, wobei die Eigeninduktivität mit $L_S = L_n = 25 \mu\text{H}$ und einem Verlust von $R_S = R_n = 1 \Omega$ gleich gewählt wurde. Die Lastimpedanzen an der gesuchten Spule sind $Z_{\text{Last},S,n} = 10 \text{ k}\Omega$, wobei die Spulen mit $k = 10 \%$ gekoppelt sind.

In Abb. 4.60 und 4.61 sind die Ergebnisse bei einer gesuchten Spule mit einem Backscattering von $f_{\text{BS},S} = 4 \text{ kHz}$ dargestellt. In Abb. 4.60 sind die jeweiligen Stromstärken i_n und i_S bei einer Kopplung von $k = 10 \%$ dargestellt, welche je nach Steuerung des

MOSFETs durch die Spannung $u_{BS,S}$ sich anders verhalten, da die Lastimpedanz $Z_{Last,S,n}$ kurzgeschlossen wird. Die Spannung $u_{BS,on}$ bezeichnet die angelegte Spannung, damit der MOSFET leitet. Verluste und parasitäre Effekte durch den MOSFET wurde hier vernachlässigt.

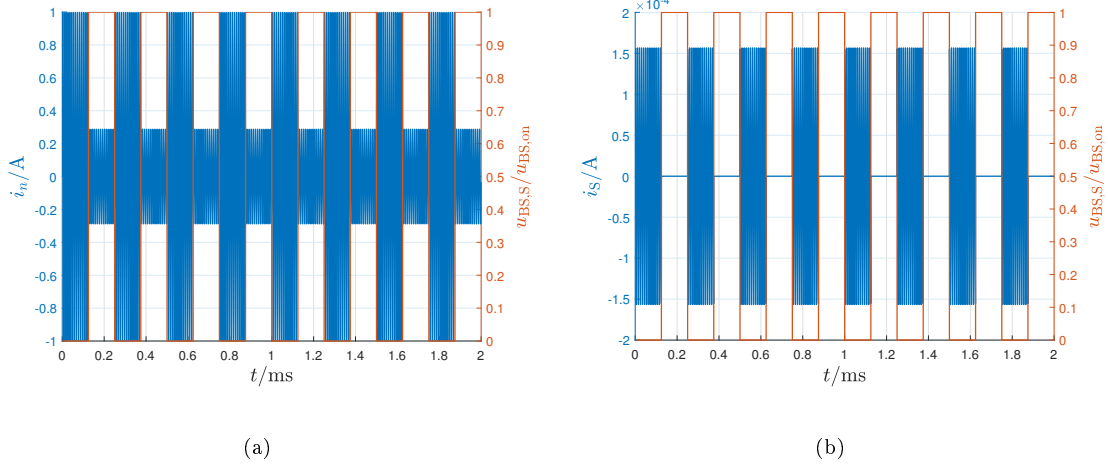


Abb. 4.60.: Zeitliche Verlauf der Stromstärken an beiden Spulen in Abhängigkeit des schaltenden MOSFETs bei einer Kopplung von $k = 10\%$

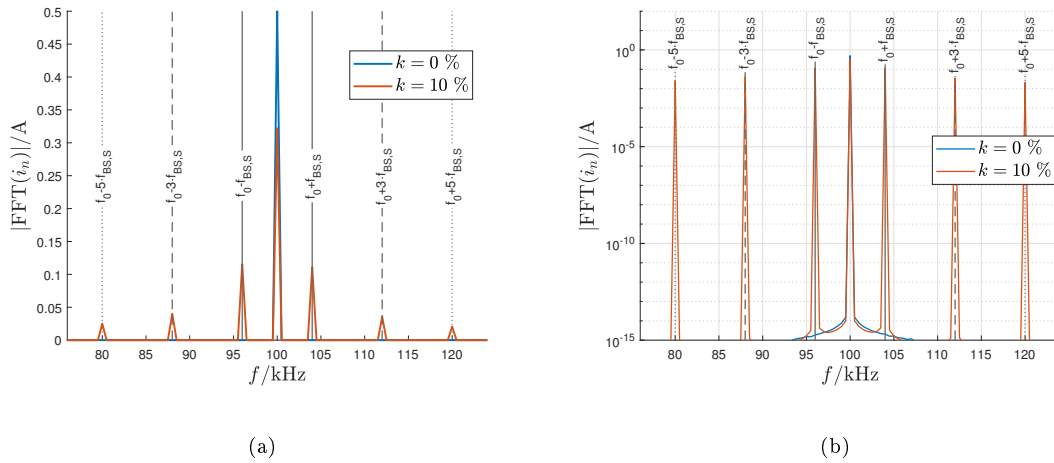


Abb. 4.61.: Betrag des Frequenzspektrums des Backscatteringssignals anhand der Stromstärke i_n bei der Ortungsspule mit der individualen Frequenz $f_{BS,S} = 4$ kHz bei einer Kopplung von $k = 10\%$ und keiner Kopplung $k = 0\%$ (Links: Linear; Rechts: Logarithmisch)

Die Modulation aus Abb. 4.60 wird nun durch eine Fast-Fourier Transformation (FFT) in den Frequenzbereich in Abb. 4.61 transformiert. In Abb. 4.61(a) wird deutlich, dass durch die Kopplung die Signalstärke an der Trägerfrequenz f_0 sinkt und sich die die Stromstärke i_n auf die Seitenbänder verteilt. Durch die Verwendung des Rechtecksignals sind mehrere Harmonische sichtbar, wobei hier weiterhin für die Lokalisierung das stärkste Signal bei $f = f_0 \pm f_{BS,S}$ ist.

Nun sollen zwei verschiedene gesuchte Spulen $N_{L,S} = 2$ gleichzeitig durch Backscattering detektiert werden. Dabei wird weiterhin eine Kopplung von $k = 10\%$ genutzt, um die

Effekte besser deutlich zu machen. Beide Spulen haben eine eindeutige Mischfrequenz von $f_{BS,S,1} = 10 \text{ kHz}$ und $f_{BS,S,1} = 16 \text{ kHz}$. In Abb. 4.62(a) ist das Stromsignal an der Ortungsspule dargestellt, wobei hier zu sehen es, dass sich die Effekte an manchen Bereichen überlagern, wodurch eine noch stärkere Dämpfung erfolgt. Das dazu passte Frequenzspektrum in Abb. 4.62(b) zeigt die jeweiligen Harmonischen, wobei hier auch deutlich wird, dass sich durch das Rechtecksignal die Seitenbänder auch untereinander beeinflussen, welches bei der Auswahl der Mischfrequenzen berücksichtigt werden muss, damit keine ungeraden Vielfachen sich überschneiden und somit das Ergebnis verfälschen.

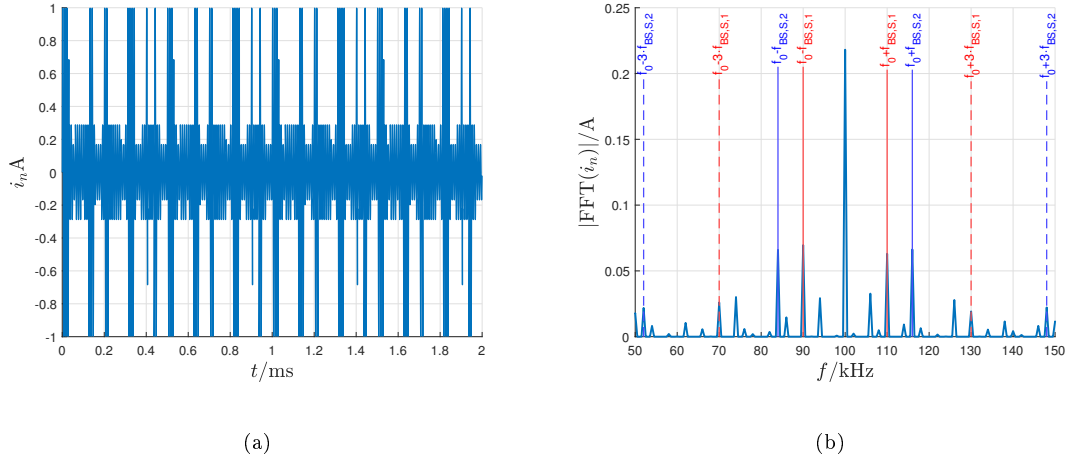


Abb. 4.62.: Elektrische Stromstärke an der Ortungsspule für zwei gesuchte Spule $N_{L,S} = 2$, welche durch Backscattering unterschieden werden (Links: Zeitsignal; Rechts: Frequenzspektrum)

Für drei gesuchte Spulen $N_{L,S} = 3$ bei den Mischfrequenzen $f_{BS,S,1} = 10 \text{ kHz}$, $f_{BS,S,2} = 13 \text{ kHz}$ und $f_{BS,S,3} = 16 \text{ kHz}$ werden die Einflüsse der Seitenbänder aufgrund der Rechteckschwingung untereinander noch stärker (siehe Abb. 4.63), allerdings bei Kenntnis der Mischfrequenz für die zugehörige gesuchte Spule ist eine eindeutige Identifikation und somit Lokalisierung möglich.

Wenn die gesuchten Spulen senden können, ist natürlich auch eine direkte Methode möglich, bei der jede gesuchte Spule auf eine eigene Frequenz sendet.

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM):

Das Prinzip des Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) ist eine Erweiterung des FDM. Während sich beim FDM die jeweiligen Signale der gesuchten Spulen $N_{L,S}$ nicht beeinflussen dürfen und sich die Signale auf einem fest definierten Frequenzbereich befinden, wobei sich diese Bereiche nicht überschneiden dürfen, ist beim OFDM nur die Bedingung, dass alle Signale untereinander orthogonal sind und somit zwischen Signal $x(t)$ und $y(t)$ mit einer Übertragungsdauer für das Symbol T_{Symbol} gilt:

$$\Phi_{xy}(\tau) = E[x(t - \tau)y(t)] = \int_0^{T_{\text{Symbol}}} x(t - \tau)y(t)dt = \begin{cases} E_x = \Phi_{xx} & \text{für } x = y \\ 0 & \text{für } x \neq y \end{cases}. \quad (4.47)$$

Dadurch ist es möglich, dass Signale sich im Frequenzbereich überlagern, solange diese

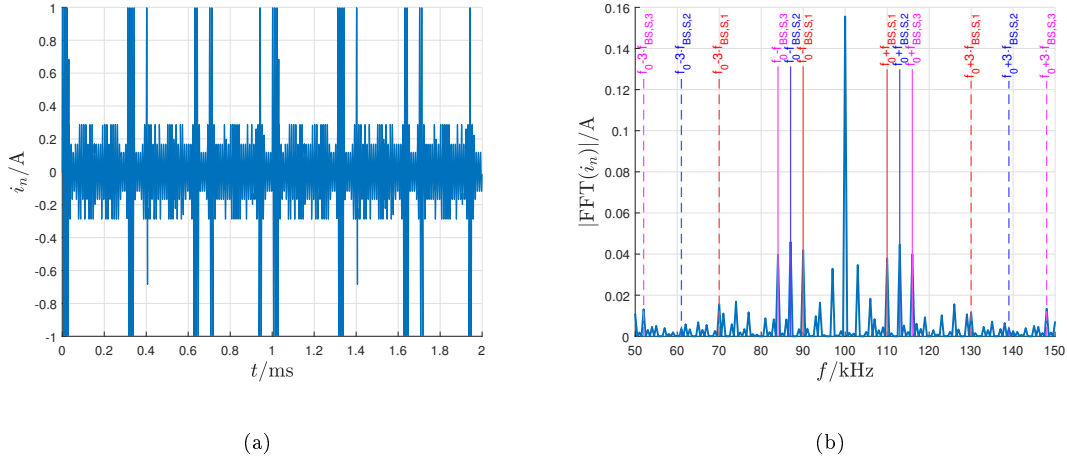


Abb. 4.63.: Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Frequenzen bei einem Abstand von $d = 1$ m (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase)

orthogonal zueinander sind. Je höher die Orthogonalität bei unbekannten Signalen ist, desto höher ist auch die Robustheit dieses Verfahrens. Bei Datenübertragungstechniken ist diese Eigenschaft sehr wichtig, um die Datenrate deutlich zu erhöhen [89].

Code Division Multiplexing (CDM):

Beim Code Division Multiplexing (CDM) wird ein ähnliches Prinzip wie beim OFDM verwendet. Die Signale werden mit digitalen Codewörtern $\mathbf{c}_{\text{Code},n}$ moduliert, welche ebenfalls orthogonal zu den anderen Codewörtern ist. Dadurch wird immer das gleiche Frequenzband genutzt, weil immer die gleiche Symbolart verwendet wird. Durch die digitale Modulation ist dieses Verfahren einfacher umzusetzen, da beim OFDM die kontinuierliche Symbolgenerierung und -auswertung schaltungstechnisch komplexer ist. Nachteilig beim CDM ist allerdings die höhere Symboldauer T_{Symbol} , welche sich an die Anzahl der gesuchten Spulen $N_{\text{L,S}}$ richtet, da die digitalen Codebits nur $\mathbf{c}_{\text{Code}} \in \{-1, 1\}$ enthalten können.

Für das CDM gilt durch die digitale Modulierung durch \mathbf{H} generell:

$$\boxed{\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T = N_{\text{Code}} \mathbf{I} = L_{\text{Code}} \mathbf{I}}. \quad (4.48)$$

Eine mögliche orthogonale Codegenerierung kann durch den Hadamard-Code mit der Hadamard-Matrix \mathbf{H}_n [89–91] durchgeführt werden, welcher definiert ist als:

$$\boxed{\mathbf{H}_{2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_n & \mathbf{H}_n \\ \mathbf{H}_n & -\mathbf{H}_n \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{2n}^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{H}_1 = 1}. \quad (4.49)$$

Die Hadamard-Matrix $\mathbf{H}_{N_{\text{Code}}}$ besitzt also N_{Code} Codewörter \mathbf{c}_{Code} , wobei die Länge pro Codewort $L_{\text{Code}} = N_{\text{Code}}$ ist. Für diese Generierung der Hadamard-Matrix gilt $\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_n^T$. Für die beliebigen Signale $s_{\text{S},n}$ für $n \in \{1, 2, \dots, N_{\text{L,S}}\}$ und $N_{\text{L,S}} \leq N_{\text{Code}}$ ergibt sich daraus das modulierte Signal $\mathbf{x}_{\text{S},n} = s_{\text{S},n} \cdot \mathbf{c}_{\text{Code},n}$. Für die Umsetzung sollte die Signalstärke der Signale $s_{\text{S},n}$ bekannt oder gleich sein, sodass durch die Dämpfung auf den gemeinsamen Kanal die Gegeninduktivität ermittelt werden kann.

Durch das Assoziativgesetz kann das CDM durch folgende Gleichung beschrieben werden, wenn es keinen Einfluss durch den Übertragungskanal gibt ($\mathbf{s}_{S,N_{\text{Code}}} = \mathbf{s}'_{S,N_{\text{Code}}}$ und $\mathbf{x}_{S,N_{\text{Code}}} = \mathbf{x}'_{S,N_{\text{Code}}}$).

$$\underbrace{(\mathbf{s}_{S,N_{\text{Code}}} \mathbf{H}_{N_{\text{Code}}})}_{\mathbf{x}_{S,N_{\text{Code}}}} \mathbf{H}_{N_{\text{Code}}}^T = \mathbf{s}_{S,N_{\text{Code}}} \underbrace{(\mathbf{H}_{N_{\text{Code}},S} \cdot \mathbf{H}_{N_{\text{Code}}}^T)}_{N_{\text{Code}} \mathbf{I}} = \mathbf{s}_{S,N_{\text{Code}}} N_{\text{Code}} \quad (4.50)$$

Aufgrund der Codelänge L_{Code} erhöht sich hier sogar die empfangende Signalstärke um den Faktor $L_{\text{Code}} = N_{\text{Code}}$, aber verringert auch die Messraten, da das Symbol auch eine erhöhte Symboldauer T_{Symbol} um den gleichen Faktor besitzt (wenn der Frequenzbereich gleich bleiben soll).

In Abb. 4.64 ist der Ablauf nochmal visualisiert. Interessant für die induktive Ortung ist der Übertragungskanal, welches sich je nach Ort der gesuchten Spule ändert und somit ermittelt werden soll. Das zu sendende Signal (inkl. Signalstärke) sollte bekannt oder am besten gleich sein.

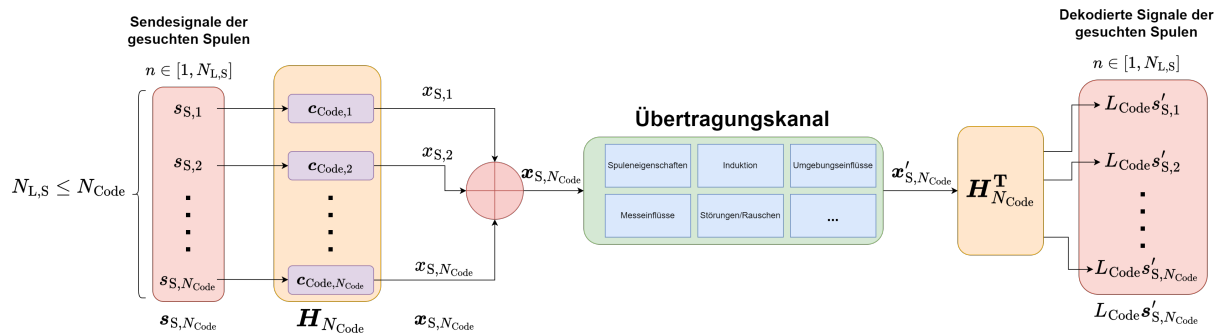


Abb. 4.64.: Genereller Ablauf eines Code Division Multiplexing (CDM), wobei hier das gesendete Signal $s_{S,n}$ bekannt sein muss, um aus den Dämpfungen im Übertragungskanal die gesuchten Kopplungsgrößen zu ermitteln.

Um den Prozess des CDM mit Hadamard-Code besser darzustellen, wird im folgenden ein Beispiel für $N_{L,S} = N_{\text{Code}} = 4$ durchgeführt.

Für $N_{\text{Code}} = 4$ ist die Hadamard-Matrix mit den Codewörtern definiert als:

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\text{Code},1} \\ \mathbf{c}_{\text{Code},2} \\ \mathbf{c}_{\text{Code},3} \\ \mathbf{c}_{\text{Code},4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Für die beliebigen Signale $\mathbf{s}_{S,4}$ wird dann folgende Modulation durchgeführt:

$$\mathbf{x}_{S,4} = \mathbf{s}_{S,4} \cdot \mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} s_{S,1} + s_{S,2} + s_{S,3} + s_{S,4} \\ s_{S,1} - s_{S,2} + s_{S,3} - s_{S,4} \\ s_{S,1} + s_{S,2} - s_{S,3} - s_{S,4} \\ s_{S,1} - s_{S,2} - s_{S,3} + s_{S,4} \end{bmatrix}^T \quad (4.52)$$

Hier entspricht jede Zeile einen Zeitpunkt des Signals.

Nach den Einflüssen durch den Übertragungskanal (siehe Abb. 4.64) und der Demodulation folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'_{S,4} \cdot \mathbf{H}_4^T &= \begin{bmatrix} s'_{S,1} + s'_{S,2} + s'_{S,3} + s'_{S,4} \\ s'_{S,1} - s'_{S,2} + s'_{S,3} - s'_{S,4} \\ s'_{S,1} + s'_{S,2} - s'_{S,3} - s'_{S,4} \\ s'_{S,1} - s'_{S,2} - s'_{S,3} + s'_{S,4} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= 4 \cdot [s'_{S,1} \quad s'_{S,2} \quad s'_{S,3} \quad s'_{S,4}] = \mathbf{s}'_{S,4} L_{\text{Code}} \end{aligned} \quad (4.53)$$

Für den Fall, dass die Sender untereinander nicht synchron arbeiten und somit die Hadamard-Matrix keine optimale Lösung gibt, muss durch Verschiebung des $\mathbf{c}_{\text{Code},n}$ der optimale Kreuzkorrelation durch

$$s'_{S,n} L_{\text{Code}} = \max_k \mathbf{x}'_{S,N_{L,S}} \mathbf{c}_{\text{Code},n}^T[k] \quad (4.54)$$

gefunden werden. Hier beschreibt $[k]$ die zyklische Verschiebung des Hadamard-Codes.

Damit kein anderer Hadamard-Code (z.B. der dritte und vierte Zeile von (4.51)) durch die zyklische Verschiebung ausgewählt werden, ist es sinnvoll die Länge der Hadamard-Codes zu erweitern, sodass Verwechslungen vermeidbar sind und auch gleichzeitig Effekte wie Rauschunterdrückung optimiert werden. Ein Beispiel wäre folgende Hadamard-Matrix für ein asynchrones CDM [91, 92]:

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

Time Division Multiplexing (TDM):

Zusätzlich ist auch eine Nutzung von festen Zeitbereichen (Timeslots) möglich, wo eine gesuchte Spule aktiv und die anderen gesuchten Spulen mit sehr hohen Lasten geschaltet werden. Bei allen Verfahren ist allerdings eine dauerhafte Datenkommunikation notwendig, wohingegen bei den Backscattering nur die Frequenz mit der zugehörigen Identifikation bekannt sein muss [89–91].

Aktivieren ausgewählter Spule:

Alternativ lassen sich mehrere Spulen auch Lokalisieren indem das Ortungssystem mit den Ortungsspulen und die gesuchte Spulen miteinander über einen separaten Datenkanal miteinander kommunizieren. Somit können ähnlich zu Abb. 4.59 zusätzliche noch höherohmige Lasten zugeschaltet werden, wodurch die Stromstärke an den gesuchten Spulen $i_{S,n}$ minimiert und somit Induktionen an deren Spulen durch $\underline{u}_{S,n,m} = j\omega M_{S,n,m} i_{S,n}$ ebenfalls minimiert wird. Der Einfluss wäre dann vernachlässigbar.

4.3. Einflüsse von Störungen

Die induktive Ortung ist nicht nur von den internen Parametern des Systems, wie den Eigenschaften der Spulen und der Betriebsfrequenz, abhängig, sondern auch in erheblichem Maße von externen Einflüssen, welche der Entwickler nicht beeinflussen kann und Gegenmaßnahmen entwickelt werden müssen. Diese externen Faktoren können die Ortungsgenauigkeit signifikant beeinflussen und müssen bei der Entwicklung und Optimierung eines solchen Systems sorgfältig berücksichtigt werden. Zu den wichtigsten externen Einflussfaktoren zählen die Umgebungsmaterialien, externe Störquellen sowie das unvermeidbare Rauschen, das in jeder elektrischen und elektronischen Schaltung auftritt.

Die Materialien in der Umgebung des Ortungssystems spielen eine entscheidende Rolle, da sie die elektromagnetischen Felder verzerren und somit die Detektion erschweren oder verfälschen können. Metallische Objekte in der Nähe der Spulen wirken beispielsweise als starke Leiter und verursachen Wirbelströme, die das magnetische Feld verändern und zu Fehlsignalen führen können. Auch nichtmetallische Materialien, insbesondere solche mit hoher elektrischer Permittivität oder magnetischer Permeabilität, können die Ausbreitung und Form des magnetischen Feldes beeinflussen. Daher ist eine genaue Analyse der Umgebungsmaterialien unverzichtbar, um verlässliche Ortungsergebnisse zu erzielen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist das allgegenwärtige elektrische Rauschen, das sich sowohl aus thermischem Rauschen in den elektronischen Komponenten als auch aus externen Quellen, wie kosmischer Strahlung oder elektromagnetischer Umweltverschmutzung, zusammensetzt. Dieses Rauschen kann die Signalqualität erheblich beeinträchtigen, indem es das nutzbare Ortungssignal verschleiert oder die Signal-Rausch-Verhältnisse verschlechtert und somit die messbare Genauigkeit und die messbare Reichweite beschränkt. Eine effektive Filterung und Rauschunterdrückung sind daher zentrale Aufgaben in der Entwicklung eines robusten Ortungssystems.

Zusätzlich gibt es noch externe Störquellen, wie andere elektrische Geräte, elektromagnetische Felder oder Funksignale, und können ebenfalls erhebliche Auswirkungen auf die induktive Ortung haben. Diese Störungen können das Ortungssignal überlagern oder abschwächen, was zu einer Reduktion der Empfindlichkeit oder sogar zu falsch berechneten Koordinaten führen kann. Insbesondere in industriellen oder urbanen Umgebungen, in denen zahlreiche elektromagnetische Störquellen vorhanden sind, ist die Berücksichtigung dieser Einflüsse von großer Bedeutung.

In diesem Kapitel wird untersucht, wie diese externen Einflüsse die Leistung und Präzision der induktiven Ortung beeinflussen. Anhand von Simulationen und empirischen Daten werden die Auswirkungen der Umgebungsmaterialien, externen Störer und des Rauschens auf das Gesamtsystem analysiert. Vorteil ist, dass Schwankungen bei der ermittelten Gegeninduktivität relativ Robust durch $V_R^{-\frac{1}{3}} \approx V_M$ bzw. $V_R \approx V_M^{-3}$ sind und nur schwach mit der dritten Wurzel in die Berechnung der Koordinaten eingehen. Ziel ist es, Strategien zu entwickeln, um diese Einflüsse zu minimieren und so eine stabile und präzise Ortung auch unter widrigen Bedingungen zu ermöglichen. Die gewonnenen Erkenntnisse sollen als Grundlage für die Optimierung der Systemgestaltung dienen, um eine hohe Zuverlässigkeit und Genauigkeit der induktiven Ortung zu gewährleisten.

4.3.1. Umgebungsmaterialien

Jedes elektrische Verhalten hängt von Materialparametern ab. Um diese Abhängigkeit zu bewerten, wird im Folgenden der Einfluss von Umgebungsmaterialien auf die induktive Lokalisierung untersucht. In Abb. 4.65 wurden alle Materialabhängigkeiten von der Umgebung als Modell eines elektrischen Ersatzschaltbildes ergänzt [93,94].

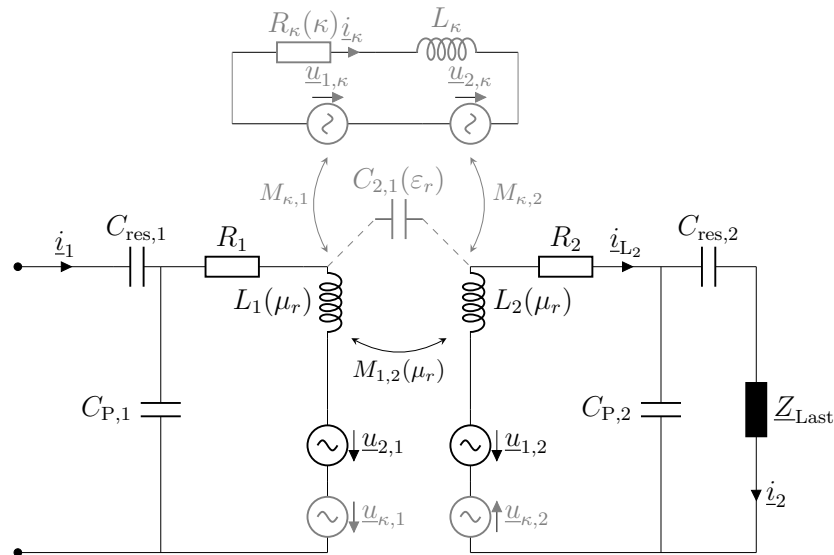


Abb. 4.65.: Elektrisches Ersatzschaltbild mit allen Materialeinflüssen zwischen zwei Spulen

Die wichtigen Einflüsse unterteilen sich in Permittivität ($C_{2,1}(\varepsilon_r)$), Permeabilität ($M_{1,2}(\mu_r)$, $L_1(\mu_r)$, $L_2(\mu_r)$) und die elektrische Leitfähigkeit ($R_\kappa(\kappa)$, L_κ , $\underline{u}_{\kappa,1}$, $\underline{u}_{\kappa,2}$) der Umgebung. Als Bewertungskriterium wird die gesuchte Gegeninduktivität $M_{1,2}$ zwischen den beiden Spulen herangezogen, wobei bei der Bestimmung der Größe keine Änderung aufgrund der Materialveränderung vorgenommen wird, um dadurch den Einfluss durch die Umgebungsmaterialien darstellen zu können. Die Untersuchungen werden im Feldsimulationswerkzeug CST Studio Suite[®] durchgeführt, indem die jeweiligen Spulenanordnungen als planare Spulen mit FR-4 als Trägermaterial in Serienresonanz ($f_0 = 100$ kHz, $N = 10$, $A = 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$) in verschiedenen Abständen modelliert und dann die jeweiligen Materialwechsel in Form von quaderförmigen Strukturen zwischen den Spulen und Umgebungsmaterialien separat platziert werden.

4.3.1.1. Dielektrische Umgebungen

Die Dielektrizitätskonstante ε_r beschreibt die Polarisationsfähigkeit eines Materials durch elektrische Felder. Da dieser Parameter nur elektrische Felder beeinflusst, hat er wenig Einfluss auf die induktive Ortung. Allerdings besteht zwischen den einzelnen elektrischen Objekten eine Kopplungskapazität $C_{1,2}$, die durch die Dielektrizitätskonstante erhöht werden kann, so dass eine zweite Kopplung zwischen den Windungsflächen besteht.

In Abb. 4.66 wurde die Dielektrizitätskonstante zwischen zwei unterschiedlich weit voneinander entfernten Spulen mit realen Materialien verändert und die Gegeninduktivität $M_{\text{Calc},1,2}(\varepsilon_r)$ einschließlich des Einflusses durch die elektrische Kopplung ($C_{21}(\varepsilon_r)$ siehe Abb. 4.65) zwischen den Spulen berechnet. Direkt ist die Gegeninduktivität nicht von der Dielektrizitätskonstante abhängig, aber da bei der Kopplung zwischen den Spulen

nicht in der Kopplungsart unterschieden wird, kann dadurch eine scheinbare Differenz entstehen.

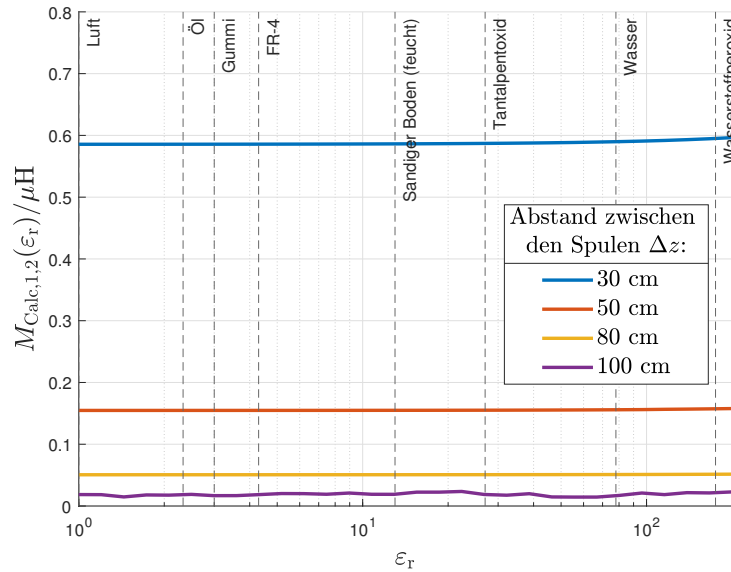


Abb. 4.66.: Diagramm des Absolutwerts der berechneten Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der Dielektrizitätskonstante

In der Abb. 4.66 ist zu erkennen, dass der Einfluss nun auch für hohe Permittivitäten sehr gering ist. Erst beim kleinsten Abstand von $d = 30$ cm ist eine geringe Erhöhung der Kopplung in Form der berechneten Gegeninduktivität $M_{\text{Calc},1,2}(\varepsilon_r)$ erkennbar und bestätigt, dass die induktive Kopplung nahezu unabhängig von dielektrischen Umgebungen ist.

4.3.1.2. Permabilitätskern

Die magnetische Permeabilität μ_r beschreibt die Magnetisierung von Materialien durch Magnetfelder. Die Permeabilität ist daher für die induktive Ortung sehr vorteilhaft, da sie die Gegeninduktivität $M_{m,n}$ und folglich die Kopplung zwischen den Spulen erhöht. Sie wird durch die Beziehung zwischen der Gegeninduktivität und der Reluktanz $R_{\text{mag},m,n}$ (auch magnetischer Widerstand), die durch den Kehrwert mit der Gegeninduktivität verbunden ist, folgendermaßen definiert [95]:

$$M_{m,n} = \frac{N_m N_n}{R_{\text{mag},m,n}(\mu_r)}. \quad (4.56)$$

Für eine homogene Verteilung des Magnetfeldes kann die Reluktanz wie ein ohmscher Widerstand mit ebenfalls homogener Stromverteilung berechnet werden. Für einen Quader mit der Länge l und der Querschnittsfläche A kann die Reluktanz auch berechnet werden mit

$$R_{\text{mag},m,n}(\mu_r) = \frac{l_{m,n}}{\mu_0 \mu_{r,m,n} A_{m,n}}, \quad (4.57)$$

wobei die Gegeninduktivität direkt proportional zur Permeabilität ist [96].

Da ferromagnetische Materialien ($\mu_r \gg 1$) bei Raumtemperatur fest sind und eine hohe Härte aufweisen, können sie nicht im gesamten Ortungsraum verteilt werden, da dies keine Bewegung im Raum zulassen würde. Mit Hilfe von Magnetkernen kann jedoch die Gegeninduktivität zwischen den Spulen verbessert werden. Zu diesem Zweck wurden die Spulen mit Magnetkernen unterschiedlicher Permeabilität und Dicke ergänzt (siehe Abb. 4.67).

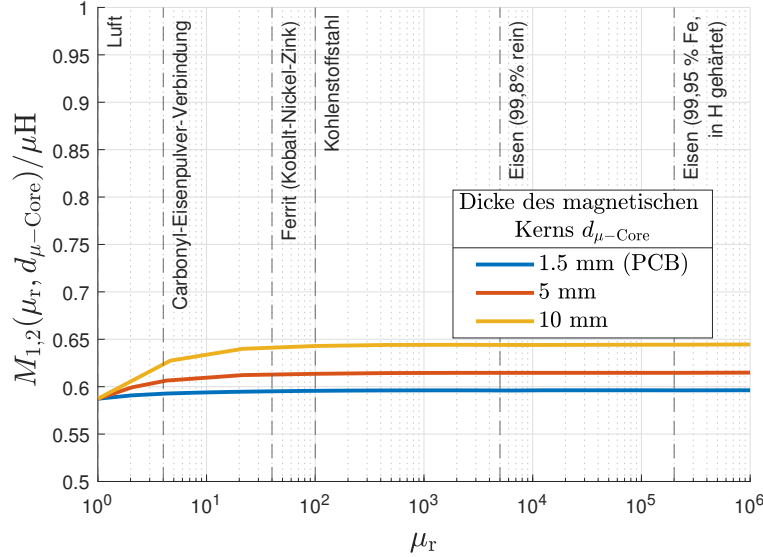


Abb. 4.67.: Einfluss eines Magnetkerns mit unterschiedlichen Dicken auf die Gegeninduktivität im Abstand $d = 30$ cm

Die Erhöhung der Gegeninduktivität durch einen Magnetkern ist zwar sichtbar, aber immer noch gering, was sich dadurch erklären lässt, dass der Ortungsraum deutlich größer ist als die Dicke des Magnetkerns und somit der Verhältnis der Strecke, welche das Magnetfeld im Magnetkern zurücklegt deutlich geringer als die Strecke im freien Raum bei Luft ist.

Wichtig bei der Erhöhung der Permeabilität ist, dass sich auch die Selbstinduktivitäten L_m der jeweiligen Spulen ändert und somit auch die Resonanzfrequenz der Spulengeometrie:

$$f_{\text{res},m,n} \sim \frac{1}{\sqrt{\mu_{r,m}\mu_{r,n}}\sqrt{L_m L_n}}. \quad (4.58)$$

Dies hat zur Folge, dass sich die Resonanzfrequenz ändert, was sich auf den Betrieb der Spulen auswirkt und berücksichtigt werden muss.

4.3.1.3. Elektrisch leitfähige Umgebungen

Die elektrische Leitfähigkeit κ beschreibt für Materialien die Stärke eines elektrischen Stroms bei einem angelegten elektrischen Feld oder einer Spannung. Bei der induktiven Ortung spielt diese Materialeigenschaft eine wichtige Rolle für die Ortungsumgebung, da sie die Stärke der Wirbelströme im Material beschreibt. Wirbelströme werden in leitfähigen Materialien durch das hochfrequente Magnetfeld erzeugt. Diese Wirbelströme sind abhängig von der elektrischen Leitfähigkeit κ oder dem elektrischen Widerstand des Materials $R_\kappa(\kappa)$. Die Geometrie der Materialstruktur kann daher auch induktive

Strukturen L_κ innerhalb des Materials bilden. Diese Strukturen verhalten sich wie normale Spulen und erzeugen ihrerseits ein Magnetfeld, welches aber den ursprünglichen Magnetfeld entgegengesetzt ist und somit eine entgegengesetzte Induktionsspannung erzeugt ($\underline{u}_{\kappa,1}$ und $\underline{u}_{\kappa,2}$). Wenn nun die Leitfähigkeit hoch genug oder der ohmsche Widerstand des Materials niedrig genug ist und die Struktur eine induktive Geometrie zulässt (geschlossene Wege²), kann eine Kopplung zwischen den beiden Spulen zur induktiven Lokalisierung nicht mehr bestehen. Ein entsprechendes Ersatzschaltbild der Wirbelströme ist in Abb. 4.65 dargestellt, dass das leitende Material als dritte äquivalente Spulenstruktur mit einem ohmschen Widerstand $R_\kappa(\kappa)$, einer Induktivität L_κ und der induzierten Spannung der beiden Spulen $\underline{u}_{1,\kappa}$ und $\underline{u}_{2,\kappa}$ zeigt [97].

Um dieses Phänomen zu untersuchen, wurde um den beiden isolierten Spulenmodellen ein variables leitfähiges Material angebracht. In Abb. 4.68(a) ist eine logarithmische Darstellung der Gegeninduktivität zwischen den Spulen in Abhängigkeit von der elektrischen Leitfähigkeit dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass bis einschließlich des Meerwassers keine relevanten Änderungen in der Kopplung bestehen. Zwischen dem salzigen Meerwasser und dem amorphen Graphen kommt es zu einer deutlichen Abnahme der Kopplung, da die Wirbelströme bzw. das entgegengesetzte Magnetfeld dann zu stark werden.

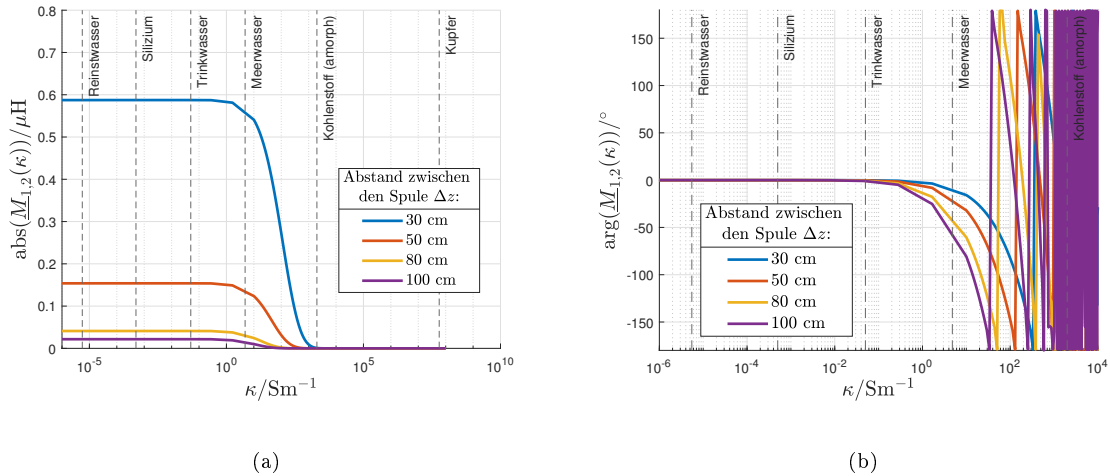


Abb. 4.68.: Verlauf des Absolutwerts und der Phase der Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der elektrischen Leitfähigkeit im ganzen Raum. Phasendarstellung gekürzt, da die Phasenänderung nicht mehr darstellbar war.

Die Phase der Gegeninduktivität in Abb. 4.68(b) ändert sich während dieses Abklingens ebenfalls drastisch, was die Resonanz der Schaltkreise enorm erschwert, da sie sowohl vom Abstand als auch von der Größe des Zwischenmediums abhängt und sehr empfindlich auf die elektrische Leitfähigkeit in diesem Bereich reagiert. Diese Eigenschaft macht die Gegeninduktivität für leitende Materialien scheinbar komplex:

$$\underline{u}_{\text{ind},2} = \underline{u}_{1,2} - \underline{u}_{\kappa,2} = j\omega \underbrace{i_1}_{M_{1,2}(\kappa)} M_{1,2} \left(1 - \frac{M_{2,\kappa} i_\kappa}{M_{1,2} i_1} \right). \quad (4.59)$$

²Bei Eisenkernen in Transformatoren nutzt man oft Metallschichten, die voneinander isoliert sind, wodurch die unerwünschte Wirbelstromerzeugung deutlich verringert wird.

Für die Wirbelströme \underline{i}_κ können somit für sehr niedrige und sehr hohe elektrische Leitfähigkeiten folgende Näherungen gemacht werden

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} \underline{i}_\kappa = \lim_{R_\kappa \rightarrow \infty} \frac{\underline{u}_{\kappa,1} + \underline{u}_{\kappa,2}}{R_\kappa(\kappa) + j\omega L_\kappa} = 0 \quad (4.60)$$

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \underline{i}_\kappa = \lim_{R_\kappa \rightarrow 0} \frac{\underline{u}_{\kappa,1} + \underline{u}_{\kappa,2}}{R_\kappa(\kappa) + j\omega L_\kappa} = \frac{\underline{u}_{\kappa,1} + \underline{u}_{\kappa,2}}{j\omega L_\kappa} \quad (4.61)$$

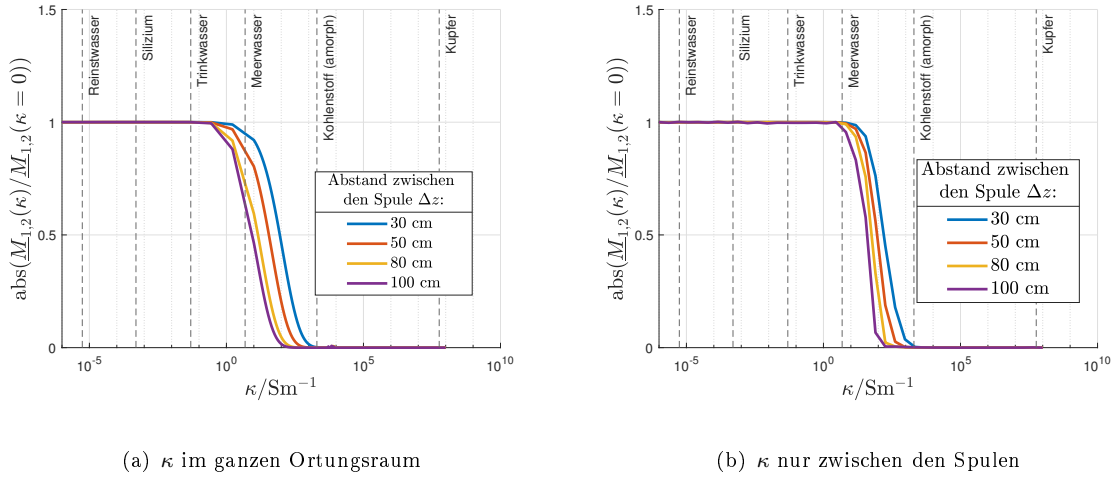


Abb. 4.69.: Normalisierte Kurve des Betrags der Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der elektrischen Leitfähigkeit zwischen den Spulen für verschiedene veränderliche Materialräume: Links: Komplette Ortungsumgebung; Rechts: Zwischen den Spulen/Ortungsumgebung

Um den Einfluss der Spulenabstände besser vergleichen zu können, wurde der Verlauf der Gegeninduktivität in Abb. 4.69(a) betragsmäßig normiert. Hier ist zu erkennen, dass mehr leitfähiges Material (durch den Abstand zwischen den Spulen) einen etwas früheren Abklingeffekt bewirkt. Wenn sich nun das leitfähige Material nur zwischen den Spulen (und nicht dahinter) befindet, ist der Effekt schwächer (siehe Abb. 4.69(b)), da es in der Realität vorkommen kann, dass sich das leitfähige Medium nur innerhalb der Ortungsumgebung befindet und nicht außerhalb des zu lokalisierenden Raumes.

Berechnung des Einflusses von elektrisch leitfähigen Umgebungen

Um den Einfluss von leitfähigen Materialien für die induktive Ortung zu berücksichtigen, müssen die Effekte aus Abb. 4.68 und 4.69 ergänzend zu den Gleichungen aus Kapitel 3.4 für die Gegeninduktivitäten berechnet werden. Eine Unterscheidung zwischen dem Anteil der Verteilung des elektrisch leitfähigen Medium ist aufgrund der hochkomplexen Beschreibung von $R_\kappa(\kappa)$ und L_κ analytisch nicht lösbar. Daher soll hier für den gesamten Raum eine Anpassung zur Berechnung der effektiven Gegeninduktivität unter Einfluss von Wirbelströmen umgesetzt werden und als Basis für weitere Anpassungen im Fall von inhomogener Materialverteilung dienen. Als Basis dienen die Erkenntnisse aus [98–100], die die Definition der angepassten Neumann-Gleichung auf Grundlage der Definitionen

des Skin-Effektes und deren Verluste ermöglichen:

$$\boxed{\underline{M}_{m,n} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\oint_{C_m} \oint_{C_n} \frac{e^{-\gamma|\vec{r}_m - \vec{r}_n|}}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} d\vec{r}_m d\vec{r}_n \right)} \quad \text{mit} \quad \underline{\gamma} = \frac{(1 + j)}{\delta_{\text{Skin}}} . \quad (4.62)$$

Anstelle der allgemeinen Darstellung $\delta_{\text{Skin},0}$ wurde der approximierte Skin-Effekt δ_{Skin} verwendet, weil bei der induktiven Ortung die magnetischen Feldkomponenten dominieren und daher die elektrischen Feldkomponenten und deren Einfluss vernachlässigt werden können. Für die elektromagnetische Wellen- oder kapazitive Ortung muss die allgemeine Darstellung für die Skin-Tiefe $\delta_{\text{Skin},0}$ verwendet werden. Durch den Skin-Effekt der Materialien wird die Gegeninduktivität wie in Gleichung (4.59) mathematisch komplex, was zu einer Phasenverschiebung bei der Ortung durch die Induktion wie in Abb. 4.68(b) führt. Dies geschieht durch die Erzeugung von Wirbelströmen, die von der Leitfähigkeit κ abhängig sind. Je höher die Leitfähigkeit, desto stärker sind die induzierten Wirbelströme und damit das erzeugte Magnetfeld, das dem gewünschten Magnetfeld entgegenwirkt.

Durch die Berechnung des Faktors $\underline{K}_{\text{skin}}$ mit $\underline{K}_{\text{skin}} = \frac{M_{\text{skin}}}{M_0}$ können im Folgenden die Einflüsse der elektrischen Leitfähigkeit, der Signalfrequenz und des Abstandes $\Delta z_{1,2}$ zwischen den beiden Spulen bewertet werden. Zu diesem Zweck wurden in den Abb. 4.70 und 4.71 die Abhängigkeiten untersucht und als Betrag und Phase aufgetragen.

Abb. 4.70(a) zeigt die Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Abstände. Hier wird deutlich bestätigt, dass die induktive Ortung für leitfähige Materialien (z.B. Silber, Salzwasser) schlecht oder gar nicht geeignet ist. Für Trinkwasser in einem Abstand von $\Delta z_{1,2} = 5 \text{ m}$ ist dagegen nur eine Abweichung von 10 % zu erwarten, womit die induktive Ortung für inhomogene, schlecht leitende Materialumgebungen noch gut geeignet ist. Abb. 4.70(b) zeigt, dass die Phasenverschiebung aufgrund der Gegeninduktivität auch von der Leitfähigkeit der Materialien abhängt und bei der Ortung berücksichtigt werden muss.

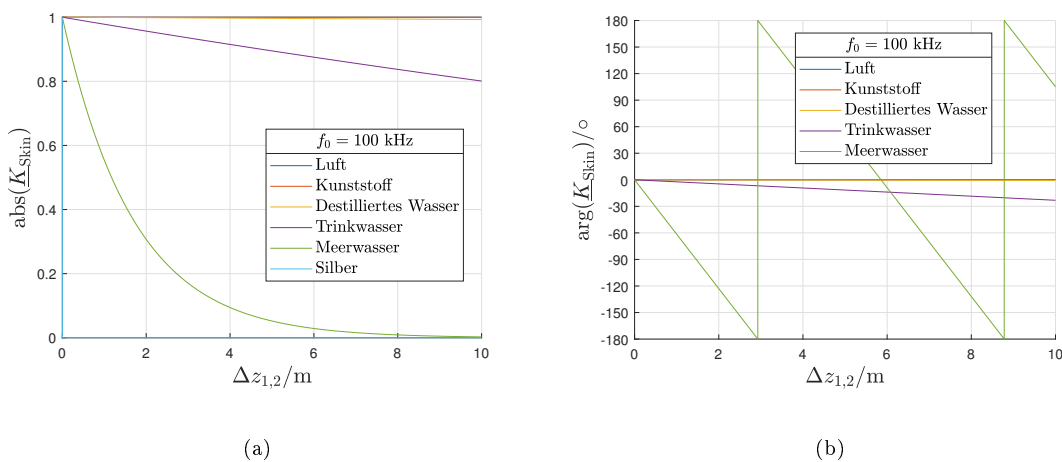


Abb. 4.70.: Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Abstände bei $f_0 = 100 \text{ kHz}$ (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase)

In Abb. 4.71(a) ist der Einfluss der materialabhängigen Gegeninduktivität als Funktion der Frequenz dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Leitfähigkeiten des Trinkwas-

sers für Betriebsfrequenzen bis etwa 1 MHz nur geringe Einflüsse haben. Daher sollte der Betriebsbereich der induktiven Detektion in flüssigen Umgebungen mit Wasser ohne Salzgehalt bis in den MHz-Bereich gewählt werden. Darüber hinaus ist in Abb. 4.71(b) zu erkennen, dass es bei salzhaltigem Wasser starke Phasenverschiebungen gibt, was die Auswertung für die induktive Ortung erschwert. Die Phasenänderung für metallische Leiter wie Silber wurde Abb. 4.70(b) und 4.71(b) nicht dargestellt, da die Phasenänderung wie auch in Abb. 4.68(b) sehr stark und nicht mehr in der Abbildung erkennbar ist. Somit bestätigt sich das Verhalten der Gegeninduktivität für elektrisch leitfähige Umgebungen aus Abb. 4.68 und 4.69, wodurch die Beschreibung für den Einfluss von Wirbelströmen für die induktive Ortung genutzt werden kann.

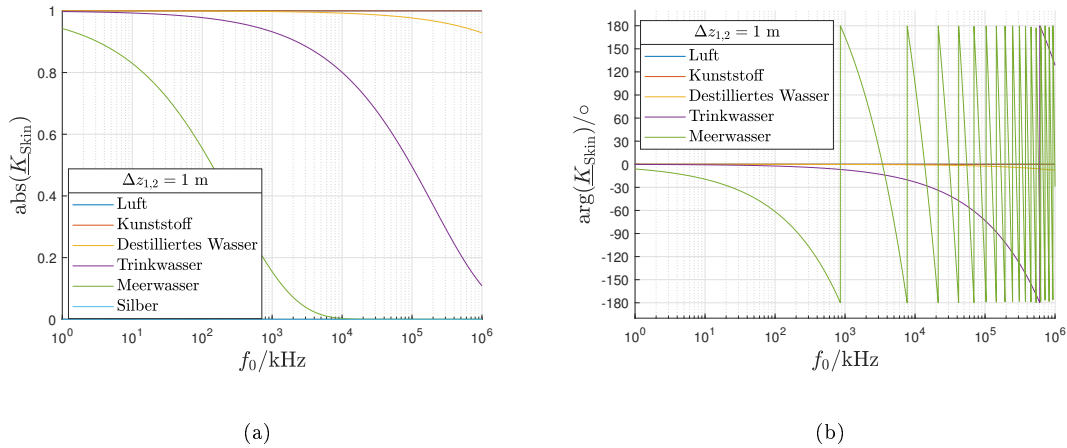


Abb. 4.71.: Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Frequenzen bei einem Abstand von $d = 1$ m (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase)

4.3.2. Metallische Ortungsumgebungen

Im Unterkapitel 4.3.1.3 wurde der Einfluss von homogenen leitfähigen Umgebungen auf die induktive Ortung untersucht. Nun können auch anwendungsbedingt elektrische leitfähige Körper in Form von beispielsweise Metallplatte sich in der Umgebung befinden, welche ebenfalls das Ortungssystem und somit die Ergebnisse aus der Lokalisierung beeinflussen. Für diesen Fall werden verschiedene Ortungsumgebungen mit Metallplatten anhand des Abstandes d_{Metall} zu den Ortungsspulen untersucht. Die unterschiedlichen Fälle sind in Abb. 4.72 dargestellt. Die Metallplatten bestehen aus Perfect Electric Conductors (PEC), wodurch der Einfluss zur Erzeugung der Wirbelströme maximiert wird und somit der stärkste Einfluss untersucht wird.

Um den maximalen Einfluss zu analysieren, wird der Aufbau aus Abb. 4.72(f) zuerst untersucht. In Abb. 4.73 ist der maximal mögliche Einfluss für verschiedene Abstände z in Abhängigkeit des Abstandes der Metallplatten zu den Ortungsspulen (links) und der Verlauf der Gegeninduktivität für verschiedene Abstände der Metallplatten in Abhängigkeit der Entfernung z dargestellt. In Abb. 4.73(a) ist erkennbar, dass die Metallplatten durch die induzierten Wirbelströme und der daraus generierten entgegengesetzten Magnetfelder, die scheinbare Kopplung zwischen den Spulen sinkt. Je weiter sich die Metallplatten allerdings entfernen, desto schwächer wird der Einfluss. Hervorzuheben ist hier, dass in Abb. 4.73(a) die Dämpfung der Kopplung durch die Metallplatten auch mit steigenden

Abstand stärker sinkt. Dieser Effekt entsteht dadurch, dass durch den höheren Abstand auch mehr Fläche der Metallplatte zwischen den beiden Spulen liegt und somit mehr induzierte Wirbelströme zwischen den Spulen sind. Die resultierenden Magnetfeld haben als einen starken Einfluss auf das Ortungssystem. Bei höheren Abständen kann der Effekt, wie Abb. 4.73(b) zeigt, sogar vernachlässigt werden, da bereits hier ab $d_{\text{Metall}} = 500 \text{ mm}$ ein ähnlicher Verlauf wie bei keinen Metallplatten erkennbar ist.

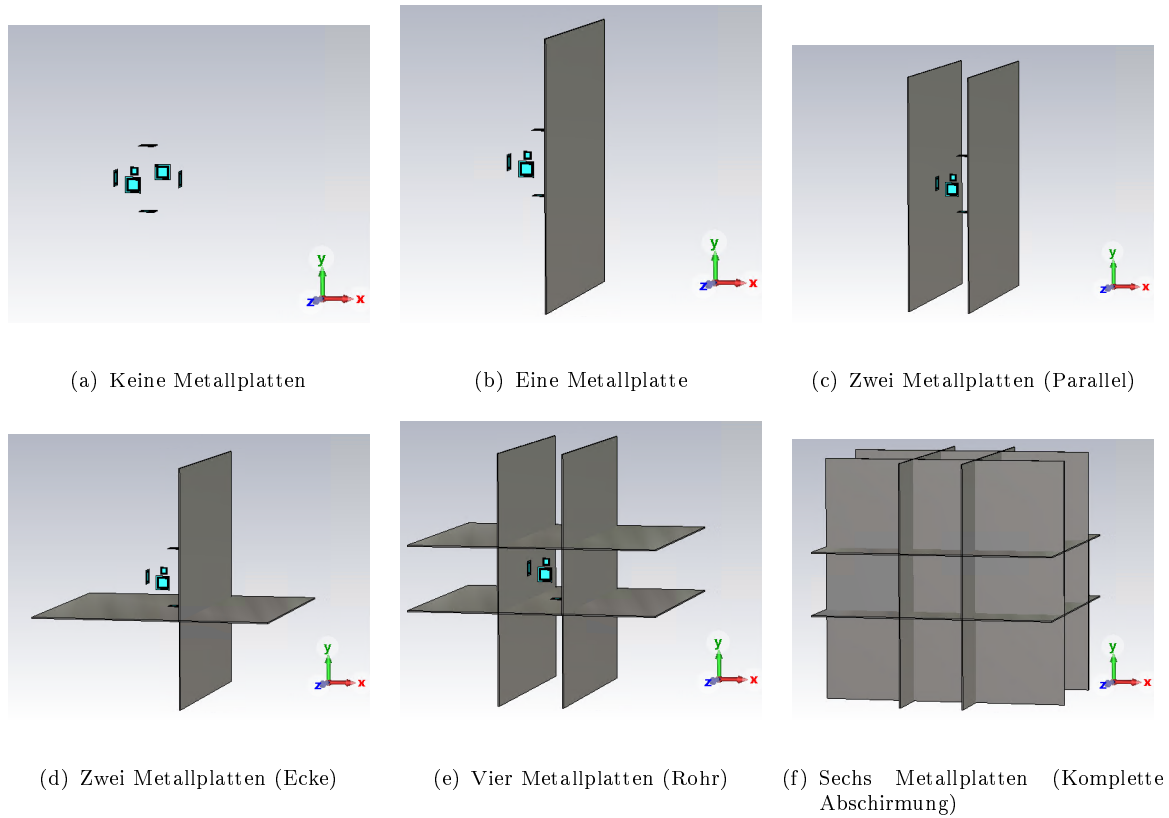


Abb. 4.72.: Untersuchte metallische Umgebungen anhand von PEC-Platten mit variablen Abständen zu den Ortungsspulen

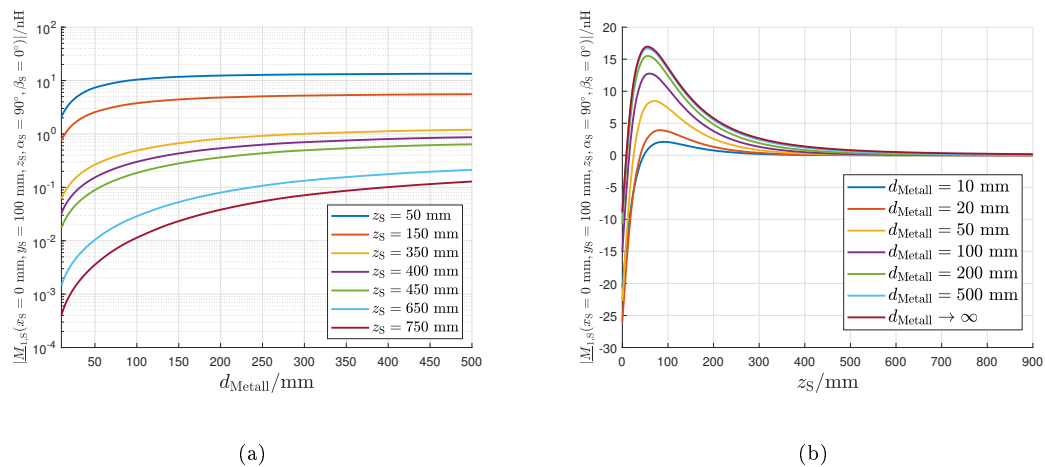


Abb. 4.73.: Einfluss verschiedener Abstände der PEC-Leiterplatten nahe der Ortungsspulen für verschiedene Abstände bei $\alpha_S = 90^\circ$

Um auch die anderen Komponenten der Gegeninduktivität aus (3.67) zu untersuchen, wird auch der Fall bei $\alpha_S = 0^\circ$ in Abb. 4.74 betrachtet (aus der Perspektive der 5. Ortungsspule). Hier sind die gleichen Eigenschaften wie in Abb. 4.73 erkennbar. In Abb. 4.74(b) ist sogar erkennbar, dass es bei dem Nulldurchgang keine Änderungen ergeben, aber es sich leichte Verschiebungen bei den Maximalwerten ergeben.

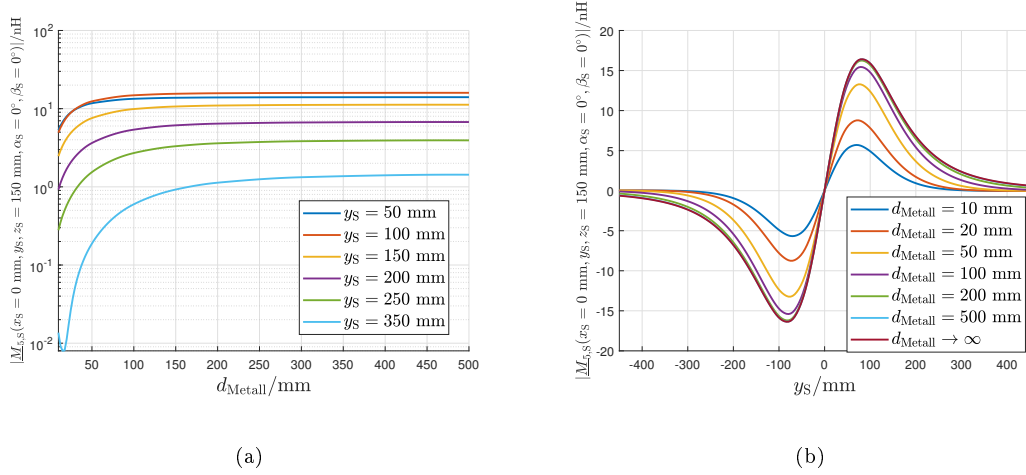


Abb. 4.74.: Einfluss verschiedener Abstände der PEC-Leiterplatten nahe der Ortungsspulen für verschiedene Abstände bei $\alpha_S = 0^\circ$

Die komplette Abschirmung durch die sechs Metallplatten stellt durch den stärksten möglichen Einfluss da. Für den Einfluss der anderen Ortungssysteme aus Abb. 4.72, werden diese nun in Abb. 4.75 verglichen. Hier ist sogar bei einer sehr nahen Abstand von $d_{\text{Metall}} = 10$ mm bei zwei oder einer Metallplatte nur sehr geringe Einflüsse erkennbar. Bei dem höheren Abstand $d_{\text{Metall}} = 100$ mm verringert sich sogar der Einfluss weiterhin.

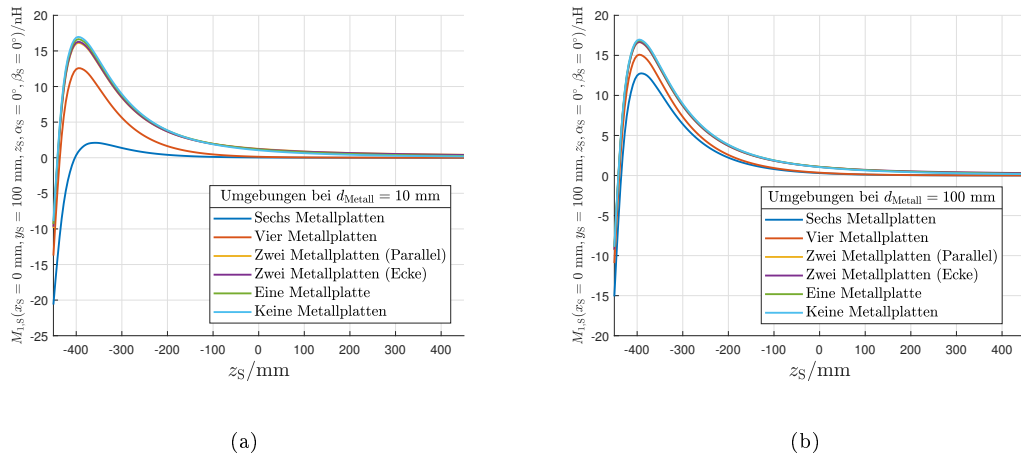


Abb. 4.75.: Einfluss von verschiedenen Ortungsumgebungen mit PEC-Metallplatten auf die Kopplung

Da die Darstellung aus Abb. 4.75 aufgrund der Höhe der Kopplung schlecht bewertbar ist, wird in Abb. 4.76 die prozentuale Abweichung für den Fall, dass keine PEC-Metallplatten vorhanden sind untersucht. Hier bestätigt sich die vorherige Aussage, dass bei einem höheren Abstand z_S sich die Dämpfung durch mehr induzierte Magnetfelder zwischen den Spulen erhöht oder sich bei vier und sechs Metallplatten sogar vollständig negiert

und keine Kopplung mehr möglich ist, da das System komplett entgegen gewirkt wird. Bei höheren Abstand der Metallplatten verringert sich auch hier der Einfluss.

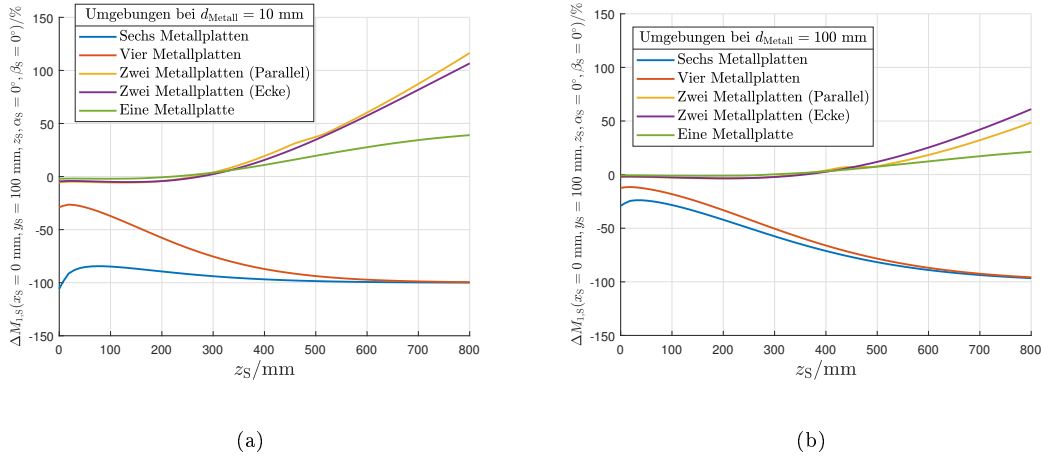


Abb. 4.76.: Prozentuale Abweichung von verschiedenen Ortungsumgebungen mit PEC-Metallplatten auf die Kopplung

Es zeigt sich also, dass sowohl der Abstand der Spulen als auch der Abstand der Metallplatten einen hohen Einfluss auf das System haben. Einflüsse von einer oder zwei Metallplatten sind allerdings verhältnismäßig gering gewesen. In der Realität sind in der Umgebung allerdings keine PEC-Metallplatten, sondern Metallplatten mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit und somit thermischer Verluste vorhanden, wodurch der Effekt schwächer wird. Hier wurde eine Signalfrequenz von $f_0 = 100 \text{ kHz}$ genutzt. In Kapitel 4.3.1.3 wurde gezeigt, dass bei steigender Frequenz auch der Einfluss der Wirbelströme stärker wird. Daher soll bei einer elektrisch leitfähigen Umgebung die Signalfrequenz gering gehalten werden.

4.3.3. Reichweite

Bei den bisherigen vorgestellten und simulierten Ortungsumgebungen wurden mögliche Abstände bis zu einem Meter vorgestellt, um die Bedingungen für das Nahfeld für die verschiedenen Untersuchungen zu garantieren. Die Reichweite für die induktive Ortung hängt wiederum von zahlreichen Systemeigenschaften ab, die je nach Anwendung stark variieren können. Um dennoch einen groben Wert zu erhalten, werden anhand von realen Kennwerten aus bisherigen Spulendesigns und anhand ähnlicher Technologien Werte zur Berechnung der möglichen Reichweite genutzt. Für die Berechnung wird die Simulationsumgebung aus dem Unterkapitel 4.2.2 für den Abstand erweitert, indem die Gleichung (3.69) mit deren Spule bei $f_0 = 100 \text{ kHz}$ und die Konfiguration aus Unterkapitel 3.4.3 genutzt wird. Das verwendete Zwei-Spulen-System befindet sich wie in Abb. 4.47 in perfekter Resonanz. Als Zielgröße wird die übertragende Betragsspannungsabfall $|\frac{u_2}{u_1}|$ genutzt, um dadurch eine relative Zielgröße zu erhalten.

Das thermische Rauschen stellt eine fundamentale Grenze für die Messbarkeit von elektrischen Spannungen dar, die durch die unvermeidbare thermische Bewegung von Elektronen in einem Widerstand verursacht wird. Diese Art von Rauschen, bekannt als Johnson-Nyquist-Rauschen, ist direkt proportional zur Temperatur des Sys-

tems und zum Widerstand des Materials, durch das der elektrische Strom fließt [101, 102].

Das Johnson-Nyquist-Rauschen kann durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$U_{\text{Nyquist}} = \sqrt{4k_{\text{B}}TR\Delta f}. \quad (4.63)$$

In dieser Formel steht U_{Nyquist} für die effektive Rauschspannung, k_{B} ist die Boltzmann-Konstante ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$), T ist die absolute Temperatur in Kelvin, R der Widerstand in Ohm und Δf die Bandbreite in Hertz.

Betrachtet man ein typisches 50- Ω -System bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$), so beträgt die effektive Rauschspannung für eine Bandbreite von 1 Hz etwa 0,9 nV ($\approx -168 \text{ dBm}$). Diese Spannung steigt proportional zur Wurzel der Bandbreite an, sodass bei einer Bandbreite von 1 MHz das thermische Rauschen etwa 0,9 μV ($\approx -108 \text{ dBm}$) beträgt. In der Literatur wird die unterste thermische Rauschgrenze bei $k_{\text{B}}T \approx -174 \text{ dBm/Hz}$ [103, 104] angegeben, wobei zum Vergleich sehr spezialisierte und erforschte Technologien wie das Global Positioning System (GPS) Signale bis $\approx -158 \text{ dBm}$ [105, 106] verarbeiten und auswerten können.

Obwohl das thermische Rauschen eine fundamentale Grenze für die Messbarkeit von Spannungen darstellt, gibt es dennoch einige Techniken, um Spannungen zu detektieren, die unterhalb dieser Grenze liegen. Eine der effektivsten Methoden ist die Lock-In-Verstärkung. Das Prinzip des Lock-In Verstärkers beruht auf der Kreuzkorrelation vom gemessenen verstärkten Signal mit einem Referenzsignal. Das Referenzsignal ist das verstärkte Nutzsignal ohne den Rauschanteil. Damit das Referenzsignal bekannt ist, muss dieses wie das Nutzsignal periodisch sein.

Das Blockschaltbild eines Lock-In Verstärkers ist in Abb. 4.77 dargestellt.

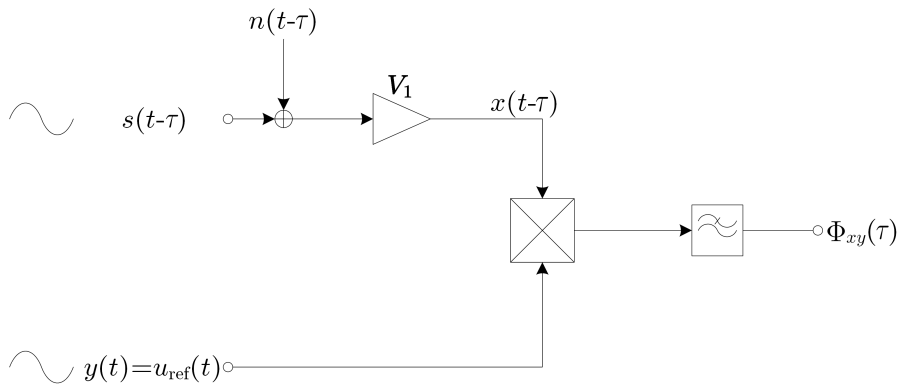


Abb. 4.77.: Blockschaltbild eines Lock-In Verstärkers

Für das verrauschte verstärkte Nutzsignal $x(t) = V_1(s(t) + n(t))$ und das Referenzsignal $y(t) = V_2 \cdot s(t)$ gilt somit allgemein:

$$\begin{aligned}\Phi_{xy}(\tau) &= E[x(t - \tau)y(t)] = V_1 V_2 E[(s(t - \tau) + n(t - \tau))s(t)] \\ &= \frac{V_1 V_2}{T_{\text{Symbol}}} \int_0^{T_{\text{Symbol}}} s(t - \tau)s(t)dt + \underbrace{\int_0^{T_{\text{Symbol}}} n(t - \tau)s(t)dt}_{0, \text{ da unkorreliert}} = V_1 V_2 \Phi_{xx}(\tau)\end{aligned}\quad (4.64)$$

Die Faltung aus Gleichung 4.64 entsteht somit aus der Multiplikation und einer Integration, wobei die Integration mit einem Tiefpass umgesetzt wird.

Da ein Multiplizierer schaltungstechnisch schwer umzusetzen ist, wird das Referenzsignal z.B. mit einem Komparator in ein Rechtecksignal umgewandelt, welches gleichmäßig zwischen der maximal gewählten Spannung U_0 und Null wechselt. Dieses Rechtecksignal steuert dann wiederum einen Schalter (z.B. in Form eines MOSFETs), welcher das Signal $x(t)$ abwechselnd kurzschließt und sperrt. Dadurch wird das Signal beim Passieren mit einem konstanten Faktor multipliziert und beim Sperren mit Null multipliziert, wodurch ein simpler Multiplizierer entsteht. Das Umformen in ein Rechtecksignal ist dabei unproblematisch, da das Rechtecksignal als Fourierreihe folgende Form hat:

$$u_{\text{rect}} = \frac{4U_0}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega_0 t)}{2k-1} \quad (4.65)$$

Wenn nun diese Fourierreihe für das spezifische Nutzsignal $s(t) = U_0 \sin(\omega_0 t)$ in Gleichung 4.64 mit dem Rechtecksignal verwendet wird:

$$\begin{aligned}\Phi_{xy}(\tau) &= \frac{V_1 V_2 U_0^2}{T_{\text{Symbol}}} \int_0^{T_{\text{Symbol}}} \sin(\omega_0(t - \tau)) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega_0 t)}{2k-1} dt \\ &= \frac{2V_1 V_2 U_0^2}{T_{\text{Symbol}} \pi} \int_0^{T_{\text{Symbol}}} \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\omega_0(t - \tau) - (2k-1)\omega_0 t) - \cos(\omega_0 t + (2k-1)\omega_0 t) dt \\ &= \frac{2V_1 V_2 U_0^2}{\pi} \cos(\omega_0 \tau) = u_{\Phi_{xy}}(\tau)\end{aligned}\quad (4.66)$$

Somit ist das Nutzsignal $x(t)$ mit diesem Verfahren unter stark verrauschten Einflüssen detektierbar. Allerdings gibt es auch dabei eine Grenze. Wenn die Signalstärke zu weit unter der Rauschstärke liegt, kann das Signal auch nicht mehr mit dem Lock-In Verstärker detektiert werden, da das Rauschen das Signal zu stark verzerrt. Der Wert $\omega_0 \tau$ gibt dabei eine mögliche Phasenverschiebung zwischen Referenz- und Nutzsignal an, welche ebenfalls mit dem Lock-In Verstärker detektiert werden kann [107]. Durch den Lock-In-Verstärker können Spannung im nV-Bereich detektiert werden [108].

Andere Ansätze wie die Verwendung von Elektronenmikroskope (Empfindlichkeiten bis pV-Bereich), Kryogenik (Abkühlen des Systems um die Rauschspannung zu verringern) oder Verwendung sehr spezieller Materialien sind für die induktive Ortung nicht wirtschaftlich und nur für sehr spezielle Anforderungen geeignet [108, 109].

In Abb. 4.78 und 4.79 sind die Ergebnisse zur Bestimmung der noch messbaren Reichweite $R_{\text{Range, Messbar}}$ anhand der relativen Spannung aus der jeweiligen gesuchten Ausgangsspannung \underline{u}_2 am Lastwiderstand $\underline{Z}_{\text{Last}}$ oder die Spannung \underline{u}_{ZT} an der transformierten Impedanz \underline{Z}_T in Abhängigkeit der Spannungsquelle \underline{u}_1 als Betrag dargestellt. Aufgrund des linearen Systems gilt hier bei einer Spannungsverstärkung V_u die Beziehung $\underline{u}_2 \sim \underline{u}_1$ und $\underline{u}_{ZT} \sim \underline{u}_1$.

Allerdings ist eine Verstärkung der Signalstärke durch entsprechende gesetzliche Richtlinien beschränkt. In der ICNIRP-Richtlinie „for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields“ [110] wird eine Flussdichte von $B_{\text{max},1} = 27 \mu\text{T}$ (Effektivwert) für öffentliche Nutzungen innerhalb der Bevölkerung im Frequenzbereich von 3 kHz bis 10 MHz angegeben. Für Arbeitnehmer gilt laut der EU-Richtlinie 2013/35/EU [111] eine höhere Grenze bis zu $B_{\text{max},2} = 300 \mu\text{T}$, wobei diese Grenze das absolute Maximum darstellt und nur mit entsprechenden Warnungen nutzbar ist (bspw. ist bei Implantaten die Grenze geringer). Die Grenzen sind in Abb. 4.78 und 4.79 ebenfalls beigefügt, wobei berücksichtigt werden sollte, dass je nach Anwendung sehr nahe an der Magnetfeldquelle sich gegebenenfalls keine Menschen befinden können. Um einen Grenzwert daraus zu berechnen, wurden in diesen Berechnungen Spulen mit einer Fläche von $A_n = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ und einer Windungszahl von $N_n = 10$ bei einer Betriebsfrequenz von $f_0 = 100 \text{ kHz}$ gewählt. Die Berechnung der maximalen erlaubten Feldstärke erfolgt dann über

$$\boxed{|\underline{u}_{\text{Richtlinie},n}| = \omega_0 N_n B_{\text{max},\text{Richtlinie}} A_n} . \quad (4.67)$$

Je nach verwendeten Spulensystem (und speziellen gesetzlichen Anforderungen) können diese Grenzen sich verändern und stellen nur ein Beispiel für dieses System dar.

In Abb. 4.78 ist der relative Spannungsabfall $|\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1}|$ durch die direkte Induktion bei $\underline{u}_{1,2} = j\omega M_{1,2} \dot{I}_1$ in Abhängigkeit der Abstandes z und der Verschiebung y dargestellt, um jede räumliche Abhängigkeit der Gleichung (3.69) darzustellen. Die starken Dämpfung in Abb. 4.78(a) und teilweise nahe $y = 0 \text{ m}$ entstehen durch den systematischen Nulldurchgang, wenn kein Magnetfeld die Spule durchdringt oder diese sich ausgleicht (siehe auch Abb. 3.22(b)). Bei einem Abstand von etwa $|z| = |y| = 10 \text{ m}$ sind hier noch Spannungen im nV-Bereich bei $\underline{u}_1 = 1 \text{ V}$ messbar und somit durch die vorstellten Messverfahren ermittelbar. Für eine Erhöhung der Reichweite V_{Range} zur ursprünglichen Reichweite $R_{\text{Range, Messbar}, 1V}$, kann die angelegte Spannung \underline{u}_1 durch den Faktor V_u verstärkt werden. Dadurch lässt sich eine Reichweite von $V_{\text{Range}} \approx \sqrt[3]{V_u}$ erhöhen (siehe Gleichung (3.67)). Alternativ ist auch eine Erhöhung V_M der Gegeninduktivität $M_{1,2}$ durch eine höhere Eigeninduktivität möglich. Hier gilt für die Reichweitenerhöhen die Beziehung $V_{\text{Range}} \approx \sqrt[3]{V_M}$. Die Wahl einer anderen Signalfrequenz ist in Unterkapitel 4.2.2 ausführlich betrachtet worden, wobei dort die Nahfeldbedingung bei hohen Reichweiten beachtet werden sollte.

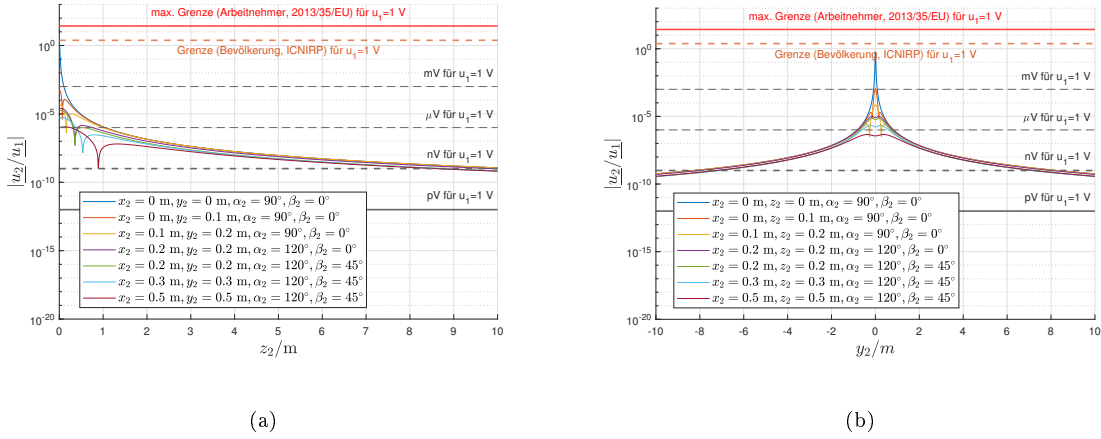


Abb. 4.78.: Relative übertragende Spannung durch direkte Induktion $\underline{u}_{1,2} = j\omega M_{1,2}\underline{i}_1$ in Abhängigkeit der Abstände für verschiedene Fälle

Abb. 4.79 stellt den Einfluss durch die rückgeführte Induktion in Form der transformierten Impedanz $\underline{Z}_T = \frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}}$ dar. Durch den quadratischen Einfluss der Gegeninduktivität in der transformierten Impedanz sinkt die zu messende Spannung \underline{u}_{ZT} deutlich stärker, wodurch hier schnell Spannung in pV-Bereich bei $\underline{u}_1 = 1$ V erreicht werden und somit eine induktive Lokalisierung für diese Spulengeometrie erschwert. Eine Erhöhung der Kopplung würde V_M würde durch die quadratische Abhängigkeit der Gegeninduktivität eine Erhöhung der Reichweite $V_{\text{Range}} \approx \sqrt[3]{V_M}$ ergeben. Die Erhöhung der Quellspannung \underline{u}_1 wiederum hat durch den quadratischen Einfluss eine geringe Auswirkung und würde eine Erhöhung von $V_{\text{Range}} \approx \sqrt[6]{V_u}$ bringen.

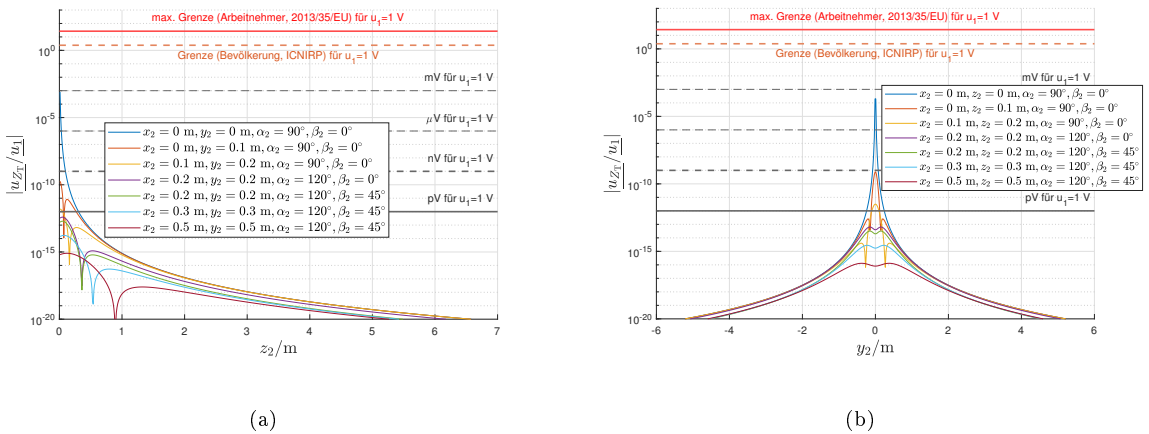


Abb. 4.79.: Relative übertragende Spannung durch die transformierte Impedanz $\underline{Z}_T = \frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}}$ in Abhängigkeit der Abstände für verschiedene Fälle

Für die Messung durch eine direkte Induktion $\underline{u}_{1,2} = j\omega M_{1,2}\underline{i}_1$ können für die induktive Ortung abhängig von der Signalspannung, Spulengeometrie, Materialien, Signalfrequenz und weiteren Optimieren für die Kopplung Reichweiten bis zu $R_{\text{Range, Messbar}} \approx 10$ m erreicht werden, wenn die notwendigen Messverfahren und -geräte zur Verfügung stehen. Bei rückgeführte Induktion sind wiederum durch den quadratischen Einfluss diverse Opti-

mieren notwendig, damit eine gewinnbringende Lokalisierung durchgeführt werden kann. Allerdings sind alle Werte nur Richtwerte und hängen stark von den Bedingungen der Anwendung, der Höhe der Spannungsquelle und der Geometrie der Spulen ab.

4.3.4. Externe Störungen auf das System

Während des induktiven Ortungsprozesses können unbekannte Störungen auftreten, welche nicht systematisch sind und somit scheinbar zufällig auftreten können. Grund dafür kann andere Elektronik in der Umgebung sein, welche starke Magnetfelder generiert und genau auf der gleichen Frequenz arbeiten wie das induktive Ortungssystem. Der Einfluss der unbekannten externen Magnetfelder kann für die induktive Ortung wie in Abb. 4.80 dargestellt werden.

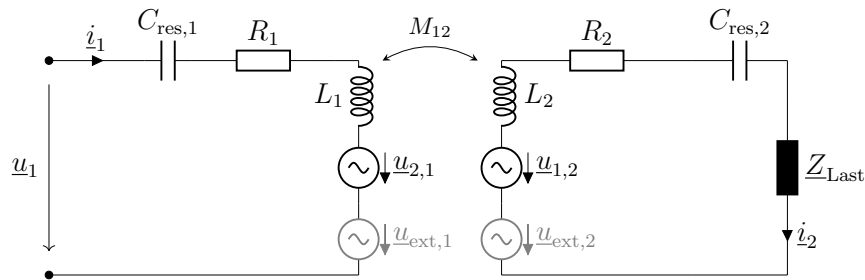


Abb. 4.80.: Elektrisches Ersatzschaltbild mit externen Einflüssen durch hochfrequente Magnetfelder zwischen zwei Spulen

Direkte Rauscheffekte innerhalb des Systems wie das thermische Rauschen wurden in Unterkapitel 4.3.3 besprochen und sind hier nicht relevant, da hier die Annahme getroffen wird, dass die jeweiligen Signalstärken über der Rauschgrenze liegen. Andere Rauscheffekte wie das Schrotrauschen durch Halbleiter oder interne Interferenzen durch die Signalgenerierung und -auswertung werden ebenfalls vernachlässigt, da nur die linearen Anteile der induktiven Ortung betrachtet werden und die Signalgenerierung und -auswertung als ideal angesehen wird.

Diese unbekannten externen Magnetfelder $\underline{H}_{\text{ext}}$ induzieren wiederum Induktionsspannungen an den Spulen n mit der Fläche A_n und der Windungszahl N_n durch

$$\underline{u}_{\text{ext},n} = j\omega_0 N_n \underline{B}_{\text{ext}} A_n = j\omega_0 \mu_0 \mu_r N_n \underline{H}_{\text{ext}} A_n . \quad (4.68)$$

Obwohl die induktive Ortung hier durch die systematische Betrachtung im Frequenzbereich analysiert wird, können die externen Störungen auf der Betriebsfrequenz f_0 durch die Störspannung $\underline{u}_{\text{ext},n}$ nicht periodisch und somit auch zeitlich veränderlich im Frequenzbereich sein.

Aus diesen Störungen folgt für die Ströme an den Spulen die Stromstärken

$$\begin{aligned} \underline{i}_1 &= \frac{(\underline{u}_1 - \underline{u}_{\text{ext},1})(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}) + j\omega_0 M_{1,2} \underline{u}_{\text{ext},2}}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} \\ &= \frac{\underline{u}_1 - \underline{u}_{\text{ext},1}}{\frac{\omega_0^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}} + R_1} + \frac{j\omega_0 M_{1,2} \underline{u}_{\text{ext},2}}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} \end{aligned} \quad (4.69)$$

und

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{j\omega_0 M_{1,2}(\underline{u}_1 - \underline{u}_{\text{ext},1}) - R_1 \underline{u}_{\text{ext},2}}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} \\ &= \frac{j\omega_0 M_{1,2}(\underline{u}_1 - \underline{u}_{\text{ext},1})}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} - \frac{\underline{u}_{\text{ext},2}}{\frac{\omega_0^2 M_{1,2}^2}{R_1} + R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}} \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\Delta \underline{i}_1 = -\frac{\underline{u}_{\text{ext},1}}{\frac{\omega_0^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}} + R_1} + \frac{j\omega_0 M_{1,2} \underline{u}_{\text{ext},2}}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} . \quad (4.71)$$

Da für die induktive Ortung oft $\omega_0 M_{1,2} < 1$ gilt, hat durch diese Dämpfung die Stromstärke \underline{i}_1 einen geringeren Einfluss von den Störungen der zweiten Spule $\underline{u}_{\text{ext},2}$, wobei bei der Stromstärke \underline{i}_2 dieser Einfluss nicht gilt, da die induzierte Spannung die Quelle der elektrischen Energie bildet.

Es folgt somit für die Spannung an der Lastimpedanz $\underline{Z}_{\text{Last}}$:

$$\underline{u}_2 = \underline{Z}_{\text{Last}} \left(\frac{j\omega_0 M_{1,2}(\underline{u}_1 - \underline{u}_{\text{ext},1})}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} - \frac{\underline{u}_{\text{ext},2}}{\frac{\omega_0^2 M_{1,2}^2}{R_1} + R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}} \right) , \quad (4.72)$$

wobei sich eine Messdifferenz bei der Spannung von

$$\Delta \underline{u}_2 = -\underline{Z}_{\text{Last}} \left(\frac{j\omega_0 M_{1,2} \underline{u}_{\text{ext},1}}{\omega_0^2 M_{1,2}^2 + R_1(R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}})} + \frac{\underline{u}_{\text{ext},2}}{\frac{\omega_0^2 M_{1,2}^2}{R_1} + R_2 + \underline{Z}_{\text{Last}}} \right) \quad (4.73)$$

ergibt.

Wenn sich die Störung genau auf die Frequenz des Nutzsignales f_0 befindet, ist eine Unterscheidung der Signale sehr herausfordernd. Im Folgenden sollen daher Verfahren dargestellt werden, welche eine mögliche Lösung sein können, aber sehr stark von der Anwendung abhängig sind:

- **Phasenkorrelation:** In Kapitel 4.3.3 wurde bereits der Lock-In-Verstärker vorgestellt, welcher das gleiche Prinzip nutzt. Wenn ein externes Störsignal mit Amplitude S_{ext} und der gleichen Frequenz f_0 auf das Nutzsignal mit Amplitude S_{ind} trifft, kann es durch

$$x(t) = S_{\text{ind}} \cos(\omega_{\text{ind}} t + \phi_{\text{ind}}) + S_{\text{ext}} \cos(\omega_{\text{ext}} t + \phi_{\text{ext}}) \quad (4.74)$$

beschrieben werden. Mit der Multiplikation mit einem Referenzsignal $y(t) = S_{\text{ref}} \cos(\omega_{\text{ext}} t + \phi_{\text{ref}})$ kann das entstandene Signal als

$$x(t) \cdot y(t) = \frac{S_{\text{ind}} S_{\text{ref}}}{2} (\cos(\phi_{\text{ind}} - \phi_{\text{ref}}) + \cos(2\omega_0 t + \phi_{\text{ind}} + \phi_{\text{ref}})) \quad (4.75)$$

$$+ \frac{S_{\text{ext}} S_{\text{ref}}}{2} (\cos(\phi_{\text{ext}} - \phi_{\text{ref}}) + \cos(2\omega_0 t + \phi_{\text{ext}} + \phi_{\text{ref}})) \quad (4.76)$$

beschrieben werden. Durch beispielsweise einen Tiefpassfilter (TP) können auch hier die hochfrequenten Anteile entfernt werden, wodurch für die Gleichanteile folgt:

$$\Phi_{xy, \text{TP}} = \frac{S_{\text{ind}} S_{\text{ref}}}{2} \cos(\phi_{\text{ind}} - \phi_{\text{ref}}) + \frac{S_{\text{ext}} S_{\text{ref}}}{2} \cos(\phi_{\text{ext}} - \phi_{\text{ref}}) . \quad (4.77)$$

Durch Kenntnis des zu erwartenden Nutzsignales für die induktive Ortung kann beispielsweise durch Phasenregelschleifen (PLL) das Referenzsignal so angepasst werden, dass $\cos(\phi_{\text{ext}} - \phi_{\text{ref}}) = 0$ gilt. Hier wird allerdings vorausgesetzt, dass das Störsignal konstant in seiner Phase ist bzw. dass das Messsystem schnell genug Anpassungen machen kann. Alternativ kann auch durch $\cos(\phi_{\text{ind}} - \phi_{\text{ref}}) = \pm 1$ versucht werden, den Anteil des Nutzsignales zu dominieren, wenn die Phase des Störung variiert. Falls das Störsignal phasengleich mit dem Nutzsignal ist, könnte automatische Systeme die Signalphase ändern und somit der Störung teilweise entkommen.

- **Zeitkorrelation/Andere Zeitsignale:** Wenn für die induktive Ortung andere zeitliche Signale als reine harmonische Signale verwendet werden, können durch andere orthogonale Signalformen durch Kreuzkorrelation Φ_{xy} (wie bei der Phasenkorrelation) die Signale ebenfalls vom Störsignal besser separiert werden.
- **Frequenzänderung/-sprünge:** Falls sich der Störer nur innerhalb eines kleinen Frequenzbereiches, welcher auch die Betriebsfrequenz der induktiven Ortung enthält, beschränkt, kann auch für die induktive Ortung die Signalfrequenz $f_{0, \text{new}}(t) = f_0 + \Delta f$ verändert werden. Für einen Signalgenerator ist diese Frequenzverschiebung mit den aktuellen technischen Möglichkeiten unproblematisch. Problematisch ist hier allerdings die weitere Induktion in Resonanz, da durch die Resonanzkapazität die Betriebsfrequenz festgelegt wurde und nun durch $C_{\text{Res, new, n}} = \frac{1}{4\pi^2(f_0 + \Delta f)L_n}$ für die Reihenresonanz verändert werden muss. Durch Kondensatoren mit veränderlicher Kapazität lässt sich diese Problematik lösen. Zusätzlich können dadurch auch Resonanzverschiebungen durch die variable Gegeninduktivität entgegengewirkt werden. Trimm- bzw. Drehkondensatoren sind hier nicht empfehlenswert, da aktiv mechanische Veränderung (oft durch einen Menschen) die Kapazität verändern. Besser steuerbar sind hier Varaktoren (Kapazitätsdioden) oder mikroelektromechanische Systeme (MEMS), welche ebenfalls durch mechanische Bewegungen die Kapazität durch Steuersignale verändern können. Nachteilig bei den Kapazitätsdioden ist, dass das Steuersignal in Form der Gleichspannung deutlich größer als das Nutzsignal sein muss, welches bei leistungsstarken Signalen für die induktive Ortung schwer umzusetzen ist, da hier die maximale Reichweite/Genauigkeit/... erreicht werden will. Alternativ können Phase-Switched Impedance Modulation (PSIM)-Kondensatoren [112] verwendet werden. In Abb. 4.81 ist der Aufbau exemplarisch dargestellt.

Durch ein entsprechendes PWM-Steuersignal mit Tastverhältnis d_{PWM} an einem Schalter (z.B. MOSFET) kann die Kapazität

$$C_{\text{eff}} = \frac{\pi}{\pi - \pi d_{\text{PWM}} + \sin(\pi d_{\text{PWM}}) \cos(\pi d_{\text{PWM}})} C_0 \quad (4.78)$$

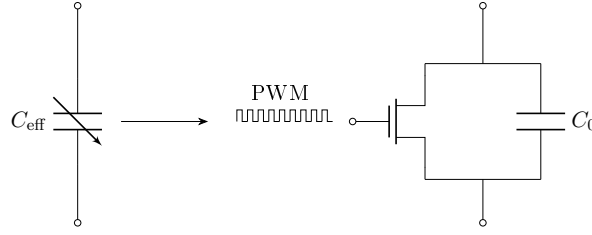


Abb. 4.81.: Prinzip des PSIM-Kondensators für eine variable Kapazität, welche über eine PWM angesteuert wird

eingestellt werden, wobei $C_{\text{eff}} \in [C_0, \infty]$ gilt [112]. Um die Empfindlichkeit und den Wertebereich zu verändern, können konstante Kapazitäten C_{Konst} in Reihe vgeschaltet werden, sodass

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_{\text{eff}} C_{\text{Konst}}}{C_{\text{eff}} + C_{\text{Konst}}} \quad (4.79)$$

mit $C_{\text{ges}} \in [C_0 \parallel C_{\text{Konst}}, C_{\text{Konst}}]$ gilt.

Um den Einfluss von Störer dauerhaft gering zu halten ist es durch bspw. PSIM-Kondensatoren auch möglich in regelmäßigen Abständen Frequenzsprünge $f_{0,\text{new}} = f_0 + \Delta f(t)$ durchzuführen, um somit auch weitere Daten durch diese Modulation zu übertragen.

- **Systematische oder dauerhafte Störungen:** Falls sich das Störsignal $S_{\text{ext}}(t)$ konstant oder periodisch verhält, kann dieser Einfluss leicht entfernt werden. Wenn allerdings das $S_{\text{ext}}(t)$ keine erkennbare Wiederholungen vorweisen kann (z.B. bei Datenübertragungen) können durch externe Empfängerspulen die Einflüsse aufgenommen und entfernt werden.

Das Gesamtsignal $S(t)$ an der Ortungsspule oder der gesuchten Spulen enthält das Nutzsignal $S_{\text{ind}}(t)$ und das Störsignal $S_{\text{ext}}(t)$, während die Referenzspule das ähnliche Störsignal $S_{\text{ref}}(t)$ erfasst:

$$x(t) = S_{\text{ind}}(t) + S_{\text{ext}}(t) . \quad (4.80)$$

Das Störsignal kann dann durch Subtraktion entfernt werden:

$$S_{\text{diff}}(t) = x(t) - S_{\text{ref}}(t) \approx S_{\text{ind}}(t) , \quad (4.81)$$

wobei angenommen wird, dass $S_{\text{ref}}(t) \approx S_{\text{ext}}(t)$ ist, das von der Referenzspule erfasst wurde. Diese Näherung hängt stark vom Störsignal und vom Abstand der Referenzspule zum Ortungssystem ab. Gleichzeitig hat das Ortungssystem auch Einfluss auf die Ortungsspule, wodurch dort das Signal

$$y(t) = V_{\text{ext}} S_{\text{ext}}(t) + V_{\text{ind}} S_{\text{ind}}(t) . \quad (4.82)$$

je nach Ort eine unterschiedliche Verstärkung oder Dämpfung V_{ext} und V_{ind} erhält. Der Einfluss V_{ind} kann für die Ortungsspulen als konstant gesehen werden und je nach Ausrichtung und Position der Referenzspule sogar $V_{\text{ind}} \approx 0$ gesetzt werden, aber für die gesuchte Spule durch deren veränderliche Position nicht. V_{ext} hängt wiederum stark von der Störquelle ab, aber ist vielleicht ebenfalls charakterisierbar.

Dadurch folgt für das Differenzsignal

$$S_{\text{diff}}(t) = x(t) - y(t) = (1 - V_{\text{ind}})S_{\text{ind}}(t) + (1 - V_{\text{ext}})S_{\text{ext}}(t) . \quad (4.83)$$

Für den Fall $V_{\text{ind}} \approx 0$ gilt somit, den Anteil aus $1 - V_{\text{ext}}$ durch Anpassungsfaktoren zu minimieren.

- **Stochastische Filter/Zustandsschätzung:** Der Einfluss der Störungen kann durch die Nutzung von stochastischen Filtern deutlich verringert werden, indem vergangene Werte Einfluss auf die aktuellen Messungen besitzen. Diese Art von Filtern werden ausführlich in Kapitel 5 analysiert und verglichen.

Stochastische Verfahren zur Nachverarbeitung der Ortungsergebnisse

Stochastische Filter sind in der modernen Signalverarbeitung, Ortung und Navigation essenziell geworden, um eine Verbesserung der Genauigkeiten und die notwendige Zuverlässigkeit der Verfahren zu gewährleisten. Diese Filter sind besonders wichtig in Bereichen, in denen Präzision von entscheidender Bedeutung ist, wie etwa der Luft- und Raumfahrt, dem Automobilwesen, der Mobilfunkkommunikation und in sicherheitsrelevanten Überwachungssystemen. Angesichts der allgegenwärtigen Messunsicherheiten und der dynamischen Umgebungen, in denen diese Systeme operieren, bieten stochastische Filter eine robuste Lösung für die Herausforderungen, die durch Rauschen und andere störende Einflüsse entstehen.

Die grundlegende Herausforderung bei Ortungsverfahren liegt in der präzisen Schätzung des Zustands eines dynamischen Systems (wie Position, Geschwindigkeit und Ausrichtung) basierend auf unvollständigen und verrauschten Messdaten. Diese Problematik wird weiter kompliziert durch die Tatsache, dass die Eigenschaften des Rauschens oft unbekannt oder sich verändernd sind, was eine flexible und adaptive Schätzungs-methode erfordert. Stochastische Filter, insbesondere der Kalman-Filter und seine Varianten, stellen eine leistungsfähige Technik dar, um solche Unsicherheiten systematisch zu behandeln. Sie ermöglichen eine fortlaufende Aktualisierung der Schätzungen, indem sie neue Messdaten einbeziehen und gleichzeitig die Unsicherheiten und Fehler der vergangenen Daten berücksichtigen.

Der Einsatz stochastischer Filter in Ortungsverfahren ist nicht nur aus technischer Sicht notwendig, sondern auch aus ökonomischer Perspektive vorteilhaft. Durch die Verbesserung der Genauigkeit der Ortungssysteme können erhebliche Kosteneinsparungen erzielt werden, beispielsweise durch Reduzierung von Fehlern, die zu unnötigen Korrekturen oder sogar zu Ausfällen führen könnten. Darüber hinaus trägt die Verbesserung der Zuverlässigkeit solcher Systeme zu einer erhöhten Sicherheit bei, insbesondere in kritischen Anwendungsbereichen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass stochastische Filter eine Schlüsseltechnologie für die Fortschritte in vielen Bereichen der Ortungstechnologie darstellen. Die Fähigkeit dieser Filter, effektiv mit der Unsicherheit und dem Rauschen in Messdaten umzugehen,

macht sie unverzichtbar für die Entwicklung zuverlässiger und präziser Ortungsverfahren. Diese Einführung bietet einen Überblick über die theoretischen Grundlagen und die praktischen Anwendungen stochastischer Filter, um die Bedeutung dieser Technologie in der modernen Welt zu verdeutlichen, anhand von Beispielen für die induktive Ortung.

5.1. Kalman-Filter

5.1.1. Allgemeiner/Linearer Kalman-Filter

Da Lokalisationsverfahren oft durch z.B. Umgebungseinflüsse, Ungenauigkeiten der Sensoren, systematischen Rauschen oder numerischen Rauschen des Ortungsverfahrens verzerrt werden, werden in den meisten Fällen diese Verfahren durch einen Zustandsschätzer ergänzt, welche die Schwankungen dämpfen soll und die zukünftigen Ergebnisse durch Informationen aus vergangenen Messungen verbessern soll. Oft wird der Kalman-Filter verwendet, welcher vergangene Varianzen und Mittelwerte der Messungen nutzt, um zukünftige Messungen zu schätzen und zu korrigieren. Der Kalman-Filter erfordert eine Normalverteilung. Da sich in diesem Fall die gesuchten Spule ebenfalls bewegt, muss zusätzlich auch die Bewegungsgleichung in die Berechnung berücksichtigt werden. Im Folgenden wird der (lineare) Kalman-Filter anhand der Erklärungen von [113] konstruiert.

Grundlage für den Kalman-Filter ist der Satz von Bayes [114]

$$\boxed{p(A | B) = \frac{p(B | A) \cdot p(A)}{p(B)}}, \quad (5.1)$$

welche durch die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(A | B)$ von A beschreibt, wenn B eingetreten. Diese Beziehung ist sinnvoll, wenn $p(B | A)$ einfacher zu berechnen ist und die unabhängigen Wahrscheinlichkeitsdichten $p(A)$ und $p(B)$.

Für den Zustand \mathbf{x}_k und den (fehlerhaften) Messwerten \mathbf{z}_k mit $k \in \{1, 2, \dots, N_{\text{Mess}}\}$ Messwerten ergibt sich hier somit

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k) = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{z}_k)} = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{k-1})}. \quad (5.2)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)$ beschreibt also bei die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichte vom Zustand \mathbf{x}_k bei den Messwerten $\mathbf{z}_k = \mathbf{r}_{\text{Calc,S},k}$. Im Zustand \mathbf{x}_k sind die Information der Koordinaten und einige andere Parameter enthalten (bspw: Geschwindigkeiten, System- und Verlaufseigenschaften).

Da (5.2) unabhängig von \mathbf{x}_k ist und dadurch $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{k-1})$ konstant ist ergibt sich dadurch [115]:

$$\underbrace{p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)}_{\text{Korrektur (a posteriori)}} \sim p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \cdot \underbrace{p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{k-1})}_{\text{Vorhersage (a priori)}}. \quad (5.3)$$

Wenn durch eine Bewegungsgleichung die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ vorgegeben ist, ergibt sich aus (5.3) folgende Ablauf [115]:

$$\underbrace{p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)}_{\text{a posteriori},k} \sim p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \cdot \int \underbrace{p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})}_{\text{Systemmatrix } \mathbf{A} \text{ o. } \mathbf{g}} \underbrace{p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{k-1})}_{\text{a posteriori},k-1} d\mathbf{x}_{k-1} . \quad (5.4)$$

Durch die iterative Wiederholung von (5.4) soll mit diesen Grundprinzip die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)$ bei jeden Messschritt berechnet werden, um aus den Ergebnissen Korrekturen an den Messwerten \mathbf{z}_k durchzuführen. Somit ist für diese Durchführung $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ notwendig, welche im Folgenden anhand des Kalman-Filter-Algorithmus berechnet wird.

Der Kalman-Filter beruht auf den Gleichungen einer diskreten, verrauschten Zustandsraumdarstellung eines Systems:

$$\boxed{\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{q}_{k-1}} , \quad (5.5)$$

$$\boxed{\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k} . \quad (5.6)$$

Das diskrete Systemrauschen \mathbf{q} und das Messrauschen \mathbf{v} wird dabei als weiß, mittelwertfrei, normalverteilt und untereinander unkorreliert ($E[\mathbf{q}_k\mathbf{v}_k^T] = 0$) angenommen. Das System- bzw. Prozessrauschen \mathbf{q} beschreibt die mögliche Verteilung der gesuchten Ortskoordinaten innerhalb des Ortungsumgebung, wohingegen das Messrauschen \mathbf{v} die Abweichungen der Koordinaten $\Delta\mathbf{r}_S$ beschreibt und somit die Messungenauigkeiten, numerische Fehler etc. enthält.

Aus den beiden Rauschwerten bilden sich folgende Rauschkovarianzmatrizen:

$$\Sigma_q = E[\mathbf{q}_k\mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_k \quad (5.7)$$

$$\Sigma_v = E[\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^T] = \mathbf{V}_k \quad (5.8)$$

Diese sind normalerweise, wie die System- und Messmatrix konstant und fest vorgegeben ($\mathbf{A}_k = \mathbf{A}$, $\mathbf{B}_k = \mathbf{B}$, $\mathbf{C}_k = \mathbf{C}$, $\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}$ und $\mathbf{V}_k = \mathbf{V}$), können sich aber je nach Einsatzfeld auch innerhalb des Algorithmus verändern, wodurch diese daher in allgemeiner Form weiterhin angegeben werden.

Für Lokalisierungsverfahren sind meist die Position und die jeweiligen Geschwindigkeiten interessant, da sich die gesuchte Spule innerhalb des Messsystems bewegen. Je nach Umgebung können noch Beschleunigungen hinzugefügt werden.

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_k \quad (5.9)$$

Somit ergibt sich für die Bewegungsgleichung folgende konstante Systemmatrix¹:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Da nur die Position (x , y und z) für die Lokalisierung relevant ist, entsteht folgende konstante Mess-/Ausgangsmatrix¹:

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Der Algorithmus des Kalman-Filters besteht aus zwei Bestandteilen. In dem a priori Teil wird der vermutete Zustand anhand älterer Informationen vorausgesagt (Markierung mit '-') und im a posteriori Teil wird mit der Schätzung der gemessene Wert korrigiert (Markierung mit '+'). Diese beiden Bestandteile wechseln sich nach und nach ab und liefern sich gegenseitig ihre Ergebnisse. Im ersten Schritt wird anhand der alten a posteriori Zustände $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ mit Hilfe der Gleichung (5.5) der a priori Zustand $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ geschätzt. Da bei diesen ermittelten Ortungsverfahren kein zusätzlicher externer Eingang vorhanden ist, welcher das Verfahren beeinflusst, wird $\hat{\mathbf{u}}_k = 0$ gesetzt.

$$\boxed{\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \mathbf{B}_{k-1} \hat{\mathbf{u}}_{k-1} = \mathbf{A}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+} \quad (5.12)$$

Nun wird zusätzlich die Kovarianzmatrix \mathbf{P}_k^- der Zustände aktualisiert, welche den Mittelwert des Zustands $\boldsymbol{\mu}_x = \bar{\mathbf{x}}_k$ zum realen Zustand \mathbf{x}_k enthält.

$$\boxed{\mathbf{P}_k^- = \boldsymbol{\Sigma}_x = \mathbb{E}[(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)^T] = \dots = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}} \quad (5.13)$$

Hier müssen Initialwerte beim ersten Iterationsschritt gewählt werden.

¹Da sich die verwendeten Bewegungsgleichungen der gesuchten Spule in dieser Arbeit während des Ortungsprozesses nicht verändern, wird die Zustandsmatrix und die Ausgangsmatrix beim linearen Kalman-Filter unabhängig von den Iterationsschritt k festgelegt.

Es wird anhand dieser Vorhersage nun der gemessene Wert als Referenz hinzugenommen und dieser korrigiert. Wie stark diese Korrektur ist, wird durch den Kalman-Gain \mathbf{K}_k bestimmt, der in Gleichung 5.14 berechnet werden kann.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1}^- \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{C}_k^T + \mathbf{V}_k)^{-1} \quad (5.14)$$

Die Gleichung 5.14 folgt aus der Extremwertberechnung für das Minimum der Varianz aus der Gleichung 5.15. Dabei enthält \mathbf{P}_k^+ die Varianz des Schätzfehler, welche auch als Kovarianzmatrix dargestellt ist und die Unsicherheiten des geschätzten Zustands $\hat{\mathbf{x}}_k$ zum realen Zustand \mathbf{x}_k enthält.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k^+ &= \mathbb{E}[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] \\ &= \dots = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k \mathbf{K}_k^T \end{aligned} \quad (5.15)$$

Wenn Gleichung 5.14 in Gleichung 5.15 eingesetzt wird, ergibt sich folgende kompaktere Gleichung:

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}_k^- . \quad (5.16)$$

Schlussendlich wird der gemessene Wert \mathbf{z}_k anhand des geschätzten Zustandes $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ und dem ermittelten Kalman-Gain \mathbf{K}_k korrigiert und als $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ ausgegeben.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (5.17)$$

Der Ablauf der Gleichungen 5.12 bis 5.17 wird dann bei jedem Messwert wiederholt (siehe Abb. 5.1). Der lineare Kalman-Filter kann allerdings nur bei linearen Bewegungsgleichungen verwendet werden, da der Algorithmus ein lineares Gleichungssystem erfordert.

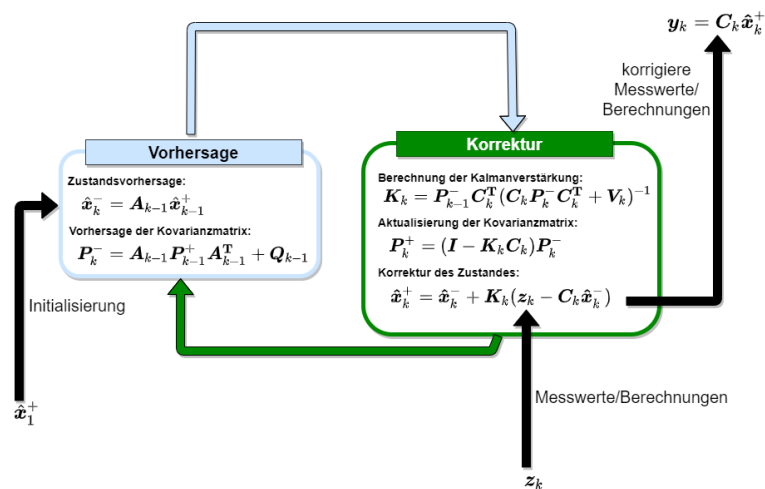


Abb. 5.1.: Ablauf des linearen Kalman Filters (KF/LKF)

5.1.2. Extended Kalman Filter

Der erweiterte Kalman-Filter (EKF) wird bei nichtlinearen Bewegungsgleichungen angewendet, welche bei der Ortung häufiger vorkommen. Der Algorithmus des EKF ist der gleiche wie beim linearen Kalman-Filter, allerdings wird die Systemmatrix \mathbf{A}_k und Ausgangsmatrix \mathbf{C}_k durch entsprechende Jacobimatrizen ersetzt. Diese Jacobimatrizen sollen die nichtlinearen Bewegungsgleichungen approximieren, sodass eine Linearität entsteht und der Algorithmus des Kalman-Filters wieder anwendbar ist. Die Gleichungen des erweiterten Kalman-Filters sind [116, 117]:

1. Vorhersage (a priori):

$$\boxed{\hat{\mathbf{x}}_k^- = \underbrace{\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+)}_{\mathbf{A}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+}} \quad , \quad (5.18)$$

$$\boxed{\mathbf{P}_k^- = \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{g}_{k-1}}}_{\mathbf{A}_{k-1}} \mathbf{P}_{k-1}^+ \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{g}_{k-1}}^T}_{\mathbf{A}_{k-1}^T} + \mathbf{Q}_{k-1}} \quad . \quad (5.19)$$

2. Korrektur (a posteriori):

$$\boxed{\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1}^- \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k}^T}_{\mathbf{C}_k^T} \left(\underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k}}_{\mathbf{C}_k} \mathbf{P}_k^- \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k}^T}_{\mathbf{C}_k^T} + \mathbf{V}_k \right)^{-1}} \quad , \quad (5.20)$$

$$\boxed{\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k}}_{\mathbf{C}_k}) \mathbf{P}_k^-} \quad , \quad (5.21)$$

$$\boxed{\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (z_k - \underbrace{\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k}}_{\mathbf{C}_k} \hat{\mathbf{x}}_k^-)} \quad . \quad (5.22)$$

Die vektoriellen Funktionen bilden die Jacobimatrizen, wobei die Systemgleichung \mathbf{g} und die Ausgangsgleichung \mathbf{h} den Kalman-Filter beschreiben. Am Beispiel einer Spiralfunktion (Maximalradius r_{\max}), die sich in z-Richtung wie in Abb. 4.36(a) und 4.37(a) ausbreitet, ist der Aufbau der beiden Gleichungen:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi \\ v_r \\ v_z \\ \omega_\varphi \\ r \\ r_{\max} \end{bmatrix}_k^- = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+) = \begin{bmatrix} (r_{\max} - r) \sin(\varphi) \\ (r_{\max} - r) \cos(\varphi) \\ z + v_z \cdot T \\ \varphi + \omega_\varphi \cdot T \\ v_r \\ v_z \\ \omega_\varphi \\ r + v_r \cdot T \\ r_{\max} \end{bmatrix}_{k-1}^+ \quad , \quad \mathbf{h}_k = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_k \quad . \quad (5.23)$$

In dieser Arbeit wird die Approximation der Differentiation für die Jacobimatrizen durch eine Taylorreihenentwicklung am Entwicklungspunkt x unter Ausnutzung einer komplexen Variable und sehr kleinen Schrittweite h durchgeführt [118–120]:

$$f(x + \mathrm{j}h) = f(x) + \mathrm{j}hf'(x) - \frac{h^2 f''(x)}{2} - \frac{\mathrm{j}h^3 f'''(x)}{6} + \mathcal{O}(h^4) , \quad (5.24)$$

$$\mathrm{Im}\{f(x + \mathrm{j}h)\} = hf'(x) - \frac{h^3 f'''(x)}{6} + \mathcal{O}(h^5) . \quad (5.25)$$

Dadurch gilt:

$$\boxed{f'(x) = \frac{\mathrm{Im}\{f(x + \mathrm{j}h)\}}{h} + \mathcal{O}(h^2)} . \quad (5.26)$$

Mit dieser Approximation lassen sich die Matrixelemente ($J_{m,n}$) der Jacobimatrizen am Beispiel der Systemmatrix ($\mathbf{A}_k = \mathbf{J}_{g_k}$) folgendermaßen berechnen:

$$J_{m,n}(\mathbf{x}_k) \approx \frac{\mathrm{Im}\{g_m(\mathbf{x}_k + \mathbf{e}_n \mathrm{j}h)\}}{h} . \quad (5.27)$$

Wie beim linearen Kalman Filter wird auch hier der Ablauf bei jeder Messung wiederholt (siehe Abb. 5.2).

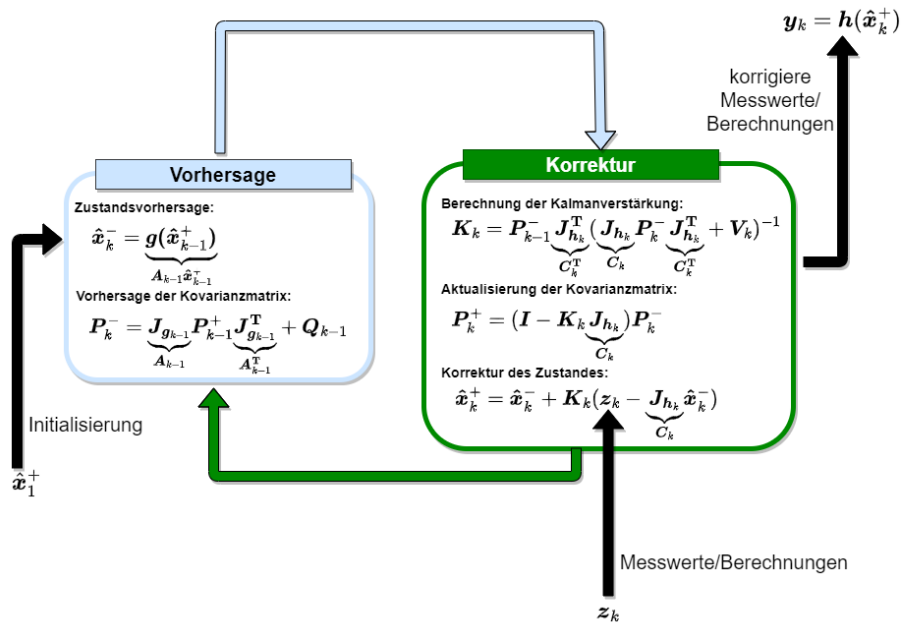


Abb. 5.2.: Ablauf des erweiterten Kalman Filters (EKF)

5.1.3. Unscented Kalman Filter

Der Unscented Kalman Filter (UKF) ist eine Erweiterung des klassischen Kalman Filters, die speziell für nichtlineare Systeme entwickelt wurde und wird anhand von [121–123]. Im Gegensatz zum Extended Kalman Filter (EKF), der eine lineare Approximation

durch eine Taylorreihenentwicklung erster Ordnung verwendet, basiert der UKF auf der „Unscented Transformation“, die die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zustandsraums besser erfasst. Dies ermöglicht eine genauere Vorhersage und Korrektur auch bei stark nichtlinearen Systemen.

Der UKF approximiert die Verteilung eines nichtlinearen Zustandsraumes, indem er eine Menge von Sigma-Punkten verwendet, die systematisch um den Mittelwert verteilt werden. Diese Sigma-Punkte werden durch das nichtlineare Systemmodell propagiert, und die resultierende Verteilung wird zur Berechnung des vorhergesagten Zustands und der zugehörigen Unsicherheit verwendet.

Der zentrale Gedanke hinter den Sigma-Punkten im Unscented Kalman Filter (UKF) besteht darin, die Verteilung eines Zustandsvektors in einem nichtlinearen System besser abzubilden als mit herkömmlichen linearen Approximationsmethoden, wie sie beispielsweise im Extended Kalman Filter (EKF) verwendet werden. Statt den nichtlinearen Zustand durch eine Taylor-Entwicklung zu approximieren, nutzt der UKF eine deterministische Methode, um repräsentative Punkte um den geschätzten Mittelwert des Zustands zu erzeugen. Diese Sigma-Punkte werden so ausgewählt, dass sie die statistischen Eigenschaften des Zustandsvektors, insbesondere den Mittelwert und die Kovarianz, exakt repräsentieren. Jeder Sigma-Punkt repräsentiert eine mögliche Realisierung des Zustands und wird durch die nichtlinearen Systemgleichungen transformiert. Auf diese Weise wird die Verteilung des Zustands nach der Transformation besser erfasst, als wenn man nur eine lineare Approximation verwenden würde. Der Vorteil der Sigma-Punkte liegt darin, dass sie es ermöglichen, nichtlineare Effekte zu erfassen, ohne die Notwendigkeit der Ableitung der Systemgleichungen. Dadurch wird die Vorhersage der Zustandsverteilung nach der Transformation genauer, was zu einer besseren Zustands- und Unsicherheitsabschätzung führt. Insgesamt bietet dieses Verfahren eine genauere und effizientere Möglichkeit, die Dynamik nichtlinearer Systeme zu beschreiben, insbesondere wenn die Dynamik oder die Messungen stark nichtlinear sind.

1. Sigma-Punkte Generierung:

Für die Durchführung werden $2n + 1$ Sigma-Punkte σ_{UKF}^+ aus dem aktuellen geschätzten Zustand $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ und der Kovarianzmatrix $\mathbf{P}_{k-1,i}^+$ generiert, wobei N_D die Anzahl der Dimensionen des Zustandsvektors ist:

$$\sigma_{\text{UKF},0,k-1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ , \quad (5.28)$$

$$\sigma_{\text{UKF},i,k-1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ + \sqrt{(N_D + \lambda_{\text{UKF}})\mathbf{P}_{k-1,i}^+} \quad \text{für} \quad i \in \{1, 2, \dots, N_D\} , \quad (5.29)$$

$$\sigma_{\text{UKF},i+N_D,k-1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ - \sqrt{(N_D + \lambda_{\text{UKF}})\mathbf{P}_{k-1,i}^+} \quad \text{für} \quad i \in \{1, 2, \dots, N_D\} . \quad (5.30)$$

Hierbei ist $\lambda_{\text{UKF}} = \alpha_{\text{UKF}}^2(n + \kappa_{\text{UKF}}) - N_D$, wobei α_{UKF} und κ_{UKF} Skalierungsparameter sind.

2. Vorhersage (a priori):

Die Sigma-Punkte werden durch die nichtlineare Systemgleichung \mathbf{g} propagiert:

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^- = \mathbf{g}(\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k-1}^+) \quad \text{für} \quad \mathbf{u}_k = 0} \quad (5.31)$$

und stellt auch schon den größten Vorteil des UKF dar, da hier die direkte Systemgleichung \mathbf{g} und keine Approximation für Nichtlinearitäten verwendet wird.

Der vorhergesagte Zustand $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ und die Kovarianzmatrix \mathbf{P}_k^- werden als gewichteter Mittelwert der transformierten Sigma-Punkte berechnet:

$$\boxed{\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^-} \quad (5.32)$$

$$\boxed{\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_{k-1}} \quad (5.33)$$

3. Korrektur (a posteriori):

Die Sigma-Punkte werden durch die Ausgangsgleichung \mathbf{h} propagiert:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+ = \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^-) \quad (5.34)$$

Der vorhergesagte Messwert $\hat{\mathbf{y}}_k$ und die Kovarianzmatrix \mathbf{P}_{zz} werden als gewichteter Mittelwert der transformierten Messungen berechnet:

$$\boxed{\hat{\mathbf{y}}_k = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+} \quad (5.35)$$

$$\boxed{\mathbf{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(v)} (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+ - \hat{\mathbf{y}}_k) (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+ - \hat{\mathbf{y}}_k)^{\mathbf{T}} + \mathbf{V}_k} \quad (5.36)$$

Die Mittelwertgewichtung $W_i^{(m)}$ und die Varianzgewichtung $W_i^{(v)}$ wird folgendermaßen berechnet:

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda_{\text{UKF}}}{n + \lambda_{\text{UKF}}}, \quad W_i^{(m)} = \frac{1}{2(n + \lambda_{\text{UKF}})} \quad \text{für } i \in \{1, 2, \dots, 2N_D\} \quad (5.37)$$

$$W_0^{(v)} = \frac{\lambda_{\text{UKF}}}{n + \lambda_{\text{UKF}}} + (1 - \alpha_{\text{UKF}}^2 + \beta_{\text{UKF}}), \quad W_i^{(v)} = \frac{1}{2(n + \lambda_{\text{UKF}})} \quad \text{für } i \in \{1, 2, \dots, 2N_D\} \quad (5.38)$$

Die Kreuzkovarianz zwischen dem Zustand und der Messung lautet:

$$\mathbf{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(v)} (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+ - \hat{\mathbf{y}}_k)^T . \quad (5.39)$$

Der Kalman-Gain \mathbf{K}_k wird berechnet als:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xy} \mathbf{P}_{yy}^{-1} . \quad (5.40)$$

Die aktualisierte Schätzung für den Zustand und die Kovarianzmatrix sind:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{y}}_k) = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \boldsymbol{\sigma}_{\text{UKF},i,k}^+ \right) , \quad (5.41)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{yy} \mathbf{K}_k^T . \quad (5.42)$$

Wie beim linearen und erweiterten Kalman-Filter, werden die Schritte 1.-3. entsprechend der Anzahl der Messergebnisse \mathbf{z}_k wie in Abb. 5.3 wiederholt.

Die Parameter α_{UKF} , κ_{UKF} und β_{UKF} steuern die Verteilung der Sigma-Punkte:

- α_{UKF} bestimmt die Ausbreitung der Sigma-Punkte um den Mittelwert (typischer Wert: $10^{-4} \leq \alpha_{\text{UKF}} \leq 1$) [124, 125],
- κ_{UKF} ist ein Sekundärskalierungsparameter (oft auf 0 oder $3 - n$ gesetzt) [125],
- β_{UKF} berücksichtigt das Vorwissen über die Verteilung des Zustands (für Gauß-Verteilungen ist $\beta_{\text{UKF}} = 2$) [124, 125].

In (5.29) und (5.30) soll eine Wurzel aus einer Matrix durchgeführt werden. Durch Cholesky-Zerlegung kann diese mathematische Operation durchgeführt werden und die beliebige quadratische Matrix in $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$ aufgeteilt, wobei \mathbf{L} eine untere Dreiecksmatrix darstellt. Voraussetzung dafür ist eine symmetrische und positiv definite Matrix \mathbf{A} , welches durch die Eigenschaft der Kovarianzmatrix gegeben ist ($\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ und $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ für $\mathbf{x} \neq 0$). Für die Diagonalelemente gilt

$$L_{ii} = \sqrt{A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik}^2} \quad (5.43)$$

und für die restlichen Elemente unterhalb der Diagonale gilt:

$$L_{ij} = \frac{A_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} L_{jk}}{L_{ii}} \quad \text{für} \quad i > j . \quad (5.44)$$

Somit kann die Cholesky-Zerlegung durch die Nulleinträge in der Dreiecksmatrix von der ersten Zeile bis zur letzten Zeile gut iterativ durchgeführt werden [126, 127].

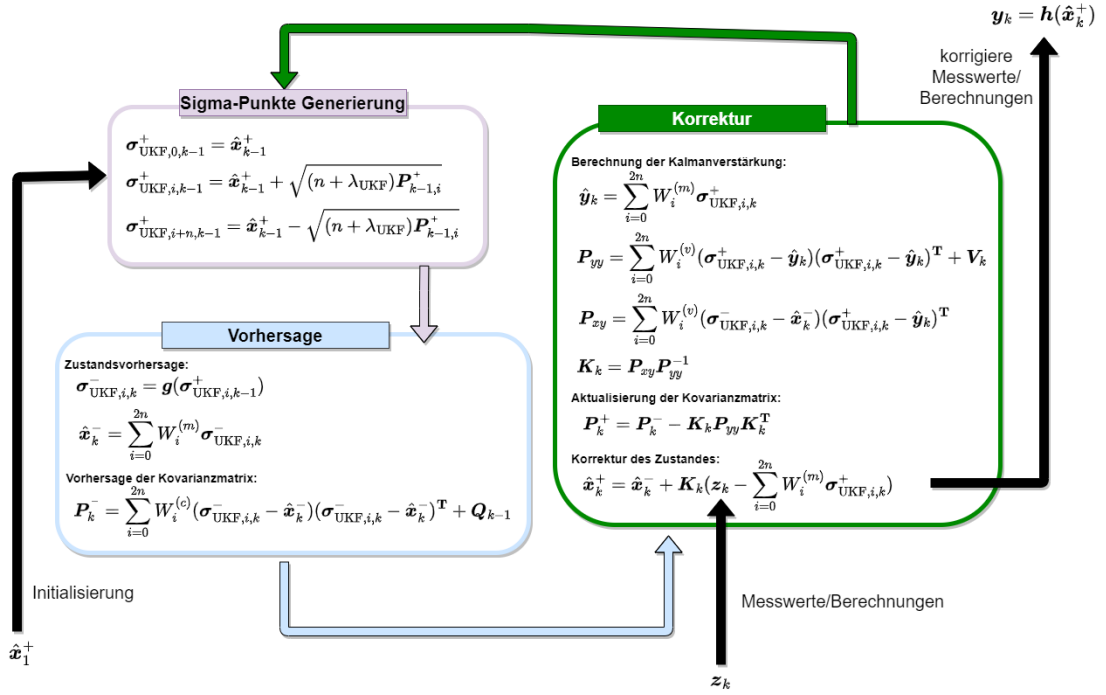


Abb. 5.3.: Ablauf des Unscented Kalman Filters (UKF)

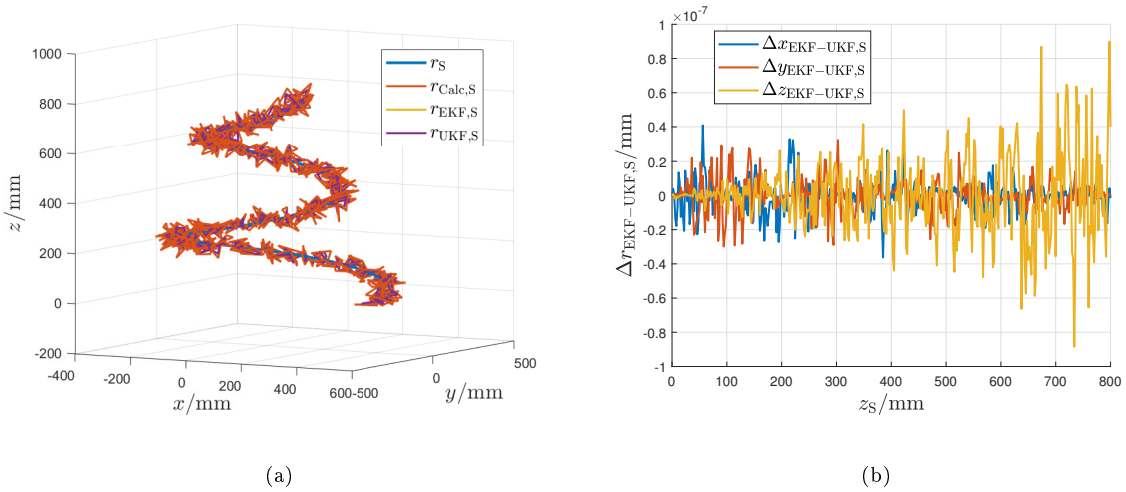


Abb. 5.4.: Vergleich der Ergebnisse zwischen einem EKF und einem UKF. Aufgrund des sehr ähnlichen Verlaufes ist in der rechten Abbildung die Differenz dargestellt.

Die Ergebnisse zwischen den EKF und UKF unterscheiden sich bei schwach nichtlinearen Verläufen (z.B. der betrachteten Spiralenform) nicht, da der grundlegende Algorithmus der gleiche ist. So sind in Abb. 5.4 die Ergebnisse aus $\Delta \mathbf{r}_{\text{UKF-EKF},S} = \Delta \mathbf{r}_{\text{UKF},S} - \Delta \mathbf{r}_{\text{EKF},S}$ (siehe Abb. 5.4(b)) nicht für ein Spiralenverlauf (siehe Abb. 5.4(a)) zu unterscheiden, da hier die Differenzen erst bei einer Skalierung von 10^{-8} sichtbar werden. Bei stark nichtlinearen Verläufen, wo die 1. Ordnung der Taylorreihe keine gewünschte Genauigkeit

erzielen kann, ist der UKF im klaren Vorteil. Nachteilig ist, dass allerdings beim UKF der Berechnungsaufwand höher als beim EKF ist [128–130].

Wenn also Genauigkeit und Robustheit bei nichtlinearen Modellen von größter Bedeutung sind, sind die Ergebnisse des UKF in der Regel besser. Bei einfacheren Systemen oder wenn die Berechnungseffizienz im Vordergrund steht, kann der EKF ausreichend und schneller sein. In dieser Arbeit sind somit die Ergebnisse eines EKF gleichzusetzen mit einem UKF, da stark nichtlineare Verläufe nicht betrachtet werden.

5.1.4. Weitere Arten

Es gibt eine Vielzahl von Kalman-Filter-Varianten, die für unterschiedliche Anwendungsfälle entwickelt wurden.

Der **Distributed Kalman-Filter (DKF)** wird in Sensornetzwerken oder verteilten Systemen eingesetzt, bei denen jeder Knoten einen lokalen Kalman-Filter ausführt und Informationen austauscht, um eine globale Schätzung zu verbessern. Er ist skalierbar und robust gegenüber Knoten-Ausfällen, jedoch anspruchsvoll hinsichtlich Kommunikation und Synchronisation [131].

Der **H ∞ -Filter** ist eine robuste Variante des Kalman-Filters, die keine Annahmen über die statistischen Eigenschaften des Rauschens trifft. Stattdessen minimiert er den maximal möglichen Fehler und ist robust gegenüber Modellunsicherheiten und nicht-gaußschen Rausche. [132].

Der **Dual Kalman-Filter** führt parallel zwei Kalman-Filter-Prozesse aus, einen zur Schätzung der Zustände und einen zur Schätzung der Systemparameter, was ihn besonders für adaptive Steuerung geeignet macht, jedoch auch die Berechnungszeit erhöht [133].

Der **Iterated Kalman-Filter (IKF)** verfeinert durch mehrere Iterationen die Genauigkeit bei nichtlinearen Systemen, erfordert jedoch mehr Rechenzeit und garantiert nicht immer Konvergenz [134].

Der **Federated Kalman-Filter** kombiniert mehrere lokale Kalman-Filter, um eine verbesserte globale Schätzung zu erhalten, was ihn in Sensornetzwerken besonders nützlich macht. Er benötigt jedoch eine präzise Synchronisation und hohe Rechenleistung [135].

Der **Robust Kalman-Filter (RKF)** ist für unsichere oder fehlerhafte Modellannahmen ausgelegt und bietet eine gute Leistung bei starken Modellabweichungen, erfordert jedoch einen höheren Rechenaufwand und ist weniger effizient in gut modellierten Systemen [136].

Zusätzlich gibt es noch den **Ensemble Kalman-Filter (EnKF)**, der auf Monte-Carlo-Simulationen basiert und Ensemble von Schätzungen verwendet, um die Unsicherheit zu approximieren. Er wird oft in großdimensionierten Systemen wie der Wettervorhersage eingesetzt, ist aber rechenaufwendig [137].

Zusammengefasst bieten diese Kalman-Filter-Varianten spezialisierte Ansätze für verschiedene Herausforderungen, wie numerische Stabilität, Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten und nichtlineare Systeme, allerdings oft auf Kosten von Komplexität und Rechenaufwand.

Der **Partikel-Filter (PF)**, welche als weitere Variante dargestellt werden kann, da beide auf Zustandsmodelle und auf frühere Messungen durch die Bayes'sche Wahrscheinlichkeitsrechnung $P(A | B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$ basieren, wird in Kapitel 5.2 betrachtet.

5.1.5. Anwendungen

Die bisherigen vorgestellten Kalman-Filter (LKF/KF, EKF/UKF) sollen nun anhand der Ergebnisse aus Kapitel 4 verwendet und deren Ergebnisse analysiert werden, um daraus die Eigenschaften und höhere Genauigkeiten zu ermöglichen.

5.1.5.1. Analytische Methode

In Unterkapitel 4.1.2.1 und 4.1.2.2 wurde die Gleichung (3.67) genutzt, um eine Datenbank in Form eines LUT zu entwerfen. Die ermittelten Gegeninduktivitätswerte aus CST Studio Suite[®] wurden dann entlang einer Gerade an der z -Achse benutzt, um die Orte der gesuchten Spule \mathbf{R}_S wiederherzustellen. Dabei waren die Verschiebungen durch $y_S = 100\text{ mm}$ und $x_S = 0\text{ mm}$ festgelegt. Aufgrund der unzureichenden Abtastung beim LUT entstand ein scheinbares Rauschen auf den Ergebnissen.

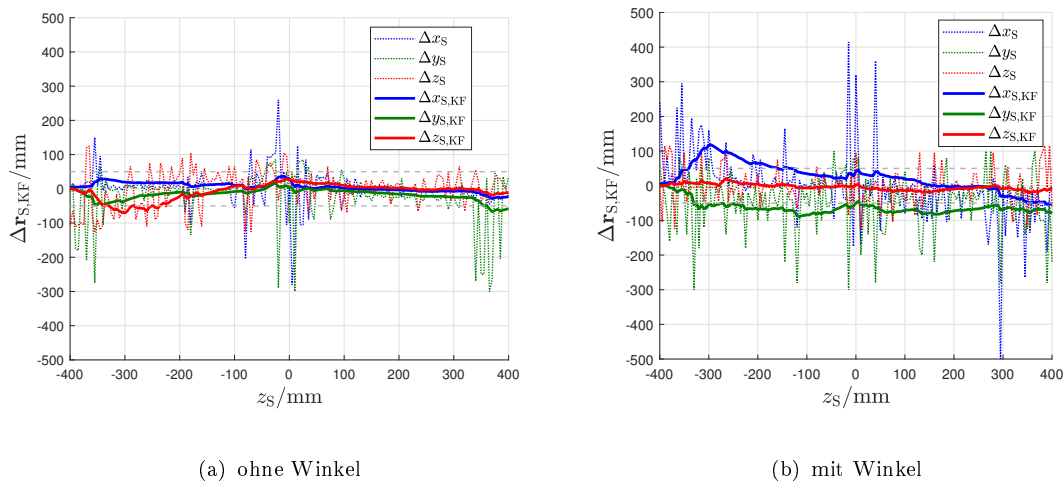


Abb. 5.5.: Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,KF}$ für die Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule entlang der z -Achse für $y_S = 100\text{ mm}$ und $x_S = 0\text{ mm}$ bei zusätzlicher Verwendung eines Kalman-Filters (KF) mit bekanntem Startwert

Um das Rauschen zu kompensieren wird in Abb. 5.5(a) ein linearer Kalman-Filter auf die Ergebnisse aus Abb. 4.25(a) angewendet. Dabei ist die Startposition als bekannt vorausgesetzt. Da die entsprechenden Parameter des Kalman-Filters von der Anzahl der Messungen, der Eigenschaft der Sensoren und der Dynamik der Messsysteme (Strömung etc.) abhängen, sind diese nicht als endgültig zu betrachten, sondern je nach Umgebung und Anforderung neu zu wählen.

Die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,KF}$ weisen deutlich bessere Ergebnisse auf, als ohne Kalman-Filter, wodurch die Verwendung eines Kalman-Filters bei verrauschten Werten empfohlen wird, allerdings bei systematischen Abweichungen (wie z.B. bei der Verhältnismethode in Kapitel 4.1.1) nicht sinnvoll ist.

In Abb. 5.5(b) wird ein linearer Kalman-Filter mit bekannten Startwerten verwendet für eine zusätzliche Berechnung der Ausrichtungswinkel α_S und β_S , um das numerische Rauschen durch CST, die Näherung der Gleichung 3.67 und der Abtastrate der LUT zu verringern. Hier ist ein großer Teil der Fehler außerhalb der gewünschten 5 cm Grenze

und stellt durch die zusätzlich geforderten hohen Rechenleistung keine gute Alternative zur induktiven Ortung dar.

5.1.5.2. Künstliches neuronales Netzwerk

Um die Ergebnisse des neuronalen Netzes aus dem Unterkapitel 4.1.3 zu verbessern wird ein erweiterter Kalman-Filter (EKF) hinter dem Ausgang des neuronalen Netzes gesetzt (siehe Abb. 5.6).

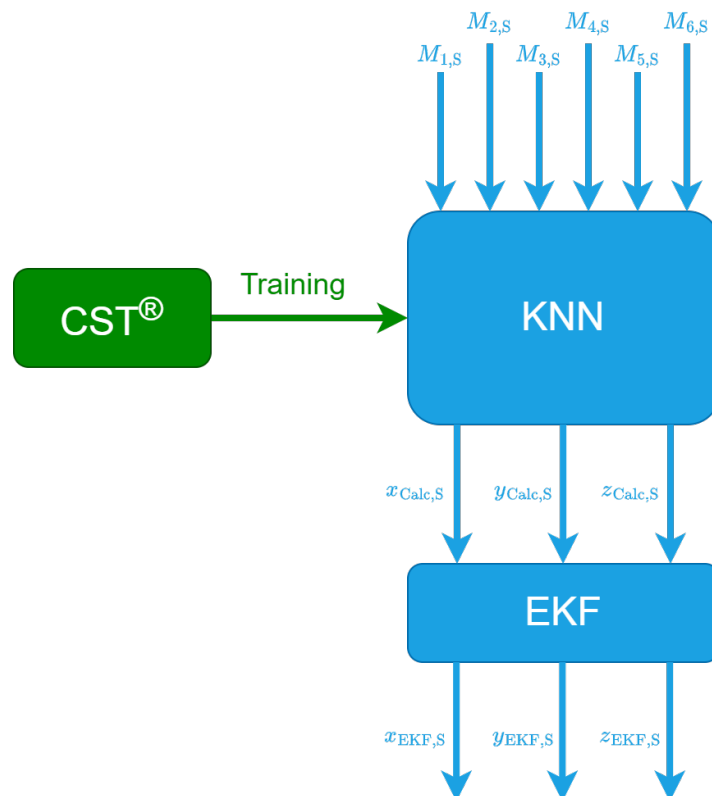


Abb. 5.6.: Aufbau des neuronalen netzwerkbasierten Systems mit EKF zur Ermittlung der Koordinaten der gesuchten Spule aus sechs Gegeninduktivitäten

Da der Verlauf der gesuchten Spule durch den Spiralenpfad nicht linear ist, wird nun der erweiterte Kalman-Filter (EKF) genutzt. Der EKF besitzt die Startwerte der gesuchten Spule und weiß, dass es sich um einen spiralförmigen Verlauf handelt, wobei allerdings alle Parameter der Spirale variabel sind. Abbildungen 5.7(a) und 5.7(b) zeigen die Ergebnisse nach einem EKF für den Fall, dass nur die Ortskoordinaten unbekannt und die Ausrichtungen bekannt sind. Hier sind die Ergebnisse besser und zeigen sich deutlich geglättet. Die Vorgabe zur Orientierung mit der Genauigkeit von 5 cm ist hier erfüllt.

Für den Fall, dass auch die Ausrichtungen (α_S und β_S) für die gesuchte Spule unbekannt sind, wird auch hier in Abb. 5.8(a) und 5.8(b) ein EKF genutzt, um das Ergebnis zu verbessern. Hier entsteht ebenfalls eine deutliche Verbesserung der Ergebnisse, wodurch sich alle der berechneten Ortskoordinaten innerhalb der gewünschten 5 cm Grenze befinden.

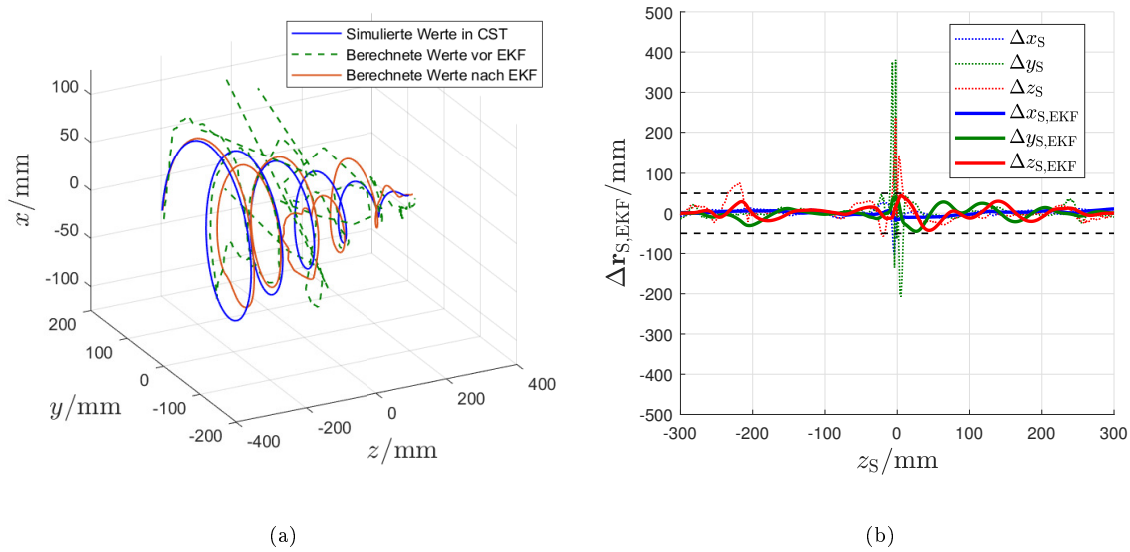


Abb. 5.7.: Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,EKF}$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes nach einem EKF ohne Berücksichtigung der Ausrichtung von S (Bekannt: α_S und β_S)

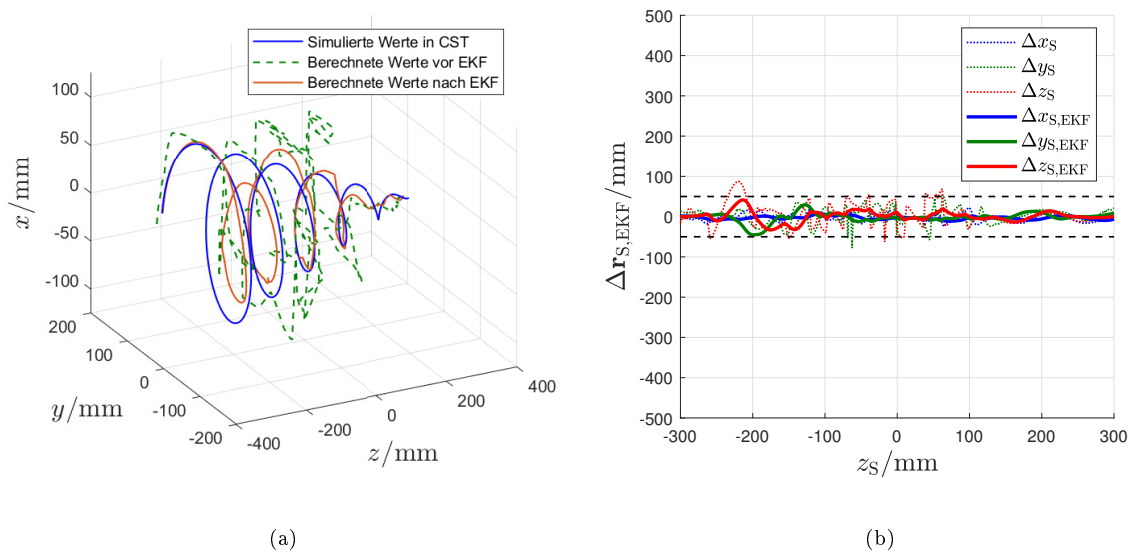


Abb. 5.8.: Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,EKF}$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes nach einem EKF mit Berücksichtigung der Ausrichtung von S (Unbekannt: α_S und β_S)

Somit ist eine Berechnung der Ortskoordinaten der gesuchten Spule durch neuronale Netze möglich und erfüllt die vorgegebenen Bedingungen. Zusätzlich werden Effekte wie die Beeinflussung der Ortungsspule untereinander und elektrische Felder je nach Training des neuronalen Netzes auch durch das neuronale Netz berücksichtigt. Das neuronale Netz ist auch für jede Art von Ortungsspulen anwendbar, solange es entsprechend trainiert wurde. Allerdings muss für jede neue Anordnung des Messsystems ein neues neuronales Netz konstruiert werden, welches je nach Bedarf der Trainingsdaten zeitaufwendig werden kann. Eine Ergänzung durch einen Kalman-Filter bzw. erweiterten Kalman-Filter ist

zu empfehlen, da dieser die Ergebnisse des neuronalen Netzes durch die normalverteilten Fehler verbessert. Damit der Kalman-Filter ein gutes Ergebnis liefert, müssen Kenntnisse über das Bewegungsprofil der gesuchten Spule im Medium vorhanden sein oder zusätzliche Messwerte von der gesuchten Spule in den Filter einfließen (z.B. Beschleunigung, Geschwindigkeit).

5.1.5.3. Einfluss von leitfähigen Umgebungen auf die Ortungsalgorithmen

In Kapitel 4.3.1 wurde der Einfluss von Materialien auf die Gegeninduktivität untersucht. Um diese Einflüsse auf die Ortungsergebnisse zu bewerten, wurde ein Ortungssystem (siehe Abb. 4.1) für die jeweilige Materialumgebung implementiert. Die dadurch beeinflusste Ermittlung der Gegeninduktivität wird dann mit Hilfe des erweiterten Kalman-Filters (EKF) in das neuronale Netz gegeben, so dass daraus die Koordinaten berechnet und die räumlichen Abweichungen aufgrund der Materialeinflüsse bewertet werden kann. Der Verlauf der gesuchten Spule S entspricht dem gleichen Spiralverlauf wie in Abb. 4.37(a).

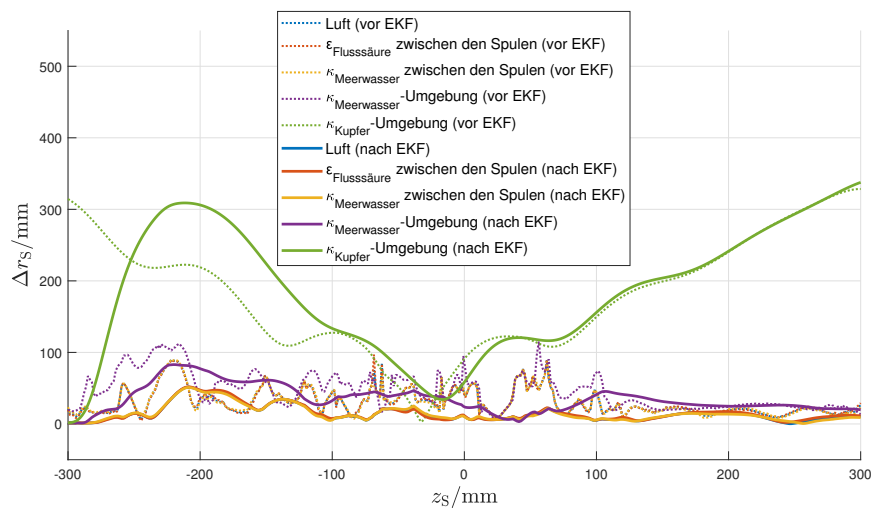


Abb. 5.9.: Absoluter Ortungsfehler durch die ANN und den EKF bei unterschiedlichen Materialeinflüssen

Abb. 5.9 zeigt die unterschiedlichen absoluten Fehler als Fehlerradius Δr_s , die vom neuronalen Netz ausgehen und dann durch den EKF nachbearbeitet wurden. Hier bestätigt sich erneut, dass der Einfluss der Permittivität (Fluss säure) nicht relevant ist. Auch der Einfluss von Meerwasser im Ortungsraum (zwischen den Spulen) hat nur einen geringen Einfluss. Wenn die Spulen vollständig von Meerwasser umgeben sind, ist der Einfluss größer, aber immer noch gering im Vergleich zum allgemeinen Fehler. Nur die unrealistische Verwendung von Kupfer in der gesamten Umgebung der Ortungsstruktur führt zu einem sehr großen Fehler, wobei in der Mitte ($z_s = 0$ mm) der Ortungsalgorithmus wieder deutlich bessere Ergebnisse liefert, da vermutlich alle Gegeninduktivitäten nahezu gleich sind.

Abb. 5.10 zeigt als Ergänzung den reinen Fehler aufgrund der Materialeinflüsse, der unabhängig von Abweichungen durch das neuronale Netzwerk ist.

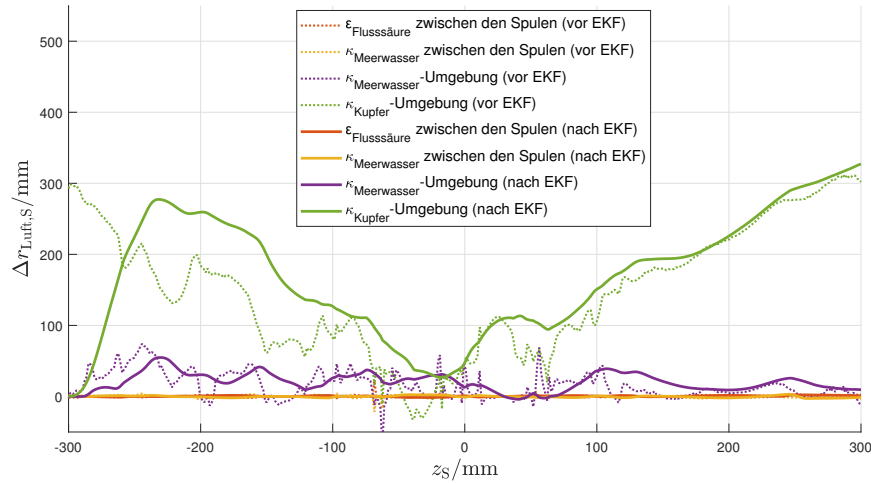


Abb. 5.10.: Absoluter Ortungsfehler zur Differenz des Ortungsfehlers für Luft durch das ANN und den EKF unter verschiedenen Materialeinflüssen

5.2. Partikel-Filter

5.2.1. Theorie

Der Partikel-Filter (PF) ist eine Verallgemeinerung des Kalman-Filters, der für nicht-lineare und nicht-normalverteilte Systeme verwendet wird. Dieser stellt eine flexible und leistungsfähige Alternative dar, da er keinerlei Annahmen über die Linearität des Systems oder die Verteilung der Störgrößen erfordert. Der Partikel-Filter verwendet eine Monte-Carlo-Simulation², um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände zu approximieren. Er nutzt eine Menge von Partikeln (diskrete Stichproben), um komplexe und mehrdimensionale Verteilungen zu repräsentieren. Durch wiederholte Gewichtung und Resampling der Partikel kann der Partikel-Filter auch in hochgradig nichtlinearen und verrauschten Umgebungen präzise Schätzungen liefern. Im Gegensatz zum linearen und erweiterten Kalman-Filter basiert der Partikel-Filter wie der UKF auf der direkten Berechnung und Approximation von Wahrscheinlichkeitsdichten, was ihn besonders für Systeme mit stark nicht-Gauss'schem Verhalten geeignet macht [115, 138–141].

0. Initialisierung der Partikel:

Ziel des Partikel-Filters ist es durch eine hohe Anzahl von Partikel N_{PF} mit deren Gewichten \mathbf{w}_k die Verteilungsdichtefunktion $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)$ aus (5.4) zu approximieren, sodass der gesuchte Erwartungswert $E[\mathbf{x}_k]$ des Zustandes anhand der einzelnen Zustände der Partikel $\mathbf{x}_{\text{PF},i,k}$ durch

$$E[\mathbf{x}_k] = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k) \mathbf{x}_k d\mathbf{x}_k \approx \sum_{i=1}^{N_{\text{PF}}} w_{i,k} \mathbf{x}_{\text{PF},i,k} \quad (5.45)$$

mit den Bedingungen $w_{i,k} \in [0, 1]$ und $\sum_{i=1}^{N_{\text{PF}}} w_{i,k} = 1$ berechnet werden kann [115]. Für

²Numerische Methode um komplexe mathematische Probleme durch Zufallsstichproben zu approximieren. Sie basiert auf der wiederholten Durchführung von Zufallsexperimenten, um die Verteilung möglicher Ergebnisse eines Systems zu analysieren. Monte-Carlo-Simulationen eignen sich besonders für Probleme, die analytisch schwer lösbar sind.

die Initialwerte des Zustände der Partikel werden oft Verteilung wie die Normalverteilung $\mathcal{N}_{\text{Zufall}}$ um die Startwerten mit der Varianz des Prozessrauschens \mathbf{Q}_k und eine gleichmäßige Gewichtung gewählt:

$$\boxed{\mathbf{x}_{\text{PF},i,1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \mathbf{q}_1)} \quad , \quad (5.46)$$

$$\boxed{w_{i,1} = \frac{1}{N_{\text{PF}}}} \quad . \quad (5.47)$$

Abb. 5.11(a) zeigt eine solche Initialisierung um den ersten Messwert bei $\mathbf{z}_1 \approx (406 \ 1 \ 42)^T \text{ mm}$ bei einer Normalverteilung und noch gleichen Gewichtungen.

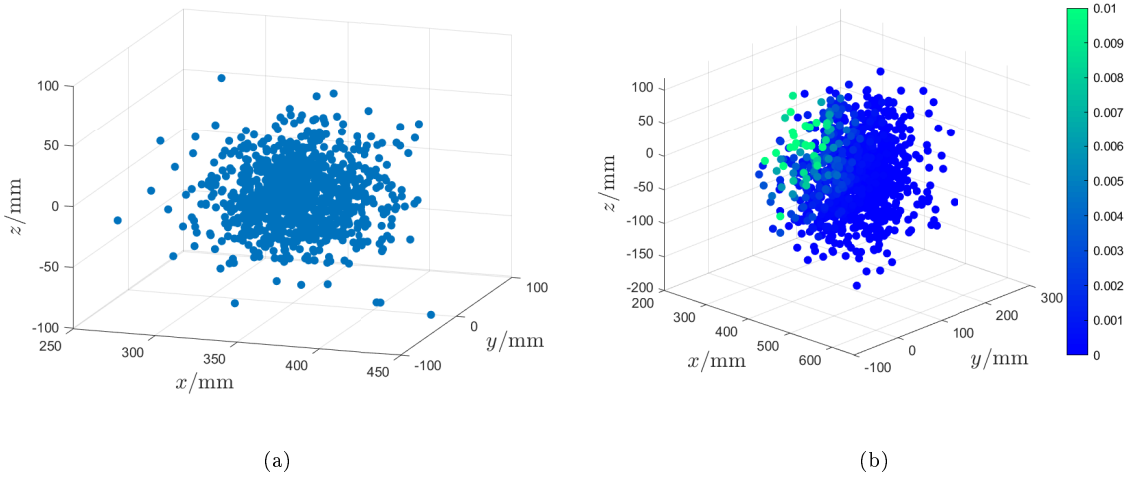


Abb. 5.11.: Links: Initiale und gleiche Gewichtung aller Partikel; Rechts: Gewichtung der Partikel während des Prozesses zur Berechnung der Position

1. Vorhersage:

Die Zustandsgleichungen des PF ist wie beim EKF und UKF aufgebaut:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{q}_{k-1} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (5.49)$$

und der Ablauf verläuft auch hier ähnlich. Mit beispielsweise einer Normalverteilung wird hier der Zustand durch die Partikel mit

$$\boxed{\mathbf{x}_{\text{PF},i,k}^- = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{\text{PF},i,k-1}^+) + \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \mathbf{q}_{k-1})} \quad (5.50)$$

aktualisiert. Hier ist die korrekte Wahl des Prozessrauschens \mathbf{q}_{k-1} bzw. \mathbf{Q}_{k-1} zu wählen. Eine zu geringe Wahl würde nur einen zu kleinen Bereich abdecken und ein zu großer Wert wäre bei unzureichender Anzahl von Partikeln zu ungenau.

Durch

$$\hat{\mathbf{y}}_{i,k} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{\text{PF},i,k}) \quad (5.51)$$

wird auch hier der vorhergesagte Messwert $\hat{\mathbf{y}}_{i,k}$ der jeweiligen Partikel berechnet.

2. Gewichts Anpassung:

Um die Zustände der einzelnen Partikel zu bewerten, wird aus (5.4) die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ durch die Likelihood-Funktion genutzt. Die Likelihood-Funktion soll somit neue Gewichtungen für die Partikel berechnen.

Für die Likelihood-Funktion wird nach [142] die Normalverteilung $\mathcal{N}(x, \mu, \sigma)$ genutzt, sodass

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) &= \mathcal{N}(\mathbf{z}_k, \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i,k}), \mathbf{v}_k) \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{N_D} |\mathbf{V}_k|}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i,k}))\mathbf{V}_k^{-1}(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i,k}))^T} \end{aligned} \quad (5.52)$$

für N_D Dimensionen gilt. Die Bewertung wird somit aus der Differenz zwischen den gemessenen Wert \mathbf{z}_k und den vorhergesagte Messwert $\hat{\mathbf{y}}_{i,k} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i,k})$ der jeweiligen Partikel unter Berücksichtigung des Messrauschen \mathbf{v}_k gemacht. Die Gewichtungen werden dann durch diesen Ansatz durch

$$w_{0,i,k} = \mathcal{N}(\mathbf{z}_k, \mathbf{h}(\mathbf{x}_{\text{PF},i,k}^-), \mathbf{v}_k) \quad (5.53)$$

berechnet. Andere Bewertungsfunktionen sind allerdings auch denkbar [142].

Damit die Bedingungen für die Gewichte gelten, werden diese nun durch folgende Berechnung

$$w_{i,k} = \frac{w_{0,i,k}}{\sum_{i=1}^{N_{\text{PF}}} w_{0,i,k}} \quad (5.54)$$

normiert, damit die Summe der Gewichte 1 ist. Eine mögliche Gewichtung der Partikel ist in Abb. 5.11(b) dargestellt.

3. Neuverteilung der Partikel:

Die Gewichtungen $w_{i,k}$ werden nun verwendet, um den aktuellen Zustand und somit den Ort der gesuchten Spule zu schätzen. Für diese Auswertung existieren unterschiedliche Algorithmen, welche ihre Vor- und Nachteile haben. Aus [143] empfiehlt sich das systematische Neuziehen (engl. Systematic resampling), wo N_{PF} zufällige Partikel ausgewählt werden. Diese zufällige Wahl wird durch die Gewichtungen $w_{i,k}$ beeinflusst und der gleiche Partikel kann mehrfach ausgewählt werden (d.h. mit Zurücklegen!). Aus diesen ausgewählten Partikeln $\mathbf{x}_{\text{PF},i,k}^+$ wird dann durch eine Mittelwertberechnung der geschätzte

Zustand $\hat{\mathbf{x}}_k$ durch

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \frac{1}{N_{\text{PF}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{PF}}} \mathbf{x}_{\text{PF},i,k}^+ \quad (5.55)$$

berechnet. Die ausgewählten Partikel stellen dann auch die neuen Partikel dar. Die Partikel mit geringem Gewicht (schlechten) werden somit entfernt, und die Partikel mit hohem Gewicht (guten) werden vervielfacht. Dies verbessert die Schätzung, indem mehr Ressourcen auf die relevanten Zustandsregionen konzentriert werden.

Der Algorithmus des Partikel-Filters wiederholt sich entsprechend der Messwerte dann von Schritten 1. bis 3. und ist kompakt in Abb. 5.12 dargestellt.

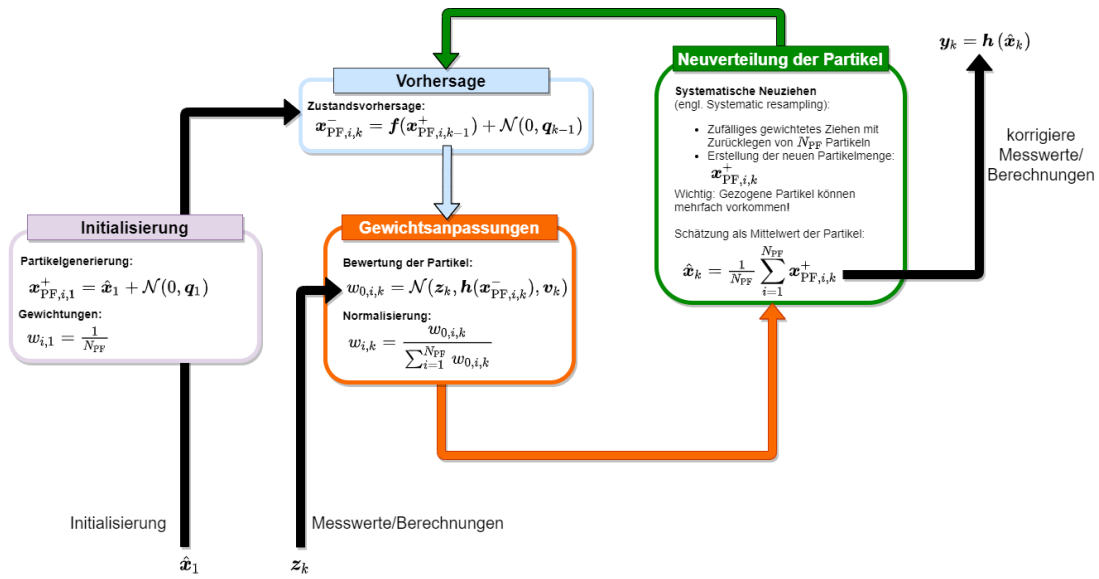


Abb. 5.12.: Ablauf des Partikel-Filters mit systematischen Neuziehen

Die Anzahl der Partikel N_{PF} im Partikel-Filters hat einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Schätzung. Eine größere Anzahl von Partikeln führt in der Regel zu einer besseren Annäherung an die tatsächliche Zustandsverteilung, da mehr Partikel die Möglichkeit bieten, die Verteilung feiner und detaillierter zu repräsentieren. Das bedeutet, dass der Filter mit mehr Partikeln genauer in der Lage ist, auch komplexe Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu approximieren, insbesondere in stark nichtlinearen Szenarien. Wenn jedoch die Anzahl der Partikel zu gering ist, besteht die Gefahr, dass der Filter nicht ausreichend verschiedene Zustände berücksichtigt. In diesem Fall könnten wichtige Regionen des Zustandsraums unterrepräsentiert sein, was zu ungenauen Schätzungen führt. Insbesondere nach dem Resampling können sich bei einer geringen Partikelanzahl nur wenige Partikel mit hohen Gewichten durchsetzen, was zu einer schlechten Abdeckung des gesamten Zustandsraums führt. Allerdings bringt eine größere Anzahl von Partikeln auch erhöhte Rechenkosten mit sich. Der Partikel-Filter erfordert für jeden Partikel das Simulieren des Systemmodells sowie die Berechnung der Gewichte und des Resamplings, sodass die Rechenlast linear mit der Partikelanzahl zunimmt. Es gilt daher, einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand zu

finden. In der Praxis wird die Anzahl der Partikel oft anhand der Komplexität des Modells und der verfügbaren Rechenressourcen gewählt.

Für verschiedene SNR-Werte wurde in Abb. 5.13 die Abhängigkeit der Partikelanzahl N_{PF} untersucht, indem die Abweichung vom realen Wert als Varianz berechnet wurde. Hier bestätigen sich die Angaben, aber zeigen auch, dass die Genauigkeit durch das SNR begrenzt wird und eine weitere Erhöhung der Partikel kein Effekt zeigt.

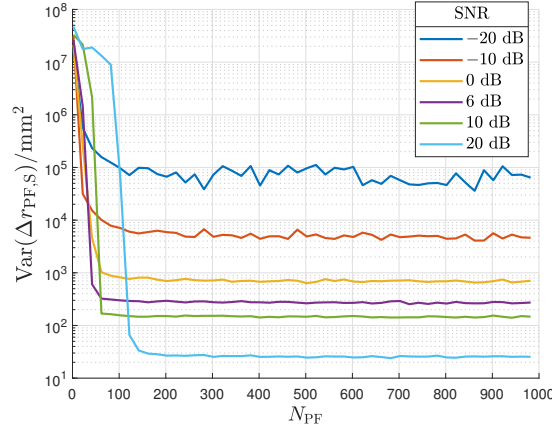


Abb. 5.13.: Einfluss der Anzahl der Partikeln bei unterschiedlichen SNR's auf die Fehlervarianz bei der Ortung

5.2.2. Vergleich mit dem Kalman-Filter

Im Folgenden soll nun der Partikel-Filter mit den Kalman-Filter verglichen werden. Dazu wird der typische Verlauf einer Spirale, welche in der Mitte zusammenläuft, aus Abb. 5.14(a) genutzt. Um reale Einflüsse zu betrachten wird ein normalverteiltes Rauschen zu den Koordinaten wie in (4.34) durch $\mathbf{r}_{\text{Calc},S,k} = \mathbf{r}_{S,k} + \mathbf{n}_k$ bei SNR = 0 dB dazugegeben, um den Effekt des Zustandsschätzers darzustellen. Als Startwert wurde bei allen Filter der erste verrauschte Messwert $\mathbf{r}_{\text{Filter},S,1} = \mathbf{r}_{\text{Calc},S,1}$ gewählt. Als System- und Messmatrix/-funktion wurden keine Kenntnisse über den Verlauf implementiert, welche allerdings zu besseren Ergebnissen führen können.

Die Signalleistung der Spirale wird durch

$$P_{\text{Signal}} = \sigma_{\text{Signal}}^2 = \frac{1}{N_{\text{Mess}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{Mess}}} r_{S,i}^2 \quad \text{mit} \quad r_{S,i}^2 = x_{S,i}^2 + y_{S,i}^2 + z_{S,i}^2 \quad (5.56)$$

berechnet, wobei das Rauschen durch das gewählte SNR folgendermaßen berechnet wird:

$$\mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} n_{x,k} \\ n_{y,k} \\ n_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \sigma_n^2) \\ \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \sigma_n^2) \\ \mathcal{N}_{\text{Zufall}}(0, \sigma_n^2) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \sigma_n^2 = P_{\text{Rauschen}} = \frac{P_{\text{Signal}}}{10^{\frac{\text{SNR}}{10}}}. \quad (5.57)$$

In Abb. 5.14(b) ist durch $\Delta \mathbf{r}_{\text{Calc},S}$ die verrauschte Abweichung zur realen Position der gesuchten Spule S gegeben. Es zeigt, dass die Abweichungen zwischen den Kalman-Filtern

und den Partikel-Filter sehr ähnlich sind und sich kaum unterscheiden. Der EKF und UKF sind hier scheinbar deckungsgleich, welches auch schon in Abb. 5.4 gezeigt wurde.

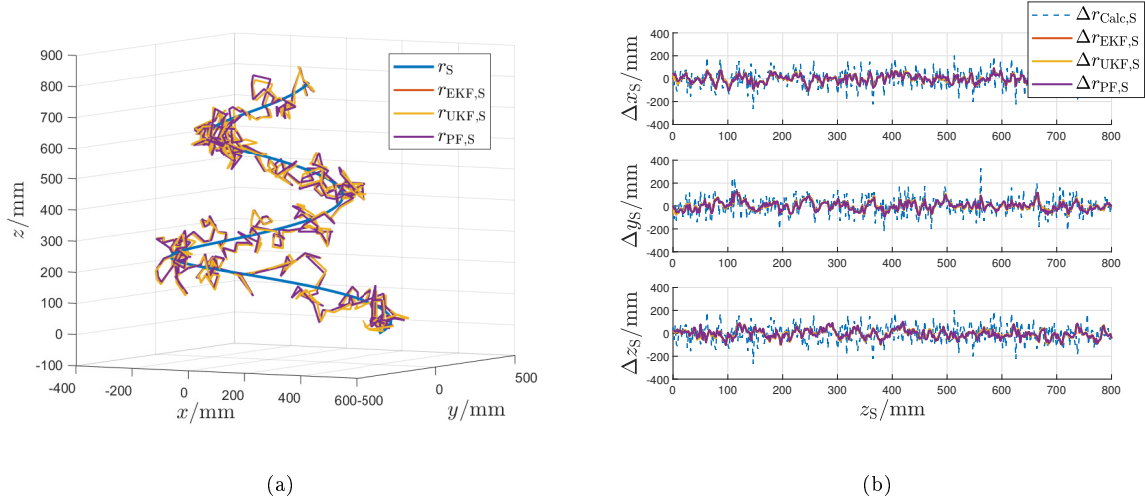


Abb. 5.14.: Verlauf der gesuchten Spule (blau) und deren Abweichungen zum realen Wert \mathbf{r}_S für verschiedene Filterarten bei SNR = 0 dB

Sogar die gesamte Abweichung in Abb. 5.15(a) zeigt nur geringe Differenzen zwischen den Filtern. Die Differenz der Ergebnisse zwischen PF und UKF in Abb. 5.15(b) ist hier sehr gering.

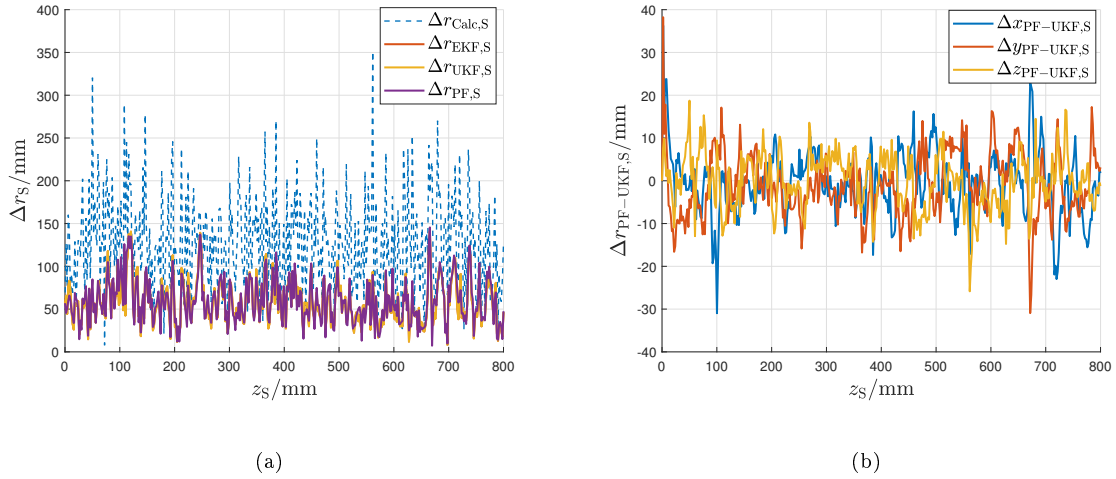


Abb. 5.15.: Links: Absolute Abweichung der jeweiligen Filter; Rechts: Differenz der Ergebnisse zwischen Partikelfilter und UKF

Um den Gewinn durch den Einsatz von Zustandsschätzern zu zeigen, wurde nun in Abb. 5.16(a) und in Abb. 5.16(b) ein SNR = -20 dB gewählt. Sogar bei solch starken Rauschwerten, können die Ergebnisse noch gut gefiltert werden, wobei die Ergebnisse sich nochmal verbessern könnten wenn zusätzliche Informationen durch die System- und Messmatrix/-funktion bereitgestellt werden würde.

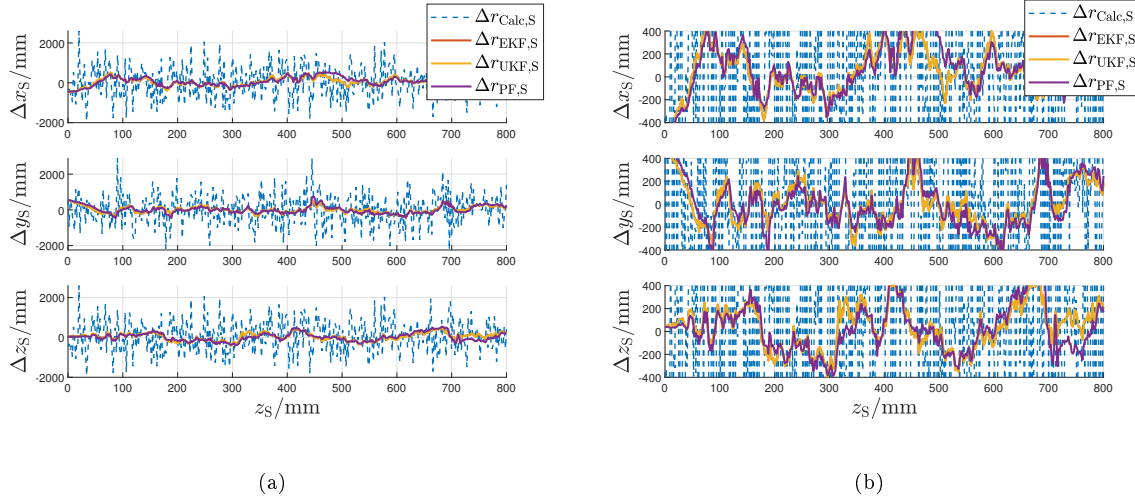


Abb. 5.16.: Abweichungen der verschiedenen Filterarten für $\text{SNR} = -20 \text{ dB}$ bei verschiedenen Achsenskalierungen

Der große Unterschied zwischen den Partikel-Filter und den Kalman-Filtern ist, dass der Partikel-Filter durch die Verwendung von lokalen Partikeln, welche sich um den vermutenden Zustand versammeln. Die Kalman-Filter nutzen dieses Verfahren nicht und agieren globaler. Um diesen Unterschied zu verdeutlichen wurde in Abb. 5.17(a) ein sehr falscher Startwert von $\mathbf{r}_{\text{PF},S,1} = \mathbf{r}_{\text{UKF},S,1} = \mathbf{r}_{\text{EKF},S,1} = (4 \ 4 \ 4)^T \text{ m}$ gewählt. Anhand der Abweichung in Abb. 5.17(b) ist erkennbar, dass sich die Kalman-Filter sehr schnell anpassen und direkt die gesuchte Spiralenform durch die weiteren Messwerte finden. Der Partikel-Filter ist allerdings auf seine Partikel im Raum beschränkt, welche sich weit entfernt gebildet haben. Dadurch werden diverse falsche Schätzungen gemacht und der PF benötigt einige Messwerte bis er den Spiralenverlauf findet. Die Ergebnisse danach sind wieder ähnlich zu den Kalman-Filtern. Durch eine Erhöhung der Partikelanzahl N_{PF} und des Prozessrauschens \mathbf{q}_k kann diesen Effekt entgegengewirkt werden. Wenn allerdings eine gleiche Genauigkeit angezielt werden soll, entsteht ein deutlich höherer Rechenbedarf.

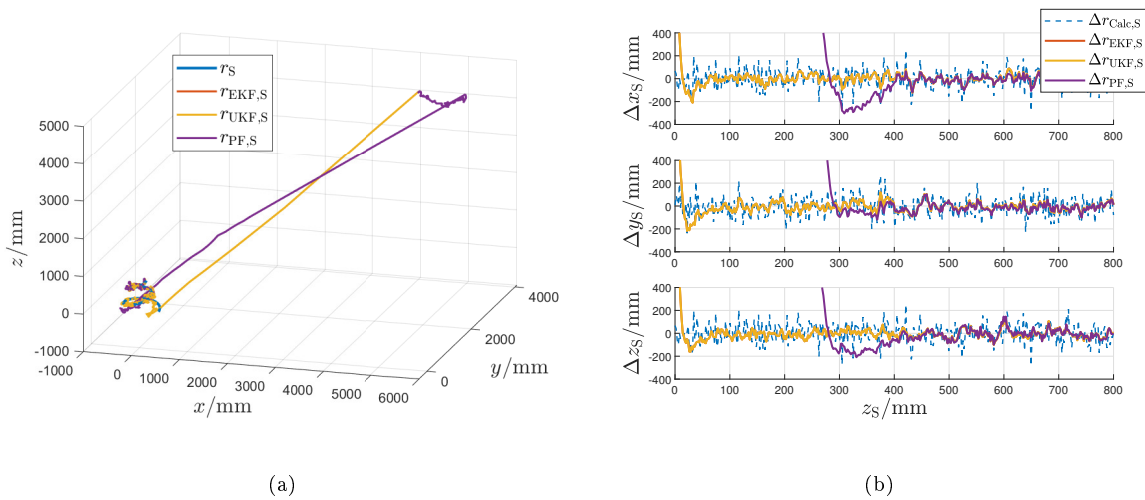


Abb. 5.17.: Vergleich zwischen den Kalman-Filtern und den Partikelfilter bei sehr falschen Startwerten $\mathbf{r}_{\text{PF},S,1} = \mathbf{r}_{\text{UKF},S,1} = \mathbf{r}_{\text{EKF},S,1} = (4 \ 4 \ 4)^T \text{ m}$

Nun sollten die Ergebnisse der beiden Kalman-Filter (EKF und UKF) und des Parti-

kelfilters mit der Anzahl der Messwerte N_{Mess} verglichen werden. Dazu wird der gleiche Verlauf mit $N_{\text{Mess}} = 4000$ in Abb. 5.18 für ein $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ und $\text{SNR} = -20 \text{ dB}$ gewählt und der Fehlerabweichung Δr_S als Bewertungskriterium genutzt. Um die gleichen vorauschten Messwerte zu erhalten, werden bei $N_{\text{Mess}} = 40$ nur jeder hunderste Wert und bei $N_{\text{Mess}} = 400$ nur jeder zehnte Wert verwendet. In Abb. 5.18 zeigt sich, dass bei wenigen Messwerten der UKF und EKF bessere Ergebnisse bei $N_{\text{Mess}} = 40$ liefert, da dieser wie in Abb. 5.17 besser auf starke Veränderungen durch wenig Werte reagieren kann. Bei einer höheren Anzahl von Messwerten sind die Ergebnisse zwischen allen Filtern sehr ähnlich.

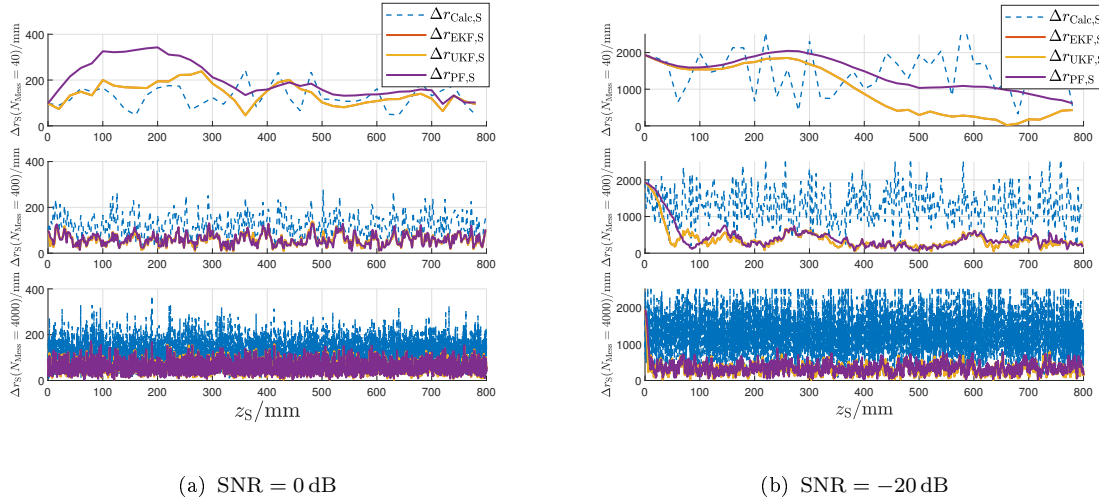


Abb. 5.18.: Abweichungen der verschiedenen Filterarten für $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ und $\text{SNR} = -20 \text{ dB}$ bei verschiedenen Anzahl von Messwerten N_{Mess}

Durch unterschiedlichen Algorithmen der Zustandsschätzer haben ebenfalls andere Komplexität, welche jedoch auch mit der Funktionalität (z.B. Berücksichtigung von starker Nichtlinearität oder nicht normalverteilten Abweichungen) steigt. Diese höhere Komplexität spiegelt sich in der Berechnungsdauer der Filter wieder. In Tab. 5.1 sind für die gleichen Messwerte die durchschnittliche Berechnungszeit T_{Filter} für ein Messwert dargestellt, welche in MATLAB bei einem Intel i7-10700K CPU durchgeführt wurden. Hier zeigt sich, dass der EKF aufgrund der geringsten Komplexität das schnellste Verfahren ist. Der UKF als Erweiterung des EKF erfordert mehr Berechnungszeit, aber kann dafür für jede nichtlineare Funktion verwendet werden. Der Partikelfilter, welche in der Theorie mit jede Art von Fehlerverteilungen umgehen kann, hat dass die höchsten Rechenbedarf. Dieser ist allerdings stark von der Anzahl der Partikel N_{PF} abhängig. Die Zeitwerte sind in der Realität so gering, dass es bei einem Messwert vernachlässigt werden kann, wenn allerdings sehr viele Messwerte gefiltert werden müssen, die Rechenkapazität begrenzt ist oder der Algorithmus ein Teil von anderen kritischen Berechnungsverfahren ist, ist die Fall des geeigneten Zustandsschätzer unter Berücksichtigung der zu erwartenden Ergebnisse wichtig. Um den verschiedenen Filter weiter zu bewerten, wurde der Parameter $\Delta \text{SNR}_{\text{Filter}, \text{SNR}_{\text{vorher}}} = \text{SNR}_{\text{Filter}} - \text{SNR}_{\text{vorher}}$ eingeführt, welcher die SNR-Änderung für die jeweiligen *Filter* berechnet. Hier zeigt der PF bei $N_{\text{PF}} = 10000$ knapp die besten Ergebnisse, wobei EKF und UKF ähnliche Verbesserungen hat. Hierbei ist anzumerken, dass diese Ergebnisse nur für den Spiralenverlauf mit zufälligen Rauschen und somit ein schwach nichtlineares Problem gilt und keine Informationen bei den Filtern über der Bewegungsgleichung ermittelt wurde. Je nach Problemstellung und Informationsübergang

be können UKF und die PF noch bessere Ergebnisse erzielen. Es ist erkennbar, dass die Wirkung der Filter bei geringen SNR bessere Ergebnisse liefert, als bei schwachen Rauschwirkungen.

Filter	EKF	UKF	PF ($N_{PF} = 100$)	PF ($N_{PF} = 1000$)	PF ($N_{PF} = 10000$)
T_{Filter}	6,7540 μ s	74,208 μ s	121,166 μ s	389,999 μ s	2625,384 μ s
T_{Filter}/T_{EKF}	1	10,9873	18,013	57,7424	388,7154
$\Delta SNR_{Filter, 20 \text{ dB}}$	3,5638 dB	3,5638 dB	3,2171 dB	3,5637 dB	3,5670 dB
$\Delta SNR_{Filter, 0 \text{ dB}}$	10,0681 dB	10,0681 dB	7,8963 dB	9,8003 dB	10,1797 dB
$\Delta SNR_{Filter, -20 \text{ dB}}$	14,3824 dB	14,3824 dB	7,2181 dB	14,3809 dB	14,6546 dB

Tab. 5.1.: Durchschnittliche Rechenzeit T_{Filter} der unterschiedlichen Zustandsschätzer (und im Vergleich zum EKF) bei einem Intel i7-10700K CPU und der jeweiligen SNR-Verbesserungen

Bisher wurde angenommen, dass das Rauschen eine Normalverteilung \mathcal{N}_{Zufall} besitzt. Im Folgenden soll nun geprüft werden, wie die Fehler sich bei einer zufälligen Gleichverteilung \mathcal{U}_{Zufall} verhalten und ob weiterhin die Zustandsschätzer die Abweichung minimieren können. Da bisher für die Erstellung des Rauschens das SNR genutzt wurde, muss nun festgestellt werden, welche Grenzen die mittelwertfreie zufällige Gleichverteilung $\mathcal{U}_{Zufall}(-a, a)$ (siehe (4.12)) mit den Grenzen $\pm a$ bei einer Rauschvarianz von σ_n^2 besitzt:

$$\begin{aligned} \text{Var}(x) &= E[(x - \mu_x)^2] = E[x^2] - 2\mu_x E[x] + \mu_x^2 \stackrel{\mu_x=0}{=} E[x^2] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \stackrel{p(x)=\mathcal{U}_{Zufall}(-a,a)}{=} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a x^2 dx = \frac{a^2}{3} = \sigma_x^2. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$\boxed{\text{Var}(\mathcal{U}_{Zufall}(-\sqrt{3}\sigma_n, \sqrt{3}\sigma_n)) = \sigma_n^2}. \quad (5.59)$$

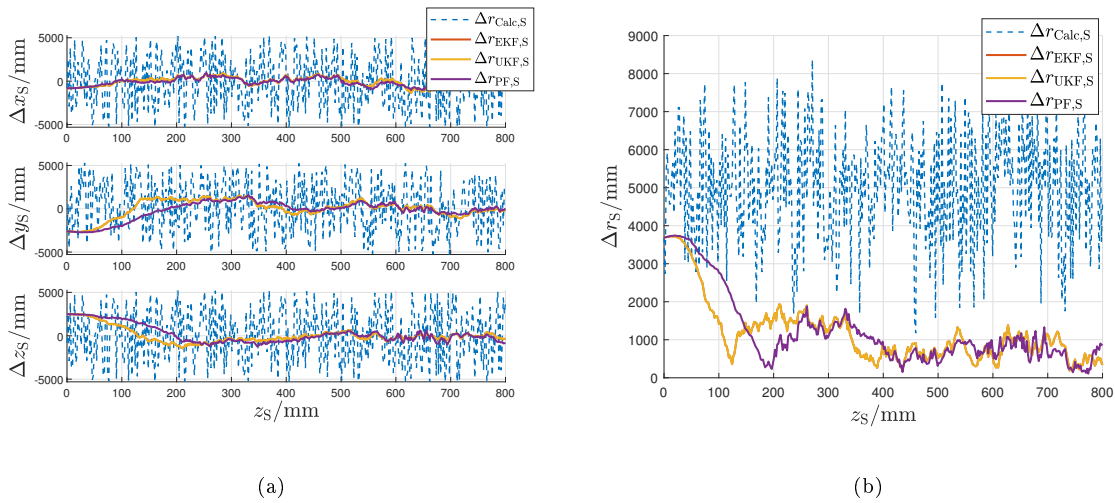


Abb. 5.19.: Abweichungen der verschiedenen Filterarten für $SNR = -20 \text{ dB}$ bei einer Gleichverteilung

In Abb. 5.19 wurde ein gleichverteiltes Rauschen bei einem $SNR = -20 \text{ dB}$ dem bisher bekannten Spiralverlauf hinzugefügt. Dabei zeigt sich, dass hier sogar die Kalman-Filter

für die ersten Messwerte bessere Ergebnisse liefern als der Partikelfilter. Später sind die Ergebnisse aller Filter ähnlich, wobei sich durch die Gleichverteilung kein wirklicher Nachteil ergibt und alle Zustandsschätzer gute Ergebnisse liefern. Diese Aussage ist auch in [144–146] bestätigt, wo gezeigt wird, dass der Kalman-Filter auch bei nicht normalverteilten Fehlerrauschen gute Ergebnisse liefert.

In diesem Abschnitt wird nochmals betont, dass die dargestellten Ergebnisse ausschließlich für den spezifischen Anwendungsfall gelten. Zusätzliche Informationen zum Verlauf wurden hierbei nicht berücksichtigt. Die relevanten Parameter, wie beispielsweise α_{UKF} , β_{UKF} , γ_{UKF} beim UKF, die Bewertungs- und Verteilungsfunktionen des Partikelfilters sowie das vorhandene Wissen über spiralförmige Verläufe, können je nach Anwendungsszenario angepasst werden. Diese Variationen können zu unterschiedlichen Ergebnissen führen, da der Partikelfilter auf der Annahme einer Normalverteilung basiert. Die Wahl der Filterparameter muss daher in Abhängigkeit von den jeweiligen Anforderungen erfolgen. In dieser Arbeit wird jedoch vorrangig aufgezeigt, welche Möglichkeiten diese Methodik bietet, ohne auf sämtliche Varianten einzugehen. Eine detaillierte Analyse der Parameterwahl würde den Rahmen der Untersuchung sprengen, da der Fokus auch auf eine generelle Betrachtung der induktiven Ortung gerichtet ist.

Simulationsumgebung zur Abbildung des gesamten induktiven Ortungsprozesses

Im Folgenden soll nun eine Simulationsplattform vorgestellt werden, welche die Ergebnisse aus den bisherigen Kapiteln vereint und somit den kompletten induktiven Ortungsprozess von der Erstellung der planaren Spulen, über die Berechnung der Kopplung zwischen den Spulen und die Berechnung der Ortskoordinaten aus den induktiven Ortungsalgorithmen zu der Verwendung der Zustandsschätzern um die Ortungsergebnisse zu verbessern, darstellt. Die Simulationsplattform „*Inductive Localization Simulator*“ (ILS) ist eine Berechnungsumgebung, welche durch eine objektorientierte Programmierung eine modulare Umsetzung ermöglicht, um somit weitere Verfahren in den jeweiligen Schritten einfach ergänzen und testen zu können. Dadurch bildet die Simulationsplattform Grundlage für weitere Entwicklungen im Bereich der induktiven Ortung.

Da die Simulationsplattform sich primär auf die jeweiligen Parameter der induktiven Ortung konzentriert, verringert sich die Berechnungszeit im Vergleich zu CST Studio Suite[®] enorm, da hier nicht die Feldverteilungen im gesamten Ortungsraum berechnet werden muss. Diese geringe Rechenzeit erlaubt auch eine schnellere Bewertung, welche prüfen, ob die Anforderungen an das gestellte Problem erfüllt werden kann (Reichweite, Genauigkeit, Normen, Störeinflüsse, ...) und wo die Grenzen dieser Anwendung mit den gewählten Randbedingungen sind. Dazu gehört auch das Design und die Optimierung von verschiedenen Spulengeometrien und ggf. die Verwendung von anderen Materialien. Zusätzlich können auch in deutlich kürzerer Zeit Trainingsdaten für künstliche neuronale Netzwerke oder Kalibrierungsdaten für die Algorithmen und Filter erstellt und getestet werden.

Der iterative Aufbau der Plattform (Spulendesign, Ortungsumgebung, Kopplungsverläufe, Ortungsalgorithmen, Zustandsschätzer) erlaubt ebenfalls gutes Verständnis der einzelnen Schritte für den induktiven Ortungsprozess, welche bei elektromagnetischen Feldsimulatoren schwieriger nachzuvollziehen sind. Gleichzeitig ist auch eine Integration mit anderen Systemen (z.B. Schaltungssimulatoren für die Generierung und Auswertung der Signale) denkbar.

Insgesamt kann durch die Plattform viel Zeit und somit auch Kosten eingespart werden,

da rechenintensive Simulatoren wie CST Studio Suite[®] oder reale Messungen deutlich verringert oder sogar ganz vermieden werden können.

Bei der Simulationsplattform ILS wurde bewusst auf die Verwendung einer grafischen Benutzeroberfläche (GUI) verzichtet, da die umfangreiche Interoperabilität zwischen den einzelnen Klassen durch eine GUI sowohl die Nutzung einschränken als auch mögliche Erweiterungen erheblich erschweren würde.

6.1. Aufbau der Simulationsplattform

Der induktive Ortungsprozess besteht aus verschiedenen unterschiedlichen Systemen und Algorithmen, welche voneinander abhängig sind und eine hohe Anzahl von Parameter zur Konfiguration besitzt. Abb. 6.1 zeigt den Ablauf und auch die Simulationsplattform ILS als Blockschaltbild mit allen Abhängigkeiten, Eingabe- und Ausgabewerten für den Fall, dass die gesuchte Spule S mit einer Energiequelle (in Form einer Spannungsquelle) ausgestattet ist. Bei der Verwendung von Ortungsspulen mit Energiequellen ist das Blockschaltbild nur mit der gesuchten Spule vertauscht.

Der graue Block (**Ortungsumgebung für die Spulen**) beinhaltet die Ergebnisse aus Kapitel 3, welche die elektrotechnischen Eigenschaften der planaren Spulen und die Gegeninduktivität zwischen den Spulen beinhalten. Dazu sind die geometrischen Parameter der Spule ($d_{w,S}$, $d_{h,S}$, N_S , $d_{N,S}$, $x_{\max,S}$, $y_{\max,S}$, κ_{Leitung} , $d_{\text{PCB},S}$) notwendig und auch die Materialparameter (κ_S , $\varepsilon_{r,S}$, $\mu_{r,S}$) zwischen der Spulenwindungen. Gespeist wird hier die gesuchte Spule S mit einer Spannungsquelle mit Spannung u_S und der Signalfrequenz f_0 . Rauscheffekte durch eine nicht ideale Generierung der Spannung können durch das SNR_1 hinzugefügt werden, wobei hier weiterhin eine Analyse im Frequenzbereich durchgeführt wird. Für die Resonanz muss dann zwischen Seriell und Parallel durch die jeweiligen Kapazitäten $C_{\text{res},S,S}$ oder $C_{\text{res},P,S}$ gewählt werden. Für die Ortungsspulen $m \in \{1, 2, \dots, N_L\}$ können hier andere Spulendesigns genutzt werden, wobei die Generierung hier ähnlich zur gesuchten Spule verläuft, wobei in diesem Fall noch eine Lastimpedanz $Z_{\text{Last},m}$ für die Messung der empfangenden Spannung notwendig ist. Aus den räumlichen Beziehungen zwischen den Spulen ergeben sich dann die gewünschten Gegeninduktivitäten $M_{S,m}$ aus der Neumann-Gleichung (3.77), wobei Effekte wie Wirbelströme durch die elektrische Leitfähigkeit κ_{env} , Anpassung durch permeable Umgebungen $\mu_{r,\text{env}}$ und Störungen H_{ext} und weiteren Systemeinflüsse $K_{\text{System},n}$ berücksichtigt werden können, wenn die Werte bekannt sind. Aus diesen Block können dann die gesuchten Gegeninduktivitäten $M_{S,1}, \dots, M_{S,N_L}$ direkt oder die Spannungen an den Lastwiderständen $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_{N_L}$ für die weiteren Schritte extrahiert werden, wobei hier auch Messrauschen durch SNR_2 hinzugefügt werden kann. Der violette Block (**Signalverarbeitung**) beschreibt die unterschiedlichen Algorithmen, welche aus den Messwerten die Ortskoordinaten wiederherstellen. Falls die Gegeninduktivitäten über die Messspannungen berechnet werden, können hier Gleichungen wie das LGS (3.89) oder (3.98) verwendet werden (**Berechnung der Gegeninduktivitäten/Kopplungen**). Aus den Gegeninduktivitäten können dann in **Ermittlung der Ortskoordinaten** die unterschiedlichen Ortungsverfahren aus Kapitel 4 ausgewählt werden. Diese geben dann die berechneten Ortskoordinaten $x_{\text{Calc},S}$, $y_{\text{Calc},S}$ und $z_{\text{Calc},S}$ aus, welche mit den Eingabedaten (x_S , y_S und z_S) verglichen werden können, um durch die Differenz (Δx_S , Δy_S und Δz_S) die vorherigen Verfahren und Einstellungen zu bewerten und zu analysieren. Durch

die Zustandsschätzer (**Korrektur durch Zustandsschätzer**) können die Ergebnisse weiterhin verbessert werden, indem ein Filter aus Kapitel 5 ausgewählt werden kann und hier ebenfalls die Differenz der Koordinaten ($\Delta x_{Filter,S}$, $\Delta y_{Filter,S}$ und $\Delta z_{Filter,S}$) als Bewertungskriterium genutzt werden kann. Ziel ist es somit diese Schleife zu optimieren und den jeweiligen Ortsfehler zu minimieren.

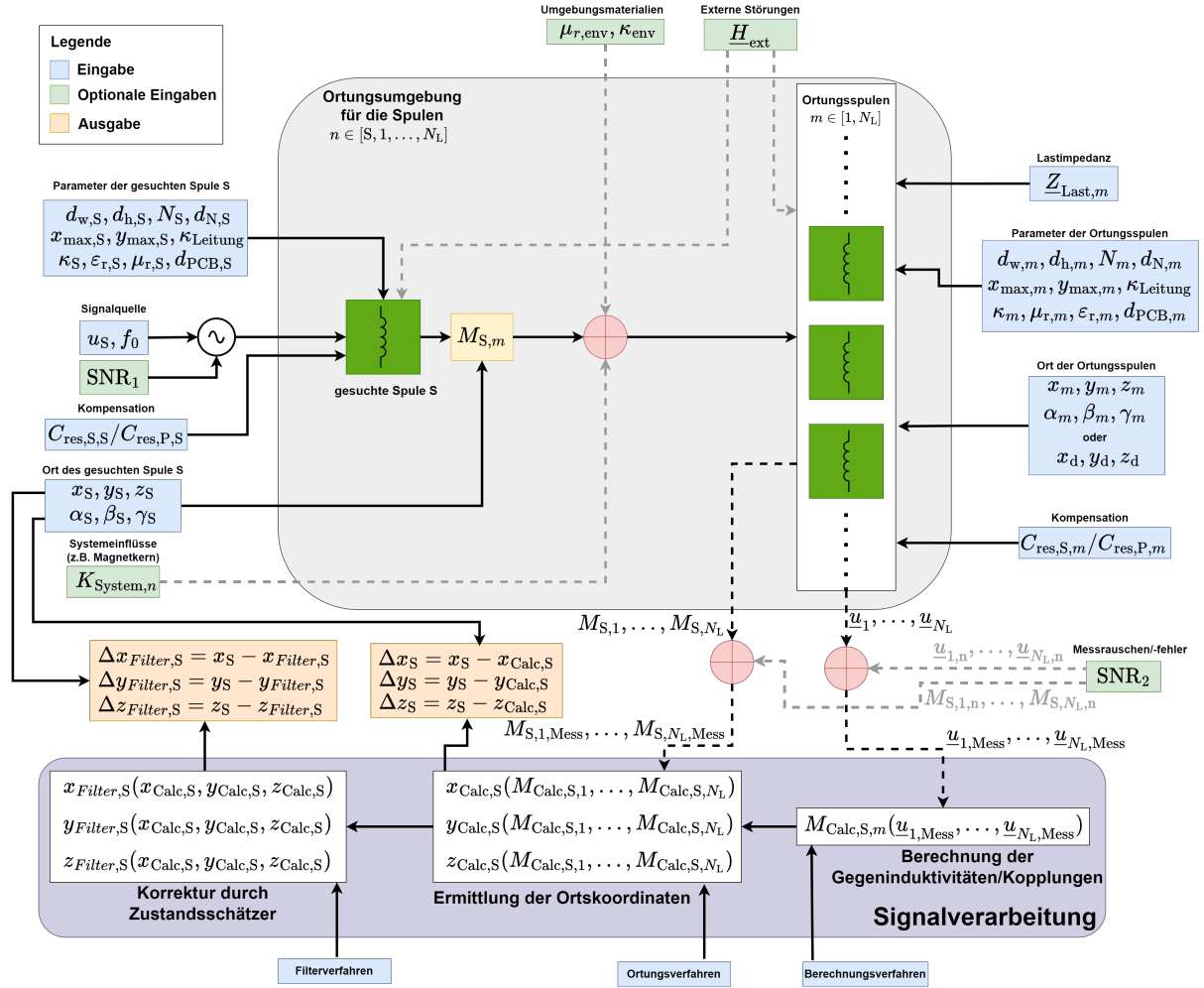


Abb. 6.1.: Aufbau der Simulationsplattform ILS (Inductive Localization Simulator) am Beispiel, dass die gesuchte Spule S mit einer Signalquelle ausgestattet ist und die Ortungsspulen nur eine Lastimpedanz $Z_{Last,m}$ besitzen.

Die Umsetzung der Simulationsplattform ILS wurde in MATLAB mit einer Objektorientierung durchgeführt. Die Klassendiagramme und deren Beziehungen zueinander dazu sind in Abb. 6.2 dargestellt, wobei hier nur die wichtigsten Methoden dargestellt werden und weitere Varianten und Methoden zur Visualisierung der Ergebnisse nicht dargestellt werden. Die Datentypen der Parameter für die Funktionen sind ebenfalls aufgrund der besseren Darstellbarkeit nicht dargestellt, da diese auch oft aus dem Kontext heraus identifizierbar sind oder MATLAB diese teilweise automatisch definiert.

Die Klasse **Coil** enthält alle Informationen über eine planare Spule. Diese Informationen beinhalten den Pfad und den Aufbau der Spulengeometrie, woraus wie in Abb. 3.2 die Bauteilewerte für das elektrische Ersatzschaltbild anhand der Eingaben berechnet werden. Zusätzlich werden auch Eigenschaften über die Resonanz, die gewünschte Signalfrequenz und falls die Spule als Empfänger dient ein Lastwiderstand definiert werden.

Die Kapazitätswerte für die ausgewählte Resonanzart wird über die Signalfrequenz automatisch berechnet. Die dreidimensionale Spule kann dann im Raum verschoben und rotiert werden, damit im Zusammenspiel mit einem Coil-Objekt auch die Gegeninduktivität berechnet werden kann.

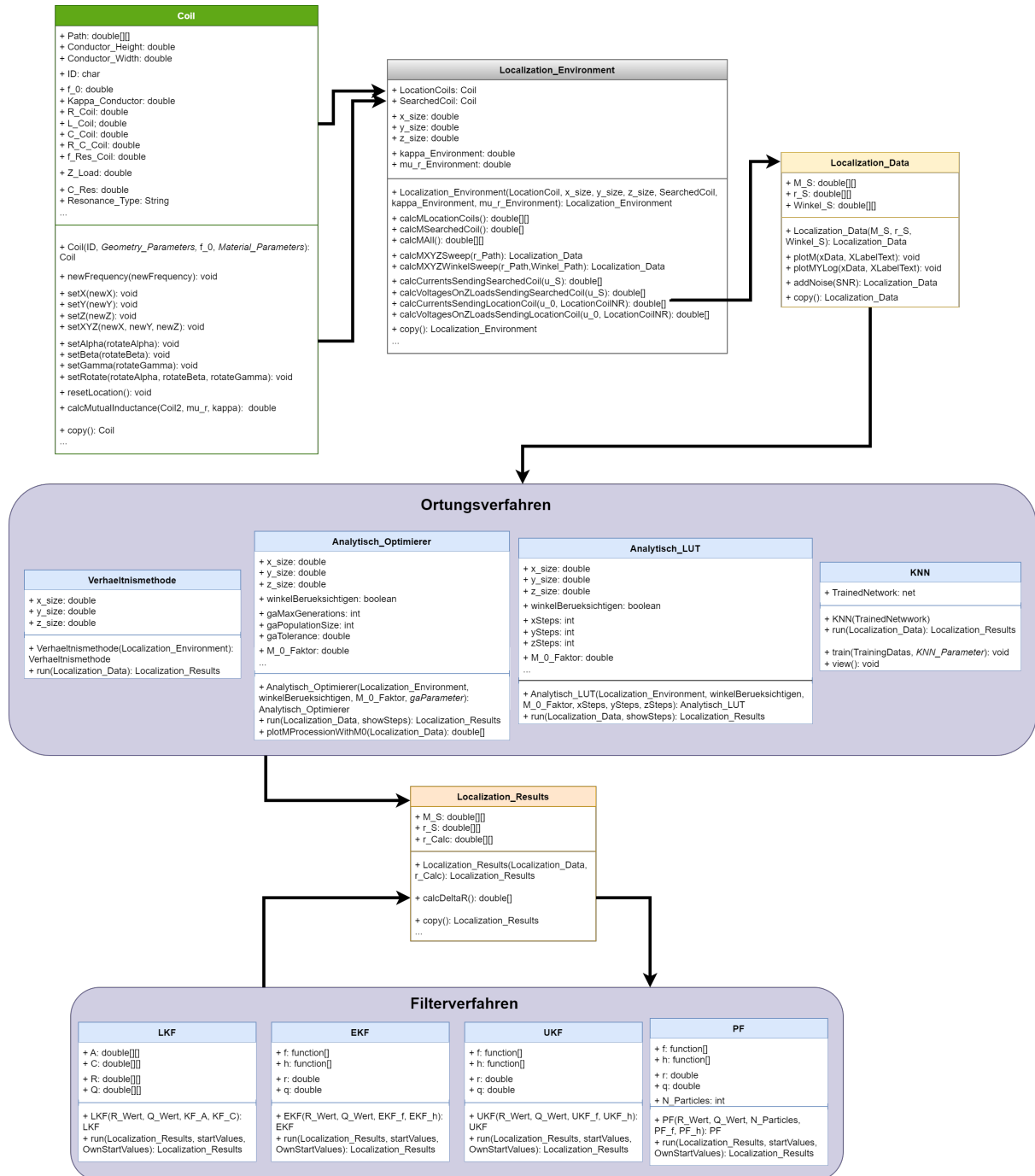


Abb. 6.2.: Grundlegende Klassendiagramme und deren Abhängigkeiten von der Simulationsplattform ILS (Inductive Localization Simulator) mit den wichtigsten Funktionen

Die Coil-Objekte dienen dann als Eingabe für die Klasse **Localization_Environment** und können als Ortungsspule oder gesuchte Spule S definiert werden. Hier sind zusätzlich Angaben zur Größe und zur Materialeigenschaften des Ortungsraum notwendig, damit wie in Abb. 4.1 ein Ortungssystem für sechs Ortungsspulen generiert werden kann.

Durch leichte Anpassung der Klasse können auch beliebige andere Platzierungen und Anzahl von Ortungsspulen generiert werden, da in dem vorherigen Kapitel allerdings ein System mit sechs Ortungsspulen ausreichend war, wurde sich hier darauf fokussiert. Nach der Bildung eines Objektes der Klasse *Localization_Environment* können dann Bewegungsverläufe für die gesuchte Spule *S* definiert und eingegeben werden, damit daraus die Kopplungsdaten zu der gesuchten Spule berechnet werden können. Auch die Gegeninduktivitäten zwischen den Ortungsspulen und die elektrischen Signalgrößen können berechnet werden. Als Ergebnis wird ein Objekt der Klasse **Localization_Data** ausgegeben, welche die realen Koordinaten der gesuchten Spule und die jeweiligen Gegeninduktivitäten beinhaltet. Hier können die Rauscheffekte aus Abb. 6.1 hinzugefügt werden, welche beispielsweise durch Messrauschen, Signalgenerierung oder externen Einflüssen entstehen. Die Zuordnung kann dann verwendet werden um einen der verschiedenen **Ortungsverfahren** zu nutzen. Je nach Verfahren sind hier unterschiedliche Eingabeparameter notwendig, wobei jeder Algorithmus mit *obj.run(Localization_Data)* ausgeführt wird. Das Objekt *Localization_Data* kann hier sogar als Trainingsdatensatz dienen, wobei ein zweites unabhängiges Objekt von *Localization_Data* dann die Testdaten repräsentiert. Das Ergebnis der Ortungsverfahren ist dann ein Objekt der Klasse **Localization_Results**, welche ähnlich zu *Localization_Data* ist, aber zusätzlich auch die Ergebnisse aus der Ortung (oder der Filterung) enthält, damit diese schnell ausgewertet werden können und somit der gewählte Simulationsablauf beurteilt werden kann. Diese Ergebnisse können dann auch noch in eines der unterschiedlichen **Filterverfahren** verbessert werden, wobei hier vereinfachte Eingaben genutzt werden können und zusätzliche Parameter noch gewählt werden können.

Da hier eine objektorientierte Umsetzung durchgeführt ist, wurde den einzelnen relevanten Klassen die Funktion *obj.copy()* hinzugefügt, um gleiche Objekte für verschiedene Anwendungszwecke zu nutzen ohne dass sich diese weiterhin aufeinander beeinflussen.

6.2. Beispielhafter Ablauf

Um die Funktionalität der Simulationsplattform ILS zu zeigen, wird anhand eines beispielhaften Ortungsbeispiels mit einem LUT aus dem analytischen Verfahren und einem UKF durchgeführt. Dazu wird im Folgenden ein Beispielablauf in MATLAB durchgeführt und die Ausgaben angegeben. Andere Ortungsverfahren oder Filter können ähnlich zu den folgenden Programmcode verwendet werden.

Im Programmcode 6.1 werden primär die Initialisierungen für die Simulationsumgebung durchgeführt. Dazu gehört die Einbindung der notwendigen Klassen und Funktionen und die Erstellung der Spulenobjekte (*Coil*). Für die gewünschten Ortungsspule und gesuchte Spule wird hier die gleiche Spulengeometrie gewählt, welche durch die Methode *Coil2 = Coil1.copy()* ausgeführt wird. Da auch eine Verschiebung berücksichtigt werden soll, wird die spätere gesuchte Spule *Coil2* auf der *y*-Achse um 0,1 m verschoben.

Programmcod 6.1: Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 1/3)

```

1  clc; clear all; close all;
3  addpath('Classes');
4  addpath('Location_Algorithms');
5  addpath('Filter');
6  addpath('General');

```

```

8  %% Anzahl der Werte
9  N_values=100;

11 %% Coil-Parameter
12 d_innen_start=18/1000; % 18mm
13 Windungen=5;
14 Abstand_Leiter=1.3/1000; % 1,3mm
15 PCB_hoehe=1.5/1000; % 1,5mm

17 signal_frequency=10^5; % 100kHz
18 Kappa_Conductor=5.8e7; % Kupfer
19 Conductor_height=0.00007; % 70 Mikrometer
20 Conductor_width=0.001; % 1mm
21 PCB_eps_Material=4; % FR-4 (Platinenmaterial)
22 kappa_between_Turns=10^(-9); %isolierend
23 mu_r_core=1; % kein Magnetkern
24 Z_load=1000; % 1kOhm
25 ResonanceType="Seriell";

27 %% Spulengeometrien und elektrische Schaltungsparameter werden berechnet
28 Coil1 = Coil('1',d_innen_start, Windungen, Abstand_Leiter, PCB_hoehe, signal_frequency,
    Kappa_Conductor, Conductor_height, Conductor_width, PCB_eps_Material,
    kappa_between_Turns, mu_r_core, Z_load, ResonanceType);
29 Coil2 = Coil1.copy();
30 Coil2.ID='2';
31 Coil2.setY(0.1); % Verschiebung auf der y-Achse um 100mm

33 %% Inhalte der Coil-Objekte
34 Coil1
35 Coil2

```

Die berechneten und vorgegebenen Parameter der beiden Coil-Objekte Coil1 und Coil2 sind in Abb. 6.3 dargestellt. Hier ist erkennbar, dass auch die Bauteilparameter (bspw. $f_{\text{res}} = 11,931 \text{ MHz}$, $R_n = 1,6572 \text{ Ohm}$) für das ESB berechnet wurden, im Parameter *Path* die Geometrie der planare Spule beinhaltet und alle notwendigen Informationen besitzen. Der Unterschied ist durch die Kopierfunktion gering, da nur die ID und die *y*-Verschiebung beide Objekte unterscheiden.

<pre> Coil1 = Coil with properties: Turns: 5 Distance_Turns: 0.0013 PCB_height: 0.0015 ID: '1' Path: [3x29 double] Length: 1.0542 Conductor_height: 7.0000e-05 Conductor_width: 1.0000e-03 f_0: 100000 Kappa_Conductor: 58000000 R_Coil: 0.4782 L_Coil: 2.7297e-06 C_Coil: 6.5192e-11 R_C_Coil: 5.4327e+08 f_Res_Coil: 1.1931e+07 Z_Load: 1000 C_res: 9.2794e-07 ResonanceType: "Seriell" PCB_eps_Material: 4 kappa_between_Turns: 1.0000e-09 mu_r_core: 1 x_Coil: 0 y_Coil: 0 z_Coil: 0 alpha_coil: 0 beta_coil: 0 gamma_coil: 0 </pre> <p style="text-align: center;">(a)</p>	<pre> Coil2 = Coil with properties: Turns: 5 Distance_Turns: 0.0013 PCB_height: 0.0015 ID: '2' Path: [3x29 double] Length: 1.0542 Conductor_height: 7.0000e-05 Conductor_width: 1.0000e-03 f_0: 100000 Kappa_Conductor: 58000000 R_Coil: 0.4782 L_Coil: 2.7297e-06 C_Coil: 6.5192e-11 R_C_Coil: 5.4327e+08 f_Res_Coil: 1.1931e+07 Z_Load: 1000 C_res: 9.2794e-07 ResonanceType: "Seriell" PCB_eps_Material: 4 kappa_between_Turns: 1.0000e-09 mu_r_core: 1 x_Coil: 0 y_Coil: 0.1000 z_Coil: 0 alpha_coil: 0 beta_coil: 0 gamma_coil: 0 </pre> <p style="text-align: center;">(b)</p>
---	--

Abb. 6.3.: Inhalte der beiden Coil-Objekte Coil1 und Coil2 mit allen Parametern (aus MATLAB)

Im nächsten Schritt wird im Programmcode 6.2 die Ortungsumgebung erstellt. Dazu wird anhand der Abmessungen des Ortungsraumes die Platzierungen der Ortungsspulen (hier:

Coil1) festgelegt und *Coil2* als gesuchte Spule definiert.

Programmcode 6.2: Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 2/3)

```

1 %% Ortungsumgebung wird erstellt mit Coil1 für die Ortungsspulen und Coil2 als gesuchte
   Spule S
2 x_size=0.5;
3 y_size=0.8;
4 z_size=1;
5 LocEnv = Localization_Environment(Coil1, x_size, y_size, z_size, Coil2);

7 %% Ortungsumgebung wird dargestellt mit den Gegeninduktivitätswerten
8 LocEnv.plotSixCuboidCoilSystemWithM();
9 LocEnv.plotSixCuboidCoilSystemWithSearchCoilWithM();

```

Durch die Funktionsaufrufe *LocEnv.plotSixCuboidCoilSystemWithM()* und *LocEnv.plotSixCuboidCoilSystemWithSearchCoilWithM()* wird die erstellte Ortungsumgebung *LocEnv* in Abb. 6.4 visualisiert. In Abb. 6.4(a) sind die Ortungsspulen und alle Gegeninduktivitäten zwischen ihnen im 3D-Raum dargestellt. Abb. 6.4(b) stellt die Gegeninduktivitäten der Ortungsspulen zu der gesuchten Spule dar, welche für die Ortung am interessantesten sind.

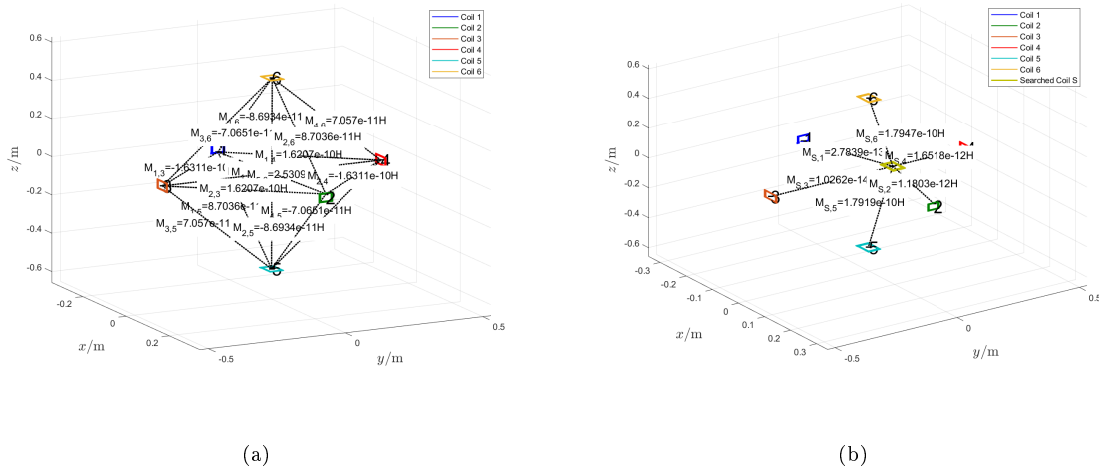


Abb. 6.4.: Ausgabe aus dem Objekt *LocEnv*, welche den Aufbau des Ortungssystem zeigen und die jeweiligen berechneten Gegeninduktivitäten (Links: Innerhalb der Ortungsspulen; Rechts: Zwischen den Ortungsspulen und der gesuchten Spule S) darstellen

Im letzten Schritt sollen im Programmcode 6.3 die Verläufe von Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule S generiert werden, damit daraus das gewählte Ortungsverfahren und der Zustandsschätzer genutzt werden kann. In diesem Beispiel wird also die gesuchte Spule S mit 100 Werten von $z_s \in [-0,5\text{ m}, 0,5\text{ m}]$ bewegt, wobei $y_s = 0,1\text{ m}$ und $x_s = 0\text{ m}$ weiterhin bleibt. Entlang dieser Bewegung werden alle Gegeninduktivitäten berechnet und die Daten in *LocData1*-Objekt abgespeichert. Da sich die Ausrichtung der gesuchten Spule S hier nicht ändert, wird diese Eigenschaft mit *Winkelberuecksichtigen=false* gewählt, da auch dadurch der benötigte Speicherbedarf extrem verringert wird, da die Ausrichtungen nicht berechnet werden müssen.

Durch den Anpassungsfaktor mit $M_{0,n,S} = 12,99\text{ pH m}^3$ kann dann das LUT erstellt werden und der Ortungsalgorithmus durch *Ana_LUT.run(LocData1)* ausgeführt werden. Die Ergebnisse werden dann mit dem UKF mit den gewählten Rauschvarianzen ebenfalls durchgeführt.

Programmcod 6.3: Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 3/3)

```

1  %% Pfad der gesuchten Spule entlang der z-Achse wird erstellt und die Gegeninduktivitäten zur gesuchten Spule werden berechnet
2  z_Path=linspace(-0.5, 0.5, N_values); % Pfad von -0,5m bis 0,5m
3  LocData1=LocEnv.calcMzSweep(z_Path);

5  %% Als Algorithmus wird Analytisch mit LUT gewählt (Ausrichtung ist bekannt!) und Algorithmus wird anhand der erstellten Gegeninduktivitätswerten aus LocData1 durchgeführt
6  x_steps=20;
7  y_steps=50;
8  z_steps=100;
9  Winkelberuecksichtigen=false;
10 M_0_Faktor=1.299e-11;
11 Ana_LUT = Analytisch_LUT(LocEnv, Winkelberuecksichtigen, M_0_Faktor, x_steps, y_steps, z_steps);
12 LocResult=Ana_LUT.run(LocData1);

14 %% Ergebnisse werden durch den UKF gefiltert
15 R_Value=100; % Messrauschvarianz
16 Q_Value=0.01 % Systemrauschvarianz
17 Filter_method=UKF(R_Value, Q_Value);
18 LocResult2=Filter_method.run(LocResult, "Real");

20 %% Ergebnisse (vor und nach Filter) werden dargestellt und der berechnete Wert wird mit den realen Pfad dargestellt
21 ShowBegrenzung=true
22 Begrenzungswert=0.05 % 5cm
23 LocResult.BeforeAfterDeltaXYZOnSelectedValues(3, LocResult2, ShowBegrenzung, Begrenzungswert);
24 LocResult2.plotPaths(LocEnv.x_size, LocEnv.y_size, LocEnv.z_size);

```

Die Ergebnisse der Simulationsplattform für die gewählten Parametern sind in Abb. 6.5 dargestellt. In Abb. 6.5(a) ist der Fehler $\Delta \mathbf{r}_S$ vor den Filter als gestrichelte Verläufe und nach dem Filter als durchgezogene Verläufe dargestellt. Wie sich diese Abweichung in 3D-Raum auswirkt ist in Abb. 6.5 dargestellt.

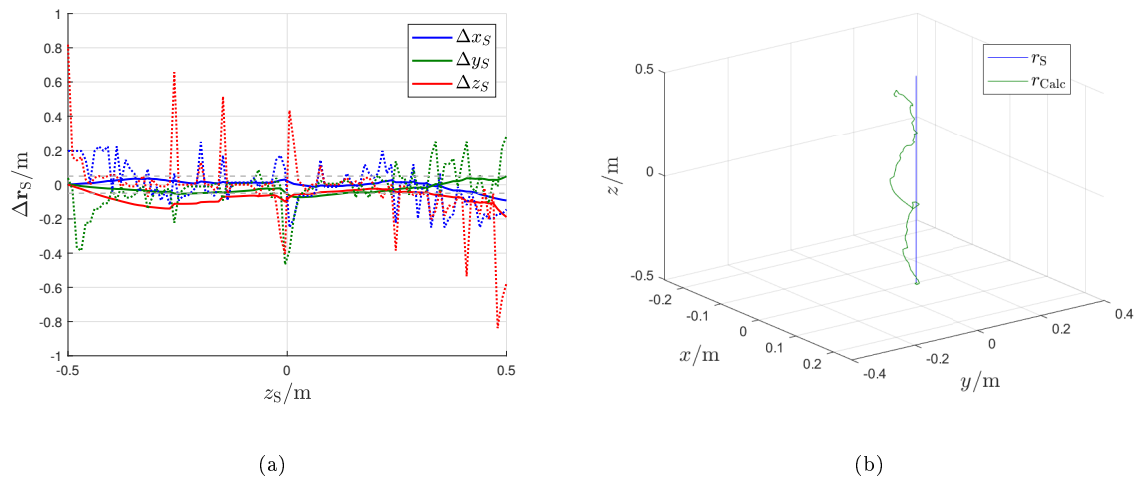


Abb. 6.5.: Ergebnisse der Simulationsplattform ILS für die gewählten Parametern

Zusammenfassung und Ausblick

7.1. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die unterschiedlichen Aspekte und Modelle, die den induktiven Ortungsprozess abbilden, dargestellt, nachgebildet und deren Berechnungen validiert. Die induktive Ortung basiert auf der geometrieabhängigen, magnetfeldbasierten Kopplung von Spulengeometrien und der Auswertung der induzierten Spannung aufgrund einer hochfrequenten elektrischen Signalquelle. Somit stellt sie ein auf Signalstärke basierendes Ortungsverfahren dar. Um diese Eigenschaften zu gewährleisten, wird dieses Prinzip nur im elektromagnetischen Nahfeld der Spulen untereinander verwendet, um eine Dominanz der Magnetfelder sicherzustellen. Der induktive Ortungsprozess besteht aus mindestens sechs ortsfesten Ortungsspulen, die das Ortungsvolumen jeweils an einer Außenfläche umgeben, sowie der gesuchten Spule S, die sich frei im Volumen bewegt und lokalisiert werden soll. Dadurch zeichnet sich die induktive Ortung durch ihre Einzigartigkeit in der Nutzung der Magnetfelder deutlich von bereits etablierten Ortungsverfahren ab.

Aktuelle Technologien, die Magnetfelder zur Ortung nutzen, beschränken sich oft auf eine Boolesche Detektion von Objekten, eine Ermittlung von Abständen zu Metallobjekten (z.B. Rohre in der Erde) oder eine zweidimensionale Detektion anhand vieler Ortungsspulen. Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine dreidimensionale Lokalisierung gesuchter Spulenobjekte in einem durch die Ortungsspulen begrenzten Ortungsvolumen anhand verschiedener Lösungswege und Störeinflüsse zu erstellen, um eine nahezu generalisierte Grundlage der induktiven Ortung durch planare Spulen zu schaffen.

Aufgrund der unterschiedlichen Herausforderungen, den Prozess nachzubilden und eine zufriedenstellende Lösung für die Ortungsproblematik zu finden, ist es notwendig, den gesamten Ablauf von den physikalischen Grundlagen über die Transformation in äquivalente elektrische Ersatzschaltbilder, die Entwicklung von Ortungsalgorithmen und die Analyse möglicher Störeinflüsse bis hin zur Nutzung stochastischer Verfahren zu analysieren. Der Fokus dieser Dissertation liegt daher darauf, ein Fundament für den induktiven Ortungsprozess anhand planarer Spulengeometrien zu bilden, das Antworten

auf mögliche Ungenauigkeiten oder Fehler realer induktiver Ortungsprozesse liefert.

Zunächst werden einige grundlegende physikalische und elektrotechnische Eigenschaften sowie Begrifflichkeiten definiert, die für die induktive Ortung notwendig sind und die Basis für die weiteren Modelle in dieser Arbeit bilden. Zudem wird festgelegt, dass sich diese Arbeit auf lineare, dispersionsfreie, verlustfreie (nur Umgebung), homogene und isotrope Materialien bei konstanter Temperatur und ohne zeitliche Veränderung bezieht. Später werden jedoch auch verlustbehaftete Umgebungen betrachtet. Eine wichtige Voraussetzung ist zudem die Einhaltung der Nahfeldgrenze, um sicherzustellen, dass die Magnetfeldanteile dominant sind und die magnetoquasistatische Approximation an die Maxwellgleichungen zur modellbasierten Auswertung der Messwerte sowie zur Simulation des Ortungsprozesses zulässig ist. Die Nutzung einer Resonanz, die den induktiven Anteil der Spulen kompensiert, ist ebenfalls eine wesentliche Voraussetzung, um höhere Signalstärken und damit größere Genauigkeiten und Reichweiten zu ermöglichen.

In dieser Arbeit wird die induktive Ortung auf die Verwendung planarer Spulen auf Leiterplattenbasis beschränkt, um eine klare Einschränkung für die Darstellung der Ergebnisse zu gewährleisten. Diese Spulen sind reproduzierbar und lassen sich leicht in andere aktuelle Technologien integrieren. Um die komplexen physikalischen Effekte der Magnetfeldgenerierung und Induktion durch ein hochfrequentes Signal zu beschreiben, werden nachvollziehbare elektrotechnische Modelle in Form von Ersatzschaltbildern verwendet.

Je nach Anzahl der Spulen erhöhen sich die gegenseitigen Einflüsse und verändern deren elektrische Eigenschaften. Dies muss bei späteren Ortungsproblemstellungen berücksichtigt werden und kann durch entsprechende Gleichungen für eine beliebige Anzahl von Spulen dargestellt werden.

Eine korrekte Wahl der Resonanzart ist essenziell, um eine hohe messbare Signalstärke an der jeweils anderen Spule zu erhalten. Es zeigt sich, dass bei hohen Lastwiderständen eine Seriell-Parallel-(SP)-Resonanz am besten geeignet ist, während bei geringen Lastwiderständen eine Seriell-Seriell-(SS)-Resonanz die höchste Signalstärke liefert. Eine Ausnahme bildet ein sehr hoher Kopplungsgrad, bei dem eine Parallel-Parallel-(PP)-Resonanz die besten Ergebnisse erzielt.

Zur Bestimmung der unterschiedlichen äquivalenten Bauteilparameter werden je nach Komponentenart verschiedene Gleichungen verwendet. Eine besondere Herausforderung stellen die rechteckige Leiterstruktur und die parasitären Eigenschaften zwischen den Windungen dar. Zudem müssen die frequenzabhängigen Einflüsse durch den Skin- und Proximity-Effekt in den Modellen berücksichtigt werden. Die Gleichungen wurden mit CST-Simulationen validiert. Einflüsse durch die Abstrahlung elektromagnetischer Wellen können bei Frequenzen unterhalb des Megahertz-Bereichs vernachlässigt werden.

Für die Berechnung der Kopplungsgrößen in Form der Gegeninduktivität werden verschiedene Ansätze vorgestellt, da sie sowohl für das Verständnis als auch als Basis für die späteren Ortungsalgorithmen dienen. Im eindimensionalen Fall wird die Gegeninduktivität ausschließlich in Abhängigkeit vom Abstand berechnet, ohne dabei Verschiebungen zu berücksichtigen. Hier zeigt sich eine klare Abhängigkeit der Gegeninduktivität vom Abstand, allerdings erfordert ihre korrekte physikalische Anwendung einen Mindestabstand, der deutlich größer als das Spulenobjekt sein muss. Die Gleichung zur dreidimensionalen Kopplungsabhängigkeit zwischen zwei Leiterschleifen ist wesentlich aufwendiger in der Herleitung und führt zu einer transzendenten Funktion. Zusätzlich gilt hier ebenfalls die

Bedingung, dass die Entfernung deutlich größer als die Leiterschleife sein muss. Zudem wird angenommen, dass sich das Magnetfeld mit der empfangenden Spule innerhalb ihrer Fläche näherungsweise homogen verhält. Eine Validierung durch eine CST-Simulation bestätigt die Korrektheit der Gleichung.

Da diese Gleichung nur strikt für Leiterschleifen gilt, muss angenommen werden, dass sich die Gegeninduktivität näherungsweise gleich verhält und durch die Spulengeometrie lediglich mit einem Verstärkungsfaktor angepasst wird. Simulationen zeigen, dass diese Annahme unter Berücksichtigung der Randbedingungen mit entsprechend geringem Fehler gültig ist. Die Randbedingung, dass das Magnetfeld innerhalb der Spulenfläche näherungsweise homogen ist, kann für quadratische Spulen gut verwendet werden. Bei rechteckigen Spulen, deren Breite und Länge sich deutlich unterscheiden, führt diese Annahme jedoch zu geringen Fehlern in der Berechnung.

Als abschließendes Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Gegeninduktivität wird die Neumann-Gleichung verwendet, die ebenfalls erfolgreich durch Simulationen und die zuvor hergeleitete Gleichung validiert wurde. Eine besondere Eigenschaft dieser Methode ist, dass sie für beliebige Spulengeometrien verwendet werden kann. Allerdings ist ihre Lösung aufgrund der komplexen Darstellung nur numerisch für reale Spulengeometrien sinnvoll.

Um aus den Gegeninduktivitäten die Ortskoordinaten zu extrahieren, müssen diese zunächst messtechnisch bestimmt werden. Da eine direkte Messung der Gegeninduktivität nicht möglich ist, werden entsprechende Gleichungen verwendet, die aus Spannungs- und Stromgrößen die Kopplungsgröße für eine beliebige Anzahl von Ortungsspulen im Resonanzfall berechnen. Dies führt im Resonanzfall auf ein lineares Gleichungssystem und kann bei bekanntem System schnell gelöst werden.

Dabei wird zwischen verschiedenen Arten von möglichen Messpunkten unterschieden. Eine Messung direkt an den Ortungsspulen, bei der die Ortungsspulen gleichzeitig die Signalquelle enthalten, ermöglicht eine sehr einfache Umsetzung, verursacht jedoch die stärkste Signaldämpfung. Um die höchste Signalstärke zu erreichen, ist es vorteilhafter, dass eine Spule als Signalquelle dient, während die andere Spule die Signalauswertung übernimmt. Für eine korrekte Messung muss hierbei eine Phasensynchronisation durch verschiedene Methoden berücksichtigt werden.

Neben den Systemparametern und verschiedenen Einflüssen sind Ortungsalgorithmen erforderlich, die aus den Kopplungsgrößen der jeweiligen Ortungsspulen zur gesuchten Spule deren Ortskoordinaten berechnen. Aufbauend auf den Gleichungen zur Berechnung der Kopplung zwischen zwei Spulenelementen wurden drei unterschiedliche Ansätze zur Lösung der Problemstellung entwickelt und analysiert. Typische Anwendungsszenarien für induktive Nahfeldortung, wie z.B. die Lokalisierung eines markierten Paketes in einem Frachtraum oder die Indoor-Lokalisierung von Smartphones, motivieren eine maximale Unbestimmtheit von 5 cm, um das Verfahren sinnvoll einsetzen zu können. Dieser Wert wird hier zur Bewertung der Verfahren herangezogen.

Der erste induktive Ortungsalgorithmus wird als Verhältnismethode bezeichnet und basiert auf einem eindimensionalen Modell für die abstandsabhängige Gegeninduktivität zweier auf einer Achse angeordneter Spulen. Aufgrund des Verhältnisses der Gegeninduktivitäten zweier genau gegenüberliegender Ortungsspulen kann die Position der gesuchten Spule, sofern keine Verschiebung vorliegt, mit sehr geringen Fehlern, sogar bei einer Drehung der gesuchten Spule, berechnet werden. Bei vorhandenen Verschiebungen steigt der systematische Fehler jedoch erheblich. Eine Lösung besteht in der Erhöhung

der Anzahl der Ortungsspulen, sodass durch die korrekte Wahl des gegenüberliegenden Ortungsspulenpaares keine Verschiebung auftritt. Dadurch liefert das Verfahren gute Ergebnisse, allerdings steigen die Kosten und der Aufwand für Herstellung und Auswertung des Ortungssystems erheblich.

Ein erweiterter Ansatz besteht in der Verwendung der speziellen Funktion, die auch Verschiebungen berücksichtigt. Zur Lösung der entstehenden Gleichung kann ein Look-Up-Table (LUT) mit vorher berechneten Werten erstellt oder ein genetischer Algorithmus eingesetzt werden. Letzterer benötigt zwar weniger Speicherplatz, erfordert jedoch eine deutlich höhere Rechenzeit, liefert aber genauere Ergebnisse. Eine Anpassung der analytischen Formel durch einen konstanten Verstärkungsfaktor zur Imitation einer beliebigen Spulengeometrie führt in Kombination mit genetischen Algorithmen ebenfalls zu guten Ortungsergebnissen mit geringen Abweichungen. Statt der speziellen Funktion kann auch die dem Modell zugrunde liegende Neumann-Gleichung numerisch gelöst werden, um die jeweiligen Spulengeometrien präziser abzubilden. Aufgrund der rechenintensiven Durchführung steigt die Berechnungszeit für die genetischen Algorithmen jedoch von etwa einer halben Minute auf eine halbe Stunde enorm, wodurch dieser Ansatz mit der aktuellen Technologie für nahezu echtzeitbasierte Lösungen nicht praktikabel ist.

Die Verwendung neuronaler Netzwerke stellt eine weitere Lösung für das induktive Ortungsproblem dar. Das Netzwerk wird mit einer großen Anzahl an Simulationswerten trainiert, die die Koordinaten mit den zugehörigen Gegeninduktivitätswerten verknüpfen. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt in der hohen Genauigkeit der Ortungsergebnisse und der Möglichkeit, sämtliche Einflüsse des Ortungssystems zu berücksichtigen. Allerdings erfordert dies eine sehr große Menge an Trainingsdaten und damit einen erheblichen Vorbereitungsaufwand. Zudem gilt das trainierte neuronale Netz nur für die spezifische Ortungsumgebung mit den verwendeten Spulen. Änderungen am System erfordern neue Trainingsdaten für einen erneuten Trainingsprozess.

Auch die Systemparameter haben einen großen Einfluss auf das Ortungsergebnis. Eine höhere Anzahl an Ortungsspulen verbessert die Ergebnisse, da mehr Informationen zur Verfügung stehen. Mithilfe eines neuronalen Netzes konnte gezeigt werden, dass eine größere Anzahl an Ortungsspulen den Einfluss von Störungen trotz Rauscheinflüssen kompensieren kann.

Die Betriebsfrequenz beeinflusst nicht nur die Höhe der Induktionsspannung, sondern wirkt sich auch auf den Skin- und Proximity-Effekt sowie den Abstrahlungswiderstand aus, weshalb eine zu hohe Betriebsfrequenz vermieden werden sollte. Zusätzlich muss die Nahfeldbedingung eingehalten werden. Die optimale Frequenz hängt stark von der Geometrie der Spule ab, wobei Frequenzen im Kilohertz- bis Megahertz-Bereich bevorzugt werden.

Eine ideale Spule für die induktive Ortung hat keine Verluste, keine parasitären Komponenten und eine stets optimale Kopplung. Diese Eigenschaften können durch eine hohe Windungszahl, einen großen Windungsabstand, breite Leiterbahnen, eine maximale Durchdringungsfläche und eine hohe Permeabilität bei gleichzeitig geringer Leiterbahnlänge erreicht werden. Die Kriterien hierfür sind eine hohe Leistungseffizienz, sodass Signalverluste an den Spulen minimiert werden und die maximale Signalstärke übertragen wird, und eine möglichst große Feldabdeckung. In der Praxis beschränken jedoch physikalische und technologische Vorgaben diese idealen Geometrien, sodass alternative Designs erforderlich sind. Eine Möglichkeit ist eine Spulenkonstruktion, die drei orthogonal geschachtelte planare Spulengeometrien kombiniert, um stets die

bestmögliche Kopplung zu gewährleisten. Nachteil bei dieser geschachtelten Spule ist allerdings der höhere Raumbedarf, wodurch kleine Geräte wie Smartphones für diese Spulenkonstruktion nicht geeignet sind.

Die Lokalisierung mehrerer gesuchter Spulen ist durch verschiedene Multiplexing-Verfahren möglich, wobei die Komplexität der Implementierung stark variieren kann und abhängig von den Anforderungen ist. Dabei werden häufig kontinuierliche oder digitale Orthogonalitätsmethoden verwendet, um jede Spule eindeutig zuzuordnen. Bei kontinuierlichen Signalen werden entweder verschiedene Frequenzbänder (z.B. durch Backscattering, indem das Signal an der gesuchten Spule moduliert wird) oder generell orthogonale Signalformen genutzt. Digital können Verfahren mit dem Hadamard-Code eingesetzt werden, der orthogonale Signale erzeugt. Auch Timeslots oder das selektive Aktivieren der jeweiligen Spulen sind mögliche Lösungsansätze.

Externe und oft nicht beeinflussbare Störungen können ebenfalls Fehler bei der Ortung verursachen. Wenn die Art der Störung bekannt und charakterisierbar ist, können Gegenmaßnahmen entwickelt werden, um die Ortungsergebnisse zu verbessern.

Die induktive Ortung basiert auf dem Prinzip, dass das Magnetfeld im Nahfeld dominiert und das elektrische Feld vernachlässigbar ist. Der große Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, dass die Permittivität der Umgebung kaum einen signifikanten Einfluss auf die Kopplung der Spulen hat.

Die Permeabilität hingegen hat einen sehr großen Einfluss und geht bei einer homogenen Verteilung als linearer Verstärkungsfaktor in die Berechnung ein. Da Ferrite meist eine feste Struktur aufweisen, ist das vollständige Füllen des Ortungsvolumens in praktischen Anwendungen nicht möglich, da die zu ortenden Gegenstände, die mit den gesuchten Spulen verbunden sind, in den Anwendungen mehr oder weniger beliebige Positionen annehmen können. Magnetische Kerne können die Kopplung zwar erhöhen, sind aber aufgrund ihrer relativ geringen Dicke im Vergleich zum gesamten Ortungsvolumen zu vernachlässigen und bieten lediglich eine geringe Optimierung der magnetischen Kopplung.

Ein großer Einflussfaktor für die induktive Ortung ist die elektrische Leitfähigkeit der Umgebung, da sie es dem hochfrequenten Magnetfeld ermöglicht, Wirbelströme zu erzeugen, die wiederum ein entgegengesetztes Magnetfeld induzieren. Dies führt zu einer Dämpfung der Induktion und somit zu einer scheinbar schwächeren Kopplung mit einer Phasenverschiebung. Starke Änderungen treten allerdings erst bei Materialien wie Meerwasser oder noch leitfähigeren Stoffen auf. Der dämpfende Effekt einer solchen Umgebung kann mit hoher Genauigkeit durch eine geeignete Feldsimulation bestimmt werden und lässt sich in einfachen Fällen auch über eine Anpassung der Berechnung der Gegeninduktivität unter Berücksichtigung der Eindringtiefe (Skin-Effekt) im Medium abschätzen.

Ähnliche Effekte wie bei einer leitfähigen Umgebung treten auch bei nahegelegenen Metallplatten oder -rohren auf. In beiden Fällen wird das hochfrequente Magnetfeld durch induzierte Wirbelströme abgeschwächt und phasenverschoben. Während bei einem homogenen leitfähigen Medium (z.B. Meerwasser) die gesamte Ausbreitung des Magnetfelds beeinflusst wird, ist die Wirkung bei Metallplatten oder -rohren aufgrund ihrer begrenzten Geometrie lokal beschränkt. Dadurch fällt die resultierende Störung der induktiven Kopplung zwischen Detektor- und Tag-Spulen insgesamt schwächer aus.

Die Reichweite der induktiven Ortung hängt stark von diversen Parametern, darunter Spulendesign, Kopplung, Betriebsfrequenz, externe Störungen, Materialeigenschaften

und Spannungsquelle, ab und lässt sich daher nicht pauschal angeben. Allerdings gibt es gesetzliche Grenzen, die die maximale Feldstärke limitieren, sowie technische Grenzen, die bestimmen, bis zu welcher Distanz noch eine messbare Größe ermittelt werden kann. Wird die Energiequelle an einer Spule platziert und die Messung an einer anderen Spule durchgeführt, können problemlos mehrere Meter Reichweite erreicht werden. Soll hingegen sowohl die Energieversorgung als auch die Messung durch eine Rückkopplung an einer einzigen Spule erfolgen, sind je nach Anforderungen oft nur sehr geringe Reichweiten von einigen wenigen Metern oder weniger möglich.

Störungen durch externe Signaleinspeisungen können mit Korrelationsverfahren und Orthogonalitätsmethoden reduziert werden. Dabei besteht die Möglichkeit, auf andere Frequenzbänder auszuweichen, um Überschneidungen mit den Störquellen zu vermeiden. Alternativ oder ergänzend können bekannte Störsignale mittels Vergleichsverfahren identifiziert und anschließend aus dem Messsignal herausgefiltert werden, wodurch die Signalqualität und die Zuverlässigkeit der Ortung deutlich verbessert wird.

Die Lokalisierungsergebnisse der Ortungsalgorithmen sind nicht endgültig, sondern können durch stochastische Verfahren weiter optimiert werden, um die Abweichung vom realen Ort zu minimieren. Diese Zustandsschätzer nutzen vorherige Messwerte, um zukünftige Ortskoordinaten zu korrigieren und typische Unsicherheiten durch verschiedene Rauschquellen zu reduzieren. Unbekannte systematische Fehler lassen sich jedoch nur bedingt korrigieren, da sie vom Bewegungsverlauf des gesuchten Objekts abhängen. Durch den Einsatz von Kalman-Filtern können Abweichungen, die beispielsweise durch unzureichendes Training neuronaler Netzwerke oder ungenaue Lösungen von Gleichungssystemen mit fehlerhaften Messwerten entstehen, deutlich reduziert werden. Es existiert eine Vielzahl an Kalman-Filter-Varianten mit anpassbaren Parametern, die sich je nach Vorwissen weiter optimieren lassen. Aufgrund dieser Vielfalt kann keine allgemeingültige Aussage über den idealen Zustandsschätzer getroffen werden, stattdessen müssen die optimalen Eigenschaften durch Simulationen und Messungen unter den jeweiligen Randbedingungen bestimmt werden.

Ein weiterer Zustandsschätzer ist der Partikelfilter, der im Gegensatz zum Kalman-Filter keine mehrdimensionale Normalverteilung der Messwerte annimmt. Reale Anwendungen zeigen jedoch, dass diese Eigenschaft auch beim Kalman-Filter nicht immer erforderlich ist. Während der Kalman-Filter eine globale Betrachtung der Zustände durch entsprechende Gleichungssysteme ermöglicht, betrachtet der Partikelfilter mögliche Zustände lokal in Form einzelner Partikel im Raum. Dadurch ergibt sich eine deutlich höhere Rechenzeit, da die Anzahl der Partikel direkt die Genauigkeit der Abweichungsreduktion bestimmt. Zudem treten Probleme bei sehr dynamischen räumlichen Anwendungen auf. Der Vorteil des Partikelfilters liegt jedoch in seiner Generalisierbarkeit, da er für jede Bewegungs- und Anwendungsform in der Ortung verwendet werden kann und eine Vielzahl möglicher Bewegungsmuster berücksichtigt.

Ein Vergleich zwischen dem Unscented-Kalman-Filter und dem Partikelfilter zeigt, dass beide Verfahren ähnliche Ergebnisse liefern, wobei der Grad der Übereinstimmung stark vom jeweiligen Anwendungsproblem abhängt. Aufgrund der zahlreichen Varianten von Kalman- und Partikelfiltern stehen leistungsstarke und notwendige Zustandsschätzer zur Verfügung, um die berechneten Koordinaten weiter zu optimieren.

Die gewonnenen Erkenntnisse decken den gesamten induktiven Ortungsprozess ab, von den physikalischen Effekten bei planaren Spulen über die Signalauswertung bis hin zur Nachverarbeitung der berechneten Koordinaten mithilfe von Zustandsschätzern. Diese

wurden in einer Simulationsplattform in MATLAB implementiert, die den gesamten Prozess betrachtet und sich auf die wesentlichen physikalischen Effekte beschränkt. Dadurch können Trainingsdaten schnell generiert, neue Berechnungsalgorithmen modular entwickelt und getestet sowie vorgegebene Randbedingungen einer Anwendung effizient überprüft werden. Die Plattform unterstützt damit die Auslegung induktiver Ortungssysteme unter produktspezifischen Randbedingungen und stellt zugleich eine Grundlage für weitere Entwicklungen und Erweiterungen mit anderen Systemen dar.

Die induktive Ortung ist besonders für geringere Reichweiten von einigen Metern (z.B. Indoor-Lokalisierungen und Logistikanwendungen) und für inhomogene permittive Materialumgebungen (z.B. biochemische und medizinische Anwendungen) aufgrund ihrer physikalischen Eigenschaften gut geeignet. Aufgrund der Nutzung von Magnetfeldern lassen sich drahtlose Energieübertragungstechnologien (wie z.B. Qi in Smartphones) leicht mit der Funktionalität der induktiven Ortung erweitern. Diese Eigenschaften können in kritischen Anwendungen, in denen eine sehr präzise Lokalisierung notwendig ist, durch Sensorfusion Ergebnisse mit höherer Genauigkeit erreichen.

Diese Dissertation hat ausführlich die Herausforderungen und möglichen Lösungswege der induktiven Ortung analysiert. Die Ergebnisse ermöglichen es, ein tiefgehendes Verständnis der induktiven Ortung zu erlangen und darauf basierend eine induktive Ortungstechnologie zu entwickeln und umzusetzen. Durch die erstellte modulare Simulationsplattform können sowohl die Systemparameter des Ortungssystems als auch die zugehörigen Auswertelgorithmen entworfen und erste Tests für praktische Anwendungen durchgeführt werden.

7.2. Ausblick

In dieser Arbeit wurde die induktive Ortung primär im Frequenzbereich bei einer monofrequenten Anregung im eingeschwungenen Zustand betrachtet, da dieser Zustand den Regelfall für den Prozess darstellt und sich leicht auf andere Frequenzen adaptieren lässt. Um die Stabilität gegenüber Störungen zu erhöhen, die Messbarkeit der Signale zu verbessern und mehrere Spulen gleichzeitig zu lokalisieren, sind jedoch breitbandigere Signale vorteilhaft. Diese werden über das Frequenzspektrum hinweg unterschiedlich beeinflusst, was insbesondere bei nennenswerter Dispersion eine ergänzende zeitbasierte Analyse der frequenzabhängigen Systemanregung im betrachteten Band sinnvoll macht. Dadurch lassen sich die Einflüsse unterschiedlicher Frequenzanteile auf die Ortungsgenauigkeit gezielt untersuchen und gegebenenfalls kompensieren.

Auch Aspekte wie die Inbetriebnahme, elektromagnetische Störungen auf nicht ideale Schaltungselemente vor und nach den Spulenelementen sowie mögliche Stabilitätsanalysen der Systeme sind noch nicht abschließend geklärt. Diese Fragen können jedoch erst beantwortet werden, wenn eine konkrete Auswahl der elektrischen Komponenten für die Signalgenerierung und -auswertung, die Energieversorgungseinheit und weitere notwendige elektronische Schaltungskomponenten getroffen wurde. Sobald diese Parameter festgelegt sind, kann das erweiterte System analysiert werden. Zudem ist davon auszugehen, dass nichtlineare Bauteile eine Rolle spielen, was eine Anpassung der bisher

meist linearen Modelle erfordert.

Alternativ zur vorgestellten signalstärkebasierten Ortung durch die Kopplungsgröße der Spulen untereinander ist auch eine zeit- oder phasenbasierte Auswertung denkbar, ähnlich zu *Time Difference of Arrival* (TDoA) oder *Angle of Arrival* (AoA). Die bisher verwendeten Modelle berücksichtigen jedoch keine Verzögerungen zwischen den Spulenelementen und müssten daher entsprechend angepasst oder erweitert werden. Da sich das magnetische Feld nahezu mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, müssen die technischen Möglichkeiten für eine präzise Zeit- bzw. Phasenmessung untersucht werden. Da die induktive Ortung für geringe Reichweiten konzipiert ist, sind hochgenaue Messungen erforderlich, um eine zufriedenstellende Ortsgenauigkeit zu erreichen. Zudem ist bei diesem Verfahren eine hochpräzise Synchronisation zwischen den Spulen notwendig, um Differenzen korrekt zu ermitteln. Die Ergebnisse einer zeit- oder phasenbasierten Auswertung können jedoch parallel zur signalstärkebasierten Ortung genutzt werden, wodurch sich die Genauigkeit des Prozesses erheblich verbessern lässt.

Bei der Verwendung nicht idealer Schaltungselemente treten sowohl bei der Herstellung als auch durch Alterung während des Betriebs Toleranzen in den elektrischen Eigenschaften auf. Daher ist ein weiterer Forschungsschwerpunkt die Untersuchung, wie sich Fertigungstoleranzen oder dauerhafte Umgebungseinflüsse auf die Genauigkeit der Signalgenerierung und der Messung der Kopplungswerte auswirken. Zudem ist zu klären, wie diese Effekte während des Betriebs gemessen oder vorhergesagt werden können, um eine Selbstkalibrierung des Systems zu ermöglichen. Je nach Komplexität der gesamten Elektronik kann diese Aufgabe nur durch Erfahrungswerte oder vereinzelte Tests für die komplette Schaltung gelöst werden. Daher müssen klare Gegenmaßnahmen entwickelt werden, die sich an der jeweiligen Sensibilität der Komponenten orientieren.

Die Ergebnisse weiterer Forschungsarbeiten können anschließend in die modulare Simulationsplattform implementiert werden, um die Funktionalität zu erweitern und die Genauigkeit der Ergebnisse zu verbessern. Je nach Entwicklungsstand der Plattform wäre eine vereinfachte grafische Benutzeroberfläche (GUI) mit reduzierten Eingabemöglichkeiten für den Anwender sinnvoll. Zudem könnten Schnittstellen zu anderen Simulatoren die Entwicklung der Systemparameter für die induktive Ortung erleichtern, indem beispielsweise automatisiert CST Studio Suite[®]-Projektdateien erstellt und zur Validierung neuer Verfahren ausgewertet werden.

Das übergeordnete Ziel besteht darin, die in dieser Arbeit entwickelte induktive Ortungstechnologie als reale Elektronik zu realisieren. Dazu müssen die gewonnenen Erkenntnisse in physische Schaltungen implementiert werden, wodurch die Entwicklung spezifischer Schaltungsdesigns oder sogar integrierter Schaltkreise (ICs) erforderlich wird. Auch die Implementierung einer Datenkommunikationsschnittstelle zwischen den Spulen ist notwendig. Darüber hinaus stellt sich die Frage der Energieeffizienz und des Energieaufwands, insbesondere wenn eine Spule aktiv Signale von einem Smartphone senden soll. Hierbei muss untersucht werden, wie Energieverluste minimiert werden können. Eine mögliche Lösung könnte die Integration von drahtloser induktiver Energieübertragung sein, um zusätzliche Vorteile zu erzielen.

Die induktive Ortung bietet eine vielversprechende Lösung für das Ortungsproblem,

insbesondere in Umgebungen mit nicht leitfähigen Materialien. Andere Verfahren wie Ultraschall, Kamerasysteme oder die Nutzung elektromagnetischer Wellen sind jedoch bereits fest am Markt etabliert. Durch die Fusion verschiedener Messquellen kann die Ortungsgenauigkeit weiter verbessert werden, da sich die unterschiedlichen Technologien aufgrund ihrer verschiedenen physikalischen Prinzipien nicht gegenseitig stören. Zudem ist zu untersuchen, inwieweit die induktive Ortung bestehende Systeme ergänzen kann und ob sie – unter Einhaltung gesetzlicher Bestimmungen – andere elektronische Systeme oder Lebewesen negativ beeinflussen könnte.

Zusammenfassend sind die nächsten Forschungsaufgaben vorrangig bei ungewöhnlichen Betriebszuständen des induktiven Ortungsprozesses zu finden oder hängen von den technischen und wirtschaftlichen Einschränkungen zur Realisierung ab. Diese Faktoren bestimmen, inwiefern die bisher vorgestellten Modelle und Verfahren erweitert werden müssen. Ziel ist es somit, Lösungen für alle relevanten Probleme bei der Umsetzung der induktiven Ortung zu finden, indem die jeweiligen Herausforderungen analysiert und als Modell abgebildet werden. Durch die Simulationsplattform sollen alle Hindernisse bei der Umsetzung der induktiven Ortung abbildbar sein, um ein Design für jede Anforderung zu ermöglichen.

Abbildungsverzeichnis

2.1. Darstellung des Prinzips der elektromagnetischen Induktion der Spannung $u_{\text{ind}}(t)$ durch den zeitlich veränderlichen magnetischen Fluss $\vec{B}(t)$ einer Leiterschleife um der umschlossenen Fläche \vec{A}	8
2.2. Elektrisches Ersatzschaltbild einer RLC-Reihenresonanz	15
2.3. Verlauf des induktiven und kapazitiven Anteils bei einer Reihenresonanz in Abhängigkeit der Frequenz für die Bestimmung der Resonanzfrequenz f_{res} mit beispielhaften Parametern ($R = 100 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ und $C = 1 \mu\text{F}$)	15
2.4. Elektrisches Ersatzschaltbild einer RLC-Parallelresonanz	16
2.5. Verlauf der Betragsimpedanz der Reihen- (links) und Parallelresonanz (rechts) für verschiedene Widerstände R mit beispielhaften Parametern ($R_0 = 100 \Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ und $C = 1 \mu\text{F}$)	16
3.1. Darstellung der verschiedenen elektrischen Abhängigkeiten und Eigenschaften einer planaren Spule, welche zu dem elektrischen Ersatzschaltbild aus Abb. 3.2 führt	20
3.2. Makroskopisches elektrisches Ersatzschaltbild einer Spule ohne Ummagnetisierungsverluste	21
3.3. Verlauf der Kopplungskapazität $C_{1,2}$ in Abhängigkeit des Spulenabstandes z für eine baugleiche Spule (Größe: $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$, Leitungsabstand: 1 mm , Leitungsbreite: 1 mm , Leitungsdicke: $70 \mu\text{m}$) für unterschiedliche Windungen N	24
3.4. Elektrisches Ersatzschaltbild der Einflüsse zwischen zwei gekoppelten Spulen	25
3.5. Verschiebung und Entstehung von Resonanzfrequenzen durch räumliche Nähe anderer Spulen bei unterschiedlichen Abständen	26
3.6. Links: Einfluss der relativen Resonanzfrequenzen durch identische Spulen in Abhängigkeit vom Abstand; Rechts: Einfluss des Frequenzgangs der Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 der normalen Spulen (2)	27
3.7. Elektrisches Ersatzschaltbild mit N_L Ortungsspule und einer gesuchten Spule S. In rot sind die gesuchten Kopplungsgrößen zur Lokalisierung enthalten.	28
3.8. Verschiedene Möglichkeiten für gekoppelte resonante Spulen	29

3.9. Transmissionsadmittanz $ Y_{21} $ in Abhängigkeit vom Kopplungsfaktor k für verschiedene Lastimpedanzen Z_{Last} und Resonanzmoden zwischen zwei normalen (2) Spulen bei $f_0 = f_{\text{res}} = 5 \text{ MHz}$	30
3.10. Transmissionsadmittanzen $ Y_{21} $ in Abhängigkeit von den Lastimpedanzen Z_{Last} für verschiedene Kopplungsfaktoren k und Resonanzmoden zwischen zwei normalen (2) Spulen bei $f_0 = f_{\text{res}} = 5 \text{ MHz}$	31
3.11. Darstellung der induktiven Ortungsumgebung in CST Studio Suite [®] mit sechs Ortungsspulen (Außen) und eine kleinere zu lokalisierende Spule (Mitte) ohne Leiterplattenträgermaterial	32
3.12. Darstellung des Skin-Effektes bei Kupfer ($f = 1 \text{ MHz}$)	33
3.13. Verifikation der Berechnung des Einfluss des Skin-Effektes durch eine äquivalente CST Studio Suite [®] Simulation für eine Kupferleitung mit $d_h = 70 \mu\text{m}$ und $d_w = 1 \text{ mm}$	34
3.14. Darstellung des Proximity-Effektes bei Kupfer ($f = 1 \text{ MHz}$) (links: gleiche Stromrichtung, rechts: entgegengesetzte Stromrichtung)	35
3.15. Validierung der Berechnung des Proximity-Effektes durch eine äquivalente CST-Simulation und Darstellung des Einflusses des Proximity-Effektes für unterschiedliche Abstände der Windungen der planaren Spule auf die Länge der Spule normiert	36
3.16. Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes (Links: Leiterschleife mit $A = 10^4 \text{ mm}^2$); Rechts: Leiterschleife mit $N = 10$ Windungen)	37
3.17. Berechnete Verläufe der parasitären Kapazität C_P verschiedener homogener Permittivitätsumgebungen bei unterschiedlichen Windungsabständen	39
3.18. Berechnete Verläufe der Kapazitätsverluste R_P verschiedener homogener elektrischer leitfähigen Umgebungen bei unterschiedlichen Windungsabständen	40
3.19. Aufbau der 1D-Ortung/Abstandsermittlung mit $M_{n,S}(z)$ durch eine Ortungsspule n in Form einer Leiterschleife und einer gesuchten Spule S	42
3.20. Leiterschleife mit Radius r_0 in kartesischen Koordinaten (links) und zylindrischen Koordinaten (rechts)	44
3.21. Leiterschleife mit Radius r_0 und die gesuchte Spule mit allen geometrischen Parametern. Die Spule ist im rechten Bild orthogonal zur z -Achse bzw. liegt auf der r - $r \times z$ -Ebene.	48
3.22. Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung der Gegeninduktivität $M_{n,S}(x_S = 0 \text{ mm}, y_S = 150 \text{ mm}, z_S)$ zwischen zwei gleichen Leiterschleifen mit $r_0 = 10 \text{ mm}$. Links: Aufbau der Ortungsumgebung mit dem Verlauf auf den z -Pfad für die gesuchte Spule. Rechts: Verlauf der Gegeninduktivität für verschiedene Berechnungsverfahren aus der linken Ortungsumgebung	48
3.23. Vergleich verschiedener Verfahren zur Berechnung der Gegeninduktivität $M_{n,S}(x_S = 0 \text{ mm}, y_S = 0 \text{ mm}, z_S)$ zwischen zwei gleichen Leiterschleifen mit $r_0 = 10 \text{ mm}$. Links: Verlauf der jeweiligen Berechnungsarten Rechts: Prozentuale Differenz der verschiedenen Berechnungsarten	49
3.24. Konzept der induktiven Ortung als Black Box Modell	50
3.25. Zwei beliebige planare Ortungsspulen (1. und 2.) in unterschiedlicher Ausrichtung gekoppelt zur gesuchten beliebigen planaren Spule S	51
3.26. Verlauf des Anpassungsfaktors für die Gegeninduktivität $M_{0,n,S}$ entlang der z -Achse aus Abb. 3.25 für zwei baugleiche Ortungsspulen aus unterschiedlichen Perspektiven	52

3.27. Verlauf der Gegeninduktivität durch den Anpassungsfaktor in (3.71) und der äquivalenten CST-Simulation	52
3.28. Prozentualer Fehler beider Berechnungsmethoden durch den Anpassungsfaktor und einer äquivalenten Feldsimulation	53
3.29. Darstellung des Ausrichtungswinkels γ_S für verschiedene Werte anhand einer planaren quadratischen Spule	54
3.30. Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm für verschiedene Drehungen durch den Winkel γ_S ; Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$	54
3.31. Verschiedene Spulengeometrien, um den Einfluss des Ausrichtungswinkels γ zu untersuchen	55
3.32. Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm für verschiedene Drehungen durch den Winkel γ_S durch die lange Spule aus Abb. 3.31(b); Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$	55
3.33. Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm durch den Winkel γ_S durch die lange Spule aus Abb. 3.31(b) von einer anderen Perspektive; Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$	56
3.34. Links: Verlauf der Gegeninduktivität bei $x_S = 0$ mm und $y_S = 100$ mm durch den Winkel γ durch die sehr lange Spule aus Abb. 3.31(c); Rechts: Prozentuale Differenz der Gegeninduktivitätswerte zwischen verschiedenen Drehungen und den Fall bei $\gamma_S = 0^\circ$	56
3.35. Darstellung der induktiven Ortungsumgebung mit den jeweiligen Gegeninduktivitäten aus der Neumann-Gleichung zur gesuchten Spule in der Mitte (links: Gegeninduktivitäten $M_{n,S}$; rechts: Kopplungsfaktoren $k_{n,S}$)	58
3.36. Elektrisches Ersatzschaltbild von zwei gekoppelten Spule in Reihenresonanz bei der Sendespule (1) und Reihen- bzw. Parallelresonanz mit Lastimpedanz Z_{Last} bei der Empfängerspule (2) für den Magnetoquasistatik(MQS)-Fall.	59
3.37. Links: 3D-Ortungssystem mit sechs Ortungsspulen und der gesuchten Spule S in der Mitte; Rechts: Äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild der Anordnung mit einer SP-Kompensation	63
3.38. Systematische Anpassung des Ortungssystems anhand von sechs Ortungsspulen, welche eine Spule S zwischen ihnen lokalisieren sollen.	66
4.1. Beispiel eines Ortungssystems mit sechs Ortungsspulen und einer gesuchten Spule S am Ort \vec{r}_S und den Koordinatenursprung \vec{r}_0 im Mittelpunkt des Ortungsvolumens	70
4.2. z -Verlauf mit $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$ und $\beta_S = \gamma_S = 0^\circ$ bei einem Ortungssystem aus Abb. 4.2 mit $x_d = 500$ mm, $y_d = 500$ mm und $z_d = 1000$ mm	71
4.3. z -Verlauf mit $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 45^\circ$ und $\beta_S = \gamma_S = 0^\circ$ bei einem Ortungssystem aus Abb. 4.2 mit $x_d = 500$ mm, $y_d = 500$ mm und $z_d = 1000$ mm	72
4.4. Verlauf der Gegeninduktivität der 1. Ortungsspule zu der gesuchten Spule (Verwendete Ortungsspulen: $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$, $N = 20$)	74

4.5. Verlauf der Gegeninduktivität der 5. und 3. Ortungsspule zur gesuchten Spule	74
4.6. Berechnete z -Koordinate der gesuchten Spule $z_{\text{Calc},S}$ (links) und deren Abweichung zum realen Wert Δz_S (rechts) für verschiedene Verläufe an der z -Achse mit verschiedenen Verschiebungen in x - und y -Richtung	75
4.7. Abweichungen durch die Verhältnismethode für verschiedene Verläufe an der z -Achse mit verschiedenen Verschiebungen in x - und y -Richtung	76
4.8. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in der y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)	76
4.9. Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in der y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm	77
4.10. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 100$ mm (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)	78
4.11. Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 100$ mm (links) und $x_S = 200$ mm (rechts)	78
4.12. Abweichungen Δz_S durch die Verhältnismethode für kleinere Ortungsspulen ($50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$, $N = 10$)	79
4.13. Abweichungen Δz_S durch die Verhältnismethode mit Berücksichtigung des Winkels α_S	79
4.14. Feldstärkenverlauf von H_y bei dem Messsystem mit einer Ausrichtung von $\alpha = 150^\circ$	80
4.15. Abweichungen Δy_S und Δx_S durch die Verhältnismethode mit Berücksichtigung des Winkels α_S	80
4.16. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 120^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)	81
4.17. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 150^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S ; Rechts: Abweichung Δy_S)	81
4.18. Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 120^\circ$ (links) oder $\alpha_S = 150^\circ$ (rechts)	82
4.19. Ortungssystem mit einer erhöhten Anzahl ($N_L = 26$) von Ortungsspulen	82
4.20. Fehler für die Auswahl des größten Produktes der Gegeninduktivitäten der jeweiligen Spulenpaare von vier Spulenpaaren (größtes geometrisches Mittel)	83
4.21. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$ (Links: Abweichung Δz_S bei $N_{L,z} = 4$ und $N_{L,y} = 2$; Rechts: Abweichung Δy_S bei $N_{L,z} = 2$ und $N_{L,y} = 10$)	83
4.22. Systematische Abweichungen der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen in y - z -Ebene für $x_S = 0$ mm und $\alpha_S = 90^\circ$ (Links: Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ bei $N_{L,z} = 4$ und $N_{L,y} = 10$; Rechts: Abweichung $\Delta r_{S,yz}$ bei $N_{L,z} = 100$ und $N_{L,y} = 100$)	84
4.23. Systematische Abweichungen $\Delta r_{S,yz}$ der Verhältnismethode mit einer höheren Anzahl von Ortungsspulen $N_{L,z} = 100$ und $N_{L,y} = 100$ in der y - z -Ebene für $\alpha_S = 120^\circ$ (Links: Abweichung bei $x_S = 0$ mm; Rechts: Abweichungen bei $x_S = 100$ mm)	85
4.24. Ortungssystem aus Leiterschleifen zur Lokalisierung der gesuchten Spule	86
4.25. Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ für die Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule entlang der z -Achse für $y_S = 100$ mm und $x_S = 0$ mm	87

4.26. Lokalisierungsabweichungen durch die analytische Gleichung (3.67) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$ und $\beta_S = 0^\circ$. .	90
4.27. Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 0^\circ$	91
4.28. Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 0^\circ$	92
4.29. Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion in (4.10) bei $x_S = 0$ mm, $y_S = 100$ mm, $\alpha_S = 90^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$ und $\gamma_S = 90^\circ$	92
4.30. Lokalisierungsabweichungen durch die angepasste analytische Gleichung (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen zur Minimierung der Fehlerfunktion für eine ganze Ortungsebene (gesuchte Spule S wurde hier um den Faktor 10 vergrößert!)	93
4.31. Links: CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38; Rechts: CDFs aller Fälle aus Abb. 4.30; Oben: Lineare Darstellung; Unten: Logarithmische Darstellung	96
4.32. Klassisches künstliches Neuron eines künstlichen neuronalen Netzes . . .	98
4.33. Feed Forward Netzwerk	99
4.34. Werteverteilung der Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ von den Trainings- und Validationsdaten (ohne Winkel) des 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes	102
4.35. Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ entlang der z-Achse für $y_S = 75$ mm und $x_S = 0$ mm eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes	102
4.36. Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes .	103
4.37. Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_S$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes .	104
4.38. Lokalisierungsabweichungen durch die Verwendung von neuronalen Netzwerken für jeweils ganze Ortungsebene (gesuchte Spule S wurde hier um den Faktor 10 vergrößert!)	105
4.39. Links: CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38; Rechts: CDFs alle Fälle aus Abb. 4.38; Oben: Lineare Darstellung; Unten: Logarithmische Darstellung	106
4.40. Reihenfolge der ausgewählten Ortungsspulen	108
4.41. Einfluss der Fehlervarianz (Varianz der Gesamtabweichung Δr_S) auf die Anzahl der Ortungsspulen mit und ohne konstante Ausrichtung/Winkel für die Trainingsdaten und die Testdaten (Spirale) aus Abb. 4.36(a) und 4.37(a) (Links: Lineare Darstellung; Rechts: Logarithmische Darstellung)	108
4.42. Einfluss von externen Störungen durch AWGN für verschiedene SNRs (Links: Induzierte Spannung; Rechts: Auswirkungen auf das Ortungsergebnis bei $N_L = 28$ für die Abweichung Δz_S)	110

4.43. Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) mit konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S	111
4.44. Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) mit konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S und mit geringen Rauscheinfluss $\underline{u}_{n,S,n}$ durch höhere Anzahl von Ortungsspulen	111
4.45. Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) ohne konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S	112
4.46. Auswirkungen des SNRs und der Anzahl der Ortungsspulen N_L auf die Fehlervarianz der Testdaten (Spirale) ohne konstanter Ausrichtung der gesuchten Spule S und mit geringen Rauscheinfluss $\underline{u}_{n,S,n}$ durch höhere Anzahl von Ortungsspulen	112
4.47. Elektrisches Ersatzschaltbild zwei gekoppelter Spule mit in Reihenresonanz durch $C_{res,S,n}$ für den Magnetoquasistik(MQS)-Fall (nur schwarz) und der hochfrequenten Betrachtung mit den Windungskapazitäten $C_{P,n}$ zur Analyse der optimalen Betriebsfrequenz für die induktive Ortung.	113
4.48. Darstellung der verschiedenen dominieren Effekte auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz bei einer induktiven Kopplung	114
4.49. Darstellung der verschiedenen dominieren Effekte auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz unter Berücksichtigung der Wellenlänge zur Einhaltung der Bedingung des Nahfeldes r_n bei einer induktiven Kopplung .	115
4.50. Einfluss des Kopplungsfaktors und der Leiterbahnbreite auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz	116
4.51. Einfluss des Windungsanzahl und des Windungsabstandes auf die Wahl der optimalen Betriebsfrequenz	117
4.52. Aufbau des Simulationsmodell der geschachtelte Spulengeometrie für jede Orientierung (rechts: Ohne PCB zur besseren Darstellung)	120
4.53. Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Ausrichtungswinkels β für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen	121
4.54. Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen	121
4.55. Verläufe der Gegeninduktivitäten der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 30^\circ$ zu verschiedenen Ortungsspulen	122
4.56. Maximale und minimale mögliche Gegeninduktivitäten aus der geschachtelten Spulenanordnung unter Berücksichtigung des Abstandes z für $\alpha = 0^\circ$ und $\beta = 0^\circ$	122
4.57. Typisches induktives Ortungssystem mit einem Akku in Form eines Aluminiumblocks an der gesuchten Spule	123
4.58. Einfluss einer Batterie nahe an der gesuchten Spule mit verschiedenen Parameter und Ausrichtungen	123
4.59. Elektrisches Ersatzschaltbild zwei gekoppelter Spule mit Reihenresonanz zur Darstellung von Backscattering für eine Spulenidentifikation	125

4.60. Zeitliche Verlauf der Stromstärken an beiden Spulen in Abhängigkeit des schaltenden MOSFETs bei einer Kopplung von $k = 10\%$	126
4.61. Betrag des Frequenzspektrum des Backscatteringssignals anhand der Stromstärke i_n bei der Ortungsspule mit der individualen Frequenz $f_{BS,S} = 4\text{kHz}$ bei einer Kopplung von $k = 10\%$ und keiner Kopplung $k = 0\%$ (Links: Linear; Rechts: Logarithmisch)	126
4.62. Elektrische Stromstärke an der Ortungsspule für zwei gesuchte Spule $N_{L,S} = 2$, welche durch Backscattering unterschieden werden (Links: Zeitsignal; Rechts: Frequenzspektrum)	127
4.63. Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Frequenzen bei einem Abstand von $d = 1\text{ m}$ (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase)	128
4.64. Genereller Ablauf eines Code Division Multiplexing (CDM), wobei hier das gesendete Signal $s_{S,n}$ bekannt sein muss, um aus den Dämpfungen im Übertragungskanal die gesuchten Kopplungsgrößen zu ermitteln.	129
4.65. Elektrisches Ersatzschaltbild mit allen Materialeinflüssen zwischen zwei Spulen	132
4.66. Diagramm des Absolutwerts der berechneten Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der Dielektrizitätskonstante	133
4.67. Einfluss eines Magnetkerns mit unterschiedlichen Dicken auf die Gegeninduktivität im Abstand $d = 30\text{ cm}$	134
4.68. Verlauf des Absolutwerts und der Phase der Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der elektrischen Leitfähigkeit im ganzen Raum. Phasendarstellung gekürzt, da die Phasenänderung nicht mehr darstellbar war.	135
4.69. Normalisierte Kurve des Betrags der Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen in Abhängigkeit von verschiedenen Abständen und der elektrischen Leitfähigkeit zwischen den Spulen für verschiedene veränderliche Materialräume: Links: Komplette Ortungsumgebung; Rechts: Zwischen den Spulen/Ortungsumgebung	136
4.70. Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Abstände bei $f_0 = 100\text{ kHz}$ (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase) . .	137
4.71. Materialabhängigkeit der Gegeninduktivität für verschiedene Frequenzen bei einem Abstand von $d = 1\text{ m}$ (Links: Einfluss des Betrags; Rechts: Einfluss der Phase)	138
4.72. Untersuchte metallische Umgebungen anhand von PEC-Platten mit variablen Abständen zu den Ortungsspulen	139
4.73. Einfluss verschiedener Abstände der PEC-Leiterplatten nahe der Ortungsspulen für verschiedene Abstände bei $\alpha_S = 90^\circ$	139
4.74. Einfluss verschiedener Abstände der PEC-Leiterplatten nahe der Ortungsspulen für verschiedene Abstände bei $\alpha_S = 0^\circ$	140
4.75. Einfluss von verschiedenen Ortungsumgebungen mit PEC-Metallplatten auf die Kopplung	140
4.76. Prozentuale Abweichung von verschiedenen Ortungsumgebungen mit PEC-Metallplatten auf die Kopplung	141
4.77. Blockschaltbild eines Lock-In Verstärkers	142

4.78. Relative übertragende Spannung durch direkte Induktion $\underline{u}_{1,2} = j\omega M_{1,2}i_1$ in Abhängigkeit der Abstände für verschiedene Fälle	145
4.79. Relative übertragende Spannung durch die transformierte Impedanz $\underline{Z}_T = \frac{\omega^2 M_{1,2}^2}{R_2 + \underline{Z}_{Last}}$ in Abhängigkeit der Abstände für verschiedene Fälle	145
4.80. Elektrisches Ersatzschaltbild mit externen Einflüssen durch hochfrequente Magnetfelder zwischen zwei Spulen	146
4.81. Prinzip des PSIM-Kondensators für eine variable Kapazität, welche über eine PWM angesteuert wird	149
5.1. Ablauf des linearen Kalman Filters (KF/LKF)	155
5.2. Ablauf des erweiterten Kalman Filters (EKF)	157
5.3. Ablauf des Unscented Kalman Filters (UKF)	161
5.4. Vergleich der Ergebnisse zwischen einen EKF und einen UKF. Aufgrund des sehr ähnlichen Verlaufes ist in der rechten Abbildung die Differenz dargestellt.	161
5.5. Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,KF}$ für die Ermittlung des Ortes der gesuchten Spule entlang der z-Achse für $y_S = 100 \text{ mm}$ und $x_S = 0 \text{ mm}$ bei zusätzlicher Verwendung eines Kalman-Filters (KF) mit bekanntem Startwert	163
5.6. Aufbau des neuronalen netzwerkbasierten Systems mit EKF zur Ermittlung der Koordinaten der gesuchten Spule aus sechs Gegeninduktivitäten	164
5.7. Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,EKF}$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes nach einem EKF ohne Berücksichtigung der Ausrichtung von S (Bekannt: α_S und β_S)	165
5.8. Berechneter Verlauf der gesuchten Spule (links) und die Koordinatenfehler $\Delta \mathbf{r}_{S,EKF}$ (rechts) entlang einer Spirale eines 6-20-20-20-3 neuronalen Netzes nach einem EKF mit Berücksichtigung der Ausrichtung von S (Unbekannt: α_S und β_S)	165
5.9. Absoluter Ortungsfehler durch die ANN und den EKF bei unterschiedlichen Materialeinflüssen	166
5.10. Absoluter Ortungsfehler zur Differenz des Ortungsfehlers für Luft durch das ANN und den EKF unter verschiedenen Materialeinflüssen	167
5.11. Links: Initiale und gleiche Gewichtung aller Partikel; Rechts: Gewichtung der Partikel während des Prozesses zur Berechnung der Position	168
5.12. Ablauf des Partikel-Filters mit systematischen Neuziehen	170
5.13. Einfluss der Anzahl der Partikeln bei unterschiedlichen SNR's auf die Fehlervarianz bei der Ortung	171
5.14. Verlauf der gesuchten Spule (blau) und deren Abweichungen zum realen Wert \mathbf{r}_S für verschiedene Filterarten bei SNR = 0 dB	172
5.15. Links: Absolute Abweichung der jeweiligen Filter; Rechts: Differenz der Ergebnisse zwischen Partikelfilter und UKF	172
5.16. Abweichungen der verschiedenen Filterarten für SNR = -20 dB bei verschiedenen Achsenskalierungen	173
5.17. Vergleich zwischen den Kalman-Filtern und den Partikelfilter bei sehr falschen Startwerten $\mathbf{r}_{PF,S,1} = \mathbf{r}_{UKF,S,1} = \mathbf{r}_{EKF,S,1} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}^T \text{ m}$	173
5.18. Abweichungen der verschiedenen Filterarten für SNR = 0 dB und SNR = -20 dB bei verschiedenen Anzahl von Messwerten N_{Mess}	174

5.19. Abweichungen der verschiedenen Filterarten für $\text{SNR} = -20 \text{ dB}$ bei einer Gleichverteilung	175
6.1. Aufbau der Simulationsplattform ILS (<i>Inductive Localization Simulator</i>) am Beispiel, dass die gesuchte Spule S mit einer Signalquelle ausgestattet ist und die Ortungsspulen nur eine Lastimpedanz $\underline{Z}_{\text{Last},m}$ besitzen.	179
6.2. Grundlegende Klassendiagramme und deren Abhängigkeiten von der Simulationsplattform ILS (<i>Inductive Localization Simulator</i>) mit den wichtigsten Funktionen	180
6.3. Inhalte der beiden Coil-Objekte Coil1 und Coil2 mit allen Parametern (aus MATLAB)	182
6.4. Ausgabe aus dem Objekt LocEnv, welche den Aufbau des Ortungssystem zeigen und die jeweiligen berechneten Gegeninduktivitäten (Links: Innerhalb der Ortungsspulen; Rechts: Zwischen den Ortungsspulen und der gesuchten Spule S) darstellen	183
6.5. Ergebnisse der Simulationsplattform ILS für die gewählten Parametern .	184
C.1. Aufbau der Diskretisierung der Spulenabschnitte durch Segmente	230
C.2. Aufbau der Spulenordnung zur numerischen Berechnung der Gegeninduktivität durch die Neumann-Gleichung	230
C.3. Links: Verlauf der Gegeninduktivität für unterschiedliche Anzahl von Diskretisierungen N_{C_n} , wobei diese Diskretisierung für beide Spulen gelten ($N_{C_n} = N_{C_m}$); Rechts: Konvergenzstudie an Abhängigkeit der Diskretisierung N_{C_n} und der benötigten Zeit einem Intel i7-10700K CPU	231
E.1. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$	235
E.2. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$	236
E.3. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$	236
E.4. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$	236
E.5. Lineare Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.30 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen	237
E.6. Logarithmische Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.30 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen	237
E.7. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$	238
E.8. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$	238

E.9. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$	239
E.10. Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$	239
E.11. Lineare Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen	239
E.12. Logarithmische Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen	240
F.1. Beispielschaltung eines Lock-In Verstärkers durch die Zusammenschaltung eines Differenzverstärkers und eines Tiefpasses	242
F.2. Signale am Lock-In Verstärker	242
F.3. Signale, die durch den Schalter SW_1 , welches durch u_{rect} gesteuert wird, beeinflusst werden	243
F.4. Ausgangssignale $u_{\Phi_{xy}}$ nach einem und zwei passiven Tiefpässen für verschiedene Eingangssignale (Links: $\text{SNR} = 26 \text{ dB}$ bei $U_0 = 10 \mu\text{V}$; Rechts: $\text{SNR} = 32 \text{ dB}$ bei $U_0 = 20 \mu\text{V}$)	244

Algorithmenverzeichnis

6.1.	Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 1/3)	181
6.2.	Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 2/3)	183
6.3.	Beispiel der Nutzung des Simulators ILS (Teil 3/3)	184

Tabellenverzeichnis

3.1. Parameter der verwendeten planaren Spulen zur Untersuchung der Einflüsse auf die Resonanzfrequenz	26
3.2. Parameter der verschiedenen Resonanzarten bei einem Zwei-Spulensystems	59
4.1. Kennwerte aller Abweichungen/Fehlern aus den Ebenen in Abb. 4.30 . .	94
4.2. Kennwerte aller Abweichungen aus den Ebenen in Abb. 4.38	105
5.1. Durchschnittliche Rechenzeit T_{Filter} der unterschiedlichen Zustandsschätzer (und im Vergleich zum EKF) bei einem Intel i7-10700K CPU und der jeweiligen SNR-Verbesserungen	175
A.1. Verwendete Reihen- und Folgenentwicklungen	224
A.2. Umformungen zwischen Koordinatensystemen	225
A.3. Verwendete Fouriertransformationen	225
D.1. Verwendete Spulen (wenn nicht anders angegeben) in Kapitel 4 und 5 . .	233

Literaturverzeichnis

- [1] SMITH, John ; BROWN, Emily: *Geolocation Techniques: Principles and Applications*. Springer, 2018
- [2] HUANG, Yue ; LIU, Ming: Location-Based Services in Smart Cities: Technologies and Applications. In: *IEEE Communications Surveys & Tutorials* 21 (2019), Nr. 3, S. 2766–2791
- [3] JOHNSON, Frank ; MILLER, Alan: A History of Navigation and Navigational Instruments. In: *Journal of Historical Geography* 29 (2003), Nr. 2, S. 187–206
- [4] GRUBBS, David R.: LORAN: A System of Long Range Navigation. In: *Journal of Navigation* 56 (2003), Nr. 3, S. 389–405
- [5] MISRA, Pratap ; ENGE, Per: *Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance*. Ganga-Jamuna Press, 2001
- [6] HOFMANN-WELLENHOF, Bernhard ; LICHTENEGGER, Herbert ; WASLE, Elmar: *GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer, 2012
- [7] REICHLE, Rolf H. ; ENTEKHABI, Dara: Global observations of soil moisture from space: The SMAP mission. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 55 (2017), Nr. 4, S. 2289–2319
- [8] BLEWITT, Geoffrey ; LAVALLEE, David ; CLARKE, Peter J.: Survey of GNSS applications in Geophysics. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 105 (2015), Nr. 4, S. 2443–2460
- [9] CHAN, Marie ; ESTEVE, Daniel ; FOURNIOLS, Jean-Yves: Wearable Technologies for Healthier Aging: A Systematic Review. In: *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine* 31 (2012), Nr. 5, S. 44–56
- [10] KUUTTI, S. ; FALLAH, S. ; BOWDEN, R. ; JIN, Y.: A survey of deep learning applications to autonomous vehicle control. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 22 (2020), Nr. 2, S. 712–733
- [11] KAPLAN, Elliott D. ; HEGARTY, Christopher J.: *Understanding GPS: Principles and Applications*. Artech House, 2006

- [12] MA, Qinglong ; WANG, Jianwei ; ZHANG, Ming: Indoor positioning systems based on visible light communication: state of the art. In: *IEEE Communications Surveys & Tutorials* 19 (2017), Nr. 4, S. 2871–2893
- [13] DECAWAVE: Ultra-Wideband (UWB) Technology: A Comprehensive Guide. In: *Technical Report* (2019)
- [14] BISHOP, Christopher M.: *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, 2006
- [15] RAPPAPORT, Theodore: *Wireless Communications: Principles and Practice*. 2nd. USA : Prentice Hall PTR, 2001. – ISBN 0130422320
- [16] MOLISCH, Andreas F.: *Wireless Communications*. John Wiley & Sons, 2012
- [17] MEENA, N. K. ; MISHRA, K.: *Energy Efficient Algorithms for Wireless Sensor Networks*. Springer, 2016
- [18] GROVES, Paul D.: Multipath effects in indoor and urban environments. In: *Journal of Navigation* 64 (2011), Nr. 3, S. 393–403
- [19] SKONE, S. ; CANNON, M.: Impact of ionospheric scintillation on GPS receiver performance. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 37 (2001), Nr. 4, S. 1123–1138
- [20] ALAHI, Alexandre ; GOEL, Kratika ; BECERRA, Victor: Lightweight robust visual-inertial localization for resource-constrained devices. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* 2 (2017), Nr. 4, S. 1963–1970
- [21] ZAFARI, Faheem ; GKELIAS, Alexandros ; LEUNG, Kin K.: Energy-efficient localization techniques in wireless sensor networks: A survey. In: *IEEE Communications Surveys & Tutorials* 21 (2019), Nr. 2, S. 1262–1287
- [22] CAVOUKIAN, Ann: *Privacy by Design: The 7 Foundational Principles*. Information and Privacy Commissioner of Ontario, Canada, 2012
- [23] CUTLER, Robert ; DAVIES, Jeremy: Engineering challenges in the integration of location-aware systems. In: *IEEE Systems Journal* 14 (2020), Nr. 2, S. 1540–1550
- [24] PARK, Chunchun ; KIM, Jieun ; KANG, Sangwook: Wireless charging for electric vehicles: A survey and outlook. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60 (2013), Nr. 7, S. 5406–5415
- [25] HO, Sang W. ; WANG, Ji: Wireless power transmission by resonant inductive coupling and magnetic resonance. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 59 (2011), Nr. 9, S. 3445–3449
- [26] YUAN, Fang ; WU, Xinyuan: Location-Based Services: Current State and Future Trends. In: *IEEE Internet of Things Journal* 6 (2019), Nr. 5, S. 7471–7486
- [27] KIM, Min ; YOO, Seonghun: Inductive position sensing for automotive applications: A survey. In: *IEEE Sensors Journal* 18 (2018), Nr. 9, S. 3430–3442

- [28] ALBALADEJO, David ; SÁNCHEZ-SORIANO, Juan ; RÍOS, Daniel: Interference and noise in inductive wireless power transfer: A review. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 62 (2014), Nr. 10, S. 2547–2556
- [29] HUANG, Yi ; CHEN, Tao: Planar Inductors for Wireless Power Transfer: A Review of Techniques and Applications. In: *IEEE Access* 8 (2020), S. 187854–187868
- [30] OUYANG, W. ; ZHANG, H.: Effects of coil configuration on wireless power transfer via magnetic resonance coupling. In: *Journal of Applied Physics* 104 (2008), Nr. 9, S. 093907
- [31] FARADAY, Michael: Experimental Researches in Electricity. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Giving Some Accounts of the Present Undertakings, Studies, and Labours, of the Ingenious, in Many Considerable Parts of the World*, 1832, S. 154
- [32] MAXWELL, James C.: A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. In: *Proceedings of the Royal Society of London* 13, 1863, S. 531–536
- [33] DONNEVERT, J.: *Die Maxwell'schen Gleichungen: Vom Strömungsfeld des Gleichstroms zum Strahlungsfeld des Hertz'schen Dipols*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015. – ISBN 978-3-658-09956-5
- [34] HALLIDAY, David ; RESNICK, Robert ; WALKER, Jearl: *Fundamentals of Physics*. 11. Wiley, 2018. – ISBN 978-1-119-36883-0
- [35] GRIFFITHS, David J.: *Introduction to Electrodynamics*. 4. Cambridge University Press, 2017. – ISBN 978-1-108-42041-9
- [36] TIPLER, Paul A. ; MOSCA, Gene: *Physics for Scientists and Engineers*. 6. W.H. Freeman and Company, 2015. – ISBN 978-1-4292-0132-8
- [37] JACKSON, John D.: *Classical Electrodynamics*. 3. John Wiley and Sons, 1999. – ISBN 978-0-471-30932-1
- [38] LEHNER, G.: *Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker*. Springer, 2008. – ISBN 9783540776826
- [39] BUNDESNETZAGENTUR: *Erläuterung der Bewertungsverfahren nach BEMFV*. https://www.bundesnetzagentur.de/SharedDocs/Downloads/DE/Sachgebiete/Telekommunikation/Verbraucher/ElektromagnetischeFelder/Anzeige_Afu/Erlaeuterung_der_Bewertungsverfahren_nach_BEMFV.pdf?__blob=publicationFile&v=2, 2013. – [Accessed 23-04-2024]
- [40] BALANIS, Constantine A.: *Antenna Theory: Analysis and Design*. 2. Wiley, 1997. – ISBN 978-0-471-59268-2
- [41] FINKENZELLER, Klaus: *RFID Handbuch: Grundlagen und praktische Anwendungen von Transpondern, kontaktlosen Chipkarten und NFC*. 2008 (978-3446412002)
- [42] KRAUS, John D. ; MARHEFKA, Ronald J.: *Antennas For All Applications*. 3. McGraw-Hill, 2002. – ISBN 978-0-07-232103-6

- [43] NEUMANN, F. E.: Allgemeine Gesetze der inducirten elektrischen Ströme. In: *Annalen der Physik* 143 (1846), Januar, Nr. 1, S. 31–44. <http://dx.doi.org/10.1002/andp.18461430103>. – DOI 10.1002/andp.18461430103
- [44] SCHOLZ, Peter: Analysis and Numerical Modeling of Inductively Coupled Antenna Systems / Technische Universität Darmstadt. 2010. – Dissertation
- [45] SCHUYLENBERGH, K. van ; PUERS, R.: *Inductive Powering: Basic Theory and Application to Biomedical Systems*. Springer Netherlands, 2009 (Analog Circuits and Signal Processing). – ISBN 9789048124121
- [46] WEEKS, W. L.: *Transmission and distribution of electrical energy*. Harper and Row, 1981. – ISBN 9780133977226
- [47] JORDAN, Edward C. (Edward C. ; BALMAIN, K. G. (Keith G.: *Electromagnetic waves and radiating systems* / [by] Edward C. Jordan [and] Keith G. Balmain. 2d ed. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1968 (Prentice-Hall electrical engineering series)
- [48] ZHANG, Hao ; MENG, Fanwei: Exploiting the Skin Effect Using Radio Frequency Communication in Underwater Communication. In: *2012 International Conference on Industrial Control and Electronics Engineering*, 2012, S. 1150–1153
- [49] VORST, André V. ; ROSEN, Arye ; KOTSUKA, Youji: *RF/Microwave Interaction with Biological Tissues*. Wiley, 2006 (Wiley Series in Microwave and Optical Engineering). – ISBN 9780471732778
- [50] HAYT, William H. ; BUCK, J. A.: *Engineering electromagnetics*. 8th. New Delhi : McGraw Hill Education, 2014
- [51] KARK, K.: *Antennen und Strahlungsfelder: Elektromagnetische Wellen auf Leitungen, im Freiraum und ihre Abstrahlung*. Vieweg, 2006 (Aus dem Programm Informationstechnik). – ISBN 9783834802163
- [52] HAYT, William H. ; KEMMERLY, Jack E. ; DURBIN, Steven M.: *Engineering Circuit Analysis*. 8. McGraw-Hill, 2011
- [53] DORF, Richard C. ; SVOBODA, James A.: *Circuits*. 6. John Wiley & Sons, 2010
- [54] KANG, Wenyu ; CHENG, Yuhua ; WANG, Gaofeng: Layout Optimization of Printed Planar Coil with Variable Trace Width and Spacing. In: *2020 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC)*, 2020, S. 403–406
- [55] KLINE, M. ; IZYUMIN, I. ; BOSER, B. ; SANDERS, S.: Capacitive power transfer for contactless charging. In: *2011 Twenty-Sixth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 2011, S. 1398–1404
- [56] KARL KÜPFMÜLLER, W. Mathis A. R. Gerhard Kohn K. Gerhard Kohn: *Theoretische Elektrotechnik und Elektronik: Eine Einführung*. 15., korr. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2000 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-540-67794-9, 978-3-662-10425-5

- [57] BÜKER, Maik-Julian ; HEDAYAT, Christian ; HILLERINGMANN, Ulrich ; GESSNER, Ulrich: Efficient design methodology for inductive energy transmission. In: *Smart Systems Integration 2016. Conference presentation: International Conference and Exhibition on Integration Issues of Miniaturized Systems*, 2016. – ISBN 978–3–95735–040–4, S. 214–221
- [58] DE SOUSA, A. D. ; VIEIRA, L. F. M. ; VIEIRA, M. A. M.: Optimal Transmission Range and Charging Time for Qi-Compliant Systems. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 35 (2020), Nr. 12, S. 12765–12772. <http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2020.2996999>. – DOI 10.1109/TPEL.2020.2996999
- [59] GIACOLETTO, L.J.: Frequency- and time-domain analysis of skin effects. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 32 (1996), Nr. 1, S. 220–229. <http://dx.doi.org/10.1109/20.477574>. – DOI 10.1109/20.477574
- [60] MAGDOWSKI, Mathias: Modellierung des Skineffekts im Zeitbereich für die Beschreibung von Verbindungsstrukturen in der Schaltungssimulation. 2007. – Dissertation
- [61] DOWELL, P.L.: Effects of eddy currents in transformer windings. In: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 113 (1966), Nr. 8, S. 1387–1394. <http://dx.doi.org/10.1049/piee.1966.0236>. – DOI 10.1049/piee.1966.0236
- [62] NAN, Xi ; SULLIVAN, C.R.: An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors. In: *IEEE 34th Annual Conference on Power Electronics Specialist, 2003. PESC '03*. Bd. 2, 2003, S. 853–860 vol.2
- [63] MILLIGAN, T.A.: *Modern Antenna Design*. Wiley, 2005 (IEEE Press). – ISBN 9780471720607
- [64] DENGLE, R.: Self inductance of a wire loop as a curve integral. In: *Advanced Electromagnetics* 5 (2012), 04. <http://dx.doi.org/10.7716/aem.v5i1.331>. – DOI 10.7716/aem.v5i1.331
- [65] CHUTE, F. S. ; VERMEULEN, F. E.: On the self-capacitance of solenoidal coils. In: *Canadian Electrical Engineering Journal* 7 (1982), Nr. 2, S. 31–37. <http://dx.doi.org/10.1109/CEEJ.1982.6594621>. – DOI 10.1109/CEEJ.1982.6594621
- [66] ABRAMOWITZ, M. ; STEGUN, I.A.: *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1965 (Applied mathematics series). – ISBN 9780486612720
- [67] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H. ; AUFLAGE 5. überarbeitete und e. (Hrsg.): *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 2001
- [68] GEVORGIAN, S. ; BERG, H. ; JACOBSSON, H. ; LEWIN, T.: Application notes - basic parameters of coplanar-strip waveguides on multilayer dielectric/semiconductor substrates, Part 1: high permittivity superstrates. In: *IEEE Microwave Magazine* 4 (2003), Nr. 2, S. 60–70. <http://dx.doi.org/10.1109/MMW.2003.1201599>. – DOI 10.1109/MMW.2003.1201599

- [69] SERAN, E. ; GODEFROY, M. ; PILI, E. ; MICHIELSEN, N. ; BONDIGUEL, S.: What we can learn from measurements of air electric conductivity in 222Rn-rich atmosphere. In: *Earth and Space Science* 4 (2017), Nr. 2, S. 91–106. <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1002/2016EA000241>. – DOI <https://doi.org/10.1002/2016EA000241>
- [70] WEILAND, Thomas: A Discretization Method for the Solution of Maxwell's Equations for Six-Component Fields. In: *Electronics and Communications AEUE* 31 (1977), Nr. 3, S. 116–120
- [71] LEHNER, Günther: Elektromagnetische Feldtheorie 7.Auflage / Springer Verlag. 2008 (978-3642130410). – Forschungsbericht
- [72] PAPULA, Lothar: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler - Band 1 / Vieweg+Teubner Verlag. 2001 (3-528-94236-3). – Lehrbuch
- [73] GOLDBERG, David E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Boston, MA : Addison-Wesley, 1989
- [74] MITCHELL, Melanie: An Introduction to Genetic Algorithms. In: *MIT Press* (1998)
- [75] STRECKER, Stefan ; SCHWICKERT, Axel C.: Künstliche Neuronale Netze – Aufbau und Funktionsweise / Justus-Liebig-Universität Gießen. 1997. – Forschungsbericht
- [76] KRIESEL, David: Ein kleiner Überblick über Neuronale Netze. 2007. – Manuskript
- [77] PANDEY, Daya S.: Artificial neural network based modelling approach for municipal solid waste gasification in a fluidized bed reactor / University of Limerick. 2018. – Forschungsbericht
- [78] FRANKEN, Ronald: Ein Vergleich des binären Logit-Modells mit künstlichen neuronalen Netzen zur Insolvenzprognose anhand relativer Bilanzkennzahlen / Technische Universität Berlin. 2007. – Forschungsbericht
- [79] MATHWORKS: MATLAB / MathWorks. – Software
- [80] YU, Hao ; WILAMOWSKI, Bogdan M.: *Industrial Electronics Handbook, vol. 5 Intelligent Systems, 2nd Edition, chapter 12*. 2011
- [81] BERGOU, E. ; DIOUANEY, Y. ; KUNGURTSEV, V.: Convergence and Iteration Complexity Analysis of a Levenberg-Marquardt Algorithm for Zero and Non-zero Residual Inverse Problems. 2018. – Forschungsbericht
- [82] AL-MAYYAH, Auday ; WANG, Weiji ; BIRCH, Phil: Levenberg-Marquardt optimised neural networks for trajectory tracking of autonomous ground vehicles / University of Sussex. 2015. – Forschungsbericht
- [83] WEISSKOPF, Daniel: Untersuchung, Implementierung und Einsatz des Levenberg-Marquardt-Algorithmus zur Analyse von Chip-Fertigungsdaten / Diplomica Verlag GmbH. 1999 (978-3-83241-645-4). – Diplomarbeit
- [84] BURKHARDT, Hans: Musterkennung / Universität Freiburg. 2005. – Skript

-
- [85] HAYKIN, Simon: *Communication Systems*. 4th. John Wiley & Sons, 2001. – ISBN 9780471178699
 - [86] PRASAD KUMARA SAMPATH JAYATHURATHNAGE, D. Mahinda Vilathgamuwa Andrew O. A. Alphones A. A. Alphones: Optimum Transmitter Current Distribution for Dynamic Wireless Power Transfer With Segmented Array / IEEE. 2017. – Forschungsbericht
 - [87] RAYA, Moustafa ; VICK, Ralf ; PETZOLD, Jörg: Simulationsverfahren zur Bestimmung der HF-Impedanzen von Traktionsbatterien. (2018)
 - [88] K., KJ-Vertrieb e.: *Akku kompatibel mit Samsung EB-BS918ABY - Li-Polymer 4900mAh - Galaxy S23 Ultra, Galaxy S23 Ultra 5G, SC-52D, SGH-N795, SM-S918A, SM-S918B, SM-S918B/DS*. <https://www.aku-king.net/handyzubehoer/aku/samsung/>, 2024. – Accessed: 25.08.2024
 - [89] OHM, Jens-Rainer ; LÜKE, Hans D.: *Signalübertragung Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*. Berlin; Heidelberg; New York : Springer, 2007. – ISBN 9783540651970
 - [90] WERNER, M. ; MILDENBERGER, O.: *Nachrichten-Übertragungstechnik: Analoge und digitale Verfahren mit modernen Anwendungen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2006 (Studium Technik). – ISBN 9783528041267
 - [91] MASSOUD SALEHI, P. ; PROAKIS, J.: *Digital Communications*. McGraw-Hill Education, 2007. – ISBN 9780072957167
 - [92] PSIUK, Rafael ; MÜLLER, Alfred ; DRÄGER, Tobias ; IBRAHIM, Ibrahim ; BRAUER, Hartmut ; TÖPFER, Hannes ; HEUBERGER, Albert: Simultaneous 2D localization of multiple coils in an LF magnetic field using orthogonal codes. In: *2017 IEEE SENSORS*, 2017, S. 1–3
 - [93] ZHOU, B ; LIU, Zaoqu ; CHEN, H ; ZENG, Huayu ; HEI, T: A new metal detection method based on balanced coil for mobile phone wireless charging system. In: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* 40 (2016), 08, S. 012029. <http://dx.doi.org/10.1088/1755-1315/40/1/012029>. – DOI 10.1088/1755-1315/40/1/012029
 - [94] XIA, Jinglin ; YUAN, Xinmei ; LI, Jun ; LU, Sizhao ; CUI, Xinxu ; LI, Siqu ; FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, Luis M.: Foreign Object Detection for Electric Vehicle Wireless Charging. In: *Electronics* 9 (2020), Nr. 5. <http://dx.doi.org/10.3390/electronics9050805>. – DOI 10.3390/electronics9050805. – ISSN 2079-9292
 - [95] DEMEL, J. ; SELBERHERR, S.: JANAP — Ein Programm Zur Simulation Des Zeitverhaltens Von Nichtlinearen Elektrischen Schaltungen. In: BREITENECKER, Felix (Hrsg.) ; KLEINBERT, Wolfgang (Hrsg.): *Simulationstechnik*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984. – ISBN 978-3-642-69706-7, S. 149–153
 - [96] CARDOSO, J R. ; SALLES, M B C. ; COSTA, M C.: *Electromechanical Energy Conversion Through Active Learning*. IOP Publishing, 2019 (2053-2563). <http://dx.doi.org/10.1088/978-0-7503-2084-9>. <http://dx.doi.org/10.1088/978-0-7503-2084-9>. – ISBN 978-0-7503-2084-9

- [97] SUN, Tian ; QI, Chao: Design of Metal Object Detection Coil Set with Positioning Function for WPT System. In: *IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2020, S. 3884–3888
- [98] ASKARI, Alex ; STARK, Robert ; CURRAN, Joseph ; RULE, Donald ; LIN, Kevin: Underwater wireless power transfer. In: *2015 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC)*, 2015, S. 1–4
- [99] KRAICHMAN, Martin B.: Impedance of a circular loop in an infinite conducting medium. In: *Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section D: Radio Propagation* (1962), S. 499
- [100] VALLECCHI, Andrea ; CHU, Son ; SOLYMAR, Laszlo ; STEVENS, Christopher ; SHAMONINA, Ekaterina: Coupling between coils in the presence of conducting medium. In: *IET Microwaves, Antennas and Propagation* 13 (2018), 09. <http://dx.doi.org/10.1049/iet-map.2018.5292>. – DOI 10.1049/iet-map.2018.5292
- [101] NYQUIST, H.: Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. In: *Physical Review* 32 (1928), Nr. 1, S. 110–113. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.32.110>. – DOI 10.1103/PhysRev.32.110
- [102] JOHNSON, J. B.: Thermal Agitation of Electricity in Conductors. In: *Physical Review* 32 (1928), Nr. 1, S. 97–109. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.32.97>. – DOI 10.1103/PhysRev.32.97
- [103] POZAR, David M.: *Microwave Engineering*. 4th. John Wiley & Sons, 2011. – 626 S. – ISBN 978-0-470-63155-3
- [104] LEE, William C.: *Mobile Communication Engineering: Theory and Applications*. 2nd. McGraw-Hill, 2004. – 44 S. – ISBN 978-0-07-143686-3
- [105] WANG, Yong ; MAO, Gang: Fast GNSS satellite signal acquisition method based on multiple resamplings. In: *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2016 (2016), 10, S. 109. <http://dx.doi.org/10.1186/s13634-016-0409-0>. – DOI 10.1186/s13634-016-0409-0
- [106] DIERENDONCK, A. J.: GPS Receiver Architectures and Measurements - Proceedings of the IEEE, 1999
- [107] KURZ, Thomas ; KRÖNINGER, Kevin: Rauschen und Lock-In-Verstärkung / Universität Göttingen. 2009. – Forschungsbericht
- [108] INSTRUMENTS, Keithley: *Low Level Measurements Handbook - 7th Edition*, 2023
- [109] BASKAR, Navin: *Electrical Measurement and Instrumentation: An Overview*. 2023
- [110] NON-IONIZING RADIATION PROTECTION (ICNIRP), International C.: *ICNIRP Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying Electric and Magnetic Fields (1 Hz to 100 kHz)*. <https://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPLFgd1.pdf>. Version: 2010. – Zugriffen am 14. September 2024

- [111] *Richtlinie 2013/35/EU des Europäischen Parlaments und des Rates vom 26. Juni 2013 über die Mindestvorschriften zum Schutz der Arbeitnehmer vor den Gefahren durch physikalische Einwirkungen (elektromagnetische Felder)*. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/DE/TXT/?uri=CELEX%3A32013L0035>. Version: 2013. – Zugriffen am 14. September 2024
- [112] JURKOV, Alexander S. ; RADOMSKI, Aaron ; PERREAULT, David J.: Tunable Matching Networks Based on Phase-Switched Impedance Modulation1. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 35 (2020), Nr. 10, S. 10150–10167. <http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2020.2980214>. – DOI 10.1109/TPEL.2020.2980214
- [113] HILGERS, Peter: Verteilte Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme / Universitätsverlag Ilmenau. 2012 (978-3-86360-031-0). – Lehrbuch. – S.7-25
- [114] GRINSTEAD, Charles M. ; SNELL, J. L.: *Introduction to Probability*. American Mathematical Society, 1997
- [115] SÄRKKÄ, Simo: *Bayesian Filtering and Smoothing*. Cambridge University Press, 2013 (Institute of Mathematical Statistics Textbooks)
- [116] GRÜNWEDEL, Sebastian: Robuste Lokalisierung von autonomen Fahrzeugen mittels Landmarken / Technische Universität Chemnitz. 2008. – Diplomarbeit
- [117] CAO, Yi: Learning the Extended Kalman Filter / Mathwork. 2008. – Forschungsbericht
- [118] SCHWARZ, Hans R.: Numerische Mathematik / Vieweg+Teubner Verlag. 1997 (3-519-32960-3). – Lehrbuch
- [119] HANKE-BOURGEOIS, Martin: Grundlagen der numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens / Vieweg+Teubner Verlag. 2002 (3-519-00356-2). – Lehrbuch
- [120] LAI, Kok-Lam ; CRASSIDIS, John ; CHENG, Yang: New Complex-Step Derivative Approximations with Application to Second-Order Kalman Filtering / University at Buffalo. 2005. – Veröffentlichung
- [121] BECHTLOFF, Jakob P.: *Schätzung des Schwimmwinkels und fahrdynamischer Parameter zur Verbesserung modellbasierter Fahrdynamikregelungen*. Düsseldorf, Diss., 2018
- [122] ZWIENER, Jan: *Robuste Zustandsschätzung zur Navigation und Regelung autonomer und bemannter Multikopter mit verteilten Sensoren*. Darmstadt, Technische Universität Darmstadt, Diss., September 2019
- [123] BUHMANN, Alexander ; M, Keller ; MAURER, Michael ; ORTMANNS, Maurits ; MANOLI, Yiannos: Ein Unscented Kalman Filter zur Schätzung von Schaltungs-nichtidealitäten eines zeitkontinuierlichen Sigma-Delta Wandlers mit impliziter Dezimation. In: *Advances in Radio Science - Kleinheubacher Berichte* 6 (2008), 05. <http://dx.doi.org/10.5194/ars-6-175-2008>. – DOI 10.5194/ars-6-175-2008

- [124] MERWE, R. Van d. ; WAN, E.A.: The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation. In: *2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No.01CH37221)* Bd. 6, 2001, S. 3461–3464 vol.6
- [125] WAN, Eric A. ; VAN DER MERWE, Rudolph: Unscented Kalman filter. In: *Kalman filtering and neural networks*, John Wiley & Sons, Inc., 2001, S. 221–280
- [126] SCHWARZ, H.R. ; KÖCKLER, N.: *Numerische Mathematik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011. – ISBN 9783834881663
- [127] GOLUB, Gene H. ; VAN LOAN, Charles F.: *Matrix Computations*. 4th. Johns Hopkins University Press, 2013. – ISBN 9781421407944
- [128] WAN, Eric A. ; MERWE, Rudolph van d.: The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation. (2000), S. 153–158. <http://dx.doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463>. – DOI 10.1109/ASSPCC.2000.882463
- [129] SIMON, Dan: *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. Wiley-Interscience, 2006. – ISBN 9780471708584
- [130] CRASSIDIS, John L. ; JUNKINS, John L.: *Optimal Estimation of Dynamic Systems*. CRC Press, 2011. – ISBN 9781439839850
- [131] OLFATI-SABER, R.: Distributed Kalman filtering for sensor networks. In: *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007, S. 5492–5498
- [132] EINICKE, Garry ; WHITE, Langford: The extended H-Infinity filter-a robust EKF, 1994. – ISBN 0-7803-1775-0, S. IV/181 – IV/184 vol.4
- [133] WAN, Eric ; NELSON, Alex: Dual Kalman Filtering Methods for Nonlinear Prediction, Smoothing, and Estimation. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* (2000), 08
- [134] BELL, B.M. ; CATHEY, F.W.: The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 38 (1993), Nr. 2, S. 294–297. <http://dx.doi.org/10.1109/9.250476>. – DOI 10.1109/9.250476
- [135] CARLSON, N.A.: Federated square root filter for decentralized parallel processors. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 26 (1990), Nr. 3, S. 517–525. <http://dx.doi.org/10.1109/7.106130>. – DOI 10.1109/7.106130
- [136] YI, Shenglun ; ZORZI, Mattia: Robust Kalman Filtering Under Model Uncertainty: The Case of Degenerate Densities. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 67 (2022), Nr. 7, S. 3458–3471. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.2021.3106861>. – DOI 10.1109/TAC.2021.3106861
- [137] KATZFUSS, Matthias ; STROUD, Jonathan ; WIKLE, Christopher: Understanding the Ensemble Kalman Filter. In: *The American Statistician* 70 (2016), 02. <http://dx.doi.org/10.1080/00031305.2016.1141709>. – DOI 10.1080/00031305.2016.1141709

-
- [138] RISTIC, Branko ; ARULAMPALAM, Sanjeev ; GORDON, Neil: *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House, 2004
- [139] DOUCET, Arnaud ; FREITAS, Nando ; MURPHY, Kevin ; RUSSELL, Stuart: *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. (2013), 01. ISBN 978-1-4419-2887-0
- [140] ARULAMPALAM, M.S. ; MASKELL, S. ; GORDON, N. ; CLAPP, T.: A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 50 (2002), Nr. 2, S. 174–188. <http://dx.doi.org/10.1109/78.978374>. – DOI 10.1109/78.978374
- [141] CAPPE, Olivier ; GODSILL, Simon ; MOULINES, Eric: *An introduction to sequential Monte Carlo methods*. Proceedings of the IEEE, 2007
- [142] MARKOVIĆ, Ivan ; PETROVIĆ, Ivan: Bayesian Sensor Fusion Methods for Dynamic Object Tracking—A Comparative Study. In: *Automatika* 55 (2014), Nr. 4, S. 386–398. <http://dx.doi.org/10.7305/automatika.2014.09.847>. – DOI 10.7305/automatika.2014.09.847
- [143] KOZIERSKI, Piotr ; LIS, Marcin ; ZIETKIEWICZ, Joanna: Resampling in Particle Filtering - Comparison. In: *Studia z Automatyki i Informatyki* 38 (2013), 01, S. 35–64
- [144] IZANLOO, Reza ; FAKOORIAN, Seyed A. ; YAZDI, Hadi S. ; SIMON, Dan: Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise. In: *2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*, 2016, S. 500–505
- [145] YIN, Lijian ; DENG, Zhihong ; HUO, Baoyu ; XIA, Yuanqing ; LI, Cheng: Robust Derivative Unscented Kalman Filter Under Non-Gaussian Noise. In: *IEEE Access* 6 (2018), S. 33129–33136. <http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2846752>. – DOI 10.1109/ACCESS.2018.2846752
- [146] REIF, Karl ; GUNTHER, Simon ; YAZ, Edwin ; UNBEHAUEN, Reinhold: Robust Kalman-Type Filter for Non-Gaussian Noise: Performance Analysis With Unknown Noise Covariances. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 147 (2000), Nr. 1, S. 45–72. <http://dx.doi.org/10.1115/1.482902>. – DOI 10.1115/1.482902
- [147] LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; OTTO, Thomas ; HILLERLINGMANN, Ulrich: Inductive Locating Method to Locate Miniaturized Wireless Sensors within Inhomogeneous Dielectrics. In: *2019 17th IEEE International New Circuits and Systems Conference (NEWCAS)*, 2019
- [148] LANGE, Sven ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERLINGMANN, Ulrich: Adaptation and Optimization of Planar Coils for a More Accurate and Far-Reaching Magnetic Field-Based Localization in the Near Field. In: *2021 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2021
- [149] LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERLINGMANN, Ulrich: Development of Methods for Coil-Based Localization by Magnetic Fields of Miniaturized Sensor Platforms in Bioprocesses. In: *22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, IEEE, 2021

- [150] LANGE, Sven ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERINGMANN, Ulrich: Modeling and Characterization of a 3D Environment for the Design of an Inductively Based Locating Method by Coil Couplings. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [151] LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; FÖRSTNER, Jens: Characterization of Various Environmental Influences on the Inductive Localization. In: *2023 IEEE Conference on Antenna Measurements and Applications (CAMA)*, IEEE, 2023
- [152] LANGE, Sven ; BÜKER, Maik-Julian ; SIEVERS, Denis ; HEDAYAT, Christian ; FÖRSTNER, Jens ; HILLERINGMANN, Ulrich ; OTTO, Thomas: Method of superposing a multiple driven magnetic field to minimize stray fields around the receiver for inductive wireless power transmission. In: *Smart Systems Integration; 13th International Conference and Exhibition on Integration Issues of Miniaturized Systems*, VDE VERLAG GMBH, 2019, S. 1–4
- [153] SCHRÖDER, Dominik ; LANGE, Sven ; HANGMANN, Christian ; HEDAYAT, Christian: Far-field prediction combining simulations with near-field measurements for EMI assessment of PCBs. In: *Tensorial Analysis of Networks (TAN) Modelling for PCB Signal Integrity and EMC Analysis*, The Institution of Engineering and Technology (IET), 2020, S. 315–346 (32)
- [154] LANGE, Sven ; SCHRODER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; HANGMANN, Christian ; OTTO, Thomas ; HILLERINGMANN, Ulrich: Investigation of the Surface Equivalence Principle on a Metal Surface for a Near-Field to Far-Field Transformation by the NFS3000. In: *2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, IEEE, 2020
- [155] SANDER, Tom ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; GENEIS, Volker ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; GOCKEL, Franz-Barthold: Detection of Defects on Irregular Structured Surfaces by Image Processing Methods for Feature Extraction. In: *22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, IEEE, 2021
- [156] MARSCHALT, Christoph ; SCHRODER, Dominik ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; SIEVERS, Denis ; FÖRSTNER, Jens: Far-field Calculation from magnetic Huygens Box Data using the Boundary Element Method. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [157] SANDER, Tom ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; GENEISS, Volker ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald: Detection of Defects on Irregularly Structured Surfaces using Supervised and Semi-Supervised Learning Methods. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [158] MAALOULY, Jad ; HEMKER, Dennis ; HEDAYAT, Christian ; RÜCKERT, Christian ; KAUFMANN, Ivan ; OLBRICH, Marcel ; LANGE, Sven ; MATHIS, Harald: AI Assisted Interference Classification to Improve EMC Troubleshooting in Electronic System Development. In: *2022 Kleinheubach Conference*, IEEE, 2022

- [159] MAALOUY, J. ; HEMKER, D. ; HEDAYAT, C. ; OLBRICH, M. ; LANGE, S. ; MATHIS, H.: Using Autoencoders to Classify EMC Problems in Electronic System Development. In: *Advances in Radio Science* 22 (2024), 53–59. <http://dx.doi.org/10.5194/ars-22-53-2024>. – DOI 10.5194/ars-22-53-2024
- [160] STIEMER, Marcus ; LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; MAALOUY, Jad ; HEMKER, Dennis ; MATHIS, Harald: Enhancing Information Extraction in EMC Measurements through Artificial Intelligence. In: *2024 Smart Systems Integration Conference and Exhibition (SSI)*, 2024, S. 1–5
- [161] LANGE, Sven ; OLBRICH, Marcel ; HEMKER, Dennis ; MAALOUY, Jad ; KUTTER, Jürgen ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; KLEINEN, Michael ; GRÜN WALDT, Andreas ; BÄRENFÄNGER, Jörg ; MATHIS, Harald ; KUHN, Harald: A Hybrid Data Generation Approach for the Development of an AI-based EMC Interference Recognition Method. In: *2024 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Europe*, 2024, S. 843–848
- [162] MAALOUY, Jad ; HEMKER, Dennis ; LANGE, Sven ; OLBRICH, Marcel ; HEDAYAT, Christian ; KUTTER, Jürgen ; MATHIS, Harald: Evaluation of Simulated and Real Measurement Data for AI-based Interference Classification in EMC Applications. In: *2024 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Europe*, 2024, S. 431–436

Eigene Veröffentlichungen

Diese Liste enthält alle eigenen Veröffentlichungen im Bezug auf die induktive Ortung:

- [147] LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; OTTO, Thomas ; HILLERINGMANN, Ulrich: Inductive Locating Method to Locate Miniaturized Wireless Sensors within Inhomogeneous Dielectrics. In: *2019 17th IEEE International New Circuits and Systems Conference (NEWCAS)*, 2019
- [148] LANGE, Sven ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERINGMANN, Ulrich: Adaptation and Optimization of Planar Coils for a More Accurate and Far-Reaching Magnetic Field-Based Localization in the Near Field. In: *2021 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2021
- [149] LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERINGMANN, Ulrich: Development of Methods for Coil-Based Localization by Magnetic Fields of Miniaturized Sensor Platforms in Bioprocesses. In: *22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, IEEE, 2021
- [150] LANGE, Sven ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; HILLERINGMANN, Ulrich: Modeling and Characterization of a 3D Environment for the Design of an Inductively Based Locating Method by Coil Couplings. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [151] LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; FÖRSTNER, Jens: Characterization of Various Environmental Influences on the Inductive Localization. In: *2023 IEEE Conference on Antenna Measurements and Applications (CAMA)*, IEEE, 2023

Folgende weitere Veröffentlichungen entstanden im Rahmen wissenschaftlicher Tätigkeiten an der Universität Paderborn und am Fraunhofer ENAS:

- [152] LANGE, Sven ; BÜKER, Maik-Julian ; SIEVERS, Denis ; HEDAYAT, Christian ; FÖRSTNER, Jens ; HILLERINGMANN, Ulrich ; OTTO, Thomas: Method of superposing a multiple driven magnetic field to minimize stray fields around the receiver for inductive wireless power transmission. In: *Smart Systems Integration; 13th International Conference and Exhibition on Integration Issues of Miniaturized Systems*, VDE VERLAG GMBH, 2019, S. 1–4
- [153] SCHRÖDER, Dominik ; LANGE, Sven ; HANGMANN, Christian ; HEDAYAT, Christian: Far-field prediction combining simulations with near-field measurements for EMI assessment of PCBs. In: *Tensorial Analysis of Networks (TAN) Modelling for PCB Signal Integrity and EMC Analysis*, The Institution of Engineering and Technology (IET), 2020, S. 315–346 (32)
- [154] LANGE, Sven ; SCHRODER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; HANGMANN, Christian ; OTTO, Thomas ; HILLERINGMANN, Ulrich: Investigation of the Surface Equivalence Principle on a Metal Surface for a Near-Field to Far-Field Transformation by the NFS3000. In: *2020 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC EUROPE*, IEEE, 2020
- [155] SANDER, Tom ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; GENEIS, Volker ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; GOCKEL, Franz-Barthold: Detection of Defects on Irregular Structured Surfaces by Image Processing Methods for Feature Extraction. In: *22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, IEEE, 2021
- [156] MARSCHALT, Christoph ; SCHRODER, Dominik ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald ; SIEVERS, Denis ; FÖRSTNER, Jens: Far-field Calculation from magnetic Huygens Box Data using the Boundary Element Method. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [157] SANDER, Tom ; LANGE, Sven ; HILLERINGMANN, Ulrich ; GENEISS, Volker ; HEDAYAT, Christian ; KUHN, Harald: Detection of Defects on Irregularly Structured Surfaces using Supervised and Semi-Supervised Learning Methods. In: *2022 Smart Systems Integration (SSI)*, IEEE, 2022
- [158] MAALOUY, Jad ; HEMKER, Dennis ; HEDAYAT, Christian ; RÜCKERT, Christian ; KAUFMANN, Ivan ; OLBRICH, Marcel ; LANGE, Sven ; MATHIS, Harald: AI Assisted Interference Classification to Improve EMC Troubleshooting in Electronic System Development. In: *2022 Kleinheubach Conference*, IEEE, 2022
- [159] MAALOUY, J. ; HEMKER, D. ; HEDAYAT, C. ; OLBRICH, M. ; LANGE, S. ; MATHIS, H.: Using Autoencoders to Classify EMC Problems in Electronic System Development. In: *Advances in Radio Science* 22 (2024), 53–59. <http://dx.doi.org/10.5194/ars-22-53-2024>. – DOI 10.5194/ars-22-53-2024
- [160] STIEMER, Marcus ; LANGE, Sven ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; MAALOUY, Jad ; HEMKER, Dennis ; MATHIS, Harald: Enhancing Information Extraction in EMC Measurements through Artificial Intelligence. In: *2024 Smart Systems Integration Conference and Exhibition (SSI)*, 2024, S. 1–5

- [161] LANGE, Sven ; OLBRICH, Marcel ; HEMKER, Dennis ; MAALOUY, Jad ; KUTTER, Jürgen ; SCHRÖDER, Dominik ; HEDAYAT, Christian ; KLEINEN, Michael ; GRÜN WALDT, Andreas ; BÄRENFÄNGER, Jörg ; MATHIS, Harald ; KUHN, Harald: A Hybrid Data Generation Approach for the Development of an AI-based EMC Interference Recognition Method. In: *2024 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Europe*, 2024, S. 843–848
- [162] MAALOUY, Jad ; HEMKER, Dennis ; LANGE, Sven ; OLBRICH, Marcel ; HEDAYAT, Christian ; KUTTER, Jürgen ; MATHIS, Harald: Evaluation of Simulated and Real Measurement Data for AI-based Interference Classification in EMC Applications. In: *2024 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Europe*, 2024, S. 431–436

Verwendete Theoreme und Rechenregeln

A.0.1. Mathematische Theoreme

Satz von Stokes:

$$\int_A \operatorname{rot} \vec{F} d\vec{A} = \oint_{\partial A} \vec{F} dl \quad (\text{A.1})$$

Definitionen:

- \vec{F} : Stetig differenzierbares Vektorfeld
- \vec{A} : Von ∂A berandete Fläche

Satz von Bayes:

$$p(A | B) = \frac{p(B | A) \cdot p(A)}{p(B)}, \quad (\text{A.2})$$

Definitionen:

- $p(A | B)$: Wahrscheinlichkeitsdichte von A beschreibt, wenn B eintritt
- $p(B | A)$: Wahrscheinlichkeitsdichte von B beschreibt, wenn A eintritt
- $p(A)$: Wahrscheinlichkeitsdichte von A
- $p(B)$: Wahrscheinlichkeitsdichte von B

A.0.2. Tabellen

Funktion	Reihen- und Folgenentwicklungen
Bessel-Funktion (erster Art, allgemein)	$J_{B,n}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! (n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}$
Bessel-Funktion (erster Art, nullter Ordnung)	$J_{B,0}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}$
Binomische Reihe	$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k$
Elliptisches Integral	$K(k) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$ $= \int_0^{\pi/2} \frac{d\Phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \Phi}}$ $= \frac{\pi}{2} \prod_{n=1}^{\infty} (1+k_n)$ <p>mit $k_0 = k$ und $k_{n+1} = \frac{1 - \sqrt{1-k_n^2}}{1 + \sqrt{1-k_n^2}}$</p>
Elliptischer Integrand erster Art ¹	$(1 - k^2 \sin^2 \Phi)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{m=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{m} (-k^2 \sin^2 \Phi)^m$
Elliptischer Integrand zweiter Art ¹	$(1 - k^2 \sin^2 \Phi)^{\frac{1}{2}} = \sum_{m=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{m} (-k^2 \sin^2 \Phi)^m$
Binomialkoeffizient bei $\alpha \in \mathbb{C}$	$\binom{\alpha}{m} = \begin{cases} \frac{\prod_{n=0}^{m-1} (\alpha - n)}{m!} & \text{für } m > 0 \\ 1 & \text{für } m = 0 \\ 0 & \text{für } m < 0 \end{cases}$
Rechteckschwingung (Zeitbereich)	$v_{\text{Rect},f_0}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega_0 t)}{2k-1}$

Tab. A.1.: Verwendete Reihen- und Folgenentwicklungen

¹Legendre-Form für $t = \sin \Phi$ bei $k \in [0, 1]$

Kartesisch	Zylinder	Kugel
$x = r \cos \phi = R \sin \theta \cos \phi$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{r^2 + z^2}$
$y = r \sin \phi = R \sin \theta \sin \phi$	$\phi = \arctan(y/x)$	$\theta = \arccos(z/R)$
$z = z = R \cos \theta$	$z = z$	$\phi = \arctan(y/x)$
$\det \mathbf{J} = 1$	$\det \mathbf{J} = r$	$\det \mathbf{J} = r^2 \sin \theta$
$\text{grad } f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$	$\text{grad } f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$	$\text{grad } f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \end{bmatrix}$
$\text{div } \vec{v} = \frac{\partial(v_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\text{div } \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$	$\text{div } \vec{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$
$\text{rot } \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial(v_y)}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{bmatrix}$	$\text{rot } \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \end{bmatrix}$	$\text{rot } \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r v_\phi)}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix}$

Tab. A.2.: Umformungen zwischen Koordinatensystemen

Zeitbereich	Frequenzbereich
$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$	$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$
$\dot{f}(t)$	$j\omega F(j\omega)$
$f(t) \cdot g(t)$	$\frac{1}{2\pi} F(j\omega) * G(j\omega)$
$f(t) * g(t)$	$F(j\omega) \cdot G(j\omega)$
$\sin(\omega_0 t)$	$-j\pi (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0))$
$f(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$	$\frac{1}{j\pi} (F(j(\omega - \omega_0)) - F(j(\omega + \omega_0)))$

Tab. A.3.: Verwendete Fouriertransformationen

Herleitung des magnetischen Vektorpotentials

In den Kapiteln 3.4.2 und 3.4.4 wurden Gleichungen zur Berechnung der Gegeninduktivität auf Basis des magnetischen Vektorpotentials \vec{A}_{mag} hergeleitet. Im Folgenden soll nun die Herleitung des magnetischen Vektorpotentials \vec{A}_{mag} zur vollständigen Betrachtung beschrieben werden.

Generell soll das magnetische Vektorpotential folgende Beziehung für den magnetischen Fluss B erfüllen:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}_{\text{mag}} . \quad (\text{B.1})$$

Das Magnetfeld \vec{B} kann also als Rotation eines anderen Vektors \vec{A} ausgedrückt werden und da die Divergenz eines Rotationsfeldes immer null ist, gilt auch (durch die Quellenfreiheit des Magnetfeldes):

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Die Herleitung des Vektorpotentials beginnt mit den Maxwell-Gleichungen, insbesondere mit dem Gesetz von Ampère:

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} , \quad (\text{B.3})$$

wobei \vec{J} die Stromdichte und \vec{E} das elektrische Feld darstellen.

Beim Einsetzen von $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}_{\text{mag}}$ in die Ampère'sche Gleichung ein, ergibt sich:

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A}_{\text{mag}} = \mu_0 \vec{J} + \underbrace{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{MQS/Stationärer Fall}} , \quad (\text{B.4})$$

wobei die Änderung des elektrischen Feldes im MQS-Fall vernachlässigt werden kann.

Die Vektoridentität für die Rotation eines Rotationsfeldes ergibt:

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} . \quad (\text{B.5})$$

Um die Gleichungen zu vereinfachen, kann die Coulomb-Eichung verwendet werden, die besagt, dass:

$$\text{div} \vec{A} = 0 . \quad (\text{B.6})$$

Damit vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A}_{\text{mag}} = \underbrace{\text{grad} \text{div} \vec{A}}_{=0} - \nabla^2 \vec{A}_{\text{mag}} = \mu_0 \vec{J} . \quad (\text{B.7})$$

Die Gleichung B.7 ist in Form der Poisson-Gleichung ($-\nabla^2 u = f$) und kann durch die Fundamentallösung $\Phi(r, r')$ der Laplace-Gleichung gelöst werden [35, 37, 38]:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{im 3D-Fall}) . \quad (\text{B.8})$$

Durch die Faltung $\Phi * f$ erhält man eine Lösung der Poisson-Gleichung:

$$\boxed{\vec{A}_{\text{mag}}(\vec{r}) = (\Phi * f)(\vec{r}) = \mu_0 \int \Phi(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') dV' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' .} \quad (\text{B.9})$$

Implementierung der Neumann-Gleichung

Die Neumann-Gleichung aus (3.77) gilt für jede beliebige Spulegeometrie zwischen den Spulen \mathcal{C}_n und \mathcal{C}_m . Da sich die Gleichung analytisch nicht lösen lässt, muss eine numerische Umsetzung durchgeführt werden. Dazu wird (3.77) in die numerische Näherung

$$M_{m,n} \approx \frac{\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_{\mathcal{C}_n}} \sum_{l=1}^{N_{\mathcal{C}_m}} \frac{\Delta \vec{r}_{m,k} \cdot \Delta \vec{r}_{n,l}}{|\vec{r}_{m,k} - \vec{r}_{n,l}|} \quad (\text{C.1})$$

umgesetzt, wobei $N_{\mathcal{C}_n}$ und $N_{\mathcal{C}_m}$ die jeweilige Anzahl der Diskretisierungsabschnitte der Spulengeometrie beschreibt, approximiert. Die einzelnen Parameter sind definiert als

$$\Delta \vec{r}_{m,k} = \begin{bmatrix} x_{m,k,\text{Ende}} - x_{m,k,\text{Anfang}} \\ y_{m,k,\text{Ende}} - y_{m,k,\text{Anfang}} \\ z_{m,k,\text{Ende}} - z_{m,k,\text{Anfang}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{r}_{m,k} = \begin{bmatrix} x_{m,k} \\ y_{m,k} \\ z_{m,k} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.2})$$

wobei

$$\vec{r}_{m,k,\text{Anfang}} = \vec{r}_{m,k-1,\text{Ende}} \quad \text{und somit} \quad \vec{r}_{m,k,\text{Ende}} = \vec{r}_{m,k+1,\text{Anfang}} \quad (\text{C.3})$$

gilt.

Abb. C.1 zeigt einen Spulenabschnitt mit den jeweiligen Parameter, welcher in kleinere Segmente für die numerische Berechnung zerlegt wurde.

Um korrekte Ergebnisse durch (C.1) zu erhalten, muss eine Konvergenzstudie mit der Anzahl der Segmente pro Spule ($N_{\mathcal{C}_n}$ und $N_{\mathcal{C}_m}$) durchgeführt werden. Dazu werden die baugleichen Spulen aus Abb. C.2 genutzt, welche $N = 6$ Windungen besitzen und somit mindestens $N_{\mathcal{C}_n} = N_{\mathcal{C}_m} = 29$ Segmente benötigen ($N_{\mathcal{C}_n,\text{min}} = N_{\mathcal{C}_m,\text{min}} = 4N + 5$), damit diese Geometrie korrekt nachgebaut werden kann. Für die Konvergenzanalyse wird die Spule 2 entlang der z -Achse bei $x_2 = 0 \text{ m}$ und $y_2 = 0,3 \text{ m}$ verschoben.

In Abb. C.3(a) ist der Verlauf der Gegeninduktivität für den Pfad entlang der z -Achse dargestellt. Hier zeigt sich, dass bei $N_{C_n} = N_{C_m} = 200$ bereits der Verlauf gut konvergiert. In Abb. C.3(b) ist die Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen bei $z_2 = 0,5\text{ m}$ für verschiedene Anzahl von Segmenten pro Spule angezeigt. Durch die steigende Anzahl von N_{C_n} erhöht sich auch die benötigte Berechnungszeit, wodurch je nach Anforderungen zwischen erforderlicher Genauigkeit und Berechnungszeit T_{Calc} entschieden werden muss. In dieser Arbeit wurde sich im Bereich von $N_{C_n} = N_{C_m} \in [800, 1000]$ entschieden.

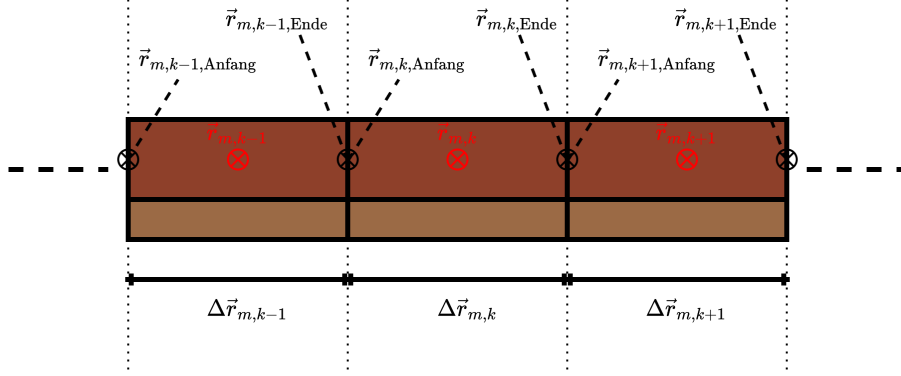


Abb. C.1.: Aufbau der Diskretisierung der Spulenabschnitte durch Segmente

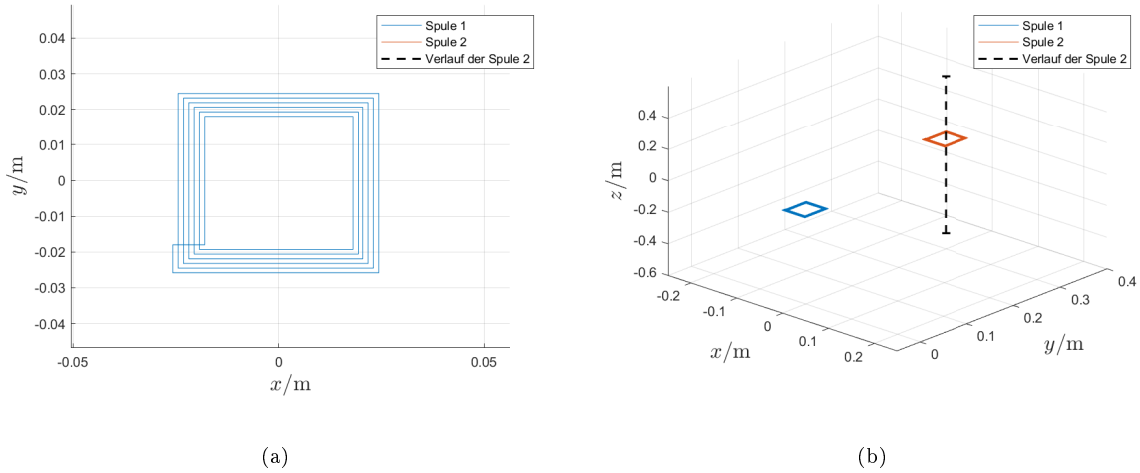
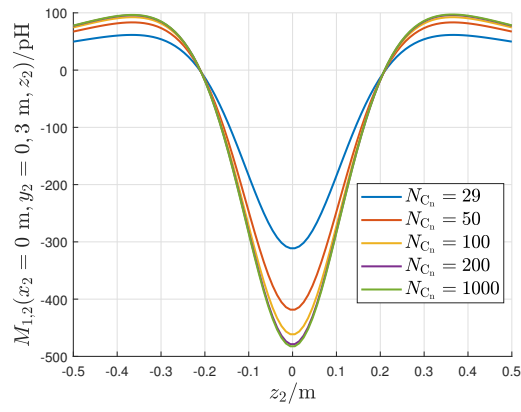
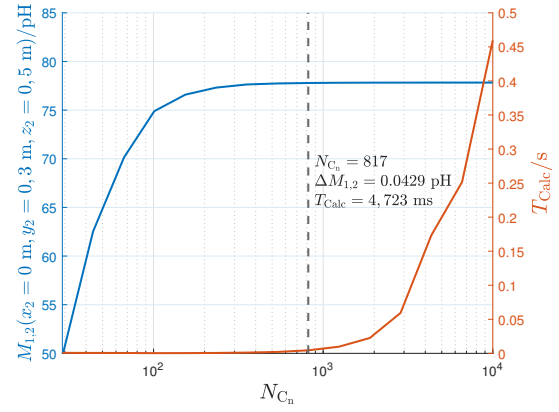


Abb. C.2.: Aufbau der Spulenanordnung zur numerischen Berechnung der Gegeninduktivität durch die Neumann-Gleichung



(a)



(b)

Abb. C.3.: Links: Verlauf der Gegeninduktivität für unterschiedliche Anzahl von Diskretisierungen N_{C_n} , wobei diese Diskretisierung für beide Spulen gelten ($N_{C_n} = N_{C_m}$); Rechts: Konvergenzstudie an Abhängigkeit der Diskretisierung N_{C_n} und der benötigten Zeit einem Intel i7-10700K CPU

Verwendete Spulen

Folgende Spulen wurden (wenn nicht anders angegeben) in Kapitel 4 und 5 als Referenz zur Darstellung und Bewertung der Verfahren verwendet:

Parameter	Leiterschleife	kl. gesuchte Spule	Ortungsspule (kl.)	Ortungsspule
Windungen N_n	1	6	10	20
Spulenbreite	20 mm	4 mm	50 mm	100 mm
Spulenlänge	20 mm	5,1 mm	50 mm	100 mm
Leiterbahnhöhe d_h	0,1 mm	35 μm	70 μm	70 μm
Leiterbahnbreite d_w	0,1 mm	0,1 mm	1 mm	1 mm
Leiterbahnabstand d_N	-	0,1 mm	1 mm	1 mm
Leiterbahnenmaterial	Cu	Cu	Cu	Cu
$R_n(f_0 = 100 \text{ kHz})$	0,3464 Ω	6,0318 Ω	1,9733 Ω	5,5781 Ω
$L_n(f_0 = 100 \text{ kHz})$	59,126 nH	0,84399 μH	23,597 μH	177,01 μH
C_n	1,8677 pF	17,558 pF	484,69 pF	3,169 nF
$R_{P,n}(\kappa_N = 1 \text{ nS/m})$	4,7408 G Ω	2,1684 G Ω	78,551 M Ω	12,014 M Ω
$f_{\text{res},n}$	151,45 MHz	41,344 MHz	1,4882 MHz	0,21251 MHz

Tab. D.1.: Verwendete Spulen (wenn nicht anders angegeben) in Kapitel 4 und 5

Weitere Ergebnisse der Ortungsverfahren

E.0.1. Analytischer Ansatz mit GA

In Kapitel 4.1.2.4 wurde für eine ganze Ebene die Ergebnisse der analytischen Methode durch Nutzung von genetischen Algorithmen in Form der gesamten Abweichungen Δr_S analysiert. Im Folgenden sind die jeweiligen Abweichungen der einzelnen Koordinaten zusätzlich dargestellt. Hier wurde für die Vergleichbarkeit die gleiche Skalierung genutzt, wobei hier sogar negative Abweichungen möglich sind. Dabei wurde die Fälle mit $x_S \in \{0 \text{ mm}, 100 \text{ mm}\}$ und $\alpha_S \in \{0^\circ, 90^\circ\}$ mit der Berücksichtigung des Ausrichtungswinkels betrachtet. Bei allen Ergebnissen ist eine Symmetrie erkennbar.

Fall $x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$:

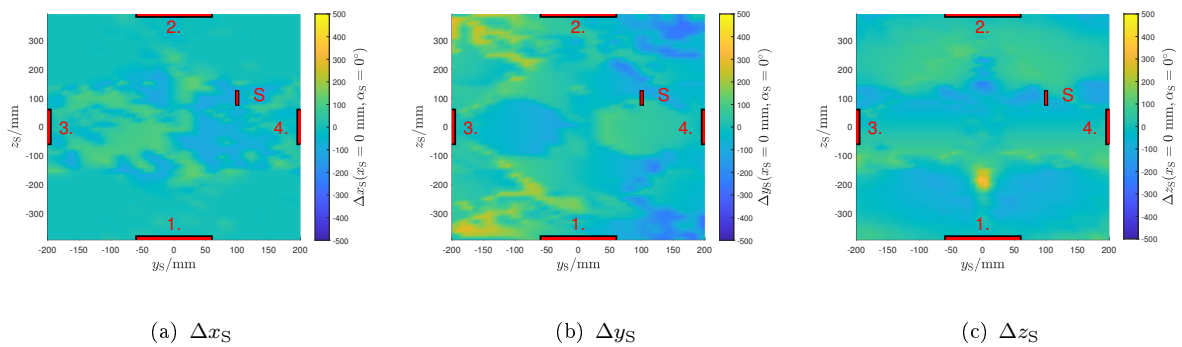


Abb. E.1.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$

Fall $x_S = 0 \text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$:

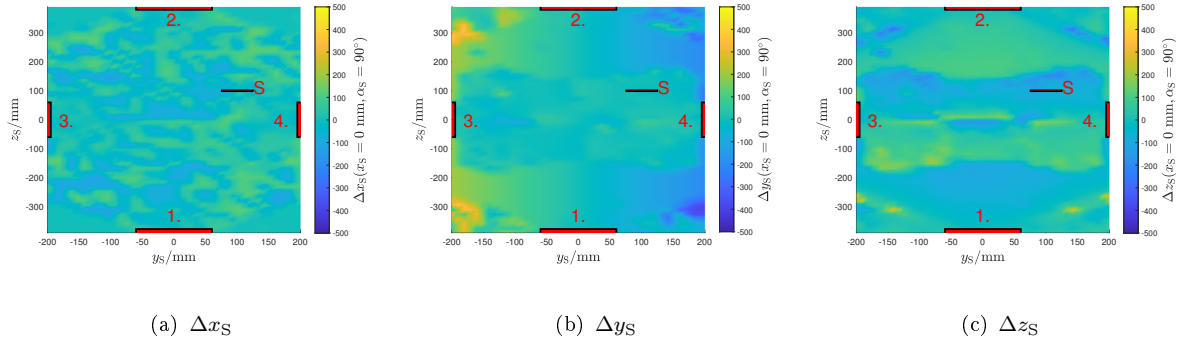


Abb. E.2.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$

Fall $x_S = 100 \text{ mm}$, $\alpha_S = 0^\circ$:

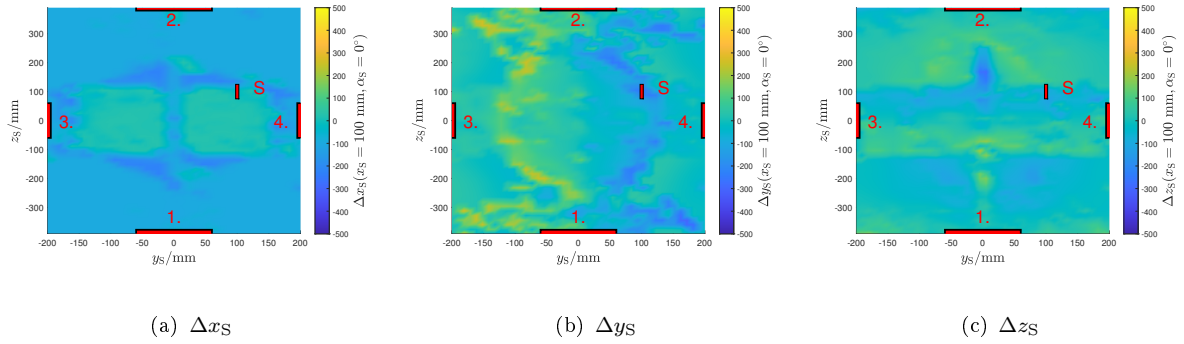


Abb. E.3.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$

Fall $x_S = 100 \text{ mm}$, $\alpha_S = 90^\circ$:

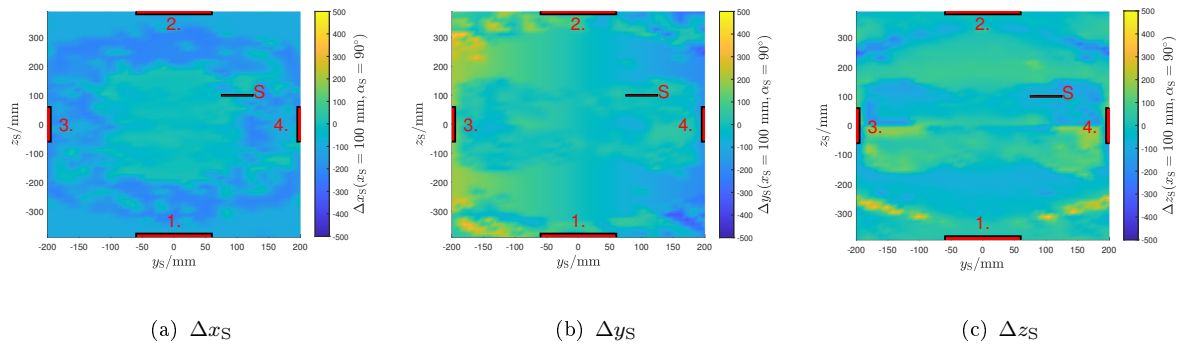


Abb. E.4.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch (3.69) unter Verwendung von genetischen Algorithmen (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$

CDFs für die einzelnen Koordinatenfehler für alle Fälle (linear):

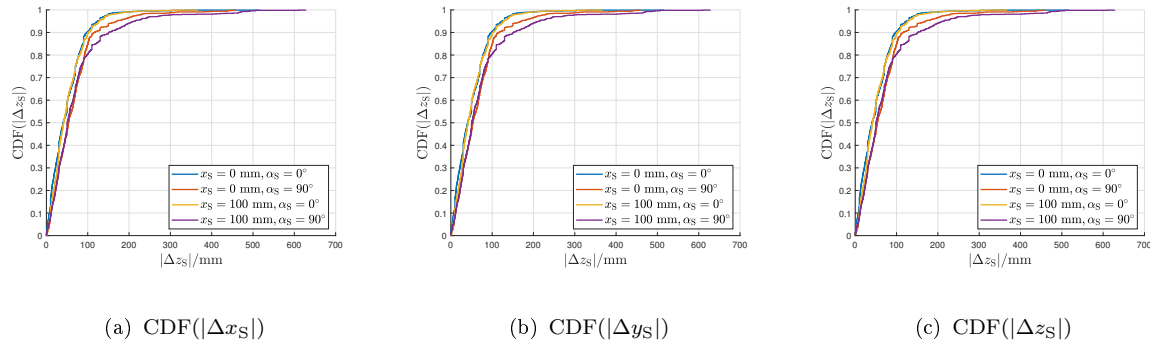


Abb. E.5.: Lineare Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.30 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen

CDFs für die einzelnen Koordinatenfehler für alle Fälle (logarithmisch):

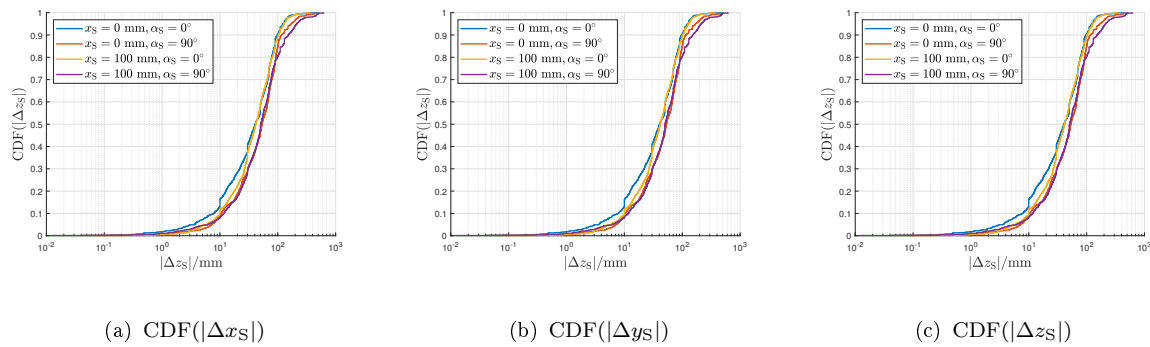


Abb. E.6.: Logarithmische Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.30 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen

E.0.2. Künstliche neuronale Netzwerke (mit Einfluss der Ausrichtung)

In Kapitel 4.1.3.4 wurde für eine ganze Ebene die Ergebnisse der künstlichen neuronalen Netzwerke in Form der gesamten Abweichungen Δr_S (mit Einfluss der Ausrichtung) analysiert. Im Folgenden sind die jeweiligen Abweichungen der einzelnen Koordinaten zusätzlich dargestellt. Hier wurde für die Vergleichbarkeit die gleiche Skalierung genutzt, wobei hier sogar negative Abweichungen möglich sind. Dabei wurde die Fälle mit $x_S \in \{0 \text{ mm}, 100 \text{ mm}\}$ und $\alpha_S \in \{0^\circ, 90^\circ\}$ mit der Berücksichtigung des Ausrichtungswinkels betrachtet. Bei allen Ergebnissen ist eine Symmetrie erkennbar.

Fall $x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$:

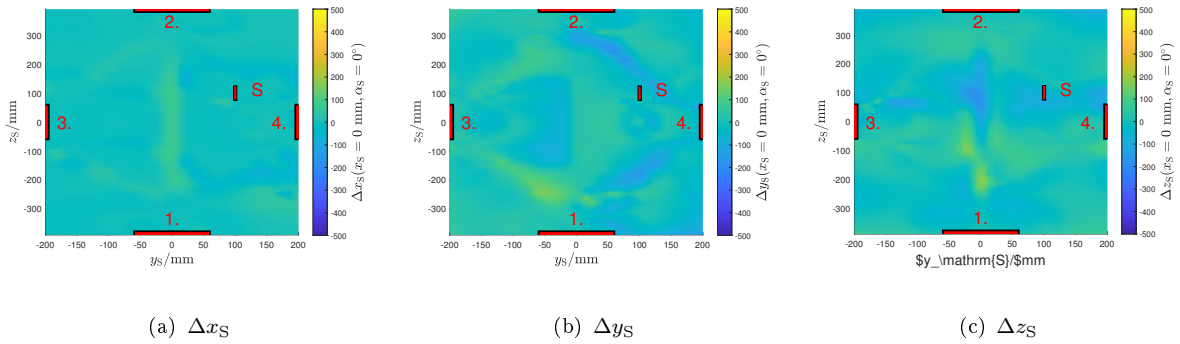


Abb. E.7.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$

Fall $x_S = 0 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$:

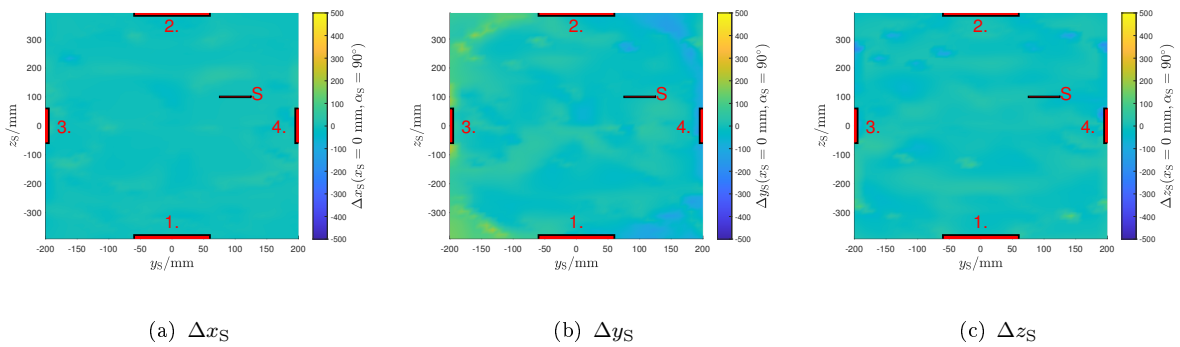


Abb. E.8.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 0 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$

Fall $x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 0^\circ$:

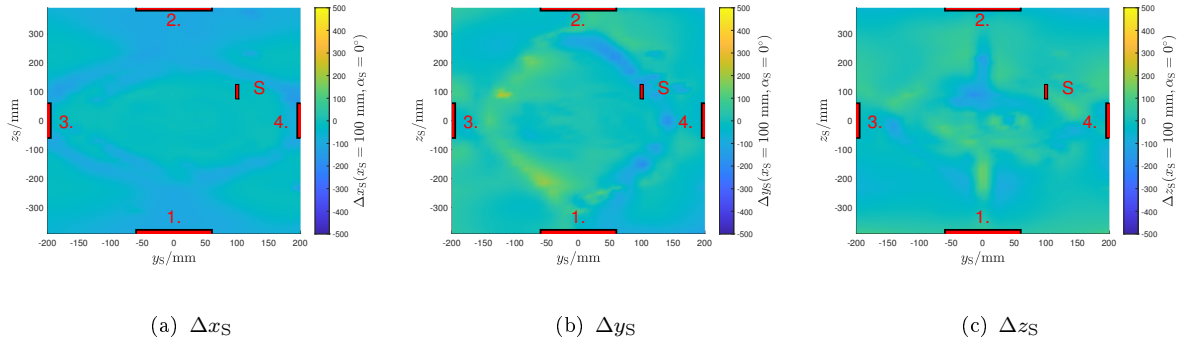


Abb. E.9.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 0^\circ$

Fall $x_S = 100 \text{ mm}, \alpha_S = 90^\circ$:

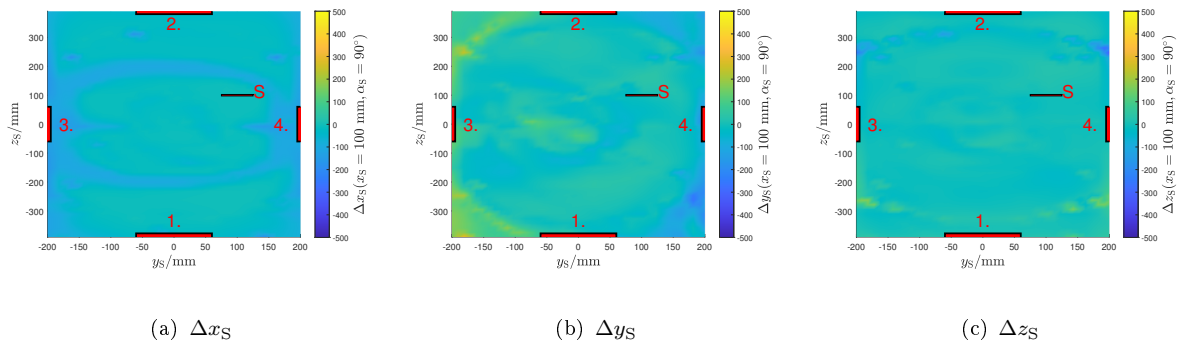


Abb. E.10.: Abweichungen der einzelnen Koordinaten durch Verwendung von KNN aus Kapitel 4.1.3.4 (Spule S um den Faktor 10 vergrößert!) für $x_S = 100 \text{ mm}$ und $\alpha_S = 90^\circ$

CDFs für die einzelnen Koordinatenfehler für alle Fälle (linear):

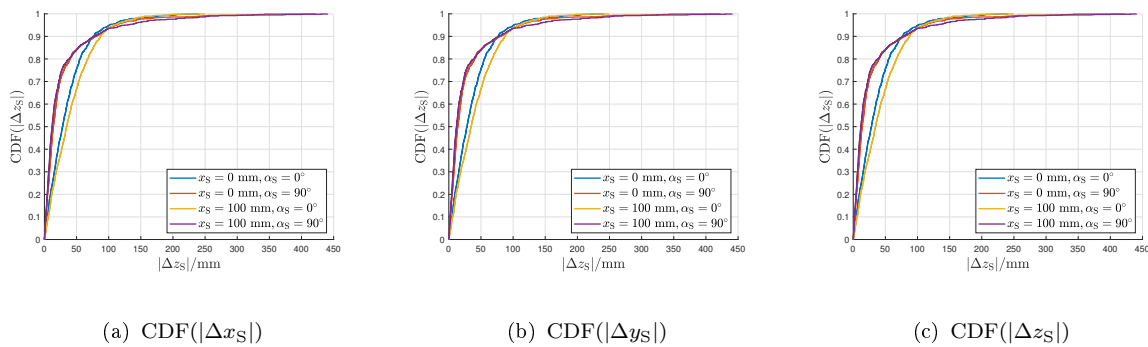
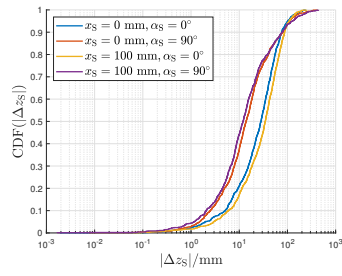
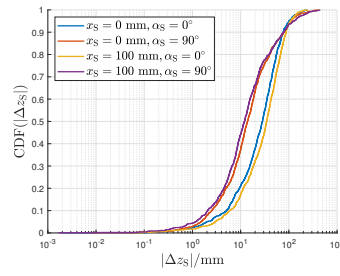


Abb. E.11.: Lineare Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen

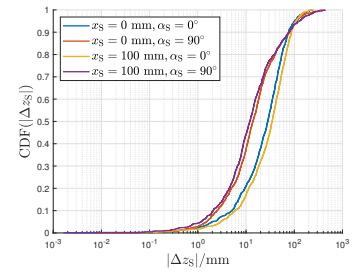
CDFs für die einzelnen Koordinatenfehler für alle Fälle (logarithmisch):



(a) CDF($|\Delta x_S|$)



(b) CDF($|\Delta y_S|$)



(c) CDF($|\Delta z_S|$)

Abb. E.12.: Logarithmische Darstellung der CDFs der unterschiedlichen Fälle aus Abb. 4.38 für die jeweiligen Koordinatenabweichungen

Simulation des Lock-In Verstärkers

In Kapitel 4.3.3 wurde der Lock-In Verstärkers vorgestellt, um sehr schwache Signalstärken detektieren zu können. Um die Funktionsweise zu Prüfen wurde eine Schaltungssimulation in der Schaltungssimulations „Advanced Design System“ (ADS) durchgeführt.

Als Grundlage bietet sich dafür ein Differenzverstärker (auch Subtrahierer genannt) aus einem Operationsverstärker an, wobei zusätzlich ein Widerstand R_4 durch einen parallelen Schalter mit dem Schalttakt entsprechend der gesuchten Frequenz zugeschaltet werden kann. Der Schalter wird durch das Rechtssignal des Referenzsignals u_{rect} angesteuert. Abb. F.1 zeigt den Differenzverstärker mit einem anschließenden passiven Tiefpass.

Für den Ausgang $u_{\Phi_{xy}}$ gilt somit folgende Formel:

$$u_{\Phi_{x,y}} = u_x \frac{R_4 R_1 - R_2 R_3}{R_1(R_3 + R_4)} \stackrel{R_1=R_3}{=} u_x \frac{R_4 - R_2}{R_1 + R_4}$$

$$= \begin{cases} -u_x \frac{R_2}{R_1}, & \text{für SW}_1 \text{ geschlossen } (R_4 = 0) \\ 0, & \text{für SW}_1 \text{ offen } (R_4 = R_2) \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

Dadurch wird mit dem Schalter SW_1 eine Multiplikation ausgeführt, wodurch das Ausgangssignal $u_{\Phi_{xy}}$ entsteht. Zusätzlich kann durch das Verhältnis $\frac{R_2}{R_1}$ eine Verstärkung des Ausgangssignales eingestellt werden. Hier wurde $\frac{R_2}{R_1} = 1000$ als Verstärkung gewählt.

In Abb. F.2 ist das verrauschtes Eingangssignal $u_x = u_s + u_n$ und das Nutzsignal u_s dargestellt, welches in der Schaltungssimulation verwendet wird. Als Rauschquelle wurde ein mittelwertfreies normalverteiltes Rauschen mit einem Effektivwert von $U_n = \sigma_n = 500 \text{ nV}$ genutzt. Um die Simulationszeit deutlich zu verringern, wurde keine zu geringe Abtastzeit gewählt, wodurch hohe Frequenzen beim Rauschen nicht

dargestellt werden. Da die sehr hohen Frequenzen am stärksten bei dem Tiefpassfilter gedämpft werden, ist die gewählte Abtastung für diesen Anwendungsfall zulässig. In der rechten Abb. F.2 ist das Ausgangssignal des Lock-In Verstärkers dargestellt. Es zeigt sich hier, dass der Großteil des Signals negativ ist, aber es noch nicht möglich ist, auf die Signalstärke des Eingangssignales schließen zu können.

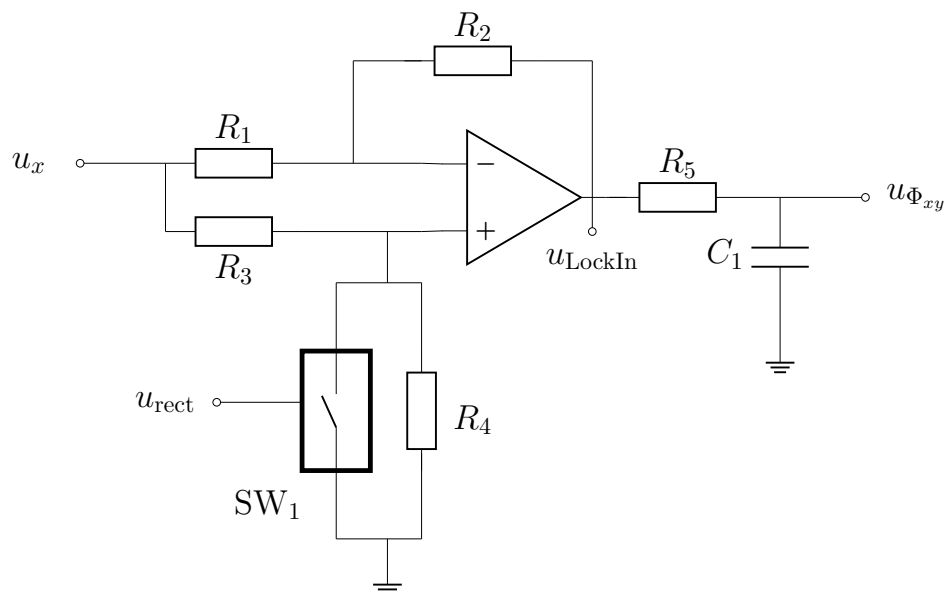
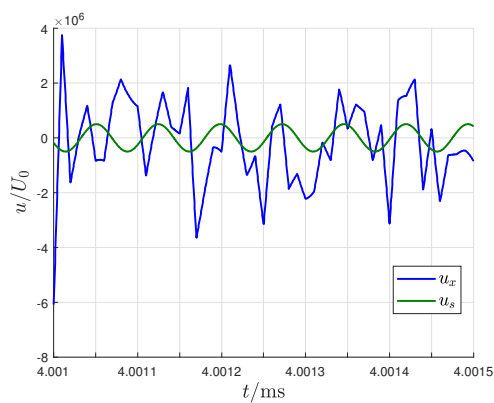
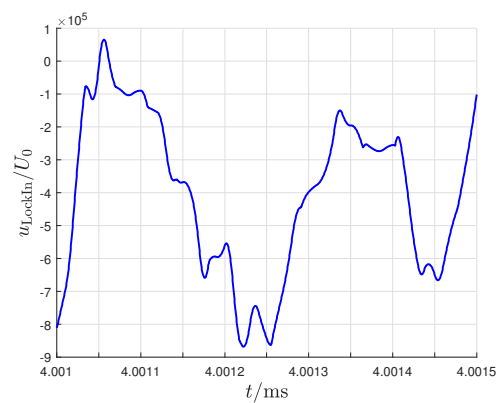


Abb. F.1.: Beispielschaltung eines Lock-In Verstärkers durch die Zusammenschaltung eines Differenzverstärkers und eines Tiefpasses



(a) Verrauschtes Eingangssignal u_x und nicht verrauschtes Eingangssignal u_s



(b) Ausgangssignal vor dem passiven Tiefpass

Abb. F.2.: Signale am Lock-In Verstärker

Der Schalter SW_1 setzt die Spannung je nach Schalterstellung abwechselnd auf 0 bzw. auf ein Verhältnis des Eingangssignales. Somit wird am Lock-In Verstärker die Multiplikation sichergestellt.

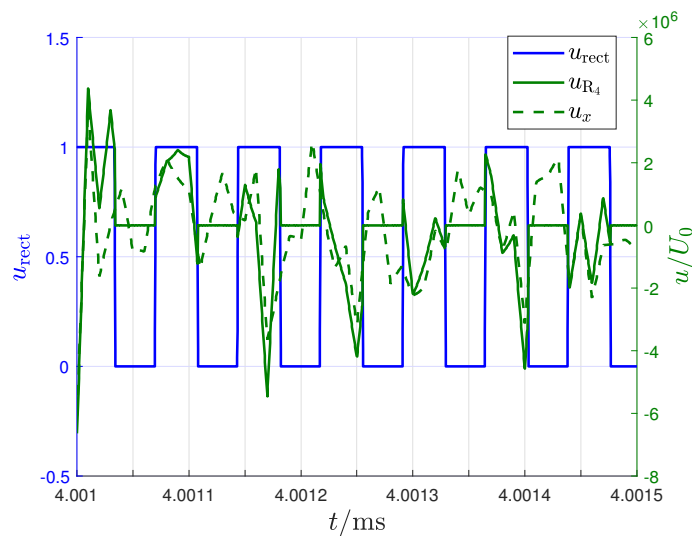


Abb. F.3.: Signale, die durch den Schalter SW_1 , welches durch u_{rect} gesteuert wird, beeinflusst werden

Nach dem Lock-In-Verstärker bzw. nach der Multiplikation und Verstärkung wird das Ausgangssignal durch einen Tiefpass gefiltert. Der verwendete Tiefpass hat eine Grenzfrequenz von $f_r = 159,155 \text{ Hz}$ ($R_5 = 100 \Omega$ und $C_1 = 10 \mu\text{F}$). Hier ist die Grenzfrequenz so klein wie möglich zu wählen, da das Ausgangssignal eine konstante Spannung sein soll, anhand der die Gegeninduktivität ermittelt werden kann. Allerdings ist dabei zu beachten, dass je niedriger die Grenzfrequenz ist, desto höher die Zeitkonstante $\tau_{\text{TP}} = RC$ auf das System auswirkt und sich somit auf den möglichen Messtakt auswirkt. Die Abb. F.4 zeigen die endgültigen Signalausgänge $u_{\Phi_{xy}}$ des Lock-In Verstärkers nach dem Tiefpass für unterschiedliche verrauschte Eingangssignale. Es zeigt sich, dass bei einer Verdopplung des Eingangssignals bei gleicher Rauschstärke das Ausgangssignal auch verdoppelt wird. Somit funktioniert der Lock-In Verstärker wie gewünscht und es können damit sehr geringe Spannungen, die stark verrauscht sind, detektiert werden. Der Lock-In Verstärker ist durch viele Erweiterungen noch verbesserbar (z.B. Nutzung eines Bandpasses am Eingangssignal, höhere Ordnung der Tiefpässe (siehe Abb. F.4) etc.). Allerdings ist es oft nicht notwendig eine solche Schaltung nachzubauen, da integrierte Schaltkreise (ICs) existieren, die als Lock-In Verstärker verwendet werden können. Oft wird ein Demodulator-IC verwendet, welcher günstiger und präziser als ein Nachbau der Schaltung aus Abb. F.1 fungiert.

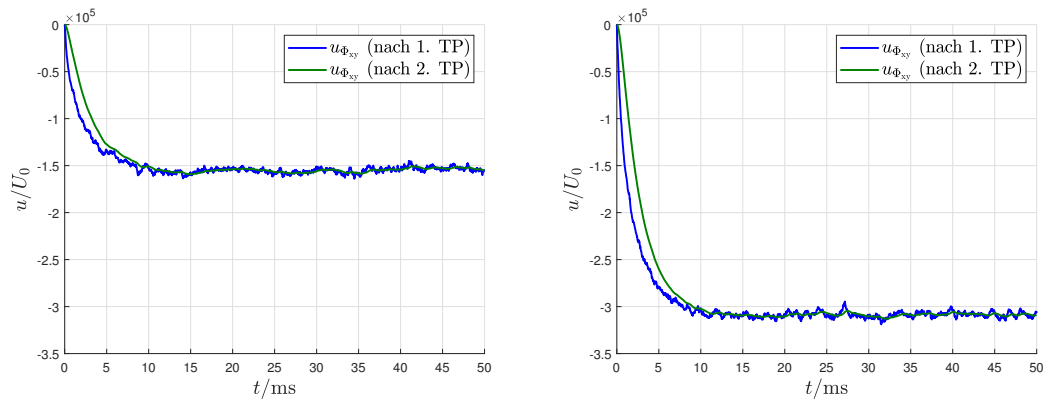


Abb. F.4.: Ausgangssignale $u_{\Phi_{xy}}$ nach einem und zwei passiven Tiefpässen für verschiedene Eingangssignale (Links: $\text{SNR} = 26 \text{ dB}$ bei $U_0 = 10 \mu\text{V}$; Rechts: $\text{SNR} = 32 \text{ dB}$ bei $U_0 = 20 \mu\text{V}$)

Stichwortverzeichnis

- Additive white Gaussian noise (AWGN), 108
- Backscattering, 124
- Binomische Reihe, 46
- Biot-Savart, 41
- Cholesky-Zerlegung, 160
- Code Division Multiplexing (CDM), 128
- Cumulative Distribution Function (CDF), 95, 106
- Delta-Funktion, 44, 125
- Eigenresonanz, 23, 26, 117
- Elektrische Leitfähigkeit, 10, 32, 40, 113, 123, 134, 136, 138, 166, 178
- Elliptisches Integral, 38
- Fernfeld, 11, 115
- Fourierreihe, 125, 143
- Frequency Division Multiplexing (FDM), 124
- Genetische Algorithmen, 88, 96, 183
- Güte, 17, 118
- Hadamard
 - Code, 128
 - Matrix, 128
- Kalman-Filter
 - Erweiterter Kalman-Filter (EKF), 156, 161, 164, 166, 172
 - Linear Kalman-Filter (LKF), 152, 163
 - Unscented Kalman Filter (UKF), 157, 161, 172
 - Weitere Varianten, 162
- Kopplungskapazität, 23, 73, 74, 102, 132
- Kreuzkorrelation, 61, 130, 142, 147, 148
- Künstliches neuronales Netzwerk (KNN), 97, 107, 164, 166
 - Training, 99, 165
- Lenz'sche Regel, 8, 14
- Levenberg-Marquardt-Algorithmus, 100
- Lock-In-Verstärker, 142, 147, 241
- Look-Up-Table (LUT), 86, 87, 103, 163
- Monte-Carlo-Simulation, 167
- MOSFET, 124, 143, 148
- Multiplexing, 124
- Nahfeld, 10, 115
- Neumann-Gleichung, 37, 57, 96, 229
 - mit Verlusten, 136
- Optimierungsproblem, 88
- Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), 127
- Parasitäre Kapazität, 21, 38, 115
- Partikel-Filter (PF), 167, 171
- Perfect Electric Conductors (PEC), 138
- Permeabilität, 9, 12, 122, 133
- Permittivität, 9, 39, 132, 166
- Phasenregelschleife (PLL), 148
- Poisson-Gleichung, 228
- Power Transfer Efficiency (PTE), 118
- Proximity-Effekt, 14, 18, 32, 34, 114, 116–118
- PSIM-Kondensator, 149
- Rauschen

Johnson-Nyquist-Rauschen, 141
Messrauschen, 153
Numerisch, 163
Schrotrauschen, 146
Systemrauschen, 153
Resonanz, 14, 23, 25, 29, 59, 60, 62, 63,
113, 124, 134, 135, 148

Satz von Bayes, 152, 162, 223
Satz von Stoke, 57, 223
Signal-to-noise ratio (SNR), 109, 171,
172, 178
Skin-Effekt, 13, 18, 32, 33, 37, 117, 137
Eindringtiefe, 13, 33
Skin-Tiefe, 13, 33, 137
Strahlungswiderstand, 36, 115, 117, 118
Störspannung, 146

Taylorreihenentwicklung, 157
Time Division Multiplexing (TDM), 130
Trainingsdaten, 29, 59, 97, 99–101, 104,
107, 146, 177
Transformierte Impedanz, 25, 114

Verhältnismethode, 72

Wirbelströme, 9, 13, 117, 123, 134, 138,
178

Übertragungsadmittanz, 29
Übertragungsimpedanzen, 61

Anmerkung:

Beim Stichwortverzeichnis werden keine Begriffe aufgeführt, welche in dieser Arbeit sehr präsent sind (z.B. Gegeninduktivität, Induktion, Ortungsspulen, gesuchte Spule).

