

Modellierungsverfahren für die zeiteffiziente Simulation von optischen Verbindungen auf Leiterplattenebene

Zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTORINGENIEUR (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik
der Universität Paderborn
vorgelegte Dissertation
von

Dipl.-Ing. Oliver Stübbe
Oer-Erkenschwick

Referent:	Prof. Dr.-Ing Gerd Mrozynski
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing Rolf Schuhmann

Tag der mündlichen Prüfung: 03.12.2009

Paderborn, den 30.03.2010

Diss. EIM-E/258

Meinen Großeltern
Oswald und Irma Misch
gewidmet.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe *Optical Interconnection Technology* des C-LABs, dem gemeinsamen Forschungs- und Entwicklungslabor der Siemens AG und der Universität Paderborn.

Für die Betreuung und die Übernahme des Hauptreferates dieser Arbeit möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerd Mrozynski danken. Während meines gesamten Promotionsvorhabens hat er mich stets durch zahlreiche Anregungen und Diskussionen unterstützt. Weiter gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Rolf Schuhmann, der das Korreferat und den Vorsitz der Promotionskommission übernommen hat. Auch möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Jürgen Schrage herzlich bedanken, der es mir ermöglichte, mein Promotionsvorhaben in seiner Arbeitsgruppe durchzuführen.

Bei meinen Kollegen Dr.-Ing. Thomas Bierhoff und Dr.-Ing. Matthias Stallein möchte ich mich für die intensiven und fruchtbaren Diskussionen über Strahlen- und Wellenoptik bedanken. Darüber hinaus gilt mein Dank meinen Kollegen Dipl.-Ing. Yasin Sönmez, Dipl.-Ing. Amir Wallrabenstein und Dipl.-Ing. Andrej Hein für die zahlreichen Diskussionen und die tatkräftige Unterstützung bei der Entstehung dieser Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt Frau Dipl. oec. troph. Sabine Panten, die unermüdlich meine Arbeit Korrektur gelesen hat. Auch möchte ich mich bei meinen Judoka bedanken, die mir immer wieder geholfen haben, den Kopf für neue Gedankenansätze frei zu bekommen. Bei meiner Mutter Hella Nauta möchte ich mich für die finanzielle Unterstützung während des Studiums bedanken.

Mein allergrößter Dank gilt meiner Frau Tatjana und meinen Kindern Simon, Frauke und Laura. Ohne die aufopferungsvolle Unterstützung meiner Frau, die mir stets den Rücken freigehalten hat, wäre die vorliegende Arbeit nicht verwirklicht worden. Gerade in der letzten Phase waren die gemeinsamen Wochenenden rar.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Zielsetzung und Inhalt der Arbeit	3
2. Grundlagen	5
2.1. Strahlverfolgung im dielektrischen Material	6
2.1.1. Maxwellsche Gleichungen für nichtbewegte Medien	7
2.1.2. Bestimmung der Eikonalgleichung	9
2.1.3. Strahlkomponenten im homogenen dielektrischen Medium	12
2.1.4. Reflexion und Transmission an dielektrischen Grenzflächen	14
2.1.5. Absorptionsverluste	20
2.1.6. Einfluss von rauen Wellenleiterberandungen	22
2.2. Modellierung der aktiven Komponenten	24
2.2.1. Modellierung der Detektoren	24
2.2.2. Modellierung der Quellen	26
2.3. Signaltheoretische Bestimmung der Übertragungseigenschaften	30
2.3.1. Anstiegszeit	31
2.3.2. 3dB-Grenzfrequenz	32
2.4. Zusammenfassung	34
3. Aufbau und Analyse des passiven optischen Pfades	37
3.1. Der passive optische Pfad	38
3.1.1. Komponenten des passiven optischen Pfades	38
3.1.2. Aufbautechnische Charakteristika der eingebetteten Wellenleiter	40
3.2. Parameterabhängigkeit des transienten Übertragungsverhaltens	41
3.2.1. Variation der Wellenleiterlänge	41
3.2.2. Variation der Stimulation	43
3.2.3. Einfluss des Trajektorienverlaufs	44
3.3. Stand der Technik zur Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens	47
3.3.1. Physikalische Strahlverfolgung	47
3.3.2. Mehrtoransatz und rekursive Faltung	50
3.4. Zusammenfassung	54

4. Methodik für die Erstellung von Modellen für die zeiteffiziente Simulation	57
4.1. Modulares Konzept für die Modellgenerierung	58
4.2. Modellierungsebenen	59
4.2.1. Modellierung in der Mikroebene	59
4.2.2. Modellierung in der Makroebene	60
4.3. Generierung leistungsfähiger Modelle für die zeiteffiziente Simulation . . .	61
4.3.1. Konforme Beschreibung der Kerngrenzhüllen	63
4.3.2. Integrationskonzept	65
4.3.3. Strategien zur Generierung von zeiteffizienten Modellen	66
4.4. Zusammenfassung	69
5. Modelle für Schichtwellenleiterstrukturen	71
5.1. Planarer Schichtwellenleiter	72
5.1.1. Analytische Strahlparameterberechnung	72
5.1.2. Zeiteffizienz des Verfahrens	75
5.1.3. Blockschaltbild	76
5.2. Schichtwellenleiter mit konstant gekrümmter Trajektorie	78
5.2.1. Analytische Strahlparameterberechnung	78
5.2.2. Zeiteffizienz des Verfahrens	84
5.2.3. Blockschaltbild	87
5.3. Zusammenfassung	87
6. Modelle für Kanalwellenleiter und mikrooptische Komponenten	89
6.1. Prinzip des virtuellen Schichtwellenleiters	90
6.1.1. Blockschaltbild des virtuellen Schichtwellenleiters	94
6.2. Zeiteffiziente Berechnungsverfahren für komplexe Strukturen	94
6.2.1. Kombinieren von Verfahren zur Strahlparameterberechnung	94
6.2.2. Reduzierung der Anzahl der virtuellen Schichtwellenleiter	96
6.3. Evaluation und Verifikation des Verfahrens	97
6.3.1. Kanalwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie	98
6.3.2. Direktverbindung basierend auf kaskadierten Segmenten	106
6.4. Zusammenfassung	115
7. Mehrtormodell für Kanalwellenleiter und mikrooptische Komponenten	117
7.1. Bestimmung der Koppelmatrix des Mehrtores	119
7.2. Beschaffenheit der Koppelmatrix	122
7.3. Beschreibung der Simulationsdurchführung	123
7.4. Evaluation des Verfahrens	124
7.4.1. Kanalwellenleiter mit gerader Trajektorie	125
7.4.2. Kanalwellenleiter mit konstant gekrümmter Trajektorie	130
7.4.3. Analyse eines komplexen Systems	134
7.5. Zusammenfassung	139
8. Zeiteffiziente Analyse eines symmetrischen Leistungsteilers	141
8.1. Aufbau des symmetrischen Leistungsteilers	142
8.2. Analyse mit Hilfe des analytischen Verfahrens	143
8.2.1. Partitionierungskonzept und Blockschaltbild	143
8.2.2. Vergleich der Simulationsergebnisse	146

8.3.	Anwendung des Mehrtormodells	148
8.3.1.	Partitionierungskonzept und Blockschaltbild	149
8.3.2.	Vergleich der Simulationsergebnisse	150
8.4.	Vergleich der verwendeten Verfahren	152
8.4.1.	Abweichungen zwischen den Verfahren	152
8.4.2.	Effizienz der verwendeten Verfahren	154
9.	Schlussbetrachtungen	157
9.1.	Zusammenfassung	157
9.2.	Ausblick	160
A.	Verzeichnis der verwendeten Symbole	163
A.1.	Physikalische Konstanten	163
A.2.	Formelzeichen	163
B.	Zusätzlich verwendete Strukturen	167
B.1.	Koppelmodul	167
B.2.	Planare dreieckförmige Hilfsstruktur	168
C.	Mathematik	169
C.1.	Verwendete Funktionen	169
C.2.	Fouriertransformation	170
C.3.	Eigenschaften von Systemen	170
C.3.1.	Linearität	170
C.3.2.	Zeitinvarianz	170
C.4.	Vektoranalysis	171
C.4.1.	Der Nablaoperator	171
C.4.2.	Vektoridentitäten	171
C.5.	Empirische Kovarianz und Korrelationskoeffizient	171
	Tabellenverzeichnis	173
	Abbildungsverzeichnis	178
	Literaturverzeichnis	179

Einleitung

Die fortschreitende Entwicklung neuer Hard- und Softwareanwendungen führt zu einer Zunahme der zu verarbeitenden Datenmengen und zu einem stetig wachsenden Bedarf an Bandbreite. Beispiele für Applikationen sind die Virtualisierung von Computerarbeitsplätzen, Video-on-demand und Blu-ray Disc¹ [49, 108]. Es ist schon jetzt abzusehen, dass sich dieser Trend in Zukunft weiter fortsetzen wird. Um diese Daten effizient verarbeiten zu können, werden immer leistungsfähigere Systeme der Informations- und Kommunikationstechnik benötigt. Die Leistungsfähigkeit dieser Systeme wird im Wesentlichen von den einzelnen Komponenten und den hochdatenratigen elektrischen Verbindungen zur Anbindung der Komponenten untereinander bestimmt. Maßgebliche Komponenten sind die Prozessoren und der Speicher sowie das verbindende Bussystem.

Die Rechenleistung eines Prozessors ist stark an die chip-interne Taktfrequenz geknüpft. Um diese Rechenleistung unter Beibehaltung der Taktfrequenz weiter zu steigern, beinhalten moderne Prozessoren mehr als einen Prozessorkern. Derzeitige Prozessoren arbeiten bei einer Taktfrequenz von 3.2 GHz und verwenden zwei bis vier Prozessorkerne [95]. In Zukunft werden die Taktfrequenz und die Anzahl der Prozessorkerne weiter zunehmen. Somit steigt auch die zur Verfügung stehende Rechenleistung entsprechend dem Bedarf weiter an.

Neben den Prozessoren wird die Leistungsfähigkeit der Systeme durch den Datendurchsatz des Bussystems geprägt. Dieser Datendurchsatz bestimmt sich aus der Busbreite und dem Bustakt. Um den Datendurchsatz zu steigern, werden mehrere Datenpakete pro Taktzyklus gleichzeitig übermittelt. Es ist allerdings schon jetzt abzusehen, dass in Zukunft die Bussysteme die Leistungsfähigkeit des gesamten Systems beeinträchtigen werden. Zudem lasten die genannten Mehrkernprozessoren und die zunehmende Speicherbandbreite diese Bussysteme immer stärker aus [6].

Eine Möglichkeit, die in nationalen und internationalen Forschungs- und Entwicklungsprojekten verfolgt wird, ist der Einsatz von optischen Verbindungen als Ersatz der hochdatenratigen elektrischen Verbindungen [5, 32, 61, 70, 71, 94]. Um diese Technik kosteneffizient einzusetzen, wird eine herkömmliche Leiterplatte um eine zusätzliche optische Lage erweitert. Diese optische Lage ist planar und enthält vielmodige rechteckförmige Wellenleiter, die in einem niederbrechenden Mantelmaterial eingebettet sind.

¹Namengebend für dieses Technik ist die verwendete Wellenlänge des Lasers $\lambda = 405\text{nm}$. Hierbei wird gewollt von der korrekten Schreibweise *blue* abgewichen.

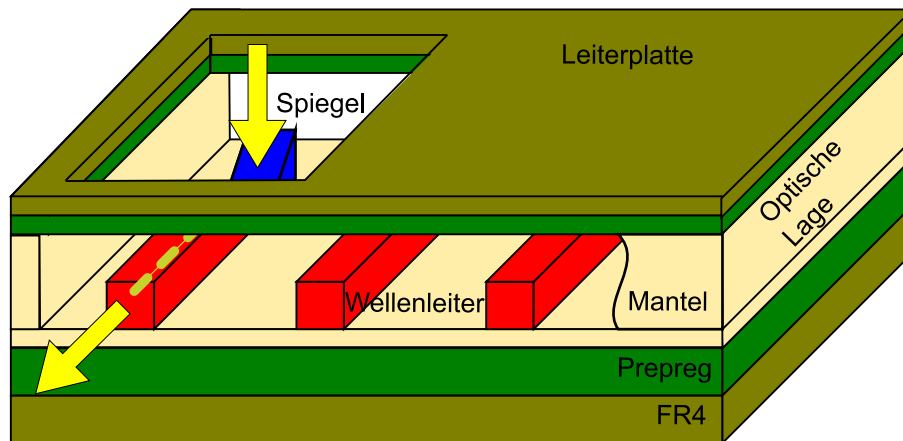


Abb. 1.1.: Skizze einer elektrisch-optischen Leiterplatte

Die Abbildung 1.1 zeigt eine Leiterplatte, die um eine optische Lage erweitert ist. Zusätzlich ist die Einkopplung der emittierten Leistung mit Hilfe eines Spiegels dargestellt. In der Literatur wurden bereits Systeme vorgestellt, die 10 Gbit/s pro Kanal übertragen können [35,50]. Als Weiterführung dieses Prinzips existieren Ansätze, um die Kanaldichte der optischen Lage weiter zu erhöhen. Bei diesen Ansätzen wird eine umfassende Lage aus mehreren übereinander liegenden optischen Lagen aufgebaut [38,40,52]. Um die Bandbreite pro Kanal weiter zu steigern, ist in [87] ein Wellenlängenmultiplex-Verfahren vorgestellt worden. Die optische Lage kann die benötigte Bandbreite zur Verfügung stellen und somit die hochdatenratigen elektrischen Verbindungen ersetzen.

Alle vorgestellten elektrisch-optischen Verbindungssysteme bestehen aus aktiven Komponenten für die Signalwandlung [114] und passiven Komponenten für den Signaltransport. Die Abbildung 1.2 zeigt die zugrunde liegende Struktur dieses Verbindungssystems [4].

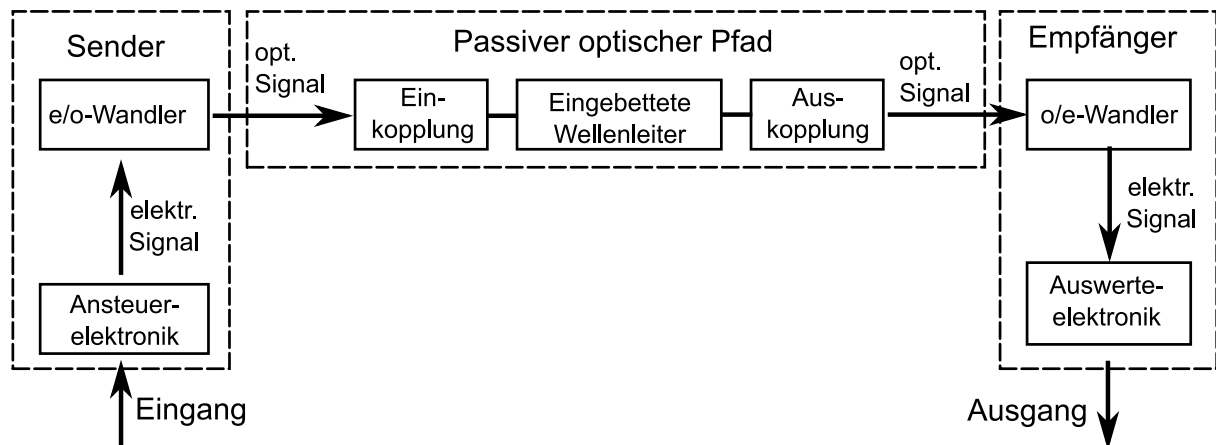


Abb. 1.2.: Struktur eines elektrisch-optischen Verbindungssystems

Der dargestellte optische Pfad wird weiter unterteilt in die oben aufgeführten eingebetteten Wellenleiter und Bauelemente für die Ein- und Auskopplung. Diese Bauelemente ermöglichen die optimierte Kopplung zwischen den aktiven Komponenten und den integrierten Wellenleitern. Sie enthalten sowohl die Strahlformung und -umlenkung, siehe Abbildung 1.1, als auch die Einkopplung der Leistung in die Wellenleiter.

1.1. Zielsetzung und Inhalt der Arbeit

Bei der Entwicklung von mechanischen und elektrischen Bauelementen kann unter Kostengesichtspunkten nicht mehr auf die Modellierung und Simulation vor der Herstellung des Produktes verzichtet werden. Dieses gilt ebenso für das im letzten Abschnitt vorgestellte elektrisch-optische Verbindungssystem.

Derzeit existieren keine Verfahren, die eine zeitnahe Analyse des Übertragungsverhaltens des Verbindungssystems ermöglichen. An diesem Punkt setzt diese Arbeit an. Ziel ist es, Modelle für eine zeiteffiziente Simulation der eingebetteten optischen Wellenleiter zu entwickeln und die Effizienz der Modelle zu verifizieren. Die Modelle müssen Schnittstellen zu den Komponenten für die Ein- und Auskopplung sowie den aktiven Bauelementen bereitstellen, siehe Abbildung 1.2. Somit ist eine Gesamtsystemsimulation durchführbar und der Entwicklungsprozess einer elektrisch-optischen Leiterplatte kann durch zeitnah vorliegende Simulationsergebnisse unterstützt werden.

Aufgrund der Vielmöglichkeit der verwendeten Wellenleiter eignen sich strahlenoptische Verfahren für die Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens [11,42]. In Kapitel 2 werden die Grundlagen hierfür aufgezeigt. Für die aktiven Komponenten existieren keine physikalisch basierten Modelle. Aufgrund dessen werden in diesem Kapitel Ersatzmodelle vorgestellt. Zu einem späteren Zeitpunkt können diese durch exakte Modelle ersetzt werden.

In Kapitel 3 wird der in Abbildung 1.2 dargestellte passive optische Pfad näher betrachtet. Hierbei werden aufbautechnische Charakteristika aufgezeigt, die für eine Modellgenerierung im Hinblick auf eine zeiteffiziente Simulation von großem Nutzen sind. Zudem wird die Parameterabhängigkeit des transienten Übertragungsverhaltens aufgezeigt. Abschließend wird der Stand der Technik zur Bestimmung dieses Übertragungsverhaltens anhand von zwei unterschiedlichen Verfahren präsentiert und die Einsetzbarkeit dieser Verfahren vor dem Hintergrund einer zeiteffizienten Simulation diskutiert.

Kapitel 4 stellt die Methodik für die Entwicklung von leistungsfähigen Modellen vor. Diese Methodik basiert auf einem modularen Konzept für die Modellgenerierung. Das zu modellierende Gesamtsystem wird in Teil- und Grundsysteme partitioniert. Für jedes Grundsystem existiert ein entsprechendes Grundmodell. Aus den Grundmodellen werden die benötigten Teilmodelle entwickelt. Das Gesamtmodell entsteht schließlich aus der Kaskadierung dieser Teilmodelle. Dieses Gesamtmodell repräsentiert das zu analysierende Gesamtsystem. Hierbei können sowohl passive als auch aktive Komponenten durch entsprechende Modelle verkörpert werden. Somit ermöglicht der modulare Ansatz eine komponentenübergreifende Gesamtsystemsimulation.

Erst nach der Festlegung der Modellierungsebene und dadurch auch die zu verwendende Modellbeschreibung erfolgt die Umsetzung des modularen Konzepts. Basierend auf der Modellbeschreibung werden zwei Strategien für die Generierung von leistungsfähigen Modellen für eine zeiteffiziente Simulation entwickelt. Bei der ersten Strategie werden Symmetriebetrachtungen der Kerngrenzhülle aufgezeigt. Hierdurch kann die Strahltrajektorie im Raum in zwei voneinander unabhängige Trajektorien innerhalb orthogonaler Ebenen aufgeteilt werden. Die zweite Strategie weist auf Redundanzen bei der Strahlparameterberechnung hin. Durch Ausnutzen dieser Redundanzen können einmal ermittelte Strahlparameter bei der Bestimmung von Parametern weiterer Strahlen wiederverwendet werden.

Aufbauend auf der ersten Strategie werden in Kapitel 5 leistungsfähige Modelle für gerade und konstant gekrümmte Schichtwellenleiterstrukturen entwickelt. Diese Modelle enthalten wenige, analytisch lösbare Gleichungen, die sukzessive durchlaufen werden, um die notwendigen Strahlparameter in der Ebene zu ermitteln. Die Rechenzeit dieses Verfahrens ist somit nicht von Geometrie- oder Materialparametern der zu modellierenden Wellenleiter abhängig. Außerdem kann eine Parametervariation sehr schnell durchgeführt werden.

Um die Strahlparameter im Raum zu berechnen, wird in Kapitel 6 das Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters vorgestellt. Mit Hilfe dieses Konzepts ist es möglich, die Strahlverfolgung innerhalb der betrachteten Wellenleiter durch zwei Strahlverfolgungen in orthogonalen Flächen zu ersetzen. Hierbei wird auf die in Kapitel 5 entwickelten zeiteffizienten analytischen Verfahren zurückgegriffen. Um das vorgestellte Konzept zu verifizieren und die Zeiteffizienz des Verfahrens anzugeben, werden unterschiedliche Wellenleiterverläufe modelliert und analysiert. Als Referenzverfahren dient das in [7] vorgestellte Strahlverfolgungsverfahren.

Das Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters basiert auf der sukzessiven Berechnung aller Strahlparameter mit Hilfe weniger analytischer Gleichungen. In Kapitel 7 wird ein Mehrortmodell für die zeiteffiziente Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens unter Verwendung der Methoden der linearen Algebra aufgezeigt. Hierbei werden Redundanzen bei der Ermittlung der Strahlparameter in der Ebene ausgenutzt, um das Mehrortmodell zu generieren. Dieses Modell in Kombination mit dem Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters ermöglicht die zeitnahe Berechnung der Strahlparameter innerhalb der betrachteten Wellenleiter. Für die Verifikation des vorgestellten Mehrortmodells und die Analyse der Effizienz des Verfahrens werden unterschiedliche Wellenleiterverläufe modelliert und das Übertragungsverhalten dieser bestimmt. Diese Ergebnisse werden mit den in Kapitel 6 erzielten Ergebnissen verglichen.

Um die Anpassungsfähigkeit und Flexibilität der entwickelten Verfahren aufzuzeigen, wird in Kapitel 8 ein symmetrischer Leistungsteiler untersucht. Die Modellierung und anschließende Analyse dieser Struktur erfolgt mit dem strahlenoptischen Referenzverfahren, dem vorgestellten Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters und dem vorgestellten Mehrortverfahren. Die Simulationsergebnisse werden abschließend hinsichtlich ihrer Abweichungen und der erzielten Zeiteffizienz diskutiert.

Grundlagen

Optische Verbindungen sind eine Alternative zu hochdatenratigen elektrischen Verbindungen auf Leiterplattebene. Sie werden als zusätzliche optische Lage in den Aufbau einer herkömmlichen Leiterplatte eingebracht. Diese Lage besteht aus einem Wellenleiterkern (engl. core) mit einem konstanten Brechungsindex sowie dem umgebenden Mantelmaterial (engl. cladding). Die Brechungsindizes der Materialien sind n_{core} und n_{clad} . In der Literatur werden diese Wellenleiter aufgrund des konstanten Brechungsindex n_{core} als Stufenindexwellenleiter bezeichnet (engl. step index waveguide) [90]. Damit eine Wellenführung innerhalb des Wellenleiters erfolgen kann, muss der Brechungsindex des Kernmaterials n_{core} größer als der Brechungsindex des Mantelmaterials n_{clad} sein:

$$n_{\text{core}} > n_{\text{clad}}.$$

Grundsätzlich muss von drei unterschiedlichen Mantelmaterialien ausgegangen werden: dem Mantelmaterial unterhalb des Wellenleiterkerns (engl. undercladding), dem Material oberhalb des Wellenleiterkerns (engl. overcladding) und dem Material zwischen benachbarten Wellenleitern. Die Tendenz bei der Herstellung der optischen Lagen geht dahin, dass das gesamte Mantelmaterial aus Material mit einem gemeinsamen Brechungsindex n_{clad} besteht. Mit Hilfe der Brechungsindizes kann die numerische Apertur A_N

$$A_N = \sin(\alpha_N) = \sqrt{n_{\text{core}}^2 - n_{\text{clad}}^2} \quad (2.1)$$

des Stufenindexwellenleiters sowie der halbe Öffnungswinkel α_N angegeben werden [31].

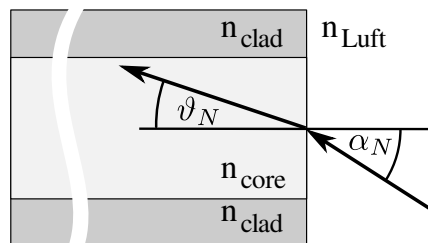


Abb. 2.1.: Darstellung des Akzeptanzwinkels α_N und des inneren Akzeptanzwinkels ϑ_N

Dieser ist in der Skizze 2.1 abgebildet. Der Winkel α_N wird auch als Akzeptanzwinkel bezeichnet. Strahlen, die unter dem Winkel $\alpha < \alpha_N$ in einen Wellenleiter eingekoppelt

werden, erfüllen die Bedingung der Totalreflexion [37]. Des Weiteren kann der innere Akzeptanzwinkel ϑ_N

$$\sin(\vartheta_N) = \frac{\sqrt{n_{\text{core}}^2 - n_{\text{clad}}^2}}{n_{\text{core}}} \quad (2.2)$$

angegeben werden.

Die eingesetzten Kern- und Mantelmaterialien müssen temperaturstabil, druckstabil und alterungsbeständig sein, damit sie den Fertigungsprozess ohne signifikante Zunahme der Dämpfung der optisch übertragenen Leistung überstehen. Das Gebiet der Materialforschung für die Herstellung der optischen Lage ist gegenwärtig Gegenstand intensiver Forschung und Entwicklung. Aus diesem Grund können keine standardisierten numerischen Aperturen A_N angegeben werden. In dieser Arbeit wird der folgende Bereich für die numerische Apertur gewählt:

$$0.2 \leq A_N \leq 0.3.$$

Dieser Wertebereich ist den Veröffentlichungen [3,55,72] entnommen. Als Anregungsquelle werden Laser verwendet, die optische Leistung bei einer Wellenlänge von

$$\lambda = 850\text{nm}$$

emittieren [60]. Die Modellierung dieser Quelle erfolgt in dieser Arbeit durch Punktquellen. Der Kernquerschnitt der verwendeten Wellenleiter ist nahezu rechteckförmig. Die Höhe H und Weite W liegen im Bereich von

$$\{W, H\} \in [50, 100]\mu\text{m}.$$

Der Kernquerschnitt der verwendeten Wellenleiter ist damit sehr viel größer als die verwendete Wellenlänge λ . Durch die äußeren Abmessungen und die verwendeten Materialien dieser Wellenleiter ist eine große Anzahl von Moden ausbreitungsfähig [88]. Das transiente Übertragungsverhalten kann mit Hilfe von Strahlverfolgungsverfahren berechnet werden [11].

Im folgenden Abschnitt werden zuerst die Grundlagen für die physikalische Strahlverfolgung kurz zusammengefasst. Diese basieren auf den Maxwellschen Gleichungen für nicht bewegte Medien. In Abschnitt 2.2 wird eine strahlenoptische Modellierung der aktiven optischen Komponenten aufgezeigt. Diese Modellierung beinhaltet zudem die Bestimmung der Leistungsverteilung im Nah- und Fernfeld. Abschließend werden in Abschnitt 2.3 die Grundlagen für die Bestimmung der transienten Übertragungseigenschaften von hochmultimodalen Wellenleitern erläutert.

2.1. Strahlverfolgung im dielektrischen Material

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen der geometrischen Optik für die Strahlverfolgung innerhalb eines dielektrischen Materials beschrieben.

2.1.1. Maxwell'sche Gleichungen für nichtbewegte Medien

Ausgangspunkt für die Beschreibung der elektromagnetischen Felder sind die Maxwell'schen Gleichungen für nicht bewegte Medien in differentieller Form [88]

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \quad (2.3)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t), \quad (2.4)$$

$$\text{div } \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t), \quad (2.5)$$

$$\text{div } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.6)$$

Darin ist \mathbf{E} die elektrische Feldstärke, \mathbf{H} die magnetische Feldstärke, \mathbf{D} die elektrische Flussdichte, \mathbf{B} die magnetische Flussdichte, \mathbf{J} die Stromdichte, ρ die Raumladungsdichte, \mathbf{r} der Ortsvektor und t die Zeit. Innerhalb des betrachteten dielektrischen Materials kann von Quellfreiheit ausgegangen werden

$$\rho(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.7)$$

Die in dieser Arbeit betrachteten optischen Wellenleiter sind nichtmagnetisch, nichtleitend und isotrop, damit gelten die Materialgleichungen

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2.8)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t). \quad (2.9)$$

In diesen Gleichungen ist ε_0 die Permittivität des Vakuums, $\varepsilon_r(\mathbf{r})$ die relative Permittivität und μ_0 die Permeabilität des Vakuums. Das Verhalten der Feldkomponenten auf der Grenzfläche b , mit Normalenvektor \mathbf{n} zwischen Bereichen mit unterschiedlichen Materialeigenschaften, wird für die betrachteten dielektrischen Medien¹ durch

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) - \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t))|_b = 0, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t) - \mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t))|_b = 0, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2(\mathbf{r}, t) - \mathbf{D}_1(\mathbf{r}, t))|_b = 0, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2(\mathbf{r}, t) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t))|_b = 0 \quad (2.13)$$

festgelegt. Die Leistungsflussdichte des elektromagnetischen Feldes wird im Zeitbereich mit Hilfe des Poyntingvektors

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2.14)$$

beschrieben. Mit Hilfe der Gleichungen (2.3), (2.4), (2.7) und der Vektoridentität (C.25) ergibt die Integration über das Volumen V den Poyntingschen Satz [88]

$$-\oint_a \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{a} = \int_V \left[p_v + \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{(w_e + w_m)}_w \right] dV. \quad (2.15)$$

¹Bei den Randbedingungen wird von abschnittsweise konstanter Permittivität $\varepsilon(\mathbf{r})$ ausgegangen.

Darin ist p_v die Verlustleistungsdichte und w die im elektromagnetischen Feld gespeicherte Energiedichte. Für die einzelnen Energiedichten gilt:

$$w_e = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \quad \wedge \quad w_m = \frac{1}{2} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (2.16)$$

Die Feldgrößen und Flussdichten sind reelle Größen der Zeit. Bei sinusförmigen Veränderungen der Feldgrößen können die Maxwell'schen Gleichungen durch die komplexen Amplituden $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ und $\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ für die Feldgrößen

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad (2.18)$$

und

$$\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) = \kappa(\mathbf{r})\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (2.19)$$

beschrieben werden. Damit gilt für die Maxwell'schen Gleichungen (2.3) bis (2.6)

$$\text{rot } \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = -j\omega \underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r}), \quad (2.20)$$

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = j\omega \underline{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) + \kappa(\mathbf{r})\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}), \quad (2.21)$$

$$\text{div } \underline{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.22)$$

$$\text{div } \underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.23)$$

Für die Leitfähigkeit des dielektrischen Materials gilt

$$\kappa(\mathbf{r}) = 0.$$

Durch das Zulassen einer geringen Leitfähigkeit können intrinsische Materialverluste, innerhalb des dielektrischen Materials, mit Hilfe eines komplexen Brechungsindex nachgebildet werden [7, 88, 110]. Diese Nachbildung stützt sich nicht auf die physikalischen Verlustmechanismen Streuung und Absorption innerhalb des dielektrischen und somit nichtleitenden Materials. In Abschnitt 2.1.5 wird die Modellierung von Verlusten innerhalb des Kern- und Mantelmaterials vorgestellt.

Bei sinusförmigen Zeitabhängigkeiten gilt für die komplexe Amplitude des Poyntingvektors

$$\underline{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{H}}^*(\mathbf{r}). \quad (2.24)$$

Wird nur der zeitliche Mittelwert der übertragenen Leistungsflussdichte betrachtet, so ist

$$\overline{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{H}}^*(\mathbf{r}) \}. \quad (2.25)$$

Für die zeitlichen Mittelwerte der elektromagnetischen Energiedichten folgt bei sinusförmiger Zeitabhängigkeit

$$\overline{w}_m = \frac{1}{4} \text{Re} \{ \underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \cdot \underline{\mathbf{B}}^*(\mathbf{r}) \}, \quad (2.26)$$

$$\overline{w}_e = \frac{1}{4} \text{Re} \{ \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \cdot \underline{\mathbf{D}}^*(\mathbf{r}) \}. \quad (2.27)$$

2.1.2. Bestimmung der Eikonalgleichung aus den Maxwellschen Gleichungen

Als Ansatz für das elektrische und magnetische Feld wird die Luneburg-Kline Entwicklung

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \cong e^{-jk_0 S(\mathbf{r})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\underline{\mathbf{E}}_n(\mathbf{r})}{(j\omega)^n}, \quad (2.28)$$

$$\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \cong e^{-jk_0 S(\mathbf{r})} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\underline{\mathbf{H}}_n(\mathbf{r})}{(j\omega)^n} \quad (2.29)$$

mit

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c_0} \quad (2.30)$$

verwendet [12, 53]. In dieser Gleichung ist c_0

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (2.31)$$

die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Aufgrund der sehr großen Werte von ω ist der Einfluss der Terme höherer Ordnung für $n > 0$ zu vernachlässigen. Es werden nur die Terme niedrigster Ordnung ($n = 0$) für die Feldkomponenten berücksichtigt

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{E}}_0(\mathbf{r}) e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}, \quad (2.32)$$

$$\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{H}}_0(\mathbf{r}) e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}. \quad (2.33)$$

Um die Lesbarkeit der Gleichungen zu erhöhen wird im Folgenden auf die Darstellung der Ortsabhängigkeit der Feldstärken und der Permittivität verzichtet.

Mit Hilfe der Formeln zur Vektoranalysis, siehe Abschnitt C.4.2, können die Gleichungen (2.32) und (2.33) in die Maxwellschen Gleichungen eingesetzt werden

$$\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = [\text{rot } \underline{\mathbf{E}}_0 - jk_0 \text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{E}}_0] e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}, \quad (2.34)$$

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = [\text{rot } \underline{\mathbf{H}}_0 - jk_0 \text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{H}}_0] e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}, \quad (2.35)$$

$$\text{div } (\varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{\mathbf{E}}) = \varepsilon_0 [\varepsilon_r \text{div } \underline{\mathbf{E}}_0 + \underline{\mathbf{E}}_0 \text{grad } \varepsilon_r - jk_0 \varepsilon_r \underline{\mathbf{E}}_0 \text{grad } S(\mathbf{r})] e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}, \quad (2.36)$$

$$\mu_0 \text{div } \underline{\mathbf{H}} = \mu_0 (\text{div } \underline{\mathbf{H}}_0 - jk_0 \mu_0 \underline{\mathbf{H}}_0 \text{grad } S(\mathbf{r})) e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}. \quad (2.37)$$

Damit ergeben sich aus den Maxwellschen Gleichungen

$$\text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{H}}_0 + c_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{\mathbf{E}}_0 = -\frac{j}{k_0} \text{rot } \underline{\mathbf{H}}_0, \quad (2.38)$$

$$\text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{E}}_0 - c_0 \mu_0 \underline{\mathbf{H}}_0 = -\frac{j}{k_0} \text{rot } \underline{\mathbf{E}}_0, \quad (2.39)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_0 \text{grad } S(\mathbf{r}) = -\frac{j}{k_0} (\underline{\mathbf{E}}_0 \text{grad } \ln[\varepsilon_r] + \text{div } \underline{\mathbf{E}}_0), \quad (2.40)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_0 \text{grad } S(\mathbf{r}) = -\frac{j}{k_0} (\text{div } \underline{\mathbf{H}}_0). \quad (2.41)$$

Aufgrund der betrachteten kleinen Wellenlängen λ_0 und den daraus resultierenden großen Werten k_0 vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{H}}_0 + c_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{\mathbf{E}}_0 = 0, \quad (2.42)$$

$$\text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{E}}_0 - c_0 \mu_0 \underline{\mathbf{H}}_0 = 0, \quad (2.43)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_0 \text{ grad } S(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.44)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_0 \text{ grad } S(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.45)$$

Um die magnetische Feldstärke $\underline{\mathbf{H}}_0$ in (2.42) zu eliminieren, wird (2.43) nach dieser Feldstärke umgeformt und in (2.42) eingesetzt. Durch Ausnutzen der Formeln zur Vektoranalysis folgt

$$\frac{1}{c_0 \mu_0} [(\underline{\mathbf{E}}_0 \text{ grad } S(\mathbf{r})) \text{ grad } S(\mathbf{r}) - \underline{\mathbf{E}}_0 (\text{grad } S(\mathbf{r}))^2] + c_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \underline{\mathbf{E}}_0 = 0. \quad (2.46)$$

Unter Beachtung der Lichtgeschwindigkeit c_0 im Vakuum und der Gleichung (2.45) wird die Gleichung (2.46) zu

$$(\text{grad } S(\mathbf{r}))^2 = n(\mathbf{r})^2 \quad (2.47)$$

reduziert. Darin ist

$$n(\mathbf{r}) = \sqrt{\varepsilon_r} \quad (2.48)$$

der ortsabhängige Brechungsindex des Materials. Die Funktion $S(\mathbf{r})$ in Gleichung (2.47) wird auch als Eikonal² bezeichnet. Die Eikonalgleichung (2.47) ist die grundlegende Gleichung der geometrischen Optik. Die Fläche

$$S(\mathbf{r}) = \text{konstant} \quad (2.49)$$

wird auch als geometrische Wellenfläche oder als geometrische Wellenfront bezeichnet [12].

Um den Leistungsfluss zu berechnen wird der Realteil des komplexen Poyntingschen Vektors bei sinusförmigen Zeitabhängigkeiten betrachtet

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^* \},$$

siehe Gleichung (2.25). Unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.32), (2.33) und (2.43) ist dieser

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2\mu_0 c_0} \text{Re} \{ \underline{\mathbf{E}}_0 \times (\text{grad } S(\mathbf{r}) \times \underline{\mathbf{E}}_0)^* \}. \quad (2.50)$$

Unter Zuhilfenahme der Formeln zur Vektoranalysis sowie Gleichung (2.44) wird das Kreuzprodukt ausgewertet

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2\mu_0 c_0} \text{grad } S(\mathbf{r}) (\underline{\mathbf{E}}_0 \cdot \underline{\mathbf{E}}_0^*). \quad (2.51)$$

²Die Bezeichnung Eikonal (aus dem Griechischen $\varepsilon\iota\kappa\omega\nu$ = Abbild) wurde 1895 von dem Mathematiker Heinrich Bruns eingeführt.

Durch die Betrachtung der Energiedichte \overline{w}_e (2.27) wird Gleichung (2.51) vereinfacht zu

$$\overline{\mathbf{S}} = \frac{2\overline{w}_e}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0 c_0} \text{grad } S(\mathbf{r}) \quad (2.52)$$

bzw.

$$\overline{\mathbf{S}} = 2\overline{w}_e \frac{c_0}{(n(\mathbf{r}))^2} \text{grad } S(\mathbf{r}). \quad (2.53)$$

Wird anstelle der Energiedichte \overline{w}_e die Energiedichte \overline{w}

$$\overline{w} = 2\overline{w}_e = \overline{w}_e + \overline{w}_m \quad (2.54)$$

verwendet [53], so ist

$$\overline{\mathbf{S}} = \overline{w} \frac{c_0}{n(\mathbf{r})} \frac{\text{grad } S(\mathbf{r})}{n(\mathbf{r})}. \quad (2.55)$$

Unter Verwendung der Eikonalgleichung (2.47) wird der Vektor $\mathbf{k}(\mathbf{r})$

$$\mathbf{k}(\mathbf{r}) = \frac{\text{grad } S(\mathbf{r})}{n(\mathbf{r})} = \frac{\text{grad } S(\mathbf{r})}{|\text{grad } S(\mathbf{r})|} \quad \wedge \quad |\mathbf{k}(\mathbf{r})| = 1 \quad (2.56)$$

bestimmt. Mit diesem folgt für den zeitlich gemittelten Poyntingvektor

$$\overline{\mathbf{S}} = \overline{w} v(\mathbf{r}) \mathbf{k}(\mathbf{r}). \quad (2.57)$$

In dieser Gleichung ist

$$v(\mathbf{r}) = \frac{c_0}{n(\mathbf{r})} \quad (2.58)$$

die Lichtgeschwindigkeit im Medium mit dem Brechungsindex $n(\mathbf{r})$.

Der Poyntingvektor (2.57) steht orthogonal auf der geometrischen Wellenfront $S(\mathbf{r})$, siehe Gleichung (2.49), und beschreibt den Leistungsfluss entlang der Trajektorie der Wellenfront. Die elektromagnetische Leistungsdichte $p(\mathbf{r})$ oder „Intensität“ $I(\mathbf{r})$ ist in der geometrischen Optik definiert als Betrag des zeitlich gemittelten Poyntingvektors (2.57) [12, 110]

$$I(\mathbf{r}) = |\overline{\mathbf{S}}(\mathbf{r})| = v(\mathbf{r}) \overline{w}. \quad (2.59)$$

Lichtstrahlen werden im Folgenden als orthogonale Trajektorien zu den geometrischen Wellenfronten $S(\mathbf{r}) = \text{konstant}$ betrachtet [12]. Die Richtung der Trajektorie dieser Strahlen stimmt für isotrope Medien mit der Richtung des zeitlich gemittelten Poyntingvektors (2.57) überein.

Im Folgenden wird eine Strahlenschar betrachtet, die von dem Flächenelement dA_1 der Wellenfront $S(\mathbf{r}) = a_1$ ausgeht und das Flächenelement dA_2 der Wellenfront $S(\mathbf{r}) = a_2$ erreicht. Hierbei sind a_1 und a_2 konstante Werte. Der hieraus resultierende Strahltrichter ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

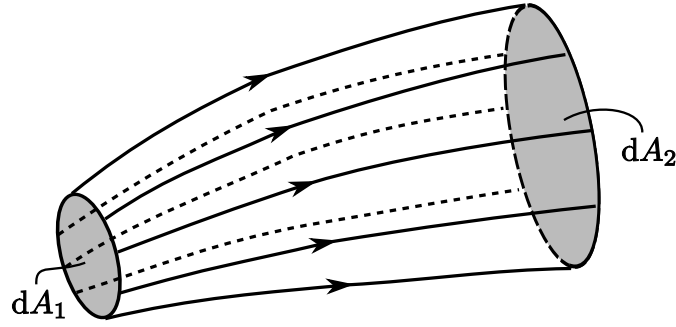


Abb. 2.2.: Veranschaulichung des Intensitätsgesetzes der geometrischen Optik

Für die Intensität innerhalb der Flächensegmente dA_1 und dA_2 gilt mit Hilfe des Intensitätsgesetzes der geometrischen Optik [12, 17]

$$I_1 dA_1 = I_2 dA_2. \quad (2.60)$$

Ist der Brechungsindex des Materials innerhalb des betrachteten Raumes konstant, so wird das elektromagnetische Feld durch die Überlagerung von ebenen Wellen beschrieben. Für den Fall eines annähernd konstanten Brechungsindex³ wird das elektromagnetische Feld an jedem Punkt durch lokal ebene Wellen dargestellt [63, 90]. Jede Wellenfront wird somit abschnittsweise in lokal ebene Wellenfronten zerlegt, deren Ausbreitung durch lokal ebene Wellen nachgebildet wird. Das nicht kollimierte Strahlenbündel in Abbildung 2.2 kann folglich durch ein kollimiertes Strahlenbündel ersetzt werden, damit sind die beiden Flächenelemente dA_1 und dA_2 kongruent.

Die Berandungen der Fläche dA_1 auf beiden Wellenfronten wird nun durch ein kollimiertes Strahlenbündel verbunden. Innerhalb der entstandenen Strahlröhre bleibt die Intensität I über den gesamten Strahlverlauf erhalten

$$I dA_1|_{S(\mathbf{r})=a_1} = I dA_1|_{S(\mathbf{r})=a_2} \quad (2.61)$$

und ermöglicht die strahlenoptische Nachbildung der Ausbreitung eines geometrischen Wellenfeldes durch einen einzigen räumlich kohärenten Strahlpfad [12]. Ein geometrischer Strahl S_n wird nun definiert als lokal ebene Welle mit einer Trajektorie orthogonal zu der Wellenfront $S(\mathbf{r}) = \text{konstant}$ und mit der über einem Flächenelement dA konstanten Intensität I .

2.1.3. Strahlkomponenten im homogenen dielektrischen Medium

Betrachtet wird ein Strahlverlauf im Raum mit dem Brechungsindex $n(\mathbf{r})$. Jeder Punkt des Strahlverlaufs kann mit dem Ortsvektor $\mathbf{r}(s)$ als Funktion der Weglänge s beschrieben werden. Zudem ist $d\mathbf{r}/ds = \mathbf{k}$. Daraus folgt für Gleichung (2.56)

$$n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \text{grad } S(\mathbf{r}). \quad (2.62)$$

³Hierbei ändert sich der Brechungsindex nur schwach innerhalb der Distanz der betrachteten Wellenlänge der emittierten optischen Leistung.

Um die Gleichung (2.62) als Funktion von $n(\mathbf{r})$ zu bestimmen, wird die Ableitung der Gleichung (2.62) nach der Koordinate ds berechnet. Hieraus ergibt sich die Differentialgleichung der Strahlen [12]

$$\frac{d}{ds} \left(n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \text{grad } n(\mathbf{r}). \quad (2.63)$$

Die in dieser Arbeit betrachteten Wellenleiter sind innerhalb des Kernmaterials homogen mit dem konstanten Brechungsindex $n(\mathbf{r}) = n_{\text{core}}$. Für ein homogenes Medium vereinfacht sich die Gleichung (2.63) zu

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} = 0. \quad (2.64)$$

Die Lösung dieser Vektorgleichung ist die Gleichung einer geraden Linie mit dem Ortsvektor zum Aufpunkt \mathbf{A} und der Richtung \mathbf{k}

$$\mathbf{r}(s) = s \mathbf{k} + \mathbf{A}. \quad (2.65)$$

Daraus folgt, dass Lichtstrahlen innerhalb von Medien mit homogenem Brechungsindex geradlinig verlaufen. Diese Strahlen repräsentieren lokal ebene Wellen, die innerhalb des Mediums mit der konstanten Geschwindigkeit

$$v = \frac{c_0}{n} \quad (2.66)$$

propagieren.

Betrachtet wird der Strahlpfad $\mathbf{r}(s)$, auf dem sich die Punkte \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 befinden. Als optische Weglänge L_{opt} zwischen beiden Punkten wird das Integral

$$L_{\text{opt}} = \int_s n(\mathbf{r}) ds \quad (2.67)$$

bezeichnet. Im Fall homogener Materialien vereinfacht sich (2.67) zu

$$L_{\text{opt}} = n \underbrace{|\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2|}_{L_{\text{geo}}}, \quad (2.68)$$

mit L_{geo} als der geometrischen Weglänge. Die Propagationszeit t_{opt} des Strahls entlang des Strahlpfades ist

$$t_{\text{opt}} = \frac{L_{\text{opt}}}{c_0} = \frac{L_{\text{geo}}}{v}. \quad (2.69)$$

Basierend auf den Gleichungen (2.65) wird in dieser Arbeit jeder gerade Strahl \mathbf{S}_n durch

$$\mathbf{S}_n = \mathbf{A}_n + l \mathbf{k}_n \quad (2.70)$$

beschrieben. Darin ist \mathbf{A}_n der Ortsvektor zum Aufpunkt des Strahls im Raum, \mathbf{k}_n die Strahlrichtung und l die zurückgelegte geometrische Pfadlänge. Für die Strahlrichtung \mathbf{k}_n gilt in dieser Arbeit

$$|\mathbf{k}_n| = 1. \quad (2.71)$$

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, repräsentiert ein Strahl eine lokal ebene Welle mit über einem Flächenelement dA konstanter Intensität I bzw. Leistungsdichte p . Folglich kann jedem Strahl \mathbf{S}_n eine konstante Leistung P_n zugeordnet werden. Die initiale Leistung jedes Strahls kann von der Strahlrichtung \mathbf{k}_n , vom Aufpunktvektor \mathbf{A}_n und von der Zeit t abhängen. Hierdurch können nahezu beliebige Abstrahlcharakteristiken von zu modellierenden realen Quellen nachgebildet werden.

2.1.4. Reflexion und Transmission an dielektrischen Grenzflächen

Die betrachteten dielektrischen Wellenleiter bestehen aus Materialien mit unterschiedlichen Brechungsindizes. Die Grenzflächen zwischen den Materialien der Wellenleiter sind planar oder konstant gekrümmt. Um das Verhalten einer einfallenden lokal ebenen Welle an diesen Grenzflächen zu analysieren, wird der gesamte Raum im Folgenden in zwei Teilräume mit unterschiedlichen Brechungsindizes unterteilt.

2.1.4.1. Planarer dielektrischer Halbraum

Gegeben ist ein Raum, der in zwei Halbräume mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 unterteilt ist. Die Grenzfläche zwischen den beiden Halbräumen ist eine Ebene. Der Normalenvektor \mathbf{n} zeigt in Richtung des ersten Halbraumes. Die beschriebene Anordnung ist in Abbildung 2.3 dargestellt.

Die Gleichung der Grenzfläche lautet

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0. \quad (2.72)$$

Aus dem dielektrischen Halbraum mit dem Brechungsindex n_1 trifft eine ebene Welle $\underline{\mathbf{E}}_e$ auf den dielektrischen Halbraum mit dem Brechungsindex n_2 . Ein Teil der einfallenden Welle wird an der Grenzfläche reflektiert ($\underline{\mathbf{E}}_r$) und ein weiterer Teil transmittiert ($\underline{\mathbf{E}}_t$). Allgemein gilt für die Feldstärken

$$\underline{\mathbf{E}}_e = \underline{\mathbf{E}}_{e0} e^{-jk_1(\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r})}, \quad \underline{\mathbf{H}}_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu}} (\mathbf{k}_e \times \underline{\mathbf{E}}_e), \quad \text{einfallende Welle} \quad (2.73)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_r = \underline{\mathbf{E}}_{r0} e^{-jk_1(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r})}, \quad \underline{\mathbf{H}}_r = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu}} (\mathbf{k}_r \times \underline{\mathbf{E}}_r), \quad \text{reflektierte Welle} \quad (2.74)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_t = \underline{\mathbf{E}}_{t0} e^{-jk_2(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r})}, \quad \underline{\mathbf{H}}_t = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu}} (\mathbf{k}_t \times \underline{\mathbf{E}}_t), \quad \text{transmittierte Welle} \quad (2.75)$$

mit

$$k_i = \omega \sqrt{\varepsilon_i \mu}, \quad i \in [1, 2].$$

An der Grenzfläche zwischen beiden Materialien gilt die Stetigkeit der Tangentialkomponenten von $\underline{\mathbf{E}}$ für alle Punkte der Ebene

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{E}}_e + \underline{\mathbf{E}}_r)|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0} = \mathbf{n} \times \underline{\mathbf{E}}_t|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0}, \quad (2.76)$$

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{H}}_e + \underline{\mathbf{H}}_r)|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0} = \mathbf{n} \times \underline{\mathbf{H}}_t|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0}. \quad (2.77)$$

Es muss für alle Punkte der Berandungsebene gelten

$$k_1(\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0} = k_1(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0} = k_2(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0}. \quad (2.78)$$

Die Vektoren \mathbf{k}_e , \mathbf{k}_r , \mathbf{k}_t und \mathbf{n} sind demnach komplanar. Aus dem ersten Teil der Gleichung (2.78) folgt das Reflexionsgesetz:

$$\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}. \quad (2.79)$$

Der Einfallswinkel α_e entspricht dem Reflexionswinkel α_r , siehe auch Abbildung 2.3. Weiter folgt aus

$$k_1(\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0} = k_2(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0}$$

das Snelliussche Brechungsgesetz [37]

$$n_1 \sin(\alpha_e) = n_2 \sin(\alpha_t).$$

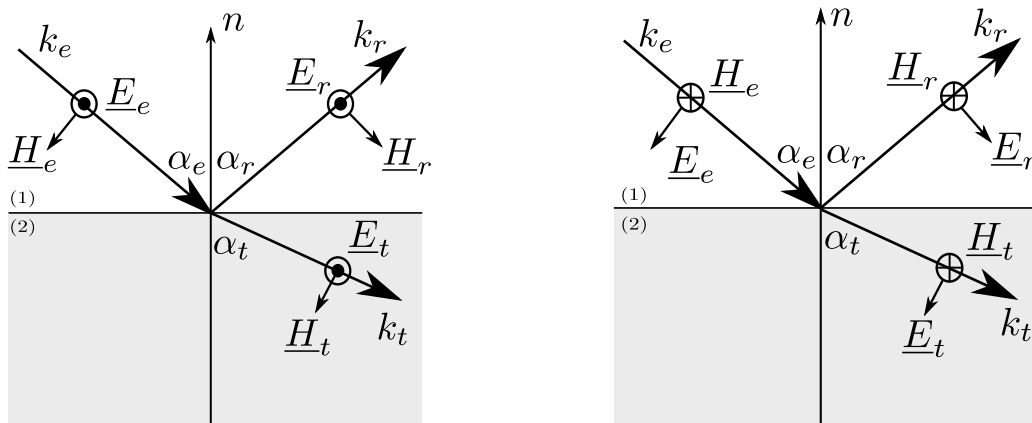
Alternativ kann das Brechungsgesetz auch mit Hilfe des Normalenvektors \mathbf{n} und den Strahlrichtungen \mathbf{k}_e und \mathbf{k}_t beschrieben werden [37]

$$n_1 (\mathbf{k}_e \times \mathbf{n})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0} = n_2 (\mathbf{k}_t \times \mathbf{n})|_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}=0}. \quad (2.80)$$

Fällt die ebene Welle aus dem optisch dichteren auf das optisch dünnere Medium, so wird für $\alpha_t = \pi/2$ die Welle total reflektiert. Der Winkel, ab welchem die einfallende Leistung vollständig reflektiert wird, ist

$$\sin(\alpha_G) = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.81)$$

Dieser wird im Folgenden als Winkel der Totalreflexion bezeichnet.



(a) Elektrische Feldstärke steht senkrecht auf der Einfallsebene

(b) Elektrische Feldstärke liegt in der Einfallsebene

Abb. 2.3.: Reflexion und Transmission ebener Wellen am dielektrischen Halbraum

Der Vektor der elektrischen Feldstärke kann immer in zwei orthogonale Komponenten zerlegt werden. Steht die elektrische Feldstärke senkrecht auf der Einfallsebene, so ist sie

s -polarisiert, siehe Abbildung 2.3(a). Liegt die elektrische Feldstärke in der Einfallsebene, so ist sie p -polarisiert, siehe Abbildung 2.3(b).

Im ersten Fall wird die senkrechte Polarisierung betrachtet. In Abbildung 2.3(a) ist die Orientierung der Feldstärken im Raum skizziert. Der Vektor $\underline{\mathbf{E}}$ steht senkrecht auf der Einfallsebene. Aus den Gleichungen (2.73) bis (2.77) resultiert für die elektrische Feldstärke an der Berandungsebene

$$E_e + E_r = E_t \quad (2.82)$$

und für die magnetische Feldstärke

$$H_e \cos(\alpha_e) - H_r \cos(\alpha_e) = H_t \cos(\alpha_t). \quad (2.83)$$

Bei der Betrachtung der parallelen Polarisierung liegt der Vektor $\underline{\mathbf{E}}$ in der Einfallsebene, siehe Abbildung 2.3(b). Hier gilt für die magnetische Feldstärke an der Berandungsebene

$$H_e - H_r = H_t \quad (2.84)$$

und für die elektrische Feldstärke

$$(E_e + E_r) \cos(\alpha_e) = E_t \cos(\alpha_t). \quad (2.85)$$

Aus der Betrachtung der Feldstärken an der Berandungsebene werden die Fresnelschen Formeln für die relativen Amplituden der reflektierten und transmittierten Welle

$$r = \frac{E_r}{E_e} \quad \wedge \quad t = \frac{E_t}{E_e} \quad (2.86)$$

bestimmt. Für die beiden Polarisationsarten lauten diese

$$r_s = \frac{n_1 \cos(\alpha_e) - n_2 \cos(\alpha_t)}{n_1 \cos(\alpha_e) + n_2 \cos(\alpha_t)} \quad \wedge \quad t_s = \frac{2n_1 \cos(\alpha_e)}{n_1 \cos(\alpha_e) + n_2 \cos(\alpha_t)} \quad (2.87)$$

und

$$r_p = \frac{n_2 \cos(\alpha_e) - n_1 \cos(\alpha_t)}{n_2 \cos(\alpha_e) + n_1 \cos(\alpha_t)} \quad \wedge \quad t_p = \frac{2n_1 \cos(\alpha_e)}{n_2 \cos(\alpha_e) + n_1 \cos(\alpha_t)}. \quad (2.88)$$

In dieser Beschreibung kennzeichnet der Index s die senkrechte und der Index p die parallele Polarisierung. Mit Hilfe des Poyntingvektors (2.57) werden die Reflektivität R und die Transmittivität T

$$R_s = r_s^2 \quad \wedge \quad T_s = 1 - R_s \quad (2.89)$$

und

$$R_p = r_p^2 \quad \wedge \quad T_p = 1 - R_p \quad (2.90)$$

für die beiden Polarisationsarten an der dielektrischen Grenzfläche berechnet.

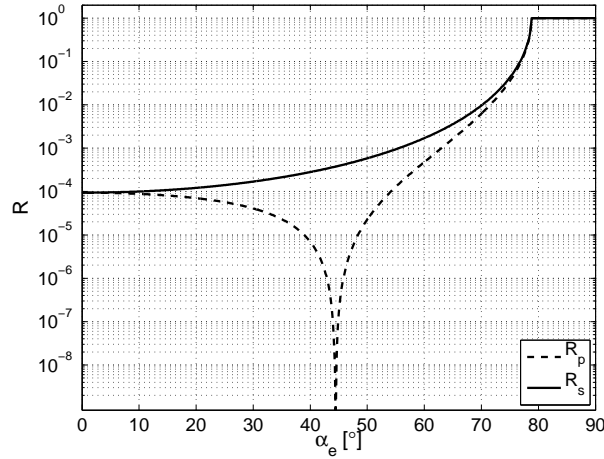


Abb. 2.4.: Reflexionsgrad für parallele Polarisation (R_p) und senkrechte Polarisation (R_s)

Die Abbildung 2.4 stellt den Reflexionsgrad R für parallele (R_p) und senkrechte Polarisation (R_s) für einen dielektrischen Halbraum mit den Brechungsindizes $n_1 = 1.56$ und $n_2 = 1.53$ dar. Auf der Abszisse ist der Einfallswinkel α_e und auf der Ordinate ist der Reflexionsgrad R aufgetragen. Der Winkel der Totalreflexion ist $\alpha_G \approx 78.75^\circ$. Für einen Einfallswinkel $\alpha_e < \alpha_G$ ist $R < 1$, es wird nur ein Teil der Leistung reflektiert. Ist der einfallende Winkel gleich bzw. größer als der Winkel der Totalreflexion ($\alpha_e \geq \alpha_G$), so wird unabhängig von der Polarisation die gesamte einfallende Leistung reflektiert.

Bei paralleler Polarisation existiert zudem der sogenannte Brewsterwinkel α_B , mit

$$\tan(\alpha_B) = \frac{n_1}{n_2}.$$

Bei diesem Winkel wird keine Leistung reflektiert [37, 77]. In der Abbildung 2.4 ist dieser Winkel durch die Singularität bei $\alpha_B \approx 44^\circ$ im Kurvenverlauf R_p zu erkennen.

2.1.4.2. Konstant gekrümmter dielektrischer Raum

Gegeben sind zwei dielektrische Räume mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 , es gilt

$$n_1 > n_2.$$

Die Berandungsfläche zwischen beiden Räumen ist kreisförmig gekrümmt. Der konstante Krümmungsradius R_K ist sehr viel größer als die verwendete Wellenlänge λ

$$R_K \gg \lambda.$$

Der Mittelpunkt der Krümmung liegt bei \mathbf{A}_R . Diese Räume sind in Abbildung 2.5 dargestellt.

Ein lokal ebene Welle breitet sich unter der Richtung \mathbf{k}_e im Medium mit dem Brechungsindex n_1 aus. Im Ursprung des kartesischen Koordinatensystems trifft sie die Berandungsfläche, siehe Abbildung 2.5. Der Einfallswinkel zwischen der einfallenden lokal ebenen Welle und dem Normalenvektor der Berandungsfläche ist α_e .

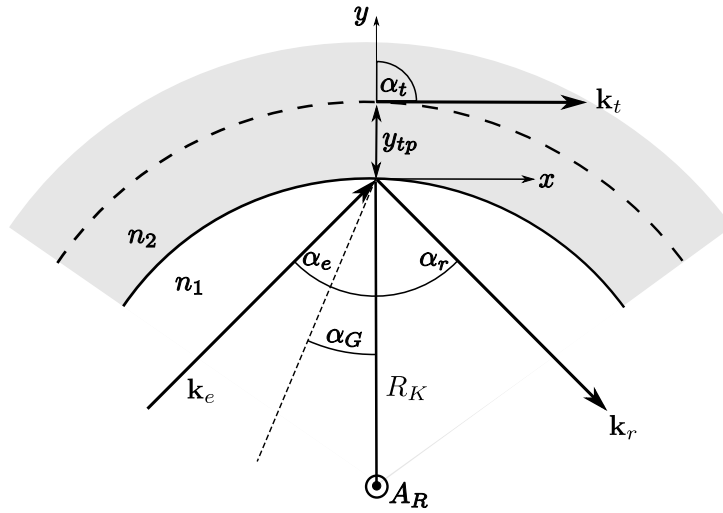


Abb. 2.5.: Reflexion an einem kreisförmig gekrümmten nichtabsorbierenden Raum

Trifft eine lokal ebene Welle unter dem Einfallswinkel

$$\alpha_e > \alpha_G \quad (2.91)$$

auf eine konkav gekrümmte Oberfläche, wird nur ein Teil der Leistung reflektiert [89]. Der andere Teil der Leistung wird transmittiert und nach der sogenannten Tunneldistanz y_{tp} in das optisch dünnere Material abgestrahlt. Für die Tunneldistanz gilt

$$y_{tp} = \begin{cases} R_K \left(\frac{\sin(\alpha_e)}{\sin(\alpha_G)} - 1 \right) & \alpha_e \geq \alpha_G, \\ 0 & \alpha_e \leq \alpha_G. \end{cases} \quad (2.92)$$

Ab α_G gibt y_{tp} die Dicke der Kaustik zwischen der evaneszenten Abnahme (zwischen $0 \leq y \leq y_{tp}$) und der Wellenausbreitung (für $y > y_{tp}$) innerhalb des optisch dünneren Materials an. Die Welle „tunnelt“ von $y = 0$ durch die evaneszente Region und breitet sich in Richtung \mathbf{k}_t im Medium 2 weiter aus.

Für eine Erklärung wird die sich im optisch dichteren Material ausbreitende lokal ebene Welle näher betrachtet. Neben den Leistungsanteilen im optisch dichteren Material hat diese Welle Leistungsanteile innerhalb des Bereichs des optisch dünneren Materials. Beide Leistungsanteile bewegen sich mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit. Ab $y = y_{tp}$ bewegt sich der Leistungsanteil im optisch dünneren Material mit der Geschwindigkeit $v_2 = c_0/n_2$. Hier löst sich ein Teil der Leistung und wird im optisch dünneren Material tangential zur Berandungsfläche abgestrahlt [67]. Damit ergibt sich der Winkel, mit dem die Leistung am Ort $y = y_{tp}$ abgestrahlt wird, zu $\alpha_t = \pi/2$. Dieser Winkel ist unabhängig von y_{tp} . Bei einer konvex gekrümmten Oberfläche existiert dieser Effekt nicht.

Die polarisationsabhängige Transmission in ein umgebendes Medium wird für den planaren dielektrischen Halbraum mit Hilfe der Fresnelschen Formeln (2.89) und (2.90) bestimmt. Für den Fall einer gekrümmten Berandung wird dieser Transmissionskoeffizient durch

$$T_{p,s} = |T_{p,s}^F| C \quad (2.93)$$

ersetzt [89]. Darin ist $T_{p,s}^F$ der Fresnelsche Transmissionskoeffizient (T_p^F (2.90) oder T_s^F (2.89)) und C der Krümmungsfaktor. Der Krümmungsfaktor C wird für $\alpha_e \neq \alpha_G$ bestimmt durch

$$C = \frac{|\text{Ai}(\Delta e^{j2\pi/3})|^{-2}}{4\pi\sqrt{|\Delta|}} \quad (2.94)$$

mit

$$\Delta = (\cos^2(\alpha_G) - \cos^2(\alpha_e)) \sqrt[3]{\left[\frac{k_1 R_K \sin^2(\alpha_e)}{2}\right]^2} \quad (2.95)$$

und

$$k_1 = \frac{2\pi n_1}{\lambda}. \quad (2.96)$$

Darin ist λ die Wellenlänge im Vakuum und $\text{Ai}(x)$ die Airy-Funktion [1]. Für $\alpha_e \cong \alpha_G$ kann der Transmissionskoeffizient T für die beiden Polarisationsarten durch

$$T = T_s \simeq T_p \sin^2(\alpha_G) \simeq \frac{1}{\pi \cos(\alpha_G)} \sqrt[3]{\left(\frac{2 \sin^2 \alpha_G}{k_1 R_K}\right)} \cdot |\text{Ai}(\Delta e^{j2\pi/3})|^{-2} \quad (2.97)$$

abgeschätzt werden.

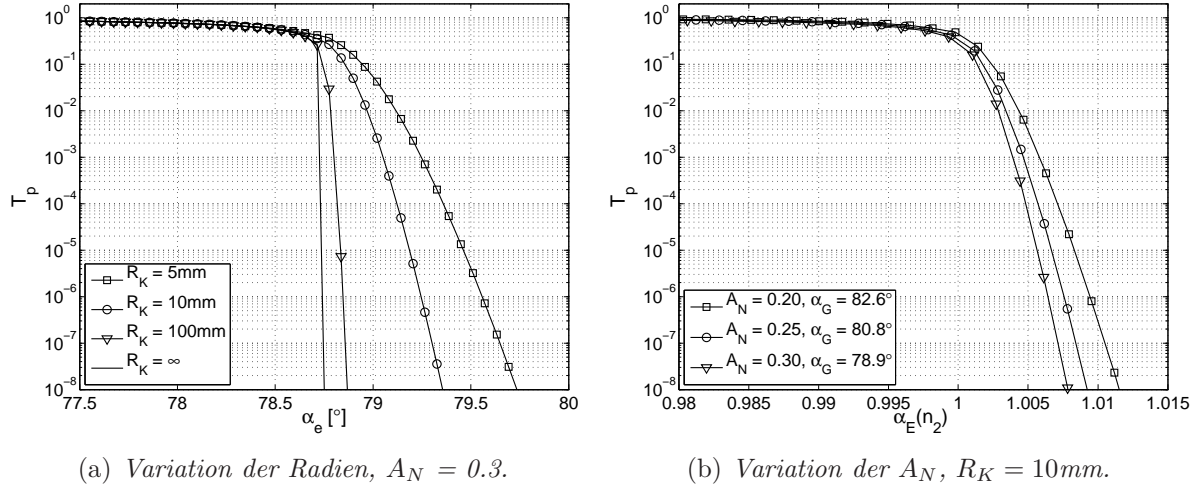


Abb. 2.6.: Transmissionsgrad T_p bei konstant gekrümmten Wellenleitern und unterschiedlichen Einfallswinkeln α_e

In Abbildung 2.6(a) ist der Transmissionsgrad T_p in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α_e für unterschiedliche Krümmungsradien R_K dargestellt. Die gewählten Brechungsindizes sind $n_1 = 1.56$ und $n_2 = 1.53$. Der Winkel der Totalreflexion ist $\alpha_G \approx 78.75^\circ$. Als Krümmungsradien werden

$$R_K \in \{5, 10, 100, \infty\} \text{mm}$$

verwendet. Der Krümmungsradius $R_K/\text{mm} = \infty$ entspricht einer planaren Berandungsfläche. Kleinere Krümmungsradien werden aufgrund der zu erwartenden hohen Dämpfung vernachlässigt [75]. Der hier nicht dargestellte Transmissionskoeffizient T_s unterscheidet sich nur geringfügig von T_p . Zu erkennen ist, dass sich für größer werdende Krümmungsradien R_K die Transmissionskoeffizienten dem planaren Fall nähern. Zudem nimmt T_p für geringe Abweichungen des Einfallswinkels α_e vom Winkel der Totalreflexion signifikant ab. Bei einem Einfallswinkel $\alpha_e = 79.25^\circ$, dies entspricht einer Abweichung von $\Delta\alpha = 0.5^\circ$ von α_G , ergibt sich für den Radius von $R_K = 5\text{mm}$ ein Transmissionskoeffizient von $T_p < 10^{-3}$. Für größer werdende Krümmungsradien werden diese Werte weiter verringert.

Um den Einfluss einer Materialvariation zu bestimmen, wird bei einem konstanten Brechungsindex n_1 der Brechungsindex n_2 so variiert, dass sich numerische Aperturen von

$$A_N \in \{0.2, 0.25, 0.3\}$$

einstellen. Der Krümmungsradius R_K bleibt bei allen Untersuchungen unverändert bei $R_K = 10\text{mm}$. In Abbildung 2.6(b) sind die resultierenden Kurvenverläufe abgebildet. Der Ordinate ist der Transmissionskoeffizient und der Abszisse ist der Wert $\alpha_E(n_2)$

$$\alpha_E(n_2) = \frac{\alpha_e}{\alpha_G(n_2)} \quad (2.98)$$

zugeordnet. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird hier der Einfallswinkel α_e auf den jeweiligen Winkel der Totalreflexion $\alpha_G(n_2)$ normiert. Wie in der Abbildung 2.6(b) zu erkennen, beeinflusst der Transmissionskoeffizient nur im unmittelbaren Bereich der Totalreflexion eine einfallende lokal ebene Welle. Für große Abweichungen nimmt der Einfluss signifikant ab. Dieses Verhalten ist identisch bei den gewählten Materialien.

Eine Makrokrümmung beeinflusst nur lokal ebene Wellen, die sehr nahe am Bereich der Totalreflexion reflektiert werden. Diese Wellen können aufgrund der Krümmung leicht den Bereich der Totalreflexion verlassen [7]. Hierbei ist der Einfluss der Tunnelverluste gegenüber den stärkeren refraktiven Strahlungsverlusten zu vernachlässigen. Demzufolge wird der vorgestellte Effekt in dieser Arbeit vernachlässigt.

2.1.5. Absorptionsverluste

Eine lokal ebene Welle, die sich innerhalb eines dielektrischen Wellenleiters ausbreitet, kann durch verlustbehaftetes Material gedämpft werden. Die Modellierung dieses Dämpfungsverhaltens erfolgt mit Hilfe einer komplexen ortsabhängigen Permittivität $\underline{\epsilon}(\mathbf{r})$ bzw. eines komplexen Brechungsindex $\underline{n}(\mathbf{r})$ [82,90,110]. Hierfür wird das Durchflutungsgesetz (2.21) bei sinusförmiger Anregung betrachtet

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = j\omega \underline{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) + \kappa(\mathbf{r}) \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}).$$

Das Zulassen einer physikalisch unbegründeten geringen Leitfähigkeit $\kappa(\mathbf{r})$ bei den dielektrischen Wellenleitern ermöglicht die Nachbildung des Dämpfungsverhaltens. Beruhend darauf und unter Beachtung der Materialgleichung (2.8) wird das Durchflutungsgesetz zu

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = j\omega \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r(\mathbf{r}) \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (2.99)$$

umgeformt, mit

$$\underline{\varepsilon}_r(\mathbf{r}) = \left(\varepsilon_r(\mathbf{r}) - j \frac{\kappa(\mathbf{r})}{\omega \varepsilon_0} \right) \quad (2.100)$$

als komplexe ortsabhängige Permittivität. Aufgrund der hohen Kreisfrequenz ω und der als gering angenommenen Leitfähigkeit $\kappa(\mathbf{r})$ ist der Realteil der komplexen Permittivität (2.100) immer sehr viel größer als der Imaginärteil

$$\varepsilon_r(\mathbf{r}) \gg \frac{\kappa(\mathbf{r})}{\omega \varepsilon_0}.$$

Der Brechungsindex des betrachteten dielektrischen Materials ist demnach eine komplexe Funktion des Ortes

$$\underline{n}(\mathbf{r}) = \sqrt{\underline{\varepsilon}_r(\mathbf{r})}. \quad (2.101)$$

Im Folgenden wird unterschieden zwischen Absorptionsverlusten im Kern- und im Mantelmaterial.

2.1.5.1. Absorptionsverluste im Kernmaterial

Ist das Kernmaterial verlustbehaftet, so wird aufgrund der intrinsischen Absorptionsverluste eine lokal ebene Welle beim Durchlaufen des Materials gedämpft. Diese Dämpfung wird durch den ortsabhängigen Absorptionskoeffizienten

$$\alpha_{\text{core}}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{\lambda} \text{Im} \{ \underline{n}_{\text{core}}(\mathbf{r}) \} \quad (2.102)$$

bestimmt [90]. Darin ist $\underline{n}_{\text{core}}$ der komplexe Brechungsindex des Kernmaterials.

Ist die Absorption innerhalb des Materials homogen, so ist die Dämpfung nur abhängig von der zurückgelegten Wegstrecke s der Welle. Unter dieser Bedingung ergibt sich der auf die Weglänge l_p normierte Dämpfungskoeffizient $\overline{\alpha}_{\text{core}}$. Ist die zurückgelegte Wegstrecke der Welle bekannt, kann der Gesamtdämpfungsfaktor der Welle direkt angegeben werden.

2.1.5.2. Verlustbehaftetes Mantelmaterial

Ein verlustbehaftetes Mantelmaterial resultiert in einem reduzierten polarisationsabhängigen Reflexionsgrad R_p (2.90) bzw. R_s (2.89). Dies wird mit Hilfe eines komplexen Brechungsindex des Mantelmaterials $\underline{n}_{\text{clad}}$ berücksichtigt [90]. Um den Einfluss von $\underline{n}_{\text{clad}}$ auf den Reflexionsgrad zu bestimmen, wird im Folgenden der Imaginärteil des komplexen Mantelmaterials als Funktion des Realteils vorgegeben

$$\underline{n}_{\text{clad}} = n_{\text{clad}} \cdot (1 + jx)$$

mit

$$\{n_{\text{clad}}, x\} \in \mathbb{R} \wedge n_{\text{clad}} \geq 1, x \geq 0.$$

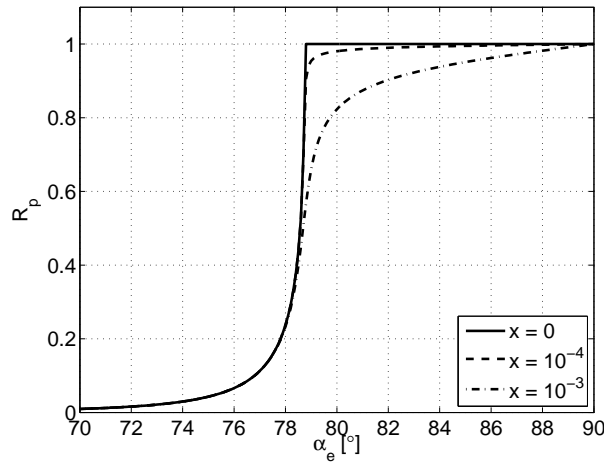


Abb. 2.7.: Reflexionsgrad R_p bei Reflexionen am verlustbehafteten Mantelmaterial

Die gewählten Materialparameter sind

$$n_{\text{core}} = 1.56 \quad \wedge \quad n_{\text{clad}} = 1.53.$$

Damit ist der Winkel der Totalreflexion $\alpha_G \approx 78.75^\circ$.

In Abbildung 2.7 ist der Reflexionsgrad R_p

$$R_p = \left(\frac{n_{\text{clad}} \cos(\alpha_e) - n_{\text{core}} \cos(\alpha_t)}{n_{\text{clad}} \cos(\alpha_e) + n_{\text{core}} \cos(\alpha_t)} \right)^2$$

für eine p-polarisierte Welle in Abhängigkeit des Einfallswinkels α_e bei unterschiedlichen komplexen Brechungsindizes $\underline{n}_{\text{clad}}$ abgebildet. Bei einem rein reellen Brechungsindex ($x = 0$) wird die einfallende Welle für $\alpha_e \geq \alpha_G$ vollständig reflektiert. Mit größer werdendem Imaginärteil ($x > 0$) nimmt der Reflexionsgrad R_p im Bereich der Totalreflexion ab. Die Wellen werden nicht mehr ohne Leistungsverlust reflektiert. Der Verlauf des Reflexionsgrades für eine s-polarisierte ebene Welle unterscheidet sich im dargestellten Bereich nur geringfügig von diesem Verlauf.

2.1.6. Einfluss von rauen Wellenleiterberandungen

Herstellungsbedingt haben alle Wellenleiterberandungen eine mikroraue Struktur [57,111]. Eine auf eine raue Wellenleiterberandung auftreffende lokal ebene Welle koppelt aufgrund der Streueigenschaften der Berandungen Leistung in das umgebende Mantelmaterial und in eine Vielzahl von reflektierten Streuwellen über. Diese Streueigenschaft ist im Bereich der Totalreflexion unabhängig von der Polarisation der einfallenden lokal ebenen Welle [7]. Sie ist aber abhängig vom Einfallswinkel der lokal ebenen Welle, vom Brechzahlunterschied der Materialien und von der verwendeten Wellenlänge. Wird der Brechzahlunterschied durch die Verwendung anderer Materialien erhöht oder die Wellenlänge verringert, so nimmt die Anzahl der Streuwellen und die in diese Streuwellen übergekoppelte Leistung zu [7].

Der exakte Verlauf der Rauigkeit der Wellenleiterberandung kann nicht analytisch beschrieben werden. Aus diesem Grund wird die Rauigkeit durch ein statistisches Modell angenähert. Messungen bei einzelnen Proben haben ergeben, dass die Rauigkeit einer Wellenleiterberandung durch eine Autokorrelationsfunktion

$$C(u_y, u_z) = \sigma_r^2 e^{-\frac{|u_y|}{L_y}} \cdot e^{-\frac{|u_z|}{L_z}} \quad (2.103)$$

beschrieben werden kann [57]. Darin sind σ_r die Standardabweichung vom Mittelwert der Wellenleiteroberfläche, u_y, u_z transversale Komponenten auf der Grenzfläche und L_y, L_z die Korrelationslängen. Der Normalenvektor der Wellenleiterberandung ist x -gerichtet. Die Standardabweichung σ_r ist im Allgemeinen sehr viel kleiner als die verwendete Wellenlänge. Als Werte werden in der Literatur

$$\sigma_r \in [20\text{nm}, 80\text{nm}]$$

angegeben [10, 94]. Die Korrelationslänge beschreibt den Wert, bei dem die Korrelationsfunktion auf den Wert $1/e$ ihres Maximalwerts abgefallen ist. Eine glatte Oberfläche wird durch die Standardabweichung $\sigma_r = 0$ oder durch die Korrelationslänge $\{L_y, L_z\} \rightarrow \infty$ beschrieben. Die in Gleichung (2.103) angegebene Form der Autokorrelation ist abhängig von der Herstellungsart. Bei anderen Herstellungsarten muss gegebenenfalls eine andere Form der Autokorrelationsfunktion verwendet werden [74]. Die Bestimmung der Form der Autokorrelationsfunktion und der Parameter kann messtechnisch mit Hilfe eines Rasterkraftmikroskopes (AFM: atomic force microscope) erfolgen.

Im Folgenden wird eine raue Wellenleiterberandung mit der Berandungsnormalen \mathbf{e}_x betrachtet. Auf diese Berandung treffen lokal ebene Wellen \mathbf{E}_i mit dem Wellenvektor \mathbf{k}_i

$$\mathbf{k}_i = -\beta_{ix}\mathbf{e}_x + \beta_{iz}\mathbf{e}_z, \quad \beta_{ix}^2 + \beta_{iz}^2 = n_{\text{core}}^2 k_0^2 \quad (2.104)$$

auf, darin ist k_0 die Wellenzahl im freien Raum. Diese lokal ebenen Wellen werden an der Berandung reflektiert und resultieren in Wellen mit den Wellenvektoren

$$\mathbf{k}_r = \beta_{rx}\mathbf{e}_x + \beta_y\mathbf{e}_y + \beta_z\mathbf{e}_z, \quad \beta_{rx}^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = n_{\text{core}}^2 k_0^2. \quad (2.105)$$

Die Leistungskopplung der einfallenden lokal ebenen Welle und der diffus reflektierten Leistung kann mit Hilfe von

$$P_r(\beta_{iz}) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}(\beta_{rx})}{\beta_{ix}} \|\mathbf{K}_r \cdot \mathbf{E}_i\|^2 J(\beta_y, \beta_z - \beta_{iz}) d\beta_y d\beta_z \quad (2.106)$$

bestimmt werden [10]. In dieser Gleichung ist $J(h, k)$ mit

$$J(h, k) = \iint_{-\infty}^{\infty} C(u_y, u_z) e^{-j(hu_y + ku_z)} du_y du_z \quad (2.107)$$

die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion $C(u_y, u_z)$ (2.103) und \mathbf{K}_r die Koppelmatrix, mit der die Leistungskopplung der einfallenden lokal ebenen Wellen in die reflektierten Wellen beschrieben wird. Diese Koppelmatrix ist abhängig vom Einfallswinkel der lokal ebenen Welle und enthält neben der numerischen Apertur A_N noch die Information über die Oberflächenrauigkeit der Wellenleiterberandung [10].

2.2. Modellierung der aktiven Komponenten

Für die Ermittlung des Übertragungsverhaltens des gesamten optischen Pfades müssen neben den Wellenleitern auch die aktiven Komponenten modelliert werden. Dies sind die Quellen und die Detektoren der optischen Leistung. In dem folgenden Abschnitt 2.2.1 wird zuerst die Modellierung der Detektoren vorgestellt. Hierbei wird zwischen der Detektion der Leistung im Nah- und im Fernfeld unterschieden. Anschließend wird in Abschnitt 2.2.2 die Modellierung der Quellen aufgezeigt.

2.2.1. Modellierung der Detektoren

Der passive optische Pfad wird stets mit einem Detektorelement abgeschlossen. Um das transiente Übertragungsverhalten des passiven optischen Pfades zu ermitteln, wird die Propagationszeit t_{opt} jedes Strahls von der Quelle bis zum Detektor bestimmt. Daneben ist es oft wünschenswert, die ortsabhängige Leistungsverteilung am Detektionsort (Nahfeld) und die winkelabhängige Leistungsverteilung in großer Entfernung von der analysierten Probe (Fernfeld) zu bestimmen. Der passive optische Pfad kann neben den Wellenleitern auch strahlformende und strahlumlenkende Komponenten enthalten. Um diese Komponenten optimal zu kaskadieren sind die Informationen über das Nah- und Fernfeld relevant [111].

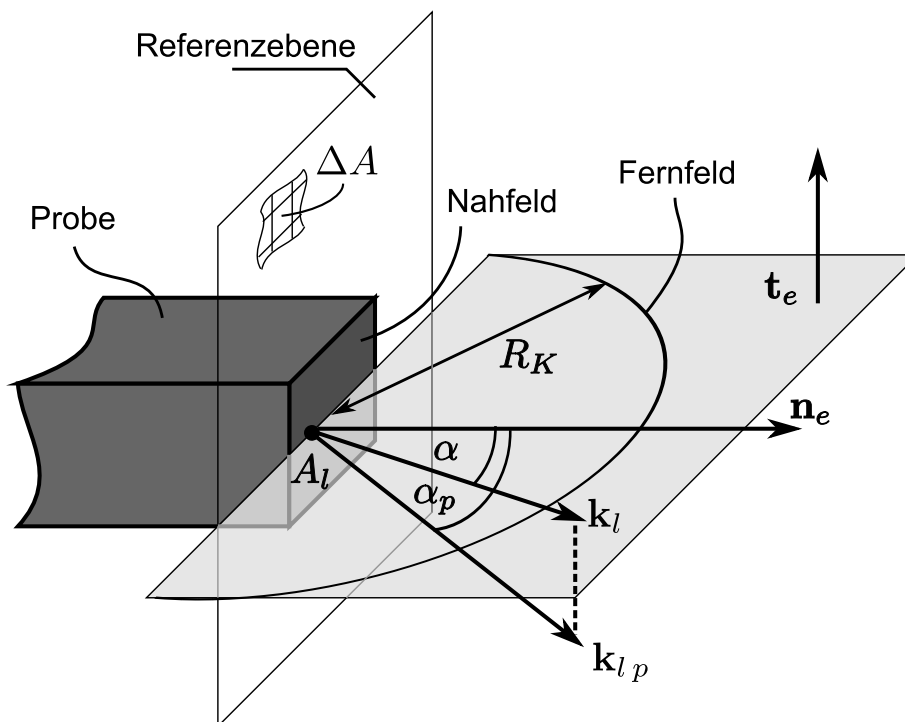


Abb. 2.8.: Skizzierte Anordnung für die Bestimmung der Leistungsverteilung des Nah- und Fernfeldes

Für eine simulationstechnische Betrachtung der Leistungsverteilungen wird eine Referenzebene eingeführt, siehe Abbildung 2.8. Diese Referenzebene wird durch einen Ortsvektor

und den Normalenvektor \mathbf{n}_e

$$|\mathbf{n}_e| = 1$$

beschrieben. Im Folgenden wird die Bestimmung der Leistungsverteilung im Nah- und Fernfeld mit Hilfe dieser Referenzebene vorgestellt.

2.2.1.1. Detektion der Leistungsverteilung im Nahfeld

Mit Hilfe des Nahfeldes wird die Leistungsverteilung an der Austrittsebene optischer Komponenten analysiert. Für eine Ortsdiskrete Bestimmung der Leistungsverteilung wird die Referenzebene in diskrete Flächensegmente mit dem konstanten Flächeninhalt ΔA partitioniert, siehe Abbildung 2.8. Ausgehend von der Quellstimulation werden alle Strahlaufpunkte \mathbf{A}_k auf der Referenzebene ermittelt. Anschließend erfolgt eine Zuordnung der Leistung P_n jedes Strahls zu einem entsprechenden Flächensegment ΔA . Der gesamte Leistungsfluss durch das Flächensegment resultiert aus der Addition aller detektierten Leistungen des Flächensegments. Die messtechnische Bestimmung des Nahfeldes erfolgt durch die Ortsdiskrete Abtastung der zu untersuchenden Probe mit Hilfe eines Detektors [54, 68].

2.2.1.2. Detektion der Leistungsverteilung im Fernfeld

Die Leistungsverteilung des Fernfeldes gibt die Leistungsverteilung auf einer Kugeloberfläche wieder, in deren Zentrum sich die zu untersuchende Probe befindet. Um die örtliche Leistungsverteilung auf der Probenoberfläche zu vernachlässigen, ist der gewählte Radius R_K der Kugel sehr viel größer als die Querschnittsabmessungen der zu untersuchenden Probe

$$R_K \gg W, H. \quad (2.108)$$

In der Simulationstechnik wird für die Bestimmung des Fernfeldes die eingeführte Referenzebene mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_e verwendet, siehe Abbildung 2.8. Für alle Strahlen, die auf die Referenzebene auftreffen, wird der Polarwinkel α

$$\cos(\alpha) = \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{n}_e \quad (2.109)$$

ermittelt. Der Beobachtungspunkt ist für die Fernfeldverteilung sehr weit entfernt von der Probe. Damit beeinflusst eine Verschiebung des Aufpunktes innerhalb der Emissionsfläche der Probe den Winkel α nicht.

Für eine Charakterisierung des Fernfeldes wird der gesamte Winkelbereich $\alpha \in [0, \alpha_{max}]$ in eine diskrete Anzahl N_{Winkel} konstanter Winkelsegmente $\Delta\alpha$ unterteilt. Die detektierte Leistung P_n jedes Strahls \mathbf{S}_n wird entsprechend des berechneten Polarwinkels α_n (2.109) einem Winkelsegment

$$i \cdot \Delta\alpha < \alpha_n \leq (i + 1) \cdot \Delta\alpha, \quad \text{mit } i \in [0, N_{Winkel} - 1] \quad (2.110)$$

zugeordnet. Jedes Winkelsegment kann durch einen diskreten Polarwinkel α_i

$$\alpha_i = i \cdot \Delta\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}, \quad \text{mit } i \in [0, N_{Winkel} - 1] \quad (2.111)$$

repräsentiert werden. Die gesamte Leistungsverteilung im Fernfeld $P(\alpha_i)$ ergibt sich durch das segmentweise Zusammenfassen der Leistungen der emittierten Strahlen mit Aufpunkt auf der Referenzebene.

Die Gleichung (2.109) enthält keine Information über rotationsabhängige Fernfeldverteilungen. Um diese zu analysieren, wird zu der Referenzebene eine orthogonale Ebene mit dem Normalenvektor \mathbf{t}_e eingeführt, siehe Abbildung 2.8. Anschließend werden die Strahlprojektionen der detektierten Strahlen auf dieser Referenzebene bestimmt. In Abbildung 2.8 ist die lokale Strahlrichtung \mathbf{k}_l und die projizierte Strahlrichtung \mathbf{k}_{lp} zur Verdeutlichung dargestellt. Der Projektionswinkel α_p kann sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Eine Drehung der Projektionsebene um den Normalenvektor \mathbf{n}_e resultiert in einer rotationsabhängigen Darstellung.

Bei der messtechnischen Bestimmung des Fernfeldes wird ein Detektor auf einer Kreisbahn mit Radius R_K um die zu analysierende Probe bewegt, siehe Abbildung 2.8. Dieser Kreis befindet sich in der Ebene mit dem Normalenvektor \mathbf{t}_e , orthogonal zur Referenzebene [110]. Die Schnittkante zwischen dieser Ebene und der eingangs erwähnten Kugeloberfläche entspricht dieser Kreisbahn. Um den Einfluss der ortsabhängigen Leistungsverteilung auf die Referenzebene im Fernfeld zu vermeiden, muss der Radius R_K der Fernfeldbedingung

$$R_K \gg \frac{\pi q^2}{4\lambda} \quad (2.112)$$

genügen [110]. Darin ist q die Weite bzw. die Höhe der zu untersuchenden Emissionsfläche der Probe. Die Fernfeldbedingung stammt aus der Fasermesstechnik, dort entspricht q dem Durchmesser der zu untersuchenden Faser. Um ein rotationsabhängiges Fernfeldprofil messtechnisch zu bestimmen, sind zusätzlich mehrere Fernfeldprofile mit einem um die Faserachse drehbaren Detektor aufzunehmen. Hierfür eignet sich ein Emitter [16].

2.2.2. Modellierung der Quellen

Das Modell der Verteilung der emittierten Leistung einer optischen Quelle soll kommerziell erhältlichen Quellen entsprechen. Zum aktuellen Zeitpunkt existieren keine Modelle, um aus einem anregenden Strom $i(t)$ das Emissionsspektrum $p(\mathbf{r}, t)$ exakt zu modellieren. Aus diesem Grund werden Ersatzquellen mit sinnvoll definierbarer Leistungsverteilung verwendet.

In Abbildung 2.9 ist das Modell einer Quelle dargestellt. Die Fläche A ist die Emissionsfläche der Quelle. Bei einer strahlenoptischen Beschreibung wird die zu modellierende Leistungsverteilung im Nah- und Fernfeld durch eine Strahlenschar, bestehend aus einer Anzahl N_{Strahl} diskreter Strahlen \mathbf{S}_n , nachgebildet. Jeder Strahl repräsentiert eine lokal ebene Welle mit über dem Flächenelement dA konstanter Leistung P , siehe Abschnitt 2.1. Daher ist jedem Strahl \mathbf{S}_n der Strahlenschar neben einer Strahlrichtung \mathbf{k}_n , einem

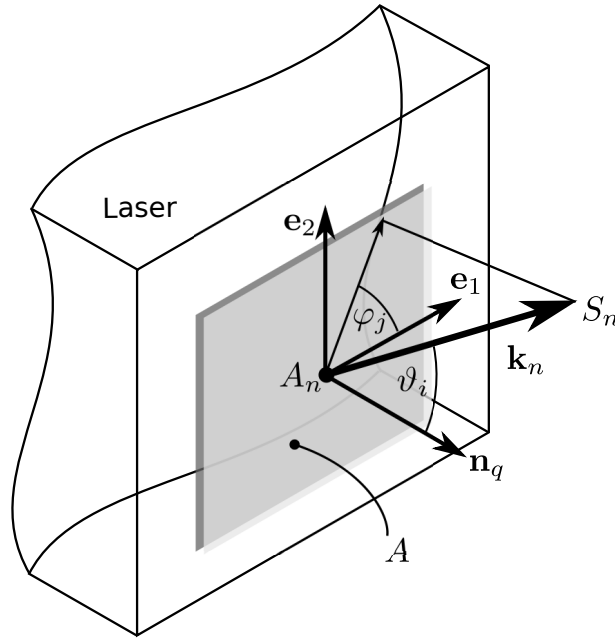


Abb. 2.9.: Skizziertes Modell einer Quelle

Ortsvektor zum Aufpunkt \mathbf{A}_n auch eine Leistung P_n zugeordnet. Die zur Berechnung der Leistung P_n jedes Strahls verwendete Funktion $p(\mathbf{A}_n, \mathbf{k}_n)$ hängt im Allgemeinen vom Ortsvektor zum Aufpunkt \mathbf{A}_n und von der lokalen Strahlrichtung \mathbf{k}_n ab.

Eine für die Simulationstechnik wichtige Quelle ist die Punktquelle. Für alle Strahlen der Strahlenschar werden bei dieser Quelle identische Strahlaufpunkte verwendet. Es bietet sich an, die Strahlrichtung \mathbf{k}_n durch einen Polarwinkel ϑ_i und einen Azimutwinkel φ_j bezüglich der Oberflächennormalen \mathbf{n}_q der Quelle

$$\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_{ij} = \sin(\vartheta_i) \cos(\varphi_j) \mathbf{e}_1 + \sin(\vartheta_i) \sin(\varphi_j) \mathbf{e}_2 + \cos(\vartheta_i) \mathbf{n}_q \quad (2.113)$$

mit

$$i = \{1, 2, \dots, I\} \wedge j = \{1, 2, \dots, J\}$$

und

$$\vartheta_i \in [0, \pi] \wedge \varphi_j \in [0, 2\pi]$$

zu beschreiben, siehe Abbildung 2.9. Der Index n wird durch die Indizes i und j der diskreten Winkel ϑ_i und φ_j ersetzt. Die Anzahl der emittierten Strahlen dieser Punktquelle

$$N_{Strahl} = I \cdot J$$

entspricht der Multiplikation des polaren Index I mit dem azimutalen Index J . Bei einer äquidistanten Winkeldiskretisierung werden die Winkelschrittweiten $\Delta\vartheta$ und $\Delta\varphi$ durch

$$\Delta\vartheta = |\vartheta_i - \vartheta_{i-1}| \wedge \Delta\varphi = |\varphi_i - \varphi_{i-1}|$$

bestimmt. Alternativ können durch die Vorgabe des polaren Index I und des azimutalen Index J konstante Winkelschrittweiten

$$\Delta\vartheta = \frac{|\vartheta_{max} - \vartheta_{min}|}{I - 1} \quad \wedge \quad \Delta\varphi = \frac{|\varphi_{max} - \varphi_{min}|}{J - 1} \quad (2.114)$$

festgelegt werden.

Im Folgenden werden exemplarisch Funktionen zur Modellierung der rotationssymmetrischen Leistungsverteilungen P_{Rect} und P_{Gauss} vorgestellt. Durch Auswerten der gewählten Funktion $p(\vartheta, \varphi)$ an den diskreten Winkeln ϑ_i und φ_j wird die Leistung

$$P_{ij} = p(\vartheta_i, \varphi_j) \quad (2.115)$$

des betrachteten Strahls \mathbf{S}_{ij} bestimmt.

Um den Polarwinkelbereich $0 < \vartheta \leq \vartheta_{max}$ homogen auszuleuchten, wird die Leistungsverteilung P_{Rect} verwendet. Die Funktion zur Bestimmung der Leistung jedes Strahls ist

$$P_{ij}^{Rect} = p^{Rect}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{J} \frac{u(\vartheta_i) - u(\vartheta_i - \vartheta_{max})}{\sum_{i=1}^I (u(\vartheta_i) - u(\vartheta_i - \vartheta_{max}))} \quad (2.116)$$

mit

$$\vartheta_i \in [0, \pi] \quad \wedge \quad \varphi_j \in [0, 2\pi].$$

Darin ist ϑ_{max} der maximal zulässige Polarwinkel, unter dem noch Leistung emittiert wird und $u(\vartheta_i)$ die Sprungfunktion (C.1). Für $\vartheta_I = \vartheta_{max}$ vereinfacht sich die Gleichung (2.116) zu

$$P_{ij}^{Rect} = p^{Rect}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{IJ}. \quad (2.117)$$

Die von der Quelle emittierte Gesamtleistung ist

$$P_0 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J P_{ij}^{Rect}.$$

Ein Anwendungsgebiet dieser Leistungsverteilung ist die homogene Ausleuchtung der gesamten numerischen Apertur eines Wellenleiters.

Für eine gaußförmige Leistungsverteilung im Fernfeld wird die Leistungsverteilung P_{Gauss} gewählt. Die Leistung P_{ij}^{Gauss} jedes Strahls wird durch

$$P_{ij}^{Gauss} = p^{Gauss}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{J} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\vartheta_i}{\sigma}\right)^2\right)}{\sum_{i=1}^I \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\vartheta_i}{\sigma}\right)^2\right)} \quad (2.118)$$

mit

$$\vartheta_i \in [0, \pi] \quad \wedge \quad \varphi_j \in [0, 2\pi]$$

bestimmt. Der Parameter σ gibt hier die Standardabweichung der Gaußverteilung an. Durch die Vorgabe von σ muss gewährleistet sein, dass

$$P_{ij}^{Gauss} = 0 \quad \forall \vartheta_i \geq \pi \quad (2.119)$$

erfüllt⁴ ist. Die gesamte abgestrahlte Leistung der Quelle ist

$$P_0 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J P_{ij}^{Gauss}.$$

Diese Leistungsverteilung wird genutzt, um das zu modellierende Fernfeld einer realen Quelle anzunähern.

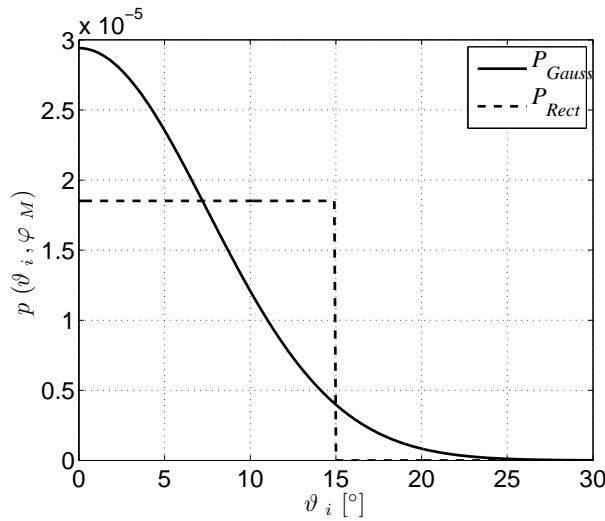


Abb. 2.10.: Darstellung der Funktion $p(\vartheta_i, \varphi_j)$ der Leistungsverteilungen P_{Gauss} und P_{Rect} bei einem konstanten Azimutwinkel $\varphi_j = \varphi_M$.

Die beiden vorgestellten Leistungsverteilungen P_{Gauss} und P_{Rect} sind in Abbildung 2.10 dargestellt. Auf der Abszisse ist der Polarwinkel ϑ_i und auf der Ordinate ist der Betrag der Funktion zur Berechnung der Strahlleistung $p(\vartheta_i, \varphi_j)$ für einen konstanten Azimutwinkel $\varphi_j = \varphi_M$ aufgetragen. Die gewählten Winkelschrittweiten sind konstant mit $\Delta\vartheta = 0.1^\circ$ und $\Delta\varphi = 1^\circ$. Der maximale Abstrahlwinkel für die Leistungsverteilung P_{Rect} ist $\vartheta_{max} = 15^\circ$. Bei der Leistungsverteilung P_{Gauss} ist für die Standardabweichung $\sigma = \vartheta_{max}/2$ definiert.

Eine weitere in der Simulationstechnik verwendete Quelle ist der Flächenstrahler. Hierbei ist die Strahlleistung neben der Strahlrichtung auch vom Strahlaufpunkt abhängig $P_n = p(A_n, \mathbf{k}_n)$. Die Modellierung eines Gaußstrahls beruht auf der Modellierung eines Flächenstrahlers [91]. Des Weiteren kann durch eine orts-, winkel- und zeitabhängige Funktion $p(A_n, \mathbf{k}_n, t)$ das Verhalten von realen Laserdioden beim Anlegen eines Signalverlaufs nachgebildet werden. Mit dem hier vorgestellten Ansatz gelingt die sinnvolle Modellierung von transienten Leistungsverteilungen im Fernfeld.

⁴Die Strahlaufweitung eines Lasers ist sehr viel kleiner als der oben genannte Bereich. Die Bedingung (2.119) ist hierdurch in der Praxis immer erfüllt.

2.3. Signaltheoretische Bestimmung der Übertragungseigenschaften

Die Propagation der Leistung P_n durch den passiven optischen Pfad wird mit Hilfe von Strahltrajektorien im Raum analysiert. Diese Analyse basiert auf den Gleichungen der geometrischen Optik. Hier werden die intrinsischen Absorptionsverluste und die geometrische Pfadlänge L_{geo} jedes Strahls \mathbf{S}_n nach Durchlaufen des passiven optischen Pfades berechnet. Unter Berücksichtigung der Materialparameter sind daraus die optische Pfadlänge L_{opt} , Gleichung (2.68), und die Verzögerungszeit t_{opt} , Gleichung (2.69), zu bestimmen. Jeder eingekoppelte Strahl wird demnach durch einen Wellenleiter verzögert und aufgrund intrinsischer Absorptionsverluste gedämpft.

Für die signaltheoretische Betrachtung wird zum Zeitpunkt t_0 der Strahl \mathbf{S}_n in einen Wellenleiter eingekoppelt. Die Beschreibung der zeitabhängigen Leistung des Strahls an der Quelle erfolgt durch $x_n(t - t_0)$. Am Detektor wird die Systemantwort $y_n(t)$ im Zeitbereich durch

$$y_n(t) = x_n(t - t_0 - t_n) e_n \quad (2.120)$$

beschrieben. Darin ist e_n der Dämpfungskoeffizient aufgrund intrinsischer Absorptionsverluste und t_n die Verzögerung des Strahls durch den Wellenleiter. Diese entspricht der Propagationszeit t_{opt} . Für die folgenden Betrachtungen ist $t_0 = 0$.

Ist dieser Wellenleiter keinen äußeren Einflüssen ausgesetzt, so ändert sich der Strahlpfad und damit die ermittelten Parameter des eingekoppelten Strahls nicht [98]. Eine um die Verzögerungszeit t_m zeitversetzte Stimulation resultiert in einer zeitversetzten Systemantwort

$$y_n(t - t_m) = x_n(t - t_m - t_n) e_n. \quad (2.121)$$

Wird das System mit zwei unterschiedlichen Anregungen stimuliert, so ergibt sich die Gesamtsystemantwort aus der Addition der einzelnen Systemantworten

$$y_n(t) + y_{n+1}(t) = x_n(t - t_n) e_n + x_{n+1}(t - t_{n+1}) e_{n+1}. \quad (2.122)$$

Damit ist die Leistungsübertragung des betrachteten Systems zeitinvariant und linear [21].

Die Stimulation eines Strahls zum Zeitpunkt t mit einer konstanten Leistung entspricht der Anregung des Systems mit einer Sprungfunktion (C.1)

$$x(t) = u(t).$$

Die Systemantwort resultiert mit Gleichung (2.120) in der Sprungantwort $a_n(t)$

$$a_n(t) := y_n(t) = u(t - t_n) e_n \quad (2.123)$$

und schließlich in der Impulsantwort $h_n(t)$

$$h_n(t) = \delta(t - t_n) e_n \quad (2.124)$$

des Systems⁵. Darin ist $\delta(t)$ die Impulsfunktion (C.3).

Diese Betrachtungen basieren auf der Anregung eines Strahls. Wird eine Quelle betrachtet, die eine Strahlenschar mit N_{Strahl} Stimulationsstrahlen emittiert, so ist die Sprungantwort $a(t)$, die Impulsantwort $h(t)$ und die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ der Leistung des betrachteten Systems:

$$a(t) = \sum_{n=1}^{N_{Strahl}} u(t - t_n) e_n, \quad (2.125)$$

$$h(t) = \sum_{n=1}^{N_{Strahl}} \delta(t - t_n) e_n, \quad (2.126)$$

$$H(j\omega) = \sum_{n=1}^{N_{Strahl}} e^{-j\omega t_n} e_n. \quad (2.127)$$

Diese Gleichungen basieren auf der gewählten Anregung und beinhalten über die Verzögerungszeit t_n die jeweilige optische Weglänge L_{opt} der einzelnen angeregten Strahlen. Mit diesen ist das Übertragungsverhalten des vielmodigen optischen Wellenleiters bei gegebenen Material-, Geometrie- und Anregungsparametern vollständig beschrieben. Wie in diesen Gleichungen zu erkennen, resultiert eine Änderung der Materialparameter oder der Stimulationsparameter in einer veränderten Übertragungsfunktion. Diese Übertragungsfunktion muß nach einer Parameteränderung neu berechnet werden.

Um das Übertragungsverhalten zu charakterisieren, werden im Folgenden die Anstiegszeit τ_D und die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} vorgestellt. Hierfür wird ein gerader Kanalwellenleiter mit der Wellenleiterlänge $L = 1\text{m}$ und quadratischem Kernquerschnitt mit $W = 70\mu\text{m}$ betrachtet. Die numerische Apertur des Wellenleiters ist $A_N=0.25$, mit einem Brechungsindex der Kernmaterials von $n_{core} = 1.56$. Die Anregung erfolgt durch eine Punktquelle P_{Rect} , die diese numerische Apertur A_N homogen ausleuchtet.

2.3.1. Anstiegszeit

Die Sprungantwort $a(t)$ aller in dieser Arbeit betrachteten Wellenleiter hat einen charakteristischen Verlauf. In Abbildung 2.11 ist die Sprungantwort $a(t)$ eines geraden Wellenleiters dargestellt. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate die normierte Leistung $P(t)/P_{ges}$ aufgetragen. Für $t < \tau_0$ ist die detektierte Leistung $P(t) = 0$. Ab $t = \tau_0$ steigt die detektierte Leistung monoton an. Zum Zeitpunkt $t = \tau_{100}$ erreicht die Sprungantwort den maximalen Wert.

Dieser charakteristische Verlauf ist in den unterschiedlichen Strahllaufzeiten der stimulierten Strahlen begründet. Für einen geraden Wellenleiter werden die Zeiten τ_0 und τ_{100} durch

$$\tau_0 = L \frac{n_{core}}{c_0}, \quad (2.128)$$

$$\tau_{100} = \frac{n_{core}}{n_{clad}} \tau_0 \quad (2.129)$$

⁵Für den Zusammenhang zwischen Sprung- und Impulsantwort siehe (C.5).

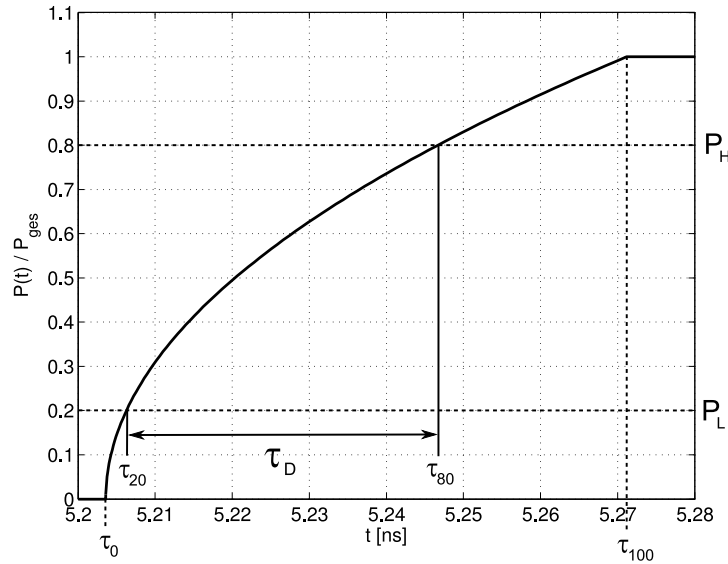


Abb. 2.11.: Sprungantwort eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 1\text{ m}$ mit homogener Anregung der gesamten numerischen Apertur $A_N = 0.25$, $n_{\text{core}} = 1.56$

bestimmt [110]. Die Anstiegszeit τ vom niedrigsten Schwellwert bis zum Erreichen des Maximums ist

$$\tau = \left(\frac{n_{\text{core}}}{n_{\text{clad}}} - 1 \right) L \frac{n_{\text{core}}}{c_0}. \quad (2.130)$$

Diese Anstiegszeit ist nur abhängig von der numerischen Apertur A_N und der Wellenleiterlänge L . Eine Verlängerung des Wellenleiters oder eine Vergrößerung der numerischen Apertur A_N resultiert in einer Zunahme der Anstiegszeit. Je kleiner der Wert von τ ist, desto steiler ist die ansteigende Flanke der Sprungantwort.

Messtechnisch wird nicht die Anstiegszeit τ , sondern die Anstiegszeit τ_D bestimmt. Hierfür werden die beiden Schwellwerte P_L und P_H

$$\begin{aligned} P_L &:= P(t) = 0.2 P_{\text{ges}} \rightarrow \tau_{20}, \\ P_H &:= P(t) = 0.8 P_{\text{ges}} \rightarrow \tau_{80}, \end{aligned}$$

definiert. Diese Werte repräsentieren das Ansprechverhalten zur eindeutigen Detektion einer „0“ oder einer „1“ eines Photodetektors. Die Anstiegszeit τ_D ist die zeitliche Differenz

$$\tau_D = \tau_{80} - \tau_{20} \quad (2.131)$$

zwischen beiden Schwellwerten.

2.3.2. 3dB-Grenzfrequenz

Die Frequenz f bei der der Betrag der Übertragungsfunktion auf den halben Wert ihres Maximalwertes gefallen ist, wird als 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} bezeichnet

$$\frac{|H(jf = f_{3dB})|}{|H(jf = 0)|} = \frac{1}{2}. \quad (2.132)$$

Diese Grenzfrequenz f_{3dB} wird als Bandbreite des Übertragungssystems definiert [110]. Aufgrund der Normierung beinhaltet diese nicht die intrinsischen Verluste des Übertragungssystems. Das Produkt aus der 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} und der Wellenleiterlänge L wird als Bandbreiten-Längen-Produkt BLP bezeichnet.

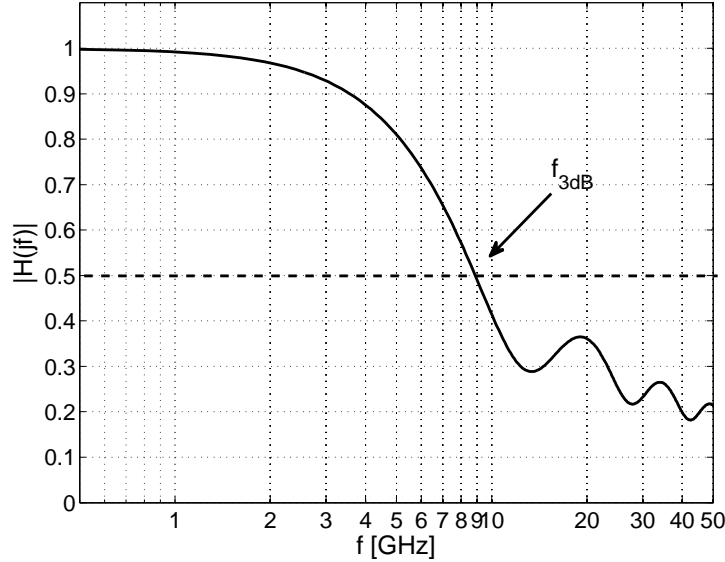


Abb. 2.12.: Übertragungsfunktion eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 1\text{m}$ mit homogener Anregung der gesamten numerischen Apertur $A_N = 0.25$

Der Verlauf der Übertragungsfunktion $|H(jf)|$ ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Die Frequenz f ist auf der Abszisse, der Betrag der Übertragungsfunktion ist auf der Ordinate aufgetragen. Zusätzlich ist die Grenzfrequenz f_{3dB} eingezeichnet. Bei dem betrachteten Wellenleiter existieren keine Absorptionsverluste, der maximale Wert der Übertragungsfunktion ist

$$|H(jf = 0)| = 1.$$

Das Übertragungsverhalten des Systems wird nur durch die Länge jeder Strahltrajektorie bestimmt. Für zunehmende Werte f_{3dB} nimmt die in Abschnitt 2.3.1 vorgestellte Anstiegszeit τ_D ab.

Der dargestellte Verlauf ist charakteristisch für die verwendeten vielmodigen optischen Wellenleiter [104]. Ausgehend von dem Maximalwert $|H(jf = 0)|$ wird mit steigender Frequenz f der Betrag der Übertragungsfunktion verringert. Dies resultiert nicht in einer reduzierten optischen Ausgangsleistung, sondern in einer Verringerung der Amplitude des detektierten Signals bei konstanter mittlerer optischer Ausgangsleistung des Systems. Zur Verdeutlichung wird im Folgenden das System mit einem Rechtecksignal

$$x_R(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } mT < t < \frac{2m+1}{2} T \quad \forall m \in \mathbb{Z}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit steigender Taktfrequenz $f = 1/T$ stimuliert. Aufgrund der begrenzten Anstiegszeit τ (2.130) erreicht das Ausgangssignal für $T < \tau$ nicht mehr die maximale Signalamplitude.

Ist $T < \tau_D$ (2.131), so wird die für eine eindeutige Detektion benötigte Signalamplitude $P_H - P_L$ nicht mehr erreicht, der Schwellwert P_L wird hierbei über- und der Schwellwert P_H unterschritten. Mit einer darüber hinaus zunehmenden Taktfrequenz wird die Amplitude des Ausgangssignals weiter verringert und es stellt sich ein nahezu zeitunabhängiges Ausgangssignal ein. Die Darstellung des Ausgangssignals durch ein Augendiagramm resultiert in einem mit zunehmender Taktfrequenz immer weiter geschlossenen Auge.

Für eine signaltheoretische Untersuchung dieses Verhaltens wird ein stark vereinfachtes System bestehend aus einem Wellenleiter, einer Quelle und einem orts- und winkelnunabhängigen Detektor betrachtet. Die Quelle emittiert Strahlen, die innerhalb des Wellenleiters auf zwei unterschiedlichen Strahlpfaden propagieren. Hieraus folgt, dass nur die beiden Propagationszeiten t_1 und t_2 , siehe Gleichung (2.69), existieren. Zudem wird die von der Quelle emittierte Leistung homogen auf beide Strahlpfade aufgeteilt. Die Impulsantwort (2.126) kann für dieses System direkt durch

$$h(t) = \frac{1}{2} (\delta(t - t_1) + \delta(t - t_2))$$

angegeben werden. Anstelle des oben betrachteten Rechtecksignals wird das System durch ein Sinussignal⁶

$$x(t) = 1 + \sin(\omega t)$$

stimuliert. Die aus der Impulsantwort und der Stimulation resultierende Systemantwort lautet

$$y(t) = 1 + \frac{1}{2} \sin(\omega(t - t_1)) + \frac{1}{2} \sin(\omega(t - t_2)). \quad (2.133)$$

Wenn gilt

$$\omega \underbrace{(t_1 - t_2)}_{\Delta t} = (2n + 1)\pi, \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \quad (2.134)$$

so sind die beiden Sinusfunktionen in der Systemantwort $y(t)$ (2.133) immer um den Faktor π phasenverschoben. Die Systemantwort verfügt nur noch über einen frequenzunabhängigen Anteil. Die Darstellung dieser Systemantwort durch ein Augendiagramm resultiert in einem geschlossenen Auge.

In der Abbildung 2.12 ist eine weitere Eigenschaft der Übertragungsfunktion zu erkennen. Die Übertragungsfunktion von Multimode-Wellenleitern geht, im Gegensatz zur Übertragungsfunktion von Singlemode-Wellenleitern, nicht gegen null, sondern weist die in der Abbildung dargestellten Nebenschwingungen mit den entsprechenden Nebenmaxima auf. Diese Eigenschaft wird verwendet, um oberhalb der 3dB-Grenzfrequenz Daten zu übertragen [78].

2.4. Zusammenfassung

Strahlenoptische Verfahren werden zur Bestimmung der Leistungsausbreitung in multimodigen optischen Wellenleitern verwendet. Die Modellierung dieser Leistungsausbreitung

⁶Ein Rechtecksignal kann durch eine Fourierreihe nachgebildet werden.

erfolgt mit Hilfe von Strahlen. Diese stehen orthogonal auf den Wellenfronten $S(\mathbf{r})$ der lokal ebenen Wellen. Damit eignen sich physikalische Strahlverfolgungsverfahren zur Modellierung der Leistungsausbreitung innerhalb dieser Wellenleiter. Diese Strahlverfolgungsverfahren berücksichtigen die Transmission und Reflexion an ebenen Grenzflächen zwischen Räumen mit unterschiedlichen Brechungsindizes mit Hilfe der Fresnelschen Gleichungen. Aufgrund der im Vergleich zur Wellenlänge λ großen Krümmungsradien werden für gekrümmte Grenzflächen ebenfalls diese Koeffizienten verwendet. Die Berücksichtigung von intrinsischen Absorptionsverlusten erfolgt unter Anwendung von komplexen Brechungsindizes.

Die Modellierung der aktiven Komponenten beruht ebenso auf einer strahlenoptischen Darstellung. Bei der Detektormodellierung ist es erforderlich, neben der optischen Weglänge jedes Strahls auch das Nah- und Fernfeldverhalten auf der Detektorfläche zu berechnen. Diese Information ist für eine Kaskadierung von Komponenten relevant. Mit Hilfe der optischen Weglänge sämtlicher emittierter Strahlen wird das Übertragungsverhalten bestimmt.

Gegenwärtig existieren keine exakten Quellmodelle, die reale Quellen beschreiben. Um Modelle zu generieren, die das Nah- und Fernfeld dieser Quellen nachbilden, ist es daher wesentlich, nahezu beliebige Leistungsverteilungen erzeugen zu können. Hierfür stehen sowohl Punktquellen als auch Flächenstrahler zur Verfügung. Die vorgestellten Flächenstrahler ermöglichen zudem die Modellierung eines transienten Quellverhaltens.

Aufgrund der Linearität und der Zeitinvarianz der Leistungsübertragung der vielmodigen optischen Wellenleiter wird das Übertragungsverhalten des Systems vollständig durch die Übertragungsfunktion beschrieben. Diese ist neben den Material- und Geometrieparametern abhängig von den Stimulationsbedingungen und muss bei der Veränderung eines Parameters neu bestimmt werden.

Aufbau und Analyse des passiven optischen Pfades

Durch die optische Aufbau- und Verbindungstechnik sollen hochdatenratige, elektrische Verbindungen herkömmlicher Leiterplatten durch optische Verbindungen ersetzt werden. Dazu wird eine Leiterplatte um eine zusätzliche Lage mit optischen Komponenten erweitert. Diese Lage wird im Folgenden als optische Lage bezeichnet. Sie beinhaltet im allgemeinen Wellenleiter, die bei der verwendeten Wellenlänge λ der Quelle eine geringe Dämpfung aufweisen [50, 86]. Zusätzlich können auch strahlformende Komponenten enthalten sein [28, 72]. Neben der optischen Lage enthält der gesamte passive optische Pfad, siehe Abbildung 1.2, Komponenten außerhalb der optischen Lage. Diese Komponenten ermöglichen unter Anderem eine optimale Kopplung der optischen Leistung zwischen den aktiven und den passiven Komponenten.

Für eine Analyse des transienten Übertragungsverhaltens begleitend zum Entwurfsprozess müssen Verfahren entwickelt werden, die zeitnah dieses transiente Übertragungsverhalten ermitteln können. Zeitnah bedeutet hier innerhalb weniger Sekunden bis Minuten. Die bisher verfügbaren Verfahren können dies nicht mit der geforderten Zeiteffizienz erfüllen. Des Weiteren ist es wichtig, dass diese Analyse den gesamten optischen Pfad beinhaltet. Hier ist gegebenenfalls eine simulatorübergreifende Berechnung denkbar. Zu diesem Zweck müssen entsprechende Schnittstellen vorhanden sein.

Im folgenden Abschnitt 3.1 werden die Komponenten des gesamten passiven optischen Pfades kurz vorgestellt. Den Schwerpunkt dieser Arbeit bilden die in die Leiterplatte eingebetteten Wellenleiter. Anschließend werden in Abschnitt 3.2 die Abhängigkeiten des transienten Übertragungsverhaltens dieser Wellenleiter von bestimmten Parametern untersucht. Um dieses Übertragungsverhalten zu bestimmen, existieren verschiedene Verfahren. Aufgrund der gegebenen Querschnittsabmessungen und der verwendeten Wellenlänge eignen sich zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens Verfahren, die auf der Strahlverfolgung im Raum (engl. Ray-Tracing) beruhen [7]. Diese Verfahren werden in Abschnitt 3.3 vorgestellt und die Einschränkung dieser Verfahren hinsichtlich einer zeiteffizienten Simulation werden diskutiert.

3.1. Der passive optische Pfad

Der gesamte passive optische Pfad besteht aus Komponenten innerhalb der optischen Lage und strahlformenden Komponenten außerhalb der optischen Lage. Im folgenden Abschnitt 3.1.1 wird zuerst eine Übersicht über die Komponenten des passiven optischen Pfades präsentiert. Der Schwerpunkt dieser Arbeit ist die zeiteffiziente Analyse des Übertragungsverhaltens der eingebetteten Wellenleiter innerhalb der optischen Lage. Diese weisen bestimmte herstellungsbedingte Charakteristika auf, die in Abschnitt 3.1.2 vorgestellt werden.

3.1.1. Komponenten des passiven optischen Pfades

Der passive optische Pfad besteht aus den eingebetteten Wellenleitern und strahlformenden Komponenten. Bei den eingebetteten Wellenleitern wird zwischen Kanalwellenleitern und mikrooptischen Komponenten unterschieden. Bei den Kanalwellenleitern ist der Kernquerschnitt entlang des Wellenleiterverlaufs konstant. Wird der Kernquerschnitt im Wellenleiterverlauf verändert, so werden diese Wellenleiter als mikrooptische Komponenten bezeichnet.

3.1.1.1. Eingebettete optische Kanalwellenleiter

Der größte Teil des betrachteten passiven optischen Pfades innerhalb der optischen Lage besteht aus Wellenleitern mit rechteckförmigem Kernquerschnitt der Weite W und Höhe H . Dieser Kernquerschnitt ist entlang der Wellenleitertrajektorie annähernd konstant. Die Wellenleiter können vollständig durch diese Wellenleitertrajektorie und die Querschnittsabmessungen entlang der Trajektorie beschrieben werden. Aufgrund der Unabhängigkeit der Querschnittskontur von der Wellenleitertrajektorie werden diese im Folgenden als Kanalwellenleiter bezeichnet.

Die Anzahl N_{tot} aller ausbreitungsfähigen TE und TM Moden eines geraden Kanalwellenleiters mit quadratischem Querschnittsprofil wird durch

$$N_{\text{tot}} \approx \frac{\pi}{2} \left(\frac{2W}{\lambda} \right)^2 A_N^2 \quad (3.1)$$

grob abgeschätzt [76, 82]. Für einen Kanalwellenleiter mit den Parametern

$$W = 70\mu\text{m}, \quad A_N = 0.25$$

und einer Anregung durch eine Quelle der Wellenlänge

$$\lambda = 850\text{nm}$$

ergeben sich mehr als 2000 ausbreitungsfähige Moden. Die in dieser Arbeit betrachteten Kanalwellenleiter sind damit hochgradig vielmodig.

3.1.1.2. Eingebettete mikrooptische Komponenten

Neben den in Abschnitt 3.1.1.1 vorgestellten Kanalwellenleitern werden mikrooptische Komponenten in die optische Lage integriert. Bei diesen ist das Querschnittsprofil nicht konstant entlang des Wellenleiterverlaufs. Die Dicke der optischen Lage ist aufbaubedingt konstant und damit ist auch die Höhe des Wellenleiters konstant. Die Veränderung des Kernquerschnitts findet demnach nur in Abhängigkeit von der Wellenleiterweite W statt. Diese Veränderung ist sehr viel größer als die verwendete Wellenlänge der Quelle, so dass strahlenoptische Methoden bei der Bestimmung des Leistungsflusses verwendet werden können.

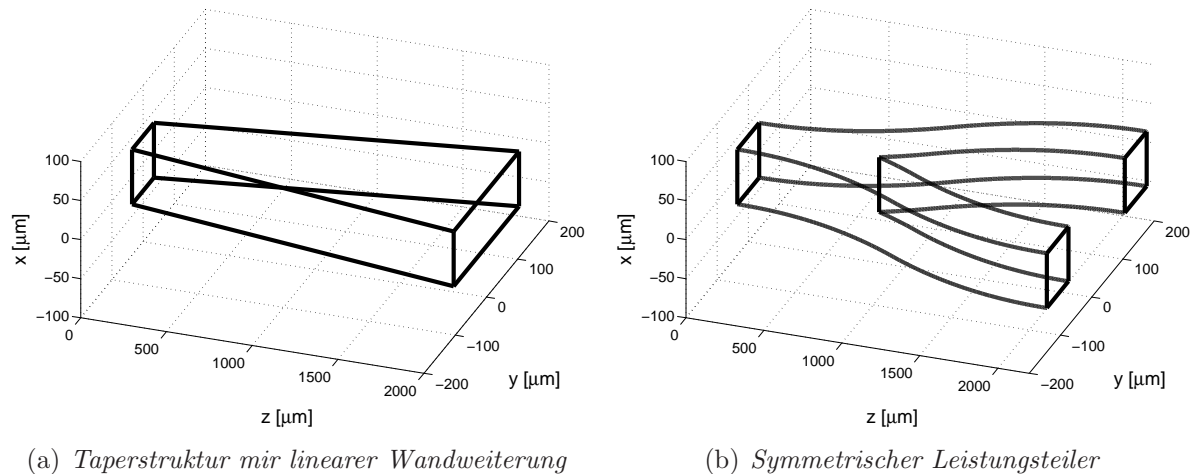


Abb. 3.1.: Mikrooptische Komponenten der optischen Lage

Zwei mikrooptische Komponenten sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Abbildung 3.1(a) zeigt eine Taperstruktur und die Abbildung 3.1(b) einen Leistungsteiler. Die Darstellungen der beiden Komponenten sind nicht maßstabsgetreu.

Um den Wellenleiterquerschnitt in Abhängigkeit vom Wellenleiterverlauf zu verändern werden Taperstrukturen, kurz Taper, verwendet [105]. Es existieren unterschiedliche Aufbauformen dieser Struktur, diese unterscheiden sich in der Form der Veränderung der Wandweiterung entlang des Wellenleiterverlaufs. Bei dem dargestellten Taper erfolgt diese Veränderung linear. In Abschnitt 8.2 wird ein Taper mit kreisförmiger Veränderung der Wandweiterung vorgestellt.

Um definiert Leistung von einem Kanalwellenleiter auf mehrere Kanalwellenleiter aufzuteilen werden Leistungsteiler (engl. Splitter) verwendet [44]. Auch hier wird zwischen unterschiedlichen Aufbauformen unterschieden. Die Zuordnung zu einer Gruppe erfolgt durch die charakteristische Aufweitung des Kernquerschnitts und des Verlaufs der anschließenden Wellenleiter [45]. Der dargestellte Leistungsteiler ist ein symmetrischer S-Bogen-Leistungsteiler (engl. s-bend-splitter). Ausgehend von einem quadratischen Querschnittsprofil wird die Leistung auf zwei Kanalwellenleiter mit ebenfalls quadratischem Querschnittsprofil aufgeteilt. Der anschließende Kanalwellenleiter hat die Form eines S-Bogens.

3.1.1.3. Eingebettete strahlformende Komponenten

Neben den Komponenten, die aus dem Kernmaterial mit Brechungsindex n_{core} bestehen, können zusätzliche Komponenten in die optische Lage eingebracht werden. Diese Komponenten dienen meist der Strahlumlenkung und Strahlformung. Die Herstellung erfolgt durch die mechanische Bearbeitung der Kanalwellenleiter [27, 29] oder sie werden als zusätzliches Bauelement in die optische Lage eingebracht, bevor das Mantelmaterial ausgehärtet ist [20]. Für eine einfache Strahlumlenkung wird die optische Lage um 45° -Umlenkspiegel erweitert [39, 41, 107]. Soll zusätzlich eine Strahlfokussierung erfolgen, werden Spiegel in Form eines Rotationsparaboloiden in die optische Lage eingebracht [13, 18, 113].

3.1.1.4. Komponenten außerhalb der optischen Lage

Außerhalb der optischen Lage werden Komponenten für die Fokussierung, Kollimation oder Umlenkung der emittierten Leistung verwendet. Mit Hilfe dieser Komponenten soll eine effiziente Leistungskopplung zwischen den aktiven Komponenten und der optischen Lage realisiert werden. Die hierfür verwendeten Komponenten sind Linsen oder Linsensysteme sowie Spiegel [26, 28, 72, 81]. Es können aber auch komplexer aufgebaute strahlformende oder -umlenkende Systeme wie die in [3] vorgestellten PIFSO Komponenten (engl. planar integrated free space optic) sein.

3.1.2. Aufbautechnische Charakteristika der eingebetteten Wellenleiter

Im Allgemeinen ist die optische Lage aus drei unterschiedlichen Schichten aufgebaut. Dies sind eine untere Mantelschicht (engl. undercladding), eine Wellenleiterschicht und eine obere Mantelschicht (engl. overcladding). Die Wellenleiterschicht enthält neben den Wellenleitern auch das Mantelmaterial zwischen den Wellenleitern. Der schematische Aufbau

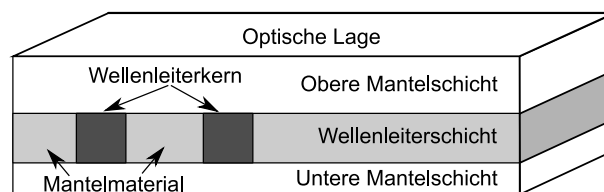


Abb. 3.2.: Skizze einer optischen Lage

einer optischen Lage mit den unterschiedlichen Schichten ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Bei der Herstellung dieser Lage werden zurzeit maßgeblich drei Verfahren eingesetzt: das Stempelverfahren [56], das Laserschreibverfahren [14, 62] und das photolithographische Belichtungsverfahren [84]. Alle drei Verfahren arbeiten auf einer vorgefertigten unteren Mantelschicht. Für die Herstellung der Wellenleiterschicht wird bei dem Stempelverfahren der Wellenleiterkern ausgestanzt und auf die untere Mantelschicht aufgebracht. Bei dem Laserschreibverfahren wird der Wellenleiterkern mit Hilfe eines Lasers in das flüssige

Kernmaterial geschrieben und dadurch ausgehärtet. Diese Technik eignet sich vorwiegend für die zeitnahe Fertigung von Mustern oder Kleinserien [69]. Die Wellenleiterschicht wird bei dem photolithographischen Belichtungsverfahren mit Hilfe einer Maske erzeugt. Durch diese wird gezielt der Bereich des Wellenleiterkerns belichtet. Die Herstellung erfolgt mit Hilfe von nasschemischen Ätzverfahren. Nach der Fertigstellung der Wellenleiterschicht durch die unterschiedlichen Verfahren, wird die obere Mantelschicht aufgebracht. Die Kernquerschnitte der hergestellten Wellenleiter weisen bei den vorgestellten Verfahren ein nahezu rechteckförmiges Querschnittsprofil auf [5, 15].

3.2. Parameterabhängigkeit des transienten Übertragungsverhaltens

Für die Generierung von Modellen ist es notwendig, die Eigenschaften und Abhängigkeiten der Zielgröße von bestimmten Parametern zu analysieren. Die Zielgröße ist hier das transiente Übertragungsverhalten. Zunächst wird der Einfluss der Variation der Wellenleiterlänge auf dieses Übertragungsverhalten bestimmt. Anschließend werden die Stimulationsparameter und der Trajektorienverlauf des Wellenleiters variiert.

Um die Eigenschaften des transienten Übertragungsverhaltens zu bestimmen, werden bei den Simulationen Kanalwellenleiter mit quadratischem Kernquerschnitt und der Seitenlänge $W = H = 70\mu\text{m}$ verwendet. Als Brechungsindizes werden $n_{\text{core}} = 1.56$ und $n_{\text{clad}} = 1.54$ verwendet, hierdurch stellt sich eine numerische Apertur von $A_N \approx 0.25$ ein. Der innere Akzeptanzwinkel ϑ_N (2.2) ist damit $\vartheta_N \approx 9.23^\circ$. Um den Einfluss der Kopplung zu vernachlässigen, sind bei allen Simulationen die aktiven Komponenten innerhalb des Kernmaterials der untersuchten Wellenleiter positioniert.

3.2.1. Variation der Wellenleiterlänge

Um den Einfluss der Wellenleiterlänge zu analysieren, wird ein Kanalwellenleiter bei den Wellenleiterlängen $L = 0.5\text{m}$ und $L = 1\text{m}$ betrachtet. Die Anregung erfolgt zunächst durch eine Punktquelle auf der Wellenleiterstirnfläche, diese leuchtet die gesamte numerische Apertur homogen aus. Die verwendete Leistungsverteilung im Fernfeld ist P_{Rect} Gl. (2.116). Die Leistung jedes Strahls P_{ij} wird durch

$$P_{ij}^{\text{Rect}} = p^{\text{Rect}}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{IJ}$$

mit

$$\vartheta_i \in [0, \vartheta_{\text{max}}] \wedge \varphi_j \in [0, 2\pi]$$

berechnet. Darin ist ϑ_i der Polarwinkel und φ_j der Azimutwinkel bezüglich der Ausbreitungsrichtung des Wellenleiters. Diese Ausbreitungsrichtung entspricht dem Normalenvektor \mathbf{n} der Emissionsfläche der Quelle, siehe Abbildung 2.9. Als Winkel ϑ_{max} wird der innere Akzeptanzwinkel ϑ_N

$$\vartheta_{\text{max}} = \vartheta_N$$

gewählt. Die Winkelschrittweite beträgt $\Delta\vartheta = 0.05^\circ$ und $\Delta\varphi = 1^\circ$. Dies resultiert in einer Strahlanzahl von $N_{Strahl} \approx 67000$ Strahlen. Auf der Ausgangsseite des Wellenleiters wird die transmittierte Leistung detektiert. Anschließend werden die Sprungantwort $a(t)$ und die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ bestimmt.

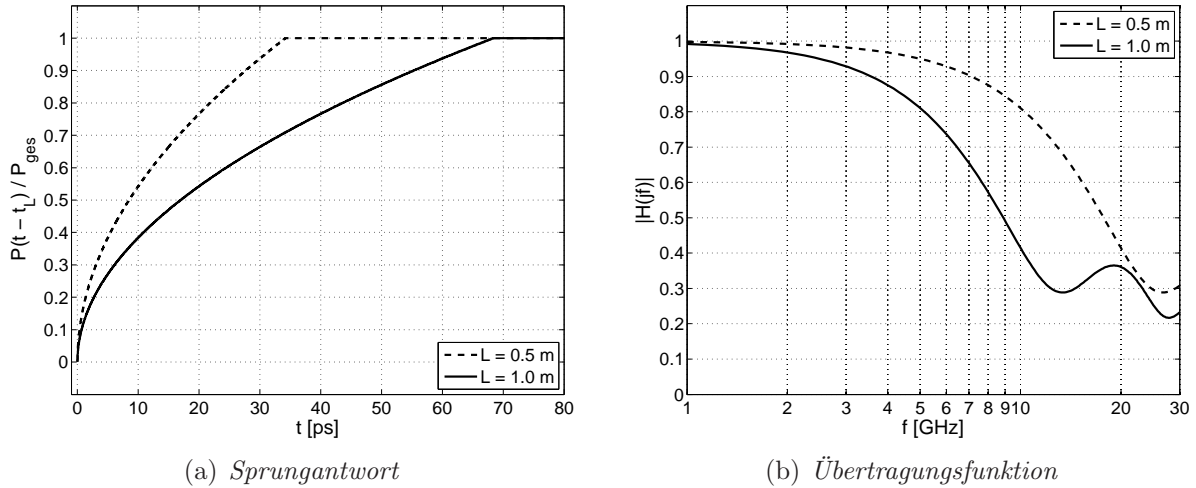


Abb. 3.3.: Einfluss der Wellenleiterlänge auf die Übertragungseigenschaften eines geraden Kanalwellenleiters

Die ermittelten Sprungantworten sind in der Abbildung 3.3(a) dargestellt. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate ist die detektierte Leistung $P(t)/P_{ges}$ aufgetragen. Die detektierten Leistungen sind auf die gesamte emittierte Leistung der Quelle normiert. Für einen Vergleich der beiden Sprungantworten sind diese um eine Zeit t_L

$$t_L = L \frac{n_{core}}{c_0}$$

verzögert. Die Länge L entspricht der Länge des jeweiligen Wellenleiters. Bedingt durch die unterschiedlichen Strahllaufzeiten ergeben sich die in der Abbildung 3.3(a) dargestellten Sprungantworten. Dadurch, dass nur geführte Strahlen stimuliert werden und intrinsische Materialverluste ausgeschlossen werden, wird die gesamte emittierte Leistung von dem Kanalwellenleiter geführt. Die Anstiegszeit τ_D (2.131) nimmt mit zunehmender Wellenleiterlänge L ebenfalls zu. Die entsprechende Flankensteilheit nimmt mit zunehmender Wellenleiterlänge ab. Dieser Effekt beruht in der Strahlenoptik auf der Abhängigkeit der Länge der jeweiligen Strahltrajektorie von der Wellenleiterlänge, siehe Gleichung (2.130).

In Abbildung 3.3(b) sind die Übertragungsfunktionen $|H(jf)|$ beider Wellenleiter dargestellt. Auf der Abszisse ist die Frequenz f und auf der Ordinate ist der Betrag der Übertragungsfunktion aufgetragen. Mit zunehmender Frequenz nimmt der Betrag der Übertragungsfunktion ab. Die charakteristische Größe der Übertragungsfunktion ist die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} (2.132). Für diese gilt

$$|H(jf = f_{3dB})| = 0.5.$$

Wie in der Abbildung 3.3(b) zu erkennen, sind die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} und die Wellenleiterlänge L eines geraden Wellenleiters für eine gewählte Anregung invers proportional

zueinander. Wird die Wellenleiterlänge L verringert, so erhöht sich die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} und damit die zur Verfügung stehende Bandbreite entsprechend [96]. Dieser Effekt ist in der Literatur als konstantes Bandbreiten-Längen-Produkt bekannt [31].

3.2.2. Variation der Stimulation

Die Anstiegszeit τ_D und damit auch die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} eines Systems hängt neben den Wellenleiterparametern auch von den Stimulationsbedingungen ab [9, 104]. Um diesen Einfluss auf das Übertragungsverhalten zu bestimmen, wird ein gerader Kanalwellenleiter der Länge $L = 1\text{m}$ betrachtet. Als Anregung wird zuerst die im letzten Abschnitt vorgestellte Quelle P_{Rect} genutzt, als zweite Quelle wird eine Quelle mit gaußscher Leistungsverteilung P_{Gauss} (2.118) im Fernfeld gewählt. Die Leistung jedes Strahls dieser Quelle wird durch

$$P_{ij}^{\text{Gauss}} = p_{ij}^{\text{Gauss}}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{J} \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\vartheta_i}{\sigma}\right)^2\right)}{\sum_{i=1}^I \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\vartheta_i}{\sigma}\right)^2\right)}$$

vorgegeben. Als Standardabweichung wird $\sigma = \vartheta_N/2$ gewählt. Die Winkelschrittweite $\Delta\vartheta$ und $\Delta\varphi$ und die Anzahl der Strahlen N_{Strahl} beider Quellen stimmen mit der im letzten Abschnitt verwendeten Quelle überein.

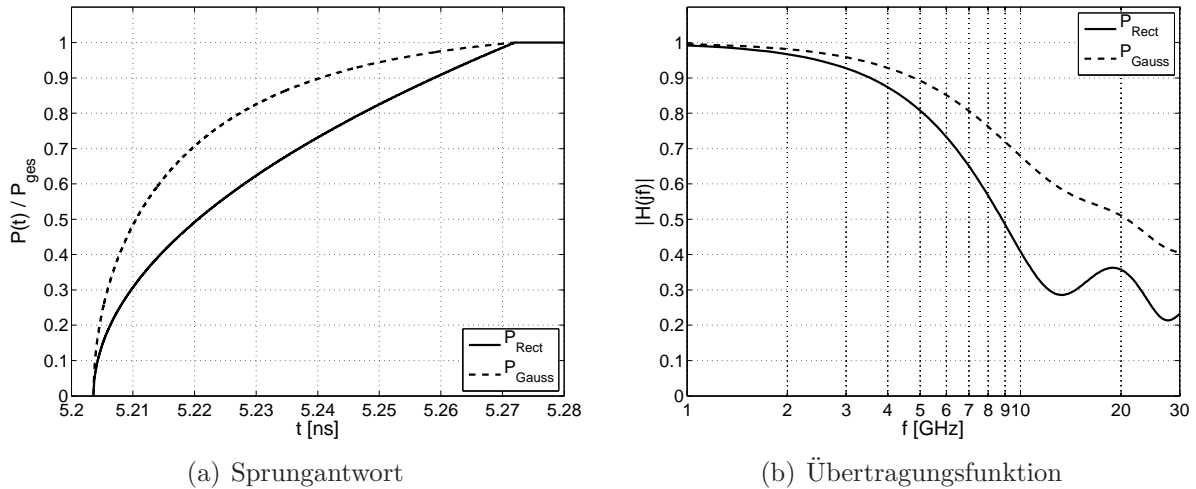


Abb. 3.4.: Einfluss der Anregung auf die Übertragungseigenschaften eines geraden Kanalwellenleiters

Die Abbildung 3.4(a) stellt die Sprungantworten für die unterschiedlichen Stimulationen dar. Diese Sprungantworten sind auf die jeweiligen emittierten Leistungen normiert worden. Zu erkennen ist, dass die Anstiegszeit τ_D , siehe Gl (2.131), abhängig von der Stimulation ist. Zusätzlich ist in Abbildung 3.4(b) der Einfluss der Quelle auf das Übertragungsverhalten dargestellt. Wird hier die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} betrachtet, so ist festzustellen, dass für die Anregung durch die Quelle P_{Gauss} eine höhere Bandbreite zur Verfügung steht. Dies ist dadurch begründet, dass der größte Teil der detektierten Leistung durch

Strahlen transportiert wird, deren eingeschlossener Winkel zwischen der Wellenleitertrajektorie und der lokalen Strahlrichtung klein ist. Die optischen Weglängen L_{opt} und damit die Verzögerungszeiten t_n dieser Strahlen durch das System sind geringer als bei den Strahlen mit großem eingeschlossenen Winkel. Dies führt zu dem steilen Anstieg in der Sprungantwort in Abbildung 3.4(a). Da die Sprungantwort $a(t)$ und damit auch die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ eines geraden Wellenleiters abhängig von den Stimulationsbedingungen sind, müssen $a(t)$ und $H(j\omega)$ bei Verwendung anderer Quellen neu berechnet werden.

3.2.3. Einfluss des Trajektorienverlaufs

Um die Abhängigkeit der Übertragungsfunktion von der Wellenleitertrajektorie zu bestimmen, wird der im letzten Abschnitt verwendete gerade Wellenleiter durch drei kaskadierte Segmente ersetzt, siehe Abbildung 3.5.

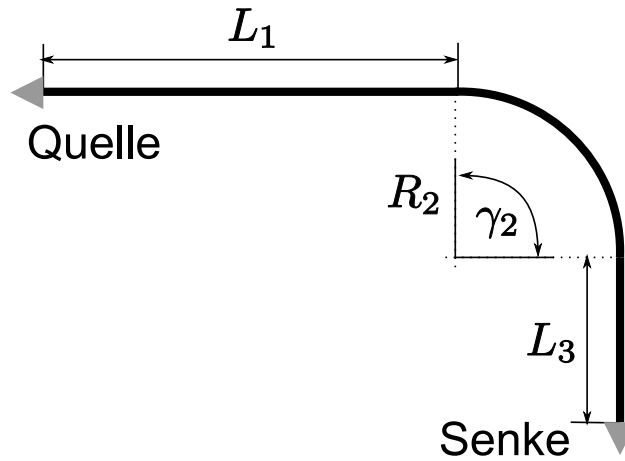


Abb. 3.5.: Trajektorienverlauf bestehend aus zwei geraden und einem konstant gekrümmten Wellenleiter

Das erste Segment ist ein gerader Wellenleiter der Länge $L_1 = 0.5\text{m}$. Das zweite Segment ist ein konstant gekrümmter Wellenleiter mit Krümmungsradius $R_2 = 5\text{mm}$ und dem Krümmungswinkel $\gamma_2 = \pi/2$. Abgeschlossen wird der Kanalwellenleiter durch ein gerades Segment der Länge L_3 . Die Länge der gesamten Wellenleitertrajektorie wird auf $L = 1\text{m}$ begrenzt, so dass gilt

$$L = L_1 + \frac{\pi}{2} R_2 + L_3 = 1\text{m}.$$

Als Quelle werden die im letzten Abschnitt vorgestellten Anregungen P_{Rect} und P_{Gauss} verwendet.

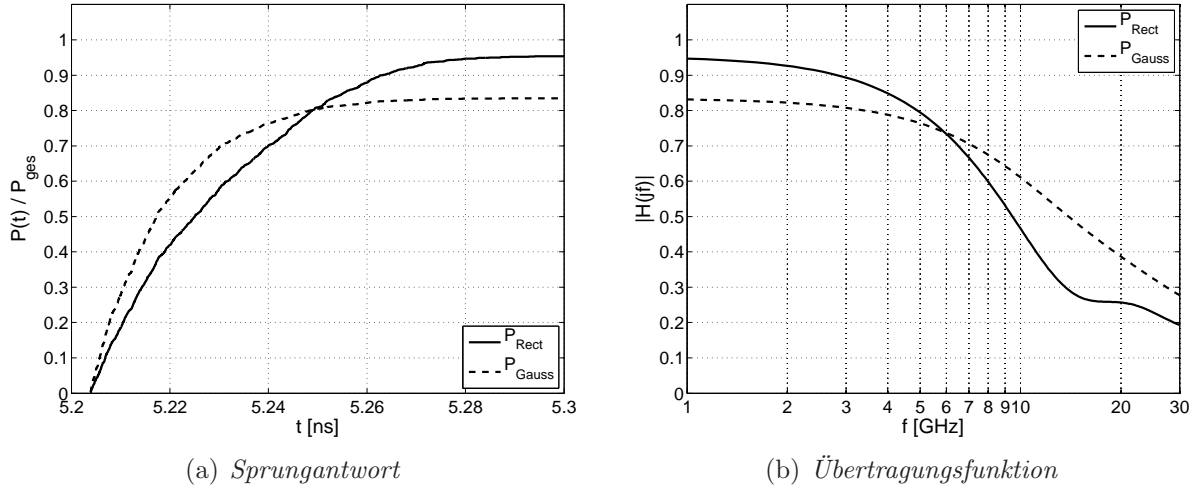


Abb. 3.6.: Einfluss der Anregung auf die Übertragungsfunktion eines gekrümmten Kanalwellenleiters

Zuerst sind in Abbildung 3.6(a) die ermittelten Sprungantworten des Systems auf die unterschiedlichen Stimulationen abgebildet. Bedingt durch die Wellenleiterkrümmung wird Leistung in das umgebende Mantelmaterial abgestrahlt, siehe auch Abschnitt 2.1.4.2. Die Sprungantworten erreichen nicht mehr die emittierte Gesamtleistung. Zu erkennen ist zudem, dass durch die Krümmung die gesamte übertragene Leistung bei einer Anregung mit P_{Gaus} geringer ist, als bei der Anregung mit P_{Rect} . Zudem ist die Anstiegszeit τ_D für eine Anregung mit P_{Gaus} geringer als für eine Anregung mit P_{Rect} .

Für die Untersuchung der Bandbreite werden in Abbildung 3.6(b) die jeweiligen Übertragungsfunktionen $|H(jf)|$ dargestellt. Bei dieser Darstellung werden zusätzlich die Verluste aufgrund der Wellenleiterkrümmung berücksichtigt. Für Stimulationen unterhalb der Frequenz $f < 6\text{GHz}$ wird das System mit der Anregung P_{Gauss} stärker gedämpft. Im Gegensatz dazu ist die 3dB-Grenzfrequenz f_{3dB} bei der Anregung P_{Gauss} größer. Damit sind höhere Bandbreiten bei der Stimulation mit dieser Quelle möglich. Dies wird noch deutlicher, wenn die Bandbreite mit Gleichung (2.132) bestimmt wird.

Um die Eigenschaften gekrümmter Kanalwellenleiter weiter zu analysieren, werden im folgenden Abschnitt deren Fernfeldeigenschaften betrachtet.

3.2.3.1. Fernfeldeigenschaften konstant gekrümmter Kanalwellenleiter

Betrachtet wird der im letzten Abschnitt vorgestellte Kanalwellenleiter. Um den Einfluss der Wellenleiterkrümmung auf die Leistungsverteilung im Fernfeld zu bestimmen, wird der Radius R_2 wie folgt variiert:

$$R_2 \in \{5, 10, \infty\} \text{mm.}$$

Der Radius $R_2 = \infty$ kennzeichnet einen geraden Wellenleiter mit der Wellenleiterlänge $L = 1\text{m}$. Als Anregung wird eine Quelle verwendet, die die gesamte numerische Apertur des Wellenleiters homogen ausleuchtet. Die Leistungsverteilung des Fernfeldes wird an der ausgangsseitigen Stirnfläche des Wellenleiters aufgenommen, siehe Abschnitt 2.2.1.2.

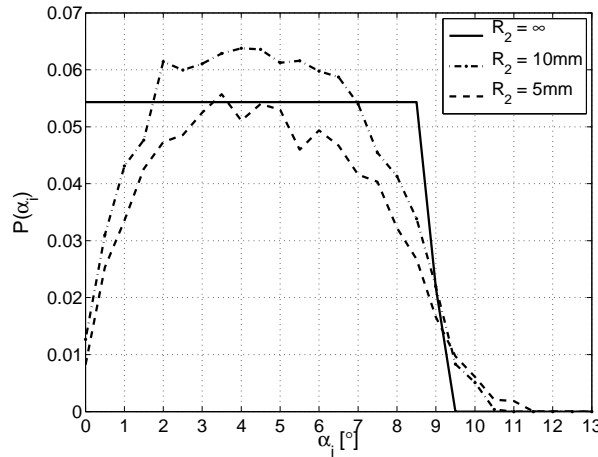


Abb. 3.7.: Detektierte Leistungsverteilung im Fernfeld von Kanalwellenleitern mit konstant gekrümmten Wellenleitersegmenten

In Abbildung 3.7 ist die detektierte Leistungsverteilung im Fernfeld von Kanalwellenleitern für die unterschiedlichen Krümmungsradien R_2 dargestellt. Auf der Abszisse ist der diskrete Polarwinkel α_i , siehe Gleichung (2.109), aufgetragen. Die Ordinate stellt die detektierte diskrete polarwinkelabhängige Leistung $P(\alpha_i)$ dar. Die gesamte übertragene Leistung P_G wird aus der Summation der detektierten diskreten Leistungen

$$P_G = \sum_{i=0}^I P(\alpha_i) \quad (3.2)$$

bestimmt.

Bedingt durch die Wellenleiterkrümmung erfolgt entlang der gesamten Trajektorie Leistungskopplung zwischen den Moden des Wellenleiters [7, 65]. Bei einer strahlenoptischen Betrachtung kommt es zu einer Umverteilung der winkelabhängigen Leistungen. Dieser Effekt nimmt mit abnehmendem Radius zu.

Für einen Vergleich wird die Leistungsverteilung für den Radius $R_2 = \infty$ und $R_2 = 5\text{mm}$ in Abbildung 3.7 betrachtet. Unter Beachtung von (3.2) ist zu erkennen, dass P_G für den geraden Wellenleiter ($R_2 = \infty$) größer ist als für den gekrümmten Wellenleiter. Aufgrund der Krümmung muss Leistung in das umgebende Material transmittiert werden, da diese nicht mehr im Fernfeld enthalten ist. Dieser Effekt nimmt ebenfalls mit abnehmendem Radius zu.

Des Weiteren ist zu erkennen, dass Leistungsanteile oberhalb des inneren Akzeptanzwinkels $\vartheta_N \approx 9.22^\circ$ vorhanden sind. Diese Leistungsanteile werden durch helikale Strahlen entlang des Wellenleiterverlaufs geführt. Die Strahlen haben Aufpunkte auf allen beteiligten Wellenleiterberandungen und erfüllen an jedem Aufpunkt die Bedingung der Totalreflexion [58]. In Abschnitt 6.3.1.3 wird dieser Effekt näher beschrieben.

3.3. Stand der Technik zur Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens

Beim Entwurf und bei der Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens des passiven optischen Pfades für industriell einsetzbare Leiterplatten sind zeiteffiziente Verfahren notwendig. Diese Verfahren müssen, wie in dem letzten Abschnitt dargestellt, neben den Geometrie- und Materialparametern auch die Stimulationsbedingungen berücksichtigen. In diesem Abschnitt wird der Stand der Technik zur Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens dieses passiven optischen Pfades vorgestellt.

Generell wird hierbei zwischen Verfahren, die auf wellenoptischen und die auf strahlenoptischen Methoden basieren, unterschieden. Die wellenoptischen Methoden berechnen die Einkopplung in den Wellenleiter und die Wellenausbreitung innerhalb des Wellenleiters mit Hilfe von Verfahren, die auf den Maxwell'schen Gleichungen beruhen [58, 88, 92, 93]. Bei einfachen Strukturen, dem geraden Schichtwellenleiter oder der Faser, existieren analytische Lösungen [90, 106, 109]. Des Weiteren sind für rechteckförmige Wellenleiter mit kleinem Indexsprung Näherungsverfahren [30, 66] vorhanden. Hier wird der gerade Rechteckwellenleiter durch Überlagerung zweier Schichtwellenleiter angenähert.

Neben den vorgestellten Wellenleitern kann der passive optische Pfad aus Wellenleitern mit gekrümmter Wellenleitertrajektorie und weiteren komplexeren Strukturen bestehen, siehe Abschnitt 3.1.1. Für diese Wellenleiter existieren keine analytischen Lösungen. Hier können unter bestimmten Voraussetzungen numerische Verfahren wie z. B. Finite Elemente, FIT (Finite Integration), FDTD (Finite difference time domain) oder BPM (Beam Propagation Methode) verwendet werden [2, 48, 51]. Die benötigte Rechenzeit, der Speicherbedarf und die Fehleranfälligkeit der Verfahren bei den betrachteten Stimulationsbedingungen, Kernquerschnittsprofilen und Wellenleiterverläufen schränken den Einsatz dieser Verfahren jedoch ein. Eine komponentenübergreifende und zeiteffiziente Simulation ist mit diesen Verfahren ebenfalls nur eingeschränkt möglich.

Bei den strahlenoptischen Verfahren wird die Wellenausbreitung durch Strahlen approximiert. Diese Strahlen stehen orthogonal auf den sich im Wellenleiter ausbreitenden lokalen ebenen Wellen [12, 17, 112]. Eine komponentenübergreifende Modellierung des gesamten passiven optischen Pfades ist mit den strahlenoptischen Verfahren möglich [100]. In den folgenden Abschnitten werden Verfahren für die Bestimmung des Übertragungsverhaltens hochmultimodaler optischer Wellenleiter basierend auf Strahlenoptik vorgestellt. Abschließend wird ein Fazit der Berechnungsmethoden diskutiert, der Fokus liegt dabei auf einer zeiteffizienten Berechnung des Übertragungsverhaltens.

3.3.1. Physikalische Strahlverfolgung

Um den Leistungsfluss entlang des Wellenleiterverlaufs zu bestimmen, wird die emittierte Leistung durch eine Stimulationsstrahlenschar innerhalb des hochmultimodalen optischen Wellenleiters repräsentiert. Mit Hilfe eines physikalischen Strahlverfolgungsalgorithmus (engl. Ray-Tracing) wird für jeden Strahl der Strahlenschar die Strahltrajektorie solange bestimmt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist [11, 22]. Dieser Strahlverfolgungsalgorithmus berücksichtigt die physikalischen Effekte der Ausbreitung einer lokal ebenen

Welle innerhalb des dielektrischen Wellenleiters. Ein Abbruchkriterium des Strahlverfolgungsalgorithmus ist das Auftreffen des Strahls auf einen Detektor. Ein weiteres Abbruchkriterium ist die Unterschreitung eines vorher definierten Schwellwertes. Der Strahl hat dann keinen signifikanten Anteil am optischen Leistungsfluss in Richtung eines Detektors. Im Folgenden ist ein vereinfachter Strahlverfolgungsalgorithmus als Pseudocode dargestellt.

Algorithmus 1 Vereinfachter Algorithmus für die physikalische Strahlverfolgung

```

1: for strahl = 1 bis  $N_{Strahl}$  do
2:    $A := \text{Aufpunkt}(\textit{strahl})$ 
3:    $k := \text{Richtung}(\textit{strahl})$ 
4:   while Abbruchkriterium = false do
5:     for  $N_B = 1$  to  $N_{Berand}$  do
6:        $[\textit{temp}_A(N_B), \textit{temp}_L(N_B)] = \text{Berechne\_Aufpunkte}(A, k, \textit{berandung}(N_B))$ 
7:     end for
8:      $[A_n, \textit{Berandung}] = \text{physik\_Aufpunkt}(\textit{temp}_A, \textit{temp}_L, k)$ 
9:      $k_n = \text{neue\_Strahlrichtung}(k, \textit{Berandung})$ 
10:     $A := A_n$ 
11:     $k := k_n$ 
12:  end while
13: end for

```

Gegeben ist ein Wellenleiter mit N_{Berand} Wellenleiterberandungen. Diese Berandungen beschreiben sowohl die Kerngrenzhülle, als auch die Eingangs- und Ausgangsstirfläche des Wellenleiters. Die Kerngrenzhülle trennt den höherbrechenden Kern vom niederbrechenden Mantelmaterial. Des Weiteren ist eine Stimulationsstrahlenschar mit der Anzahl N_{Strahl} Strahlen gegeben. Zur Berechnung des Strahlenpfades jedes Strahls wird im Folgenden der vorgestellte Algorithmus 1 verwendet.

Zuerst wird in Zeile 1 jeder Strahl sukzessive ausgewählt. Es werden in Zeile 2 und 3 die Aufpunkte und Richtungen jedes Strahls den Variablen A und k zugewiesen. Anschließend wird die **while()** Schleife, Zeile 4 bis 10, durchlaufen. Innerhalb dieser Schleife erfolgt die Berechnung aller Aufpunkte des aktuellen Strahls mit allen Wellenleiterberandungen (Zeile 5 bis 7). Dies ist eine Schnittpunktsbestimmung des Strahls mit allen Berandungsflächen durch die Funktion: **Berechne_Aufpunkt()**. Nachdem alle Aufpunkte bekannt sind, wird der physikalisch sinnvolle Aufpunkt aus der Lösungsmenge \textit{temp}_A durch die Funktion **physik_Aufpunkt()** in Zeile 8 ermittelt. Hierbei wird die kürzeste Distanz \textit{temp}_L zwischen dem aktuellen Aufpunkt A und den berechneten Aufpunkten \textit{temp}_A unter Berücksichtigung der Strahlrichtung k bestimmt. Die Rückgabewerte sind der neue Aufpunkt A_n und die Berandung, auf der dieser Aufpunkt liegt. Unter Beachtung dieser Berandung und der Strahlrichtung k erfolgt innerhalb der Funktion **neue_Strahlrichtung** Zeile 9 die Berechnung der Strahlrichtung k_n des reflektierten Strahls. Diese Berechnung basiert auf dem Brechungsgesetz (2.80). In den Zeilen 10 und 11 werden die Strahlrichtung und der Aufpunkt durch die neu berechneten Werte ersetzt. Die **while()** Schleife wird solange wiederholt, bis eines der oben genannten Abbruchkriterien erfüllt ist.

Die Laufzeit des Algorithmus ist von der Anzahl der zu verfolgenden Strahlen N_{Strahl} , von der Anzahl der zu bestimmenden Schnittpunkte des einzelnen Strahls mit jeder Berandung

und von der Gesamtzahl der zu ermittelnden inneren Reflexionen M abhängig. Die Anzahl der zu ermittelnden Schnittpunkte pro Auftreffer wird durch die Anzahl N_{Berand} und die Form der Berandungen bestimmt¹.

Die Laufzeit jedes Strahlverfolgungsalgorithmus hängt nahezu linear von der gesamten Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen M ab. Zur Abschätzung der Laufzeit des Verfahrens wird im Folgenden M für Kanalwellenleiter mit zwei unterschiedlichen Trajektorienverläufen bestimmt. Um eine Vergleichsmöglichkeit zu gewährleisten, ist die Trajektorienlänge bei den Kanalwellenleitern identisch mit $L = 1\text{m}$. Der gewählte Kernquerschnitt aller Kanalwellenleiter ist quadratisch $W = H$, die Seitenlänge W wird innerhalb des Bereichs

$$W \in \{50, 70, 100\}\mu\text{m}$$

variiert. Der erste Kanalwellenleiter hat einen geraden Trajektorienverlauf, er entspricht damit dem in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Kanalwellenleiter mit $L = 1\text{m}$. Der zweite Kanalwellenleiter besteht aus drei Segmenten, entsprechend dem in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Kanalwellenleiter. Als Anregung wird die in Abschnitt 3.2.1 vorgestellte Punktquelle P_{Rect} verwendet. Diese leuchtet die numerische Apertur des Wellenleiters homogen aus. Die Anzahl der emittierten Strahlen ist $N_{Strahl} = 32 \cdot 10^3$.

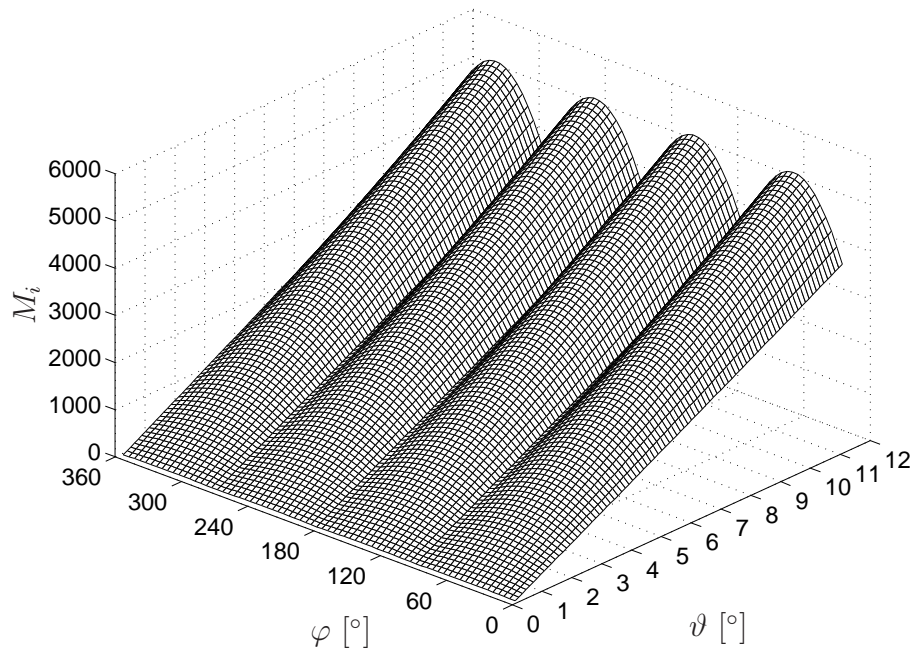


Abb. 3.8.: Anzahl innerer Reflexionen eines geraden Kanalwellenleiters der Länge $L = 1\text{m}$

Die Anzahl der inneren Reflexionen M_i für einen Kanalwellenleiter mit gerader Trajektorie, Wellenleiterlänge $L = 1\text{m}$ und Weite $W = 50\mu\text{m}$ ist in Abhängigkeit vom Azimut- und Polarwinkel in Abbildung 3.8 dargestellt. Auf der Abszisse ist der Polarwinkel ϑ , auf der Ordinate der Azimutwinkel φ und auf der Applikate die entsprechende Anzahl der inneren Reflexionen M_i aufgetragen. Zu erkennen ist, dass die Anzahl der Reflexionen

¹Für gekrümmte Berandungsflächen existieren mehrere Schnittpunktslösungen zwischen dem Strahl und der Berandung, aber nur ein physikalisch sinnvoller Schnittpunkt.

vom Polarwinkel ϑ dominiert wird. Für größer werdende Polarwinkel nimmt der Einfluss des Azimutwinkels auf die Anzahl der Reflexionen M_i ebenfalls zu. In der nachfolgenden Tabelle 3.1 ist die Anzahl der zu berechnenden Reflexionen M mit

$$M = \sum_{i=1}^{N_{Strahl}} M_i \quad (3.3)$$

angegeben. In dieser Tabelle ist zu erkennen, dass die Anzahl der inneren Reflexionen M von den Querschnittsabmessungen und dem Trajektorienverlauf des Kanalwellenleiters abhängt.

Tabelle 3.1.: *Anzahl der inneren Reflexionen in unterschiedlichen Wellenleiterstrukturen mit konstanter Trajektorienlänge $L = 1\text{m}$ und konstanter Anzahl von Emissionstrahlen $N_{Strahl} = 32 \cdot 10^3$*

$W \times H$ [μm^2]	Anzahl innerer Reflexionen		
	M_{gerade}	$M_{\text{gekrümmt}}$	
		R = 5mm	R = 50mm
50×50	$81 \cdot 10^6$	$83 \cdot 10^6$	$82 \cdot 10^6$
70×70	$58 \cdot 10^6$	$60 \cdot 10^6$	$59 \cdot 10^6$
100×100	$40 \cdot 10^6$	$41 \cdot 10^6$	$41 \cdot 10^6$

Für jede der bestimmten inneren Reflexionen muss die `while()` Schleife in Algorithmus 1 durchlaufen werden, d. h. für einen geraden Wellenleiter mit quadratischem Kernquerschnitt mit Seitenlänge $W = 50\mu\text{m}$ und Wellenleiterlänge $L = 1\text{m}$ wird die innere Schleife ca. $81 \cdot 10^6$ mal durchlaufen. Dies kann bei komplexeren Strukturen, längeren Wellenleiterlängen und einer großen Anzahl von Stimulationsstrahlen zu hohen Rechenzeiten führen.

Eine Optimierungsmöglichkeit bietet die semisequentielle Strahlverfolgung [8]. Bei dieser wird nicht die gesamte Kerngrenzhülle des Kanalwellenleiters als komplexe Struktur modelliert, sondern ein Wellenleiter in Segmente gleichen Typs untergliedert, z. B. eine Gerade oder eine Krümmung. Ein Strahl wird sukzessiv in diesen Strukturen verfolgt. Hierbei wird die Kerngrenzhülle jedes Segments aus wenigen, analytisch beschreibbaren Flächen zusammengesetzt [7]. Dadurch wird das Verfahren präziser und zeiteffizienter. Die Anzahl der zu bestimmenden inneren Reflexionen M wird durch diesen Ansatz nicht verringert.

Im Allgemeinen werden die Strahlverfolgungsverfahren in höheren Programmiersprachen wie C oder C++ implementiert. Es existieren zudem Ansätze, um vorhandene Schaltungssimulatoren wie SPICE² zu verwenden [73].

3.3.2. Mehrtoransatz und rekursive Faltung

Die vorgestellten klassischen strahlenoptischen Verfahren sind aufgrund ihres hohen Rechenzeitaufwandes nicht geeignet, um das Übertragungsverhalten im Entwurfsbereich

²Simulation Programm with Integrated Circuit Emphasis

zeiteffizient zu bestimmen. Alternativ bietet es sich an, Wellenleitersegmente als Mehr-
tore auszulegen und das Übertragungsverhalten innerhalb des Mehrtores zu berechnen.
Eine Kaskadierung von Kanalwellenleitersegmenten wird durch die Kaskadierung dieser
Mehrtores nachgebildet [24]. Im Folgenden wird dieses Verfahren vorgestellt.

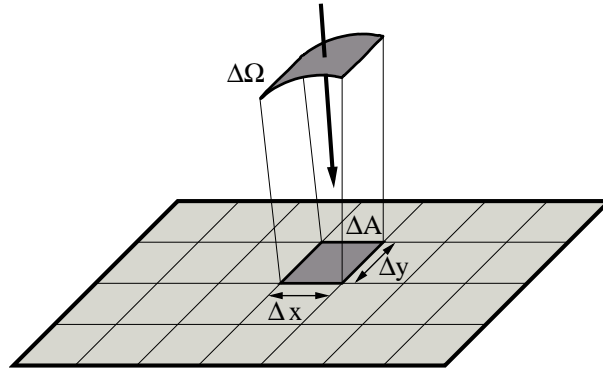


Abb. 3.9.: Ort- und Winkeldiskretisierung einer Wellenleiterstirnfläche

Bei dem Mehrtoransatz werden die Stirnflächen des Wellenleiters in eine diskrete Anzahl
von Flächensegmenten ΔA unterteilt. Über jedes Flächensegment ΔA_i wird eine Halb-
kugel positioniert und diese in diskrete Raumwinkelsegmente $\Delta\Omega$ unterteilt, siehe Ab-
bildung 3.9. Ein diskretes Raumwinkelsegment $\Delta\Omega_j$ in Kombination mit dem beteiligten
Flächensegment ΔA_i entspricht einem Tor des Mehrtores.

Im Allgemeinen ergeben sich dadurch N Eingangs- und M Ausgangstore, jedes Eingangs-
tor ist mit jedem Ausgangtor verbunden, siehe Abbildung 3.10. Durch den gewählten

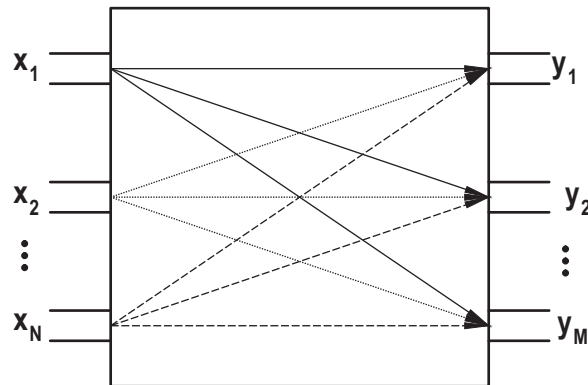


Abb. 3.10.: Darstellung der Übertragungswege des Mehrtors

Mehrtoransatz ist eine Kaskadierung der gewählten Komponenten möglich. Die Bestim-
mung des Übertragungsverhaltens beliebiger Wellenleiter muss auf vorher bestimmte
Mehrtores zurückgeführt werden.

Im Folgenden wird angenommen, dass die Anzahl der Eingangstore identisch mit der
Anzahl der Ausgangstore ist $M = N$. Zwischen jedem Eingangstor (Index e) und je-
dem Ausgangstor (Index a) kann die Impulsantwort $h_{e,a}(t)$ und die Übertragungsfunktion

$H_{e,a}(j\omega)$ angegeben werden

$$y_a(t) = h_{e,a}(t) * x_e(t), \quad (3.4)$$

$$Y_a(j\omega) = H_{e,a}(j\omega) \cdot X_e(j\omega), \quad \text{mit } e, a \in [1, N]. \quad (3.5)$$

Die Anzahl der zu bestimmenden Funktionen ist damit N^2 . Um die Übertragungsfunktionen zu berechnen, werden die einzelnen Tore sukzessive mit Sprungfunktionen im Zeitbereich stimuliert. Hierbei muss im Allgemeinen die Kopplung eines Eingangstors in jedes Ausgangstor berücksichtigt werden. Ausgehend von den dadurch bestimmten Sprungantworten $a_{e,a}(t)$ werden die Impulsantworten $h_{e,a}(t)$ und die jeweiligen Übertragungsfunktionen $H_{e,a}(j\omega)$ ermittelt.

Die Sprungantworten können mit Hilfe strahlenoptischer Verfahren als Funktionsverlauf $a_{e,a}(t)$ bestimmt werden, siehe Abbildung 3.11. Für eine Kaskadierung von Mehrtoren werden die Impulsantworten oder die Übertragungsfunktionen als eine diskrete Anzahl von Stützstellen abgelegt. Zudem muss für eine Bestimmung der Systemantwort $y(t)$ eine Faltung im Zeitbereich oder eine Multiplikation im Frequenzbereich durchgeführt werden. Im Folgenden wird ein Ansatz vorgestellt, bei dem die Faltung im Zeitbereich durch eine effiziente rekursive Faltung ersetzt wird.

Der Funktionsverlauf $a_{e,a}(t)$ weist bestimmte Charakteristika auf, so dass er mit Hilfe von Exponentialfunktionen mit der Methode von Prony [79] als zeitkontinuierlicher Funktionsverlauf in der Form

$$a_{e,a}(t) = \sum_{p=1}^P c_p e^{\alpha_p \frac{t}{\Delta T}} \quad (3.6)$$

approximiert werden kann [23]. Die Koeffizienten c_i und α_i sind im Allgemeinen komplex und können durch ein numerisches Verfahren aus dem Verlauf der Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ ermittelt werden. Der Koeffizient ΔT stellt die Dauer der zu approximierenden Funktion dar. Damit kann der zeitkontinuierliche Verlauf der Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ durch wenige Parameter approximiert werden. Durch diese Reduktion wird der notwendige Speicherbedarf signifikant verringert.

In [25, 97] wurde gezeigt, dass eine Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ durch eine intervallbasierte abschnittsweise Approximation mit nur einer Exponentialfunktion innerhalb jedes Intervalls nachgebildet werden kann. Die resultierende Sprungantwort $a_P(t)$ hat die folgende Form:

$$\begin{aligned} a_P(t) = \sum_{p=1}^P & \left(c_p \cdot e^{a_p \frac{t-t_{p,L}}{\Delta T(p)}} + a_{p,0} \right) \cdot \text{rect}(t, t_{p,L}, t_{p,H}) \\ & + a_{P,H} \cdot \sigma(t - t_{P,H}) + a_{0,L} \cdot [1 - \sigma(t - t_{0,L})] \end{aligned} \quad (3.7)$$

mit

$$\text{rect}(t, t_{p,L}, t_{p,H}) = \begin{cases} 1 & t_{p,L} \leq t \leq t_{p,H} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.8)$$

In Gleichung (3.7) gibt p das aktuelle Intervall, P die Anzahl der Intervalle, $t_{p,\{L,H\}}$ die Grenzen des aktuellen Intervalls und $\Delta T(p) = t_{p,H} - t_{p,L}$ die Breite des betrachteten

Intervalls an. Die Konstanten $a_{0,L}$ und $a_{P,H}$

$$a_{0,L} = \lim_{t \rightarrow -\infty} a(t),$$

$$a_{P,H} = \lim_{t \rightarrow \infty} a(t)$$

sind die Werte zu Beginn des ersten bzw. zum Ende des letzten Intervalls.

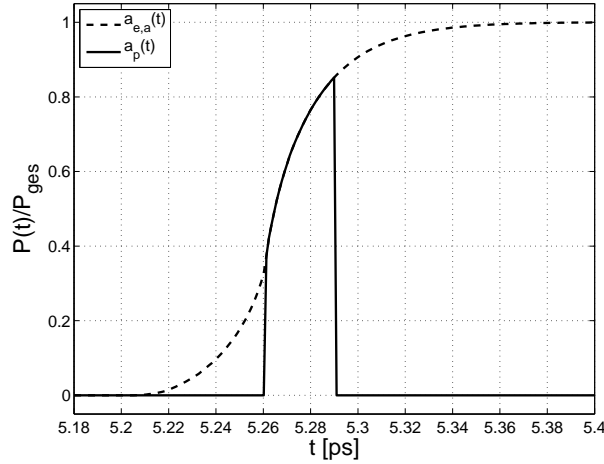


Abb. 3.11.: Charakteristischer Verlauf der Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ und abschnittsweise Approximation $a_p(t)$

Ein charakteristischer Verlauf der Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ und eines Intervalls $a_p(t)$ aus Gleichung (3.7) ist in Abbildung 3.11 dargestellt.

Die Impulsantwort $h_P(t)$ ergibt sich aus der Differentiation der Sprungantwort zu

$$h_P(t) = \sum_{p=1}^P \left(\tilde{c}_p e^{a_p \frac{t-t_{p,L}}{\Delta T(p)}} \right) \cdot \text{rect}(t, t_{p,L}, t_{p,H}) \quad (3.9)$$

mit

$$\tilde{c}_p = c_p \frac{a_p}{\Delta T(p)}. \quad (3.10)$$

Um das Ausgangssignal $y_a(t)$ eines Übertragungsweges zu bestimmen, wird das Eingangssignal $x(t)$ mit der Impulsantwort $h_a(t)$ gefaltet. Die Impulsantwort ist innerhalb jedes Intervalls definiert als Exponentialfunktion der Form: $\alpha \exp(\beta t)$

$$y_a(t_n) = \int_0^{t_n} x(\tau) \alpha_a e^{\beta_a(t_n-\tau)} d\tau. \quad (3.11)$$

Das Intervall kann aufgeteilt werden in $t_n = t_{n-1} + \Delta t$. Damit ergibt sich die Systemantwort zu

$$y_a(t_n) = e^{\beta_a(\Delta t)} y_a(t_{n-1}) + \int_{t_{n-1}}^{t_n} x(\tau) \alpha_a e^{\beta_a(t_n-\tau)} d\tau. \quad (3.12)$$

Die Berechnung von $y_a(t)$ erfolgt zeiteffizient durch eine rekursiv ausführbare Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort. Es wird auf vorher berechnete Werte $y_a(t_{n-1})$ zurückgegriffen.

Um das Übertragungsverhalten eines Systems zu bestimmen, müssen sämtliche Torverbindungen des Mehrtores ausgewertet werden. Für eine Aufwandsabschätzung wird ein Kanalwellenleiter mit quadratischem Querschnittsprofil der Seitenlänge $W = 70\mu\text{m}$ und einer numerischen Apertur von $A_N = 0.25$ verwendet. Wird die Stirnfläche in

$$\Delta A = (5 \times 5)\mu\text{m}^2$$

große Flächensegmente unterteilt, so ergeben sich insgesamt 196 Flächensegmente. Bei der gewählten numerischen Apertur ergibt sich ein Akzeptanzwinkel

$$\gamma_N = 9.2^\circ$$

bezogen auf Luft. Bei einer Winkeldiskretisierung des Azimutwinkels von

$$\Delta\varphi = 10^\circ, \varphi \in [0^\circ, 360^\circ]$$

und des Polarwinkels

$$\Delta\vartheta = 0.5^\circ, \vartheta \in [0, \gamma_N]$$

ergeben sich 664 Raumwinkeldiskretisierungen $\Delta\Omega$ pro Flächenelement ΔA . Dies resultiert in ca. $130 \cdot 10^3$ Eingangskanäle des Mehrtores. Wird eine identische Diskretisierung des Ausgangs vorausgesetzt, so ist die Anzahl der Ausgangskanäle identisch zu der Anzahl der Eingangskanäle. Die Anzahl der zu bestimmenden und zu berücksichtigenden Übertragungswege ist damit $17 \cdot 10^9$. Diese Anzahl ist zu umfangreich für eine zeiteffiziente Analyse. Wie in Abbildung 3.8 ersichtlich, kann die gewählte Diskretisierung des Azimutwinkels für einen größer werdenden Polarwinkel zu grob sein und muss verfeinert werden. Die Parameter wurden hier grob abgeschätzt, bei Analysen von Leistungsteilerstrukturen, siehe Abschnitt 3.1.1.2, oder Krümmungen muss gegebenenfalls feiner diskretisiert werden.

Weitergehend ist man bei diesem Ansatz auf vorher bestimmte Mehrtores festgelegt. Wird ein Parameter des Mehrtores, z. B. die numerische Apertur A_N , geändert, so muss zeitaufwändig ein neues Mehrtor generiert werden. Aus Gründen des hohen numerischen Aufwandes, der begrenzten Genauigkeit und der eingeschränkten Flexibilität wird dieser Ansatz in dieser Arbeit nicht weiterverfolgt.

3.4. Zusammenfassung

Der betrachtete passive optische Pfad besteht im Allgemeinen aus in eine optische Lage eingebetteten Kanalwellenleitern, mikrooptischen Komponenten und strahlformenden und -umlenkenden optischen Bauelementen innerhalb und außerhalb der optischen Lage. Schwerpunkt dieser Arbeit ist die zeiteffiziente Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens der eingebetteten optischen Kanalwellenleiter und mikrooptischen Komponenten.

Aufgrund der großen Querschnittsabmessungen und der großen Wellenleiterlänge eignen sich strahlenoptische Verfahren zur Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens hochmultimodaler Wellenleiter. Dieses Übertragungsverhalten ist, neben den Geometrieparametern und den Trajektorienverläufen, auch von den Anregungsbedingungen abhängig. Ändern sich diese, muss das Übertragungsverhalten neu bestimmt werden.

Physikalische Strahlverfolgungsverfahren berechnen, ausgehend vom Strahlaufpunkt und von der initialen Strahlrichtung, sukzessive die Auftreffer auf die Wellenleiterberandung und die neue Strahlrichtung. Die Laufzeit dieser Verfahren ist deshalb von der Anzahl der zu verfolgenden Strahlen und von der Anzahl der zu bestimmenden inneren Reflexionen abhängig. Diese Verfahren weisen eine große Flexibilität gegenüber der Variation von Geometrie- und Materialparametern auf. Außerdem können Streuung durch Rauigkeiten der Wellenleiterberandung, Polarisierungseffekte und intrinsische Materialverluste berücksichtigt werden. Ebenfalls können nahezu beliebige Leistungsquellspektren angenommen werden. Die große Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen verhindert eine zeitnahe Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens [50].

Anstatt die Strahltrajektorie jedes Strahls neu zu bestimmen, kann als weiteres Verfahren ein Mehrtorverfahren in Kombination mit einer rekursiven Faltung verwendet werden. Bei diesem Verfahren wird die Eingangs- und Ausgangsebene eines Wellenleiters in ein orts- und winkeldiskretes Mehrtor unterteilt. Jedes Eingangstor ist mit jedem Ausgangstor des Mehrtores verbunden. Die Anzahl der möglichen Übertragungswege und damit die Anzahl der zu bestimmenden Übertragungsfunktionen entspricht der Multiplikation der Anzahl der Eingangs- mit der Anzahl der Ausgangstore. Mit Hilfe des Mehrtoransatzes kann das Übertragungsverhalten eines Gesamtsystems aus einer Kaskadierung von vorher berechneten Mehrtoren bestimmt werden. Durch die hohe Anzahl der zu berücksichtigenden Übertragungswege kann dieses Verfahren nicht speicher- und zeiteffizient eingesetzt werden [24].

Grundlegend wurde gezeigt, dass das transiente Übertragungsverhalten von vielmodigen optischen Kanalwellenleitern basierend auf physikalischen Strahlverfolgungsverfahren bestimmt werden kann. Zudem ist es möglich, mit Hilfe der vorgestellten Verfahren eine komponentenübergreifende Simulation durchzuführen [99]. Eine zeiteffiziente Analyse ist allerdings mit beiden vorgestellten Verfahren nicht durchführbar.

Methodik für die Erstellung von leistungsfähigen Modellen für die zeiteffiziente Simulation

Ziel dieser Arbeit ist es, leistungsfähige Modelle zu entwickeln, die eine zeiteffiziente Simulation von hochgradig vielmodigen eingebetteten Wellenleitern ermöglichen. Diese Modelle müssen flexibel gegenüber einer Variation der bekannten Modellparameter Wellenleitergeometrie und Wellenleitermaterial sein. Außerdem sollen diese Modelle die zeiteffiziente Berechnung der unbekannten Modellparameter (L_{geo} , M , \mathbf{k}_A \mathbf{A}_A) ermöglichen.

Die generelle Vorgehensweise bei der Erstellung leistungsfähiger Modelle ist unabhängig von der zugrunde liegenden Problemstellung. Nach [80] sind bei der Erstellung die folgenden Schritte zu durchlaufen:

1. Festlegung der Modellschnittstellen und Modellparameter
2. Festlegung der Modelltopologie
3. Implementierung der Beziehung zwischen den Modellparametern
4. Bestimmung der Modellparameter
5. Umsetzung in eine Simulatorsprache

Des Weiteren ist es stets erforderlich, ein erstelltes Modell zu verifizieren. Hierbei kann sowohl auf messtechnisch ermittelte Ergebnisse als auch auf verifizierte Simulationsergebnisse zurückgegriffen werden.

Kann kein Modell direkt für das zu untersuchende System erstellt werden, so muss gewährleistet sein, dass ein Gesamtmodell aus der Integration einzelner Teilmodelle erzeugt werden kann. Hierfür wird in [80] ein modulares Konzept zur Modellgenerierung aus Teilmodellen und Grundmodellen vorgeschlagen. Dieses Konzept wird im Abschnitt 4.1 vorgestellt.

Die oben genannten Punkte können erst nach der Festlegung eines geeigneten Modellierungsverfahrens durchlaufen werden. Diese Festlegung erfolgt in Abschnitt 4.2. Abschließend werden in Abschnitt 4.3 Strategien für die Generierung von zeiteffizienten leistungsfähigen Modellen vorgestellt.

Als Simulatorsprache wird aus Gründen der Plattformunabhängigkeit die Skriptsprache **Matlab** der Firma *The MathWorks*¹ verwendet. Zudem können die entwickelten Modelle mit dieser Sprache zeitnah entwickelt und die Funktionsfähigkeit kurzfristig überprüft werden. Für eine spätere Implementierung bietet es sich an, die Algorithmen in einer höheren Programmiersprache wie z. B. C oder C++ umzusetzen.

4.1. Modulares Konzept für die Modellgenerierung

Die Vorgehensweise bei der Generierung von Modellen für ein komplexes System entspringt der in der Wissenschaft vorherrschenden Methode der Partitionierung eines Systems in mehrere abgeschlossene Teilsysteme und Grundelemente (Top-down Entwurf) [80]. Die Modellierung und anschließende Simulation des Systems wird durch die Integration des Gesamtmodells aus Teil- und Grundmodellen ermöglicht (Bottom-up Entwurf).

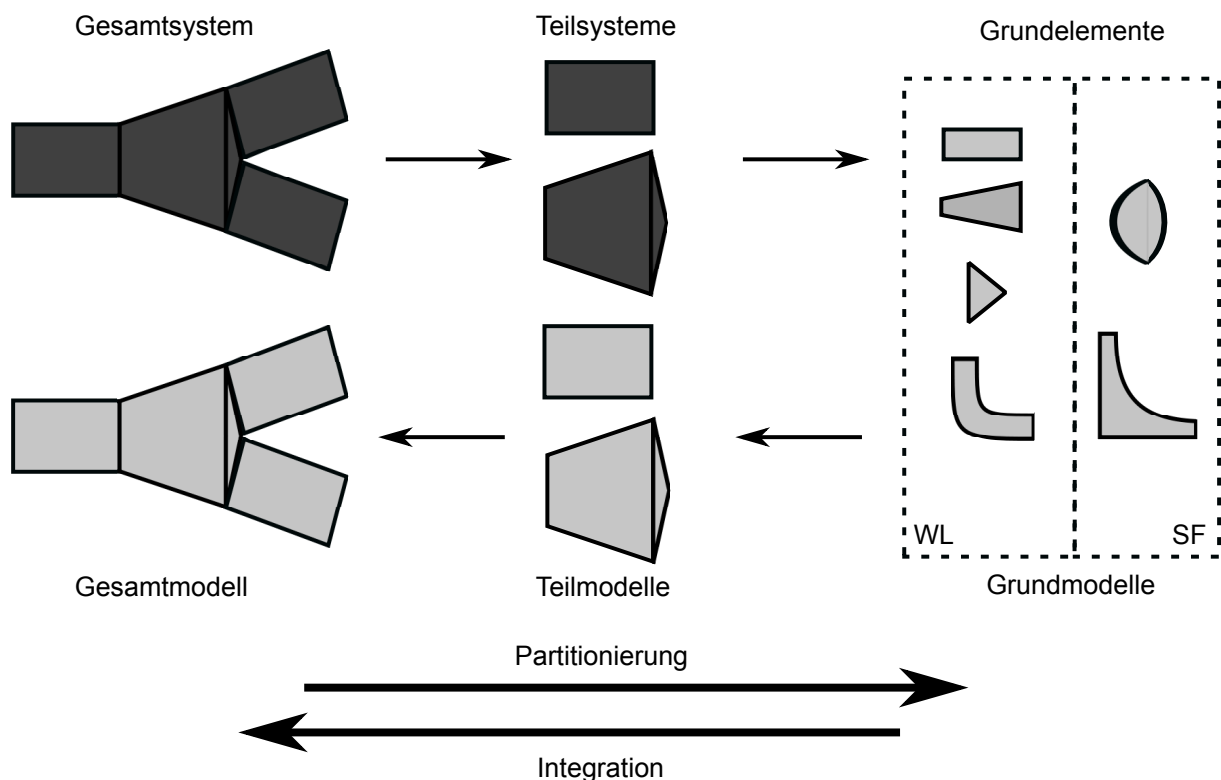


Abb. 4.1.: Konzept der Modularisierung am Beispiel eines Leistungsteilers

Die genannte Vorgehensweise der Partitionierung und Integration ist am Beispiel eines Leistungsteilers (siehe Abschnitt 3.1.1.2) in Abbildung 4.1 dargestellt. Ausgehend von dem zu analysierenden Gesamtsystem wird dieses System in Teilsysteme partitioniert. Diese Teilsysteme sind Komponenten mit konstanten Geometrie- oder Materialeigenschaften. In dem Beispiel sind dies mehrere gerade Kanalwellenleiter der Länge L_{te} und ein Taper

¹www.mathworks.com

mit linearer Wandweiterung. Für jedes Teilsystem existiert ein Grundelement. Ein Grundelement ist in diesem Beispiel ein gerader Kanalwellenleiter mit einer konstanten Länge² L_{ge} , $L_{ge} \leq L_{te}$. Für jedes Grundelement muss ein Grundmodell existieren. Andernfalls muss es entsprechend der gewählten Modellierungsart neu generiert werden. Zusätzlich zu den hier benötigten Grundelementen sind in Abbildung 4.1 weitere Grundelemente dargestellt. Hier wird zwischen Grundelementen für Wellenleiter WL und strahlformen- den Komponenten SF unterschieden. Durch die Kaskadierung der Grundmodelle wird das Teilmodell erzeugt. Die Erstellung des Gesamtmodells erfolgt durch die Integration aller beteiligten Teilmodelle.

Als Weiterentwicklung der vorgestellten Strategie wird in dieser Arbeit für Komponenten mit identischen Trajektorieneigenschaften (gerader oder konstant gekrümmter Wellenleiter) nur ein Grundmodell entwickelt. Durch Übergabe der bekannten Modellparameter wird aus diesem Grundmodell direkt das Teilmodell generiert. Diese Strategie wird im Folgenden anhand eines Beispiels aufgezeigt.

Das in Abbildung 4.1 dargestellte Gesamtsystem besteht unter Anderem aus mehreren geraden Wellenleitern mit unterschiedlichen Wellenleiterlängen. Jeder dieser geraden Wellenleiter wird durch ein Teilmodell repräsentiert. Diese Teilmodelle beinhalten ein identisches Grundmodell zu Berechnung der gesuchten Strahlparameter. Durch Übergabe der Material- und Geometrieparameter entsteht das benötigte Teilmodell für den geraden Wellenleiter der Länge L , Weite W , Höhe H und numerischen Apertur A_N .

4.2. Modellierungsebenen

Bei der Modellierung von Systemen wird zwischen der Modellierung in der Mikroebene und in der Makroebene unterschieden [4, 19, 33, 80]. In den folgenden Abschnitten werden die Modellierungsebenen mit den entsprechenden Beschreibungsverfahren vorgestellt. Außerdem werden Aussagen über die Einsatzfähigkeit hinsichtlich einer zeiteffizienten Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens hochmultimodaler Kanalwellenleiter und mikrooptischer Strukturen getroffen.

4.2.1. Modellierung in der Mikroebene

Bei der Modellierung in der Mikroebene wird die Funktion der Systemkomponenten, unter Berücksichtigung der genauen physikalischen Struktur, innerhalb eines bestimmten Recherchegebietes beschrieben. Der Grad der Detaillierung ist bei diesen Verfahren sehr hoch. Diese Modelle der Mikroebene basieren im Allgemeinen auf Systemen von partiellen Differentialgleichungen.

Als Modellbeschreibungsverfahren für die Wellenausbreitung innerhalb optischer Wellenleiter in der Mikroebene werden unter Anderem die Finite-Differenzen-Methode (FDTD), die Finite-Elemente-Methode (FEM) oder die Finite-Integrationsmethode (FIT) verwendet [2, 48, 51]. Bei diesen Methoden werden die zu untersuchenden Gleichungen zeitdiskretisiert und die Maxwell'schen Gleichungen werden entsprechend dem zugrunde liegenden

²Für den Fall $L_{ge} = L_{te}$ entspricht das Grundelement dem Teilsystem.

Verfahren aufgestellt. Als Resultat liegt das zu untersuchende Problem in Matrizenform vor und kann mit den Methoden der linearen Algebra gelöst werden. Nach der Simulation sind die Lösungen innerhalb des Rechengebietes an allen diskretisierten Orten bekannt.

Der Diskretisierungsgrad des Rechengebiets hängt bei der Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens vielmodiger optischer Wellenleiter unter Anderem von den zu erwartenden Wellenlängen ab. Die in dieser Arbeit verwendeten Strukturen weisen Querschnitts- und Längenabmessungen auf, die sehr viel größer als die verwendete Wellenlänge der Quelle sind. Die Anzahl der Freiheitsgrade und damit auch der Speicherbedarf der erzeugten Matrizen ist sehr groß. Dies resultiert in einem hohen Rechenaufwand und dementsprechend hohen Rechenzeiten zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens. Aus diesem Grund kann das Übertragungsverhalten nicht zeiteffizient mit diesen Methoden bestimmt werden. Zudem ist eine komponentenübergreifende Gesamtsystemanalyse nur eingeschränkt möglich.

4.2.2. Modellierung in der Makroebene

Neben der Modellierung in der Mikroebene können Systeme mit reduzierter Detaillierungsstufe und reduzierter Genauigkeit unter Berücksichtigung der wesentlichen Wirkzusammenhänge und gewünschten Parametervariationen in der Makroebene nachgebildet werden [64]. Bei der Modellbildung in der Makroebene werden die physikalischen Wechselwirkungen für eine bereichsübergreifende Simulation durch einheitliche Größen repräsentiert. Dieses Modell beschreibt dann den funktionalen Zusammenhang zwischen verschiedenen Eingangs-, Ausgangs- und Störgrößen. Die so erhaltenen Modelle gestatten eine effiziente Simulation ganzer Systemteile. Außerdem sollen mit Hilfe der Makromodelle Voraussagen über das Systemverhalten bei veränderten Stimulationen und bei Variationen der signifikanten Parameter getroffen werden. Durch die Wahl geeigneter Schnittstellen ist die Analyse des Zusammenwirkens mit angrenzenden Systemteilen möglich.

Für die Modellgewinnung in der Makroebene wird in der Literatur zwischen zwei Verfahren unterschieden. Ist der Systemaufbau oder das physikalische Verhalten bekannt, so werden deterministische Modelle oder auch White-Box-Modelle verwendet, andernfalls werden deskriptive Modelle oder auch Black-Box-Modelle verwendet. Außerdem existieren Mischformen, die als Grey-Box-Modelle bezeichnet werden. Bei diesen werden beide Verfahren kombiniert.

4.2.2.1. Deterministisches Modell

Bei den deterministischen Modellen ist der physikalische Zusammenhang zwischen dem Ein- und dem Ausgangsverhalten bekannt und wird, basierend auf physikalischen Gesetzmäßigkeiten, mathematisch beschrieben. Den Modellparametern werden direkt physikalische Parameter zugeordnet. Ändern sich Parameter innerhalb des Modells, kann dies direkt berücksichtigt werden. Die Modellierung stützt sich beispielsweise auf Differentialgleichungen oder Übertragungsfunktionen in Form von algebraischen Gleichungen.

Um eine hohe Flexibilität des deterministischen Modells zu erhalten, ist es wichtig, dass viele interne Parameter durch externe Modellparameter beschrieben werden. Damit werden z. B. veränderte Materialeigenschaften oder Aufbauereigenschaften berücksichtigt, ohne

ein neues Modell entwickeln zu müssen. Das so gewonnene Makromodell entspricht dem Grundmodell, siehe Abbildung 4.1. Es ist für verschiedene Teilmodelle gleichen Typs, aber mit unterschiedlichen Modellparametern gültig.

4.2.2.2. Deskriptives Modell

Ist der innere Aufbau des zu untersuchenden Systems bzw. der physikalische Zusammenhang zwischen dem Eingang und dem Ausgang des Systems unbekannt, so wird ein deskriptives Modell verwendet. Der unbekannte Zusammenhang wird durch eine große Anzahl von Eingangsstimulationen und anschließender messtechnischer Charakterisierung des Ausgangsverhaltens bestimmt. Aus den gewonnenen Daten werden mathematische Zusammenhänge und Modellparameter extrahiert. Zur Ermittlung der Modellparameter sind zusätzlich oft nichttriviale Identifikationsalgorithmen erforderlich [83]. Diese Modellparameter stellen nur noch Zahlenwerte dar und haben keinen physikalischen Zusammenhang. Die innere Struktur des Modells bleibt unbekannt.

Der gewonnene Zusammenhang zwischen dem Eingang und dem Ausgang ist somit nur für das annähernd unveränderte System unter den zugrunde liegenden Randbedingungen (z.B. Temperatur, Druck) gültig. Ändert sich der innere Aufbau des Systems oder wird dieses unter anderen Randbedingungen betrieben, muss das Ein- und Ausgangsverhalten neu bestimmt werden. Aus diesem Grund entspricht das beschriebene Makromodell meist dem gesuchten Teil- oder Gesamtmodell.

4.3. Generierung leistungsfähiger Modelle für die zeiteffiziente Simulation

Strahlenoptische Verfahren haben sich als geeignet herausgestellt, um das transiente Übertragungsverhalten von vielmodigen optischen Wellenleitern zu bestimmen, siehe Abschnitt 3.3.1. Außerdem ist eine Simulatorkopplung bzw. eine bereichsübergreifende Simulation mit diesen Verfahren möglich. Allerdings können die klassischen Strahlverfolgungsverfahren das transiente Übertragungsverhalten von vielmodigen optischen Wellenleitern nicht zeiteffizient bestimmen [50]. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, eine Modellierung auf der Makroebene basierend auf strahlenoptischen Verfahren durchzuführen. Ziel ist es, mit Hilfe reduzierter Genauigkeit und unter Berücksichtigung der wesentlichen Wirkzusammenhänge Modelle zu entwickeln, die es ermöglichen, das transiente Übertragungsverhalten zeiteffizient zu bestimmen.

Durch die Festlegung auf die Modellierungsebene und das zu verwendende Verfahren können die Modellschnittstellen und Modellparameter spezifiziert werden, siehe Abschnitt 4.1. Als Modellschnittstellen werden die Aufpunkte \mathbf{A} und die Richtungen \mathbf{k} der stimulierten Strahlen festgelegt. Für eine vereinfachte Kaskadierung werden die Komponentenaufpunkte \mathbf{W} und die initialen Wellenleitertrajektorienrichtungen \mathbf{t} der Teilmodelle ebenfalls als Modellschnittstellen definiert.

Als Modellparameter werden die Topologieparameter, die Geometrieparameter, die Materialparameter und die zu bestimmenden Strahlparameter festgelegt. Die Topologiepara-

meter legen die Art des zu verwendenden Grundmodells fest. Dies kann unter Anderem ein gerader Kanalwellenleiter oder ein konstant gekrümmter Kanalwellenleiter sein.

Mit Hilfe der Geometrieparameter werden die Parameter der Kernquerschnittsgeometrie, die Länge der Wellenleitertrajektorie oder der Krümmungsradius festgelegt. Die aus den gegebenen Modellparametern und dem gewählten Grundmodell zu bestimmenden Strahlparameter sind die geometrische Weglänge L_{geo} und der Leistungskoppelkoeffizient a_n . Basierend auf diesen Parametern wird die Übertragungsfunktion der Kanalwellenleiter mit Gleichung (2.127) bestimmt.

Die in dieser Arbeit verwendeten Kanalwellenleiter und mikrooptischen Strukturen können vollständig durch die Kerngrenzhülle beschrieben werden. Die Kerngrenzhülle trennt den höherbrechenden Kern vom niederbrechenden Mantelmaterial. Der Querschnitt der Kerngrenzhülle weist eine nahezu rechteckförmige Kontur auf. Für die Makromodellierung wird der Querschnitt im Folgenden als ideal rechteckförmig angenommen.

Bei einer Partitionierung komplexer Systeme in Teilsysteme ist es notwendig, dass die beschreibende Kerngrenzhülle modularisierbar ist. Zudem wird die Genauigkeit durch eine analytische Beschreibung der Kerngrenzhüllen erhöht. In Abschnitt 4.3.1 wird ein Konzept für eine segmentweise Beschreibung der Kerngrenzhülle vorgestellt. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 4.3.2 ein Integrationskonzept beschrieben, das eine automatische Positionierung der verwendeten Teilmodelle ermöglicht und somit die Kaskadierung der Teilmodelle zu einem Gesamtmodell vereinfacht.

Charakteristisch für die betrachteten Kanalwellenleiter und mikrooptischen Komponenten ist die rechteckförmige Querschnittskontur der Kerngrenzhülle. Zudem befindet sich die Wellenleitertrajektorie in einer Ebene. Diese aufbaubedingten Eigenschaften werden in Abschnitt 4.3.3 verwendet, um Entwicklungsstrategien für zeiteffiziente Modelle aufzuzeigen.

4.3.1. Konforme Beschreibung der Kerngrenzhüllen

Die eingebetteten Kanalwellenleiter und mikrooptischen Strukturen werden vollständig durch einen rechteckförmigen Kernquerschnitt und die Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ beschrieben. Diese Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ ist im Allgemeinen eine Kurve im dreidimensionalen Raum, mit s als Ortskoordinate der Raumkurve, siehe Abbildung 4.2.

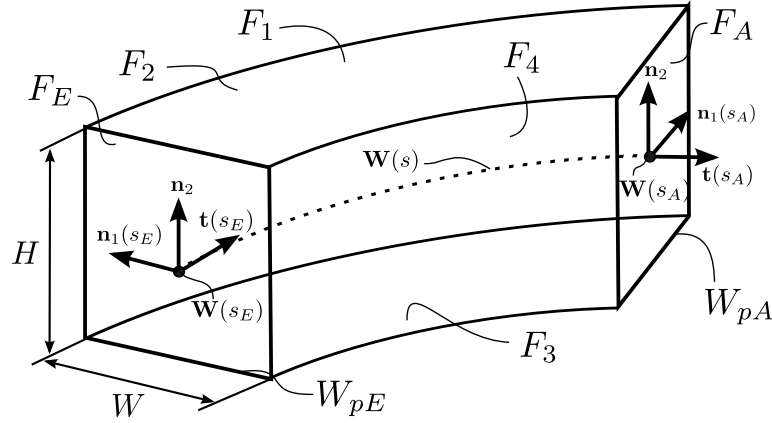


Abb. 4.2.: Kerngrenzhülle und Wellenleitertrajektorie eines Kanalwellenleiters

Die Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ jedes Wellenleiters innerhalb der optischen Lage wird abschnittsweise als stetig differenzierbare Raumkurve

$$\mathbf{W} : [s_E, s_A] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad s \in \mathbb{R} \quad (4.1)$$

dargestellt. Darin ist $\mathbf{W}(s_E)$ der Aufpunkt und $\mathbf{W}(s_A)$ der Endpunkt der Wellenleitertrajektorie. Der normierte Tangentenvektor $\mathbf{t}(s)$ der Wellenleitertrajektorie wird damit für jeden Punkt der Trajektorie durch

$$\mathbf{t}(s) = \frac{\mathbf{W}(s)'}{|\mathbf{W}(s)'|} \quad \wedge \quad |\mathbf{t}(s)| = 1 \quad (4.2)$$

bestimmt³. Zusätzlich können noch der Normaleneinheitsvektor $\mathbf{n}(s)$ und der Binormalenvektor $\mathbf{b}(s)$ der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ durch

$$\mathbf{n}(s) = \frac{\mathbf{t}(s)'}{|\mathbf{t}(s)'|}$$

und

$$\mathbf{b}(s) = \mathbf{t}(s) \times \mathbf{n}(s)$$

angegeben werden [34]. Der Normaleneinheitsvektor $\mathbf{n}(s)$ zeigt in Richtung der Krümmung. Beide Vektoren sind abhängig vom Kurvenverlauf der Trajektorie.

Durch die Planarität der optischen Lage verläuft die Wellenleitertrajektorie immer in einer Ebene mit dem aufpunktsunabhängigen Ebenenvektor \mathbf{n}_2

$$\mathbf{t}(s) \cdot \mathbf{n}_2 = 0 \quad \wedge \quad |\mathbf{n}_2| = 1. \quad (4.3)$$

³In der Literatur wird häufig $\mathbf{W}(s)'$ statt $d\mathbf{W}(s)/ds$ verwendet

Dieser ist im Gegensatz zu $\mathbf{n}(s)$ und $\mathbf{b}(s)$ unabhängig von dem Verlauf der Wellenleitertrajektorie, siehe Abbildung 4.2.

Die betrachteten Wellenleiter bestehen aus vier Berandungsflächen und zwei Stirnflächen. Die Berandungsflächen sind die Grenzflächen zwischen dem optisch dichteren Kern- und dem optisch dünneren Mantelmaterial. Die Stirnflächen sind die Koppelflächen für die definierte Ein- und Auskopplung der Leistung. Für die Beschreibung der Berandungs- und Stirnflächen ist es sinnvoll, statt der Vektoren $\mathbf{n}(s)$ und $\mathbf{b}(s)$ den Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s)$ einzuführen mit

$$\mathbf{n}_1(s) \times \mathbf{n}_2 = \mathbf{t}(s) \quad \wedge \quad |\mathbf{n}_1(s)| = 1. \quad (4.4)$$

Dieser steht in einer konstanten Orientierung zu dem von der Weglänge s unabhängigen Normalenvektor \mathbf{n}_2 .

Mit Hilfe der Gleichungen (4.2) und (4.4) sowie des Normalenvektors \mathbf{n}_2 kann an einem beliebigen Betrachtungspunkt innerhalb des Wellenleiters ein lokales rechtshändiges Koordinatensystem in Abhängigkeit von der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ und der Weglänge s angegeben werden. Damit werden alle Flächen des Wellenleiters mit Hilfe der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ und dem aufpunktsunabhängigen Normalenvektor \mathbf{n}_2 eindeutig beschrieben. Jeder Punkt auf den Stirnflächen wird durch

$$F_E = \mathbf{W}(s_E) + a \mathbf{n}_1(s_E) + b \mathbf{n}_2, \quad (4.5)$$

$$F_A = \mathbf{W}(s_A) + a \mathbf{n}_1(s_A) + b \mathbf{n}_2 \quad (4.6)$$

mit

$$a \in \left[-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \right] \quad \wedge \quad b \in \left[-\frac{H}{2}, \frac{H}{2} \right]$$

bestimmt. Die Normalenvektoren dieser Stirnflächen sind $\mathbf{t}(s_E)$ und $\mathbf{t}(s_A)$. Für die vier Berandungsflächen zwischen dem Kern und dem Mantel gilt

$$F_1 = \mathbf{W}(s) + a \mathbf{n}_1(s) + \frac{H}{2} \mathbf{n}_2, \quad (4.7)$$

$$F_2 = \mathbf{W}(s) + \frac{W}{2} \mathbf{n}_1(s) + b \mathbf{n}_2, \quad (4.8)$$

$$F_3 = \mathbf{W}(s) + a \mathbf{n}_1(s) - \frac{H}{2} \mathbf{n}_2, \quad (4.9)$$

$$F_4 = \mathbf{W}(s) - \frac{W}{2} \mathbf{n}_1(s) + b \mathbf{n}_2. \quad (4.10)$$

Bei den Berandungsflächen wird zwischen den Deckel- F_1 und Bodenflächen F_3 (Normalenvektor \mathbf{n}_2) und den seitlichen Berandungsflächen F_2 und F_4 (Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s)$) unterschieden, siehe Abbildung 4.2. Bedingt durch den rechteckförmigen Wellenleiterquerschnitt stehen bei einem Kanalwellenleiter die Normalenvektoren $\mathbf{n}_1(s)$ und \mathbf{n}_2 immer orthogonal zueinander und zum Trajektorientangentenvektor $\mathbf{t}(s)$, siehe auch Gleichung (4.4) und Abbildung 4.2. Die Projektionskanten des Wellenleitereingangs W_{pE} und des Wellenleiterausgangs W_{pA} werden mit

$$W_{pE} = \mathbf{W}(s_E) + a \mathbf{n}_1(s_E) - \frac{H}{2} \mathbf{n}_2, \quad (4.11)$$

$$W_{pA} = \mathbf{W}(s_A) + a \mathbf{n}_1(s_A) - \frac{H}{2} \mathbf{n}_2 \quad (4.12)$$

bezogen auf die Bodenfläche F_3 angegeben.

4.3.2. Integrationskonzept

Mit der im letzten Abschnitt beschriebenen Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ und der Trajektorienrichtung $\mathbf{t}(s)$ sind die beiden letzten Modellschnittstellen definiert. Damit kann ein Blockschaltbild für ein Teilmodell angegeben werden, siehe Abbildung 4.3.

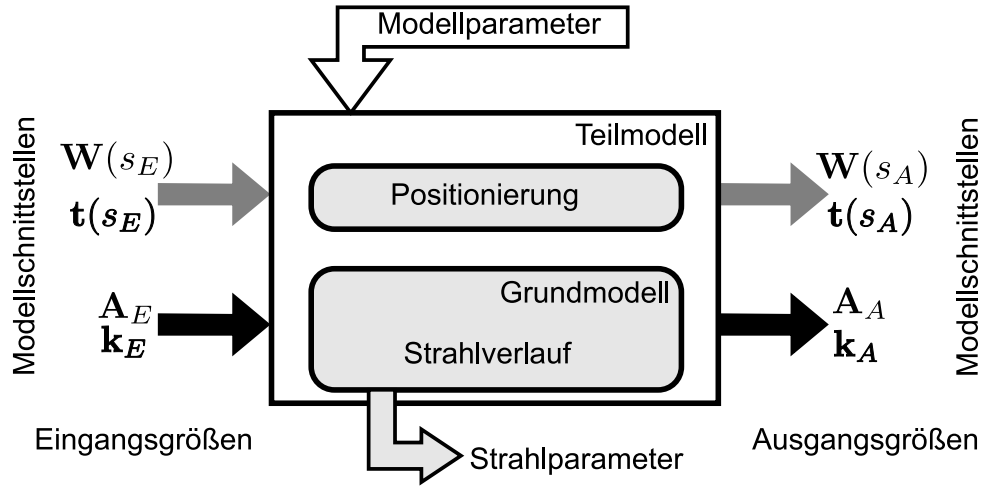


Abb. 4.3.: Allgemeine Modellbeschreibung für ein Teilmodell

Dieses Blockschaltbild beinhaltet die Modellschnittstellen der Eingangsgrößen $\mathbf{W}(s_E)$, $\mathbf{t}(s_E)$, \mathbf{k}_E , \mathbf{A}_E und die Modellschnittstellen der Ausgangsgrößen $\mathbf{W}(s_A)$, $\mathbf{t}(s_A)$, \mathbf{k}_A und \mathbf{A}_A . Bei diesen Größen wird zwischen Positionierungsschnittstellen und den Strahlparametern unterschieden. Die Positionierungsschnittstellen sind der Komponentenaufpunkt $\mathbf{W}(s_E)$ und die Komponentenrichtung $\mathbf{t}(s_E)$. Die Strahlparameter sind die Strahlauflpunkte \mathbf{A}_E und \mathbf{A}_A und die Strahlrichtungen \mathbf{k}_E und \mathbf{k}_A . Das Blockschaltbild beinhaltet die gegebenen Modellparameter und die zu bestimmenden Modellparameter. Diese sind in dem Blockschaltbild als Strahlparameter gekennzeichnet.

Innerhalb jedes Blocks wird eine Unterteilung in *Positionierung* und *Grundmodell* vorgenommen. Mit Hilfe der Positionierung werden automatisch aus den gegebenen Topologieparametern, Geometrieparametern und den Eingangsschnittstellen $\mathbf{W}(s_E)$, $\mathbf{t}(s_E)$ die Ausgangsschnittstellen $\mathbf{W}(s_A)$, $\mathbf{t}(s_A)$ bestimmt. Damit ist die vereinfachte Integration von Teilmodellen zu einem Gesamtmodell möglich, da

$$\mathbf{W}^n(s_A) = \mathbf{W}^{n+1}(s_E) \quad \wedge \quad \mathbf{t}^n(s_A) = \mathbf{t}^{n+1}(s_E) \quad (4.13)$$

gilt. Die hochgestellten Indizes n entsprechen dem aktuellen Teilmodell und $n+1$ dem nachfolgenden Teilmodell. Die Kaskadierung der nachfolgenden Segmente erfolgt nach der sukzessiven Übergabe der Modellparameter an alle Segmente und nach der Übergabe des Aufpunkts $\mathbf{W}^1(s_E)$ und der Richtung $\mathbf{t}^1(s_E)$ des ersten Segmentes automatisch. Dieser Vorgang wird einmalig vor der Strahlparameterberechnung durchgeführt.

Mit Hilfe der Topologieparameter wird das zu wählende Grundmodell festgelegt, z. B. ein gerader oder ein gekrümmter Kanalwellenleiter. Durch die Übergabe der Geometrie- und Materialparameter wird aus dem Grundmodell direkt das Teilmodell generiert. Damit ist es möglich, Modellparameter wie Brechungsindex und Wellenleiterlänge zu ändern, ohne eine Neuentwicklung des Grundmodells durchzuführen. Basierend auf den gegebenen Modellparametern und den Eingangsgrößen werden die Ausgangsgrößen \mathbf{A}_A und \mathbf{k}_A unter Zuhilfenahme des Teilmodells bestimmt. Bei der Kaskadierung der Teilmodelle zu einem Gesamtmodell werden diese Ausgangsgrößen als Schnittstellen zwischen den Teilmodellen verwendet

$$\mathbf{k}_A^n = \mathbf{k}_E^{n+1} \quad \wedge \quad \mathbf{A}_A^n = \mathbf{A}_E^{n+1}. \quad (4.14)$$

Ziel ist es, die Strahlausgangsgrößen und Strahlverlaufparameter zeiteffizient innerhalb jedes Modells zu berechnen und damit das Gesamtmodell durch die Kaskadierung der einzelnen Modelle zeiteffizient zu bestimmen.

4.3.3. Strategien zur Generierung von zeiteffizienten Modellen

Die in dieser Arbeit betrachteten Wellenleiter haben aufbaubedingt einen nahezu rechteckförmigen Kernquerschnitt, siehe Abschnitt 3.1.2. Diese Wellenleiter werden als zusätzliche optische Lage in einen herkömmlichen Lagenaufbau einer Leiterplatte integriert. Aus diesem Grund verläuft die Wellenleitertrajektorie in einer Ebene. Diese Eigenschaften sind die Grundlage für die Generierung von zeiteffizienten Modellen. In Abschnitt 4.3.3.1 werden Symmetrieeigenschaften des Kanalwellenleiteraufbaus ausgenutzt, um zeiteffiziente Modelle zu konzipieren. Abschließend wird in Abschnitt 4.3.3.2 die Vermeidung von Redundanzen zur weiteren Optimierung der Strahlparameterberechnung beschrieben.

4.3.3.1. Symmetriebetrachtungen

Aufgrund des rechteckförmigen Kernquerschnitts stehen die Wellenleiterberandungen orthogonal zueinander. Die Berandungsnormalen und die Trajektoriennormalen bilden an jedem Ort innerhalb des Kanalwellenleiters ein rechthändiges Koordinatensystem, siehe Gleichung (4.4). Jede Strahlrichtung kann mit Hilfe dieser lokalen Vektoren beschrieben werden.

Betrachtet wird ein Strahl mit der lokalen Strahlrichtung⁴ \mathbf{k}_l^m , der am lokalen Aufpunkt \mathbf{A}_l die Berandung mit der lokalen Berandungsnormalen $-\mathbf{n}_1(s_l)$ trifft, siehe Abbildung 4.4. Die lokale Strahlrichtung \mathbf{k}_l^m wird am Aufpunkt \mathbf{A}_l durch die lokalen orthogonalen Vektoren beschrieben

$$\mathbf{k}_l^m = [\mathbf{k}_l^m \cdot \mathbf{n}_1(s_l)] \mathbf{n}_1(s_l) + [\mathbf{k}_l^m \cdot \mathbf{n}_2] \mathbf{n}_2 + [\mathbf{k}_l^m \cdot \mathbf{t}(s_l)] \mathbf{t}(s_l). \quad (4.15)$$

⁴Der Index m kennzeichnet hier die Anzahl der bisherigen inneren Reflexionen.

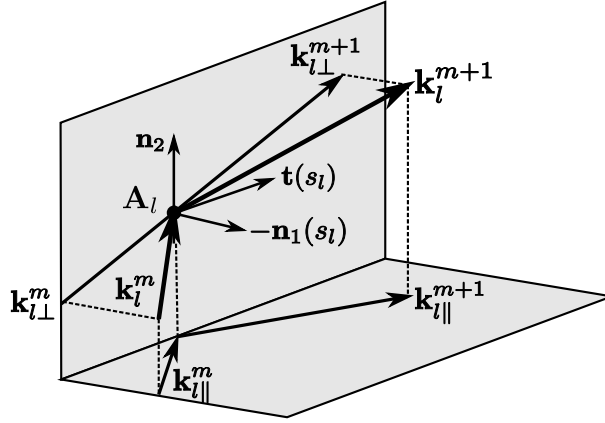


Abb. 4.4.: Reflexion des einfallenden Strahls k_l^m an einer Berandungsebene mit dem Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s_l)$

Mit Hilfe des Reflexionsgesetzes (2.80) erfolgt die Bestimmung des reflektierten Strahls mit der lokalen Strahlrichtung \mathbf{k}_l^{m+1} aus dem einfallenden Strahl \mathbf{k}_l^m und der Normalen $\mathbf{n}_1(s_l)$

$$\mathbf{k}_l^{m+1} = \mathbf{k}_l^m - 2 [\mathbf{k}_l^m \cdot \mathbf{n}_1(s_l)] \mathbf{n}_1(s_l). \quad (4.16)$$

Zu erkennen ist, dass nur die Vektorkomponenten der Strahlrichtung in Richtung der Berandungsnormalen der beteiligten Wellenleiterberandung im reflektierten Strahl geändert werden.

Der Strahlverlauf innerhalb des rechteckförmigen Wellenleiters kann damit durch die zwei Strahlverläufe $\mathbf{k}_{l||}$ und $\mathbf{k}_{l\perp}$ innerhalb von zwei orthogonalen Ebenen bestimmt werden. Die Berechnung des Strahlverlaufs innerhalb einer planaren Fläche ist zeiteffizienter als die Berechnung des Strahlverlaufs im Raum. Bei der Schnittpunktsuche in dieser Fläche muss nur der Schnittpunkt mit den vier Begrenzungsgeraden und nicht mit sechs Flächen bestimmt werden. Nachdem die orthogonalen Strahlverläufe berechnet sind, wird der resultierende Strahlverlauf im Raum aus der Überlagerung der einzelnen Strahlverläufe bestimmt. In Kapitel 5 werden analytische Verfahren für die Strahlparameterberechnung von geraden und konstant gekrümmten Schichtwellenleitern vorgestellt. Basierend auf den analytischen Berechnungen wird in Kapitel 6 die Orthogonalität der Wellenleiterberandungen ausgenutzt, um analytische bzw. semianalytische Modelle für rechteckförmige Wellenleiter und mikrooptische Komponenten zu entwickeln.

4.3.3.2. Redundanzvermeidung

In dem letzten Abschnitt ist die Strahlverlaufsberechnung im Raum innerhalb des rechteckförmigen Wellenleiters durch zwei Strahlverlaufsberechnungen in orthogonalen Ebenen ersetzt worden. Hierbei wird der Strahlverlauf auf diese orthogonalen Ebenen projiziert und innerhalb der Ebenen separat berechnet. Anschließend wird der resultierende Strahlverlauf im Raum aus diesen beiden Strahlverläufen bestimmt. Im Folgenden wird die Projektion auf eine Ebene näher betrachtet, um Redundanzen bei der Berechnung des resultierenden Strahlpfades zu erkennen.

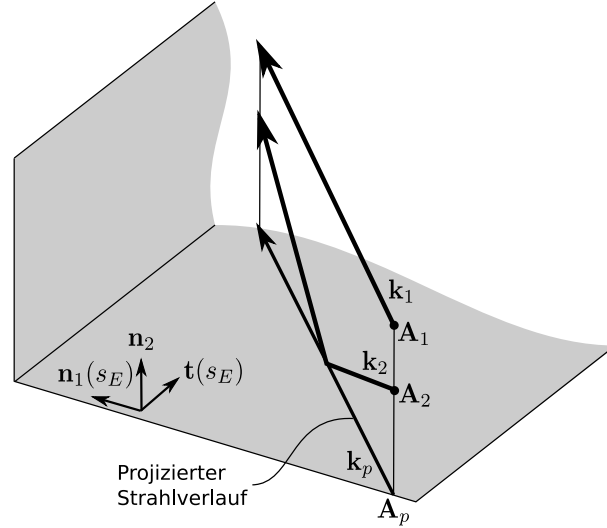


Abb. 4.5.: Identische Projektion zweier Strahlen mit unterschiedlichen Strahlrichtungen

Gegeben sind zwei Strahlen mit den Strahlaufpunkten \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 und den unterschiedlichen initialen Strahlrichtungen \mathbf{k}_1 und \mathbf{k}_2 . Die Strahlrichtungen werden durch

$$\mathbf{k}_{pi} = N_{pi} [(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{n}_1(s_E))\mathbf{n}_1(s_E) + (\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{t}(s_E))\mathbf{t}(s_E)] \quad i \in [1, 2] \quad (4.17)$$

und

$$N_{pi} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{n}_2)^2}}$$

auf die Ebene mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_2 projiziert. Durch den Normierungsfaktor N_{pi} gilt für den Betrag aller projizierten Strahlrichtungen

$$|\mathbf{k}_{pi}| = 1.$$

Gilt nun für die Aufpunkte

$$\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 = h \mathbf{n}_2 \quad \wedge \quad h \in \left[-\frac{H}{2}, \frac{H}{2}\right]$$

und für die Komponenten der Strahlrichtungen

$$N_{p1}(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{n}_1(s_E)) = N_{p2}(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{n}_1(s_E)) \quad \wedge \quad N_{p1}(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{t}(s_E)) = N_{p2}(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{t}(s_E)),$$

so sind die resultierenden projizierten Strahlverläufe in der Ebene mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_2 identisch, siehe Abbildung 4.5.

Damit kann ein projizierter Aufpunkt \mathbf{A}_p auf der Projektionskante W_{pE} , Gleichung (4.11), und eine projizierte Strahlrichtung \mathbf{k}_p bestimmt werden.

$$\mathbf{A}_p = (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{t}(s_E))\mathbf{t}(s_E) + (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{n}_1(s_E))\mathbf{n}_1(s_E), \quad (4.18)$$

$$\mathbf{k}_p = N_{pi} [(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{n}_1(s_E))\mathbf{n}_1(s_E) + (\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{t}(s_E))\mathbf{t}(s_E)] \quad \forall i \in [1, 2]. \quad (4.19)$$

Alle Strahlen, die diesen Bedingungen genügen, haben identische projizierte Strahlverläufe in der Ebene mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_2 . Dieser Strahlverlauf muss nur einmal berechnet werden und kann für weitere Strahlen verwendet werden. In Kapitel 7 wird diese Eigenschaft ausgenutzt, um ein Mehrtormodell zu generieren.

4.4. Zusammenfassung

Zielsetzung bei der Modellgenerierung in dieser Arbeit ist die zeiteffiziente Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens von vielmodigen Wellenleitern mit rechteckförmigem Kernquerschnitt. Um dieses Übertragungsverhalten eines komplexen Gesamtmodells zu bestimmen, wird ein modulares Konzept vorgeschlagen. Hierbei wird das Prinzip der Partitionierung des Gesamtsystems in Teilsysteme und Grundelemente angewendet. Für jedes Grundelement muss ein entsprechendes Grundmodell existieren. Das Gesamtmodell wird durch die Integration der Grundmodelle zu Teilmodellen und der Kaskadierung dieser Teilmodelle generiert. Ziel ist die zeiteffiziente Bestimmung der Strahlparameter jedes emittierten Strahls durch diese Grundmodelle. Damit werden auch die Strahlparameter des Gesamtmodells zeiteffizient berechnet. Als Erweiterung soll jedes Teilmodell durch die Übergabe von Modellparametern an das Grundmodell entstehen, ohne dass die zugrunde liegenden Algorithmen geändert werden.

Für die Modellgenerierung der Grund- und Teilmodelle existieren zwei unterschiedliche Modellierungsebenen: die Modellierung in der Mikro- und in der Makroebene. Im Hinblick auf eine zeiteffiziente und komponentenübergreifende Simulation ist die Modellierung in der Makroebene erfolgversprechend. Bei dieser Modellierung wird zwischen dem deterministischen und dem deskriptiven Modell unterschieden.

Hinsichtlich der partitionellen Zerlegung eines Systems wird eine konforme Beschreibung der Wellenleitertrajektorie und der Kerngrenzhülle vorgeschlagen. Hierbei gehen alle Orts- und Richtungsvektoren aus dem Verlauf der Wellenleitertrajektorien $\mathbf{W}(s)$ und dem Normalenvektor \mathbf{n}_2 hervor. Mit Hilfe der konformen Beschreibung, der Modellparameter und der Schnittstellen kann ein Integrationskonzept für die Teilmodelle entwickelt werden. Bei diesem Konzept erfolgt die Integration der Grundmodelle und die Kaskadierung der Teilmodelle automatisch.

Für die Generierung zeiteffizienter Modelle für Wellenleiter mit rechteckförmigem Kernquerschnitt sind zwei Strategien diskutiert worden. Die erste Strategie beinhaltet Symmetriebetrachtungen der Wellenleiterberandungen. Diese Symmetriebetrachtungen werden in Kapitel 5 und 6 verwendet, um zeiteffiziente Grundmodelle und Teilmodelle zu entwickeln. Mit Hilfe der zweiten Strategie wird die Anzahl der zu berechnenden Strahlwege durch Vermeidung von Redundanzen reduziert. Unter Ausnutzung dieser Redundanzvermeidung wird in Kapitel 7 ein Mehrortmodell generiert.

Modelle für Schichtwellenleiterstrukturen

Im vorangegangenen Abschnitt 4.3.3 wurden Optimierungsstrategien für die Bestimmung von Strahlparametern im Raum vorgestellt. Eine Strategie ist die Projektion jedes Strahls auf orthogonale Berandungsflächen und die Berechnung der Strahlverläufe innerhalb dieser Flächen. Eine Strahlverfolgung innerhalb einer Fläche ist zeiteffizienter als eine Strahlverfolgung im Raum. Physikalisch können diese Flächen als dielektrische Schichtwellenleiterstrukturen interpretiert werden. Der Strahl hat keine Komponente in Richtung des Normalenvektors der Fläche.

Im Folgenden wird die Projektionsstrategie weitergeführt. Die klassische Strahlverfolgung innerhalb von Schichtwellenleitern wird durch Berechnungsverfahren ersetzt, die auf analytisch lösbaren Gleichungen beruhen. Diese bieten den Vorteil der höheren Genauigkeit und der zeiteffizienteren Berechnung der Strahlparameter. Die entwickelten analytischen Berechnungsverfahren bilden für einen bestimmten Trajektorienverlauf (gerader oder konstant gekrümmter Schichtwellenleiter) das Grundmodell, siehe Abschnitt 4.3.2. Durch die Initialisierung des Grundmodells mit den Geometrieparametern und den Materialparametern entsteht aus diesem das benötigte Teilmodell. Weiterhin müssen die Kaskadierbarkeit und die Anbindung an die Modellparameter gewährleistet sein. Durch die Einbettung der entwickelten Grundmodelle in die Teilmodelle entsprechend dem in Abbildung 4.3 vorgestellten Blockschaltbild wird dies gewährleistet.

Die Kopplung zwischen einem Schichtwellenleiter und der Umgebung (Luft) wird, bei dem in dieser Arbeit verwendeten modularen Konzept, als eigenständiges Modell implementiert und im Folgenden nicht weiter betrachtet, siehe Anhang B.1. Alle initialen Strahlaufpunkte befinden sich somit auf der Stirnfläche des Schichtwellenleiters im Kernmaterial n_{core} . Das Snelliussche Brechungsgesetz (2.80) für die Ein- und Auskopplung muss nicht mehr angewendet werden.

5.1. Planarer Schichtwellenleiter

Betrachtet wird ein planarer dielektrischer Schichtwellenleiter der Länge L und Weite W , siehe Abbildung 5.1. Ein höherbrechender Kern ist in einen niederbrechenden Mantel eingebettet.

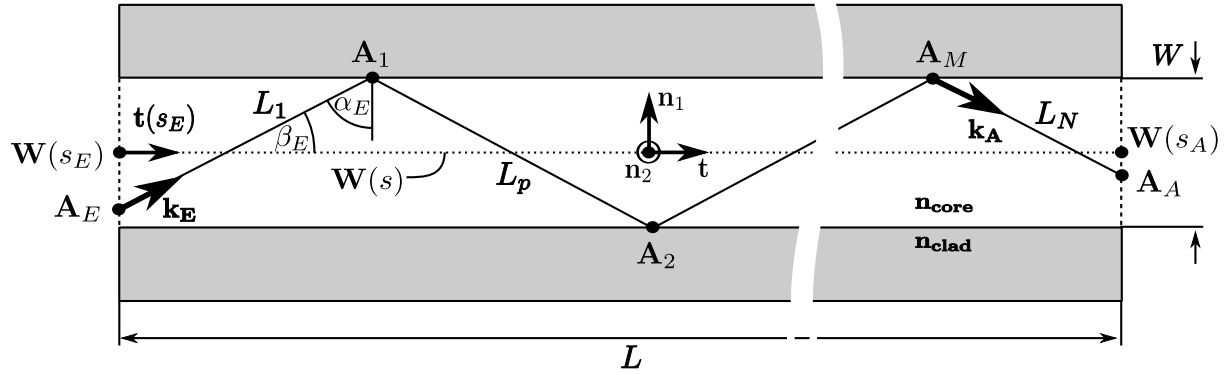


Abb. 5.1.: Strahlverlauf innerhalb eines geraden Schichtwellenleiters

Der Schichtwellenleiter kann vollständig mit der in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Trajektorie $\mathbf{W}(s)$ beschrieben werden. Bei einem planaren Schichtwellenleiter ist die Trajektorienrichtung $\mathbf{t}(s)$ und damit auch der Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s)$ unabhängig von der Weglänge s . Weiterhin gilt an jedem Ort innerhalb des Schichtwellenleiters die folgende Beziehung zwischen den Vektoren \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 und \mathbf{t}

$$\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \mathbf{t}.$$

Diese Vektoren bilden ein lokales Rechtssystem, siehe auch Gleichung (4.4).

5.1.1. Analytische Strahlparameterberechnung

Für die analytische Berechnung der Strahlparameter wird der Strahl \mathbf{S}_E betrachtet. Dieser Strahl mit der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E wird am Aufpunkt \mathbf{A}_E in den Wellenleiter eingekoppelt, siehe Abbildung 5.1. Aufgrund des konstanten Reflexionswinkels α_E an den Berandungen (2.79) propagiert der Strahl auf einem zickzackförmigen Pfad durch den Schichtwellenleiter. Am Aufpunkt \mathbf{A}_A trifft der Strahl unter der Strahlrichtung \mathbf{k}_A auf die ausgangsseitige Stirnfläche des Schichtwellenleiters. Für eine Kaskadierung von Teilmodellen müssen somit neben der gesamten Strahlpfadlänge L_G auch der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_A und die Strahlrichtung \mathbf{k}_A bestimmt werden.

Ein Strahl propagiert verlustlos durch den Schichtwellenleiter, solange der Winkel β_E

$$\cos(\beta_E) = \mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t} \quad (5.1)$$

zwischen der Trajektoriennormalen \mathbf{t} und der Strahlrichtung \mathbf{k}_E kleiner als der Winkel β_G

$$\beta_G = \frac{\pi}{2} - \alpha_G \quad (5.2)$$

ist. Dabei ist α_G der Winkel der Totalreflexion, siehe Gleichung (2.81). Ist der eingeschlossene Winkel β_E größer als der Winkel β_G , so nimmt die Intensität des Strahls in Abhängigkeit von der Polarisierung und dem Einfallswinkel bei jeder Reflexion an der dielektrischen Berandung mit dem Reflexionskoeffizienten $R < 1$ ab, siehe Gleichungen (2.89) und (2.90). Aus diesem Grund werden für die Bestimmung der Strahlparameter von geraden Schichtwellenleitern nur Strahlen berücksichtigt, die innerhalb der Totalreflexion geführt werden.

Der in Abbildung 5.1 dargestellte Strahl trifft an den Aufpunkten \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 die Wellenleiterberandung und am Aufpunkt \mathbf{A}_A auf die ausgangsseitige Wellenleiterstirnfläche. Die gesamte geometrische Strahllänge L_G innerhalb des Wellenleiters kann durch Addition aller N Teilstrahllängen L_n zwischen den Aufpunkten berechnet werden

$$L_G = \sum_{n=1}^N L_n. \quad (5.3)$$

Aufgrund der konstanten Wellenleiterweite W und des Reflexionsgesetzes (2.79) kann die geometrische Strahllänge L_G aller geführten Strahlen ebenfalls durch

$$L_G = \frac{L}{\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}} \quad (5.4)$$

direkt bestimmt werden¹. Es ist zu erkennen, dass die Länge des optischen Pfades innerhalb eines dielektrischen Schichtwellenleiters unabhängig vom Aufpunkt \mathbf{A}_E auf der Wellenleiterstirnfläche und von der Wellenleiterweite W ist. Die Länge des geometrischen Strahlpfades L_G ist nur abhängig von der Wellenleiterlänge L und von der lokalen initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E . Wird für eine zeiteffiziente Berechnung der Übertragungsfunktion (2.127) nur die Strahllänge L_G benötigt, so muss nur Gleichung (5.4) ausgewertet werden.

Da der Winkel α_E , bedingt durch das Reflexionsgesetz (2.79), und die Wellenleiterweite W entlang der Trajektorie $\mathbf{W}(s)$ konstant sind, besteht der gesamte Strahlpfad aus drei unterschiedlichen Teilstrahllängen L_1 , L_p und L_N , siehe Abbildung 5.1. Die Teilstrahllänge L_1 ist der Abstand vom Strahlursprung \mathbf{A}_E bis zum ersten Auftreffen des Strahls auf einer der beiden Wellenleiterberandungen

$$L_1 = |\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_E|. \quad (5.5)$$

Zwischen zwei benachbarten inneren Aufpunkten \mathbf{A}_m und \mathbf{A}_{m+1} befindet sich die konstante Teilstrahllänge L_p

$$L_p = |\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_{m+1}|, \quad m \in [1, M-1], \quad M \in \mathbb{N}. \quad (5.6)$$

Der Wert M gibt die Anzahl der inneren Reflexionen an. Der Abstand zwischen dem letzten Aufpunkt auf einer Wellenleiterberandung \mathbf{A}_M und dem Aufpunkt \mathbf{A}_A ist die Teilstrahllänge L_N

$$L_N = |\mathbf{A}_M - \mathbf{A}_A|. \quad (5.7)$$

¹Hier wird der praxisnahe Fall $0 \ll \mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t} \leq 1$ betrachtet.

Die Teilstrahlänge L_1 ist abhängig vom Aufpunkt \mathbf{A}_E und der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E . Sie kann mit Hilfe der Vektorgleichung

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_E + L_1 \cdot \mathbf{k}_E = \mathbf{W}(s_E) + L_s \cdot \mathbf{t} + \begin{cases} +\frac{W}{2}\mathbf{n}_1 & \text{obere Berandungsebene,} \\ -\frac{W}{2}\mathbf{n}_1 & \text{untere Berandungsebene} \end{cases} \quad (5.8)$$

bestimmt werden. Die Länge L_s gibt die Länge der Wellenleitertrajektorie beim ersten Auftreffen des Strahls auf eine Berandungsebene an. Für eine Berechnung der Länge L_1 wird die Gleichung (5.8) mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_1 multipliziert. Durch Ausnutzung der Orthogonalität der lokalen Koordinatenvektoren, siehe Gleichung (4.4), kann die gesuchte Länge L_1

$$L_1 = \frac{\pm \frac{W}{2} - (\mathbf{A}_E - \mathbf{W}(s_E)) \cdot \mathbf{n}_1}{\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1} \quad (5.9)$$

direkt angegeben werden. Falls der Strahl die Berandungsebene nicht trifft, entspricht die Länge L_1 der Gesamtstrahlänge L_G , Gleichung (5.4).

Die Strahlpfadlänge L_p zwischen zwei benachbarten Strahlaufpunkten ist, bedingt durch das Reflexionsgesetz und die konstante Weite W , immer konstant [90]. Dieser Abstand wird mit Hilfe der Trajektorienrichtung \mathbf{t} des Wellenleiters, der Wellenleiterweite W und der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E bestimmt

$$L_p = \frac{W}{|\mathbf{t} \times \mathbf{k}_E|}. \quad (5.10)$$

Dieser Abstand ist immer größer als der Abstand L_N

$$L_p > L_N. \quad (5.11)$$

Mit der nun bekannten Teilstrahlänge L_p kann die Summation in (5.3) durch eine Multiplikation der Teilstrahlänge L_p mit der Anzahl der inneren Reflexionen M an den Wellenleiterberandungen ersetzt werden

$$L_G = L_1 + (M - 1) L_p + L_N. \quad (5.12)$$

Diese Gleichung ist nur gültig, wenn der Strahl mindestens einmal an der Wellenleiterberandung reflektiert wird. Für die Anzahl der Reflexionen M gilt dann

$$M \in \mathbb{N} \quad \wedge \quad M > 0. \quad (5.13)$$

In Gleichung (5.12) sind die Längen L_1 , L_G und L_p bekannt, die Anzahl der Reflexionen M und die Länge L_N sind noch unbekannt. Um M zu bestimmen, wird aus (5.12) die unbekannte Länge L_N entfernt. Damit ergibt sich folgende Ungleichung

$$L_G > L_1 + (M - 1) L_p. \quad (5.14)$$

Unter Beachtung der Bedingungen (5.11) und (5.13) wird M durch

$$M = 1 + \left\lfloor \frac{L_G - L_1}{L_p} \right\rfloor \quad (5.15)$$

berechnet². Mit der nun bekannten Anzahl der Reflexionen wird mit Gleichung (5.12) die fehlende Länge L_N bestimmt.

Die Strahlrichtung \mathbf{k}_E kann durch die Normalenvektoren des lokalen Koordinatensystems beschrieben werden

$$\mathbf{k}_E = (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1) \mathbf{n}_1 + (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t}. \quad (5.16)$$

Durch Reflexionen an den Wellenleiterberandungen mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_1 wird nur das Vorzeichen der transversalen Komponenten der Strahlrichtung \mathbf{k}_E verändert, somit wird die Strahlrichtung \mathbf{k}_A durch

$$\mathbf{k}_A = (-1)^M (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1) \mathbf{n}_1 + (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t} \quad (5.17)$$

direkt ermittelt. Um den Strahlaufpunkt \mathbf{A}_A zu bestimmen, wird zuerst der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_M , siehe Abbildung 5.1, auf der Wellenleiterberandung berechnet

$$\mathbf{A}_M = \mathbf{W}(s_E) + [L_G - L_N] (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t} + (-1)^{(M-1)} \frac{W}{2} \frac{\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1}{|\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1|} \mathbf{n}_1. \quad (5.18)$$

Anschließend kann \mathbf{A}_A direkt angegeben werden

$$\mathbf{A}_A = \mathbf{A}_M + L_N \mathbf{k}_A. \quad (5.19)$$

Damit werden alle für eine Kaskadierung und für die Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens notwendigen Strahlparameter des geraden Schichtwellenleiters analytisch berechnet. Auf eine zeitaufwendige Berechnung sämtlicher Strahlaufpunkte \mathbf{A}_m und Strahlrichtungen \mathbf{k}_m kann verzichtet werden.

5.1.2. Zeiteffizienz des Verfahrens

Die Zeiteffizienz eines Verfahrens zur Strahlparameterberechnung kann mit Hilfe der Anzahl der zu durchlaufenden Rechenschritte zur Bestimmung sämtlicher Parameter bewertet werden. Wie in diesem Abschnitt vorgestellt, können die gesuchten Parameter \mathbf{A}_A , \mathbf{k}_A und L_G durch acht direkt lösbare Gleichungen berechnet werden. Dies sind die jeweiligen Gleichungen zur Bestimmung der Parameter L_1 , L_p , M , L_G , L_N , \mathbf{A}_M , \mathbf{k}_A und \mathbf{A}_A . Zusätzlich wird überprüft, ob der Strahl die Bedingung der Totalreflexion erfüllt. Die Berechnungszeit zur Bestimmung der Strahlparameter mit Hilfe dieses Verfahrens ist somit unabhängig von den Material- und Geometrieparametern des Schichtwellenleiters und der initialen Strahlrichtung. Es ist damit im Gegensatz zu klassischen Strahlverfolgungsverfahren, siehe Abschnitt 3.3.1, unabhängig von der Anzahl der zu bestimmenden inneren Reflexionen M . Damit ist die Berechnungszeit für jeden Strahlverlauf konstant. Dies gilt für alle eingekoppelten Strahlen.

²Durch die Abrundungsklammer $y = \lfloor x \rfloor$ wird die nächste abgerundete ganze Zahl bestimmt, somit folgt $y \in \mathbb{Z}$.

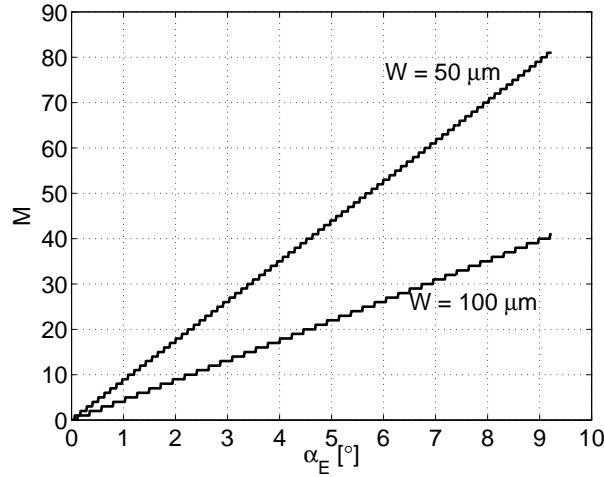


Abb. 5.2.: Abhängigkeit der Anzahl der Reflexionen M von der Wellenleiterweite W innerhalb eines geraden Schichtwellenleiters der Länge $L = 25\text{mm}$

Die Abbildung 5.2 stellt die Anzahl der Reflexionen M innerhalb eines geraden Schichtwellenleiters mit der Länge $L = 25\text{mm}$ und den Wellenleiterweiten $W = 100\mu\text{m}$ und $50\mu\text{m}$ in Abhängigkeit des Winkels α_E dar. Auf der Abszisse ist der Winkel α_E und auf der Ordinate ist die entsprechende Anzahl der Reflexionen aufgetragen. Der Winkel α_E ist der Winkel zwischen der Wellenleitertrajektorienormalen \mathbf{t} und der Strahlrichtung \mathbf{k}_E

$$\cos(\alpha_E) = \mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}.$$

Mit zunehmendem Winkel α_E nimmt die Anzahl der zu bestimmenden Reflexionen M treppenförmig zu. Der Treppenverlauf ist abhängig von der Weite W und der Wellenleiterlänge L . Die Anzahl M ist invers proportional zu der Wellenleiterweite W und nimmt mit zunehmender Wellenleiterweite linear ab. Für Wellenleiter mit längerer Wellenleitertrajektorie nimmt die Anzahl zu.

Die Anzahl M gibt außerdem die Anzahl der zu durchlaufenden inneren `while()`-Schleifen in Algorithmus 1, Seite 48 an. Für einen Wellenleiter der Weite $W = 50\mu\text{m}$ wird bei dem Winkel $\alpha_E = 9^\circ$ die innere Schleife ca. 80 mal durchlaufen. Bei jedem Schleifendurchlauf muss sukzessive der Strahlaufpunkt auf drei unterschiedlichen Berandungen bestimmt und der physikalisch sinnvolle ausgewählt werden. Anschließend wird die weiterführende lokale Strahlrichtung bestimmt. Damit müssen fünf Gleichungen bei jedem Schleifendurchlauf berechnet werden. Insgesamt benötigt die Berechnung dieses Strahls mit Hilfe eines klassischen Strahlverfolgungsalgorithmus 400 Berechnungsschritte. Im Gegensatz dazu müssen bei dem vorgestellten analytischen Verfahren nur acht Berechnungsschritte durchgeführt werden.

5.1.3. Blockschaltbild

Das vorgestellte Verfahren ist flexibel anwendbar. Die zugrunde liegenden Gleichungen werden durch Variation der Material- und Geometrieparameter nicht verändert. Daher ist das Grundmodell für alle geraden Schichtwellenleiter identisch. Durch Übergabe der

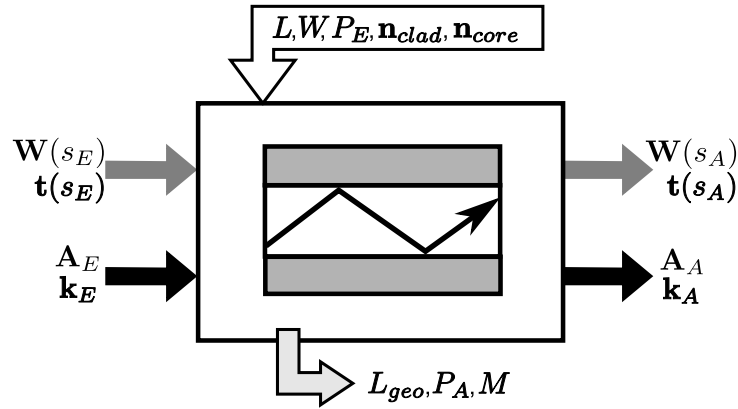


Abb. 5.3.: Blockschaltbild des geraden Schichtwellenleiters

Material- und Geometrieparameter wird aus dem Grundmodell direkt das Teilmodell entwickelt. Diese Vorgehensweise wurde in Abschnitt 4.3 vorgestellt. Für die Integration eines Grundmodells in ein Teilmodell kann deshalb das beschriebene Grundmodell in ein, wie in Abschnitt 4.3.2 vorgestelltes, Blockschaltbild integriert werden, siehe Abbildung 5.3.

Als Eingangsparameter werden vor der Berechnung der Strahlparameter einmalig der Aufpunkt $\mathbf{W}(s_E)$, die Wellenleiterrichtung $\mathbf{t}(s_E)$ sowie die Material- und die Geometrieparameter übergeben. Basierend auf diesen Parametern erfolgt die einmalige Bestimmung der Ausgangsparameter $\mathbf{W}(s_A)$ und $\mathbf{t}(s_A)$. Bei der Simulationdurchführung werden für die Berechnung der ausgangsseitigen Strahlparameter alle Strahlen sukzessive an dieses Teilmodell übergeben.

5.2. Schichtwellenleiter mit konstant gekrümmter Trajektorie

Betrachtet wird ein in \mathbf{n}_2 -Richtung unendlich ausgedehnter dielektrischer Schichtwellenleiter mit konstant gekrümmter Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$, siehe Abbildung 5.4. Für die Trajektorienaufpunkte $\mathbf{W}(s_E)$ und $\mathbf{W}(s_A)$ gilt

$$\mathbf{W}(s_E) = \mathbf{A}_R + \left(R + \frac{W}{2}\right) \mathbf{n}_1(s_E), \quad (5.20)$$

$$\mathbf{W}(s_A) = \mathbf{A}_R + \left(R + \frac{W}{2}\right) \mathbf{n}_1(s_A), \quad (5.21)$$

$$\cos(\gamma_G) = \mathbf{n}_1(s_E) \cdot \mathbf{n}_1(s_A). \quad (5.22)$$

In diesen Gleichungen ist \mathbf{A}_R der Krümmungsmittelpunkt, R der konstante Krümmungsradius, W die konstante Wellenleiterweite und γ_G der Mittelpunktswinkel. Der Trajektorienvektor $\mathbf{t}(s)$ und der Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s)$ sind abhängig von der Weglänge s . An jedem

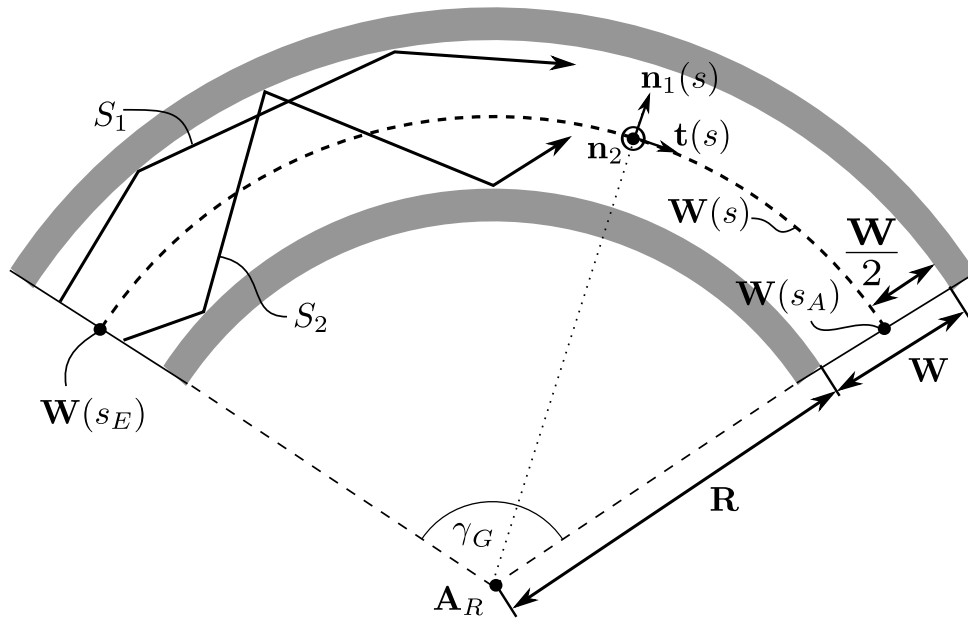


Abb. 5.4.: Wellenleitertrajektorie und Strahlverläufe eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters

beliebigen Aufpunkt \mathbf{A} innerhalb des Wellenleiters kann ein lokales Koordinatensystem

$$\mathbf{n}_1(s) \times \mathbf{n}_2 = \mathbf{t}(s), \quad s \in [s_E, s_A] \quad (5.23)$$

in Abhängigkeit von der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ und der Weglänge s angegeben werden.

5.2.1. Analytische Strahlparameterberechnung

Bedingt durch den konstanten Krümmungsradius R und die konstante Wellenleiterweite W entlang der Wellenleitertrajektorie existieren nur zwei unterschiedliche Strahlverläufe,

siehe Abbildung 5.4.

1. Der Strahl S_1 wird nur an der äußeren Berandung reflektiert. In der Literatur werden diese Strahlen als *Whispering-Gallery-Rays* bezeichnet [90].
2. Der Strahl S_2 wird an der äußeren und an der inneren Berandung reflektiert. Der Strahlverlauf ist zickzackförmig.

In den folgenden Abschnitten werden die Strahlparameter für die unterschiedlichen Strahlverläufe bestimmt.

5.2.1.1. Strahlreflexion nur an der äußeren Berandung

Betrachtet wird der eingeführte konstant gekrümmte Schichtwellenleiter. An der Wellenleiterstirnfläche wird der Strahl S_E mit dem Aufpunkt \mathbf{A}_E und der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E in den Wellenleiter eingekoppelt, siehe Abbildung 5.5. Der Strahl trifft am Aufpunkt \mathbf{A}_1 die äußere Wellenleiterberandung. An diesem Aufpunkt wird der Strahl reflektiert und propagiert unter der neuen Strahlrichtung \mathbf{k}_1 durch den Wellenleiter zum Aufpunkt \mathbf{A}_2 . Dabei überstreicht er den Mittelpunktswinkel γ_p . Bedingt durch das Reflexionsgesetz (2.79) gilt an den Aufpunkten \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2

$$\cos(\alpha_1) = \mathbf{n}_1(s_1) \cdot \mathbf{k}_E = -\mathbf{n}_1(s_1) \cdot \mathbf{k}_1, \quad (5.24)$$

$$\cos(\alpha_2) = \mathbf{n}_1(s_2) \cdot \mathbf{k}_1 = -\mathbf{n}_1(s_2) \cdot \mathbf{k}_2. \quad (5.25)$$

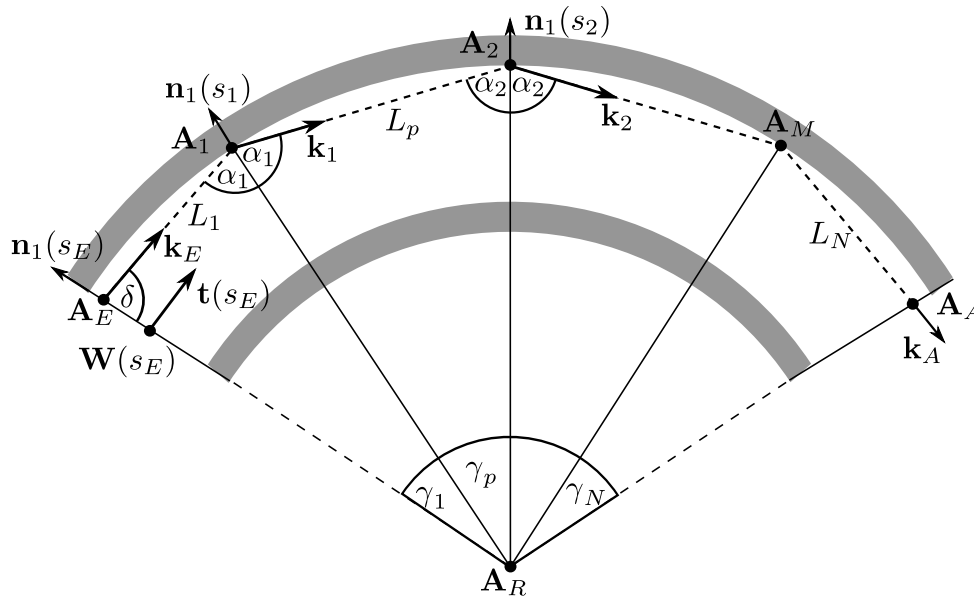


Abb. 5.5.: Strahlverlauf eines nur an der äußeren Berandung reflektierten Strahls innerhalb eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters

Wie in Abbildung 5.5 zu erkennen, kann durch die Aufpunkte \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 und den Krümmungsmittelpunkt \mathbf{A}_R ein ebenes gleichschenkliges Dreieck mit der Schenkellänge L_S

$$L_S = R + W \quad (5.26)$$

und einer Basis mit der Länge L_p gebildet werden. Damit können die folgenden Beziehungen zwischen den Winkeln aufgestellt werden

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad (5.27)$$

$$\gamma_p = \pi - 2\alpha. \quad (5.28)$$

Die Winkel α und γ_p und die Länge L_p sind für den Schichtwellenleiter mit der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E für alle folgenden Reflexionen an der äußeren Wellenleiterberandung konstant

$$\cos(\alpha) = -\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{n}_1(s_m), \quad \forall m \in [1, M]. \quad (5.29)$$

In dieser Gleichung ist M die unbekannte Anzahl der inneren Reflexionen. Der gesamte Strahlpfad L_G wird durch sukzessive Addition aller Teilstrahllängen

$$L_G = L_1 + (M - 1) \cdot L_p + L_N \quad (5.30)$$

bestimmt. Darin ist L_1 die Teilstrahllänge vom Strahlaufpunkt \mathbf{A}_E bis zum ersten Auftreffen auf die Wellenleiterberandung \mathbf{A}_1 und L_N die Strahllänge vom letzten Aufpunkt auf der Wellenleiterberandung \mathbf{A}_M bis zum Auftreffen auf die Wellenleiterstirnfläche \mathbf{A}_A . Um die Teilstrahllänge L_1 und den ersten Aufpunkt zu bestimmen, wird das Dreieck, das durch die Punkte \mathbf{A}_E , \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_R beschrieben wird, betrachtet

$$\underbrace{\mathbf{A}_E - \mathbf{A}_R}_{\mathbf{A}} + L_1 \mathbf{k}_E = (R + W) \cdot \mathbf{n}_1(s_1). \quad (5.31)$$

In dieser Gleichung sind die Länge L_1 und der Vektor $\mathbf{n}_1(s_1)$ unbekannt. Für physikalisch sinnvolle Lösungen muss gelten: $L_1 \geq 0$ und $0 < \alpha < \pi/2$. Mit

$$\frac{1}{R + W} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{k}_E + L_1) = \underbrace{\mathbf{n}_1(s_1) \cdot \mathbf{k}_E}_{\cos(\alpha)} \quad (5.32)$$

$$\frac{1}{R + W} (\mathbf{k}_E \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n}_2 = \underbrace{(\mathbf{k}_E \times \mathbf{n}_1(s_1)) \cdot \mathbf{n}_2}_{\sin(\alpha) \cdot \mathbf{n}_2} \quad (5.33)$$

werden die Länge L_1 , der Aufpunkt \mathbf{A}_1 und der Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s_1)$ am Aufpunkt berechnet. Weiter gilt für den Mittelpunktswinkel γ_1

$$\gamma_1 = \pi - (\alpha + \delta). \quad (5.34)$$

Darin ist δ der bekannte Winkel zwischen den Vektoren \mathbf{k}_E und $-\mathbf{n}_1(s_E)$, siehe Bild 5.5. Um die gesamte Strahlpfadlänge L_G zu bestimmen, werden in Gleichung (5.30) die Längen durch die zwischen den Aufpunkten überstrichenen Winkelbereiche ersetzt

$$\gamma_G = \gamma_1 + (M - 1) \gamma_p + \gamma_N. \quad (5.35)$$

Zusätzlich gilt die Bedingung

$$\gamma_N < \gamma_p. \quad (5.36)$$

Die Gleichung (5.35) und die Bedingung (5.36) entsprechen der Gleichung (5.12) und der Bedingung (5.11) des geraden Schichtwellenleiters. Aus diesem Grund erfolgt die weitere Vorgehensweise analog der in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Vorgehensweise.

Zur Bestimmung der Anzahl der Reflexionen M und des Winkels γ_N wird letzterer aus Gleichung (5.35) entfernt, es ergibt sich damit die Ungleichung

$$\gamma_G > \gamma_1 + (M - 1)\gamma_p. \quad (5.37)$$

Die Anzahl der Reflexionen kann unter Beachtung der Bedingung (5.36) mit Hilfe von Gleichung (5.28) und (5.34)

$$M = 1 + \left\lfloor \frac{\gamma_G - \gamma_1}{\gamma_p} \right\rfloor \quad (5.38)$$

angegeben werden. Mit M und (5.35) wird γ_N abschließend berechnet.

Der letzte Aufpunkt \mathbf{A}_M auf der Wellenleiterberandung wird mit einer Drehungsmatrix³ $\mathbf{D}(\gamma_G - \gamma_N, \mathbf{n}_2)$

$$\mathbf{A}_M = \mathbf{A}_R + (R + W) \underbrace{\mathbf{D}(\gamma_G - \gamma_N, \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_1(s_E)}_{\mathbf{n}_1(s_M)} \quad (5.39)$$

ermittelt [13]. Mit Hilfe des Sinussatzes können die Teilstrahllängen L_p , L_N und der Abstand $|\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_R|$ unter Verwendung der Schenkellängen, der Mittelpunktswinkel γ_p , γ_N und des Winkels α angegeben werden. Die Strahlrichtung am Wellenleiterausgang \mathbf{k}_A ist schließlich

$$\mathbf{k}_A = \frac{1}{L_N}(\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_M). \quad (5.40)$$

Die geometrische Strahllänge L_G und die Strahlparameter \mathbf{k}_A und \mathbf{A}_A können damit analytisch berechnet werden, ohne die Strahlaufpunkte \mathbf{A}_m und Strahlrichtungen \mathbf{k}_m innerhalb des Wellenleiters sukzessive zu bestimmen. Die Berechnungszeit ist somit unabhängig von der Trajektorienlänge L des Wellenleiters sowie von den Material- und Geometrieparametern.

Bedingung für Whispering-Gallery-Rays

Ein Strahl, der innerhalb eines gekrümmten Wellenleiters propagiert und keinen Aufpunkt auf der inneren Wellenleiterberandung hat, wird in der Literatur als Whispering-Gallery-Ray bezeichnet. Um eine Bedingung für diese Whispering-Gallery-Rays zu ermitteln, wird die folgende vektorielle Gleichung betrachtet

$$\underbrace{\mathbf{A}_R + (R + W) \mathbf{n}_1(s_1)}_{\mathbf{A}_1} + L_p \mathbf{k}_1 = \underbrace{\mathbf{A}_R + (R + W) \mathbf{n}_1(s_2)}_{\mathbf{A}_2}. \quad (5.41)$$

Diese Gleichung beschreibt einen Strahl mit dem Aufpunkt \mathbf{A}_1 auf der Wellenleiterberandung, siehe Abbildung 5.5. Die initiale Strahlrichtung, mit der der Strahl vom Aufpunkt \mathbf{A}_1 durch den Wellenleiter propagiert, ist \mathbf{k}_1 . Nachdem der Strahl die geometrische

³Eine Matrix-Vektor Multiplikation $\mathbf{b} = \mathbf{D}(\alpha, \mathbf{e}) \cdot \mathbf{a}$ dreht den Vektor \mathbf{a} um den Winkel α , mit dem Eigenvektor \mathbf{e} als Drehachse.

Weglänge L_p zurückgelegt hat, trifft er am Aufpunkt \mathbf{A}_2 wieder die äußere Wellenleiterberandung, ohne die innere Wellenleiterberandung zu berühren. Wird die Gleichung (5.41) beidseitig mit \mathbf{k}_1 multipliziert und werden die Skalarprodukte durch

$$\mathbf{n}_1(s_1) \cdot \mathbf{k}_1 = -\cos(\alpha) \quad (5.42)$$

$$\mathbf{n}_1(s_2) \cdot \mathbf{k}_1 = \cos(\alpha) \quad (5.43)$$

ersetzt, kann die Strahllänge L_p durch

$$L_p = 2(R + W) \cos(\alpha) \quad (5.44)$$

angegeben werden. Im Folgenden wird die Strahlrichtung so verändert, dass der Strahl gerade die untere Berandung am Aufpunkt $\tilde{\mathbf{A}}_2$

$$\tilde{\mathbf{A}}_2 = \mathbf{A}_R + R \mathbf{n}_1(\tilde{s}_2) \quad (5.45)$$

tangiert. Dann gilt für das Skalarprodukt der Vektoren an diesem Aufpunkt

$$\mathbf{n}_1(\tilde{s}_2) \cdot \mathbf{k}_1 = 0. \quad (5.46)$$

Die Vektoren stehen orthogonal zueinander, d. h. die Punkte \mathbf{A}_R , \mathbf{A}_1 und $\tilde{\mathbf{A}}_2$ beschreiben ein ebenes rechtwinkliges Dreieck mit den Seitenlängen R und \tilde{L}_p und der Hypotenuse $R + W$. Zudem gilt für die Länge \tilde{L}_p für den Fall, dass der Strahl die untere Berandung tangiert,

$$\tilde{L}_p = \frac{L_p}{2}.$$

Für die Strahllängen L_p kann damit die folgende Bedingung angegeben werden

$$L_p \leq 2\sqrt{(R + W)^2 - R^2}. \quad (5.47)$$

Jeder Strahl, der diese Bedingung erfüllt, ist ein Whispering-Gallery-Ray. Für größere Werte für L_p wird der Strahl zusätzlich an der inneren Berandung reflektiert. Mit den Gleichungen (5.44), (5.47) und (5.24) kann die Gleichung auf die Normalenvektoren $\mathbf{n}_1(s_1)$ und \mathbf{k}_E

$$\mathbf{n}_1(s_1) \cdot \mathbf{k}_E \leq \frac{\sqrt{W(2R + W)}}{R + W} \quad (5.48)$$

zurückgeführt werden, ohne die Länge L_p explizit zu berechnen.

5.2.1.2. Strahlreflexion an äußeren und inneren Berandungen

Im Allgemeinen wird ein Strahl nicht nur an der äußeren Berandung reflektiert, sondern an beiden Berandungen. Der Strahlverlauf ist dann zickzackförmig innerhalb des konstant gekrümmten Wellenleiters. In Abbildung 5.4 ist dies der Strahlverlauf des Strahls S_2 .

Bei der Berechnung der Strahlparameter muss als erstes unterschieden werden, ob der erste Aufpunkt des Strahls \mathbf{A}_1 auf der äußeren Berandung oder auf der inneren Berandung

liegt. Dazu wird die Gleichung (5.31) um die Möglichkeit erweitert, dass der Aufpunkt auch auf der unteren Berandung mit $\rho = R$ liegen kann

$$\mathbf{A} + L_1 \cdot \mathbf{k}_E = \underbrace{\begin{Bmatrix} R+W \\ R \end{Bmatrix}}_{\rho} \mathbf{n}_1(s_1). \quad (5.49)$$

Durch diese beiden Gleichungen werden maximal vier Schnittpunkte des Strahls mit den Berandungen berechnet. Anschließend wird der physikalisch sinnvolle aus der Lösungsmenge entnommen.

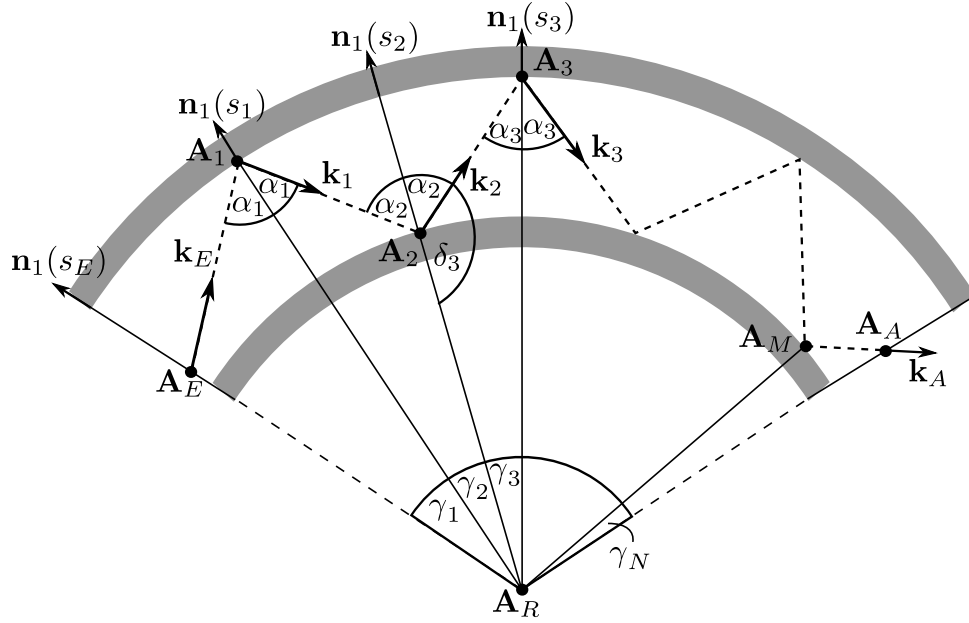


Abb. 5.6.: Strahlverlauf eines an der äußeren und inneren Berandung mehrfach reflektierten Strahls innerhalb eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Strahl mehrmals an der äußeren und der inneren Berandung reflektiert wird. Der erste und der dritte Strahlaufpunkt \mathbf{A}_1 , bzw. \mathbf{A}_3 befinden sich auf der äußeren Berandung, der zweite Aufpunkt \mathbf{A}_2 befindet sich auf der inneren Berandung⁴, siehe Abbildung 5.6. Für die Aufpunkte können die folgenden Vektorgleichungen aufgestellt werden

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \mathbf{A}_R + (R + W) \cdot \mathbf{n}_1(s_1), \\ \mathbf{A}_2 &= \mathbf{A}_R + R \cdot \mathbf{n}_1(s_2), \\ \mathbf{A}_3 &= \mathbf{A}_R + (R + W) \cdot \mathbf{n}_1(s_3). \end{aligned}$$

Die Punkte \mathbf{A}_R , \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 und die Punkte \mathbf{A}_R , \mathbf{A}_2 und \mathbf{A}_3 bilden jeweils die ebenen Dreiecke D_{R12} und D_{R23} . Die eingeschlossenen Winkel des ersten Dreiecks D_{R12} sind α_1 , γ_2 und δ_2 , hierbei ist

$$\delta_2 = \pi - \alpha_2.$$

⁴Die folgende Betrachtungen schließen ein erstes Auftreffen auf der inneren Berandung mit ein, Ausgangspunkt der Betrachtung ist dann \mathbf{A}_2 statt \mathbf{A}_1 .

Die Winkel des zweiten Dreiecks D_{R23} sind α_3 , δ_3 und γ_3 . Die Indizes der Dreiecke korrespondieren mit den Indizes der Aufpunkte. Bedingt durch das Reflexionsgesetz (2.79) sind die Winkel δ_3 und δ_2 identisch. In beiden Dreiecken ist jeweils eine Seite mit der konstanten Länge R und $R + W$ enthalten

$$\begin{aligned} |\mathbf{A}_R - \mathbf{A}_1| &= R + W, \\ |\mathbf{A}_R - \mathbf{A}_2| &= R, \\ |\mathbf{A}_R - \mathbf{A}_3| &= R + W. \end{aligned}$$

Zudem stimmen die Winkel δ_2 , die den Seiten mit der Länge $R + W$ gegenüberliegen, in beiden Dreiecken überein. Die beiden Dreiecke sind in Folge dessen kongruent⁵ [13]. Dadurch sind die Reflexionswinkel an der äußeren Berandung (α_1 , α_3), die vom Strahl überstrichenen Mittelpunktswinkel (γ_2 , γ_3) und die Abstände zwischen den Reflexionen innerhalb des Wellenleiters jeweils identisch

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_3, \\ \gamma_2 &= \gamma_3, \\ |\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2| &= |\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_3|. \end{aligned}$$

Diese Parameter sind aufgrund der konstanten Krümmung unverändert für alle folgenden Reflexionen des Strahls innerhalb des gekrümmten Schichtwellenleiters:

$$\alpha_i = \alpha_{i+2} \quad \forall i \in \{1, M-2\}, \quad (5.50)$$

$$\gamma_p = \gamma_2 \quad \forall p \in \{2, M-1\}, \quad (5.51)$$

$$L_p = |\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_{m+1}| \quad \forall m \in \{1, M-1\}. \quad (5.52)$$

Hierdurch können die in Abschnitt 5.2.1.1 vorgestellten Gleichungen verwendet werden, um die Strahlparameter M , L_G , \mathbf{k}_A und \mathbf{A}_A zu berechnen. Bei der Berechnung der Aufpunkte \mathbf{A}_M und \mathbf{A}_A und der Strahlrichtung \mathbf{k}_A mit Hilfe der Gleichung (5.39) muss zusätzlich berücksichtigt werden, ob der letzte Aufpunkt \mathbf{A}_M des Strahls auf der inneren oder auf der äußeren Berandung liegt. Dies wird durch die Betrachtung von M bestimmt. Ist M ungerade, so befindet sich \mathbf{A}_M auf der gleichen Berandung wie \mathbf{A}_1 .

Für einen zickzackförmigen Strahlverlauf innerhalb eines konstant gekrümmten Wellenleiters erfolgt die Berechnung der Strahlparameter L_G , \mathbf{A}_A und \mathbf{k}_A analytisch. Die zeitaufwändige sukzessive Berechnung aller inneren Aufpunkte \mathbf{A}_m und Reflexionsrichtungen \mathbf{k}_m entfällt hier. Die Berechnungszeit ist, wie bei dem Whispering-Gallery-Ray in Abschnitt 5.2.1.1, unabhängig von den Wellenleiterparametern.

5.2.2. Zeiteffizienz des Verfahrens

Die Zeiteffizienz eines Verfahrens zur Strahlparameterberechnung kann mit Hilfe der Anzahl der zu durchlaufenden Rechenschritte zur Bestimmung aller Parameter bewertet

⁵Zwei Dreiecke, die in zwei Seitenlängen (hier: Seiten mit der Länge R und mit der Länge $R + W$) und in jenem Winkel übereinstimmen, der der längeren Seite gegenüberliegt (hier der Winkel δ_2), sind kongruent (SSW).

werden. Zur Bestimmung dieser Strahlparameter werden bei dem in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahren sukzessive \mathbf{A}_1 , L_1 , γ_1 , α , γ_p , M , L_p , L_N , \mathbf{A}_M , \mathbf{k}_A , \mathbf{A}_A und L_G für jeden Strahl berechnet. Außerdem muss zwischen einem Whispering-Gallery-Ray und einen zickzackförmigem Strahlverlauf unterschieden werden. Diese Parameter werden mit einer konstanten Anzahl von zwölf analytisch lösbaren Gleichungen ermittelt. Die Anzahl der Berechnungsschritte ist somit unabhängig von den Material- und Geometrieparametern des Wellenleiters. Dadurch ist die Zeit zur Berechnung der Strahlparameter eines Strahls immer annähernd konstant. Bei der physikalischen Strahlverfolgung hängt die Anzahl der Berechnungsschritte und damit die Berechnungszeit pro Strahl direkt von M ab, siehe Abschnitt 3.3.1.

Für die Bestimmung von M wird ein gekrümmter Schichtwellenleiter mit der numerischen Apertur $A_N = 0.25$ und dem inneren Akzeptanzwinkel $\vartheta_N = 9.22^\circ$ betrachtet. Der Krümmungsradius ist $R = 20\text{mm}$ und der Krümmungswinkel beträgt $\gamma_G = \pi/2$. Um den Einfluss der Einkopplung zu vernachlässigen, befindet sich der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_E innerhalb des Materials des Wellenleiterkerns.

Die Variationsparameter sind die Wellenleiterweite W , die lokale Strahlrichtung \mathbf{k}_E und der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_E . Für die Darstellung der Abhängigkeit von M werden für \mathbf{k}_E und \mathbf{A}_E die skalaren Größen α_E und L_E

$$\cos(\alpha_E) = \mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}(s_E) \quad \wedge \quad \sin(\alpha_E) = \mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1(s_E), \quad (5.53)$$

$$L_E = (\mathbf{A}_E - \mathbf{W}(s_E)) \cdot \mathbf{n}_1(s_E) \quad (5.54)$$

verwendet. Um den Aufpunkt \mathbf{A}_E auf der Wellenleiterstirnfläche eindeutig zu beschreiben, ist L_E vorzeichenbehaftet

$$L_E \in \left[-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \right]. \quad (5.55)$$

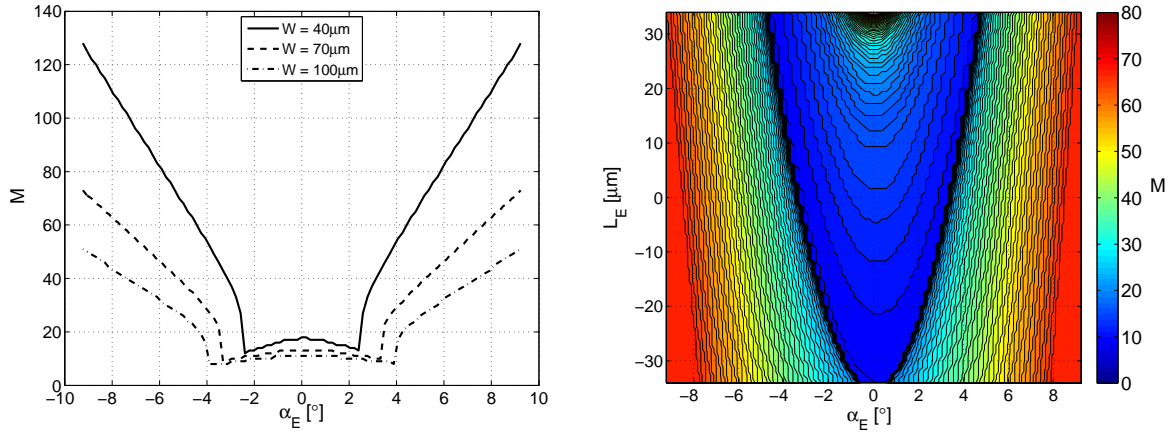
Unter Beachtung des inneren Akzeptanzwinkels ϑ_N , wird für α_E der zulässige Bereich durch

$$\alpha_E \in [-\vartheta_N, \vartheta_N].$$

weiter eingeschränkt.

Für eine Bestimmung von M in Abhängigkeit von der Wellenleiterweite W wird die Strahlrichtung \mathbf{k}_E bei konstantem Strahlaufpunkt $\mathbf{A}_E = \mathbf{W}(s_E)$ variiert. Die Größe L_E ist damit $L_E = 0$. Die gewählte Winkelschrittweite ist $\Delta\alpha_E = 0.0185^\circ$, hierdurch ergibt sich eine Anzahl von $N_{Strahl} = 1001$ Strahlen.

Die Abbildung 5.7(a) stellt die Anzahl der Reflexionen M in Abhängigkeit des Winkels α_E bei unterschiedlichen Wellenleiterweiten W dar. Diese Anzahl der Reflexionen M ist abhängig von der Wellenleiterweite W . Nimmt diese zu, so wird M verringert. Dies entspricht dem Verhalten des geraden Schichtwellenleiters. Für einen bestimmten Winkelbereich ist M nahezu unverändert. Bei der Wellenleiterweite $W = 100\mu\text{m}$ ist dieser Winkelbereich $\alpha_E \in [-4^\circ, 4^\circ]$. Die Breite dieses Bereichs nimmt mit abnehmender Wellenleiterweite W ab. Außerhalb des Bereichs steigt die Anzahl M stark an. Das Maximum wird für den Winkel $|\alpha_E| \approx \vartheta_N$ erreicht.



(a) Variation der Wellenleiterweite W und des Winkels α_E bei konstanter Länge $L_E = 0$ (b) Variation des Winkels α_e und der Länge L_E , bei konstanter Wellenleiterweite $W = 70\mu\text{m}$

Abb. 5.7.: Anzahl der Reflexionen M innerhalb eines gekrümmten Schichtwellenleiters mit Radius $R = 20\text{mm}$, Krümmungswinkel $\gamma = 90^\circ$ und numerischer Apertur $A_N = 0.25$

Um den Einfluss des Aufpunktes auf die Anzahl der inneren Reflexionen zu bestimmen, wird $W = 70\mu\text{m}$ verwendet. Die Winkelschrittweite $\Delta\alpha_E$ wird beibehalten, die Aufpunktsvariation ist $\Delta L_E = 0.1\mu\text{m}$. Die resultierende Anzahl von Strahlen ist $N_{\text{Strahl}} \approx 682 \cdot 10^3$. In der Abbildung 5.7(b) ist eine Konturdarstellung der ermittelten Reflexionen M abgebildet. Auf der Abszisse ist der Winkel α_E und auf der Ordinate ist die Länge L_E aufgetragen, siehe Gleichungen (5.53) und (5.55). Jeder Farbe in der Darstellung ist eine entsprechende Anzahl von Reflexionen M zugeordnet.

In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Anzahl der Reflexionen M sowohl vom Aufpunkt als auch vom der Strahlrichtung abhängt. Innerhalb bestimmter Winkel- und Aufpunktsbereiche ist diese Anzahl annähernd konstant. Mit zunehmendem Winkel α_E steigt sie stark an. Für Strahlaufpunkte in der Nähe der äußeren Berandung $L_E > 20\mu\text{m}$ nimmt auch für kleine Winkel $|\alpha_E| < 2^\circ$ die Anzahl der Reflexionen M stark zu. Hier werden die Strahlen direkt an der äußeren Berandung reflektiert. Der in Abbildung 5.7(a) aufgezeigte Verlauf für die Wellenleiterweite $W = 70\mu\text{m}$ ist in Abbildung 5.7(b) für $L_E = 0$ entsprechend dargestellt.

Für einen Vergleich der Berechnungsschritte wird der Wellenleiter mit der Weite $W = 70\mu\text{m}$ betrachtet. Bei $L_E = 0$ und $\alpha_E = 8^\circ$ ist $M \approx 60$. Dies bedeutet, dass die innere `while()`-Schleife in Algorithmus 1, Seite 48 ca. 60 mal durchlaufen wird. Für die Bestimmung der gesamten Berechnungsschritte wird im Folgenden angenommen, dass die Anzahl der Berechnungen innerhalb der `while()`-Schleife der in Abschnitt 5.1.2 angenommenen Anzahl entspricht. Dort wurden fünf Berechnungsschritte zur Bestimmung des physikalisch sinnvollen lokalen Aufpunkts und der neuen lokalen Strahlrichtung angenommen. Damit müssen ca. 300 Berechnungsschritte durchgeführt werden, um den gesamten Strahlverlauf zu bestimmen. Mit dem vorgestellten analytischen Verfahren werden nur zwölf Berechnungsschritte für die Bestimmung des gesamten Strahlverlaufs benötigt. Diese Anzahl wird durch eine Variation der Parameter W , R , α_E und L_E nicht verändert.

5.2.3. Blockschaltbild

Die vorgestellten Berechnungsverfahren werden durch unterschiedliche Material- und Geometrieparameter nicht verändert. Das Grundmodell ist, genauso wie das Grundmodell für den planaren Schichtwellenleiter, für alle gekrümmten Schichtwellenleiter identisch. Durch Übergabe der Material- und Geometrieparameter wird aus dem Grundmodell direkt das Teilmodell generiert, siehe Abschnitt 4.3.

Für die Integration eines Grundmodells in ein Teilmodell wird das beschriebene Modell in ein Blockschaltbild integriert, siehe Abbildung 5.8. Als Eingangsparameter werden vor

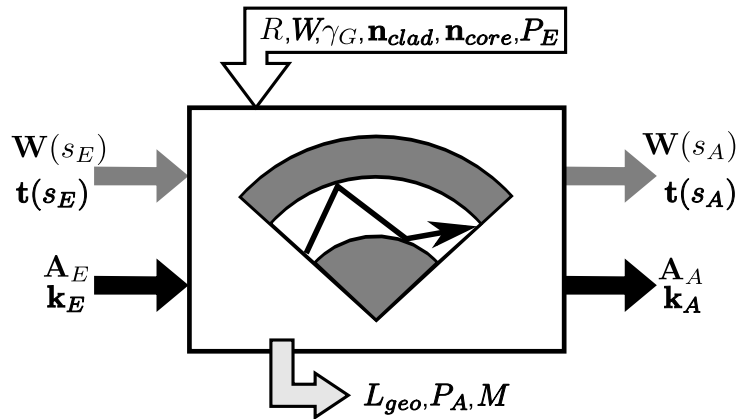


Abb. 5.8.: Blockschaltbild des konstant gekrümmten Schichtwellenleiters

der Simulation einmalig die Materialparameter und die Geometrieparameter übergeben. Basierend auf diesen Parametern werden die Ausgangsparameter $\mathbf{W}(s_A)$ und $\mathbf{t}(s_A)$ für eine Kaskadierung weiterer Teilmodelle einmalig berechnet. Damit ist die Initialisierungsphase abgeschlossen. Bei der Simulationdurchführung werden alle Strahlen sukzessive an das Teilmodell übergeben. Dieses Teilmodell berechnet anschließend die ausgangsseitigen Strahlparameter.

5.3. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Modellierungsverfahren für gerade und konstant gekrümmte Schichtwellenleiter vorgestellt. Mit diesen Modellierungsverfahren werden die Strahlparameter mit Hilfe weniger analytisch lösbarer Gleichungen zeiteffizient berechnet. Die Berechnungszeiten der vorgestellten Verfahren sind aus diesem Grund unabhängig von der Anzahl der zu bestimmenden Reflexionen. Dies steht im Gegensatz zu dem in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten physikalischen Strahlverfolgungsverfahren.

Bei dem analytischen Berechnungsverfahren werden die Material- und Geometrieparameter dem Grundmodell übergeben. Die zugrunde liegenden Verfahren bleiben hierbei identisch. Somit wird die in Abschnitt 4.3.2 geforderte Bedingung eines universellen Grundmodells für eine Struktur mit definierter Trajektorieneigenschaft erfüllt. Durch die Initialisierung des Grundmodells mit den Modellparametern wird das Teilmodell generiert.

Eine weitere Forderung wurde erfüllt, indem die entwickelten Modelle so beschrieben wurden, dass eine einfache Kaskadierung der Teilmodelle erfolgen kann. Eine komplexe Schichtwellenleiterstruktur kann somit durch die Kaskadierung einzelner Strukturen erfolgen.

Modelle für Kanalwellenleiter und mikrooptische Komponenten

Im letzten Abschnitt wurden Modellierungsverfahren vorgestellt, mit denen gerade und konstant gekrümmte Schichtwellenleiterstrukturen modelliert und die Strahlparameter zeiteffizient berechnet werden können. Das vorgestellte Verfahren wird in diesem Abschnitt erweitert, um rechteckförmige Kanalwellenleiter und mikrooptische Komponenten zu analysieren. Um die geforderte Kaskadierbarkeit zu gewährleisten, wird bei den zu entwickelnden Modellen das in Abschnitt 4.1 vorgestellte modulare Konzept berücksichtigt.

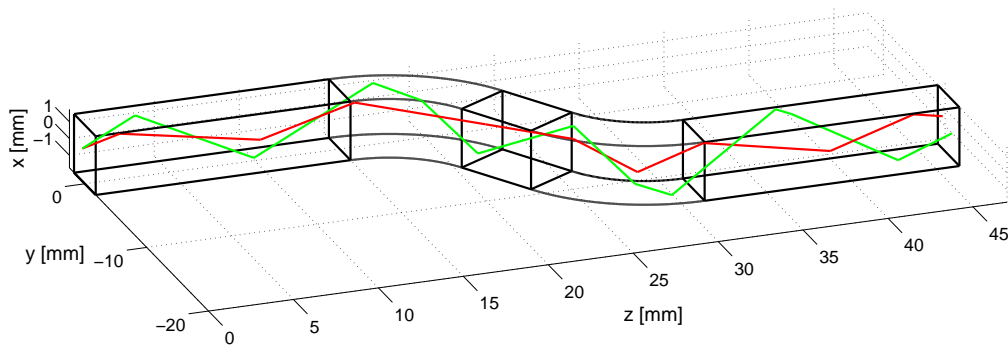


Abb. 6.1.: *S-bogenförmige Kanalwellenleiterstruktur aus kaskadierten Grundstrukturen mit zwei aufgezeigten Strahlverläufen*

Als Beispiel ist in Abbildung 6.1 ein s-bogenförmiger Kanalwellenleiter dargestellt. Dieser wird in gerade und konstant gekrümmte Wellenleitersegmente partitioniert. Die dadurch entstehenden Segmentgrenzen sind eingezeichnet. Zusätzlich sind zwei Strahlverläufe aufgezeigt.

Der Kernquerschnitt der betrachteten Wellenleiter ist rechteckförmig. Die Trajektorie dieser Wellenleiter verläuft parallel zur Ebene der optischen Lage, siehe Abschnitt 4.3.1.

Diese Trajektorie kann damit abschnittsweise durch ebene Raumkurven beschrieben werden. Die Beschreibung der Berandungen erfolgt durch die in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Ortsvektoren, siehe Gleichung (4.5) bis (4.10).

In den folgenden Abschnitten wird zuerst ein Modell vorgestellt, um basierend auf Strahlprojektionen zeiteffizient die Strahlparameter innerhalb einfacher Kanalwellenleiterstrukturen zu bestimmen. Dieses Modell wird anschließend erweitert, damit Strahlparameter innerhalb komplexer Strukturen berechnet werden können. Abschließend erfolgt die Verifizierung der vorgestellten Modellierung anhand unterschiedlicher Wellenleiterstrukturen.

6.1. Prinzip des virtuellen Schichtwellenleiters

Gegeben ist ein rechteckförmiger Wellenleiter mit der Trajektorie $\mathbf{W}(s)$, den Berandungsflächen F_1 bis F_4 und den Stirnflächen F_E und F_A . Betrachtet wird der Strahl S_E , der den Aufpunkt \mathbf{A}_E und die Strahlrichtung \mathbf{k}_E auf der Stirnfläche F_E besitzt, siehe Abbildung 6.2. Dieser Strahl propagiert durch den Wellenleiter und trifft am Aufpunkt \mathbf{A}_l mit der Strahlrichtung $\mathbf{k}_{E,l}$ auf die Wellenleiterberandung. An dieser Wellenleiterberandung wird der Strahl reflektiert. Die Strahlrichtung nach der Reflexion ist $\mathbf{k}_{A,l}$.

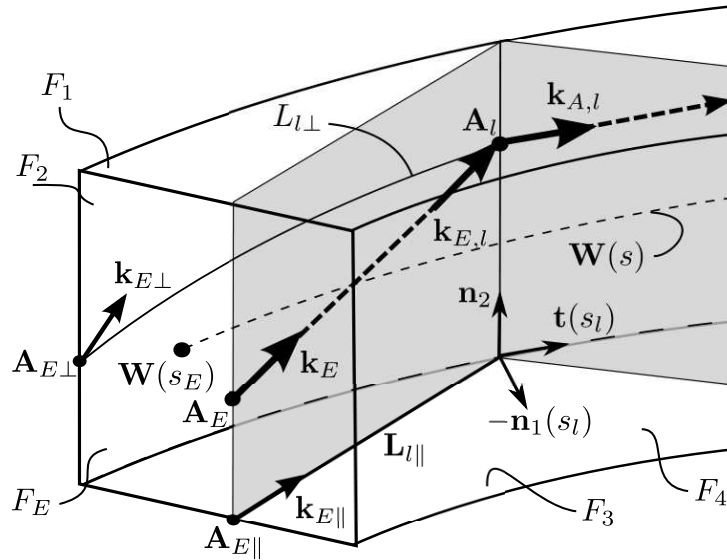


Abb. 6.2.: Strahlverlauf innerhalb eines Kanalwellenleiters

Die Strahlrichtung $\mathbf{k}_{E,l}$ des einfallenden Strahls und der Aufpunkt \mathbf{A}_l werden durch die Vektoren $\mathbf{n}_1(s_l)$, \mathbf{n}_2 und $\mathbf{t}(s_l)$ des lokalen Koordinatensystems am Aufpunkt \mathbf{A}_l beschrieben

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{E,l} &= (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_1(s_l)) \mathbf{n}_1(s_l) + (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_2) \mathbf{n}_2 + (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{t}(s_l)) \mathbf{t}(s_l), \\ \mathbf{A}_l &= \mathbf{W}(s_l) + w \mathbf{n}_1(s_l) + h \mathbf{n}_2\end{aligned}$$

mit

$$s_l \in [s_E, s_A], \quad w \in \left[-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}\right], \quad h \in \left[-\frac{H}{2}, \frac{H}{2}\right].$$

Die Vektoren $\mathbf{n}_1(s_l)$ und $\mathbf{t}(s_l)$ werden unter Anwendung der Gleichungen (4.4) und (4.2) sowie dem Vektor \mathbf{n}_2 aus der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s_l)$ berechnet. Diese Wellenleitertrajektorie befindet sich weiterhin in der Mitte des Wellenleiters.

Für eine Reflexion an den Deckel- bzw. an den Bodenflächen $F_{1,3}$ (Normalenvektor \mathbf{n}_2) kann die reflektierte Strahlrichtung $\mathbf{k}_{A,l}$ durch

$$\mathbf{k}_{A,l} = (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_1(s_l)) \cdot \mathbf{n}_1(s_l) - (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_2 + (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{t}(s_l)) \cdot \mathbf{t}(s_l) \quad (6.1)$$

angegeben werden. Bei einer Reflexion an den Seitenflächen $F_{2,4}$ (Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s_l)$) ist $\mathbf{k}_{A,l}$

$$\mathbf{k}_{A,l} = -(\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_1(s_l)) \cdot \mathbf{n}_1(s_l) + (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_2 + (\mathbf{k}_{E,l} \cdot \mathbf{t}(s_l)) \cdot \mathbf{t}(s_l). \quad (6.2)$$

Bedingt durch die Orthogonalität der Berandungsnormalen und der Trajektoriennormalen, werden nur Komponenten des Strahls mit einem Strahlanteil in Richtung dieser Berandungsnormalen beeinflusst. Aus diesem Grund ist es möglich, den Strahlverlauf innerhalb des Kanalwellenleiters durch zwei orthogonale Strahlverläufe zu berechnen.

Der Strahl \mathbf{k}_E wird in die orthogonalen Vektoren $\mathbf{k}_{E\parallel}$ und $\mathbf{k}_{E\perp}$

$$\mathbf{k}_{E\parallel} = (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_1(s_E)) \cdot \mathbf{n}_1(s_E) + (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}(s_E)) \cdot \mathbf{t}(s_E), \quad (6.3)$$

$$\mathbf{k}_{E\perp} = (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_2) \cdot \mathbf{n}_2 + (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}(s_E)) \cdot \mathbf{t}(s_E) \quad (6.4)$$

zerlegt, siehe Abbildung 6.2. Zwischen der Strahlrichtung \mathbf{k}_E und diesen Vektoren besteht der Zusammenhang

$$\mathbf{k}_E = \mathbf{k}_{E\parallel} + \mathbf{k}_{E\perp} - (\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}(s_E)) \cdot \mathbf{t}(s_E) \quad \wedge \quad |\mathbf{k}_{E\parallel}|, |\mathbf{k}_{E\perp}| \leq 1. \quad (6.5)$$

Die Vektoren $\mathbf{k}_{E\parallel}$ und $\mathbf{k}_{E\perp}$ haben nur noch Richtungsanteile in Richtung der Trajektorie und der betrachteten Berandungsnormalen. Der Vektor $\mathbf{k}_{E\parallel}$ liegt in der Ebene der optischen Lage mit der Berandungsnormalen \mathbf{n}_2 und der Vektor $\mathbf{k}_{E\perp}$ liegt in einer Fläche orthogonal zu dieser Ebene.

Im Folgenden wird die Strecke $\overline{\mathbf{A}_E \mathbf{A}_l}$ zwischen den Aufpunkten \mathbf{A}_E und \mathbf{A}_l betrachtet

$$\mathbf{A}_l = \mathbf{A}_E + L_l \mathbf{k}_E. \quad (6.6)$$

Wird diese Strecke auf die Fläche F_3 projiziert, so ergibt sich eine Strecke der Länge $L_{l\parallel}$ (siehe Abbildung 6.2). Bedingt durch den Vektor \mathbf{n}_2 liegt diese Strecke immer auf einer Ebene, die im Folgenden als Projektionsebene bezeichnet wird. Die Projektion der Wellenleiterkontur auf diese Ebene resultiert in der Projektionsfläche des Wellenleiters. Entspricht diese Projektionsfläche den in Kapitel 5 vorgestellten geraden oder konstant gekrümmten Schichtwellenleiterstrukturen, so werden die projizierten Strahlparameter mit den in Abschnitt 5.1.1 und 5.2.1 vorgestellten Verfahren zeiteffizient analytisch berechnet.

Wird die Strecke $\overline{\mathbf{A}_E \mathbf{A}_l}$ auf die orthogonale Berandungsfläche F_2 projiziert, so ist die resultierende Strahltrajektorie im Allgemeinen eine gekrümmte Raumkurve. Die Verlaufs-berechnung dieser Raumkurve kann nicht mit den klassischen Strahlverfolgungsverfahren durchgeführt werden. Um eine Strahlverfolgung orthogonal zur Projektionsfläche F_3 zu

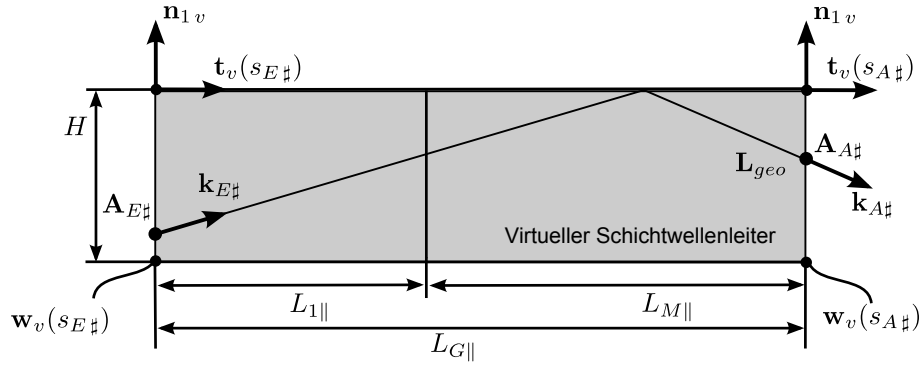


Abb. 6.4.: Entfalteter virtueller Schichtwellenleiter

ters und dem Koordinatensystem des Wellenleiters besteht der Zusammenhang

$$\mathbf{n}_{1v} = \mathbf{n}_2, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{t}_v(s_{E\#}) = \frac{\mathbf{k}_{E\parallel}}{|\mathbf{k}_{E\parallel}|}, \quad \wedge \quad \mathbf{t}_v(s_{A\#}) = \frac{\mathbf{k}_{A\parallel}}{|\mathbf{k}_{A\parallel}|}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{W}_v(s_{E\#}) = \mathbf{A}_{E\parallel} \quad \wedge \quad \mathbf{W}_v(s_{A\#}) = \mathbf{A}_{A\parallel}. \quad (6.10)$$

Der Index v kennzeichnet die Normalenvektoren und die Trajektorie im Koordinatensystem des virtuellen Schichtwellenleiters. Durch den Index $\#$ werden die Weglänge, die Aufpunkte und die Strahlrichtungen innerhalb des virtuellen Schichtwellenleiters gekennzeichnet. Der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_E und die Strahlrichtung \mathbf{k}_E werden mit der Transformation

$$\mathbf{A}_{E\#} = \mathbf{W}_v(s_{E\#}) + (\mathbf{A}_E \cdot \mathbf{n}_2) \mathbf{n}_{1v}, \quad (6.11)$$

$$\mathbf{k}_{E\#} = [\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_{1v}(s_{E\#})] \mathbf{n}_{1v}(s_{E\#}) + [\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}_v(s_{E\#})] \mathbf{t}_v(s_{E\#}) \quad (6.12)$$

in das lokale Koordinatensystem der virtuellen Schichtwellenleiter übertragen. Nach der Berechnung der Strahlparameter erfolgt die Rücktransformation in das Koordinatensystem des Wellenleiters

$$\mathbf{A}_A = (\mathbf{A}_{A\#} \cdot \mathbf{n}_{1v}) \mathbf{n}_2 + \mathbf{A}_{A\parallel}, \quad (6.13)$$

$$\mathbf{k}_A = (\mathbf{k}_{A\#} \cdot \mathbf{n}_{1v}) \mathbf{n}_2 + \mathbf{k}_{A\parallel}. \quad (6.14)$$

Neben diesen Strahlparametern wird mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters direkt die Gesamtstrahlpfadlänge L_{geo} des Strahls im Raum bestimmt.

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass die Strahlverfolgung im Raum äquivalent durch zwei Strahlverfolgungen in zwei orthogonalen planaren Flächen erfolgen kann. Hierbei werden die Strahlparameter innerhalb der Fläche des virtuellen Schichtwellenleiters immer zeiteffizient mit der in Abschnitt 5.1 vorgestellten analytischen Methode ermittelt. Können die Strahlparameter in der Projektionsfläche zudem durch die in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren bestimmt werden, so erfolgt die Berechnung sämtlicher Strahlparameter zeiteffizient mit Hilfe analytischer Verfahren.

6.1.1. Blockschaltbild des virtuellen Schichtwellenleiters

Die Berechnung der Strahlparameter des virtuellen Schichtwellenleiters erfolgt mit Hilfe des Modells für den Schichtwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie, siehe Kapitel 5.1. Die Länge des virtuellen Schichtwellenleiters $L_{G\parallel}$ ist erst nach der Strahlparameterberechnung in der Projektionsebene bekannt. Durch Übergabe der Aufpunktparameter, Strahlparameter und der projizierten Strahllänge $L_{G\parallel}$ entsteht aus diesem Grundmodell direkt das Teilmodell.

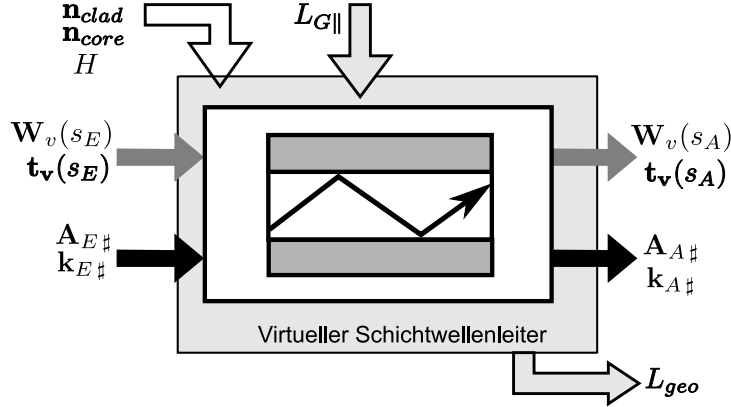


Abb. 6.5.: Blockschaltbild des virtuellen Schichtwellenleiters

Das zu verwendende Blockschaltbild des virtuellen Schichtwellenleiters ist in Abbildung 6.5 aufgezeigt. Im Kern besteht das Blockschaltbild aus dem verwendeten Grundmodell und den übergebenen Aufpunkts- und Strahlparametern $A_{E\#}$ und $k_{E\#}$. Basierend auf $L_{G\parallel}$ und diesen Strahlparametern werden die ausgangsseitigen Strahlparameter berechnet. Zudem erfolgt direkt die Berechnung der Gesamtstrahllänge L_{geo} des Strahls im Raum.

6.2. Zeiteffiziente Berechnungsverfahren für komplexe Strukturen

Der passive optische Pfad besteht nur im einfachsten Fall aus geraden oder konstant gekrümmten Kanalwellenleitern. Um einen möglichst großen Freiheitsgrad bei der Modellierung und Simulation von optischen Kanalwellenleitern zu ermöglichen, müssen Kanalwellenleiter geformt werden können, die einen nahezu beliebigen Trajektorienverlauf in der Projektionsebene aufweisen. Zudem werden neben dem Kanalwellenleiter auch mikrooptische Komponenten innerhalb der optischen Lage verwendet. Somit ist es notwendig, Modellierungsverfahren für eine zeiteffiziente Berechnung des Übertragungsverhaltens dieser Kanalwellenleiter und mikrooptischen Komponenten zur Verfügung zu stellen. Diese werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

6.2.1. Kombinieren von Verfahren zur Strahlparameterberechnung

Neben den beschriebenen geraden oder konstant gekrümmten Kanalwellenleitern müssen bei der Modellierung auch Trajektorien- und Berandungsverläufe berücksichtigt werden,

bei denen die Wellenleiterweite W nicht konstant entlang der Wellenleitertrajektorie ist. Aufgrund der verwendeten Herstellungsverfahren weisen alle Wellenleiter innerhalb der optischen Lage den Normalenvektor \mathbf{n}_2 und über den gesamten Wellenleiterverlauf eine konstante Höhe H auf. Des Weiteren ist der Kernquerschnitt entlang der Wellenleitertrajektorie dieser Komponenten nahezu rechteckförmig.

Es wird im Folgenden angenommen, dass die Wellenleiterweite $W(s)$ durch eine Abhängigkeit von der Weglänge s beschrieben werden kann. Der eingeführte Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s)$ steht orthogonal auf den seitlichen Berandungen und ist somit von dem Verlauf dieser Berandungen abhängig. Hierbei ist zu beachten, dass die Vektoren $\mathbf{n}_1(s)$, \mathbf{n}_2 und \mathbf{t} nun kein orthogonales Koordinatensystem mehr bilden.

Bedingt durch den rechteckförmigen Kernquerschnitt stehen die Vektoren $\mathbf{n}_1(s)$ und \mathbf{n}_2 orthogonal zueinander

$$\mathbf{n}_1(s) \cdot \mathbf{n}_2 = 0. \quad (6.15)$$

Eine Reflexion des Strahls \mathbf{k} an einer Berandung verändert damit nur die Komponente dieser Strahlrichtung, die der betrachteten Berandungsnormale $\mathbf{n}_1(s)$ oder \mathbf{n}_2 entspricht. Damit kann der Strahlverlauf in zwei orthogonale Strahlverläufe unterteilt werden. Im Folgenden wird bei der Bestimmung der Strahlparameter im Raum das Prinzip der Strahlprojektion mit anschließender Positionierung des virtuellen Schichtwellenleiters angewendet.

Die Projektion der Berandung der mikrooptischen Komponenten auf die Projektionsebene entspricht keiner der in Kapitel 5 vorgestellten Schichtwellenleiterstrukturen. Aus diesem Grund wird der Strahlverlauf in der Projektionsebene nicht analytisch bestimmt, sondern durch klassische Strahlverfolgungsverfahren in der Fläche berechnet. Auf diesem projizierten Strahlverlauf wird der im letzten Abschnitt vorgestellte virtuelle Schichtwellenleiter positioniert. Die Berechnung der Strahlparameter im Raum erfolgt anschließend mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters analytisch.

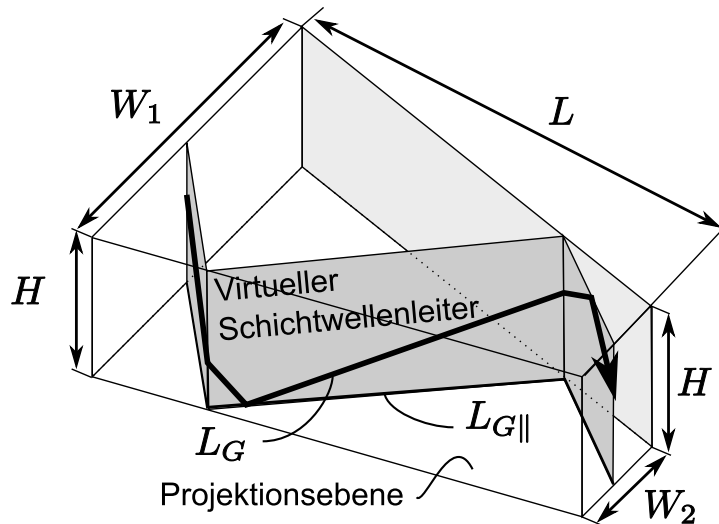


Abb. 6.6.: Taper mit projiziertem Strahlverlauf $L_{G\parallel}$ und resultierendem Strahlverlauf L_G

In Abbildung 6.6 ist ein Taper mit linearer Aufweitung des Wandabstandes $W(s)$ und mit eingezeichnetem virtuellen Schichtwellenleiter dargestellt. Die Länge $L_{G\parallel}$ wird durch

klassische Strahlverfolgung in der Projektionsfläche berechnet. Darauf aufbauend wird die Gesamtstrahlänge L_G mit Hilfe des in Kapitel 6.1 vorgestellten virtuellen Schichtwellenleiters bestimmt.

Mit Hilfe dieses semianalytischen Verfahrens können die Strahlparameter von mikrooptischen Komponenten mit nahezu beliebig geformter Projektionsfläche bestimmt werden. Durch den gewählten modularen Ansatz bei der Analyse eines Gesamtsystems ist die Integration dieser Komponenten in ein Gesamtmodell einfach durchführbar.

6.2.2. Reduzierung der Anzahl der virtuellen Schichtwellenleiter

In eine optische Lage wird im Allgemeinen mehr als ein Wellenleiter integriert. Um die zur Verfügung stehende Fläche der optischen Lage optimal auszunutzen und Wellenleiterkreuzungen zu vermeiden, ist der Verlauf der Trajektorie nicht beliebig geformt. Dieser Verlauf besteht oft aus kaskadierten geraden und konstant gekrümmten Segmenten [3]. Das Gesamtsystem kann deshalb in N Teilsysteme mit konstanten Wellenleiterparametern partitioniert werden, siehe Abschnitt 4.3. Ein Teilsystem kann zum Beispiel ein Kanalwellenleiter mit gerader oder mit konstant gekrümmter Trajektorie sein. Für jedes Teilsystem wird mit Hilfe des in Abschnitt 6.1 vorgestellten Verfahrens ein Teilmodell basierend auf einem Grundmodell erstellt.

Jedes Teilmodell wird vollständig durch den Verlauf der Trajektorie $\mathbf{W}(s)$ und der Trajektorienrichtung $\mathbf{t}(s)$ an der Ein- ($s = s_E$) und Auskoppelseite ($s = s_A$) beschrieben. Die Positionierung und Ausrichtung jedes Teilmodells erfolgt mit der in Abschnitt 4.3.2 vorgestellten Vorgehensweise

$$\begin{aligned}\mathbf{W}(s_A)^{n-1} &= \mathbf{W}(s_E)^n, \\ \mathbf{t}(s_A)^{n-1} &= \mathbf{t}(s_E)^n \quad \forall n \in [2, N].\end{aligned}$$

Darin kennzeichnet der Index n das aktuelle Teilmodell und der Index $n - 1$ das vorhergehende Teilmodell. Hierdurch erfolgt die Kaskadierung der Teilmodelle zu einem Gesamtmodell automatisch.

Nachdem das Gesamtmodell erstellt ist, werden alle Strahlen an das Gesamtmodell übergeben und die resultierenden Strahlparameter sukzessive durch die Teilmodelle berechnet. Die Strahlparameter

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_A^{n-1} &= \mathbf{A}_E^n, \\ \mathbf{k}_A^{n-1} &= \mathbf{k}_E^n\end{aligned}$$

sind die Schnittstellen zwischen den Teilmodellen. Die Berechnung der Strahlparameter innerhalb jedes Teilmodells erfolgt durch das in Abschnitt 6.1 vorgestellte Verfahren. Dieses Verfahren beinhaltet bei mehr als einem Teilmodell ($N > 1$) Redundanz, da innerhalb jedes Teilmodells ein virtueller Schichtwellenleiter auf den jeweiligen projizierten Strahlverlauf positioniert wird. Anstelle der Positionierung eines virtuellen Schichtwellenleiters innerhalb jedes Teilmodells wird ein virtueller Schichtwellenleiter für einen projizierten Gesamtstrahlverlauf verwendet.

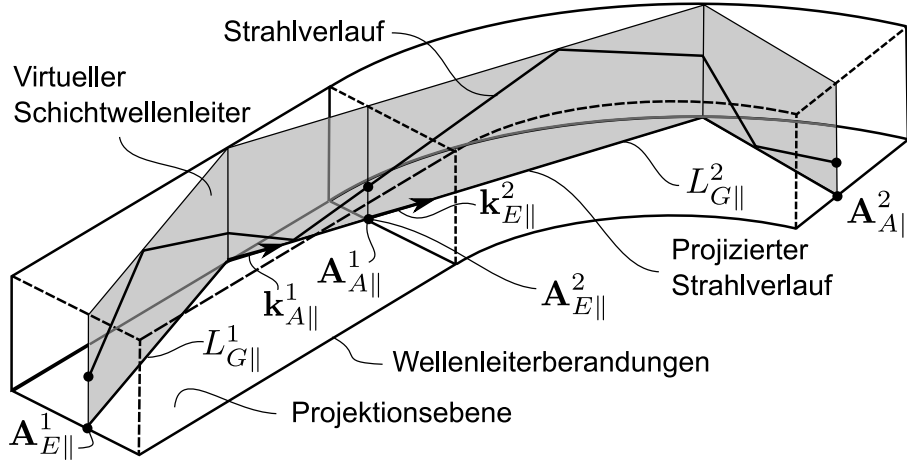


Abb. 6.7.: Kaskadierte Teilmodelle und virtueller Schichtwellenleiter

Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 6.7 die Kaskadierung eines Wellenleiters mit einem geraden Trajektorienverlauf und eines Wellenleiters mit einem konstant gekrümmten Trajektorienverlauf dargestellt. In der Projektionsebene liegt der projizierte Strahlverlauf. Auf diesem ist ein virtueller Schichtwellenleiter mit der Länge $L_{G||}$ positioniert. Zusätzlich sind die projizierten Aufpunkte und die Strahlrichtungen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{A||}^{n-1} &= \mathbf{A}_{E||}^n, \\ \mathbf{k}_{A||}^{n-1} &= \mathbf{k}_{E||}^n \quad \forall n \in [2, N] \end{aligned}$$

als Schnittstellen zwischen beiden Teilmodellen eingezeichnet. Die projizierte Gesamtstrahlänge $L_{G||}$ als Länge des virtuellen Schichtwellenleiters ergibt sich durch die Addition aller projizierten Teilstrahllängen $L_{G||}^n$

$$L_{G||} = \sum_{n=1}^N L_{G||}^n. \quad (6.16)$$

In diesem Beispiel ist das Verfahren für zwei Segmente vorgestellt. Es ist zu erkennen, dass das Verfahren für eine beliebige Anzahl von Segmenten angewendet werden kann. Durch die Reduzierung auf nur einen virtuellen Schichtwellenleiter kann die Berechnungszeit zusätzlich verringert werden.

6.3. Evaluation und Verifikation des Verfahrens

In den vorangegangenen Abschnitten ist ein analytisches Verfahren für die zeiteffiziente Bestimmung der Strahlparameter innerhalb rechteckförmiger Kanalwellenleiter und mikrooptischer Strukturen vorgestellt worden. In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Verfahren anhand einiger Beispiele evaluiert. Hierbei wird neben der Verifikation der Simulationsergebnisse auch die Zeiteffizienz des Verfahrens diskutiert.

Für die Verifikation des analytischen Verfahrens wird unter Anderem das in [7] vorgestellte semisequentielle Strahlverfolgungsverfahren verwendet, siehe Abschnitt 3.3.1. Dieses repräsentiert den aktuellen Stand der Technik für die Bestimmung des transienten

Übertragungsverhaltens von vielmöglichen optischen Wellenleitern. Bei diesem Verfahren wird unter Verwendung eines physikalischen Strahlverfolgungsverfahrens, entsprechend Algorithmus 1, das orts-, winkel- und zeitaufgelöste Leistungsspektrum ermittelt.

Bei dem zur Verfügung stehenden Programm zur semisequentiellen Strahlverfolgung kann nicht auf die Strahlpfadlänge L_{geo} oder die optische Weglänge L_{opt} einzelner Strahlen zurückgegriffen werden. Aufgrund dessen werden aus den ermittelten Sprungantworten die Dämpfung und die 3dB-Grenzfrequenz durch (2.127) und (2.132) bestimmt und mit den Ergebnissen des analytischen Verfahrens verglichen. Im Folgenden werden die durch das semisequentielle Verfahren ermittelten Ergebnisse mit dem Index SRT bezeichnet. Die Ergebnisse, die mit dem in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren erzielt werden, sind durch den Index ART gekennzeichnet.

Für die Evaluation des Verfahrens wird zuerst ein Kanalwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie betrachtet. Diese Analyse demonstriert die Einsetzbarkeit des virtuellen Schichtwellenleiters. Anschließend wird eine komplexe Struktur bestehend aus drei Wellenleitersegmenten untersucht. Hierbei wird die in Abschnitt 6.2.2 vorgestellte Strategie angewendet.

6.3.1. Kanalwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie

Eine Standardkomponente der optischen Aufbau- und Verbindungstechnik ist der gerade dielektrische Kanalwellenleiter mit rechteckförmigem Querschnittsprofil, variabler Wellenleiterlänge L und der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s)$ mit der Weglänge $s \in [s_E, s_A]$

$$L = |\mathbf{W}(s_E) - \mathbf{W}(s_A)|.$$

Die Trajektorienrichtung \mathbf{t} und der Normalenvektor \mathbf{n}_1 sind unabhängig von dieser Weglänge s . Die Querschnittsabmessungen des betrachteten Kanalwellenleiters sind quadratisch mit $H = W = 70\mu\text{m}$.

Als Anregung wird eine Punktquelle verwendet, die einen bestimmten Winkelbereich des Wellenleiters homogen ausleuchtet. Die Leistungsverteilung im Fernfeld dieser Quelle entspricht der in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Leistungsverteilung P_{Rect} (2.116). Die Leistung P_{ij}^{Rect} jedes Strahls wird durch

$$P_{ij}^{\text{Rect}} = p^{\text{Rect}}(\vartheta_i, \varphi_j) = \frac{P_0}{J} \frac{u(\vartheta_i) - u(\vartheta_i - \vartheta_{\text{max}})}{\sum_{i=1}^I (u(\vartheta_i) - u(\vartheta_i - \vartheta_{\text{max}}))}$$

bestimmt, mit

$$\vartheta_i \in [0, \vartheta_{\text{max}}] \wedge \varphi_j \in [0, 2\pi].$$

Der Polarwinkel ϑ_{max} kann frei gewählt werden. Die Vorzugsrichtung der emittierten Leistung der Quelle entspricht der Richtung der Trajektoriennormalen \mathbf{t} des Kanalwellenleiters

$$\mathbf{n}_q = \mathbf{t}.$$

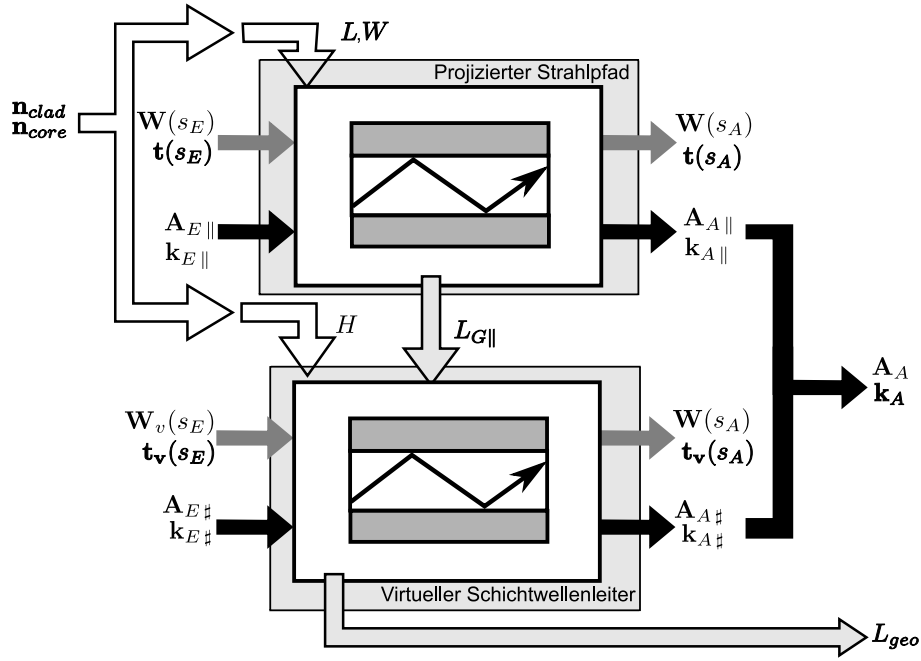


Abb. 6.8.: Blockschaltbild des Wellenleiters mit gerader Trajektorie

Der Aufpunkt \mathbf{A}_Q

$$\mathbf{A}_Q(a_1, a_2) = \mathbf{W}(s_E) + a_1 \mathbf{n}_1(s_E) + a_2 \mathbf{n}_2, \quad \wedge \quad a_{1,2} \in \left[-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \right]$$

der Punktquelle befindet sich auf der Stirnfläche des Wellenleiters. Das umgebende Material der Quelle ist \mathbf{n}_{core} .

Um die gesamte geführte Leistung an der ausgangsseitigen Stirnfläche des Wellenleiters aufzunehmen, wird am Aufpunkt $\mathbf{W}(s_A)$ eine Referenzebene, siehe Abschnitt 2.2.1, mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_e

$$\mathbf{n}_e = \mathbf{t} \quad (6.17)$$

eingeführt. Dies entspricht einem Detektor, der direkt an der ausgangsseitigen Stirnfläche des Wellenleiters im Kernmaterial angebracht ist.

Das Blockschaltbild 6.8 repräsentiert die Berechnung der Strahlparameter im Raum. Der obere Teil des Blockschaltbildes zeigt die Bestimmung der Strahlparameter in der Projektionsebene. Dies erfolgt mit den in Abschnitt 5.1 vorgestellten Verfahren. Im unteren Teil des Blockschaltbildes ist die Berechnung der resultierenden Strahlparameter mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters abgebildet.

6.3.1.1. Geometrische Strahlpfadlänge

Um das vorgestellte Verfahren und die implementierten Algorithmen zu verifizieren, wird zuerst die geometrische Strahlpfadlänge L_{geo} für unterschiedliche Wellenleiterlängen L bestimmt. Als Wellenleiterlänge werden die Längen

$$L \in \{1, 10, 100, 1000, 10000\} \text{mm}$$

verwendet. Die numerische Apertur des Wellenleiters ist $A_N = 0.25$ bei einem Brechungsindex von $n_{\text{core}} = 1.56$ des Kernmaterials. Als Anregung wird die vorgestellte Punktquelle mit der Leistungsverteilung P_{Rect} verwendet. Der Winkel ϑ_{max} entspricht dem inneren Akzeptanzwinkel ϑ_N des Wellenleiters. Hierdurch wird die gesamte numerische Apertur homogen ausgeleuchtet. Als Winkelschrittweite bei der Modellierung der Quelle wird $\Delta\varphi = 1^\circ$ und $\Delta\vartheta = 0.1^\circ$ gewählt.

Basierend auf dieser Anregung wird die geometrische Weglänge L_{geo} für jeden Strahl mit Hilfe des in Abbildung 6.8 dargestellten Blockschaltbildes bestimmt. Bei einem geraden Wellenleiter kann alternativ die geometrische Pfadlänge L_{geo}^d jedes Strahls durch

$$L_{\text{geo}}^d = \frac{L}{\mathbf{t} \cdot \mathbf{k}_E}$$

direkt angegeben werden, siehe Gleichung (5.4). Basierend auf den berechneten Strahllängen wird die relative prozentuale Abweichung $\Delta F_{L_{\text{geo}}}$ zwischen L_{geo} und L_{geo}^d durch

$$\Delta F_{L_{\text{geo}}} = \left| \frac{L_{\text{geo}} - L_{\text{geo}}^d}{L_{\text{geo}}^d} \right| \cdot 100 \quad [\%] \quad (6.18)$$

berechnet. Für jede betrachtete Wellenleiterlänge L wird anschließend der Maximalwert von $\Delta F_{L_{\text{geo}}}$ bestimmt. In der Tabelle 6.1 sind diese maximalen relativen Abweichungen pro Wellenleiterlänge dargestellt.

Tabelle 6.1.: Maximale prozentuale Abweichung zwischen L_{geo} und L_{geo}^d .

L [mm]	1	10	100	1000	10000
$\max(\Delta F_{L_{\text{geo}}}(L)) \quad [\%]$	$5.6 \cdot 10^{-14}$	$5.5 \cdot 10^{-14}$	$4.4 \cdot 10^{-14}$	$4.7 \cdot 10^{-14}$	$5.6 \cdot 10^{-14}$

Diese maximale Abweichung ist

$$\max(\Delta F_{L_{\text{geo}}}(\mathbf{k}, \mathbf{A}_i, L)) < 5.7 \cdot 10^{-14} \%.$$

Aufgrund der geringen Abweichung ist diese zu vernachlässigen. Die beiden bestimmten geometrischen Weglängen L_{geo} und L_{geo}^d sind identisch.

6.3.1.2. Übertragungsfunktion und Bandbreiten-Längen-Produkt

Für die Bestimmung der Übertragungsfunktion werden gerade Kanalwellenleiter bei unterschiedlichen Wellenleiterlängen L und unterschiedlichen numerischen Aperturen betrachtet. Als Brechungsindex des Kernmaterials wird $n_{\text{core}} = 1.56$ gewählt. Das Mantelmaterial wird angepasst, so dass sich eine numerische Apertur von

$$A_N \in \{0.2, 0.25, 0.3\}$$

einstellt. Der Querschnitt des Wellenleiters ist quadratisch mit der Weite $W = 70\mu\text{m}$. Die Anregung erfolgt durch eine Punktquelle mit der Leistungsverteilung P_{Rect} , die die jeweilige numerische Apertur des Wellenleiters vollständig homogen ausleuchtet. Der Winkel ϑ_{max} wird entsprechend der gewählten numerische Apertur angepasst

$$\vartheta_{max} = \vartheta_N.$$

Die gewählte Winkeldiskretisierung $\Delta\varphi$ und $\Delta\vartheta$ entspricht der im letzten Abschnitt gewählten Diskretisierung. Basierend auf diesen Parametern wird die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ (2.127) des Wellenleiters bestimmt.

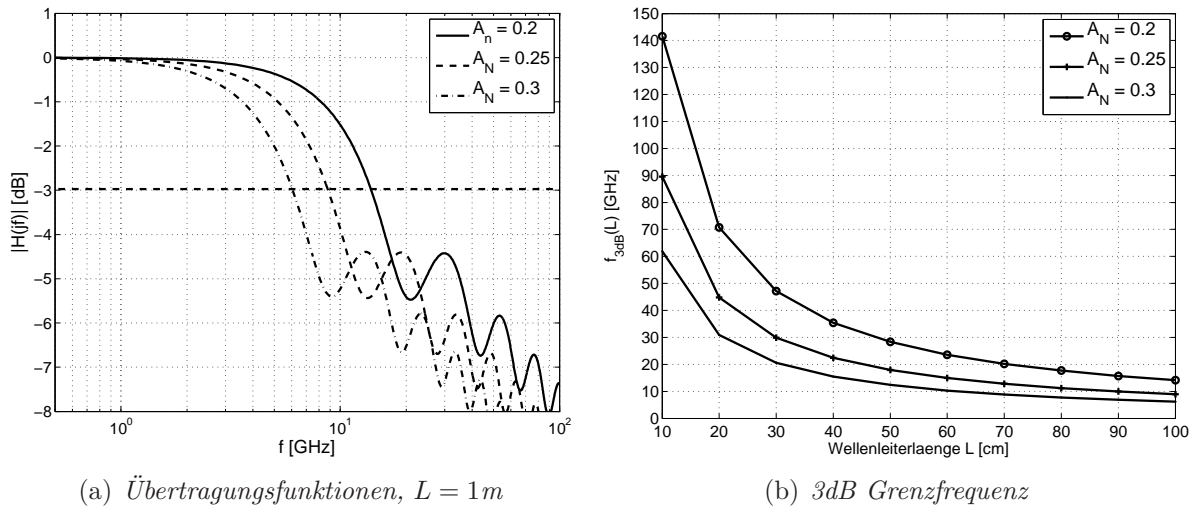


Abb. 6.9.: Übertragungsfunktion und 3dB Grenzfrequenz von geraden Kanalwellenleitern mit unterschiedlicher Wellenleiterlänge L und numerischer Apertur A_N

Die Übertragungsfunktionen von drei Kanalwellenleitern mit der gemeinsamen Wellenleiterlänge $L = 1\text{m}$ sowie unterschiedlichen numerischen Aperturen A_N sind in Abbildung 6.9(a) dargestellt. Auf der Abszisse ist die Frequenz f und auf der Ordinate ist der Betrag der Übertragungsfunktion $|H(jf)|$ in dB aufgetragen. Der Schnittpunkt zwischen der gestrichelten Linie und der jeweiligen Übertragungsfunktion kennzeichnet die jeweilige 3dB Grenzfrequenz f_{3dB} , siehe Abschnitt 2.3. Zu erkennen ist, dass die 3dB Grenzfrequenz eines Wellenleiters mit zunehmender numerischer Apertur abnimmt. Dieser Effekt ist durch die Modendispersion begründet. Bedingt durch die Zunahme der numerischen Apertur nimmt die Laufzeitdifferenz der in dem Wellenleiter ausbreitungsfähigen Moden zu [9]. Die Abbildung 6.9(b) stellt die 3dB Grenzfrequenzen in Abhängigkeit von der Wellenleiterlänge L bei drei unterschiedlichen numerischen Aperturen dar. Die 3dB Grenzfrequenz verhält sich invers zur Wellenleiterlänge L : je kürzer der Wellenleiter, desto höher ist die zur Verfügung stehende Bandbreite [9, 16, 102].

Für eine weitere Verifikation werden die mit diesem Verfahren ermittelten Ergebnisse mit dem in [7] vorgestellten semisequentiellen Strahlverfolgungsverfahren verglichen. Dazu sind in Tabelle 6.2 die 3dB Grenzfrequenzen f_{3dB} bei den Wellenleiterlängen

$$L \in \{10, 20, 50, 100\}\text{cm},$$

Tabelle 6.2.: *3dB Grenzfrequenz und Bandbreiten-Längen-Produkt (BLP) eines geraden Kanalwellenleiters mit homogener Anregung der gesamten numerischen Apertur*

A_N	$f_{3dB}(L)$				BLP_{ART} [GHz·m]	BLP_{SRT} [GHz·m]	ΔF_{BLP} [%]
	$L = 10\text{cm}$ [GHz]	$L = 20\text{cm}$ [GHz]	$L = 50\text{cm}$ [GHz]	$L = 100\text{cm}$ [GHz]			
0.20	140.45	70.23	28.09	14.04	14.04	14.04	0.010
0.25	89.38	44.69	17.88	8.94	8.94	8.94	0.001
0.30	61.73	30.86	12.34	6.17	6.17	6.17	0.009

das Bandbreiten-Längen-Produkt BLP_{ART} und das Bandbreiten-Längen-Produkt BLP_{SRT} für unterschiedliche numerische Aperturen angegeben. Zusätzlich ist die relative prozentuale Abweichung

$$\Delta F_{BLP} = \left| \frac{BLP_{ART} - BLP_{SRT}}{BLP_{SRT}} \right| \cdot 100 [\%] \quad (6.19)$$

zwischen BLP_{ART} und BLP_{SRT} aufgeführt. Die maximale prozentuale Abweichung ist

$$\max(\Delta F_{BLP}) = 0.01\%.$$

Es kann damit von sehr guter Übereinstimmung der ermittelten Bandbreiten-Längen-Produkte ausgegangen werden. Beide Verfahren liefern annähernd identische Ergebnisse.

6.3.1.3. Leistungsverteilung im Fernfeld

Um die Fernfeldeigenschaften rechteckförmiger Kanalwellenleiter zu bestimmen, wird der oben beschriebene Kanalwellenleiter verwendet. Die Länge des Wellenleiters ist $L = 1\text{m}$. Als numerische Apertur wird $A_N = 0.25$ gewählt. Hierbei ist der Brechungsindex des Kernmaterials $n_{\text{core}} = 1.56$. Daraus resultiert ein innerer Akzeptanzwinkel von $\vartheta_N \approx 9.2^\circ$. Diese numerische Apertur wird im Folgenden homogen überstrahlt. Dazu wird bei der Leistungsverteilung des Fernfeldes (2.116) der Polarwinkel $\vartheta_{\text{max}} = 20^\circ$ vorgegeben. Als Winkelschrittweite bei der Modellierung der Quelle wird $\Delta\varphi = 1^\circ$ und $\Delta\vartheta = 0.1^\circ$ gewählt.

In Abbildung 6.10(a) ist die detektierte Leistungsverteilung des Fernfeldes abgebildet. Auf der Abszisse ist der Polarwinkel α

$$\cos(\alpha) = \mathbf{k}_A \cdot \mathbf{t}(s_A)$$

aufgetragen, siehe Gleichung (2.109). Die Ordinate stellt die Leistung $P(\alpha)/P(0)$ dar. Aufgrund der homogenen Ausleuchtung ist das Fernfeld unterhalb des inneren Akzeptanzwinkels $\alpha \leq \vartheta_N$ konstant. Oberhalb von ϑ_N wird Leistung geführt. Diese Leistung nimmt mit zunehmendem Winkel $\alpha > \vartheta_N$ kontinuierlich ab. Dieses Ergebnis stimmt mit den in [7] vorgestellten Ergebnissen überein.

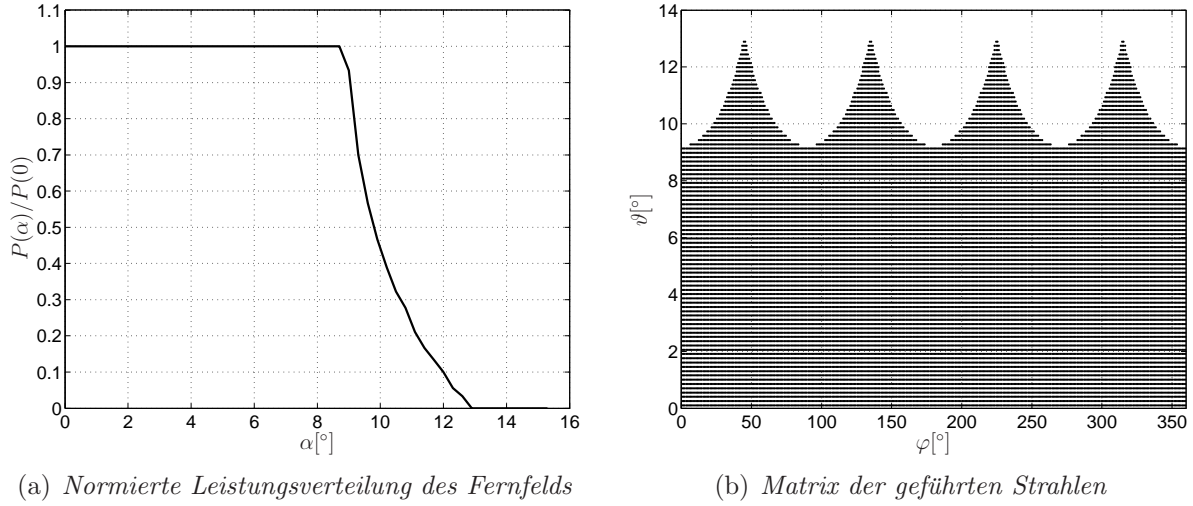


Abb. 6.10.: Fernfeld und Matrix der geführten Strahlen eines geraden rechteckförmigen Kanalwellenleiters mit der numerischen Apertur $A_N = 0.25$ bei homogener Überstrahlung der numerischen Apertur

Für eine genauere Untersuchung ist in Abbildung 6.10(b) die Matrix der geführten Strahlen des Wellenleiters dargestellt. Auf der Abszisse ist der Winkel φ und auf der Ordinate ist der Winkel ϑ aufgetragen. Jeder Punkt in der Matrix entspricht einem Strahl, der unter dem entsprechenden Winkel ϑ und φ emittiert wurde und ohne Leistungsverlust durch den Kanalwellenleiter propagiert. Mit Hilfe dieser Matrix können die zulässigen Winkelbereiche der geführten Strahlen aufgezeigt werden. Für eine weitere Betrachtung wird zwischen meridionalen und helikalen Strahlverläufen unterschieden [47, 90]:

- Bei meridionalen Strahlverläufen werden die Strahlen nur von den gegenüberliegenden Berandungen reflektiert. Die Strahlverläufe liegen in einer Ebene mit den Normalenvektoren \mathbf{n}_1 oder \mathbf{n}_2 . In diesem Beispiel sind das Strahlen, die unter dem Winkel

$$\varphi_M = \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$$

emittiert werden, siehe Abbildung 6.10(b).

- Helikale Strahlen werden von allen Berandungen reflektiert.

Wie in Abbildung 6.10(b) bei den Winkeln $\varphi = \varphi_M$ zu erkennen, werden meridionale Strahlen bis zum inneren Akzeptanzwinkel $\vartheta = \vartheta_N$ geführt. Für größere Winkel $\vartheta > \vartheta_N$ erfüllen diese Strahlen nicht mehr die Bedingung der Totalreflexion. Aufgrund des schrägen Einfall jedes helikalen Strahls auf die Wellenleiterberandungen ist in der Matrixdarstellung 6.10(b) ein größerer Polarwinkelbereich $\vartheta > \vartheta_N$ für diese Strahlen ausgewiesen. Jedoch erfüllen diese helikalen Strahlen auf jeder Berandungsfläche die Bedingung der Totalreflexion.

Die Richtungen der Berandungsnormale sind \mathbf{n}_1 und \mathbf{n}_2 . Der Winkel zwischen einer Berandungsnormale und dem einfallenden Strahl \mathbf{k}_E kann durch

$$|\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{n}_i| = \cos(\alpha), \quad \forall i \in [1, 2] \quad (6.20)$$

berechnet werden. Damit wird unter Beachtung des Winkels der Totalreflexion (2.81) der Winkelbereich, unter dem Strahlen geführt werden, durch

$$|\sin(\vartheta) \cos(\varphi)| \leq \frac{\sqrt{n_{\text{core}}^2 - n_{\text{clad}}^2}}{n_{\text{core}}} \quad \wedge \quad |\sin(\vartheta) \sin(\varphi)| \leq \frac{\sqrt{n_{\text{core}}^2 - n_{\text{clad}}^2}}{n_{\text{core}}} \quad (6.21)$$

beschrieben. Alle Strahlen, die diesen Bedingungen genügen, werden innerhalb des Wellenleiters geführt. Diese Bedingungen sind unabhängig von der Wellenleiterlänge L und von den Querschnittsabmessungen W und H . Daher ist das Fernfeld nur abhängig von den Brechungsindizes und von der Anregung. Der größtmögliche Winkel $\vartheta_{\text{max}} \approx 13^\circ$ ergibt sich in diesem Beispiel für

$$\varphi = \{45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ\},$$

siehe Abbildung 6.10(b). In der Literatur wird anstelle eines Strahlkegels zur Beschreibung des Akzeptanzwinkels eines Kanalwellenleiters eine Strahlpyramide verwendet, die der Bedingung (6.21) genügt [58]. Mit Zunahme des Winkels ϑ für $\vartheta > \vartheta_N$ nimmt die Anzahl der geführten Strahlen ab, siehe Abbildung 6.10(b). Dies resultiert in der Abnahme der Leistung in Abbildung 6.10(a) für größer werdende Winkel $\alpha > \vartheta_N$.

Eine strahlenoptische Analyse des Übertragungsverhaltens setzt damit zwingend eine Betrachtung der Strahltrajektorien im Raum voraus. Bei einer vereinfachten Modellierung, nur unter Berücksichtigung der meridionalen Strahlen, werden Leistungsanteile, die durch helikale Strahlen mit $\vartheta > \vartheta_N$ geführt werden, vernachlässigt. Diese Effekte können durch die in dieser Arbeit vorgestellten zeiteffizienten Modelle berücksichtigt werden.

6.3.1.4. Betrachtung der Effizienz

Abschließend wird die Effizienz zur Berechnung der gesamten Strahlparameter bestimmt. Hierfür werden die Berechnungszeiten für beide Verfahren ermittelt. Als Variationsparameter werden die Wellenleiterlänge L und die Anzahl der Stimulationsstrahlen N_{Strahl} verändert.

Der Kernquerschnitt des betrachteten Kanalwellenleiters ist quadratisch mit der Seitenlänge $W = 70\mu\text{m}$. Die gewählte numerische Apertur dieses Wellenleiters ist $A_N = 0.25$, mit Brechungsindex $n_{\text{core}} = 1.56$. Als Anregung wird eine Punktquelle mit der Leistungsverteilung P_{Rect} und dem maximalen Polarwinkel $\vartheta_{\text{max}} = 9.2^\circ$ gewählt, siehe (2.115). Für die azimutale Winkelschrittweite bei der Quellmodellierung wird $\Delta\varphi = 1^\circ$ vorgegeben. Damit ergibt sich der azimutale Index J (2.113) zu $J = 360$. Um die Anzahl der emittierten Strahlen festzulegen wird die polare Winkelschrittweite $\Delta\vartheta$ der Quelle so variiert, dass für den polaren Index I (2.113) gilt

$$I \in \{90, 180, 360\}.$$

Die Wahl von I und J resultiert in einer

$$N_{\text{Strahl}} \in \{32400, 64800, 129600\}$$

Anzahl von Quellstrahlen.

Alle Simulationen werden auf einem identischen Arbeitsplatzrechner durchgeführt. Als Prozessor wird ein Intel Core 2 Quad Q6600 bei der Taktfrequenz von 2.4 GHz verwendet. Das installierte Betriebssystem ist Windows XP (Service Pack 2) der Firma Microsoft. Das Verfahren für die semisequentielle Strahlverfolgung ist in der Programmiersprache C++ geschrieben und liegt als ausführbares Programm vor. Dieses Programm ist hochoptimiert für die Berechnung des Übertragungsverhaltens von vielmodigen optischen Wellenleitern. Das Programm für die analytische Bestimmung der Strahlparameter ist in der Sprache Matlab in der Version 7.7 der Firma MathWorks Inc. implementiert. In der Tabelle 6.3 sind

Tabelle 6.3.: *Effizienz des Verfahrens für einen Kanalwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie, bei Variation der Trajektorienlänge L und Stimulationsstrahlanzahl N_{Strahl}*

	$N_{Strahl} = 32400$			$N_{Strahl} = 64800$			$N_{Strahl} = 129600$		
L [cm]	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$
10	89	5.28	16.86	177	10.52	16.83	353	21.16	16.68
20	164	5.27	31.11	334	10.58	31.57	667	21.01	31.75
50	402	5.29	75.99	803	10.54	76.19	1606	21.11	76.08
	$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$		
10	4.7			9.3			18.6		
20	9.3			18.6			37.2		
50	23.2			46.5			93.0		

die Berechnungszeiten des semisequentiellen Verfahrens t_{SRT} sowie die Berechnungszeit für das in dieser Arbeit vorgestellte analytische Verfahren t_{ART} bei unterschiedlicher Wellenleiterlänge L und unterschiedlicher Anzahl von emittierten Strahlen N_{Strahl} dargestellt. Des Weiteren ist die Laufzeiteffizienz t_{SRT}/t_{ART} aufgezeigt. Diese gibt an, um welchen Faktor das analytische Verfahren (ART) schneller ist. Zusätzlich ist in dieser Tabelle die gesamte Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen M_{Strahl} für die gewählte Anzahl Strahlen N_{Strahl} angegeben. Die Anzahl M_{Strahl} entspricht der Anzahl der Durchläufe durch die `while()`-Schleife in Algorithmus 1, Seite 48.

Die ermittelten Berechnungszeiten $t_{ART}(N_{Strahl})$ und $t_{SRT}(N_{Strahl})$ sind in Abhängigkeit von der Wellenleiterlänge L in Abbildung 6.11 dargestellt. Auf der Ordinate ist die Zeit t logarithmisch aufgetragen. Bei konstanter Wellenleiterlänge L und ansteigender Anzahl von Strahlen erhöht sich die Berechnungszeit bei beiden Verfahren nahezu linear. Ist die Anzahl der Strahlen N_{Strahl} konstant und erfolgt eine Verlängerung der Wellenleiterlänge L , so erhöht sich nur bei dem semisequentiellen Verfahren die Berechnungszeit t_{SRT} . Die Berechnungszeit t_{ART} ist annähernd konstant. Durch die Vergrößerung der Wellenleiterlänge L wird die Anzahl der inneren Reflexionen M_{Strahl} erhöht, siehe Tabelle 6.3. Hierbei ist deutlich die Unabhängigkeit des analytischen Verfahrens von der Anzahl der inneren Reflexionen M_{Strahl} zu erkennen. Auf Grund dessen steigt das Verhältnis t_{SRT}/t_{ART} zwischen beiden Verfahren mit zunehmender Wellenleiterlänge signifikant an. Dieser Anstieg ist proportional zur Wellenleiterlänge L .

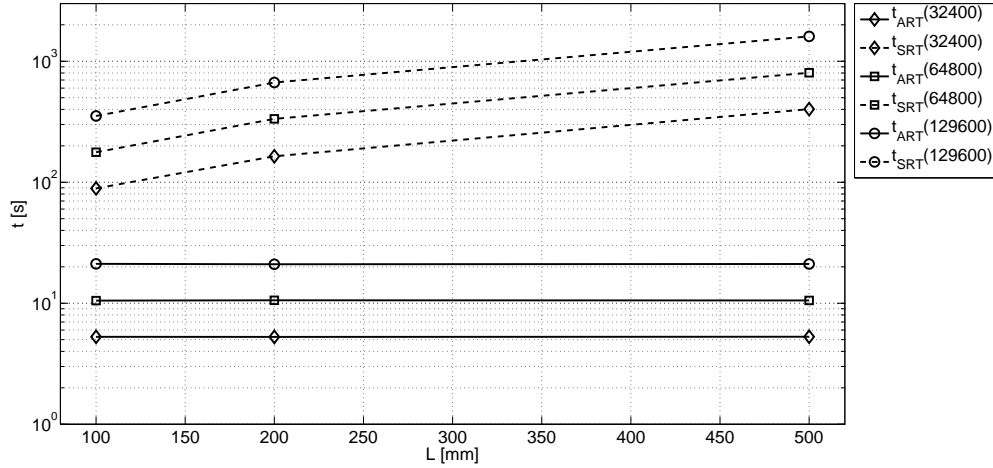


Abb. 6.11.: Vergleich der Berechnungszeiten $t_{ART}(N_{Strahl})$ und $t_{SRT}(N_{Strahl})$

Die Tabelle 6.3 und die Abbildung 6.11 verdeutlichen die Effizienz des entwickelten Verfahrens. Hierbei ist zu beachten, dass die Implementierung des analytischen Verfahrens in Matlab generell zu höheren Rechenzeiten führt. Eine Implementierung des Verfahrens in einer höheren Programmiersprache kann die Berechnungszeiten t_{ART} weiter signifikant verringern und somit die Effizienz zur Berechnung des transienten Übertragungsverhaltens erhöhen.

6.3.2. Direktverbindung basierend auf kaskadierten Segmenten

Um das in Abschnitt 6.2.2 vorgestellte Verfahren für die Berechnung komplexer Gesamtsysteme zu verifizieren, wird ein System bestehend aus drei Segmenten aufgebaut, siehe Abbildung 6.12.

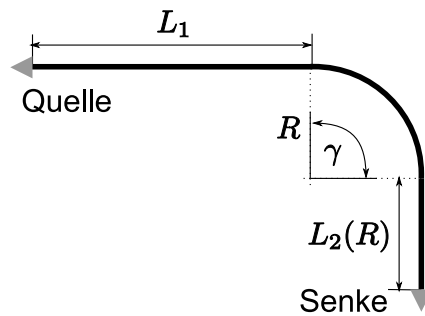


Abb. 6.12.: Skizze des Gesamtsystems

Das erste Segment ist ein gerader Kanalwellenleiter mit der konstanten Länge $L_1 = 20\text{mm}$. Das zweite Segment besteht aus einem konstant gekrümmten Kanalwellenleiter. Der Krümmungsradius R dieses Wellenleiters ist frei definierbar. Der Krümmungswinkel γ ist konstant mit $\gamma = \pi/2$. Das dritte Segment ist ein gerader Kanalwellenleiter mit einer

vom Radius R abhängigen Wellenleiterlänge² $L_2(R)$

$$L_2(R) = \begin{cases} 10\text{mm}; & R \leq 10\text{mm}, \\ 6\text{mm}; & R = 15\text{mm}, \\ 2\text{mm}; & R = 20\text{mm}. \end{cases}$$

Die Höhe H des rechteckförmigen Kanalwellenleiters hat keinen Einfluss auf das Übertragungsverhalten des Systems [46, 75]. Für die Höhe wird der konstante Wert $H = 70\mu\text{m}$ bei den folgenden Simulationen verwendet. Neben dem Krümmungsradius R werden die Weite W des Kanalwellenleiters und die numerische Apertur A_N variiert. Als Wellenleiterweite werden die Weiten

$$W = \{40, 70, 100\}\mu\text{m}$$

gewählt. Der Brechungsindex des Mantels n_{clad} wird bei konstantem Brechungsindex des Kernmaterials $n_{\text{core}} = 1.56$ so variiert, dass sich eine numerische Apertur von

$$A_N = \{0.2, 0.25, 0.3\}$$

einstellt.

Als Anregung wird eine Quelle verwendet, die die gesamte numerische Apertur homogen ausleuchtet. Diese Quelle entspricht der in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Quelle mit der Leistungsverteilung P_{Rect} . Die Anzahl der verwendeten Quellstrahlen ist konstant mit $N_{\text{Strahl}} = 32400$. Diese Anzahl wird durch den azimutalen Index $J = 360$ und den polaren Index $I = 90$, siehe (2.113), vorgegeben. Die Quelle wird auf der Stirnfläche des ersten Segments positioniert. Die Vorzugsstrahlrichtung der Quelle entspricht der Richtung der Trajektoriennormalen \mathbf{t}

$$\mathbf{t} = \mathbf{n}_q$$

des ersten Segments. Die Detektion der gesamten transmittierten Leistung erfolgt an der Ausgangsseite des dritten Segments. Die Quelle und der Detektor befinden sich in einem Material mit dem Brechungsindex n_{core} . Hierdurch werden die Verluste durch die Ein- und Auskopplung vernachlässigt. Weiter wird angenommen, dass das Wellenleitermaterial die eingekoppelte optische Leistung verlustfrei überträgt. Die auftretenden Verluste entstehen nur durch die Krümmung des Wellenleitersegments. In Abbildung 6.12 ist das zu modellierende System mit den einzelnen Segmenten, der Anregung und der Detektion skizziert.

Die Modellierung erfolgt mit der in Abschnitt 6.2.2 vorgestellten Methode. Das Gesamtsystem wird in drei Teilsysteme für die Berechnung des projizierten Strahlverlaufs partitioniert. Daran anschließend findet die Berechnung der resultierenden Strahlparameter mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters statt. Das Gesamtmodell entsteht aus der Kaskadierung dieser Teilmodelle. Dies entspricht damit dem in Abschnitt 4.1 eingeführten modularen Konzept. In Abbildung 6.13 ist das entsprechende Gesamtmodell als Gesamtblockschaltbild der verwendeten Teilmodelle dargestellt. Die Parameter des projizierten

²Die Abhängigkeit der Wellenleiterlänge L_2 vom Parameter R wurde gewählt, damit bei der Fertigung einer optischen Lage diese Strukturen platzsparend implementiert werden können und für Verifikationsmessungen zur Verfügung stehen.

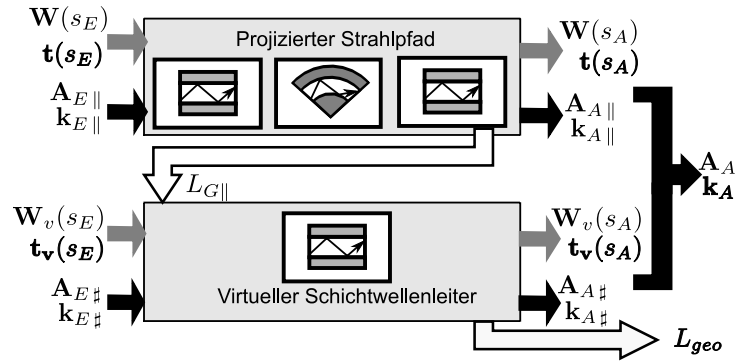
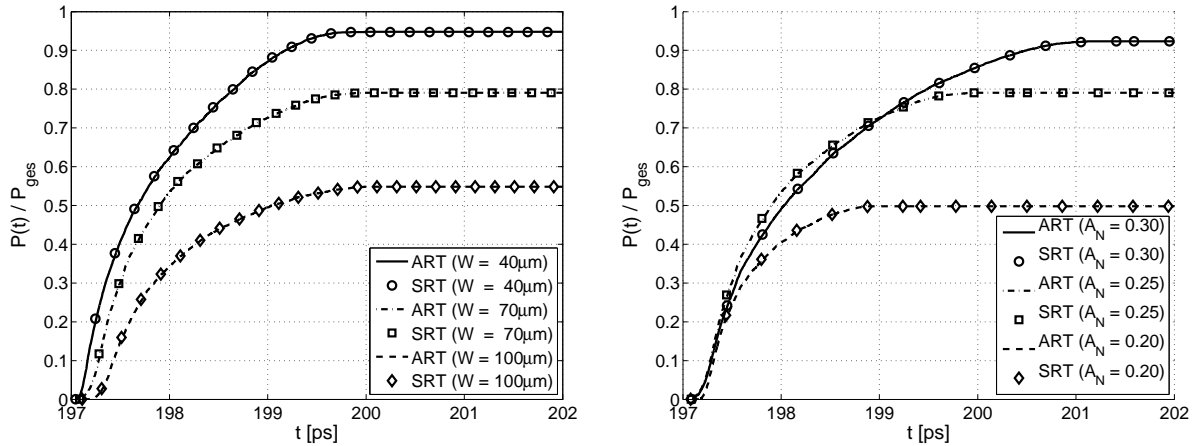


Abb. 6.13.: Blockschaltbild des in Abbildung 6.12 dargestellten Systems

Strahlpfades werden durch die kaskadierten Blöcke für Schichtwellenleiter mit gerader und konstant gekrümmter Trajektorie berechnet. Diese sind im oberen Teil des Blockschaltbildes abgebildet. Alle Grundmodelle basieren auf den in Kapitel 5 entwickelten Grundmodellen. Nach der Berechnung der Strahlpfadlänge $L_{G||}$ erfolgt die Bestimmung der resultierenden Strahlparameter mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters. Dies ist im unteren Teil des Blockschaltbildes abgebildet. Aus den so bestimmten Parametern können die statischen und die transienten Übertragungseigenschaften des Systems berechnet werden. Parallel wird das System mit Hilfe des semisequentiellen Strahlverfolgungsverfahrens analysiert.



(a) Variation der Wellenleiterweite W bei konstanter $A_N = 0.25$ (b) Variation der numerischen Apertur A_N bei konstanter Wellenleiterweite $W = 70 \mu\text{m}$

Abb. 6.14.: Durch die Verfahren ART und SRT ermittelte Sprungantworten eines gekrümmten Kanalwellenleiters mit konstantem Krümmungsradius $R = 5 \text{ mm}$.

Basierend auf der gewählten Anregung werden zuerst die Sprungantworten $a(t)$ des Systems bestimmt. Der verwendete Krümmungsradius ist $R = 5 \text{ mm}$. In den Abbildungen 6.14(a) und 6.14(b) sind die ermittelten Sprungantworten dargestellt. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate ist die detektierte Leistung $P(t)/P_{ges}$ aufgetragen. Hierbei ist P_{ges} die gesamte emittierte Leistung. Es ist kein Unterschied in den aufgezeigten Sprungantworten zu erkennen. Die Ergebnisse beider Verfahren sind in guter Übereinstimmung.

Um die Sprungantworten zu diskutieren, wird zuerst die Abbildung 6.14(a) betrachtet. Die numerische Apertur bei den betrachteten Kanalwellenleitern ist konstant mit $A_N = 0.25$. Die Wellenleiterweite W wird bei den Werten

$$W \in \{40, 70, 100\} \mu\text{m}$$

betrachtet. Mit zunehmender Wellenleiterweite W wird Leistung, aufgrund der Krümmung, in das umgebende Material transmittiert. Das Maximum der jeweiligen Sprungantwort ist mit zunehmender Wellenleiterweite W verringert. Anschließend wird in Abbildung 6.14(b) die numerische Apertur A_N bei konstanter Weite $W = 70 \mu\text{m}$ variiert. Zu erkennen ist, dass durch eine Erhöhung der numerischen Apertur die oben genannte Transmission in das umgebende Material verringert werden kann. Zusätzlich wird die Dispersionszeit τ_D der Sprungantwort verändert, siehe Abschnitt 2.3.1. Dies ist durch die mit zunehmender numerischer Apertur A_N gleichermaßen zunehmende Laufzeitdifferenz der Moden begründet.

Für die Bestimmung der Effizienz des Verfahrens wird im Folgenden der Radius R variiert. Hierbei werden die Abweichungen des statischen und des transienten Übertragungsverhaltens zwischen beiden Verfahren ermittelt. Außerdem wird die Zeiteffizienz von ART anhand von Laufzeitvergleichen bestimmt.

6.3.2.1. Statisches Übertragungsverhalten

Im Folgenden wird das statische Übertragungsverhalten des Systems bei unterschiedlichen Radien, Wellenleiterweiten und numerischen Aperturen bestimmt. Hierbei wird nur der Ausgangswert des Übertragungssystems betrachtet nachdem alle transienten Vorgänge abgeklungen sind. Die verwendete Stimulation ist bei beiden Verfahren identisch. Anschließend werden die Abweichungen zwischen beiden Verfahren ermittelt.

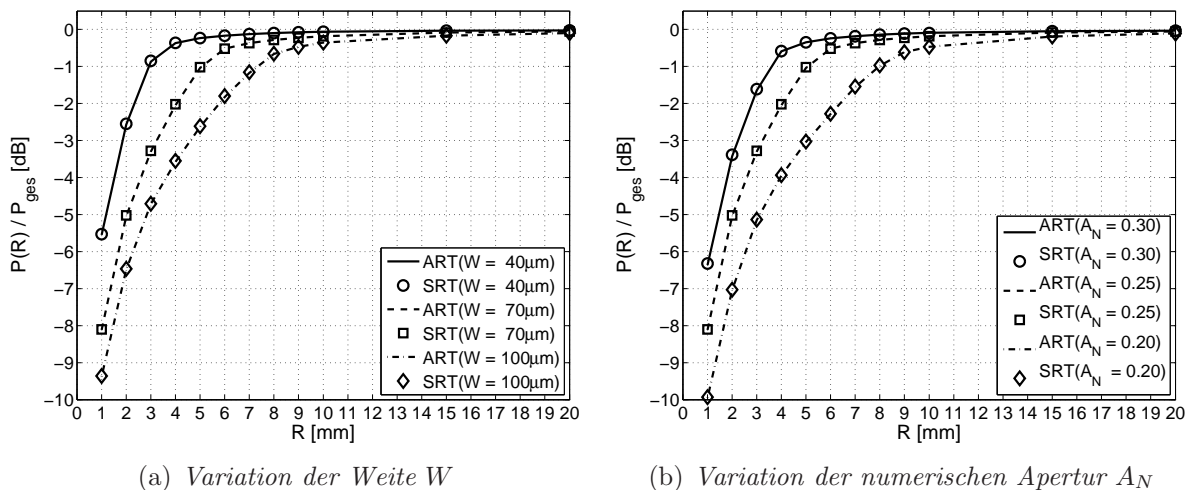


Abb. 6.15.: Dämpfungsverhalten von gekrümmten Kanalwellenleitern, berechnet mit den Verfahren ART und SRT

In den Abbildungen 6.15(a) und 6.15(b) sind die erzielten Ergebnisse dargestellt. In beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass die Krümmungsverluste mit abnehmendem

Krümmungsradius nichtlinear zunehmen. Diese Verluste sind abhängig von der Wellenleiterweite W und von der numerischen Apertur A_N . Sie sind in den Abstrahlverlusten der Strahlen aufgrund der gekrümmten Wellenleiterberandung begründet und nehmen mit verringertem Krümmungsradius R zu, siehe Abschnitt 3.2.3.

Zuerst werden die Krümmungsverluste in Abhängigkeit von der Wellenleiterweite W betrachtet. Dazu wird eine numerische Apertur von $A_N = 0.25$ spezifiziert. Für die Wellenleiterweite W werden die Werte

$$W = \{40, 70, 100\} \mu\text{m}$$

gewählt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.15(a) dargestellt. Wird in dieser Abbildung der Krümmungsradius bei $R = 4\text{mm}$ betrachtet, so ist zu erkennen, dass mit zunehmender Wellenleiterweite W die Krümmungsverluste ansteigen. Für die Analyse der Krümmungsverluste in Abhängigkeit von der numerischen Apertur wird eine Wellenleiterweite von $W = 70\mu\text{m}$ gewählt und die numerische Apertur A_N verändert. In Abbildung 6.15(b) sind diese Krümmungsverluste dargestellt. Betrachtet wird auch hier der Krümmungsradius $R = 4\text{mm}$. Zu erkennen ist, dass mit zunehmender numerischer Apertur die Krümmungsverluste abnehmen.

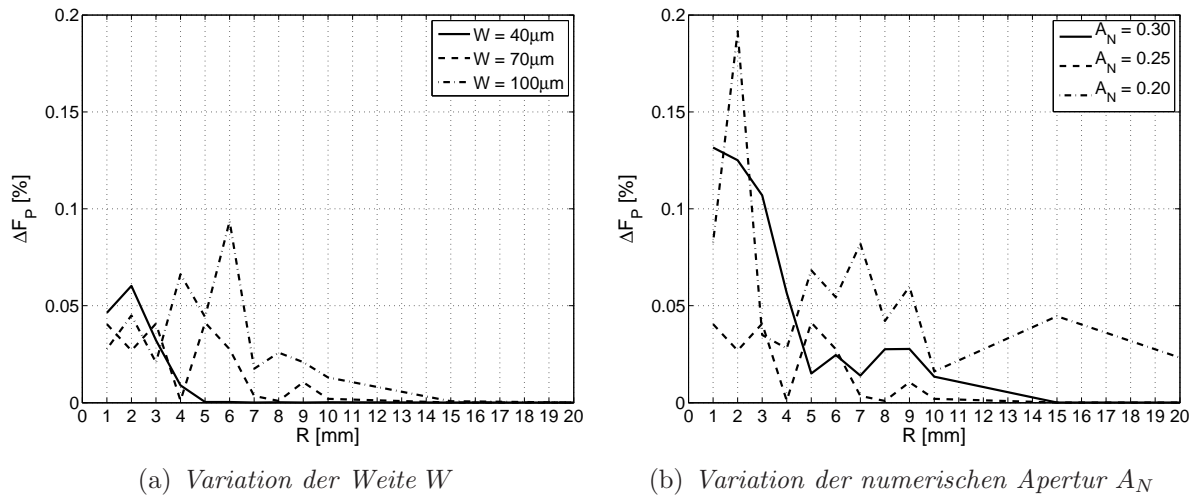


Abb. 6.16.: Relative prozentuale Abweichung der Simulationsergebnisse bei gekrümmten Kanalwellenleitern

Die erzielten Ergebnisse sind mit dem entwickelten Modellierungsansatz (ART) und mit dem semisequentiellen Strahlverfolgungsverfahren (SRT) bestimmt worden. In den Abbildungen 6.15(a) und 6.15(b) zeigen beide Verfahren nahezu identische Simulationsergebnisse. Um die Abweichungen zwischen beiden Verfahren zu bestimmen, ist in den Abbildungen 6.16(a) und 6.16(b) die relative prozentuale Abweichung

$$\Delta F_P = \left| \frac{P(R)_{ART} - P(R)_{SRT}}{P(R)_{SRT}} \right| \cdot 100 \quad [\%] \quad (6.22)$$

dargestellt³. Aus den Abbildungen kann die maximale relative prozentuale Abweichung

³Da die Quelldiskretisierung identisch ist, ist die gesamte emittierte Leistung P_{ges} ebenfalls identisch.

bestimmt werden

$$\max(\Delta F_P) < 0.2\%.$$

Für größer werdende Krümmungsradien wird diese Abweichung geringer, da sich der Verlauf dem in Abschnitt 6.3.1 untersuchten geraden Verlauf annähert.

Zu erkennen ist, dass die gewonnenen Ergebnisse des statischen Übertragungsverhaltens nahezu identisch sind. Die in dieser Arbeit entwickelte Modellierung kann somit verwendet werden, um das statische Verhalten von Kanalwellenleitersystemen zu bestimmen. Diese können sowohl aus einzelnen Kanalwellenleitersegmenten als auch aus kaskadierten Segmenten bestehen.

6.3.2.2. Transientes Übertragungsverhalten

Neben den statischen Betrachtungen wird eine transiente Analyse des Übertragungsverhaltens durchgeführt. Die Kanalwellenleiter entsprechen den im letzten Abschnitt vorgestellten Kanalwellenleitern. Die Grenzfrequenz f_{3dB} wird mit Hilfe der Gleichung (2.132) bestimmt.

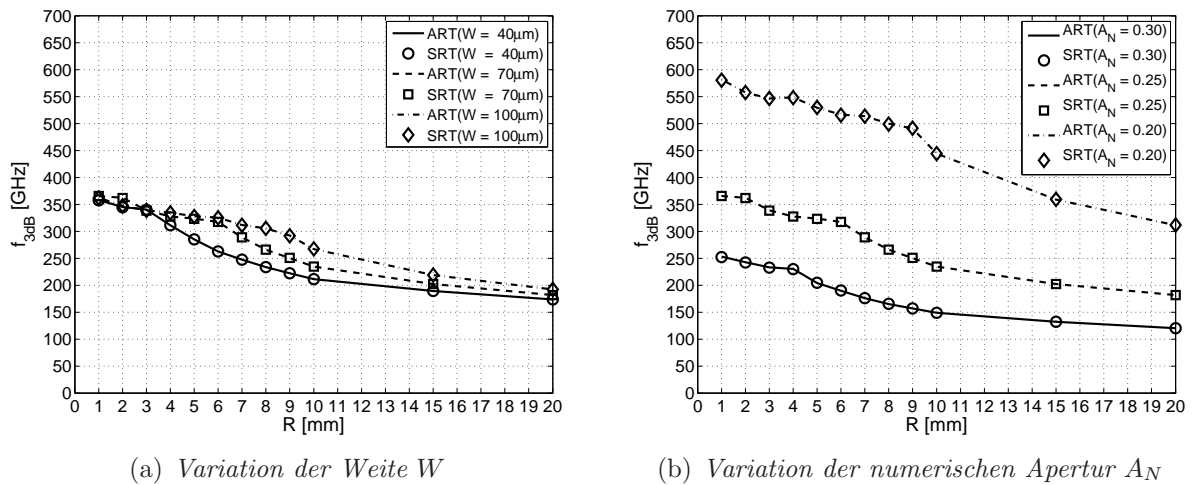


Abb. 6.17.: Grenzfrequenz f_{3dB} von gekrümmten Kanalwellenleitern, berechnet durch die Verfahren ART und SRT

Die Abbildungen 6.17(a) und 6.17(b) stellen die bestimmten Grenzfrequenzen f_{3dB} in Abhängigkeit vom Radius R für beide Verfahren dar. Die Abbildung 6.17(a) demonstriert den Einfluss der Variation der Wellenleiterweite W bei konstanter numerischer Apertur. Der Einfluss der numerischen Apertur auf das Übertragungsverhalten ist in der Abbildung 6.17(b) aufgezeigt.

Durch die Makrokrümmung wird die lokale Strahlrichtung \mathbf{k}_l jedes Strahls bezogen auf die Trajektorienrichtung $\mathbf{t}(s)$ verändert und Leistung in das umgebende Material transmittiert. Dies resultiert in einer Veränderung der Übertragungsfunktion und der Grenzfrequenz f_{3dB} . Außerdem ist eine Veränderung der Leistungsverteilung im Fernfeld zu beobachten, siehe Abschnitt 3.2.3.1.

Bei der Variation der Wellenleiterweite ist diese Veränderung gering, siehe Abbildung 6.17(a). Wird die numerische Apertur verändert, siehe Abbildung 6.17(b), nimmt die Grenzfrequenz mit verringerter A_N zu. Dieser Effekt ist durch die Anstiegszeit τ (2.130) begründet. Die Anstiegszeit τ nimmt mit verringerter numerischer Apertur A_N ab, siehe Abschnitt 2.3.1. Eine verringerte Anstiegszeit resultiert in einer höheren Grenzfrequenz f_{3dB} .

In den Abbildungen 6.17(a) und 6.17(b) ist zudem die gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Verfahren erkennbar. Die dargestellten Kurven liegen annähernd übereinander. Für eine detailliertere Analyse wird die relative prozentuale Abweichung

$$\Delta F_\tau = \left| \frac{f_{3dB}(R)_{ART} - f_{3dB}(R)_{SRT}}{f_{3dB}(R)_{SRT}} \right| \cdot 100 \quad [\%] \quad (6.23)$$

berechnet.

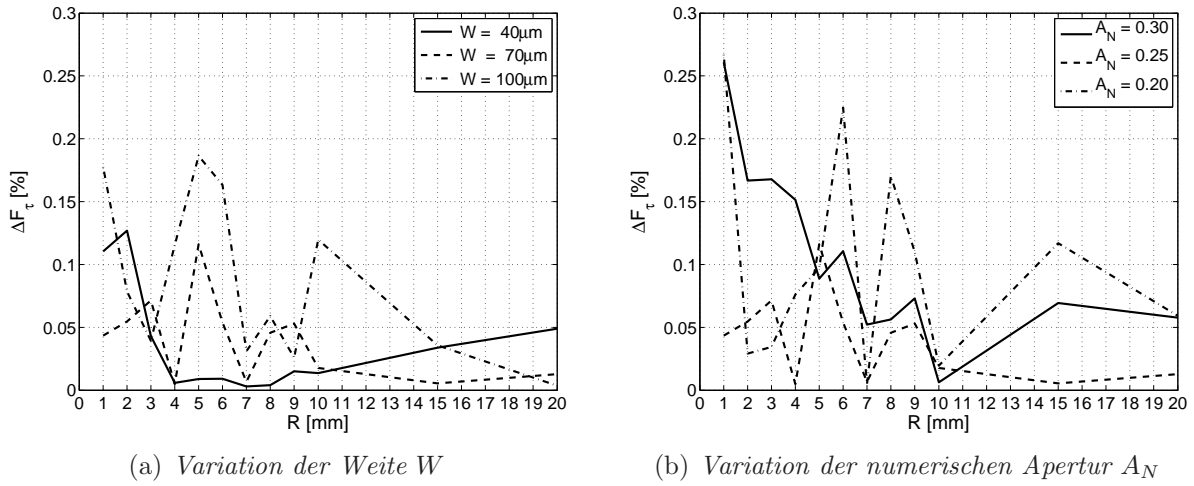


Abb. 6.18.: Relative prozentuale Abweichung zwischen ART und SRT bei der Bestimmung der Grenzfrequenz f_{3dB} von gekrümmten Kanalwellenleitern

Diese Abweichung ist in den Abbildungen 6.18(a) und 6.18(b) abgebildet. In beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass die relative Abweichung zwischen beiden Verfahren sehr gering ist. Die maximale prozentuale Abweichung beträgt

$$\max(\Delta F_\tau) < 0.3\%.$$

Die in dieser Arbeit entwickelte Modellierung kann damit verwendet werden, um das transiente Übertragungsverhalten von Kanalwellenleitern zu bestimmen.

Wie in den Abbildungen 6.15 zu erkennen, ist für bestimmte Radien die übertragene statische Leistung $H(0)$ bedingt durch die Wellenleiterkrümmung um mehr als 3dB gedämpft. Bei der Bestimmung der Grenzfrequenz f_{3dB} wird dieses statische Verhalten nicht berücksichtigt, siehe Abschnitt 2.3.2. Aufgrund der hohen Dämpfung und der begrenzten Responsivität der verwendeten Photodioden ist eine hochdatenratige Übertragung bei diesen Krümmungsradien nicht sinnvoll.

6.3.2.3. Betrachtung der Effizienz

Für die Analyse der Effizienz des Verfahrens wird das System mit unterschiedlichen Quellen stimuliert. Als Variationsparameter werden der polare Index (2.113) und (2.114)

$$I \in \{90, 180\}$$

und damit die Anzahl der Strahlen N_{Strahl} , die Wellenleiterweite W und der Wellenleiter-radius R variiert. Der azimutale Index J ist konstant mit $J = 360$.

Tabelle 6.4.: Darstellung der Berechnungszeiten t_{SRT} und t_{ART} , der Effizienz der Verfahren sowie der Anzahl der inneren Reflexionen M_{Strahl} für ein komplexes System bei Variation der Wellenleiterweiten W , der Krümmungsradien R und der Anzahl der Stimulationsstrahlen N_{Strahl}

	$N_{Strahl} = 32400$								
	$R = 10\text{mm}$ $L_T = 45.7\text{mm}$			$R = 15\text{mm}$ $L_T = 49.6\text{mm}$			$R = 20\text{mm}$ $L_T = 53.4\text{mm}$		
W [μm]	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$
40	71	13	5.46	76	13	5.84	82	13	6.3
70	56	13	4.3	60	13	4.61	64	13	4.92
100	49	13	3.77	53	13	4.07	57	13	4.4
	$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$		
40	3.1			3.4			3.7		
70	2.3			2.6			2.7		
100	2.0			2.1			2.3		
	$N_{Strahl} = 64800$								
40	141	26	5.42	153	26	5.88	165	26	6.35
70	112	26	4.3	119	26	4.57	128	26	4.92
100	100	26	3.8	106	26	4.07	114	26	4.4
	$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$			$M_{Strahl}/10^6$		
40	6.4			6.9			7.4		
70	4.7			5.1			5.4		
100	4.0			4.3			4.6		

In der Tabelle 6.4 werden die Berechnungszeiten für das semisequentielle Berechnungsverfahren t_{SRT} und für das in dieser Arbeit entwickelte Berechnungsverfahren t_{ART} gegenübergestellt. Zusätzlich wird das Verhältnis der Berechnungszeiten zur Bestimmung der Zeiteffizienz gebildet. Außerdem ist die Anzahl der inneren Reflexionen M_{Strahl} angegeben. Diese Werte wurden für eine unterschiedliche Anzahl von Strahlen N_{Strahl} sowie unterschiedliche Weiten W und Radien R bestimmt. Durch die Veränderung des Wellenleiterradius wird auch die Trajektorienlänge L_T

$$L_T = L_1 + \frac{\pi}{2} \cdot R + L_2(R) \quad (6.24)$$

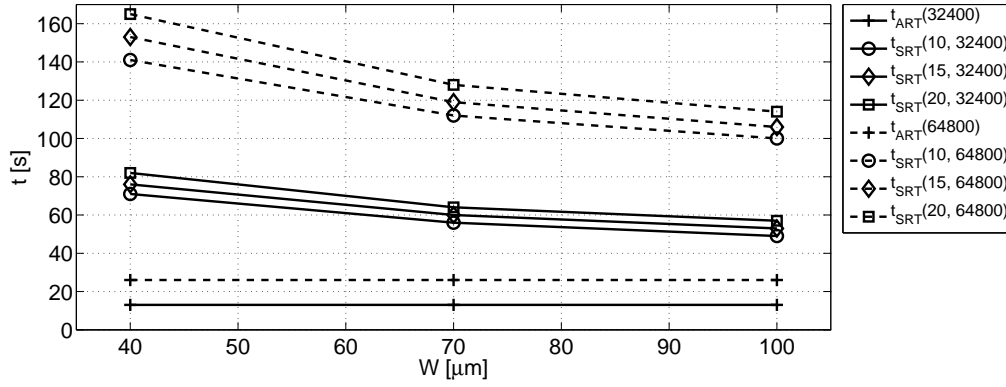


Abb. 6.19.: Berechnungszeiten $t_{ART}(N_{Strahl})$ und $t_{SRT}(R, N_{Strahl})$ für das in Abbildung 6.12 dargestellte System

verändert. Diese Trajektorienlänge ist zusätzlich in der Tabelle 6.4 aufgeführt.

Die Berechnungszeiten $t_{ART}(N_{Strahl})$ und $t_{SRT}(R, N_{Strahl})$ sind in Abhängigkeit von der Wellenleiterweite W in Abbildung 6.19 dargestellt. Hierbei ist zu erkennen, dass die Berechnungszeit t_{ART} unabhängig von dem verwendeten Radius R ist, siehe Tabelle 6.4. Die Berechnungszeiten für das semisequentielle Berechnungsverfahren hängen nahezu linear von der Verlängerung der Trajektorienlänge ab, da durch eine Verlängerung dieser Trajektorienlänge auch die Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen M_{Strahl} ansteigt. Dieses Verhalten entspricht dem in Abschnitt 6.3.1.4 diskutierten Verhalten. Die Anzahl der zu berechnenden Reflexionen verringert sich mit der Vergrößerung der Wellenleiterweite W , siehe Gleichung (5.10) und Gleichung (5.15). Aus diesem Grund sinkt durch eine Vergrößerung der Wellenleiterweite die Berechnungszeit des Strahlverfolgungsalgorithmus.

Bei dem analytischen Verfahren ist die Berechnungszeit t_{ART} unabhängig von der Trajektorienlänge und der Wellenleiterweite. Sie ist bei konstanter Quelldiskretisierung nur von der Anzahl der verwendeten Segmente abhängig. Dies ist durch den modularen Ansatz begründet. Für einen geraden Wellenleiter bei $N_{Strahl} = 32400$ beträgt die Berechnungszeit $t_{ART} = 5.28s$, siehe Tabelle 6.3, für das hier betrachtete System beträgt die Berechnungszeit $t_{ART} = 13s$. Die Strahlparameter des geraden Wellenleiters in Abschnitt 6.3.1 werden mit Hilfe von zwei identischen Teilmodellen für gerade Wellenleiter bestimmt. Die Berechnungszeit pro Teilmodell kann durch $t_g \approx 2.6s$ angenähert werden. Das hier betrachtete System besteht aus vier Segmenten, siehe Blockschaltbild 6.13. Drei dieser vier Segmente werden durch Teilmodelle für gerade Wellenleiter beschrieben. Die Berechnungszeit für das Teilmodell mit konstant gekrümmter Trajektorie kann damit durch $t_k \approx 5s$ angenähert werden. Diese Berechnungszeit ist ebenfalls unabhängig von dem Wellenleiterradius und der Wellenleiterweite.

Das Verhältnis t_{SRT}/t_{ART} ist für dieses System geringer als das Verhältnis bei den in Abschnitt 6.3.1.4 betrachteten geraden Kanalwellenleiterstrukturen. Dies ist in der Implementierung begründet, da die vorgestellten Algorithmen als von Matlab interpretierbares Skript vorliegen. Es ist zu erwarten, dass bei einer Implementierung in C++ die Zeiteffizienz verbessert wird.

6.4. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Modellierungsverfahren vorgestellt, mit dem das Übertragungsverhalten von Kanalwellenleitern und mikrooptischen Komponenten zeiteffizient bestimmt werden kann. Kern dieses Modellierungsverfahrens ist die Aufteilung jedes Strahlverlaufs im Raum in zwei orthogonale Strahlverläufe. Der erste Strahlverlauf repräsentiert den Strahlverlauf in der Projektionsebene des Wellenleiters und wird mit den in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren für gerade und konstant gekrümmte Schichtwellenleiter zeiteffizient analytisch berechnet. Kann der Strahlverlauf nicht analytisch ermittelt werden, so muss er mit Hilfe des in Kapitel 3.3.1 vorgestellten physikalischen Strahlverfolgungsalgorithmus in der Ebene bestimmt werden. Hierbei ist zu beachten, dass im Gegensatz zu einer Strahlverfolgung im Raum die Strahlverfolgung in der Ebene zeiteffizienter ist. Auf dem projizierten Strahlverlauf wird der in diesem Kapitel vorgestellte virtuelle Schichtwellenleiter orthogonal zur Projektionsebene entlang des Strahlverlaufs positioniert. Die Höhe des virtuellen Schichtwellenleiters entspricht der Höhe des Kanalwellenleiters, die Länge des virtuellen Schichtwellenleiters entspricht der Länge des bestimmten projizierten Strahlverlaufs. Die resultierenden Strahlparameter im Raum können mit Hilfe des in Abschnitt 5.1 vorgestellten Verfahrens zeiteffizient analytisch berechnet werden.

Als Optimierungsstrategie wird bei Wellenleiterstrukturen, die aus kaskadierten Segmenten integriert wurden, zuerst der gesamte projizierte Strahlverlauf in der Ebene bestimmt und anschließend ein virtueller Schichtwellenleiter auf diesen gesamten projizierten Strahlverlauf positioniert. Damit ist es möglich, das transiente Übertragungsverhalten von Kanalwellenleitern und mikrooptischen Komponenten zeiteffizient zu berechnen. Die Bestimmung der Strahlparameter im Raum mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters wurde als internationales Patent angemeldet und am 15.01.09 veröffentlicht [101].

Das Teilmodell für einen geraden oder konstant gekrümmten Kanalwellenleiter besteht aus den in Kapitel 5 vorgestellten Modellen. Das Teilmodell für eine Komponente mit variabler Kernweite (Taper) wird mit Hilfe von Strahlverfolgungsalgorithmen in der Ebene bestimmt. Die Integration zu einem Gesamtsystem kann mit den in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Methoden sehr leicht erfolgen. Die vorgestellten Verfahren sind somit sogenannte White-Box-Verfahren, siehe Abschnitt 4.2.2.1, eine Parametervariation kann hierbei sehr einfach und zeiteffizient durchgeführt werden.

Um die vorgestellten Verfahren zu verifizieren und deren Effizienz zu ermitteln, wurden zwei unterschiedliche Kanalwellenleiterstrukturen modelliert. Die erste analysierte Struktur ist ein gerader Kanalwellenleiter mit variabler Wellenleiterlänge L . Die zweite Struktur ist ein Kanalwellenleiter, der aus kaskadierten geraden und konstant gekrümmten Kanalwellenleitersegmenten besteht. Hierbei sind der Radius R und die Wellenleiterweite W variabel. Die ermittelten Abweichungen des statischen und transienten Übertragungsverhaltens sind bei beiden untersuchten Strukturen gering. Somit kann das entwickelte Verfahren verwendet werden, um das transiente Übertragungsverhalten von Kanalwellenleitern und mikrooptischen Strukturen zu bestimmen.

Die Laufzeit t_{ART} des in diesem Kapitel vorgestellten Modells hängt außer von der Anzahl der Stimulationsstrahlen nur von der Anzahl der zu verwendenden Teilmodelle ab. Diese Laufzeit ist damit, im Gegensatz zu der Laufzeit t_{SRT} des klassischen Strahlverfolgungsverfahrens, siehe Abschnitt 3.3.1, unabhängig von der Anzahl der zu bestimmenden

inneren Reflexionen M_{Strahl} . Eine zeiteffiziente Bestimmung des Übertragungsverhaltens ist somit mit Hilfe dieser Modelle möglich.

Durch den in diesem Kapitel vorgestellten Ansatz lassen sich zudem leicht weitere komplexe Strukturen modellieren und zeiteffizient analysieren. Die entwickelten Modelle werden durch den gewählten modularen Ansatz problemlos in einen Simulationsablauf integriert. Diese Modellierung schließt Komponenten ein, bei denen die Wellenleiterberandung nicht in analytisch beschreibbarer Form oder mit nicht stetig differenzierbarer Trajektorie vorliegt (z. B. Wellenleiterkreuzungen). Es muss nur sichergestellt sein, dass die notwendigen Modellschnittstellen vorhanden sind und die benötigten Modellparameter übergeben werden können. Des Weiteren können dadurch, dass sämtliche Strahlparameter des Strahls bekannt sind, Absorptionsverluste, Polarisationseffekte und der Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf das transiente Übertragungsverhalten berücksichtigt werden.

Mehrtormodell für Kanalwellenleiter und mikrooptische Komponenten

Im letzten Kapitel wurde mit Hilfe von Strahlprojektionen das dreidimensionale Problem der Strahlverfolgung innerhalb eingebetteter Wellenleiter und mikrooptischer Komponenten auf zwei zweidimensionale Probleme zurückgeführt. Hierbei wird jeder Strahl \mathbf{S}_n

$$\mathbf{S}_n = \mathbf{A}_n + l\mathbf{k}_n \quad (7.1)$$

auf die Projektionsebene des Wellenleiters projiziert. Die Berechnung der Strahlparameter in der Projektionsebene kann bei bestimmten Projektionsflächen des Wellenleiters mit Hilfe der in Kapitel 5 vorgestellten Verfahren analytisch erfolgen. Nachdem die Strahlänge $L_{G\parallel}$ in der Ebene bekannt ist, werden mit Hilfe des in Abschnitt 6.1 eingeführten virtuellen Schichtwellenleiters zeiteffizient die resultierenden Strahlparameter im Raum bestimmt. Hierbei wird auf die in Abschnitt 5.1 vorgestellten analytischen Verfahren zurückgegriffen.

Die Projektion eines Strahls auf eine Projektionsebene ist keine eindeutig umkehrbare Abbildung. Es können unterschiedliche Strahlen mit identischem projizierten Aufpunkt \mathbf{A}_{\parallel} und identischer Strahlrichtung \mathbf{k}_{\parallel} in der Projektionsebene angegeben werden, siehe Abschnitt 4.3.3.2. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der Strahlaufpunkt \mathbf{A}_n bei allen Strahlen identisch ist. Des Weiteren wird die lokale Strahlrichtung \mathbf{k}_n durch die orthogonalen Vektoren des Wellenleiters beschrieben

$$\mathbf{k}_n = (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_1(s_E)) \mathbf{n}_1(s_E) + (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_2) \mathbf{n}_2 + (\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{t}(s_E)) \mathbf{t}(s_E). \quad (7.2)$$

Die initialen Strahlrichtungen \mathbf{k}_n können eindeutig durch den Polarwinkel ϑ_n und den Azimutwinkel φ_n in Kugelkoordinaten angegeben werden

$$\mathbf{k}_n = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_n) \sin(\vartheta_n) \\ \sin(\varphi_n) \sin(\vartheta_n) \\ \cos(\vartheta_n) \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

Durch die Projektion jeder Strahlrichtung \mathbf{k}_n auf die Projektionsfläche mit dem Normalenvektor \mathbf{n}_2 wird die projizierte Strahlrichtung $\mathbf{k}_{n\parallel}$

$$\mathbf{k}_{n\parallel} = \underbrace{(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{n}_1(s_E))}_{\cos(\varphi_n) \sin(\vartheta_n)} \mathbf{n}_1(s_E) + \underbrace{(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{t}(s_E))}_{\cos(\vartheta_n)} \mathbf{t}(s_E) \quad (7.4)$$

angegeben. Für diese gilt

$$|\mathbf{k}_{n\parallel}| = \sqrt{[\cos(\varphi_n) \sin(\vartheta_n)]^2 + \cos(\vartheta_n)^2} \leq 1. \quad (7.5)$$

Weiter wird der Projektionswinkel $\alpha_{n\parallel}$ zwischen der Trajektorienrichtung des Wellenleiters $\mathbf{t}(s_E)$ und der projizierten Strahlrichtung $\mathbf{k}_{n\parallel}$ durch

$$\cos(\alpha_{n\parallel}) = \frac{\mathbf{k}_{n\parallel}}{|\mathbf{k}_{n\parallel}|} \cdot \mathbf{t}(s_E) = \frac{\cos(\vartheta)}{\sqrt{[\sin(\vartheta) \cos(\varphi)]^2 + \cos(\vartheta)^2}} \quad (7.6)$$

$$\sin(\alpha_{n\parallel}) = \frac{\mathbf{k}_{n\parallel}}{|\mathbf{k}_{n\parallel}|} \cdot \mathbf{n}_1(s_E) = \frac{\sin(\vartheta) \cos(\varphi)}{\sqrt{[\sin(\vartheta) \cos(\varphi)]^2 + \cos(\vartheta)^2}} \quad (7.7)$$

berechnet. Für diesen Projektionswinkel α_{\parallel} gilt:

$$\alpha_{\parallel} \in [-\vartheta_{max}, \vartheta_{max}].$$

Der Projektionswinkel α_{\parallel} nimmt damit sowohl positive als auch negative Werte an. Durch die Periodizität der Sinus- und der Cosinusfunktion für die Koordinate φ in den Gleichungen (7.6) und (7.7) kann der Projektionswinkel α_{\parallel} identische Werte für unterschiedliche φ und ϑ annehmen.

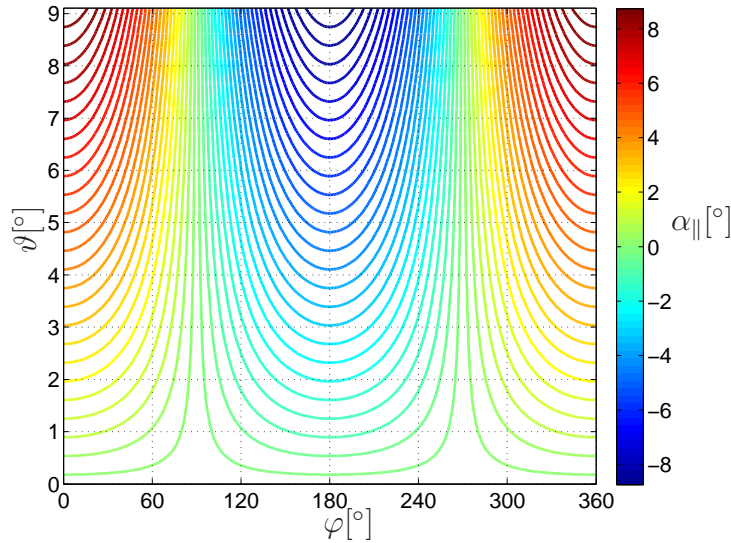


Abb. 7.1.: Konturdarstellung des Projektionswinkels α_{\parallel} in Abhängigkeit vom Polarwinkel ϑ und vom Azimutwinkel φ

Um dies zu verdeutlichen, ist in Abbildung 7.1 die Abhängigkeit des Projektionswinkels α_{\parallel} vom Polarwinkel ϑ und vom Azimutwinkel φ als Kontur aufgezeigt. Durchgehende Linien kennzeichnen konstante Werte für α_{\parallel} . Die Farbe der Konturlinien bestimmt den entsprechenden Wert von α_{\parallel} . Wie in Abbildung 7.1 und in den Gleichungen (7.6) und (7.7) zu erkennen, existieren für einen konstanten Projektionswinkel α_{\parallel} mehrere Winkel ϑ und φ .

Bei allen Strahlen mit dem identischen projizierten Aufpunkt $\mathbf{A}_{E\parallel}$ und dem Projektionswinkel α_{\parallel} ist der Strahlverlauf in der Projektionsebene kongruent. Für eine zeiteffiziente Simulation können alle Strahlen, die diesen Bedingungen genügen, zu einem projizierten Strahl zusammengefasst werden, siehe Abschnitt 4.3.3.2. Diese Eigenschaft wird im folgenden Abschnitt verwendet, um eine Orts- und Winkeldiskretisierung der Wellenleiterprojektionskanten durchzuführen und mit Hilfe eines Mehrtormodells die Strahlänge $L_{G\parallel}$, die Strahlrichtung $\mathbf{k}_{A\parallel}$ und den Aufpunkt $\mathbf{A}_{A\parallel}$ zu bestimmen. Die gesamte geometrische Weglänge L_{geo} der Strahltrajektorien innerhalb des Systems wird anschließend mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters berechnet.

7.1. Bestimmung der Koppelmatrix des Mehrtores

Im letzten Abschnitt wurde aufgezeigt, dass unterschiedliche Strahlen mit identischem projiziertem Aufpunkt \mathbf{A}_{\parallel} und Projektionswinkel α_{\parallel} identische Strahlverläufe in der Projektionsebene aufweisen. Diese Eigenschaft wird im Folgenden verwendet, um eine Koppelmatrix für jedes Wellenleitersegment zu generieren.

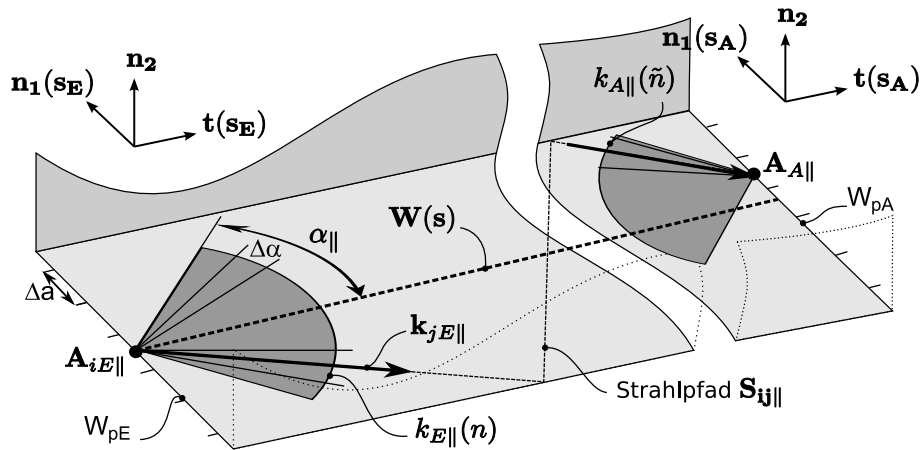


Abb. 7.2.: Orts- und Winkeldiskretisierung der Wellenleiterprojektionskanten W_{pE} und W_{pA}

Hierzu werden die Projektionskanten W_{pE} und W_{pA} des Wellenleiters, siehe Gleichung (4.11) und (4.12), in N_x , mit $N_x \in \mathbb{N}$, konstante diskrete Längensegmente Δa partitioniert. Über jedes Längensegment wird ein Bogen mit dem Winkel 2α gespannt. Dieser Bogen wird in N_α , mit $N_\alpha \in \mathbb{N}$, konstante diskrete Winkelsegmente $\Delta\alpha$ unterteilt, siehe Abbildung 7.2. Es gilt damit

$$\sum_{i=1}^{N_x} \Delta a = W \quad \wedge \quad \sum_{j=1}^{N_\alpha} \Delta\alpha = 2\alpha.$$

Hierdurch ergibt sich ein Mehrtor mit $N = N_x \cdot N_\alpha$ Eingangstoren. Diese werden im Folgenden als $k_E(i, j)$ bezeichnet. Jedes Tor $k(i, j)$ repräsentiert einen projizierten Strahl $\mathbf{S}_{ij\parallel}$ mit dem Aufpunkt $\mathbf{A}_{iE\parallel}$ und der Strahlrichtung $\mathbf{k}_{jE\parallel}$.

Im Allgemeinen muss die Anzahl der Eingangstore nicht mit der Anzahl der Ausgangstore übereinstimmen. Außerdem ist es nicht erforderlich, dass die Orts- und die Winkeldiskretisierung äquidistant sind. Ziel dieses Verfahrens ist es, ein komplexes Gesamtmodell durch die Kaskadierung von Teilmodellen zu erstellen, siehe Abschnitt 4.1. Für eine vereinfachte Kaskadierung bietet es sich deshalb an, eine identische Diskretisierung für den Orts- sowie den Winkelbereich des Wellenleitereingangs und -ausgangs zu verwenden. Aus diesem Grund wird die Anzahl der Ausgangstore identisch zu der Anzahl der Eingangstore gewählt.

Der Einfachheit halber werden die Orts- und Winkelindizes (i, j) durch den fortlaufenden Index n bzw. \tilde{n}

$$k_{E\parallel}(i, j) = k_{E\parallel}(n) \quad (7.8)$$

ersetzt. Für jedes Eingangstor $k_{E\parallel}(n)$ wird das entsprechende Ausgangstor $k_{A\parallel}(\tilde{n})$ und die projizierte Strahllänge $L_{G\parallel}(n)$ berechnet, siehe auch Abbildung 7.2.

Die Eingangstore werden als Einheitsspaltenvektor \mathbf{V}_{k_E} mit N Elementen dargestellt

$$\mathbf{V}_{k_E(n)}(m) = \begin{cases} 1 : m = n, \\ 0 : \text{sonst.} \end{cases} \quad (7.9)$$

Damit ergibt sich der Eingangsspaltenvektor zu

$$\mathbf{V}_{k_E(n)} = [0 \ \cdots \underbrace{1}_{m=n} \ \cdots \ 0]^T \quad \wedge \quad |\mathbf{V}_{k_E(n)}| = 1. \quad (7.10)$$

Da die Anzahl der Eingangstore identisch mit der Anzahl der Ausgangstore ist, werden die Ausgangstore durch einen Spaltenvektor \mathbf{V}_{k_A} mit N Elementen repräsentiert. Es werden nicht alle stimulierten Strahlen geführt, daher existiert nicht für jedes Eingangstor $\mathbf{k}_E(n)$ ein entsprechendes Ausgangstor $\mathbf{k}_A(\tilde{n})$. In diesem Fall ist der entsprechende Ausgangsvektor \mathbf{V}_{k_A} der Nullvektor $\underline{0}$.

Werden alle Eingangstore sukzessive stimuliert und die entsprechenden Ausgangstore berechnet, kann eine Koppelmatrix $\tilde{\mathbf{K}}$ des betrachteten Wellenleitersegments angegeben werden. Diese erfüllt für alle Eingangsvektoren die Bedingung

$$\mathbf{V}_{k_A(\tilde{n})} = \tilde{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{V}_{k_E(n)}, \quad \forall n \in N. \quad (7.11)$$

Hier ist $\mathbf{V}_{k_A(\tilde{n})}$ der Ausgangsvektor des Systems. Alternativ kann der Ausgangsvektor in Abhängigkeit vom Eingangsvektor dargestellt werden

$$\mathbf{V}_{k_A(n)} = \tilde{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{V}_{k_E(n)}, \quad \forall n \in N. \quad (7.12)$$

In dieser Gleichung ist der Index n auf das Eingangstor bezogen. Die Koppelmatrix $\tilde{\mathbf{K}}$ beschreibt eindeutig die Kopplung zwischen allen Eingangstoren mit den entsprechenden Ausgangstoren. Bedingt durch die identische Anzahl der Eingangs- und Ausgangstore ist die Koppelmatrix quadratisch, mit N Zeilen- und N Spaltenvektoren.

Um die Kaskadierung von Segmenten zu untersuchen, wird ein Gesamtsystem bestehend aus zwei Teilsystemen betrachtet. Für jedes Teilsystem existiert eine $(N \times N)$ Koppelmatrix. Die Koppelmatrix des ersten Teilsystems ist $\tilde{\mathbf{K}}_1$, die des zweiten Systems ist $\tilde{\mathbf{K}}_2$.

Zuerst wird eine Stimulation des Systems am Tor $k_{E1}(n)$ des ersten Teilsystems betrachtet. Dieses Tor wird durch den Spaltenvektor $\mathbf{V}_{kE1}(n)$ beschrieben. Die Multiplikation des Eingangsspaltenvektors mit der Koppelmatrix $\tilde{\mathbf{K}}_1$ des ersten Teilsystems resultiert in dem Ausgangsspaltenvektor $\mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n})$

$$\mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n}) = \tilde{\mathbf{K}}_1 \cdot \mathbf{V}_{kE1}(n). \quad (7.13)$$

Dieser Ausgangsvektor $\mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n})$ dient als Eingangsvektor des zweiten Teilsystems mit der Koppelmatrix $\tilde{\mathbf{K}}_2$

$$\mathbf{V}_{kA2}(\tilde{\tilde{n}}) = \tilde{\mathbf{K}}_2 \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n}) \quad (7.14)$$

mit (7.13)

$$\mathbf{V}_{kA2}(\tilde{\tilde{n}}) = \underbrace{\tilde{\mathbf{K}}_2 \cdot \tilde{\mathbf{K}}_1}_{\tilde{\mathbf{K}}_G} \cdot \mathbf{V}_{kE1}(n). \quad (7.15)$$

Zu erkennen ist, dass die Kaskadierung der Teilsysteme durch Multiplikation der Koppelmatrizen zu einer Gesamtkoppelmatrix $\tilde{\mathbf{K}}_G$ erfolgen kann.

Für die Berechnung der Sprungantwort mit Gleichung (2.125) muss die geometrische Weglänge L_{geo} und die daraus resultierende Verweildauer jedes Strahls innerhalb des Wellenleiters bestimmt werden. Hierzu wird die eingeführte Koppelmatrix so erweitert, dass sie die projizierte geometrische Strahlpfadlänge $L_G(n)$ als normierten Exponenten $l_p(n)$ zur Basis e auf den Koppelstellen enthält, siehe Gleichung (7.9),

$$l_p(n) = \frac{L_G(n)}{1\text{m}}. \quad (7.16)$$

Das resultierende Gleichungssystem erfüllt für jedes angeregte Tor die Bedingung

$$e^{-l_p(n)} \cdot \mathbf{V}_{kA(n)} = e^{-l_p(n)} \cdot \tilde{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{V}_{kE(n)}. \quad (7.17)$$

Darin ist $l_p(n)$ die normierte geometrische Strahlpfadlänge, die der Strahl innerhalb des Systems zurücklegt, um vom Tor $k_E(n)$ zum Tor $k_A(\tilde{n})$ zu gelangen. Die Koppelmatrix wird nun so erweitert, dass sie die Bedingung

$$\mathbf{V}_{kA(n)} \cdot e^{-l_p(n)} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{V}_{kE(n)}; \quad \forall n \in N \quad (7.18)$$

erfüllt. Für die Kaskadierung wird Gleichung (7.13) betrachtet, es gilt

$$e^{-l_{p1}(n)} \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n}) = e^{-l_{p1}(n)} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_1 \cdot \mathbf{V}_{kE(n)} = \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{V}_{kE(n)}, \quad (7.19)$$

$$e^{-l_{p2}(\tilde{n})} \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{\tilde{n}}) = e^{-l_{p2}(\tilde{n})} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_2 \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n}) = \mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{n}). \quad (7.20)$$

Die Gleichung (7.19) wird in (7.20) eingesetzt. Unter Beachtung von (7.15) gilt

$$e^{-l_{p1}(n)} \cdot e^{-l_{p2}(\tilde{n})} \cdot \mathbf{V}_{kA1}(\tilde{\tilde{n}}) = e^{-(l_{p1}(n)+l_{p2}(\tilde{n}))} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_G \cdot \mathbf{V}_{kE(n)} = \underbrace{\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{K}_1}_{\mathbf{K}_G} \cdot \mathbf{V}_{kE(n)}. \quad (7.21)$$

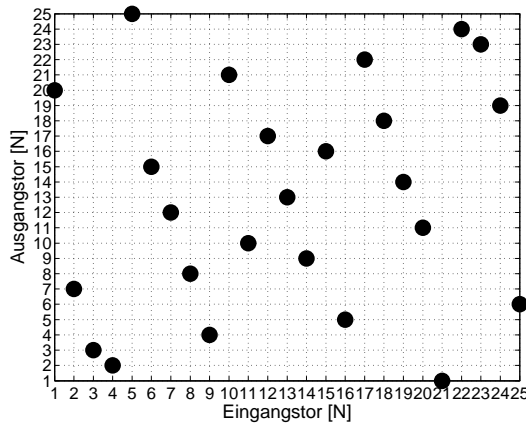
Durch die Multiplikation der Koppelmatrizen addieren sich die geometrischen Strahllängen im Exponenten. Der resultierende Spaltenvektor $\hat{\mathbf{V}}_{kA(n)}$

$$\hat{\mathbf{V}}_{kA(n)} = \mathbf{K}_G \cdot \mathbf{V}_{kE(n)} \quad (7.22)$$

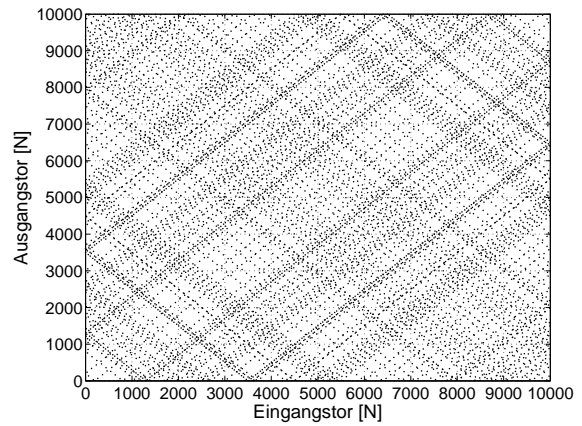
enthält damit Informationen über das Ausgangstor und über die zurückgelegte projizierte Weglänge. Um die Leistungskopplung jedes eingekoppelten Strahls mit Hilfe von Matrizen zu berechnen, wird parallel zu der Koppelmatrix \mathbf{K}_G die Leistungskoppelmatrix \mathbf{K}_{GP} ermittelt. Der Aufbau der Leistungskoppelmatrix ist identisch zu der Koppelmatrix, anstelle der Strahllängen enthält diese den Leistungskoppelkoeffizienten $P = P_A/P_E$. Mit dem vorgestellten Verfahren ist es damit möglich, den Aufpunkt $\mathbf{A}_{A\parallel}$, die Richtung $\mathbf{k}_{A\parallel}$, die projizierte Strahllänge $L_{G\parallel}$ und die Leistungskopplung unter Verwendung von Methoden der linearen Algebra zu bestimmen. Nachdem die projizierte Gesamtstrahllänge $L_{G\parallel}$ bekannt ist, wird die Gesamtstrahllänge L_{geo} des Strahls innerhalb des Systems mit Hilfe des in Kapitel 6.1 vorgestellten Konzepts des virtuellen Schichtwellenleiters berechnet.

7.2. Beschaffenheit der Koppelmatrix

Um die Beschaffenheit der Koppelmatrix aufzuzeigen, werden als Beispiel die Koppelmatrizen für Wellenleiter der Weite $W = 70\mu\text{m}$ und der numerischen Apertur $A_N = 0.25$ betrachtet. Für die Verdeutlichung der Koppelstellen innerhalb der Koppelmatrix ist die



(a) Gewählte Parameter: $N_\alpha = 5$, $N_x = 5$



(b) Gewählte Parameter: $N_\alpha = 100$, $N_x = 100$

Abb. 7.3.: Koppelmatrizen eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 100\text{mm}$, Weite $W = 70\mu\text{m}$ und $A_N = 0.25$ bei unterschiedlichen Ortsdiskretisierungen Δa , Winkeldiskretisierungen $\Delta\alpha$.

Anzahl der Ortsdiskretisierungen N_x im ersten Beispiel auf fünf Tore und die Anzahl der Winkeldiskretisierungen N_α ebenfalls auf fünf Tore reduziert. Damit ergibt sich eine Anzahl von $N = 25$ Eingangs- und Ausgangstoren. Die dazugehörige Koppelmatrix ist eine $N \times N$ Matrix mit 625 Elementen. In der Abbildung 7.3(a) ist diese Koppelmatrix dargestellt. Jeder aufgezeigte Punkt entspricht einem Element der Koppelmatrix der ungleich null ist.

Im Folgenden wird die Diskretisierung verfeinert, so dass sich eine Ortsdiskretisierung von $\Delta a = 0.7\mu\text{m}$ ($N_x = 100$) und eine Winkeldiskretisierung von $\Delta\alpha = 0.185^\circ$ ($N_\alpha = 100$) ergibt. Dies resultiert in $N = 10^4$ Eingangstoren, die resultierende $N \times N$ -Koppelmatrix enthält 10^8 Elemente¹. Die Abbildung 7.3(b) stellt die entsprechende Koppelmatrix dar. Zu erkennen ist eine regelmäßige Struktur innerhalb der Koppelmatrix des geraden Wellenleiters. Dieses weist auf einen linearen Zusammenhang zwischen der Ein- und Auskopplung hin. Bei einem geraden Schichtwellenleiter ist die geometrische Strahlpfadlänge L_{geo} nur abhängig von der initialen Strahlrichtung \mathbf{k}_E , siehe Abschnitt 5.1. Aufgrund dessen stehen Ein- und Ausgangstore mit identischem Projektionswinkel α_{\parallel} , aber unterschiedlichem Aufpunkt $A_{i\parallel}$ in einem linearen Zusammenhang. Dies ist in der resultierenden Koppelmatrix Abbildung 7.3(b) ersichtlich.

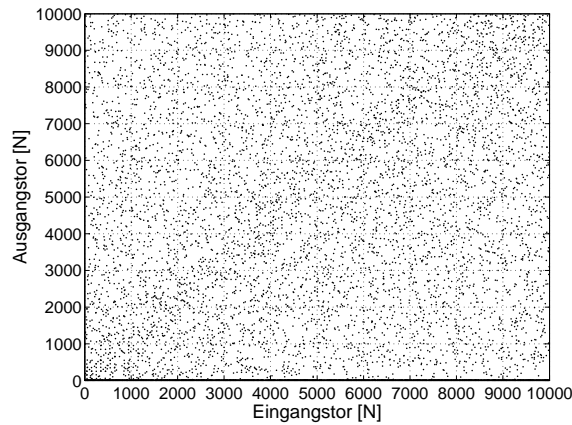


Abb. 7.4.: *Koppelmatrix eines gekrümmten Wellenleiters mit dem Radius $R = 50\text{mm}$, Weite $W = 70\mu\text{m}$, $A_N=0.25$, $N_\alpha = 100$ und $N_x = 100$*

Dem gegenüber ist die Koppelmatrix eines gekrümmten Kanalwellenleiters in Abbildung 7.4 dargestellt. Hier sind keine linearen Zusammenhänge zwischen den Eingangs- und Ausgangstoren erkennbar.

7.3. Beschreibung der Simulationsdurchführung

Unter Anwendung der Koppelmatrizen können die Strahlparameter und die Leistungskopplung des projizierten Strahlpfads mit Hilfe von Methoden der linearen Algebra bestimmt werden. Ein gegebenes Gesamtsystem wird mit der in Kapitel 4.3 vorgestellten Methode in Teilsysteme partitioniert. Als Erfordernis der Anwendbarkeit des Verfahrens muss für jedes Teilsystem eine Koppelmatrix \mathbf{K} existieren. Wird dies vorausgesetzt, so kann das Gesamtmodell für die Berechnung des projizierten Strahlverlaufs durch die Multiplikation aller Koppelmatrizen der beteiligten Teilmodelle

$$\mathbf{K}_G = \prod_{i=1}^I \mathbf{K}_i \quad (7.23)$$

¹Hierbei werden in Matlab `sparse` Matrizen verwendet.

angegeben werden.

Gegeben ist das Leistungsemissionsspektrum einer Quelle bestehend aus einer Strahlenschar, siehe Abschnitt 2.2.2. Für die Bestimmung der projizierten Strahlparameter wird das Emissionsspektrum der Quelle, entsprechend der zugrunde liegenden Tordiskretisierungen des Mehrtors, diskretisiert. Dazu wird jeder Strahlaufpunkt \mathbf{A}_{E_n} auf die Projektionskante W_{pE} projiziert und die Strahlkomponenten jedes Strahls \mathbf{k}_{E_n} in der Projektionsebene berechnet. Anschließend wird der projizierte Aufpunkt $\mathbf{A}_{E\parallel n}$ und die Strahlrichtung in der Projektionsebene $\mathbf{k}_{E\parallel n}$ entsprechend der gewählten Orts- und Winkeldiskretisierung den entsprechenden Toren zugeordnet. Die Quelle liegt dann als Quellmatrix \mathbf{X} vor, jeder Strahl entspricht einer Spalte dieser Quellmatrix. Um eine zeiteffiziente Implementierung zu ermöglichen, erfolgt dies schon beim Entwurf der Quelle, so dass die Berechnung der Quellmatrix nicht in die Berechnungszeit eingeht. Die Ausgangsmatrix oder Detektionsmatrix \mathbf{Y} wird durch Multiplikation der Koppelmatrix mit der Quellmatrix

$$\mathbf{Y} = \mathbf{K}_G \cdot \mathbf{X} \quad (7.24)$$

berechnet. Darauf aufbauend erfolgt die Berechnung der resultierenden Strahlparameter im Raum unter Anwendung des virtuellen Schichtwellenleiters, siehe Abschnitt 6.1.

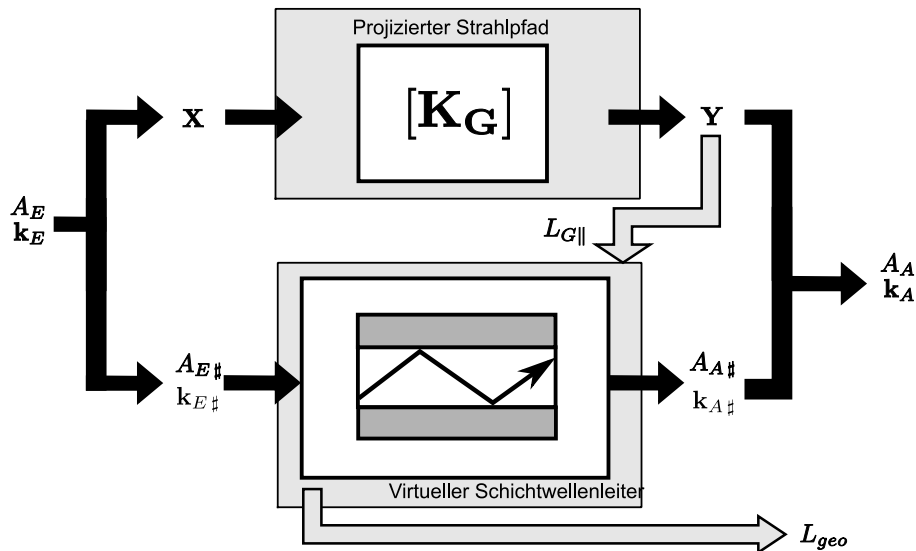


Abb. 7.5.: Blockdiagramm für die Berechnung der Strahlparameter im Raum durch ein Mehrortmodell

Die Abbildung 7.5 zeigt das für die Berechnung der gesamten Strahlparameter im Raum zugrunde liegende Blockdiagramm. Im oberen Bereich ist die Bestimmung der Strahlparameter in der Projektionsebene mit Hilfe einer Koppelmatrix abgebildet und im unteren Bereich ist die anschließende Berechnung der resultierenden Strahlparameter im Raum unter Anwendung des virtuellen Schichtwellenleiters aufgeführt.

7.4. Evaluation des Verfahrens

Durch die Orts- und Winkeldiskretisierung werden alle Aufpunkte und Strahlrichtungen durch stellvertretende Aufpunkte und Strahlrichtungen entsprechend der zugrunde liegen-

den Tore angenähert. Der Einfluss dieser Näherung wird im Folgenden bei unterschiedlichen Kanalwellenleitern analysiert. Dazu werden die Strahlaufpunkte \mathbf{A}_A , die Strahlrichtungen \mathbf{k}_A und die geometrische Strahllänge L_{geo} mit Hilfe des Mehrtoransatzes und des in Kapitel 6 vorgestellten analytischen Modellierungsansatzes berechnet und verglichen.

Der gewählte Kernquerschnitt für die Verifikation ist bei allen betrachteten Kanalwellenleitern quadratisch mit der Seitenlänge $W = 70\mu\text{m}$. Die numerische Apertur der betrachteten Kanalwellenleiter ist $A_N = 0.25$. Hierbei wird ein Brechungsindex des Kerns von $n_{\text{core}} = 1.56$ genutzt.

Als Quelle wird ein Flächenstrahler mit $N_{\text{Strahl}} = 32400$ Strahlen gewählt. Dieser ist auf der Wellenleiterstirnfläche positioniert. Die einzelnen Strahlen \mathbf{S}_n der Quelle werden durch

$$\mathbf{S}_n = \underbrace{\mathbf{W}(s_E) + a \mathbf{n}_1(s_e) + b \mathbf{n}_2}_{\text{Strahlaufpunkt } \mathbf{A}_n} + l \underbrace{(\sin(\varphi) \sin(\vartheta) \mathbf{n}_1(s_E) + \cos(\varphi) \sin(\vartheta) \mathbf{n}_2 + \cos(\vartheta) \mathbf{t}(s_E))}_{\text{Strahlrichtung } \mathbf{k}_n} \quad (7.25)$$

mit den zulässigen Intervallgrenzen der Parameter

$$a, b \in \left(-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}\right) \quad \wedge \quad \varphi \in [0, 2\pi] \quad \wedge \quad \vartheta \in [0, \vartheta_N] \quad (7.26)$$

beschrieben. Darin ist ϑ_N der innere Akzeptanzwinkel. Um eine Verfälschung der Ergebnisse durch optimal positionierte Quellstrahlen zu vermeiden, werden die Eingangsstrahlen der Quelle mit Hilfe eines Zufallsprozesses erzeugt. Hierbei wird für jeden Strahl jeweils ein diskreter Wert für a , b , φ und ϑ aus dem jeweiligen angegebenen Intervall (7.26) bestimmt. Als Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zufallsprozesses wird eine Gleichverteilung verwendet². Aus dieser Strahlenschar des Flächenstrahlers wird die Quellmatrix \mathbf{X} gebildet.

Als Variationsparameter für die Verifikation wird die Anzahl der Tordiskretisierungen N_x und N_α verändert. Des Weiteren werden der Trajektorienverlauf $\mathbf{W}(s)$ und die Trajektorienlänge modifiziert. In Abschnitt 7.4.1 wird ein Kanalwellenleiter mit geradem Trajektorienverlauf analysiert. Daran anschließend wird in Abschnitt 7.4.2 ein Kanalwellenleiter mit konstant gekrümmtem Trajektorienverlauf untersucht. Für diese Verifikationen werden die Abweichung des Aufpunkts, des Strahlwinkels und der geometrischen Strahllänge von den analytisch bestimmten Werten ermittelt. Abschließend wird in Abschnitt 7.4.3 das in Abschnitt 6.3.2 vorgestellte System mit dem in diesem Kapitel vorgestellten Mehrtorverfahren untersucht und Abweichungen zwischen den beiden Verfahren bestimmt. Bei den Darstellungen werden die durch dieses Verfahren erzielten Ergebnisse mit dem Index *MART* gekennzeichnet.

7.4.1. Kanalwellenleiter mit gerader Trajektorie

Betrachtet werden gerade Kanalwellenleiter mit quadratischem Kernquerschnitt und den Wellenleiterlängen $L = 1\text{mm}$ und $L = 10\text{mm}$. Für diese Wellenleiter werden die Kopelmatrizen für unterschiedliche Tordiskretisierungen im Ortsbereich, gekennzeichnet mit N_x , und im Winkelbereich N_α bestimmt.

²Bei der Implementierung wurden die Werte mit Hilfe der Matlabfunktion `rand()` bestimmt.

Entsprechend der in Abschnitt 7.3 vorgestellten Vorgehensweise werden die Strahlaufpunkte, Strahlrichtungen und die geometrische Strahllänge mit Hilfe des Mehrtoransatzes und des analytischen Verfahrens berechnet. Nachdem alle berechneten Strahllängen vorliegen, werden durch

$$\Delta F_L = \left| \frac{L_{\text{geo}}^{MART} - L_{\text{geo}}^{ART}}{L_{\text{geo}}^{ART}} \right| \cdot 100 \quad (7.27)$$

die relativen prozentualen Abweichungen der berechneten geometrischen Längen ermittelt. In Tabelle 7.1 sind die maximalen prozentualen Abweichungen der ermittelten geometri-

Tabelle 7.1.: Maximale prozentuale Abweichungen der geometrischen Pfadlänge

L [mm]	N_x	$\max(\Delta F_L)$ [%]					
		$N_a = 10$	$N_a = 20$	$N_a = 50$	$N_a = 100$	$N_a = 200$	$N_a = 500$
1	10	0.2	0.12	0.049	0.024	0.012	0.005
10	500	0.2	0.12	0.049	0.024	0.012	0.005

schen Pfadlängen L_{geo} für unterschiedliche Orts- und Winkeldiskretisierungen aufgeführt. Diese Ergebnisse sind zudem in Abbildung 7.6 dargestellt.

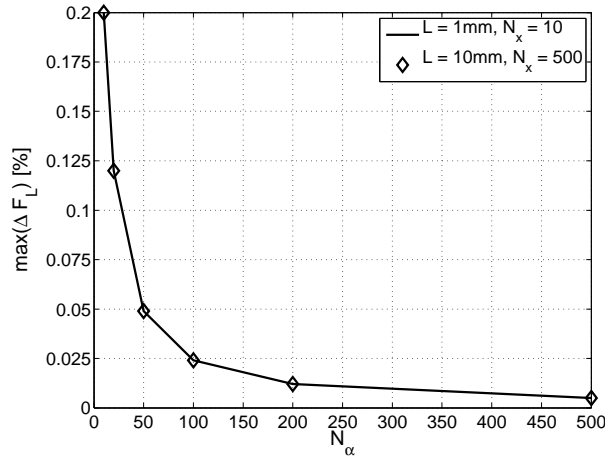


Abb. 7.6.: Maximale prozentuale Abweichungen der geometrischen Pfadlänge

Die maximalen prozentualen Abweichungen $\max(\Delta F_L)$ der geometrischen Pfadlängen sind nur von der Winkeldiskretisierung N_α abhängig. Sie sind unabhängig von der Ortsdiskretisierung N_x und von der Länge L des Wellenleiters. Für die Verifikation dieses Resultats wird die Gleichung (5.4)

$$L_{\text{geo}} = \frac{L}{\mathbf{k}_E \cdot \mathbf{t}} = \frac{L}{\cos(\vartheta)}$$

für die Bestimmung der geometrischen Weglänge verwendet. Darin ist ϑ der Polarwinkel bezüglich der Wellenleitertrajektorie. Wird diese Gleichung in (7.27) eingesetzt resultiert

dies in

$$\Delta F_L = \left| \frac{\cos(\vartheta^{MART}) - \cos(\vartheta^{ART})}{\cos(\vartheta^{ART})} \right| \cdot 100. \quad (7.28)$$

Zu erkennen ist, dass die resultierende Gleichung unabhängig vom Aufpunkt und von der Wellenleiterlänge L ist. Damit ist die Abweichung der geometrischen Strahlänge ΔF_L unabhängig von diesen Parametern. Außerdem ist die Abweichung ΔF_L unabhängig von der Weite W und der Höhe H des Kanalwellenleiters.

Für eine Kaskadierung von Mehrformodellen ist neben der Strahlrichtung auch die Bestimmung des Aufpunkts in Abhängigkeit von der Diskretisierung N_α und N_x relevant. Hierfür wird die Abweichung zwischen allen berechneten Aufpunkten der Verfahren

$$\Delta A_n(L, N_\alpha, N_x) = |\mathbf{A}_{An}^{ART}(L, N_\alpha, N_x) - \mathbf{A}_{An}^{MART}(L, N_\alpha, N_x)| \quad (7.29)$$

ermittelt. In dieser Gleichung kennzeichnet der Index n den aktuellen Strahl. Darauf aufbauend werden die Mittelwerte $\overline{\Delta A}$ und die Standardabweichungen $\sigma(\Delta A)$

$$\overline{\Delta A}(L, N_\alpha, N_x) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta A_n(L, N_\alpha, N_x) \quad (7.30)$$

$$\sigma(\Delta A(L, N_\alpha, N_x)) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\Delta A_n(L, N_\alpha, N_x) - \overline{\Delta A}(L, N_\alpha, N_x))^2} \quad (7.31)$$

berechnet. In diesen Gleichungen kennzeichnet N

$$N \leq N_{Strahl}$$

die Anzahl der Strahlen, die von dem System geführt werden.

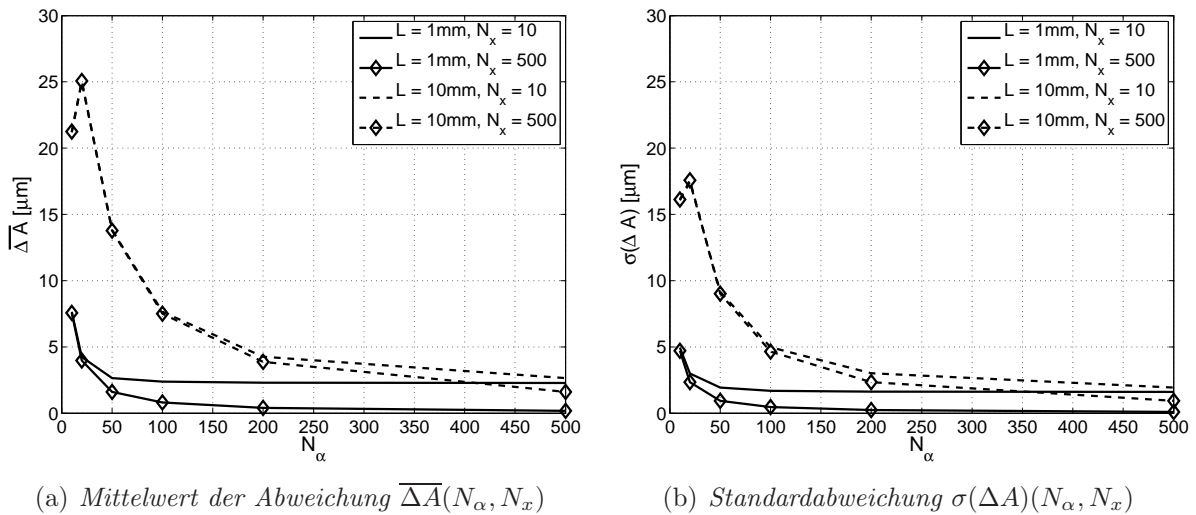


Abb. 7.7.: Analyse der Abweichungen der Aufpunkte eines geraden Kanalwellenleiters

Die Abbildungen 7.7 stellen die Abhängigkeit des Mittelwertes $\overline{\Delta A}$ (Abbildung 7.7(a)) und der Standardabweichung $\sigma(\Delta A)$ (Abbildung 7.7(b)) von der gewählten Diskretisierung N_α und N_x sowie von der Wellenleiterlänge L dar. Bei konstanter Diskretisierung

N_α und N_x werden der Mittelwert und die Standardabweichung mit zunehmender Wellenleiterlänge erhöht. Damit nehmen die Abstände ΔA zwischen den Aufpunkten zu. Wird die Anzahl N_α , bei konstanter Anzahl N_x und konstanter Länge L , erhöht, so verringern sich diese Abstände. Dies wird durch die Verringerung der Mittelwerte und der Standardabweichung deutlich. Hierbei wird ein konstanter Wert erreicht, der trotz Erhöhung von N_α nicht weiter verändert wird. In der Abbildung 7.7(a) ist dieses Minimum in dem Kurvenverlauf für $L = 1\text{mm}$ und $N_x=10$ ersichtlich. Eine Verringerung dieses Wertes erfolgt durch die Vergrößerung der Diskretisierung N_x . Mit zunehmender Wellenleiterlänge L und abnehmender N_α wird der Einfluss von N_x verringert. Dies verdeutlicht die Abbildung 7.7(a) bei der Wellenleiterlänge $L = 10\text{mm}$ und den Diskretisierungen $N_\alpha < 200$. Hier sind keine Unterschiede in den beiden dargestellten Kurven für $N_x = 10$ und $N_x = 500$ zu identifizieren.

In den Kurvenverläufen ist zu erkennen, dass die Wellenleiterlänge L und die Winkeldiskretisierung N_α den dominanteren Einfluss auf den Mittelwert und die Standardabweichungen haben. Beide Verfahren basieren auf der Strahlprojektion auf die Projektionsfläche des

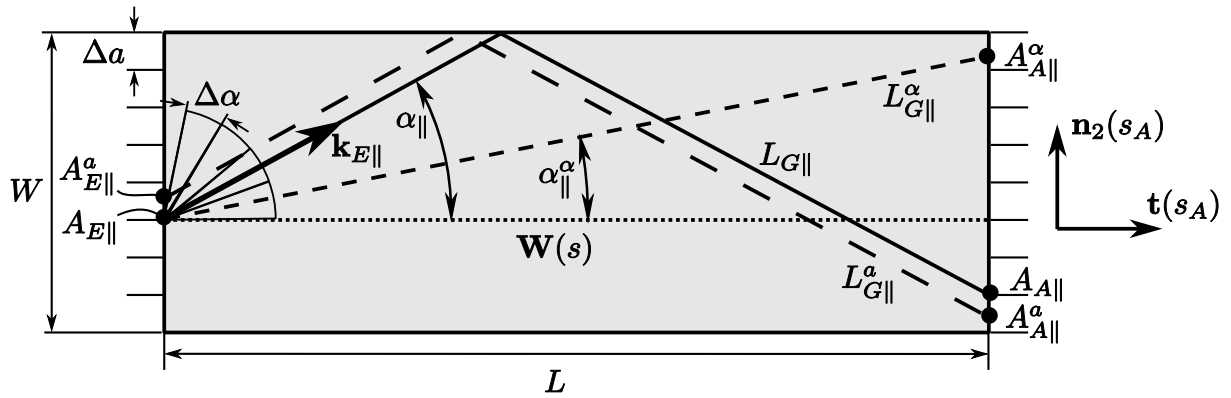


Abb. 7.8.: Strahlverlauf innerhalb des Mehrtores

Wellenleiters. Abweichungen des Strahlverlaufs innerhalb dieser Projektionsfläche haben einen signifikanten Einfluss auf die Berechnung der Strahlparameter im Raum. Für eine Erklärung wird deshalb die Projektionsfläche des geraden Kanalwellenleiters betrachtet. Diese Projektionsfläche wird durch einen geraden Schichtwellenleiter der Länge L und Weite W repräsentiert, siehe Abbildung 7.8. Die Länge des Strahlpfads in der Ebene wird durch

$$L_{G\parallel} = \frac{L}{\mathbf{k}_{E\parallel} \cdot \mathbf{t}(s_E)} = \frac{L}{\cos(\alpha_{\parallel})}$$

berechnet, siehe Gleichung (5.4). Der Schichtwellenleiter ist ein- und ausgangseitig orts- Δa und winkeldiskretisiert $\Delta\alpha$. Ausgehend von dem Strahlaufpunkt $\mathbf{A}_{E\parallel}$ und der initialen Strahlrichtung $\mathbf{k}_{E\parallel}$, wird mit Hilfe des in Abschnitt 5.1 vorgestellten analytischen Verfahrens der Aufpunkt $\mathbf{A}_{A\parallel}$ bestimmt. Die resultierende Strahlpfadlänge ist $L_{G\parallel}$. Wird der Strahlaufpunkt, unter Beibehaltung der Strahlrichtung, durch die Ortsdiskretisierung von \mathbf{A}_E nach \mathbf{A}_E^a verschoben, so resultiert dies in der Strahlpfadlänge $L_{G\parallel}^a$. Aufgrund der identischen Strahlrichtungen sind die Längen $L_{G\parallel}^a$ und $L_{G\parallel}$ ebenfalls identisch. Der Abstand zwischen beiden Aufpunkten $\mathbf{A}_{A\parallel}$ und $\mathbf{A}_{A\parallel}^a$ stimmt mit dem Abstand zwischen

$\mathbf{A}_{E\parallel}$ und $\mathbf{A}_{E\parallel}^a$ überein

$$|\mathbf{A}_{E\parallel} - \mathbf{A}_{E\parallel}^a| = |\mathbf{A}_{A\parallel} - \mathbf{A}_{A\parallel}^a|. \quad (7.32)$$

Es besteht damit ein linearer Zusammenhang zwischen einer Verschiebung des Aufpunkts $\mathbf{A}_{E\parallel}$ und dem Aufpunkt $\mathbf{A}_{A\parallel}$. Eine höhere Ortsdiskretisierung N_x hat somit keinen ausgeprägten Einfluss auf $\overline{\Delta A}$ und $\sigma(\Delta A)$. Wird die Richtung des Strahls $\mathbf{k}_{E\parallel}$ durch die gewählte Winkeldiskretisierung verändert, so hat dies einen signifikanten Einfluss auf die Strahlpfadlänge und den resultierenden Aufpunkt. In Abbildung 7.8 ist diese Veränderung der Strahlrichtung von dem eingeschlossenen Winkel α_{\parallel} zu dem Winkel $\alpha_{\parallel}^{\alpha}$ aufgezeigt. Je feiner die Winkeldiskretisierung N_{α} ist, desto kleiner sind die Abstände zwischen den Aufpunkten in der Ebene.

Nachdem die projizierten Strahlparameter bekannt sind, wird für die Berechnung der Strahlparameter im Raum der virtuelle Schichtwellenleiter orthogonal auf den projizierten Strahlpfad positioniert. Die Veränderungen in $L_{G\parallel}$ und $\mathbf{A}_{A\parallel}$ beeinflussen damit direkt die Parameter L_{geo} und \mathbf{A}_A .

Die diskutierten Zusammenhänge zwischen der Orts- und Winkeldiskretisierung sowie der Wellenleiterlänge L werden im Folgenden mit Hilfe des empirischen Korrelationskoeffizienten r_{A1} [36, 43]

$$r_{Ai} = \text{Korr}(A_i^{\text{ART}}, A_i^{\text{MART}}), \quad \forall i \in [1, 2, 3] \quad (7.33)$$

mit

$$A_1 = \mathbf{n}_1(s_A) \cdot A_A \quad \wedge \quad A_2 = \mathbf{n}_2 \cdot A_A \quad \wedge \quad A_3 = \mathbf{t}(s_A) \cdot A_A$$

analysiert, siehe Anhang C.5. Dieser Koeffizient ist ein Maß des linearen Zusammenhangs zwischen den betrachteten Werten. Ist der Korrelationskoeffizient $r_{Ai} = 0$, so existiert kein linearer Zusammenhang zwischen den Werten; ist $|r_{Ai}| = 1$, so existiert ein linearer Zusammenhang. Für $r_{Ai} = -1$ ist der lineare Zusammenhang invers.

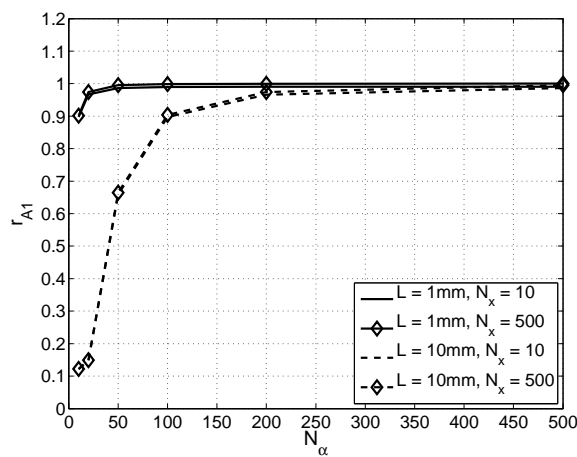


Abb. 7.9.: Korrelationskoeffizient r_{A1}

Der Korrelationskoeffizient r_{A1} ist in Abhängigkeit von den Diskretisierungen N_{α} und N_x sowie der Wellenleiterlänge L in Abbildung 7.9 dargestellt. Diese Abbildung verdeutlicht

die diskutierten Zusammenhänge. Eine Vergrößerung der Diskretisierung N_x erhöht den Korrelationskoeffizienten r_{A1} nicht. Der nichtlineare Zusammenhang bleibt aufgrund der gewählten Diskretisierung N_α erhalten. Durch die Erhöhung von N_α wird der Korrelationskoeffizient r_{A1} vergrößert. Zudem ist in der Abbildung auch die Abnahme von r_{A1} durch Verlängerung von L ersichtlich. Für die Korrelationskoeffizienten r_{A2} und r_{A3} gilt

$$r_{A2} > 0.99998, \quad r_{A3} = 1.$$

Bei der Bestimmung dieser Koeffizienten wurden die Diskretisierungen und die Wellenleiterlänge entsprechend variiert. Die Abweichungen des Aufpunkts ΔA und somit die Strahlparameter im Raum werden signifikant durch die Wahl der Winkeldiskretisierung N_α und die Wellenleiterlänge L beeinflusst.

7.4.2. Kanalwellenleiter mit konstant gekrümmter Trajektorie

Neben dem vorgestellten geraden Kanalwellenleiter werden beim Aufbau von optischen Verbindungen gekrümmte Kanalwellenleiter verwendet. Im Folgenden wird der Einfluss der Mehrortmodellierung auf die Strahlparameter im Raum bei diesen Wellenleitern analysiert. Die verwendeten Variationsparameter sind bei diesen Wellenleitern die Diskretisierung des Ortsbereichs Δa und des Winkelbereichs $\Delta\alpha$, sowie der Krümmungsradius R . Als Werte für den Krümmungsradius werden $R = 5\text{mm}$ und $R = 20\text{mm}$ gewählt. Die Berechnung der Strahlparameter erfolgt mit Hilfe des analytischen Verfahrens und des Mehrortmodells. Anschließend werden diese Parameter verglichen.

Um den Einfluss der Mehrortmodellierung auf die geometrische Strahllänge L_{geo} gekrümmter Wellenleiter zu analysieren, wird die relative prozentuale Abweichung

$$\Delta F_L = \left| \frac{L_{\text{geo}}^{\text{MART}} - L_{\text{geo}}^{\text{ART}}}{L_{\text{geo}}^{\text{ART}}} \right| \cdot 100 \quad (7.34)$$

bestimmt. Diese maximale prozentuale Abweichung ist für die unterschiedlichen Diskreti-

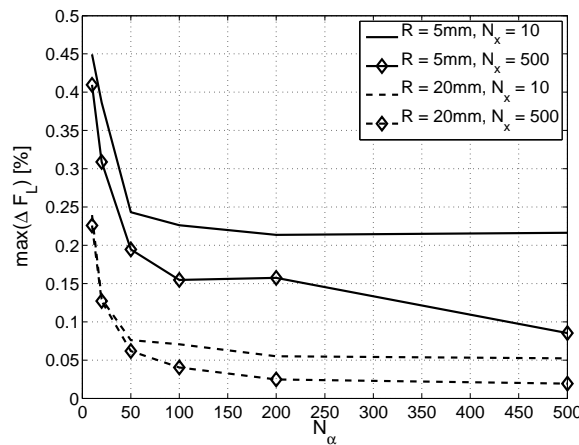


Abb. 7.10.: Maximale prozentuale Abweichung $\max(\Delta F_L)$ der Strahllänge L_{geo}

sierungen und Krümmungsradien R in Abbildung 7.10 dargestellt. Auf der Abszisse ist die

Variation der Winkeldiskretisierung durch die Anzahl der verwendeten Tore N_α und auf der Ordinate die maximale ermittelte Abweichung $\max(\Delta F_L)$ aufgetragen. Die maximale prozentuale Abweichung ist stark von dem Krümmungsradius R des Kanalwellenleiters abhängig. Sie wird durch einen zunehmenden Krümmungsradius verringert. Als maximale prozentuale Abweichung ergibt sich der Wert

$$\max(\Delta F_L) = 0.45\%$$

für den $R = 5\text{mm}$, $N_x = 10$ und $N_\alpha = 10$. Mit zunehmender Winkeldiskretisierung N_α wird die maximale prozentuale Abweichung verringert. Eine weitere Verringerung der Abweichung wird durch eine erhöhte Ortsdiskretisierung N_x erreicht.

Um den Einfluss der Variationsparameter auf die Fernfeldeigenschaften zu bestimmen, wird der Polarwinkel ϑ zwischen der Trajektorienrichtung $\mathbf{t}(s_A)$ und den Strahlrichtungen \mathbf{k}_{An} aller Strahlen am Wellenleiterausgang $\mathbf{W}(s_A)$

$$\cos(\vartheta_n^{ART}) = \mathbf{t}(s_A) \cdot \mathbf{k}_{An}^{ART} \quad \wedge \quad \cos(\vartheta_n^{MART}) = \mathbf{t}(s_A) \cdot \mathbf{k}_{An}^{MART}$$

berechnet. Hierbei werden sukzessive der Krümmungsradius R , N_α und N_x variiert. Aus den ermittelten Polarwinkeln werden die Abweichungen $\Delta\vartheta_n$

$$\Delta\vartheta_n(R, N_\alpha, N_x) = |\vartheta_n^{ART}(R, N_\alpha, N_x) - \vartheta_n^{MART}(R, N_\alpha, N_x)| \quad (7.35)$$

ermittelt. Daran anschließend erfolgt die Berechnung des Mittelwerts $\overline{\Delta\vartheta}$, der Standardabweichung $\sigma(\Delta\vartheta)$ und des Korrelationskoeffizienten r_ϑ , basierend auf den Gleichungen (7.30), (7.31) und (7.33).

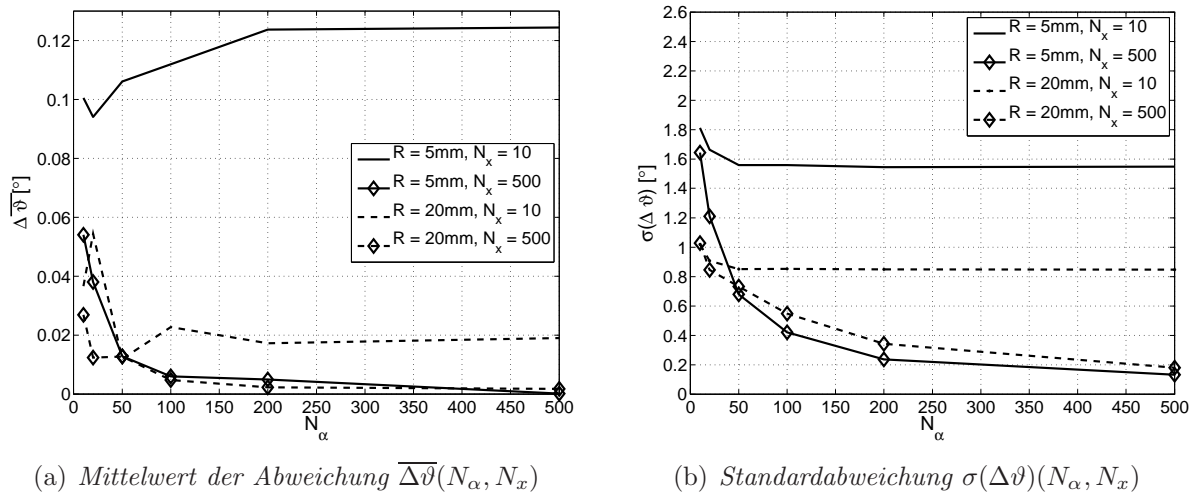


Abb. 7.11.: Abweichungen des Polarwinkels ϑ eines gekrümmten Kanalwellenleiters

Die Abbildungen 7.11 stellen die Mittelwerte (Abbildung 7.11(a)) und die Standardabweichungen (Abbildung 7.11(b)) des gekrümmten Kanalwellenleiters dar. Die Abweichungen des Polarwinkels $\Delta\vartheta_n$ sind von den Diskretisierungen N_α und N_x sowie vom Wellenleiter-radius R abhängig. Mit zunehmender Diskretisierung N_x werden der Mittelwert $\overline{\Delta\vartheta}$ und die Standardabweichung $\sigma(\Delta\vartheta)$ bei einem konstanten Wellenleiterradius R und konstanter Diskretisierung N_α verringert. Für eine hinreichend große Diskretisierung $N_x > 10$

werden diese Werte mit zunehmender Diskretisierung N_α weiter abgesenkt. Ist die Diskretisierung N_x zu klein gewählt, so nehmen der Mittelwert und die Standardabweichung einen konstant hohen Wert an. Dies ist in den Abbildungen 7.11 für das Mehrort mit der Diskretisierung $N_x = 10$ und dem Wellenleiter mit $R = 5\text{mm}$ deutlich zu erkennen. Der Wert wird nicht durch eine Vergrößerung von N_α abgesenkt. Dieser Effekt ist durch die Abhängigkeit der Anzahl der inneren Reflexionen M vom Aufpunkt \mathbf{A}_E und von der Strahlrichtung \mathbf{k}_E begründet. Durch jede Reflexion wird die lokale Strahlrichtung innerhalb des Wellenleiters verändert. Für eine detailliertere Betrachtung wird die Projektionsfläche des gekrümmten Wellenleiters betrachtet. Diese Projektionsfläche entspricht einem gekrümmten Schichtwellenleiter. In Abschnitt 5.2.2 Abbildung 5.7 auf Seite 86 ist die Abhängigkeit der Anzahl der Reflexionen M von der projizierten Strahlrichtung und vom Aufpunkt $\mathbf{A}_{E\parallel}$ abgebildet. In dieser Abbildung wird die projizierte Strahlrichtung durch den Winkel α_E und der Strahlaufpunkt durch die Länge L_E repräsentiert. Hierbei ist zu erkennen, dass eine Verschiebung des Aufpunkts \mathbf{A}_E , durch die gewählte Anzahl der Tore N_x zu einer Veränderung der Anzahl der inneren Reflexionen M führt. Dies beeinflusst gleichermaßen den Polarwinkel ϑ_n im Raum.

Bei einer hinreichend großen Diskretisierung des Orts- und Winkelbereichs (N_α und N_x) wird mit Vergrößerung des Wellenleiterradius R nur die Standardabweichung leicht vergrößert, der Mittelwert bleibt annähernd konstant. Mit zunehmender Winkeldiskretisierung wird diese Standardabweichung weiter verringert.

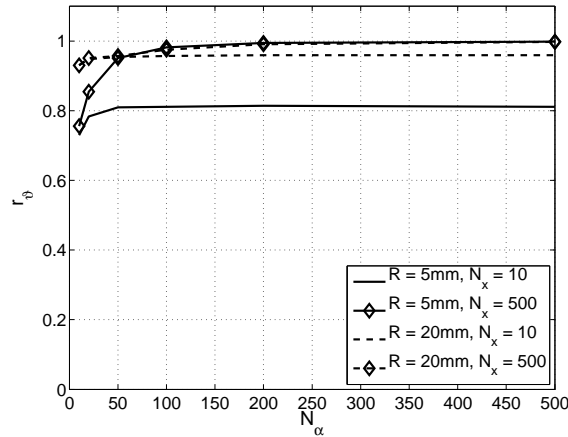


Abb. 7.12.: Empirischer Korrelationskoeffizient r_ϑ des Polarwinkels

Die in Abbildung 7.12 dargestellten Korrelationskoeffizienten r_ϑ , siehe (7.33),

$$r_\vartheta = (\vartheta^{ART}, \vartheta^{MART}) \quad (7.36)$$

bestätigen die diskutierten Ergebnisse. Mit Verringerung der Diskretisierung N_x wird der lineare Zusammenhang zwischen den Polarwinkeln verringert. Dieser Effekt nimmt mit Verkürzung des Radius R zu. Bei einer hinreichend großen Diskretisierung N_x kann durch Vergrößerung von N_α der Korrelationskoeffizient r_ϑ vergrößert werden.

Neben dem Polarwinkel ist für eine Kaskadierung von Komponenten die Kenntnis über die Abweichung der berechneten Aufpunkte ΔA_n relevant. Die Abbildungen 7.13 stellen

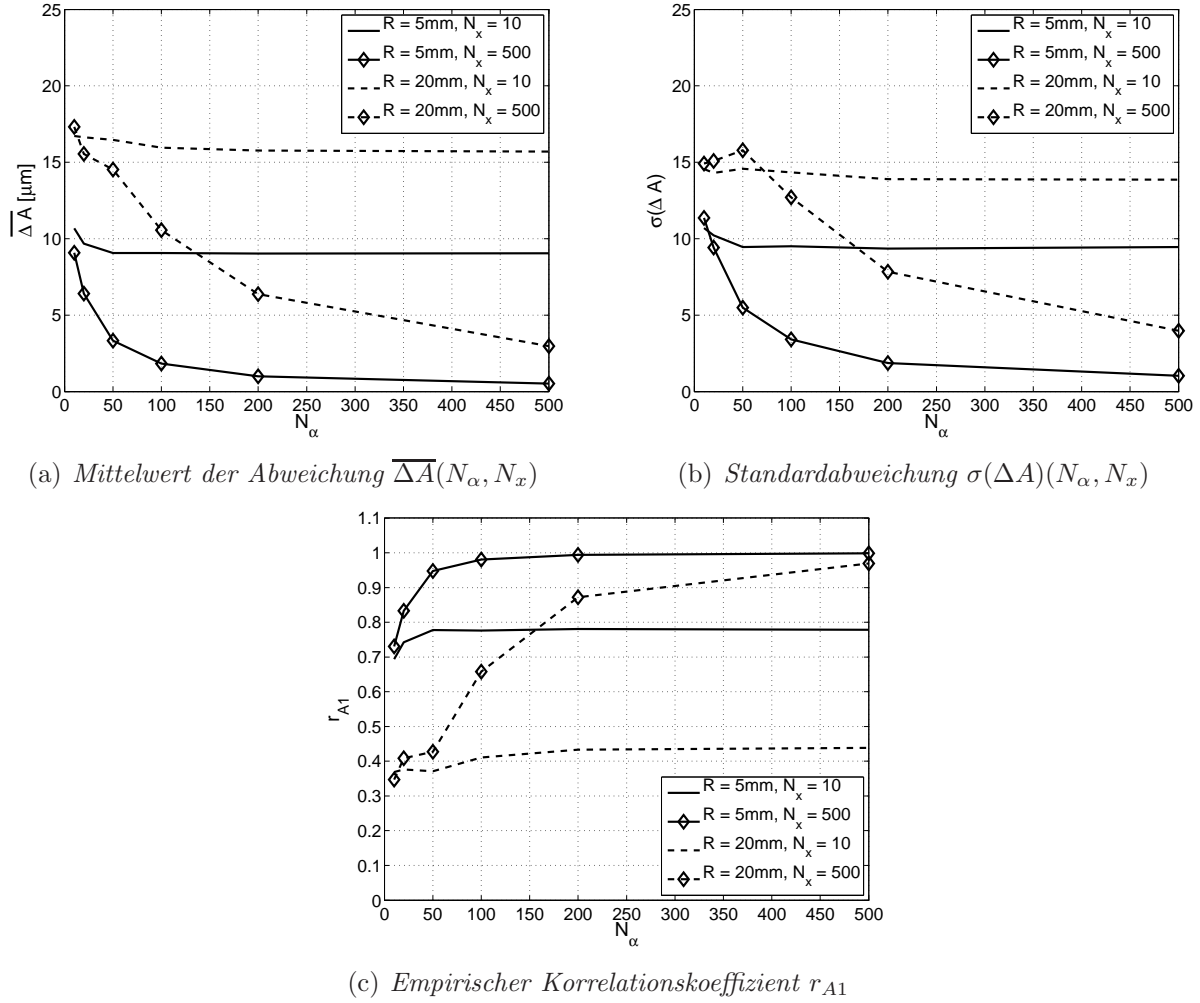


Abb. 7.13.: Analyse der Abweichungen der Aufpunkte eines gekrümmten Kanalwellenleiters

die Mittelwerte $\overline{\Delta A}$, die Standardabweichung $\sigma(\Delta A)$ sowie die empirischen Korrelationskoeffizienten r_{A1} (7.33) dar. Bei diesen Abbildungen ist auf der Abszisse die Winkeldiskretisierung N_α aufgetragen. Nicht in den Abbildungen enthalten sind die Korrelationskoeffizienten r_{A2} und r_{A3} . Für diese gilt

$$r_{A2} > 0.9982 \quad \wedge \quad r_{A3} = 1. \quad (7.37)$$

Der Korrelationskoeffizient r_{A2} wurde hier bei der Diskretisierung $N_x = 10$, $N_\alpha = 10$ und dem Radius $R = 5\text{mm}$ bestimmt. Für größer werdende Werte von N_x und N_α sowie einem verlängerten Radius wird dieser Koeffizient weiter vergrößert.

Die Abweichung der Aufpunkte wird von den Diskretisierungen N_x und N_α sowie dem Radius R beeinflusst. Ist die Ortsdiskretisierung N_x zu gering gewählt, kann durch eine Erhöhung der Winkeldiskretisierung N_α die Abweichung ΔA nicht verringert werden. Dies ist in den dargestellten Mittelwerten $\overline{\Delta A}$ und Standardabweichungen $\sigma(\Delta A)$ ersichtlich.

Es wird ein annähernd konstanter Wert erreicht. In den Kurvenverläufen für $N_x = 10$ ist dieser Effekt sehr deutlich zu erkennen. Der entsprechende Korrelationskoeffizient r_{A1} in Abbildung 7.13(c) ist klein und wird durch eine Erhöhung von N_α nicht signifikant verändert. Für den Radius $R = 20\text{mm}$ ist dieser Korrelationskoeffizient

$$r_{A1} < 0.45.$$

Dies erklärt die großen Abweichungen in den Mittelwerten $\overline{\Delta A}$, Abbildung 7.13(a) und Standardabweichungen $\sigma(\Delta A)$, Abbildung 7.13(b) bei diesen Parametern. Die Abweichungen und der lineare Zusammenhang zwischen den Aufpunkten wird durch die Erhöhung von N_x signifikant beeinflusst. Ist dieser Wert entsprechend groß gewählt, so werden durch die Vergrößerung von N_α die Abweichungen weiter verringert und somit der lineare Zusammenhang erhöht.

Aus den in Abschnitt 5.2.2 dargestellten Ergebnissen lassen sich Schlüsse auf eine Vergrößerung der Wellenleiterweite W ziehen. Wird die Weite vergrößert, so sinkt die Anzahl der inneren Reflexionen M , damit werden die Abweichungen des Polarwinkels $\Delta\vartheta_n$ und der Aufpunkte ΔA_n verringert. Eine Verringerung der Wellenleiterweite führt somit zu einer Erhöhung der Mittelwerte und der Standardabweichungen.

Zusammenfassend gilt für den gekrümmten Kanalwellenleiter, dass durch eine Vergrößerung der Anzahl der Tore N_α und N_x die Abweichung der Länge L , die Abweichung des Polarwinkels ϑ sowie die Abweichung des Aufpunkts signifikant verringert wird. Eine Vergrößerung des Krümmungsradius führt zu einer Abnahme der Abweichung der Längenunterschiede. Allerdings nimmt die Abweichung des Polarwinkels und des Aufpunkts zu.

7.4.3. Analyse eines komplexen Systems

Für die Verifikation des vorgestellten Mehrortverfahrens wird das Gesamtsystem betrachtet, welches in Kapitel 6.3.2 Abbildung 6.12 vorgestellt und analysiert wurde. Der gewählte Wellenleiterquerschnitt ist quadratisch mit der Wellenleiterweite $W = 70\mu\text{m}$. Als Materialparameter wird eine numerische Apertur von $A_N = 0.25$ gewählt. Vor der Verifikation werden die Koppelmatrizen für gerade $\mathbf{K}_{g(L)}$ und gekrümmte Wellenleitersegmente $\mathbf{K}_{k(R)}$ der entsprechenden Wellenleiterlängen $L = L_1, L_2(R)$ und der Krümmungsradien R bestimmt. Neben den Krümmungsradien werden die Tordiskretisierungen N_x und N_α variiert. In dem folgenden Beispiel wird eine Toranzahl von

$$N_\alpha = N_x = \{50, 100, 500\}$$

gewählt. Damit ergibt sich eine Gesamtzahl der Tore von

$$N = \{2.5, 10, 250\} \cdot 10^3$$

Ein- und Ausgangstoren, die Koppelmatrix ist damit vom Typ (N, N) . Mit den so bestimmten Koppelmatrizen wird eine Gesamtkoppelmatrix durch

$$\mathbf{K}_G^N = \mathbf{K}_{g(L_1)}^N \cdot \mathbf{K}_{k(R)}^N \cdot \mathbf{K}_{g(L_2(R))}^N \quad (7.38)$$

berechnet.

Als Anregung wird ein Flächenstrahler mit Aufpunkt auf der Stirnfläche des Kanalwellenleiters F_E verwendet. Somit liegen alle Strahlaufpunkte auf dieser Stirnfläche und werden vollständig durch den Aufpunkt der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{W}(s_E)$ und den beiden orthogonalen Richtungsvektoren $\mathbf{n}_1(s_E)$ und \mathbf{n}_2 beschrieben, siehe Gleichung (4.5)

$$\mathbf{A}_E = \mathbf{W}(s_E) + a \mathbf{n}_1(s_E) + b \mathbf{n}_2.$$

Aufgrund des quadratischen Wellenleiterquerschnitts ist der zulässiger Wertebereich für die skalaren Größen a und b identisch mit

$$a, b \in \left(-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \right).$$

Für die Azimut- und Polarwinkel der Strahlrichtung \mathbf{k}_E in Gleichung (7.2) wird als Wertebereich

$$\varphi \in [0, 2\pi] \quad \wedge \quad \vartheta \in [0, \vartheta_N]$$

gewählt. Darin ist ϑ_N der innere Akzeptanzwinkel.

Um eine Beeinflussung der Simulationsergebnisse durch die Wahl des Aufpunkts \mathbf{A}_E und der Strahlrichtungen \mathbf{k}_E zu vermeiden, werden diese durch einen Zufallsprozess generiert. Dazu werden die skalaren Werte von a , b , φ und ϑ innerhalb des angegebenen Bereichs zufällig gewählt. Die verwendete Wahrscheinlichkeitsverteilung aller Werte ist eine Gleichverteilung³. Als Strahlanzahl wird $N_{Strahl} = 32400$ gewählt. Aus dem so bestimmten Strahlenspektrum wird eine Matrix \mathbf{X} des Typs (N, N_{Strahl}) bestimmt. Jede Spalte der Matrix entspricht einem zu berechnenden Strahlverlauf. Aus der Matrizenmultiplikation der Quellmatrix \mathbf{X} mit der Gesamtkoppelmatrix \mathbf{K}_G wird die Detektionsmatrix \mathbf{Y} durch

$$\mathbf{Y} = \mathbf{K}_G \cdot \mathbf{X} \tag{7.39}$$

berechnet. Diese Matrix \mathbf{Y} ist vom Typ (N, N_{Strahl}) und enthält die Information über die Strahlparameter $A_{A\parallel}$, $\mathbf{k}_{A\parallel}$ und die geometrische Strahllänge $L_{G\parallel}$. Nachdem die Strahlparameter in der Ebene bestimmt sind, erfolgt unter Anwendung des virtuellen Schichtwellenleiters die Berechnung der Strahlparameter im Raum. Diese Vorgehensweise ist in Blockschaltbild 7.5, Seite 124, abgebildet. Aus den Parametern wird das statische und transiente Übertragungsverhalten des Systems bestimmt. Parallel wird das statische und das transiente Übertragungsverhalten mit den in Kapitel 6 beschriebenen Verfahren analytisch bestimmt.

³Bei der Implementierung wurden die Werte mit Hilfe der Matlabfunktion `rand()` ermittelt.

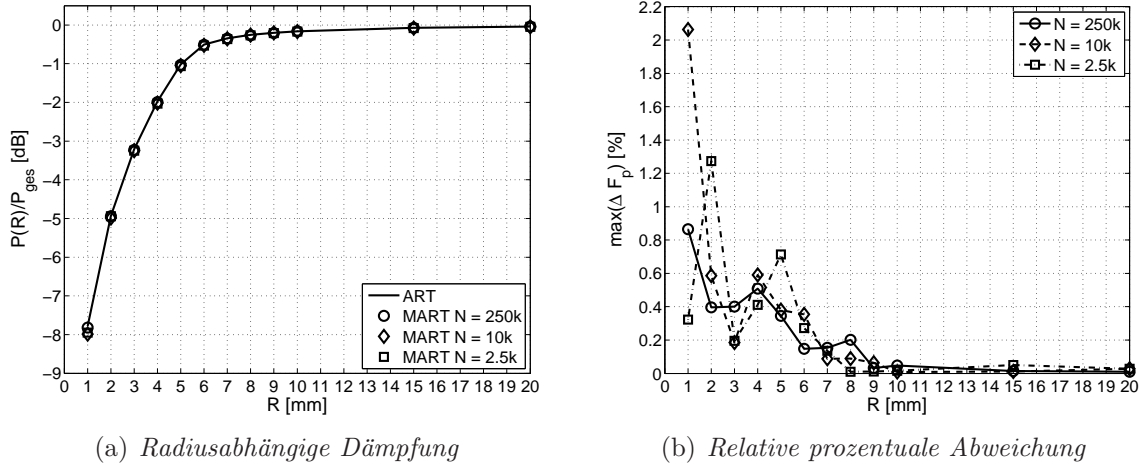


Abb. 7.14.: Betrachtung des statischen Übertragungsverhaltens

In Abbildung 7.14(a) ist das Dämpfungsverhalten des Gesamtsystems dargestellt. Auf der Abszisse ist der Radius R aufgetragen und auf der Ordinate die normierte Dämpfung $P_{MART}(R)/P_{ges}$. In dieser Abbildung sind die durch das Mehrortmodell ermittelten Dämpfungswerte bei unterschiedlicher Anzahl von Toren N abgebildet, diese Kurven sind durch den Index MART und der Anzahl der Tore N gekennzeichnet. Zudem ist der Kurvenverlauf, der durch das analytische Berechnungsverfahren bestimmt wurde, abgebildet. Dieser ist durch den Index ART vermerkt. Zu erkennen ist, dass die Kurvenverläufe nahezu identisch sind.

Um die relative prozentuale Abweichung zu bestimmen, wird die Abweichung der ermittelten Leistungen $P_{MART}(R)$ von der durch das analytische Verfahren ermittelten Leistung für jede Toranzahl N bestimmt

$$\Delta F_P = \left| \frac{P_{MART}^N(R) - P_{ART}(R)}{P_{ART}(R)} \right| \cdot 100. \quad (7.40)$$

Diese Abweichungen sind in der Abbildung 7.14(b) dargestellt. Für größer werdende Krümmungsradien wird die prozentuale Abweichung zwischen den beiden Verfahren geringer. Die prozentuale Abweichung ist für $R > 9$ mm kleiner als 0.1%. Sie ist durch die Zuordnung eines Winkelbereiches zu einem konstanten Winkel $\tilde{\alpha}_i$

$$\tilde{\alpha}_i \pm \frac{\Delta\alpha}{2} \rightarrow \tilde{\alpha}_i \quad (7.41)$$

und der Zuordnung eines Ortsbereiches zu einem konstanten Aufpunkt \tilde{A}_j

$$\tilde{A}_j \pm \frac{\Delta a}{2} \rightarrow \tilde{A}_j \quad (7.42)$$

begründet. Durch diese Zuordnung können Strahlen mit Reflexionswinkel α_n nahe dem Winkel der Totalreflexion (2.81), Strahlen mit Reflexionswinkel α_i außerhalb der Totalreflexion

$$\alpha_n > \alpha_G > \tilde{\alpha}_i \quad (7.43)$$

zugeordnet werden. Alternativ können auch Strahlen, die durch das System nicht mehr geführt werden, Toren und damit Strahlen zugeordnet werden, die noch geführt werden. Für die Reflexionswinkel gilt dann

$$\alpha_n < \alpha_G < \tilde{\alpha}_i. \quad (7.44)$$

In den Abbildungen ist weiterhin zu erkennen, dass die Abweichung mit zunehmender Toranzahl verringert wird. Dies ist auf die damit verbundene feinere Diskretisierung des Orts- und Winkelbereichs zurückzuführen.

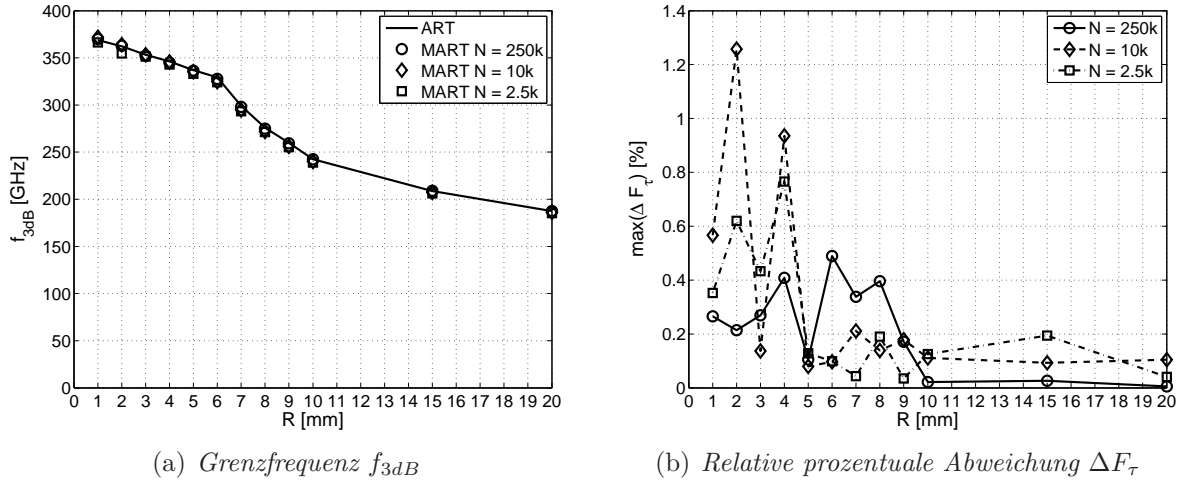


Abb. 7.15.: Betrachtung des transienten Übertragungsverhaltens

Für eine Verifikation des transienten Verlaufs wird die Grenzfrequenz f_{3dB} (2.132) bestimmt. Diese Grenzfrequenz ist in Abhängigkeit vom Radius R für das analytische Verfahren und für das Matrizenverfahren bei unterschiedlicher Anzahl von Toren in Abbildung 7.15(a) dargestellt. Die ermittelten Grenzfrequenzen weisen gute Übereinstimmungen auf.

Für eine detailliertere Analyse ist die relative prozentuale Abweichung

$$\Delta F_\tau = \left| \frac{f_{3dB}^N(R)_{MART} - f_{3dB}(R)_{ART}}{f_{3dB}(R)_{ART}} \right| \cdot 100 \quad (7.45)$$

in Abbildung 7.15(b) aufgezeigt. Für größer werdende Radien und für eine zunehmende Anzahl von Toren wird die relative prozentuale Abweichung ΔF_τ geringer. Dies ist in der zunehmenden Abweichung der Strahllänge L_{geo} für verringerte Diskretisierung begründet. Hierbei erfolgt eine Vergrößerung der prozentualen Abweichungen ΔF_L mit abnehmender Diskretisierung. Dies erfolgt sowohl bei dem geraden Kanalwellenleiter, als auch bei dem gekrümmten Kanalwellenleiter, siehe Abbildung 7.6 und Abbildung 7.10. Sind die Diskretisierungen konstant, so nimmt nur mit zunehmendem Radius R die Abweichung der Strahllänge L_{geo} weiter ab. Die Wellenleiterlänge L hat hierauf keinen Einfluss. Basierend auf der Strahllänge L_{geo} wird die Sprungantwort $a(t)$ (2.125) und die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ (2.127) berechnet. Abweichungen in den Strahlpfadlängen bewirken somit auch Abweichungen in den ermittelten Grenzfrequenzen f_{3dB} .

7.4.3.1. Betrachtung der Berechnungszeiten

Für die Betrachtung der Berechnungszeiten werden die Zeiten aufgenommen, die ausgehend von einer vorliegenden Quellmatrix \mathbf{X} bis zur Bestimmung der geometrischen Weglänge L_{geo} sämtlicher Strahlen benötigt werden. Die ausgangsseitigen Strahlen liegen nach der Berechnung als Aufpunkt und Richtung vor. Das verwendete Programm Matlab ist hochspezialisiert für Aufgaben der linearen Algebra, aus diesem Grund ist die Berechnung der Matrizenmultiplikation zur Bestimmung der gesamten Koppelmatrix \mathbf{K}_G und der Detektionsmatrix \mathbf{Y} sehr zeiteffizient (wenige Millisekunden). Die Umwandlung der Strahlen von den Ausgangstoren in die Aufpunkts- und Richtungsvektoren ist sehr zeitaufwändig. In der nachfolgenden Tabelle 7.2 sind die Zeiten zur Berechnung der gesamten geometrischen Weglänge L_{geo} für alle Strahlen aufgeführt. Zu erkennen ist, dass die Zeit

Tabelle 7.2.: Bestimmung der Berechnungszeiten t_{MART} und t_{ART} und Bestimmung der Effizienz des Verfahrens für ein komplexes System bei Variation der Krümmungsradien R und Mehrtordiskretisierung N

	$N = 2.5 \cdot 10^3$			$N = 10 \cdot 10^3$			$N = 250 \cdot 10^3$		
R [mm]	t_{MART} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{\text{ART}}}{t_{\text{MART}}}$	t_{MART} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{\text{ART}}}{t_{\text{MART}}}$	t_{MART} [s]	t_{ART} [s]	$\frac{t_{\text{ART}}}{t_{\text{MART}}}$
10	2.52	13	5.2	2.48	13	5.2	2.65	13	4.9
15	2.48	13	5.2	2.47	13	5.3	2.73	13	4.8
20	2.48	13	5.2	2.44	13	5.3	2.61	13	5.0

t_{MART} für die Berechnung des Systems unabhängig vom Radius R ist. Dieses Resultat ist zu erwarten, da bei dem Mehrtorverfahren jedes Teilsystem als Koppelmatrix vorliegt.

Des Weiteren steigt die Berechnungszeit t_{MART} mit der Anzahl der verwendeten Tore N , begründet durch die vergrößerten Matrizen leicht an. Die Wandlung von der Tordarstellung in die Strahendarstellung ist von der Anzahl der Strahlen abhängig. In der Tabelle

Tabelle 7.3.: Bestimmung der Berechnungszeiten t_{Matrix} für die Bestimmung von Gleichung (7.39) unter Einbeziehen von Gleichung (7.23) bei unterschiedlichen Mehrtordiskretisierungen N .

	$N = 2.5 \cdot 10^3$	$N = 10 \cdot 10^3$	$N = 250 \cdot 10^3$
R [mm]	t_{Matrix} [ms]	t_{Matrix} [ms]	t_{Matrix} [ms]
10	3	6.87	207.34
15	2.5	5.78	208.43
20	2.5	5.93	198.43

7.3 sind nur die Zeiten t_{Matrix} zur Berechnung der Detektionsmatrix \mathbf{Y} aufgeführt. Diese Berechnungszeiten sind abhängig von der Größe der Koppelmatrix. Werden die Zeiten in

Tabelle 7.3 mit den entsprechenden Zeiten in Tabelle 7.2 verglichen, so ist zu erkennen, dass die Berechnungszeiten dominiert werden von der Umwandlung der Strahlen von der Tordarstellung in die Strahldarstellung und der Berechnung der resultierenden Strahlparameter mit Hilfe des virtuellen Wellenleiters. Es ist davon auszugehen, dass durch eine Implementierung in einer Hochsprache wie z. B. C++ die Berechnungszeit t_{MART} weiter reduziert werden kann.

7.5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist ein Verfahren vorgestellt worden, bei dem das transiente Übertragungsverhalten von hochmultimodalen rechteckförmigen Kanalwellenleitern mit Hilfe von Mehrtoren und dem in Kapitel 6.1 eingeführten virtuellen Schichtwellenleiter zeiteffizient bestimmt werden kann. Diese Mehrtore repräsentieren das Ein- und Ausgangsverhalten von Strahlen, die auf die Projektionsfläche der zu beschreibenden Komponenten projiziert werden. Jedes Tor entspricht einem Ort und einer bestimmten projizierten Richtung. Die Stimulation des Mehrtores kann durch einen Anregungsvektor erfolgen. Dieser enthält, entsprechend der Diskretisierung des Mehrtores, die Strahlparameter des stimulierten Strahls. Die Stimulation des Mehrtores durch diesen Anregungsvektor resultiert in einem Detektionsvektor. In diesem sind die Strahlparameter des Ausgangsstrahls, entsprechend der Diskretisierung des Mehrtores enthalten. Erfolgt die sukzessive Stimulation aller Tore der Mehrtores, so kann eine Koppelmatrix angegeben werden.

Kann ein Gesamtmodell in Teilmodelle partitioniert werden, für die Koppelmatrizen existieren, so wird die Gesamtkoppelmatrix des Gesamtmodells durch Matrizenmultiplikation der Koppelmatrizen der Teilmodelle berechnet. Die Berechnung des Detektionsvektors erfolgt durch die Multiplikation des Anregungsvektors mit der Gesamtkoppelmatrix. Die Strahlparameter müssen hier nicht, wie bei dem analytischen Verfahren, sukzessive durch alle beteiligten Teilmodelle berechnet werden. Basierend auf dem so ermittelten Detektionsvektor werden die Strahlparameter im Raum mit Hilfe des in Kapitel 6 eingeführten virtuellen Schichtwellenleiters bestimmt.

Bei der Mehrtormethode müssen die Koppelmatrizen aller beteiligten Teilmodelle bekannt sein, um die Gesamtkoppelmatrix zu bestimmen. Die zugrunde liegenden Material- und Geometrieparameter der Teilmodelle müssen mit den Parametern der vorher berechneten Koppelmatrizen übereinstimmen. Diese Koppelmatrizen sind nur für einen bestimmten Wellenleiter mit den definierten Materialparametern sowie den Geometrieparametern Wellenleiterweite W und Trajektorienverlauf $\mathbf{W}(s)$ gültig. Dies ist z. B. eine Gerade mit Trajektorienlänge L_1 oder eine Krümmung mit dem Krümmungsradius R_1 und dem Krümmungswinkel γ_1 . Wird nur ein Parameter variiert, muss im Allgemeinen eine neue Koppelmatrix berechnet werden. Im Gegensatz zu den Parametern der Projektionsebene muss die Höhe H des betrachteten Gesamtmodells erst nach der Berechnung der Projektionsstrahlen definiert werden. Die zugrunde liegenden Koppelmatrizen sind für alle rechteckförmigen Kanalwellenleiter mit beliebiger Wellenleiterhöhe H gültig. Aus diesem Grund ist die Modellierung mit Hilfe des Mehrtormodells, im Gegensatz zu der in Abschnitt 6 vorgestellten White-Box-Methode, eine Grey-Box-Methode.

Die berechneten Koppelmatrizen können in einer Bauteilbibliothek abgelegt werden. Damit

stehen sie für spätere Verwendungen zur Verfügung. Dieses vorgestellte Mehrtormodell, basierend auf Koppelmatrizen, ermöglicht eine zeiteffiziente Berechnung des statischen und transienten Übertragungsverhaltens von vielmodigen optischen Kanalwellenleitern. Die geforderte Zeiteffizienz bei der Berechnung des Übertragungsverhaltens wird durch das Mehrtorverfahren gegenüber dem analytischen Verfahrens weiter erhöht. Die Abweichungen zwischen beiden Verfahren werden durch eine höhere Diskretisierung verringert. Hierbei kann auf Tordiskretisierungen zurückgegriffen werden, die mit herkömmlichen Arbeitsplatzrechnern handhabbar sind.

Zeiteffiziente Analyse eines symmetrischen Leistungsteilers

In den letzten Kapiteln sind Verfahren für die zeiteffiziente Bestimmung des Übertragungsverhaltens von vielmodigen optischen Kanalwellenleitern vorgestellt worden. Diese Verfahren wurden verwendet, um das statische und transiente Übertragungsverhalten von Direktverbindungen zu analysieren. Neben diesen Direktverbindungen werden in der optischen Aufbau- und Verbindungstechnik auch Mehrpunktverbindungen verwendet. Mit Hilfe dieser Mehrpunktverbindungen wird die emittierte Leistung definiert aufgeteilt (engl. Splitter) oder zusammengefasst (engl. Combiner) [45].

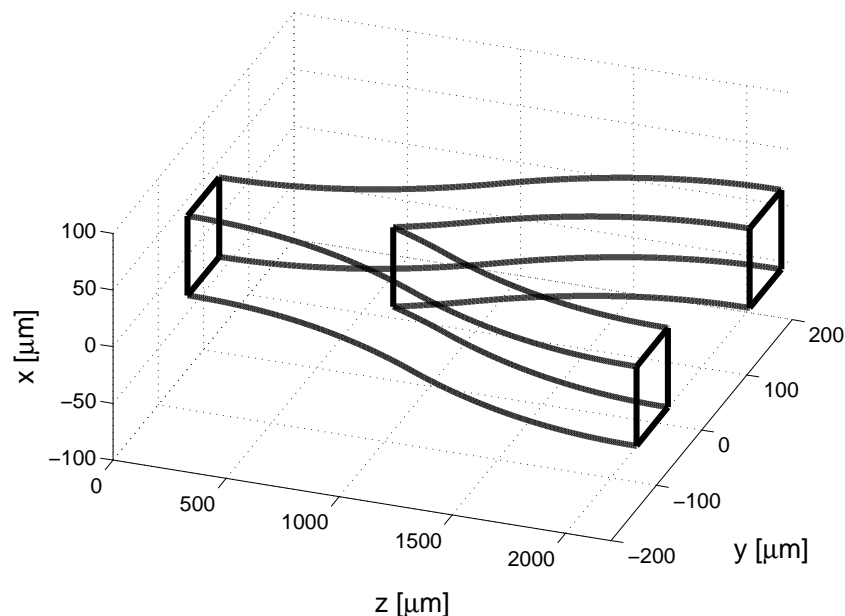


Abb. 8.1.: Kerngrenzhülle eines symmetrischen Leistungsteilers (nicht maßstabgetreu)

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren verwendet, um die Mehrpunkttopologie symmetrischer Leistungsteiler, siehe Abbildung 8.1, zu analysieren.

8.1. Aufbau des symmetrischen Leistungsteilers

Eine Komponente, um die emittierte Leistung einer Quelle gleichmäßig aufzuteilen, ist der symmetrische Leistungsteiler. Die Abbildung 8.2 zeigt den Trajektorienverlauf mit einigen Geometrieparametern dieses Leistungsteilers.

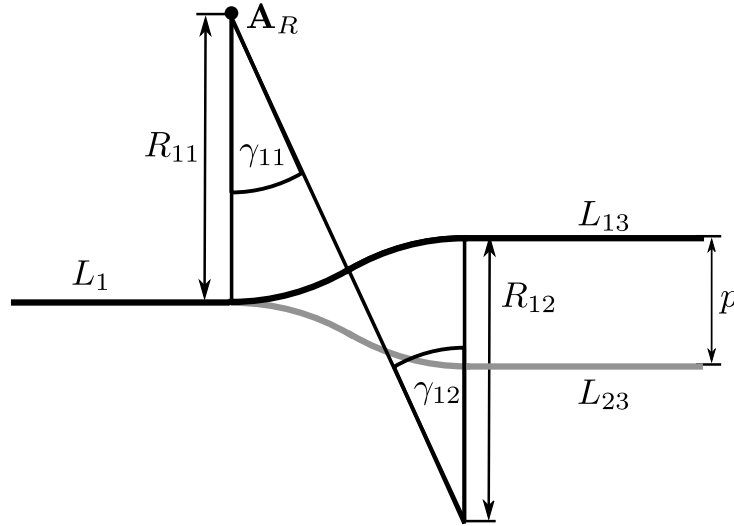


Abb. 8.2.: Trajektorienverlauf und Geometrieparameter

Ausgehend von einem geraden Kanalwellenleiter L_1 wird die optische Leistung bei diesem Leistungsteiler in zwei Kanalwellenleiter mit konstant gekrümmten Trajektorienverläufen aufgeteilt. Die Trajektorien der gekrümmten Kanalwellenleiter haben einen s-bogenförmigen Verlauf und münden in zwei parallel verlaufende gerade Kanalwellenleiter. Der s-bogenförmige Verlauf ist namensgebend für diese Form des Leistungsteilers, der in der Literatur als S-Bend-Splitter bezeichnet wird [44]. Charakteristische Größen dieser Leistungsteiler sind die Krümmungsradien R_{11} und R_{12} , die Krümmungswinkel γ_{11} und γ_{12} der Trajektorienverläufe sowie der Mittenabstand p (engl. pitch) zwischen den abschließenden geraden Segmenten L_{13} und L_{23} . Nicht eingezeichnet sind die Winkel γ_{21} und γ_{22} sowie die Radien R_{21} und R_{22} des zweiten Arms des Leistungsteilers. Für diese gilt

$$\begin{aligned} \gamma_{21} &= \gamma_{11} & \wedge & & \gamma_{22} &= \gamma_{12}, \\ R_{21} &= R_{11} & \wedge & & R_{22} &= R_{12}. \end{aligned}$$

Im Folgenden wird als numerische Apertur des Leistungsteilers $A_N = 0.25$ gewählt. Hierbei ist der Brechungsindex des Kerns $n_{\text{core}} = 1.56$. Für den Kernquerschnitt wird ein quadratisches Querschnittsprofil mit der Wellenleiterweite $W = 70\mu\text{m}$ verwendet. Als Mittenabstand wird $p = 250\mu\text{m}$ definiert. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus sind die Radien R_{11} bis R_{22} und die Winkel γ_{11} bis γ_{22} jeweils identisch. Für die Radien wird $R = 10\text{mm}$ angenommen. Mit Hilfe des Mittenabstandes p und der verwendeten Radien R ergibt sich ein Krümmungswinkel γ durch

$$\cos(\gamma) = 1 - \frac{p}{4R}$$

von $\gamma = 6.4^\circ$.

Zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens wird als Anregung eine Punktquelle mit der Leistungsverteilung P_{Rect} verwendet, siehe Gleichung (2.116). Diese wird am Aufpunkt $\mathbf{W}_{L_1}(s_E)$ des ersten Wellenleiters positioniert. Die Punktquelle emittiert optische Leistung in Richtung der Wellenleitertrajektorie $\mathbf{t}_{L_1}(s_E)$ und leuchtet die gesamte numerische Apertur $A_N = 0.25$ mit

$$\vartheta_i \in [0, \vartheta_N] \wedge \varphi_j \in [0, 2\pi]$$

homogen aus. Bei der Quellmodellierung wird der azimutale Index durch $J = 360$ vorgegeben und der polare Index aus dem Intervall

$$I = \{90, 180, 360\}$$

entnommen, siehe Gleichung (2.113). An den ausgangsseitigen Stirnflächen der geraden Wellenleiter L_{23} und L_{13} wird die gesamte auftreffende optische Leistung aufgenommen. Um den Effekt der Ein- und Auskopplung zu vermeiden, werden die Quelle und die Detektoren innerhalb des Kernmaterials n_{core} positioniert.

In den folgenden Abschnitten wird das Übertragungsverhalten des Leistungsteilers mit Hilfe der in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren berechnet. Dazu wird in Abschnitt 8.2 das in Kapitel 6 vorgestellte analytische Verfahren verwendet und in Abschnitt 8.3 das in Kapitel 7 vorgestellte Mehrtorverfahren. Zentrales Element beider Verfahren ist die Strahlprojektion jedes Strahls auf die planare Projektionsebene und der darauf aufbauende virtuelle Schichtwellenleiter. In Abschnitt 8.4 werden die Abweichungen der berechneten Sprungantworten beider in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren verglichen, abschließend wird die Berechnungszeit für alle Verfahren vorgestellt.

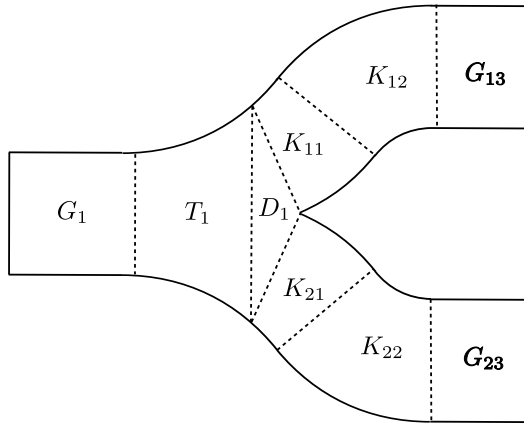
8.2. Analyse mit Hilfe des analytischen Verfahrens

Bei der Modellierung mit Hilfe des analytischen Verfahrens werden die Strahlparameter in der Projektionsebene durch physikalische Strahlverfolgungsmethoden berechnet. Hierbei können für bestimmte Trajektorienverläufe analytische Methoden verwendet werden, um so das Übertragungsverhalten zeiteffizient zu ermitteln.

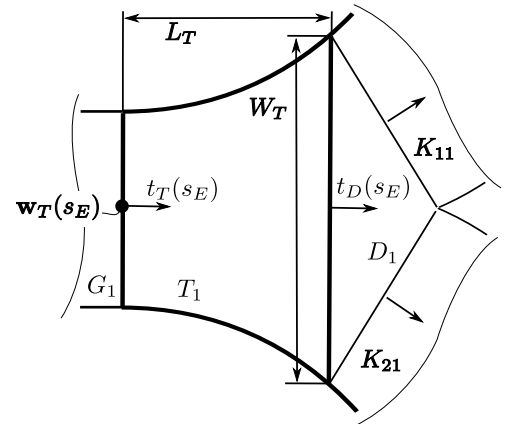
8.2.1. Partitionierungskonzept und Blockschaltbild

Um die vorgestellten analytischen Verfahren effizient verwenden zu können, und um eine zeiteffiziente Berechnung zu ermöglichen, wird der Leistungsteiler auf die Projektionsebene projiziert. Anschließend wird dieser in Teilmodelle partitioniert für die möglichst zeiteffiziente Verfahren zur Verfügung stehen, siehe Abschnitt 4.3.

In Abbildung 8.3(a) ist das verwendete Partitionierungskonzept für den Leistungsteiler dargestellt.



(a) Globales Partitionierungskonzept



(b) Detailliertes Partitionierungskonzept des Übergangsbereichs T_1, D_1

Abb. 8.3.: Partitionierungskonzept für den Leistungsteiler

Das vorgestellte Partitionierungskonzept besteht aus drei geraden Teilmodellen G_1 , G_{13} und G_{23} , aus vier Teilmodellen mit konstant gekrümmter Wellenleitertrajektorie K_{11} , K_{12} , K_{21} , K_{22} , sowie einem Übergangsbereich zwischen dem geraden Teilmodell und den konstant gekrümmten Teilmodellen. Dieser Übergangsbereich besteht aus einem Taper mit zirkularer Wandweiterung T_1 und einer dreieckförmigen Hilfsstruktur D_1 . Die Berandungsnormalen der angrenzenden Berandungen aller benachbarten Teilmodelle haben eine identische Richtung

$$\mathbf{t}^{n-1}(s_A) = \mathbf{t}^n(s_E) \quad \forall n \in \{2, N\}.$$

Hierbei kennzeichnet der Index n das aktuelle Segment.

Die Teilmodelle für die geraden und konstant gekrümmten Segmente können mit Hilfe von Grundstrukturen beschrieben werden, für die analytische Modelle existieren. Für den Übergangsbereich (T_1 und D_1) existieren keine analytisch berechenbaren Modelle. Die Strahlparameter in der Ebene müssen hier durch physikalische Strahlverfolgung sukzessive berechnet werden, siehe Abschnitt 3.3.1. Diese Berechnung erfolgt, bis der Strahl auf einer der Berandungen zwischen den Teilmodellen auftrifft. Die Laufzeit des Verfahrens wird durch die Anzahl der zu berücksichtigenden Berandungen bestimmt. Durch die Aufteilung des Übergangsbereichs in den Taper T_1 und die Hilfsstruktur D_1 wird die physikalische Strahlverfolgung vereinfacht, da nur Aufpunkte auf vier statt auf fünf Berandungen berechnet werden müssen. Trifft ein Strahl auf die Hilfsstruktur D_1 , wird direkt das weiterführende Teilmodell K_{11} oder K_{21} bestimmt, da innerhalb dieser dreieckförmigen Hilfsstruktur keine innere Reflexion berechnet werden muss.

Die Weite W_T und die Länge L_T des Tapers ergeben sich, entsprechend der Abbildung 8.3(b), aus der Weite W und dem Radius R der gekrümmten Segmente

$$W_T = \frac{4 R W}{2R + W} \quad \wedge \quad L_T = \left(1 - \frac{2W}{2R + W}\right) \sqrt{\left(R + \frac{W}{2}\right)^2 - R^2}. \quad (8.1)$$

Der Radius R ist durch

$$R = |\mathbf{A}_R - \mathbf{W}_T(s_E)|$$

definiert, siehe Abbildung 8.2. Die Hilfsstruktur D_1 weist die Form eines gleichschenkligen Dreiecks mit Schenkellänge W auf. Die Länge der Basis dieses Dreiecks entspricht der Weite W_T , siehe Abbildung 8.3(b).

Der Aufbau des Gesamtmodells der Ebene erfolgt durch die Kaskadierung der Teilmodelle der Ebene. Durch dieses Gesamtmodell wird der projizierte Strahlverlauf bestimmt. Dieser dient als Eingangsparameter für den virtuellen Schichtwellenleiter. Zusammen mit dem Gesamtmodell der Ebene und dem virtuellen Schichtwellenleiter wird das Gesamtmodell des Leistungsteilers aufgebaut.

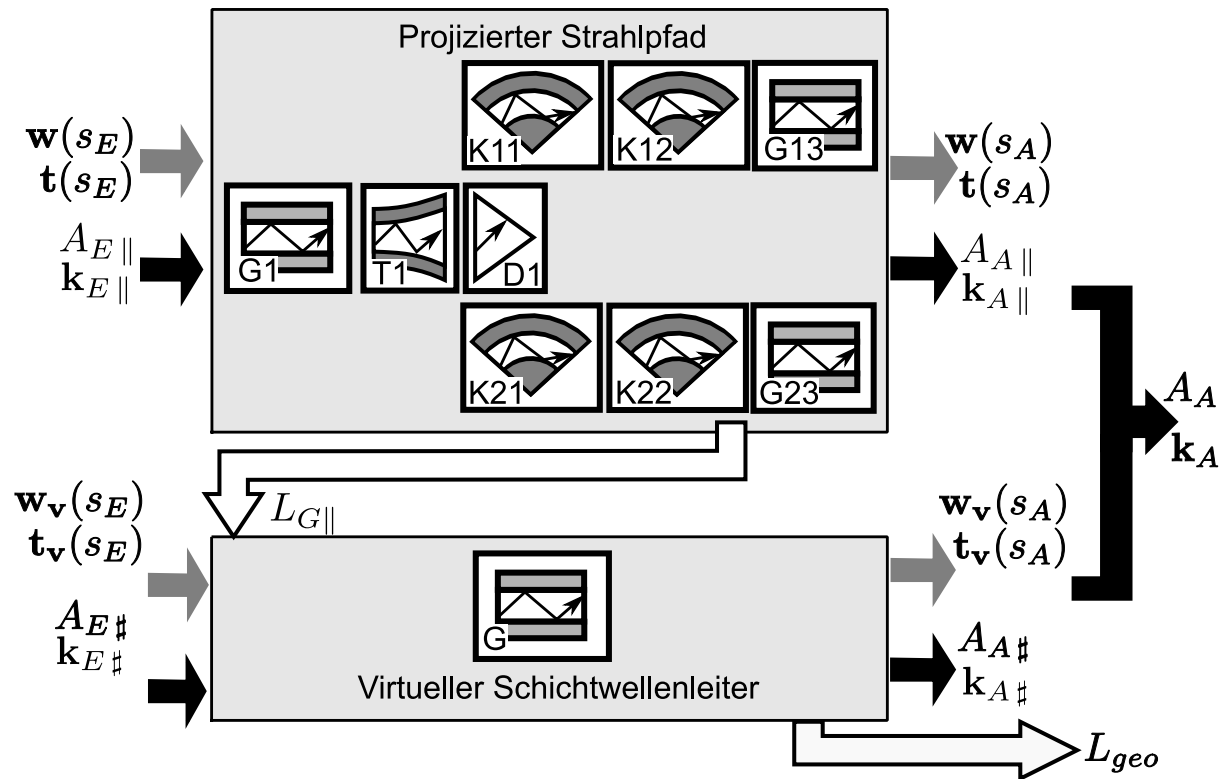


Abb. 8.4.: Blockschaltbild des Leistungsteilers

In Abbildung 8.4 ist das verwendete Blockschaltbild des Leistungsteilers dargestellt. Bei diesem sind die Teilmodelle entsprechend dem zugrunde liegenden Grundmodell mit Hilfe eines Buchstabens und einer fortlaufenden Nummer gekennzeichnet. Im oberen Teil des Blockschaltbildes werden die Strahlparameter des projizierten Strahls bestimmt. Daran anschließend werden im unteren Teil die resultierenden Strahlparameter im Raum mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters berechnet. Zu erkennen ist, dass das Konzept des virtuellen Wellenleiters in Kombination mit klassischen Strahlverfolgungsverfahren verwendet wird, um die Berechnung des Übertragungsverhaltens innerhalb des Tapers zeiteffizient zu ermöglichen, siehe auch Abschnitt 6.2.1. Des Weiteren ermöglicht das vorgestellte Konzept den systematischen Entwurf eines Leistungsteilers aus bekannten Strukturen.

In der Tabelle 8.1 sind die zugrundeliegenden Parameter der verwendeten Teilmodelle aufgeführt. Aus der Wahl des Krümmungsradius R , der Wellenleiterweite W und des

Tabelle 8.1.: *Verwendete Parameter des modellierten Leistungsteilers*

Parameter	Teilmodell								
	G1	G13	G23	T1	D1	K11	K12	K21	K22
L [mm]	100	100	100						
R [mm]				10	10	10	10	10	10
$\hat{\gamma}$ [°]						1.6	-6.4	-1.6	6.4

Mittenabstandes p ergeben sich neben der Taperlänge L_T und der Taperweite W_T auch die jeweiligen Krümmungswinkel $\hat{\gamma}_{ij}$ der gekrümmten Teilmodelle. Die Krümmungswinkel entsprechen nicht mehr den Krümmungswinkeln der Trajektorienverläufe, siehe Abbildung 8.2, da die Trajektorie auch innerhalb des Tapers T_1 und des Dreiecks D_1 verläuft.

Bei der Implementierung des Leistungsteilers erfolgt die Berechnung der Parameter W_T und L_T automatisch nach Angabe der Form des Leistungsteilers, des Krümmungsradius R und des Mittenabstandes p vor der Bestimmung des Übertragungsverhaltens. Des Weiteren erfolgt die Positionierung und Ausrichtung aller verwendeten Teilmodelle automatisch durch das in Abschnitt 4.3.2 beschriebene Integrationskonzept.

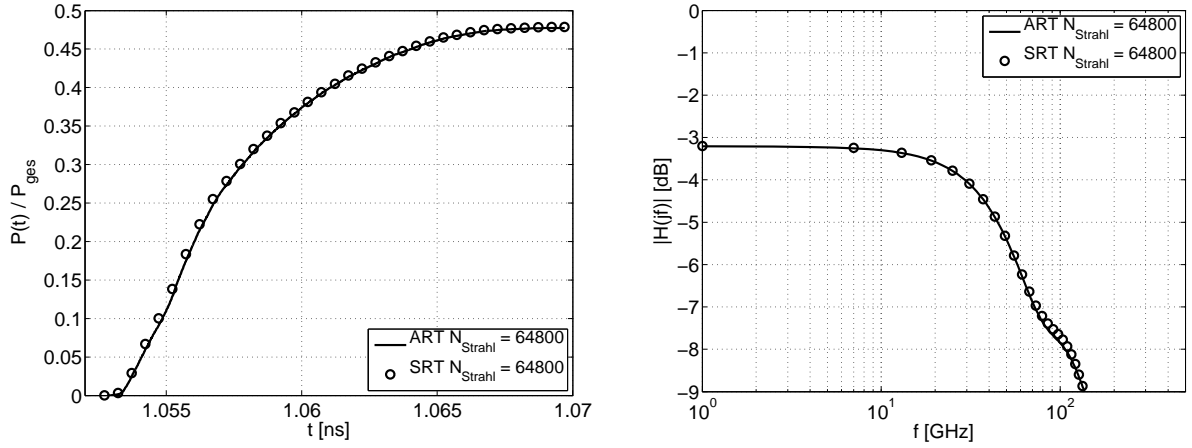
8.2.2. Vergleich der Simulationsergebnisse

Ausgehend von einem identischen geometrischen Aufbau des Leistungsteilers, identischen Materialparametern und einer Stimulation mit

$$N_{Strahl} = \{32400, 64800, 129800\}$$

Strahlen wird das Übertragungsverhalten mit Hilfe semisequenzieller Strahlverfolgung und der vorgestellten analytischen Methoden bestimmt.

Die erzielten Simulationsergebnisse des semisequenziellen Verfahrens (SRT) und des auf Blockschalbild Abbildung 8.4 beruhenden analytischen Verfahrens (ART) sind in Abbildung 8.5 aufgezeigt. Die Abbildung 8.5(a) stellt die Sprungantworten am Ausgang des Segments G_{13} dar. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind nur die Sprungantworten für $N_{Strahl} = 64800$ abgebildet. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate ist die detektierte Leistung $P(t)/P_{ges}$ aufgetragen. Diese ist auf die gesamte eingekoppelte Leistung normiert. Infolge des symmetrischen Aufbaus sind die ermittelten Sprungantworten am Ausgang des Segments G_{23} identisch mit den Ergebnissen des Segments G_{13} und werden hier nicht dargestellt. Aufgrund der symmetrischen Leistungsteilung kann maximal nur die Hälfte der eingekoppelten Leistung detektiert werden. In Abbildung 8.5(a) ist erkennbar, dass die detektierte Leistung geringer als die theoretisch detektierbare Leistung ist. Bedingt durch die Wellenleiterkrümmung wird Leistung in das umgebende Material transmittiert, siehe Abschnitt 6.3.2.



(a) Sprungantworten $a_{ART}(t)$ und $a_{SRT}(t)$ bei $N_{Strahl} = 64800$ (b) Übertragungsfunktionen $|H(jf)_{ART}|$ und $|H(jf)_{SRT}|$ bei $N_{Strahl} = 64800$

Abb. 8.5.: Ermittelte Simulationsergebnisse ART und SRT für den Leisterteiler bei Variation der Stimulationsstrahlen N_{Strahl}

Die Abbildung 8.5(b) stellt die resultierende Übertragungsfunktion $|H(jf)|$ dar. In dieser Abbildung ist ebenfalls die symmetrische Leistungsaufteilung erkennbar, da die Übertragungsfunktionen um etwas mehr als 3dB gedämpft sind. Für eine übersichtlichere Darstellung der Kurvenverläufe sind in Abbildung 8.5(a) und 8.5(b) die durch das strahlenoptische Verfahren bestimmten Kurvenverläufe mit einer begrenzten Anzahl von Stützstellen dargestellt.

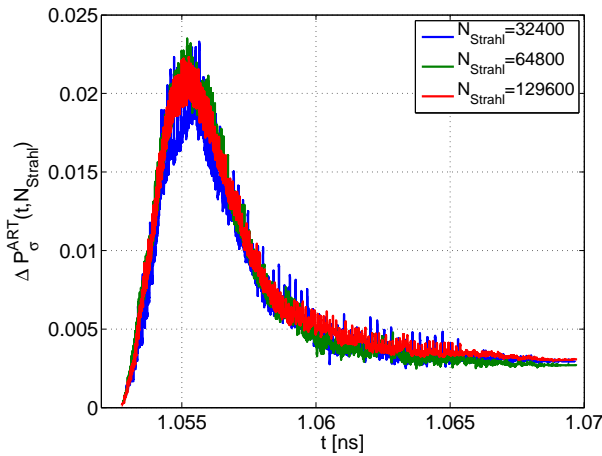


Abb. 8.6.: Abweichungen $\Delta P_{\sigma}^{ART}(t, N_{Strahl})$ der Sprungantworten

In den beiden Abbildungen 8.5(a) und 8.5(b) sind die Ergebnisse des semisequentiellen Verfahrens und des analytischen Verfahrens aufgezeigt. Zu erkennen sind die großen Übereinstimmungen in den Ergebnissen. Zu Verdeutlichung der Unterschiede sind in Abbildung 8.6 die Abweichungen zwischen den ermittelten Sprungantworten dargestellt. Hierbei werden auch die berechneten Sprungantworten für $N_{Strahl} = 32400$ und $N_{Strahl} =$

129600 berücksichtigt. In der Abbildung ist auf der Ordinate die durch

$$\Delta P_{\sigma}^{ART}(t, N_{Strahl}) = \left| \frac{P_{SRT}(t, N_{Strahl}) - P_{ART}(t, N_{Strahl})}{P_{SRT}(N_{Strahl})} \right|,$$

mit

$$P_{SRT}(N_{Strahl}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{SRT}(t, N_{Strahl})$$

ermittelte Abweichung $\Delta P_{\sigma}^{ART}(t)$ aufgetragen. Zunächst steigen die Kurvenverläufe stetig an. Für $t \approx 1.0552\text{ns}$ erreichen sie ein Maximum. Für diese Abweichung gilt

$$\max(\Delta P_{\sigma}^{ART}(t, N_{Strahl})) < 0.0235.$$

Das entspricht einer maximalen Abweichung von 2.35%. Nachdem dieses Maximum erreicht ist, verringern sich die Abweichungen. Als Abweichung des Endwerts wird mit

$$\Delta P_{\sigma}^{ART}(N_{Strahl}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta P_{\sigma}^{ART}(t, N_{Strahl})$$

der Wert

$$\max(\Delta P_{\sigma}^{ART}(N_{Strahl})) < 3.07 \cdot 10^{-3}$$

erreicht. Die maximale Abweichung entspricht damit 0.307%. Die Abweichung zwischen den berechneten Werten ist sehr gering und somit stimmen die ermittelten Ergebnisse sehr gut überein.

Die Form jeder dargestellten Kurve weist auf unterschiedliche ermittelte Strahllaufzeiten der stimulierten Strahlen innerhalb des Systems hin. Diese unterschiedlichen Strahllaufzeiten sind durch die Zeitdiskretisierung des Detektors beim strahlenoptischen Verfahren (SRT) und durch die hohe Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen M_{Strahl} begründet. Um die Anzahl der zu bestimmenden Reflexionen abzuschätzen, werden die Teilmodelle mit der längsten Trajektorie betrachtet. Dies sind bei dem untersuchten Leistungsteiler die geraden Wellenleitersegmente. Die Gesamtlänge der Trajektorie ist $L = 200\text{mm}$. Das strahlenoptische Verfahren (SRT) berechnet sukzessive die Strahlaufpunkte und anschließend die neuen Strahlrichtungen. Wie in Tabelle 3.1 Seite 50 dargestellt, ergeben sich für einen geraden Wellenleiter der Weite $W \times H = (70 \times 70)\mu\text{m}^2$, Trajektorienlänge $L = 1\text{m}$ und $N_{Strahl} = 32400$ ca. $58 \cdot 10^6$ innere Reflexionen M_{Strahl} . Damit müssen bei der Strahlanzahl von $N_{Strahl} = 64800$ und der Wellenleiterlänge $L = 200\text{mm}$ ca. $M_{Strahl} \approx 23 \cdot 10^6$ innere Reflexionen berechnet werden. Kleine Abweichungen bei der Bestimmung der geometrischen Weglänge L_{geo} resultieren in einer leicht veränderten Sprungantwort. Daraus ergeben sich die Abweichungen in den dargestellten Kurvenverläufen in Abbildung 8.6.

8.3. Anwendung des Mehrtormodells

Bei der Modellierung mit Hilfe eines Mehrtores wird die zu analysierende Struktur mit Hilfe vorher berechneter Koppelmatriizen beschrieben. Zur Bestimmung der Gesamtkoppelmatrix \mathbf{K}_G wird das zu untersuchende System in Teilsysteme partitioniert. Für jedes

Teilsystem muss eine entsprechende, vorher berechnete Koppelmatrix existieren. Ausgehend von diesen Koppelmatrizen der Teilsysteme wird die Gesamtkoppelmatrix durch Multiplikation der Koppelmatrizen bestimmt. Im Folgenden wird als Diskretisierung im Ortsbereich $N_x = 500$ und als Diskretisierung im Winkelbereich $N_\alpha = 500$ verwendet. Damit ergibt sich eine quadratische Koppelmatrix für jedes Teilmodell. Die Anzahl der Zeilen- und Spaltenvektoren ist $N = 250 \cdot 10^3$.

Zur Bestimmung der Stimulationsmatrix \mathbf{X} werden die Aufpunkte \mathbf{A}_n und Strahlrichtungen \mathbf{k}_n aller Quellstrahlen \mathbf{S}_n auf die Projektionsebene projiziert und entsprechend der Diskretisierung des Mehrtores den entsprechenden Toren zugeordnet. Die so gewonnene Stimulationsmatrix \mathbf{X}_{Strahl} ist vom Typ $(N \times N_{Strahl})$, darin ist N_{Strahl} die Anzahl der Quellstrahlen. Durch die Multiplikation der Stimulationsmatrix mit der Koppelmatrix wird die Detektionsmatrix \mathbf{Y}

$$\mathbf{Y}_{Strahl} = \mathbf{K}_G \cdot \mathbf{X}_{Strahl}$$

bestimmt. Diese enthält die Zuordnung zu den entsprechenden Ausgangstoren, die projizierte Strahllänge L_G und die entsprechende Leistungskopplung. Basierend darauf kann jedem projiziertem Eingangstrahl ein projizierter Ausgangsstrahl zugeordnet werden. Aus diesem werden unter Anwendung des virtuellen Schichtwellenleiters die resultierenden Strahlparameter im Raum berechnet.

In dem folgenden Abschnitt 8.3.1 wird der Leistungsteiler in Teilmodelle partitioniert und das zugrunde liegende Blockschaltbild angegeben. Anschließend wird das transiente Übertragungsverhalten bestimmt und in Abschnitt 8.3.2 die erzielten Simulationsergebnisse diskutiert.

8.3.1. Partitionierungskonzept und Blockschaltbild

Das Partitionierungskonzept basiert auf vorher bestimmten Mehrtoren. Sind diese noch nicht vorhanden, so müssen sie neu berechnet werden. In Abschnitt 7 wurden Mehrtore für gerade und konstant gekrümmte Wellenleiter vorgestellt. Für den in diesem Kapitel betrachteten Leistungsteiler in kein Modell vorhanden, es muss somit ein neues Mehrtor berechnet werden.

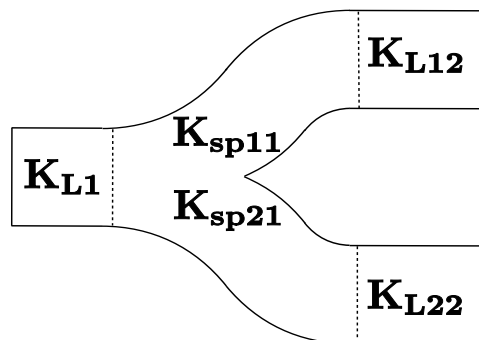


Abb. 8.7.: Partitionierungskonzept des Leistungsteilers

Die Abbildung 8.7 zeigt das verwendete Partitionierungskonzept. Das Gesamtmodell besteht aus drei geraden Teilmodellen mit den Koppelmatrizen \mathbf{K}_{L1} , \mathbf{K}_{L12} und \mathbf{K}_{L22} sowie

einem Teilmodell des Leistungsteilers mit den Koppelmatrizen \mathbf{K}_{sp21} und \mathbf{K}_{sp11} . Aufgrund der Mehrpunkttopologie muss dieser Leistungsteiler durch zwei Koppelmatrizen beschrieben werden. Der Leistungsteiler entspricht dem Übergangsbereich zwischen den Teilmodellen G_1 , G_{12} und G_{23} in Abbildung 8.3(a). Bei der optischen Aufbau- und Verbindungstechnik hat sich ein Mittenabstand von $p = 250\mu\text{m}$ als Quasistandard zwischen zwei Wellenleitern etabliert [5, 50, 59, 85]. Folglich bietet es sich an, den Übergangsbereich zwischen den geraden Segmenten als eigenständiges Mehrtor zu implementieren. Die Koppelmatrizen der geraden Segmente sind alle identisch, da ihre geometrischen Abmessungen und Materialparameter übereinstimmen.

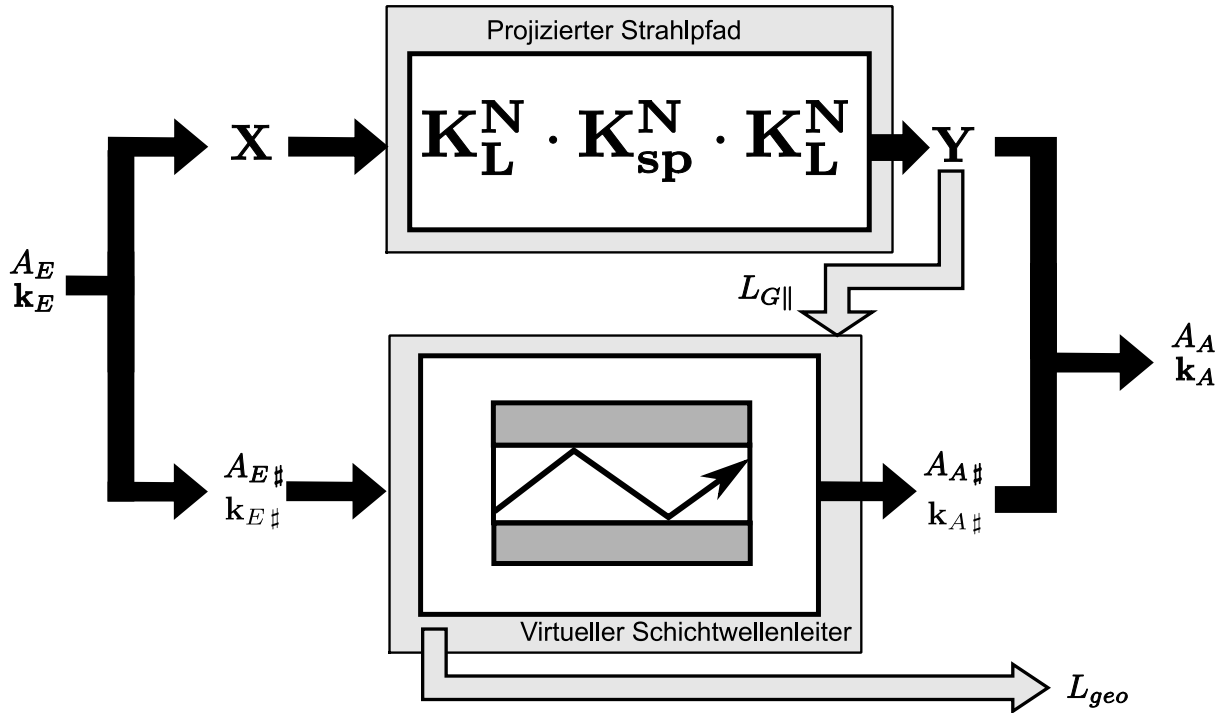
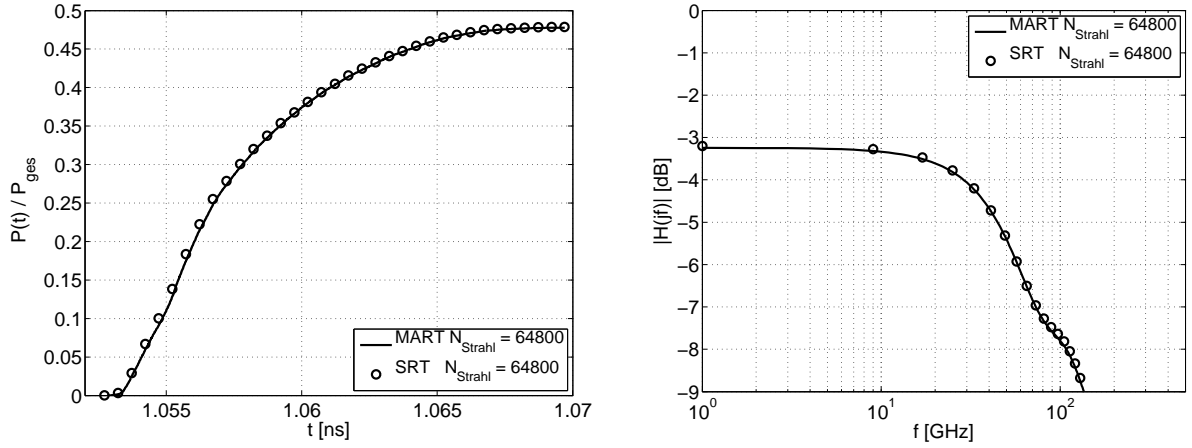


Abb. 8.8.: Blockschaltbild des Leistungsteilers

Die Abbildung 8.8 zeigt das zugrunde liegende Blockschaltbild. Im oberen Teil des Blockschaltbildes wird der projizierte Strahlpfad jedes Strahls bestimmt. Die Berechnung des projizierten Strahlparameters erfolgt mit Hilfe der Matrizenmultiplikation der Stimulationsmatrix mit der Gesamtkoppelmatrix. Im unteren Teil des Blockschaltbildes werden die resultierenden Strahlparameter im Raum mit Hilfe des virtuellen Schichtwellenleiters ermittelt.

8.3.2. Vergleich der Simulationsergebnisse

Um die Simulationsergebnisse der unterschiedlichen Verfahren zu vergleichen, werden die Anregungen verwendet, die auch in Abschnitt 8.2 benutzt wurden. Aus diesen Anregungen werden die Stimulationsmatrizen \mathbf{X}_{Strahl} vom Typ $(N \times N_{Strahl})$ erzeugt. Das bestimmte transiente Übertragungsverhalten wird zudem mit dem semisequentiellen Strahlverfolgungsverfahren verglichen. Im Folgenden ist das Mehrtorverfahren mit dem Index MART und das semisequentielle Verfahren mit dem Index SRT gekennzeichnet.



(a) Sprungantworten $a_{MART}(t)$ und $a_{SRT}(t)$ bei $N_{Strahl} = 64800$ (b) Übertragungsfunktionen $|H(jf)_{MART}|$ und $|H(jf)_{SRT}|$ bei $N_{Strahl} = 64800$

Abb. 8.9.: Ermittelte Simulationsergebnisse MART und SRT für den Leistungsteiler bei Variation der Stimulationsstrahlen N_{Strahl}

Die erzielten Simulationsergebnisse sind in Abbildung 8.9 dargestellt. Hierbei stellt die Abbildung 8.9(a) die berechneten Sprungantworten des Systems für $N_{Strahl} = 64800$ dar. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Sprungantworten der Strahlenscharen $N_{Strahl} = 32400$ und $N_{Strahl} = 129600$ nicht abgebildet. Die dargestellten Sprungantworten sind auf die gesamte eingekoppelte Leistung normiert. Für eine bessere Differenzierbarkeit der Ergebnisse wurden nur wenige Stützstellen des semisequentiellen Verfahrens abgebildet. Wie auch in Abbildung 8.5(a) ist auch in dieser Abbildung die große Übereinstimmung zwischen den beiden Verfahren zu erkennen.

In Abbildung 8.9(b) ist die der Sprungantwort entsprechende Übertragungsfunktion dargestellt. Auch hier ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den beiden Verfahren erkennbar.

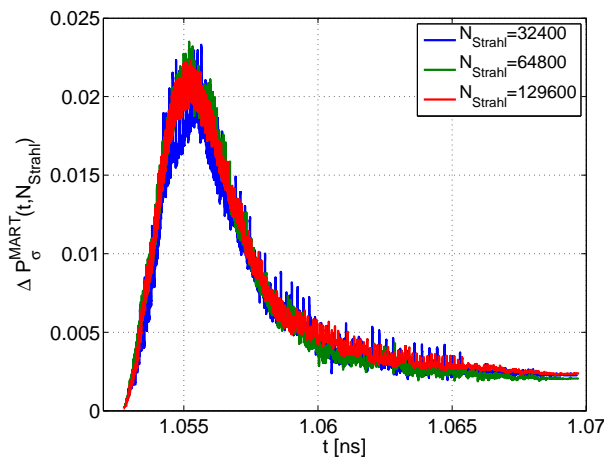


Abb. 8.10.: Abweichungen $\Delta P_{\sigma}^{MART}(t, N_{Strahl})$ der Sprungantworten

Abschließend ist in Abbildung 8.10 die jeweilige Abweichung zwischen den Sprungantwort-

ten aufgezeigt. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate ist die Abweichung

$$\Delta P_{\sigma}^{MART}(t, N_{Strahl}) = \left| \frac{P_{SRT}(t, N_{Strahl}) - P_{MART}(t, N_{Strahl})}{P_{SRT}(t, N_{Strahl})} \right|$$

mit

$$P_{SRT}(N_{Strahl}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{SRT}(t, N_{Strahl})$$

aufgetragen. Die maximale Abweichung ist

$$\max(\Delta P_{\sigma}^{MART}(t, N_{Strahl})) < 0.0235.$$

Diese wird zum Zeitpunkt $t = 1.0552\text{ns}$ erreicht. Die Abweichung der Endwerte wird durch

$$\Delta P_{\sigma}^{MART}(N_{Strahl}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta P_{\sigma}^{MART}(t, N_{Strahl})$$

bestimmt. Für die maximale Abweichung der Endwerte gilt

$$\max(\Delta P_{\sigma}^{MART}(N_{Strahl})) < 2.4 \cdot 10^{-3}.$$

Der Verlauf der Kurve entspricht annähernd dem Verlauf der in Abbildung 8.6 abgebildeten Kurve. Die Begründung für diesen Verlauf entspricht der in Abschnitt 8.2.2.

8.4. Vergleich der verwendeten Verfahren

In den vorhergehenden Abschnitten sind die Abweichungen zwischen dem analytischen Verfahren und dem strahlenoptischen Verfahren sowie die Abweichungen zwischen dem Mehrtorverfahren und dem strahlenoptischen Verfahren vorgestellt worden. In diesem Abschnitt werden die Abweichungen zwischen den in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren bestimmt. Des Weiteren wird die ermittelte Effizienz der verwendeten Verfahren diskutiert.

8.4.1. Abweichungen zwischen den Verfahren

Um die Abweichung zwischen den in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren zu bestimmen, werden die berechneten Sprungantworten miteinander verglichen. Dieses beinhaltet auch die Berücksichtigung der Sprungantworten für $N_{Strahl} = 32400$ und $N_{Strahl} = 129600$.

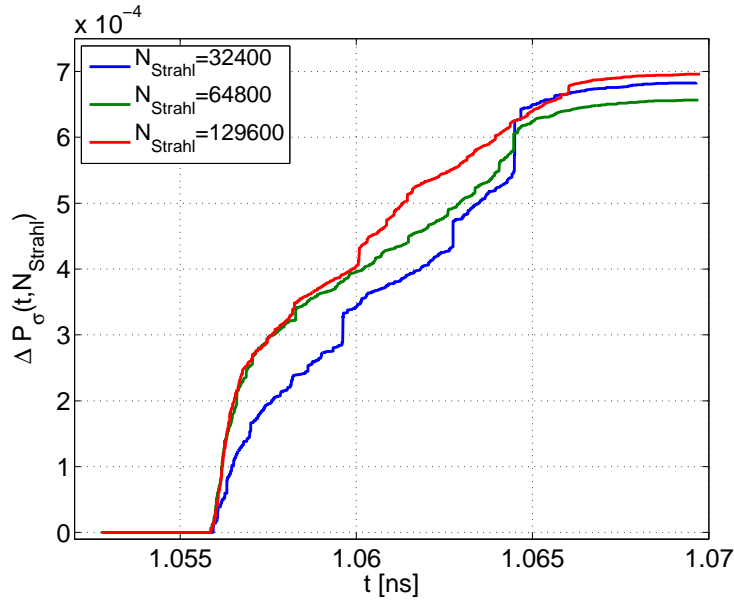


Abb. 8.11.: Abweichung $\Delta P_\sigma(t, N_{Strahl})$ zwischen den Sprungantworten

Die Abweichungen zwischen den Sprungantworten sind in Abbildung 8.11 aufgezeigt. Auf der Abszisse ist die Zeit t und auf der Ordinate ist die durch

$$\Delta P_\sigma(t, N_{Strahl}) = \left| \frac{P_{MART}(t, N_{Strahl}) - P_{ART}(t, N_{Strahl})}{P_{MART}(N_{Strahl})} \right| \quad (8.2)$$

mit

$$P_{MART}(N_{Strahl}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{MART}(t, N_{Strahl}) \quad (8.3)$$

bestimmte Abweichung aufgetragen. Die Abbildung verdeutlicht, dass diese Abweichungen mit zunehmender Zeit t ansteigen. Die maximale Abweichung zwischen beiden Sprungantworten entspricht auch der Abweichung der Endwerte beider Sprungantworten. Diese maximale Abweichung ist

$$\max(\Delta P_\sigma(t, N_{Strahl})) < 7 \cdot 10^{-4}. \quad (8.4)$$

Dies entspricht einer maximalen Abweichung von 0.07%. Die ermittelten Sprungantworten stimmen somit sehr gut überein.

Bei der Bestimmung der Sprungantwort werden die Leistungsteile der Strahlen entsprechend ihrer Verweildauer innerhalb des Systems addiert, siehe Gleichung (2.125). Durch die Orts- und Winkeldiskretisierung des Mehrformodells werden die Strahlen den korrespondierenden Toren zugeordnet. Hierbei können Strahlen, die die Bedingung der Totalreflexion erfüllen, Toren zugeordnet werden, die diese Bedingung nicht erfüllen. Die von diesen Strahlen geführte Leistung geht verloren. Strahlen, die die Bedingung der Totalreflexion gerade nicht mehr erfüllen, können wiederum Toren zugeordnet werden, die diese Bedingung erfüllen. Dieser Leistungsanteil wird zusätzlich detektiert. Die beiden Vorgänge erklären die Abweichung in den ermittelten Sprungantworten. Aufgrund der geringen Abweichungen können beide Verfahren verwendet werden, um das transiente Übertragungsverhalten zu bestimmen.

8.4.2. Effizienz der verwendeten Verfahren

Für eine Betrachtung der Effizienz der Verfahren werden die Berechnungszeiten der Verfahren für die Bestimmung der in Abschnitt 8.2 und 8.3 aufgezeigten Sprungantworten verglichen. Alle Berechnungszeiten sind mit dem in Abschnitt 6.3.1.4 vorgestellten Arbeitsplatzrechner durchgeführt worden.

Tabelle 8.2.: Berechnungszeiten t_{SRT} , t_{ART} und t_{MART} und Bestimmung der Effizienz der Verfahren für einen Leistungsteiler bei Variation der Anzahl von Stimulationsstrahlen

Anzahl Strahlen N_{Strahl}	Absolute Berechnungszeiten			Zeiteffizienz		
	t_{SRT} [s]	t_{ART} [s]	t_{MART} [s]	$\frac{t_{SRT}}{t_{ART}}$	$\frac{t_{SRT}}{t_{MART}}$	$\frac{t_{ART}}{t_{MART}}$
32400	194	20.26	2.48	9.58	78.2	8.2
64800	387	40.63	11.13	9.52	34.8	3.7
129600	777	81.72	34.39	9.50	22.6	2.4

Die Tabelle 8.2 enthält die Zeiten zur Berechnung der Sprungantworten des vorgestellten Leistungsteilers bei unterschiedlicher Anzahl von Strahlen. Des Weiteren ist die Zeiteffizienz durch das Verhältnis der Berechnungszeiten aufgeführt.

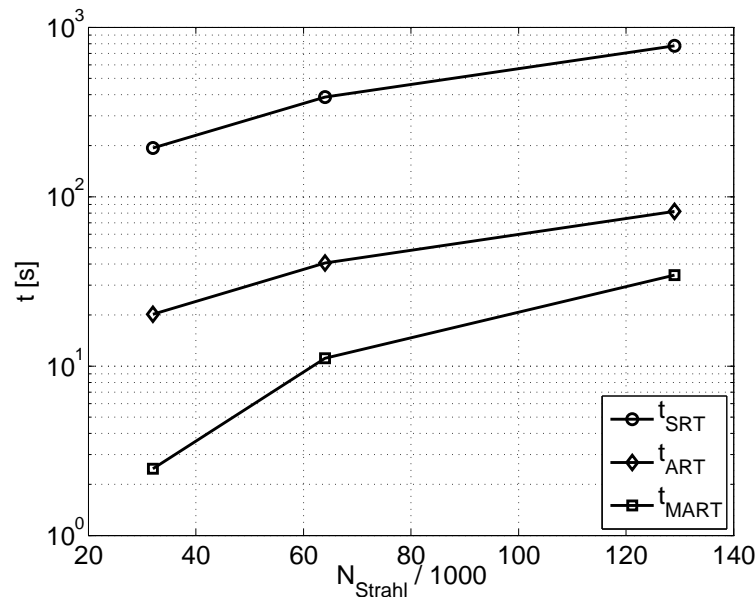


Abb. 8.12.: Vergleich der Berechnungszeiten für die unterschiedlichen Verfahren

In Abbildung 8.12 sind die Berechnungszeiten in Abhängigkeit von der Anzahl N_{Strahl} für die unterschiedlichen Verfahren abgebildet. Hierbei ist die Zeit t auf der Ordinate logarithmisch aufgetragen. Die Zeit zur Berechnung der Strahlparameter bei dem strahlenoptischen Verfahren t_{SRT} und bei dem analytischen Verfahren t_{ART} steigt linear mit

N_{Strahl} an. Bei dem Mehrtorverfahren ist kein linearer Zusammenhang zwischen der Berechnungszeit t_{MART} und N_{Strahl} erkennbar.

Bei diesem Verfahren entspricht die Anzahl a der Wellenleiterausgänge der Anzahl der zu berücksichtigenden Gesamtkoppelmatrizen \mathbf{K}_{Ga}

$$\mathbf{K}_{Ga} = \mathbf{K}_{L1} \cdot \mathbf{K}_{sp\ a1} \cdot \mathbf{K}_{La2} \quad \forall a \in \{1, 2\}$$

zur Bestimmung des projizierten Strahlverlaufs. Somit entspricht diese Anzahl auch der Anzahl der Matrizenmultiplikationen mit der Stimulationsmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= \mathbf{K}_{G1} \cdot \mathbf{X}_{Strahl} \\ \mathbf{Y}_2 &= \mathbf{K}_{G2} \cdot \mathbf{X}_{Strahl}. \end{aligned}$$

Anschließend werden, basierend auf den Detektionsmatrizen \mathbf{Y}_1 und \mathbf{Y}_2 , mit Hilfe des virtuellen Wellenleiters die resultierenden Strahlparameter bestimmt. Aufgrund der beiden Wellenleiterausgänge ist ein quadratischer Anstieg zu erwarten. Die ermittelten Detektionsmatrizen weisen aufgrund der Mehrpunkttopologie eine große Anzahl von Nullvektoren als Spaltenvektor auf. Die entsprechenden Strahlen sind entweder in der anderen Koppelmatrix enthalten oder in das umgebende Material transmittiert. Bei der Berechnung der Strahlparameter in der Projektionsebene werden nur Tore mit vom Nullvektor verschiedenen Spaltenvektoren betrachtet. Aus diesem Grund ist die Zunahme der Berechnungszeit mit Zunahme der Strahlanzahl nicht quadratisch.

Neben den absoluten Berechnungszeiten zeigt die Tabelle 8.2 die Verhältnisse der Berechnungszeiten. Das Verhältnis t_{SRT}/t_{ART} bleibt mit zunehmender Anzahl N_{Strahl} konstant. Dies entspricht dem in Abschnitt 6.3.1.4 und 6.3.2.3 diskutierten Verhalten. Das analytische Verfahren ist, bei annähernd identischer Genauigkeit, um den Faktor 10 schneller als das strahlenoptische Verfahren.

Für eine geringe Anzahl von Strahlen ist das Mehrtorverfahren um den Faktor 80 schneller als das semisequentielle Verfahren und um den Faktor 8.2 schneller als das analytische Verfahren. Für eine große Anzahl von Strahlen sinkt dieser Faktor auf den Faktor 22 gegenüber dem semisequentiellen Verfahren und auf den Faktor 2.4 gegenüber dem analytischen Verfahren. Das Verhältnis zwischen den Berechnungszeiten t_{SRT}/t_{MART} und t_{ART}/t_{MART} nimmt im Gegensatz zu dem in Abschnitt 7.4.3.1 diskutierten Verhalten mit zunehmender Anzahl der Strahlen aus den oben genannten Gründen ab.

Schlussbetrachtungen

9.1. Zusammenfassung

Die benötigte Bandbreite innerhalb von Systemen der Kommunikations- und Informationstechnik wächst stetig an. Um diesem Bedarf in naher Zukunft gerecht zu werden, bietet es sich an, optische Verbindungen innerhalb der Systeme zu verwenden. Ein von Universitäten und der Großindustrie in weltweiten Forschungs- und Entwicklungsprojekten verfolgter Ansatz sieht eine Erweiterung einer herkömmlichen elektrischen Leiterplatte um eine oder mehrere eingebettete optische Lagen vor. Eine optische Lage besteht aus mehreren Wellenleiterkernen, die von einem Mantelmaterial umgeben sind. Aufgrund des schichtförmigen Aufbaus der Leiterplatte ist diese optische Lage immer planar. Die eingesetzten Wellenleiter sind hochgradig vielmodig und können mit strahlenoptischen Verfahren analysiert werden.

Bei dem Entwurfsprozess einer elektrischen Lage wird das transiente Übertragungsverhalten immer entwurfsbegleitend vor der Fertigung der Leiterplatte bestimmt. Bei dem Entwurf der optischen Lage ist es daher sinnvoll, diesen Entwurfsprozess beizubehalten. Mit den zurzeit zur Verfügung stehenden Verfahren ist eine zeiteffiziente Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens nicht möglich. Hier setzte diese Arbeit an; das anvisierte Ziel war die Entwicklung leistungsfähiger Modelle, um zeiteffizient das transiente Übertragungsverhalten von eingebetteten Wellenleitern zu berechnen.

Hierfür wurden zuerst in Kapitel 2 die benötigten strahlenoptischen und systemtheoretischen Grundlagen für die Bestimmung des transienten Übertragungsverhaltens hochgradig vielmodiger Wellenleiter erläutert. Anschließend wurde in Kapitel 3 der in dieser Arbeit betrachtete passive optische Pfad vorgestellt. Zudem wurde die Abhängigkeit des Übertragungsverhaltens bei der Variation von Material- und Geometrieparametern sowie der Einfluss der Stimulation untersucht.

Aufgrund abschnittsweise konstanter Geometrieeigenschaften des Wellenleiterverlaufs bot es sich in dieser Arbeit an, ein modulares Konzept für die Generierung zeiteffizienter Modelle zu verwenden, siehe Kapitel 4. Bei diesem Konzept wird ein Gesamtsystem in Teilssegmente und weiter in Grundelemente partitioniert. Für jedes Grundelement existiert in dieser Arbeit ein auf strahlenoptischen Verfahren basierendes Grundmodell. Ein dem Gesamtsystem entsprechendes Gesamtmodell wird anschließend durch die Kaskadierung der

Teilmodelle und Grundmodelle aufgebaut. Dieser modulare Ansatz wurde so erweitert, dass nur ein Grundmodell für alle Wellenleitersegmente mit identischen Geometrieeigenschaften existieren muss.

Basierend auf dem modularen Ansatz wurden zwei Strategien für die Generierung von zeiteffizienten Modellen aufgezeigt. Die erste Strategie verwendet Symmetrien im Aufbau der Kerngrenzhülle. Diese Kerngrenzhülle wird, aufgrund des rechteckförmigen Kernquerschnitts der betrachteten Wellenleiter, aus vier orthogonalen Flächen aufgebaut. Ein Strahlverlauf im Raum kann durch Strahlverläufe in diesen orthogonalen Flächen bestimmt werden. Hierzu wird jeder Strahl auf diese Flächen projiziert, sämtliche Strahlverläufe innerhalb der Flächen berechnet und zu einem Gesamtstrahlverlauf zusammengefasst. Zwei dieser Flächen sind außerdem immer planar und kongruent, der Strahlverlauf innerhalb dieser Flächen muss deshalb nur einmal berechnet werden. Die Ebene, in der diese Fläche liegt, wird als Projektionsebene bezeichnet.

Die zweite Strategie führte das Konzept der Strahlprojektion weiter. Unterschiedliche Strahlverläufe im Raum zeigten bei den betrachteten Wellenleitern einen identischen projizierten Strahlverlauf in der Projektionsebene. Dieser Strahlverlauf muss deshalb nur einmal bestimmt werden und steht für weitere Berechnungen zur Verfügung.

Aufbauend auf der ersten Strategie wurden in Kapitel 5 Verfahren zur analytischen Bestimmung der Strahlparameter der projizierten Strahlverläufe innerhalb von geraden und konstant gekrümmten Schichtwellenleiterstrukturen entwickelt. Diese Schichtwellenleiter repräsentieren die Flächen der zu analysierenden Segmente in der Projektionsebene. Mit Hilfe weniger, analytisch lösbarer Gleichungen werden sämtliche Strahlparameter eines Strahls bestimmt. Im Gegensatz zu den klassischen Strahlverfolgungsverfahren sind die Berechnungszeiten dieser Verfahren unabhängig von der Anzahl der inneren Reflexionen. In diesem Kapitel konnte gezeigt werden, dass Veränderungen der Geometrie- und Materialparameter keinen Einfluss auf die Berechnungszeiten haben.

Für die Bestimmung der Strahlparameter innerhalb gekrümmter Wellenleiter muss entsprechend der ersten Strategie jeder Strahl auf gekrümmte Flächen projiziert werden. Die Bestimmung der Strahlparameter dieser Projektionsstrahlen ist nicht trivial. Zur Lösung wurde in Kapitel 6 das Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters vorgestellt. Bei diesem Konzept wird auf jeden bestimmten Strahlverlauf in der Projektionsebene ein Schichtwellenleiter orthogonal positioniert. Das zugrunde liegende Modell dieses Schichtwellenleiters entspricht dem in Kapitel 5 vorgestellten analytischen Modell des geraden Schichtwellenleiters. Durch das Konzept des virtuellen Schichtwellenleiters ist es möglich, jeden Strahlverlauf im Raum durch zwei Strahlverläufe in orthogonalen Ebenen zu berechnen. Können die Strahlverläufe in der Projektionsebene ebenfalls analytisch bestimmt werden, so werden sämtliche Strahlparameter des Strahlverlaufs im Raum vollständig analytisch berechnet. Aufgrund dessen wurde dieses Verfahren in dieser Arbeit als analytisches Verfahren bezeichnet.

Für eine Verifikation wurde anschließend das transiente Übertragungsverhalten von verschiedenen Wellenleiterstrukturen bestimmt und die Abweichungen zwischen dem analytischen Verfahren und einem strahlenoptischen Referenzverfahren ermittelt. Bei geraden Wellenleitersegmenten betrug die maximale prozentuale Abweichung aller berechneten Bandbreitenlängenprodukte 0.01%, bei Wellenleitern mit gekrümmten Segmenten 0.27%.

Die implementierten analytischen Verfahren berücksichtigen nicht Teilreflexionen an gekrümmten Wellenleiterberandungen außerhalb der Totalreflexion. Unter Berücksichtigung dieses Effekts ist zu erwarten, dass die prozentuale Abweichung abnimmt.

Neben den Abweichungen wurde die Zeiteffizienz des analytischen Verfahrens untersucht. Bei den betrachteten Strukturen war dieses Verfahren um den Faktor 76 bei langen geraden Wellenleitern und um den Faktor 4 bei kurzen gekrümmten Strukturen schneller als das Referenzverfahren. Weiter wurde in diesem Kapitel nachgewiesen, dass das analytische Verfahren im Gegensatz zu klassischen Strahlverfolgungsverfahren unabhängig von der Anzahl der zu berechnenden inneren Reflexionen ist. Die Berechnungszeit des analytischen Verfahrens ist nur abhängig von der Anzahl der zu berücksichtigenden Segmente und der Anzahl der Quellstrahlen.

Zur Berücksichtigung der zweiten Strategie wurde in Kapitel 7 ein Mehrtormodell vorgestellt. Bei diesem Mehrtormodell wird ausgenutzt, dass für unterschiedliche Strahlverläufe im Raum identische projizierte Strahlverläufe in der Projektionsebene existieren. Um dieses systematisch zu verwenden, werden die Projektionskanten der Wellenleiterstirnflächen einzelner Teilsegmente orts- und winkeldiskretisiert. Aus dieser Diskretisierung ergibt sich die Anzahl der zu verwendenden Eingangs- und Ausgangstore des Mehrtores. Nach der Diskretisierung werden sämtliche projizierte Strahlverläufe berechnet und die sich ergebenden Übertragungswege in Koppelmatrizen zusammengefasst. Die Anzahl der zu berechnenden Strahlverläufe entspricht der Anzahl der Eingangstore. Eine Kaskadierung von Teilmodellen zu einem Gesamtmodell wird durch eine Matrizenmultiplikation der Koppelmatrizen repräsentiert. Mit Hilfe der resultierenden Gesamtkoppelmatrix kann zeiteffizient der Strahlverlauf in der Projektionsebene des Gesamtmodells bestimmt werden.

Um bei dem Mehrtorverfahren die Strahlparameter im Raum zu berechnen, wurde der in Kapitel 6 eingeführte virtuelle Schichtwellenleiter verwendet. Für eine Verifikation wurden transiente Übertragungsfunktionen mit Hilfe des vorgestellten Mehrtorverfahrens und des strahlenoptischen Referenzverfahrens berechnet. Die maximale Abweichung zwischen beiden Verfahren ist abhängig von den untersuchten Strukturen und von der gewählten Diskretisierung. Für einen Wellenleiter mit einem gekrümmten Segment mit Radius $R = 1\text{mm}$ und bei einer Toranzahl von 10.000 Toren wurde eine maximale Abweichung von 2% erzielt. Wird die Anzahl der Tore auf 250.000 erhöht, so sinkt diese Abweichung auf 0.8%. Eine Verlängerung des Radius führt zu einer Verringerung der maximalen prozentualen Abweichung, bei einem Radius von $R = 5\text{mm}$ und einer Toranzahl von 10.000 Toren beträgt diese Abweichung 0.4%.

Neben der maximalen prozentualen Abweichung wurde die Zeiteffizienz des Mehrtorverfahrens in diesem Kapitel ermittelt. Hier konnte gezeigt werden, dass das Mehrtorverfahren noch zeiteffizienter als das in Kapitel 6 vorgestellte analytische Verfahren ist. In Abhängigkeit von der Anzahl der Wellenleitersegmente und der Anzahl der Strahlen ist das Mehrtorverfahren um den Faktor 2.4 bis 8.2 zeiteffizienter.

Abschließend wurden in Kapitel 8 die beiden Verfahren angewendet, um einen symmetrischen Leistungsteiler zu analysieren. Hierbei mussten auch Wellenleitersegmente berücksichtigt werden, für die keine analytischen Verfahren in der Projektionsebene existieren. Jeder Strahlverlauf innerhalb der Projektionsebene dieser Segmente wurde mit Hilfe klassischer Strahlverfolgungsverfahren bestimmt.

Nach der Erstellung des Gesamtmodells des Leistungsteilers wurden die Sprungantworten, die Übertragungsfunktionen, die Abweichungen zwischen den Verfahren und die Zeiteffizienz der Verfahren ermittelt. Alle Verfahren zeigten sehr gute Übereinstimmung bei den berechneten Sprungantworten und Übertragungsfunktionen. Die maximale Abweichung zwischen den Sprungantworten des analytischen Verfahrens und des Referenzverfahrens war kleiner als 0.31%. Zwischen dem analytischen Verfahren und dem Mehrtorverfahren war diese maximale Abweichung kleiner als 0.07%.

Zudem zeigte sich auch hier wieder die erreichte große Zeiteffizienz bei der Berechnung der transienten Übertragungsfunktion durch die beiden entwickelten Verfahren. Das analytische Verfahren ist konstant um den Faktor 10 schneller als das klassische Strahlverfolgungsverfahren. Das Mehrtorverfahren ist in Abhängigkeit von der Anzahl der zu berücksichtigenden Strahlen um den Faktor 8.2 (32400 Strahlen) bzw. 2.4 (129600 Strahlen) schneller als das analytische Verfahren.

Neben der Zeiteffizienz der entwickelten Verfahren wurde in diesem Kapitel gezeigt, dass es möglich ist, basierend auf dem modularen Ansatz unterschiedliche Verfahren für die Strahlparameterberechnung von komplexen Trajektorienverläufen zu kombinieren. Hierdurch können neue Segmente zeitnah implementiert werden und nahezu beliebige Trajektorienverläufe in der optischen Lage berücksichtigt werden.

9.2. Ausblick

In dieser Arbeit sind zwei leistungsfähige Modellierungsverfahren entwickelt worden, die das transiente Übertragungsverhalten der betrachteten Kanalwellenleiter und mikrooptischen Komponenten zeiteffizient bestimmen können. Das erste Verfahren, welches den Ansatz der Strahlprojektion auf die Projektionsebenen der Wellenleitersegmente verfolgt, ist äußerst flexibel anwendbar im Hinblick auf veränderte Material- und Geometrieparameter. Aufgrund des modularen Aufbaus kann dieses Verfahren zudem einfach um unbekannte Komponenten erweitert werden. Zusätzlich kann eine Anbindung an aktive und passive Komponenten außerhalb der optischen Lage erfolgen. Die Modelle für diese Komponenten müssen die in dieser Arbeit definierten Schnittstellen beinhalten. Existieren diese Modelle, so ist eine ganzheitlich komponentenübergreifende Gesamtsystemanalyse zeiteffizient durchführbar. Dieses Verfahren ist effektiv im Bereich der Vorfeldentwicklung einsetzbar. Hier können sehr schnell neue Modelle generiert, Parametervariationen durchgeführt und in den Simulationsablauf integriert werden. Im Anhang B.1 sind weitere Module aufgeführt. Dort ist auch aufgezeigt, wie Spiegel und Linsensysteme aufgebaut werden können.

Das zweite Verfahren ist äußerst zeiteffizient, wenn die zu untersuchenden Wellenleitersegmente als Koppelmatrizen innerhalb einer Bauteilebibliothek vorliegen. Andernfalls müssen diese zeitaufwändig neu bestimmt werden und können dann in eine Bauteilebibliothek integriert werden. Da dieses Verfahren mit dem ersten Verfahren kombiniert werden kann, ist auch hier eine komponentenübergreifende Simulation durchführbar. Eine Variation von Material- oder Geometrieparametern kann nur für vorher berechnete Komponenten erfolgen. Das Verfahren bietet sich an, wenn die benötigten Materialien definiert

und die zu verwendenden Komponenten bekannt sind. Es liegt somit nahe, dieses Verfahren im Rahmen eines CAD-Werkzeuges mit definierter Bauteilbibliothek zu verwenden.

In den vorgestellten Verfahren sind die Materialverluste, die Polarisierung sowie die Tunnelverluste bei gekrümmten Kanalwellenleitern unberücksichtigt geblieben. Allerdings werden mit den entwickelten Verfahren neben der geometrischen Strahlpfadlänge auch die Anzahl der inneren Reflexionen jedes Strahls bestimmt. Mit diesen Strahlparametern können durch Erweiterung der vorhandenen Verfahren die obigen Effekte berücksichtigt werden. Auch ein Einbeziehen des Goos-Hänchen-Effekts [106] ist durch eine Erweiterung der entwickelten Verfahren möglich. Hierbei müssen abhängig von dem einfallenden Strahl die Geometrieparameter verändert werden. Dies ist bei dem analytischen Verfahren einfach realisierbar, da diese Parameter der Berechnungsvorschrift direkt übergeben werden können. Um den Einfluss einer rauen Wellenleiterberandung zu berücksichtigen, kann der in [98] vorgestellte Ansatz verfolgt werden. Bei diesem Ansatz wird die Leistung jedes Strahls entsprechend dem zugrunde liegenden Rauigkeitsprofil der Wellenleiterberandung verändert und neue Strahlen aufgrund der Leistungskopplung generiert.

Die beiden in dieser Arbeit entwickelten Verfahren sind deutlich zeiteffizienter als das strahlenoptische Referenzverfahren. Die zugrunde liegenden Algorithmen beider Verfahren sind in der Interpretersprache Matlab¹ implementiert. Hierbei werden zur Laufzeit des Programms die Instruktionen des Algorithmus interpretiert. Durch die Umsetzung der entwickelten Verfahren in eine Hochsprache (z. B. C++) ist zu erwarten, dass die gezeigte Zeiteffizienz weiter gesteigert werden kann. Aufgrund der Stärken von Matlab im Bereich der linearen Algebra ist durch diese Umsetzung in eine Hochsprache eine größere Effizienzsteigerung bei dem analytischen Verfahren zu erwarten.

¹©The MathWorks Inc.

Verzeichnis der verwendeten Symbole

A.1. Physikalische Konstanten

Symbol	Beschreibung	Wert	Einheit
ε_0	Permittivität des Vakuums	$8,854\,187\,817\,62 \cdot 10^{-12}$	[As / Vm]
μ_0	Permeabilität des Vakuums	$4\pi \cdot 10^{-7}$	[Vs / Am]
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 299\,792\,458$	[m / s]

A.2. Formelzeichen

$\alpha_{core}(\mathbf{r})$	Ortsabhängiger Absorptionskoeffizient des Kernmaterials
α_G	Winkel der Totalreflexion
α_N	Akzeptanzwinkel
$\alpha_{ }$	Projektionswinkel
$a(t)$	Sprungantwort
a_n	Dämpfungskoeffizient
A_{core}	Querschnittsfläche des Wellenleiters
$Ai(x)$	Airy Funktion
\mathbf{A}_n	Strahlaufpunkt
\mathbf{A}_A	Strahlaufpunkt auf Auskoppelseite des Wellenleiters
\mathbf{A}_E	Strahlaufpunkt auf Einkoppelseite des Wellenleiters
A_N	Numerische Apertur
\mathbf{A}_Q	Aufpunkt Punktquelle
\mathbf{A}_R	Krümmungsmittelpunkt
$\mathbf{A}_{ }$	Strahlaufpunkt auf Projektionsfläche projiziert
\mathbf{A}_{\perp}	Strahlaufpunkt auf seitliche Wellenleiterberandung projiziert
\mathbf{A}_{\sharp}	Strahlaufpunkt innerhalb des virtuellen Schichtwellenleiters
β_G	Komplementärwinkel zum Winkel der Totalreflexion α_G
$\mathbf{b}(s)$	Binominalvektor der Trajektorie
BLP	Bandbreiten-Längen-Produkt
C	Krümmungsfaktor
$C(u_y, u_z)$	Autokorrelationsfunktion der Wellenleiterberandungsrauigkeit

$\delta(t)$	Dirac-Impuls
$\Delta\alpha$	Winkelsegment
$\Delta\varphi$	Winkelbereich Azimutwinkel
$\Delta\vartheta$	Winkelbereich Polarwinkel
Δa	Längensegment
ΔA	Flächensegment
ΔF_τ	Relative prozentuale Abweichung der 3dB-Grenzfrequenz
ΔF_{BLP}	Relative prozentuale Abweichung des Bandbreiten-Längen-Produkts
$\Delta F_{L_{geo}}$	Relative prozentuale Abweichung der geometrischen Strahlpfadlänge
ΔF_P	Relative prozentuale Abweichung der detektierten Leistung
$\Delta\Omega$	Raumwinkelbereich
$\underline{\epsilon}(\mathbf{r})$	Komplexe Dielektrizitätskonstante
f_{3dB}	3dB-Grenzfrequenz
\mathbf{F}_i	Berandungsflächen des Wellenleiters
$\gamma(z)$	Dämpfungskoeffizient des gesamten Materials
γ_{clad}	Dämpfungskoeffizient des Mantelmaterials
γ_{core}	Dämpfungskoeffizient des Kernmaterials
γ_p	Konstanter Mittelpunktswinkel zwischen zwei inneren Aufpunkten
γ_G	Gesamter Mittelpunktswinkel
γ_N	Mittelpunktswinkel zwischen A_M und A_A
$h(t)$	Impulsantwort des Systems
H	Höhe des Wellenleiters
$H(j\omega)$	Übertragungsfunktion
$J(h, k)$	Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion $C(u_y, u_z)$
k_0	Wellenzahl im freien Raum $2\pi/\lambda_0$, ω/c_0
\mathbf{k}_n	Initiale Strahlrichtung
\mathbf{k}_A	Strahlrichtung an der Auskoppelseite des Wellenleiters
\mathbf{k}_E	Strahlrichtung an der Einkoppelseite des Wellenleiters
\mathbf{k}_\parallel	Auf die Projektionsfläche projizierte Strahlrichtung
\mathbf{k}_\perp	Auf die seitliche Wellenleiterberandung projizierte Strahlrichtung
\mathbf{k}_\sharp	Strahlrichtung innerhalb des virtuellen Schichtwellenleiters
\mathbf{K}	Koppelmatrix
\mathbf{K}_r	Koppelmatrix der Leistungskopplung der einfallenden lokalen ebenen Welle
\mathbf{K}_G	Gesamtkoppelmatrix
λ_0	Wellenlänge
$l_p(n)$	Normierte projizierte Strahlpfadlänge
L	Trajektorienlänge des Wellenleiters
L_{geo}	Geometrische Strahlpfadlänge im Raum
L_p	Konstante Teilstrahllänge zwischen zwei Aufpunkten innerhalb des Schichtwellenleiters
$L_{y,z}$	Korrelationslänge zur Beschreibung der rauen Wellenleiterberandung
L_G	Geometrische Strahlpfadlänge innerhalb des Schichtwellenleiters
$L_{G\parallel}$	Geometrische Strahlpfadlänge in der Projektionsebene
L_N	Teilstrahllänge zwischen letztem inneren Aufpunkt A_M und A_A
L_T	Taperlänge
M	Anzahl inneren Reflexionen

$\underline{n}(\mathbf{r})$	Ortsabhängiger komplexer Brechungsindex des Materials
n_{clad}	Homogener Brechungsindex des Mantels
n_{core}	Homogener Brechungsindex des Kerns
N	Diskretisierung Mehrtor
N_{α}	Tordiskretisierung im Winkelbereich
N_a	Tordiskretisierung Wellenleiterkante
N_{Berand}	Anzahl Berandungen eines Wellenleiters
$\mathbf{n}(s)$	Normaleneinheitsvektor der Trajektorie
$\mathbf{n}_1(s)$	Normalenvektor orthogonal zu $\mathbf{t}(s)$ und \mathbf{n}_2
\mathbf{n}_2	Normalenvektor der Projektionsfläche
N_{Strahl}	Anzahl emittierter Strahlen
N_{tot}	Anzahl ausbreitungsfähiger Moden
P_{ges}	Gesamte stimulierte Leistung
P_G	Gesamte übertragene Leistung
P_{Gauss}	Gaußförmige Leistungsverteilung im Fernfeld
p_n	Leistungsdichte eines Strahls
$P_r(\beta_{iz})$	Leistungskopplung einer einfallenden ebenen Welle
P_{Rect}	Rechteckförmige Leistungsverteilung im Fernfeld
P_{σ}	Abweichung der detektierten Leistung des MART Verfahrens vom ART Verfahren
P_{σ}^{ART}	Abweichung der detektierten Leistung des ART Verfahrens vom SRT Verfahren
P_{σ}^{MART}	Abweichung der detektierten Leistung des MART Verfahrens vom SRT Verfahren
ρ	Raumladungsdichte
r_{Ai}	Empirischer Korrelationskoeffizient zwischen unterschiedlichen Aufpunktskoordinaten
r_{ϑ}	Empirischer Korrelationskoeffizient zwischen Polarwinkeln
R	Krümmungsradius des Schichtwellenleiters
R_p	Reflexionsfaktor für einfallende parallele Polarisierung
R_s	Reflexionsfaktor für einfallende senkrechte Polarisierung
R_K	Krümmungsradius Halbraum
s	Bogenlänge
σ_r	Standardabweichung vom Mittelwert der Wellenleiteroberfläche
\mathbf{S}	Poyntingvektor
$\underline{\mathbf{S}}$	Komplexer Poyntingvektor
$\bar{\mathbf{S}}$	Zeitlicher Mittelwert der übertragenen Leistungsdichte
\mathbf{S}_n	Strahl im freien Raum
$\mathbf{t}(s)$	Trajektoriennormalenvektor
τ	Anstiegszeit
τ_D	Dispersionszeit
t_{ART}	Berechnungszeit für die analytische Strahlparameterberechnung
t_g	Berechnungszeit gerades Teilmodell
t_k	Berechnungszeit für ein konstant gekrümmtes Teilmodell
t_{Matrix}	Berechnungszeit Matrizenmultiplikation
t_{MART}	Berechnungszeit Mehrtorverfahren
t_{SRT}	Berechnungszeit semisequentielle Strahlverfolgung

T_p	Transmissionsfaktor für einfallende parallele Polarisierung
T_s	Transmissionsfaktor für einfallende senkrechte Polarisierung
ϑ_{Laser}	Maximaler Divergenzwinkel eines Lasers
ϑ_N	Innerer Akzeptanzwinkel
$u(t)$	Sprungfunktion
$\mathbf{W}(s)$	Raumkurvenverlauf der Wellenleitertrajektorie
W	Weite des Wellenleiters
\mathbf{W}_{pA}	Projektionskante des Wellenleiters an der Auskoppelseite
\mathbf{W}_{pE}	Projektionskante des Wellenleiters an der Einkoppelseite
W_T	Taperweite
\mathbf{X}	Stimulationsmatrix
\mathbf{Y}	Detektionsmatrix

Zusätzlich verwendete Strukturen

In diesem Abschnitt werden ausgewählte Module für das verwendete modulare Konzept präsentiert. Diese können als Teilmodell oder Grundmodell in dieses Konzept integriert werden.

B.1. Koppelmodul

Gegeben sind zwei Halbräume mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 sowie dem Normalektor \mathbf{n} , dieser steht orthogonal auf der Berandungsfläche der beiden Halbräume und zeigt in Richtung des Halbraumes mit dem Brechungsindex n_2 . Der einfallende Strahl mit dem Aufpunkt \mathbf{A}_E und der Strahlrichtung \mathbf{k}_E trifft am Aufpunkt \mathbf{A}_A die Berandungsfläche. Mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetz (2.80) wird die neue Strahlrichtung \mathbf{k}_A berechnet. Die resultierenden Transmissionskoeffizienten werden mit Hilfe der Fresnel'schen Gleichungen (2.89) und (2.90) ermittelt.

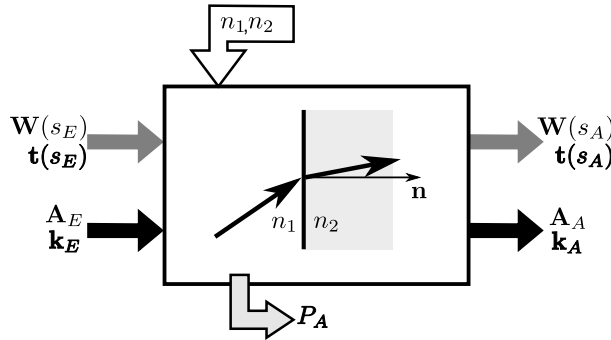


Abb. B.1.: Blockschaltbild des Koppelmodules

Für die Berechnung dieser Ein- und Auskopplung innerhalb einer Simulation durchführung wird das in Abbildung B.1 aufgezeigte Koppelmodul verwendet. Für die Aufpunkte $\mathbf{W}(s_E)$ und Richtungen \mathbf{t} gilt

$$\mathbf{W}(s_E) = \mathbf{W}(s_A) \quad \wedge \quad \mathbf{t}(s_E) = \mathbf{t}(s_A) = \mathbf{n}$$

Das aufgezeigte Koppelmodul wird als Teilmodell in das modulare Konzept integriert.

Linsen und Linsensysteme

Wird anstelle einer Berandungsebene eine gekrümmte Fläche verwendet, so können durch die Kaskadierung mehrerer Koppelmodule Linsen und Linsensysteme aufgebaut werden. Hierbei muss zusätzlich der Krümmungsgrad übergeben werden.

Spiegel

Um einen Umlenkspiegel zu generieren, muss die Reflektivität der Berandungsebene so verändert werden, dass die Leistung an der Berandungsebene zurückgestrahlt wird. Weist die Berandungsebene die Form eines Rotationsparaboloids auf, so erfolgt zudem eine Strahlfokussierung.

B.2. Planare dreieckförmige Hilfsstruktur

Die planare dreieckförmige Hilfsstruktur repräsentiert ein Mehrtor (ein Eingang und zwei Ausgänge), bei dem abhängig vom Strahlverlauf ein Ausgangstor ausgewählt wird. Diese Hilfsstruktur wird verwendet um definiert Leistung aufzuteilen oder zusammenzufassen. Die Form dieses Dreiecks kann variiert werden.

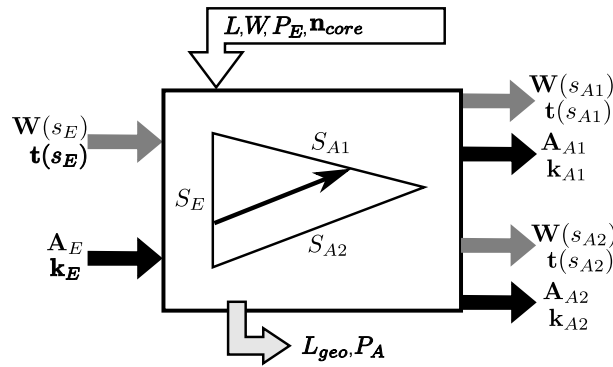


Abb. B.2.: Blockschaltbild der planaren dreieckförmigen Hilfsstruktur

In Abbildung B.2 ist das Blockschaltbild der Hilfsstruktur dargestellt. Für die Positionierung des angrenzenden Kanalwellenleiter werden die Parameter der Positionierung $\mathbf{W}(s_{Ai})$ und $\mathbf{t}(s_{Ai})$, $i \in [1, 2]$, automatisch aus der Form des Dreiecks und der Information über die Positionierung $\mathbf{W}(s_E)$ und $\mathbf{t}(s_E)$ bestimmt. Dies erfolgt einmal vor der Simulationdurchführung. Hierdurch können die angrenzenden Kanalwellenleiter optimal und automatisch positioniert werden.

Die Berechnung des Ausgangstors i und der Strahlparameter \mathbf{A}_{Ai} und \mathbf{k}_{Ai} erfolgt durch das Modul. Diese Berechnung ist abhängig von der Form des Dreiecks. Allerdings muss keine innere Reflexion ermittelt werden, da direkt vom Eingang auf ein Ausgangstor gekoppelt wird.

C.1. Verwendete Funktionen

Im Folgenden sind die in dieser Arbeit verwendeten Funktionen aufgeführt. Die Sprungfunktion $u(t)$ und die Rechteckfunktion $\text{rect}(t)$ sind wie folgt definiert [21]

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0, \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

und

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| < 1, \\ 1/2 & \text{für } |t| = 1, \\ 0 & \text{für } |t| > 1. \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

Definition der Delta-Distribution oder Einheitsimpulsfunktion

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{für } t = 0, \\ 0 & \text{für } t \neq 0 \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (\text{C.4})$$

Im Zusammenhang mit der Sprungfunktion $u(t)$ (C.1) gilt

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}. \quad (\text{C.5})$$

Des Weiteren gilt für die Ausblendeigenschaft der Impulsfunktion

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0) \quad (\text{C.6})$$

bzw.

$$\int_a^b x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0) \begin{cases} x(t_0) & \text{für } t_0 \in (a, b) \\ 0 & \text{für } t_0 \notin (a, b). \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

C.2. Fouriertransformation

Die Transformation der Funktion $f(t)$ mit der reellen Variable t in ihre Fouriertransformierte $F(j\omega)$ ist definiert als [21]

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (\text{C.8})$$

die Rücktransformation ist definiert als

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega. \quad (\text{C.9})$$

Häufig wird $f(t)$ und $F(j\omega)$ als Transformationspaar geschrieben mit

$$f(t) \circ \longrightarrow F(j\omega). \quad (\text{C.10})$$

C.3. Eigenschaften von Systemen

C.3.1. Linearität

Ein System ist linear, wenn für gegebene Funktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ mit

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t), \quad x_2(t) \rightarrow y_2(t) \quad (\text{C.11})$$

gilt

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t). \quad (\text{C.12})$$

Aus (C.12) folgt auch für die Linearität

$$Ax(t) \rightarrow Ay(t). \quad (\text{C.13})$$

C.3.2. Zeitinvarianz

Betrachtet wird das System

$$x(t) \rightarrow y(t). \quad (\text{C.14})$$

Ist das System zeitunabhängig, so gilt

$$x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0), \quad (\text{C.15})$$

darin ist t_0 eine beliebige reelle Konstante.

C.4. Vektoranalysis

C.4.1. Der Nablaoperator

Mit Hilfe des Nablaoperators ∇ können die drei Differentialoperatoren grad , div und rot beschrieben werden. Es gilt der folgende Zusammenhang:

$$\nabla U = \text{grad } U, \quad (\text{C.16})$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \text{div } \vec{A}, \quad (\text{C.17})$$

$$\nabla \times \vec{A} = \text{rot } \vec{A}. \quad (\text{C.18})$$

C.4.2. Vektoridentitäten

Im Folgenden sind U und V Skalarfelder sowie \vec{A} , \vec{B} und \vec{C} Vektorfelder. Damit werden die folgenden Vektoridentitäten aufgestellt

$$\text{grad } (U + V) = \text{grad } V + \text{grad } U, \quad (\text{C.19})$$

$$\text{div } (\vec{A} + \vec{B}) = \text{div } \vec{A} + \text{div } \vec{B}, \quad (\text{C.20})$$

$$\text{rot } (\vec{A} + \vec{B}) = \text{rot } \vec{A} + \text{rot } \vec{B}, \quad (\text{C.21})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{B}). \quad (\text{C.22})$$

Es gelten die folgenden Produktregeln

$$\text{grad } (U V) = U \text{grad } V + V \text{grad } U, \quad (\text{C.23})$$

$$\text{div } (U \vec{A}) = U \text{div } \vec{A} + \vec{A} \text{grad } U, \quad (\text{C.24})$$

$$\text{div } (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \text{rot } \vec{A} - \vec{A} \text{rot } \vec{B}, \quad (\text{C.25})$$

$$\text{rot } (U \vec{A}) = U \text{rot } \vec{A} + (\text{grad } U) \times \vec{A}. \quad (\text{C.26})$$

Die wiederholte Anwendung der Differentialoperatoren ergibt

$$\text{div } \text{grad } U = \Delta U, \quad (\text{C.27})$$

$$\text{div } (\text{rot } \vec{A}) = 0 \quad \text{Potentialfreiheit des Wirbelfeldes}, \quad (\text{C.28})$$

$$\text{rot } (\text{grad } U) = 0 \quad \text{Wirbelfreiheit des Potentialfeldes}, \quad (\text{C.29})$$

$$\text{rot } \text{rot } \vec{A} = \text{grad } (\text{div } \vec{A}) - \Delta \vec{A}, \quad (\text{C.30})$$

mit Δ als Laplace-Operator.

C.5. Empirische Kovarianz und Korrelationskoeffizient

Die empirische Kovarianz und der empirische Korrelationskoeffizient beschreiben die Stärke des linearen Zusammenhangs, der zwischen zwei Messreihen besteht [36, 43]. Für zwei

Messreihen X_1, \dots, X_N und Y_1, \dots, Y_N berechnet sich die empirische Kovarianz durch

$$s_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y}) \quad (\text{C.31})$$

und der empirische Korrelationskoeffizient durch

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad \wedge \quad r_{xy} \in [-1, 1]. \quad (\text{C.32})$$

Darin sind \bar{X} und \bar{Y} die empirischen Erwartungswerte mit

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \wedge \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i, \quad (\text{C.33})$$

und s_x und s_y die empirische Standardabweichung der beiden Messreihen

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad \wedge \quad s_y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}. \quad (\text{C.34})$$

Ist der Korrelationskoeffizient $r_{xy} = 0$, so existiert kein linearer Zusammenhang zwischen den Messreihen; ist $r_{xy} = \pm 1$, so existiert ein linearer Zusammenhang zwischen den Messreihen. Für eine vereinfachte Schreibweise wird in dieser Arbeit die Berechnung des Korrelationskoeffizienten durch

$$r_{xy} = \text{Korr}(X, Y) = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (\text{C.35})$$

beschrieben.

Tabellenverzeichnis

3.1.	Anzahl der inneren Reflexionen in unterschiedlichen Wellenleiterstrukturen mit konstanter Trajektorienlänge $L = 1\text{m}$ und konstanter Anzahl von Emissionstrahlen $N_{\text{Strahl}} = 32 \cdot 10^3$	50
6.1.	Maximale prozentuale Abweichung zwischen L_{geo} und L_{geo}^d	100
6.2.	3dB Grenzfrequenz und Bandbreiten-Längen-Produkt (BLP) eines geraden Kanalwellenleiters mit homogener Anregung der gesamten numerischen Apertur	102
6.3.	Effizienz des Verfahrens für einen Kanalwellenleiter mit gerader Wellenleitertrajektorie, bei Variation der Trajektorienlänge L und Stimulationstrahlanzahl N_{Strahl}	105
6.4.	Darstellung der Berechnungszeiten t_{SRT} und t_{ART} , der Effizienz der Verfahren sowie der Anzahl der inneren Reflexionen M_{Strahl} für ein komplexes System bei Variation der Wellenleiterweiten W , der Krümmungsradien R und der Anzahl der Stimulationstrahlen N_{Strahl}	113
7.1.	Maximale prozentuale Abweichungen der geometrischen Pfadlänge	126
7.2.	Bestimmung der Berechnungszeiten t_{MART} und t_{ART} und Bestimmung der Effizienz des Verfahrens für ein komplexes System bei Variation der Krümmungsradien R und Mehrtordiskretisierung N	138
7.3.	Bestimmung der Berechnungszeiten t_{Matrix} für die Bestimmung von Gleichung (7.39) unter Einbeziehen von Gleichung (7.23) bei unterschiedlichen Mehrtordiskretisierungen N	138
8.1.	Verwendete Parameter des modellierten Leistungsteilers	146
8.2.	Berechnungszeiten t_{SRT} , t_{ART} und t_{MART} und Bestimmung der Effizienz der Verfahren für einen Leistungsteiler bei Variation der Anzahl von Stimulationstrahlen	154

Abbildungsverzeichnis

1.1. Skizze einer elektrisch-optischen Leiterplatte	2
1.2. Struktur eines elektrisch-optischen Verbindungssystems	2
2.1. Darstellung des Akzeptanzwinkels α_N und des inneren Akzeptanzwinkels ϑ_N	5
2.2. Veranschaulichung des Intensitätsgesetzes der geometrischen Optik	12
2.3. Reflexion und Transmission ebener Wellen am dielektrischen Halbraum . .	15
2.4. Reflexionsgrad für parallele Polarisierung (R_p) und senkrechte Polarisierung (R_s)	17
2.5. Reflexion an einem kreisförmig gekrümmten nichtabsorbierenden Raum . .	18
2.6. Transmissionsgrad T_p bei konstant gekrümmten Wellenleitern und unter- schiedlichen Einfallswinkeln α_e	19
2.7. Reflexionsgrad R_p bei Reflexionen am verlustbehafteten Mantelmaterial . .	22
2.8. Skizzierte Anordnung für die Bestimmung der Leistungsverteilung des Nah- und Fernfeldes	24
2.9. Skizziertes Modell einer Quelle	27
2.10. Darstellung der Funktion $p(\vartheta_i, \varphi_j)$ der Leistungsverteilungen P_{Gauss} und P_{Rect} bei einem konstanten Azimutwinkel $\varphi_j = \varphi_M$	29
2.11. Sprungantwort eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 1m$ mit homo- gener Anregung der gesamten numerischen Apertur $A_N = 0.25$, $n_{core} = 1.56$	32
2.12. Übertragungsfunktion eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 1m$ mit homogener Anregung der gesamten numerischen Apertur $A_N = 0.25$	33
3.1. Mikrooptische Komponenten der optischen Lage	39
3.2. Skizze einer optischen Lage	40
3.3. Einfluss der Wellenleiterlänge auf die Übertragungseigenschaften eines ge- raden Kanalwellenleiters	42
3.4. Einfluss der Anregung auf die Übertragungseigenschaften eines geraden Ka- nalwellenleiters	43
3.5. Trajektorienverlauf bestehend aus zwei geraden und einem konstant ge- krümmten Wellenleiter	44

3.6. Einfluss der Anregung auf die Übertragungsfunktion eines gekrümmten Kanalwellenleiters	45
3.7. Detektierte Leistungsverteilung im Fernfeld von Kanalwellenleitern mit konstant gekrümmten Wellenleitersegmenten	46
3.8. Anzahl innerer Reflexionen eines geraden Kanalwellenleiters der Länge $L = 1\text{m}$	49
3.9. Ort- und Winkeldiskretisierung einer Wellenleiterstirnfläche	51
3.10. Darstellung der Übertragungswege des Mehrtors	51
3.11. Charakteristischer Verlauf der Sprungantwort $a_{e,a}(t)$ und abschnittsweise Approximation $a_p(t)$	53
4.1. Konzept der Modularisierung am Beispiel eines Leistungsteilers	58
4.2. Kerngrenzhülle und Wellenleitertrajektorie eines Kanalwellenleiters	63
4.3. Allgemeine Modellbeschreibung für ein Teilmodell	65
4.4. Reflexion des einfallenden Strahls k_l^m an einer Berandungsebene mit dem Normalenvektor $\mathbf{n}_1(s_l)$	67
4.5. Identische Projektion zweier Strahlen mit unterschiedlichen Strahlrichtungen	68
5.1. Strahlverlauf innerhalb eines geraden Schichtwellenleiters	72
5.2. Abhängigkeit der Anzahl der Reflexionen M von der Wellenleiterweite W innerhalb eines geraden Schichtwellenleiters der Länge $L = 25\text{mm}$	76
5.3. Blockschaltbild des geraden Schichtwellenleiters	77
5.4. Wellenleitertrajektorie und Strahlverläufe eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters	78
5.5. Strahlverlauf eines nur an der äußeren Berandung reflektierten Strahls innerhalb eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters	79
5.6. Strahlverlauf eines an der äußeren und inneren Berandung mehrfach reflektierten Strahls innerhalb eines konstant gekrümmten Schichtwellenleiters	83
5.7. Anzahl der Reflexionen M innerhalb eines gekrümmten Schichtwellenleiters mit Radius $R = 20\text{mm}$, Krümmungswinkel $\gamma = 90^\circ$ und numerischer Apertur $A_N = 0.25$	86
5.8. Blockschaltbild des konstant gekrümmten Schichtwellenleiters	87
6.1. S-bogenförmige Kanalwellenleiterstruktur aus kaskadierten Grundstrukturen mit zwei aufgezeigten Strahlverläufen	89
6.2. Strahlverlauf innerhalb eines Kanalwellenleiters	90
6.3. Gekrümmter Kanalwellenleiter mit virtuellem Schichtwellenleiter entlang eines projizierten Strahlpfades	92
6.4. Entfalteter virtueller Schichtwellenleiter	93
6.5. Blockschaltbild des virtuellen Schichtwellenleiters	94
6.6. Taper mit projiziertem Strahlverlauf $L_{G\parallel}$ und resultierendem Strahlverlauf L_G	95
6.7. Kaskadierte Teilmodelle und virtueller Schichtwellenleiter	97
6.8. Blockschaltbild des Wellenleiters mit gerader Trajektorie	99
6.9. Übertragungsfunktion und 3dB Grenzfrequenz von geraden Kanalwellenleitern mit unterschiedlicher Wellenleiterlänge L und numerischer Apertur A_N	101

6.10. Fernfeld und Matrix der geführten Strahlen eines geraden rechteckförmigen Kanalwellenleiters mit der numerischen Apertur $A_N = 0.25$ bei homogener Überstrahlung der numerischen Apertur	103
6.11. Vergleich der Berechnungszeiten $t_{\text{ART}}(N_{\text{Strahl}})$ und $t_{\text{SRT}}(N_{\text{Strahl}})$	106
6.12. Skizze des Gesamtsystems	106
6.13. Blockschaltbild des in Abbildung 6.12 dargestellten Systems	108
6.14. Durch die Verfahren ART und SRT ermittelte Sprungantworten eines gekrümmten Kanalwellenleiters mit konstantem Krümmungsradius $R = 5\text{mm}$	108
6.15. Dämpfungsverhalten von gekrümmten Kanalwellenleitern, berechnet mit den Verfahren ART und SRT	109
6.16. Relative prozentuale Abweichung der Simulationsergebnisse bei gekrümmten Kanalwellenleitern	110
6.17. Grenzfrequenz $f_{3\text{dB}}$ von gekrümmten Kanalwellenleitern, berechnet durch die Verfahren ART und SRT	111
6.18. Relative prozentuale Abweichung zwischen ART und SRT bei der Bestimmung der Grenzfrequenz $f_{3\text{dB}}$ von gekrümmten Kanalwellenleitern	112
6.19. Berechnungszeiten $t_{\text{ART}}(N_{\text{Strahl}})$ und $t_{\text{SRT}}(R, N_{\text{Strahl}})$ für das in Abbildung 6.12 dargestellte System	114
7.1. Konturdarstellung des Projektionswinkels α_{\parallel} in Abhängigkeit vom Polarwinkel ϑ und vom Azimutwinkel φ	118
7.2. Orts- und Winkeldiskretisierung der Wellenleiterprojektionskanten W_{pE} und W_{pA}	119
7.3. Koppelmatrizen eines geraden Wellenleiters der Länge $L = 100\text{mm}$, Weite $W = 70\mu\text{m}$ und $A_N = 0.25$ bei unterschiedlichen Ortsdiskretisierungen Δa , Winkeldiskretisierungen $\Delta \alpha$	122
7.4. Koppelmatrix eines gekrümmten Wellenleiters mit dem Radius $R = 50\text{mm}$, Weite $W = 70\mu\text{m}$, $A_N = 0.25$, $N_{\alpha} = 100$ und $N_x = 100$	123
7.5. Blockdiagramm für die Berechnung der Strahlparameter im Raum durch ein Mehrtormodell	124
7.6. Maximale prozentuale Abweichungen der geometrischen Pfadlänge	126
7.7. Analyse der Abweichungen der Aufpunkte eines geraden Kanalwellenleiters	127
7.8. Strahlverlauf innerhalb des Mehrtores	128
7.9. Korrelationskoeffizient r_{A1}	129
7.10. Maximale prozentuale Abweichung $\max(\Delta F_L)$ der Strahllänge L_{geo}	130
7.11. Abweichungen des Polarwinkels ϑ eines gekrümmten Kanalwellenleiters	131
7.12. Empirischer Korrelationskoeffizient r_{ϑ} des Polarwinkels	132
7.13. Analyse der Abweichungen der Aufpunkte eines gekrümmten Kanalwellenleiters	133
7.14. Betrachtung des statischen Übertragungsverhaltens	136
7.15. Betrachtung des transienten Übertragungsverhaltens	137
8.1. Kerngrenzhülle eines symmetrischen Leistungsteilers (nicht maßstabgetreu)	141
8.2. Trajektorienverlauf und Geometrieparameter	142
8.3. Partitionierungskonzept für den Leistungsteiler	144
8.4. Blockschaltbild des Leistungsteilers	145

8.5.	<i>Ermittelte Simulationsergebnisse ART und SRT für den Leistungsteiler bei Variation der Stimulationsstrahlen N_{Strahl}</i>	147
8.6.	<i>Abweichungen $\Delta P_{\sigma}^{ART}(t, N_{Strahl})$ der Sprungantworten</i>	147
8.7.	<i>Partitionierungskonzept des Leistungsteilers</i>	149
8.8.	<i>Blockschaltbild des Leistungsteilers</i>	150
8.9.	<i>Ermittelte Simulationsergebnisse MART und SRT für den Leistungsteiler bei Variation der Stimulationsstrahlen N_{Strahl}</i>	151
8.10.	<i>Abweichungen $\Delta P_{\sigma}^{MART}(t, N_{Strahl})$ der Sprungantworten</i>	151
8.11.	<i>Abweichung $\Delta P_{\sigma}(t, N_{Strahl})$ zwischen den Sprungantworten</i>	153
8.12.	<i>Vergleich der Berechnungszeiten für die unterschiedlichen Verfahren</i>	154
B.1.	<i>Blockschaltbild des Koppelmodules</i>	167
B.2.	<i>Blockschaltbild der planaren dreieckförmigen Hilfsstruktur</i>	168

Literaturverzeichnis

- [1] ABRAMOWITZ, M. und I. A. STEGUN: *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, 1972.
- [2] BAO, G., L. COWSAR und W. MASTERS (Hrsg.): *Mathematical Modeling in Optical Science*. Society for Industrial & Applied Mathematics, U.S., 2001.
- [3] BARBIERI, R., P. BENABES, T. BIERHOFF, J. CASWELL, A. GAUTHIER, J. JAHNS, M. JARCZYNSKI, P. LUKOWICZ, J. OKSMAN, G. A. RUSSEL, J. SCHRAGE, J. F. SNOWDON, O. STÜBBE, G. TRÖSTER und M. WIRZ: *Design and construction of the high-speed optoelectronic memory system demonstrator*. Applied Optics, 47(19):3500–3512, Juni 2008.
- [4] BECKER, J., J. HAASE und P. SCHWARZ: *Verhaltensbeschreibung für die Modellierung optoelektronischer Systeme*. In: *GMM-ITG-GI Workshop, Multi-Nature Systems, Jena*, S. 83–92, Feb. 1999.
- [5] BEIL, P., P. DEMMER, M. FRANKE, G. MROZYNSKI, A. NEYER, R. PUSCH, S. SCHERR, F.-P. SCHIEFELBEIN und J. SCHRAGE: *Industrielle Produktionstechnik für Baugruppen mit integrierten optischen Kurzstreckenverbindungen: Ergebnisbericht des BMBF-Verbundprojektes OptiCon*. Dr. Markus A. Detert, 1. Aufl., 2005.
- [6] BENZ, B.: *Prüfstand - x86-CPU's*. c't Magazin für Computer Technik, 7:142–151, 2009.
- [7] BIERHOFF, T.: *Strahlenoptische Analyse der Wellenausbreitung und Modenkopplung in optisch hoch multimodalen Wellenleitern*. Shaker Verlag, 2006.
- [8] BIERHOFF, T. und A. HIMMLER: *Strahlverfolgung in hoch multimodalen Wellenleitern*. Europäisches Patent, Dez. 2005. Internationale Veröffentlichungsnummer WO 2002/033455.
- [9] BIERHOFF, T., Y. SÖNMEZ, J. SCHRAGE und G. MROZYNSKI: *Fundamental limits of the bandwidth-length product of board-integrated optical multimode waveguides due to intermode dispersion*. In: *Optics in Computing*, Engelberg, Schweiz, Apr. 2004.

- [10] BIERHOFF, T., A. WALLRABENSTEIN, A. HIMMLER, E. GRIESE und G. MROZYSKI: *Ansätze zur numerischen Simulation optischer Multimode-Verbindungen*. In: *Tagungsband "BMBF-Projekte zu elektrisch-optischen Leiterplatten"*, Nov. 2001.
- [11] BIERHOFF, T., A. WALLRABENSTEIN, A. HIMMLER, E. GRIESE und G. MROZYSKI: *Ray Tracing and its Verification for the Analysis of Highly Multimode Optical Waveguides with Rough Surfaces*. IEEE Transaction on Magnetics, 37(5):3307–3310, Sep. 2001.
- [12] BORN, M. und E. WOLF: *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7. Aufl., 1999.
- [13] BRONSTEIN, I. N., K. A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL und H. MÜHLIG: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1993.
- [14] DANGEL, R., R. BEYELER, F. HORST, N. MEIER, B. OFFREIN, B. SICARD, M. MOYNIHAN, P. KNUDSEN und E. ANZURES: *Waveguide Technology Development based on Temperature- and Humidity-Resistant Low-Loss Silsesquioxane Polymer for Optical Interconnects*. In: *Proc. Conference on Optical Fiber Communication and the National Fiber Optic Engineers Conference OFC/NFOEC 2007*, S. 1–3, 2007.
- [15] DANGEL, R., F. HORST, T. LAMPRECHT, B. OFFREIN und M. GMÜR: *Flexible Polymer Waveguides as Cost-efficient, High-Density Capable, and Versatile Technology for Board-to-Board and On-Board Optical Interconnects*. In: *The Forteenth Microoptics conference*, 2008.
- [16] DAUM, W., J. KRAUSER, P. E. ZAMZOW und O. ZIEMANN: *POF Optische Polymerfasern für die Datenkommunikation*. Springer, 2001.
- [17] DESCHAMPS, G. A.: *Ray techniques in electromagnetics*. Proceedings of the IEEE, 60(9):1022–1035, Sep. 1972.
- [18] DILLON, T., J. MURAKOWSKI, S. SHI und D. PRATHER: *Fiber-to-waveguide coupler based on the parabolic reflector*. Optics Letters, 33(9):896–898, Mai 2008.
- [19] EIGLER, H.: *Entwurf signalverarbeitender Mikrosysteme: Einführung und Grundlagen*. Hüthing Bucherverlag GmbH, Heidelberg, 1994.
- [20] ERPS, J. V., N. HENDRICKX, C. DEBAES, P. V. DAELE, und H. THIENPONT: *Discrete Out-of-Plane Coupling Components for Printed Circuit Board-Level Optical Interconnections*. Photonics Technolgy Letters, 19(21):1753–1755, Nov. 2007.
- [21] FETTWEIS, A.: *Elemente nachrichtentechnischer Systeme*. B. G. Teubener, Stuttgart, 1996.
- [22] FOOLEY, J. D., A. VAN DAM, S. K. FEINER, J. F. HUGHES und R. L. PHILLIPS: *Grundlagen der Computergraphik. Einführung, Konzepte, Methoden*. Addison-Wesley, 1994.
- [23] GERLING, J.: *Bestimmung und Approximation der Impulsantwort optischer Multimode-Wellenleiter*. Diplomarbeit, Universität Paderborn, 2000.
- [24] GERLING, J.: *Simulation optischer Multimode-Wellenleiter im Zeitbereich*. Shaker, 1. Aufl., 2005.

- [25] GERLING, J., O. STÜBBE und J. SCHRAGE: *Improved time domain simulation of optical multimode intrasystem interconnects*. In: *Proc. Design, Automation and Test in Europe Conference and Exhibition*, S. 1110–1111, März 2003.
- [26] GLEBOV, A. und M. LEE: *3D Routing on Optical Boards*. In: *Proc. IEEE Lasers & Electro-Optics Society*, S. 22–23, Okt. 2006.
- [27] GLEBOV, A. und M. LEE: *Vertical Light Coupling in Optical Interconnect Systems*. In: *Proc. IEEE Lasers & Electro-Optics Society*, S. 577–578, Okt. 2006.
- [28] GLEBOV, A. L., M. G. LEE und K. YOKOUCHI: *Integration technologies for plug-gable backplane optical interconnect systems*. *Opt. Eng.*, 46(1):015403–1–10, Jan. 2007.
- [29] GLEBOV, A. L., J. ROMAN, M. G. LEE und K. YOKOUCHI: *Optical Interconnect Modules with fully Integrated Reflector Mirrors*. *Photonics Technology Letters*, 17(7):1540–1542, Juli 2005.
- [30] GOELL, J. E.: *A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides*. *Bell System Technical Journal*, 48:2133–2160, Sep. 1969.
- [31] GRAU, G. und W. FREUDE: *Optische Nachrichtentechnik. Eine Einführung*. Springer, 3 Aufl., 1991.
- [32] GRIESE, E.: *A high-performance hybrid electrical-optical interconnection technology for high-speed electronic systems*. *IEEE Transaction on advanced packaging*, 24(3):375–383, Aug. 2001.
- [33] GRIESE, E., D. KRABE und E. STRAKE: *Electrical-Optical Printed Circuit Boards: Technology — Design — Modeling*. In: GRABINSKI, H. (Hrsg.): *Interconnects in VLSI Designs*, S. 221–236. Kluwer Academic Publishers, Boston (USA), 2000.
- [34] HAACK, W. (Hrsg.): *Elementare Differentialgeometrie*. Birkenhäuser Verlag Basel und Stuttgart, 1955.
- [35] HAPPEL, T., M. FRANKE, H. NANAI und J. SCHRAGE: *Demonstration of Optical Interconnection- and Assembly Technique for Fully-Embedded Optical PCB at Data Rates of 10 Gbps/ch*. In: *Electronics Systemintegration Technology Conference*, S. 247–252, 2006.
- [36] HARTUNG: *Statistik*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1989.
- [37] HECHT, E.: *Optik*. Oldenbourg, 4. Aufl., 2005.
- [38] HENDRICKX, N.: *Multilayer Optical Interconnections Integrated on a Printed Circuit Board*. Doktorarbeit, Universiteit Ghent, 2009.
- [39] HENDRICKX, N., J. V. ERPS, E. BOSMAN, C. DEBAES, H. THIENPONT und P. V. DAELE: *Embedded Micromirror Inserts for Optical Printed Circuit Boards*. *IEEE Photonics Technology Letters*, 20(20):1727–1729, Okt. 2008.
- [40] HENDRICKX, N., J. V. ERPS, G. V. STEENBERGE, H. THIENPONT und P. V. DAELE: *Tolerance Analysis for Multilayer Optical Interconnections Integrated on a Printed Circuit Board*. *Lightwave Technology*, 25(9):2395–2401, Sep. 2007.

- [41] HENDRICKX, N., J. VAN ERPS, G. VAN STEENBERGE, H. THIENPONT und P. VAN DAELE: *Laser Ablated Micromirrors for Printed Circuit Board Integrated Optical Interconnections*. 19(11):822–824, 2007.
- [42] HIMMLER, A., E. GRIESE, J. SCHRAGE, T. BIERHOFF, A. WALLRABENSTEIN und G. MROZYNSKI: *Modeling of highly multimodal optical interconnects for time domain analysis*. In: *Digest of 2000 LEOS Summer Topical Meetings*, S. 43–44. Aventura/FL (USA), Juli 2000.
- [43] HOFFMANN, J. (Hrsg.): *Handbuch der Messtechnik*. Hanser, 2006.
- [44] ISRAEL, D., R. BAETS, M. J. GOODWIN, N. SHAW, M. D. SALIK und C. J. GROVES-KIRKBY: *Comparison of Different Polymeric Multimode Star Couplers for Backplane Optical Interconnect*. Journal of Lightwave Technology, 13:1057–1064, 1995.
- [45] ISRAEL, D., R. BAETS, M. J. GOODWIN, N. SHAW, M. D. SALIK und C. J. GROVES-KIRKBY: *Multimode polymeric Y junctions for star couplers in backplane optical interconnect*. Applied Optics, 20(36):5091–5096, Juli 1997.
- [46] ISRAEL, D., R. BAETS, N. SHAW und M. J. GOODWIN: *Study of multimode waveguide bends for backplane optical interconnect*. In: *Technical Digest MOC/GRIN '93*, Kawasato, Japan, 1993.
- [47] JACOBSEN, G. und J. J. R. HANSEN: *Transfer function of a multimode step-index fibre: a geometrical optical investigation*. Optical and Quantum Electronics, 9:289–297, 1977.
- [48] JAREM, J. M., P. P. BANERJEE und B. P. BANERJEE: *Computational Methods for Electromagnetic and Optical Systems*. Marcel Dekker Ltd, 2000.
- [49] JURRAN, N.: *Blauverschiebung*. c't Magazin für Computer Technik, 7:182–187, 2003.
- [50] KARPPINEN, M.: *High bit-rate optical interconnects on printed wiring board Micro-optics and hybrid integration*. Doktorarbeit, University of Oulu, 2008.
- [51] KAWANO, K. und T. KITO: *Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equation and the Schrödinger Equation: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation*. Wiley & Sons, 2001.
- [52] KIM, J.-S. und J.-J. KIM: *Stacked Polymeric Multimode Waveguide Arrays for Two-Dimensional Optical Interconnects*. Journal of Lightwave Technology, 22(3):840–844, März 2004.
- [53] KLINE, M. und I. W. KAY: *Electromagnetic Theory and Geometrical optics*. John Wiley & Sons, 1965.
- [54] KOSKE, A., J. SCHRAGE und G. MROZYNSKI: *Measurement of optical characteristics of printed circuit board-integrated multimodal waveguides with rectangular cross sections*. In: *10th Microoptics Conference*, 2004.
- [55] KRABE, D., F. EBLING, N. ARNDT-STAUFBENBIEL, G. LANG und W. SCHEEL: *New Technology for Electrical/Optical Systems on Module and Board Level: The EO-CB Approach*. In: *Proc. 50th Electronic Components & Technology Conference*, S. 970–974. Las Vegas/Nevada (USA), Mai 2000.

- [56] KRABE, D. und W. SCHEEL: *Optical Interconnects by Hot Embossing for Module and PCB Technology — The EOCB Approach —*. In: *49th Electronic Components & Technology Conference*, S. 1164–1166. San Diego/California (USA), Juni 1999.
- [57] LADOUCEUR, F., J. D. LOVE und T. J. SENDEN: *Measurement of surface roughness in buried channel Waveguides*. Electronics Letters, 28(14):1321–1322, Juli 1992.
- [58] LEE, K.-Y. und W.-S. WANG: *Ray-optics analysis of the coupling efficiency from a gaussian beam to a rectangular multimode embedded strip waveguide*. Fiber and Integrated Optics, 13(3):321 – 330, 1994.
- [59] LEHMACHER, S. und A. NEYER: *Integration of polymer optical waveguides into printed circuit boards*. Electron. Lett., 36(12):1052–1053, 2000.
- [60] LI, H. und K. IGA (Hrsg.): *Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser Devices*. Springer, 2003.
- [61] LUKOWITZ, P., J. JAHNS, R. BARBIERI, P. BENABES, T. BIERHOFF, A. GAUTHIER, M. JARCZYNSKI, G. RUSSEL, J. SCHRAGE, W. SÜLLAU, J. SNOWDON, M. MIRZ und G. TRÖSTER: *Optoelectronic Interconnection Technology in the HOLMS System*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 9(2):624 – 635, 2003.
- [62] MA, H., A. K.-Y. JEN und L. R. DALTON: *Polymer-Based Optical Waveguides: Materials, Processing and Devices*. Advanced Materials, 14(19):1339–1365, 2002.
- [63] MALHERBE, J. A. G., C. W. I. PISTOTIUS und D. A. MCNAMARA: *Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*. Artech House Inc, 1990.
- [64] MANTOOTH, H. A. und M. FIEGENBAUM: *Modeling with an Analog Hardware Description Language*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [65] MARCATILI, E. A. J.: *Bends in optical dielectric guides*. Bell System Technical Journal, 48:2103–2132, Sep. 1969.
- [66] MARCATILI, E. A. J.: *Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated Optics*. Bell System Technical Journal, 48:2071–2102, Sep. 1969.
- [67] MARCUSE, D.: *Light Transmission Optics*. Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
- [68] MARCUSE, D.: *Principles of optical fiber Measurements*. Academic Press, 1981.
- [69] MIKAMI, O., Y. MIMURA, H. HANAJIMA, M. KANDA et al.: *Optical Connection with Optical Pins and Self-Written Waveguides for Board-Level Optical Wirings*. IEICE Trans Electron, E90-C(5):1071–1080, 2007.
- [70] MILLER, D. A. B.: *Optical interconnects to silicon*. IEEE Selected Topics in Quantum Electronics, 6(6):1312–1317, Nov. 2000.
- [71] MILLER, D. A. B.: *Rationale and challenges for optical interconnects to electronic chips*. Proceedings of the IEEE, 88(6):728–749, Juni 2000.
- [72] MOISEL, J., J. GUTTMANN, H.-P. HUBER, O. KRUMPHOLZ, M. RODE, R. BOGENBERGER und K.-P. KUHN: *Optical backplanes with integrated polymer waveguides*. Optical Engineering, 39:673–679, März 2000.

- [73] NEIFELD, M. A. und W.-C. CHOU: *SPICE-based optoelectronic system simulation*. Applied Optics, 37(26):6093–6103, Sep. 1998.
- [74] O'DONRIELL, K. A. und E. R. MENDEZ: *Experimental study of scattering from characterized random surfaces*. Journal of the Optical Society of America A, 4:1194–1205, 1987.
- [75] PAPAKONSTANTINOU, I., K. WANG, D. R. SELVIAH und F. A. FERNANDEZ: *Transition, radiation and propagation loss in polymer multimode waveguide bends*. Optics Express, 15(2):669–679, Jan. 2007.
- [76] PASK, C., A. W. SNYDER und D. J. MITCHELL: *Number of modes on optical waveguides*. Journal of the Optical Society of America, 65(3):492–501, März 1975.
- [77] PEDROTTI, F. L. und L. S. PEDROTTI: *Introduction to Optics*. Prentice Hall, 1987.
- [78] PENTY, R. und I. WHITE: *High capacity transmission via multimode optical Fibres*. In: *11th Microoptical Conference MOC05*, 2005.
- [79] PRONY, B. G. R.: *Essai expérimental et analytique: Sur les lois de la dilatabilité de fluides élastique et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes temperature*. Journal l'Ecole Polytechnique, 1:24–76, 1795.
- [80] RECKE, C., T. VOGEL und MANFRED KASPER: *Entwurfsumgebung zur Modellierung und Simulation mit Makromodellen für Mikrosystemkomponenten*. In: *4. Workshop Methoden- und Werkzeugentwicklung für den Mikrosystementwurf*, S. 93–117, Nov. 1996.
- [81] RHO, B. S., S. KANG, H. S. CHO, H.-H. PARK, S.-W. HA und B.-H. RHEE: *PCB-compatible optical interconnection using 45 degree -ended connection rods and via-holed waveguides*. 22(9):2128–2134, 2004.
- [82] SALEH, B. E. und M. C. TEICH: *Fundamentals of Photonics*. Wiley, 1 Aufl., 1991.
- [83] SCHACHT, R.: *Entwurf und Simulation von Makromodellen zur transienten Simulation von thermo-elektrischen Kopplungen in einem Netzwerksimulator*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, 2002.
- [84] SCHARS, L., J. A. KASH, F. E. DOANY, C. L. SCHOW, C. SCHUSTER, D. M. KUCHTA, P. K. PEPELJUGOSKI, J. M. TREWHELLA, C. W. BAKS, R. A. JOHN, L. SHAN, Y. H. KWARK, R. A. BUDD, P. CHINIWALLA, F. R. LIBSCH, J. ROSNER, C. K. TSANG, C. S. PATEL, J. D. SCHAUB, R. DANGEL, F. HORST, B. J. OFFREIN, D. KUCHARSKI, D. GUCKENBERGER, S. HEGDE, H. NYIKAL, C.-K. LIN, A. TANDON, G. R. TROTT, M. NYSTROM, D. P. BOUR, M. R. T. TAN und D. W. DOLFI: *Terabus: Terabit/Second-Class Card-Level Optical Interconnect Technologies*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 12(5):1032–1044, 2006.
- [85] SCHEEL, W.: *Optische Aufbau- und Verbindungstechnik in der elektronischen Baugruppenfertigung*. Dr. Markus A. Detert, 2002.

- [86] SCHMIEDER, K.: *Aspekte der Aufbau- und Verbindungstechnik elektro-optischer Verdrahtungsträger*. Doktorarbeit, Technische Universität Dresden, 2002.
- [87] SCHRAGE, J., Y. SOENMEZ, T. HAPPEL, U. GUBLER, P. LUKOWICZ und G. MROZYNSKI: *WDM package enabling high-bandwidth optical intrasystem interconnects for high-performance computer systems*. In: *Proceedings of the SPIE*, Bd. 6124, S. 132–143, 2006.
- [88] SIMONYI, K.: *Theoretische Elektrotechnik*. Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1993.
- [89] SNYDER, A. W. und J. D. LOVE: *Reflection at a Curved Dielectric Interface — Electromagnetic Tunneling*. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 23(1):134 – 141, Jan. 1975.
- [90] SNYDER, A. W. und J. D. LOVE: *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall, 1983.
- [91] STALLEIN, M.: *Coupling Efficiency of Gaussian Beams Into Step-Index Waveguides; An Improved Ray-Optical Approach*. 26(16):2937–2945, 2008.
- [92] STALLEIN, M., C. KOLLECK und G. MROZYNSKI: *Coupling of a Gaussian Beam into a Planar Slab Waveguide using the Mode Matching Method*. In: *Progress in Electromagnetics Research Symposium PIERS 2004*, S. 309 – 312, Pisa, Italy, März 2004.
- [93] STALLEIN, M., C. KOLLECK und G. MROZYNSKI: *Improved Analysis of the Coupling of Optical Waves into Multimode Waveguides using Overlap Integrals*. In: *Progress in Electromagnetic Research Symposium PIERS, 2005*, S. 464 – 468, Hangzhou, China, Aug. 2005.
- [94] STEENBERGE, G. V.: *Parallel Optical Interconnections Integrated on a Printed Circuit Board*. Doktorarbeit, Universiteit Gent, 2006.
- [95] STILLER, A.: *Prozessorgeflüster*. c't Magazin für Computertechnik, 10:18, 2009.
- [96] STÜBBE, O.: *Einfluss des Modenrauschens in hochgradig vielmodigen optischen Wellenleitern*. Studienarbeit, Universität Paderborn, 2002.
- [97] STÜBBE, O.: *Adaption und Hardwareimplementierung eines rekursiven Faltungsalgorithmus zur Zeitbereichsanalyse optischer Multimode-Wellenleiter*. Diplomarbeit, Universität Paderborn, 2003.
- [98] STÜBBE, O. und T. BIERHOFF.: *The Influence of Surface Roughness on the Bandwidth of Optical Multimode Waveguides analysed by Modal Noise Theory*. In: *Proceedings of SPIE's International Symposium on Optical Science and Technology*, S. 20–28, San Diego, USA, Aug. 2003.
- [99] STÜBBE, O., T. BIERHOFF, M. JARZYNSKI, J. JAHNS, G. MROZYNSKI, J. SCHRAGE und A. WALLRABENSTEIN.: *Combined Simulation of active and passive Microoptical Components*. In: *11th Microoptical Conference MOC05*, S. 120–121, Tokyo, Japan, Okt. 2005.

- [100] STÜBBE, O., T. BIERHOFF und J. SCHRAGE.: *Rechnergestützter Entwurf und Analyse von optischen Verbindungen in Leiterplatten am Beispiel des HOLMS-Systemdemonstrators*. In: *Optik in der Rechentechnik 2005*, S. 20–28, Ilmenau, Deutschland, Sep. 2005.
- [101] STÜBBE, O., T. BIERHOFF und J. SCHRAGE: *Verfahren zur Simulation der Übertragungseigenschaften optischer Multimode-Wellenleiter*. Internationales Patent, Internationale Veröffentlichungsnummer: WO 2009/007236 A1, Jan. 2009.
- [102] STÜBBE, O., A. HIMMLER, E. GRIESE und G. MROZYNSKI: *Influence of Modal Noise on the Bandwidth Length Product of Optical Multimode Waveguides with Rough Surfaces*. In: *Optik in der Rechentechnik 2005*, S. 63–71, Mannheim, Deutschland, Sep. 2002.
- [103] STÜBBE, O. und G. MROZYNSKI.: *Analytic ray-tracing for fast computation of transient transfer functions of pcb level optical interconnects*. In: *14th Microoptical Conference MOC08*, S. 133–134, Brüssel, Belgien, Sep. 2008.
- [104] STÜBBE, O., G. MROZYNSKI und J. SCHRAGE: *Ansatz zur analytischen Beschreibung der Übertragungseigenschaften von multimodalen Wellenleitern basierend auf Strahlenoptik*. In: *Tagungsband 9. Workshop Optik in der Rechentechnik*, 2006.
- [105] SÖNMEZ, Y., A. WALLRABENSTEIN, J. SCHRAGE und G. MROZYNSKI: *Coupled Mode Analysis of Power Transport and Loss in Highly Multimodal Tapered Dielectric Waveguides for Coupling Application*. In: *Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics*, Seoul, South Korea, Aug. 2007.
- [106] TAMIR, T.: *Guided-Wave Optoelectronics*. Springer-Verlag, 1988.
- [107] TANAKA, T., H. NANAI, H. SAKAMOTO, N. TAKANOBU, Y. YAMAMOTO, I. YAMAUCHI und S. SAKAGUCHI: *Application of parallel optical axis converting waveguide to opteltronic-PWB*. In: *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering*, 2006.
- [108] THORNS, F. (Hrsg.): *Das Virtualisierungs-Buch*. C & L Computer- und Literaturverlag, 2008.
- [109] UNGER, H.-G.: *Planar Optical Waveguides and Fibres*. Clarendon Press Oxford, 1977.
- [110] VOGES, E. und K. PETERMANN: *Optische Kommunikationstechnik*. Springer, Berlin, 2002.
- [111] WANG, X., W. JIANG, L. WANG, H. BI und R. CHEN: *Fully Embedded Board-Level Optical Interconnects From Waveguide Fabrication to Device Integration*. 26(2):243–250, 2008.
- [112] WINKLER, C., J. D. LOVE und A. K. GHATAK: *Loss calculations in bent multimode optical waveguides*. *Optical and Quantum Electronics*, 11(2):173–183, März 1979.
- [113] YOSHIMURA, T., M. MIYAZAKI, Y. MIYAMOTO, N. SHIMODA, A. HORI und K. ASAMA: *Three-Dimensional Optical Circuits Consisting of Waveguide Films and Optical Z-Connections*. *Journal of Lightwave Technology*, 24(11):4345–4352, Nov. 2006.

-
- [114] ZEI, L.-G.: *Untersuchungen der Datenübermittlung mit oberflächenemittierenden Laserdioden (VCSELs) in kurzen optische Datenübertragungsstrecken*. Doktorarbeit, Universität Berlin, 2002.