Zusammenfassung

Wir konstruieren einheitlich die minimale Darstellung einer endlichen Überlagerung G der konformen Gruppe einer (nicht notwendigerweise euklidischen) Jordanalgebra V. Diese Darstellung lässt sich auf dem L^2-Raum der minimalen Bahn der Strukturgruppe L von V realisieren. Wir konstruieren den zugehörigen $(\mathfrak{g}, \mathfrak{k})$-Modul und zeigen, dass er sich zu einer unitären irreduziblen Darstellung von G auf $L^2(\mathcal{O})$ integrieren lässt.

Insbesondere liefert dies eine einheitliche Sichtweise auf die beiden bekanntesten minimalen Darstellungen: Die Segal–Shale–Weil Darstellung der metaplektischen Gruppe $\mathrm{Mp}(n, \mathbb{R})$ und die minimale Darstellung von $\mathrm{O}(p+1, q+1)$, die kürzlich von T. Kobayashi, G. Mano und B. Ørsted studiert wurde.

Im zweiten Teil untersuchen wir spezielle Funktionen, die explizite $\mathfrak{k}$-endliche Vektoren in der Darstellung liefern. Verschiedene Eigenschaften dieser speziellen Funktionen wie Differentialgleichungen, Rekursions- und Integralformeln werden bewiesen und in Bezug zur Darstellungstheorie gesetzt.

Zuletzt definieren wir den konformen Inversionsoperator $\mathcal{F}_{\mathcal{O}}$ durch die Wirkung des längsten Weylgruppenelements. $\mathcal{F}_{\mathcal{O}}$ ist ein unitärer Operator der Ordnung 2 auf $L^2(\mathcal{O})$. Wir zeigen, dass die Wirkung von $\mathcal{F}_{\mathcal{O}}$ auf radialen Funktionen durch eine spezielle Form von Meijer's G-Transformation gegeben ist.