

Zusammenfassung

Die gemischt-ganzzahlige Optimierung ist eine Disziplin der mathematischen Optimierung, die sich mit Optimierungsproblemen beschäftigt, in denen eine lineare Zielfunktion unter Einhaltung von linearen Nebenbedingungen und Ganzzahligkeitsbedingungen auf einigen Variablen maximiert bzw. minimiert wird.

Schnittebenenverfahren spielen bei der Lösung gemischt-ganzzahliger Optimierungsprobleme eine entscheidende Rolle und sind für wesentliche Verbesserungen in der Leistungsfähigkeit von Software zu deren Lösung verantwortlich. Schnittebenen (oder Schnitte) werden typischerweise eingesetzt, um die Schärfe der LP Relaxation durch Ausschluss fraktioneller Lösungen, die nicht zulässig für das gemischt-ganzzahlige Optimierungsproblem sind, zu erhöhen. Dadurch wird der durch den Branch-and-Bound Algorithmus zu untersuchende Lösungsraum eingeschränkt. In dieser Arbeit untersuchen wir die Generierung von allgemeinen Schnittebenen, die aus einer oder durch simultane Betrachtung mehrerer Restriktionen abgeleitet werden können.

Wir präsentieren ein neues Verfahren zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit der gemischt-ganzzahligen Gomory-Schnitte. Dieses Verfahren beruht auf der Beobachtung, dass die Distanz zwischen einer fraktionellen LP Lösung und ihrer orthogonalen Projektion auf einer Gomory-Schnittebene von der Größe der Koeffizienten der kontinuierlichen Variablen in der dazugehörigen Zeile des Simplex-Tableaus abhängig ist. Wir schlagen einen Algorithmus vor, dessen Ziel es ist diese Distanz durch Ausführung von Pivotschritten zu vergrößern. Wir beschreiben unsere Implementierung dieses Verfahrens und anderer existierender Ansätze aus der Literatur detailliert und führen umfangreiche numerische Studien durch. Unsere Ergebnisse zeigen, dass unser Ansatz auf einem Großteil der von uns untersuchten Instanzen erfolgreich die Anzahl der im Branch-and-Bound Algorithmus berechneten Knoten reduziert und die duale Schranke verbessert.

Wir präsentieren Separationsalgorithmen, die Schnittebenen durch simultane Betrachtung mehrerer Zeilen eines Simplex-Tableaus ableiten, und beschreiben unsere Implementierung dieser Algorithmen eingehend. Wir diskutieren insbesondere die Verstärkung solcher Schnitte durch Ausnutzung der Ganzzahligkeitsbedingungen auf Nichtbasisvariablen. Die von uns durchgeführten umfangreichen numerischen Studien zeigen, dass die Anwendung von aus mehreren Restriktionen abgeleiteten Schnitten in Reduktionen der vom Branch-and-Bound Algorithmus berechneten Knotenanzahl resultiert. Unsere Studien zeigen jedoch auch, dass die Anwendung dieser Schnitte oftmals zu einer Erhöhung der Lösungszeit führt.

Wir untersuchen Techniken für die Auswahl und die Verwaltung von Schnittebenen. Wir präsentieren einen Algorithmus zur Auswahl von Schnittebenen und diskutieren wichtige technische Details. Wir stellen außerdem verschiedene Qualitätsmaße für Schnittebenen vor und vergleichen diese anhand von numerischen Studien. Diese Studien zeigen, dass unser Auswahlalgorithmus die Leistungsfähigkeit von Software zur Lösung gemischt-ganzzahliger Optimierungsprobleme erhöht.