

Zusammenfassung der Dissertation

Spectral Methods for Efficient Load Balancing Strategies

Robert Elsässer

Die gleichmäßige Verteilung der auftretenden Rechenlast bei gleichzeitiger Minimierung der Kommunikationsbeziehungen ist von entscheidender Bedeutung für die effiziente Auslastung der Ressourcen eines parallelen Systems. Eine große Zahl von Lastverteilungsverfahren wurde entwickelt und durch theoretische Analyse, durch Experimente und durch Integration in Anwendungen untersucht. Unter diesen Verfahren spielen die k -Partitionierungsverfahren und die Diffusionsverfahren eine prominente Rolle. Die Arbeit beschäftigt sich einerseits mit spektralen unteren Schranken für die k -Sektionsweite von Graphen, und andererseits mit der Entwicklung verbesserter diffusionsbasierter Lastbalancierungsverfahren.

Für die k -Sektionsweite ∇ eines Graphen G mit n Knoten gilt $\nabla \geq \frac{n}{2k} \sum_{i=1}^k \lambda_i$, wobei $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ die k kleinsten Eigenwerte der Laplace-Matrix von G sind. Es wird gezeigt, daß sich unter Voraussetzung gewisser Struktureigenschaften des Schnittes die untere Schranke verbessern lässt (bessere Vorkonstante oder kleinerer Exponent $(\sum_{i=1}^k \lambda_i)^\beta$ für ein $1/2 \leq \beta < 1$) und daß es Beispiele von Graphen gibt, für die diese neuen Schranken asymptotisch scharf sind. Zusätzlich werden auch Resultate für die k -Sektionsweite bestimmter Produktgraphen hergeleitet. Diese Ergebnisse haben ein asymptotisch besseres Verhalten als die üblichen unteren Schranken.

Auf dem Gebiet der Lastbalancierungsalgorithmen werden zunächst ADI-Schemata auf kartesischen Produkten von Graphen untersucht. Dieses Verfahren kombiniert mit den bekannten Diffusionsverfahren konvergieren schneller als die üblichen Verfahren. Allerdings ist der resultierende Fluß nicht mehr l_2 -optimal, wie dies für Diffusionsverfahren gilt.

Danach beschäftigt sich die Arbeit mit der Konstruktion optimaler Diffusionsmatritzen zu gegebenen Graphen. Dabei heißt eine Diffusionsmatrix optimal für G , wenn das durch sie definierte Diffusions-Verfahren unter allen Matritzen mit Verbindungsstruktur G am schnellsten konvergiert. Es wird gezeigt, daß in einer optimalen Diffusionsmatrix bei kantensymmetrischen Graphen alle Kantengewichte gleich sind und daß bei Cayley-Graphen alle Kanten, die durch denselben Generator erzeugt werden, das gleiche Gewicht haben. Darüber hinaus werden die optimalen Gewichte für Cube-Connected-Cycles berechnet.

Zum Schluss wird gezeigt, daß Diffusionsverfahren auf heterogene Netzwerke übertragen werden können. Die Konvergenzgeschwindigkeit wird durch die Konditionszahl der gewichteten Matrix bestimmt und auch die l_2 -Optimalität und ein entsprechendes Verhältnis zwischen zweitem Eigenwert und Kantenexpansion gilt weiter.