

# Property Testing and Geometry

Dissertation von Christian Sohler

## Zusammenfassung

Unter *Property Testing* versteht man folgende Relaxierung eines Entscheidungsproblems: Entscheide, ob ein Eingabeobjekt eine vorgegebene Eigenschaft  $\Pi$  hat, oder von jedem Objekt mit dieser Eigenschaft mehr als  $\epsilon$  (bzgl. eines gegebenen Distanzmaßes) entfernt ist. Im letzteren Fall sagen wir, dass das Objekt  $\epsilon$ -weit weg von  $\Pi$  ist. Falls O weder Eigenschaft  $\Pi$  besitzt noch  $\epsilon$ -weit weg von  $\Pi$  ist, darf der Algorithmus beliebig antworten. Ein Property Testing Algorithmus hat die Möglichkeit Anfragen über die lokale Struktur des Eingabeobjekts zu stellen. Ziel ist es, mit möglichst wenig Anfragen das relaxierte Entscheidungsproblem zu lösen.

In dieser Arbeit wenden wir das Konzept 'Property Testing' auf geometrische Probleme an und wir zeigen, dass Konzepte aus der Geometrie zu neuen Einsichten im Property Testing führen können:

- Wir entwickeln Property Testing Algorithmen für einige grundlegende Eigenschaften, wie Schnittfreiheit von Objekte, konvexe Lage, und die Eigenschaft, dass ein geometrischer Graph ein euklidischer minimaler Spannbaum ist.
- Dann führen wir einen allgemeinen Rahmen für Property Testing Algorithmen ein. Dieser Rahmen basiert auf einer Verbindung zwischen Property Testing und einer Klasse von Problemen, die wir *Abstract Combinatorial Programs* nennen. Wir zeigen, dass man eine Eigenschaft effizient testen kann, wenn es für jede Probleminstanz ein im Sinne des Property Testing äquivalentes Abstract Combinatorial Program mit kleiner Dimension und Breite gibt.
- Danach führen wir ein neues Modell für Property Testing von Punktmengen ein. Wir lassen zu, dass unsere Property Testing Algorithmen mit bestimmten *Bereichsanfragen* auf den Input zugreifen. In diesem neuen Modell entwickeln wir Property Testing Algorithmen für Eigenschaften wie konvexe Lage, gültiges Labeling und Clustering.
- Wir wenden Property Testing an, um unter einem sehr allgemeinen Bewegungsmodell kombinatorische Strukturen einer sich bewegenden Punktmenge approximativ aufrechtzuerhalten.