

**BRUCHMECHANISCHE ANALYSE  
DER ENTSTEHUNG UND AUSBREITUNG VON  
MATRIX- UND GRENZFLÄCHENRISSEN  
IN THERMISCH BELASTETEN  
FASERVERBUNDWERKSTOFFMODELLEN**

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (DR.-ING.)**  
vom Fachbereich 10 .Maschinentechnik I  
der Universität - Gesamthochschule - Paderborn

genehmigte  
**DISSERTATION**

von  
**Dipl.-Ing. Ferdinand Ferber**  
aus Allagen

Tag des Kolloquiums: 18. Juli 1986  
Referent: Prof. Dr. rer. nat. K. Herrmann  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. E. Steck

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Laboratorium für Technische Mechanik im Fachbereich 10 der Universität - Gesamthochschule - Paderborn.

Herrn Professor Dr. rer. nat. K. Herrmann danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, deren Gelingen er durch seine stete Betreuung und Förderung ermöglichte.

Herrn Professor Dr.-Ing. E. Steck gilt mein Dank für sein Interesse an dieser Arbeit und für die Übernahme des Korreferates.

Ich möchte an dieser Stelle allen denen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, insbesondere Herrn E. Berken-Mersmann für die sorgsame Durchführung der umfangreichen Fotoarbeiten.

Paderborn, im Juli 1986

Ferdinand Ferber

INHALTSVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG	1
2. MEHRKOMPONENTENWERKSTOFFE	2
2.1      TECHNISCHE RELEVANZ VERSTÄRKTER MEHRPHASENMATERIALIEN	2
2.2      BEANSPRUCHUNG UND SCHÄDIGUNG	2
3. MODELLBILDUNG UND PROBLEMSTELLUNG	4
3.1      PROBLEMATIK DER THERMISCHEN EIGEN- SPANNUNGEN	4
3.2      THERMISCH BELASTETE VERBUNDSTRUKTUR	5
3.2.1   GEOMETRIE UND ERSATZMODELL	6
3.2.2   STRUKTUREN UND ZUGEHÖRIGE DEFINITIONEN	8
3.2.3   MODELLVERSAGEN UNTER THERMISCHER BELASTUNG	10
3.3      FORMULIERUNG DES ZUGEHÖRIGEN RANDWERTPROBLEMS	13
4. LINEAR-ELASTISCHE BRUCHMECHANIK	17
4.1      SPANNUNGSGRÖSSEN UND INTENSITÄTSFAKTOREN	17
4.2      ENERGIEFREISETZUNGSRÄTEN	23

5.	NUMERISCHE BEHANDLUNG BRUCHMECHANISCHER PROBLEME	26
5.1	FINITE ELEMENTE METHODE	26
5.2	ERMITTlung BRUCHMECHANISCHER KENNWERTE	28
5.2.1	GLOBALE ENERGIEMETHODE	31
5.2.2	LOKALE ENERGIEMETHODEN	32
5.2.2.1	RISSCHLIESSUNGSSINTEGRAL	32
5.2.2.2	MODIFIZIERTES RISSCHLIESSUNGSSINTEGRAL	36
6.	OPTISCHE VERFAHREN DER EXPERIMENTELLEN SPANNUNGSANALYSE	37
6.1	EBENE SPANNUNGSOPTIK	37
6.1.1	PRINZIP DER SPANNUNGSOPTIK	38
6.1.2	SPANNUNGSOPTIK IN DER BRUCHMECHANIK	42
6.2	SCHATTENOPTISCHES KAUSTIKENVERFAHREN	46
6.2.1	PHYSIKALISCHES PRINZIP	46
6.2.2	VERFAHREN ZUR ELEKTRO-OPTISCHEN ERFASSUNG DES SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTORS	52
6.2.2.1	SCHATTENOPTISCHER AUFBAU	52
6.2.2.2	STANDARDPROBE DER BRUCHMECHANIK	55
6.2.2.3	STEUERUNG UND VERSUCHSDURCHFÜHRUNG	57
6.2.2.4	MODIFIZIERTE STANDARDPROBE	61

7. EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUM VERSAGENSVERHALTEN VON MEHRKOMPONENTENMODELLEN	64
7.1 MODELLHERSTELLUNG UND VERARBEITUNGSPROZEDUR	66
7.2 MODELLBELASTUNG UND APPARATIVER AUFBAU	67
7.3 MODELLMATERIALIEN UND DEREN TEMPERATUR- VERHALTEN	69
7.3.1 APPARATIVE ENTWICKLUNGEN	70
7.3.2 TEMPERATURVERHALTEN SPEZIFISCHER WERKSTOFF- KENNWERTE SPANNUNGSOPTISCHER MATERIALIEN	75
7.3.3 SPRÖDBRUCHEIGENSCHAFTEN DES EPOXIDHARZES ARALDIT F	80
7.4 UNGERISSENE VERBUNDSTRUKTUR	83
7.4.1 EIGENSPANNUNGSZUSTAND IN EBENEN VERBUNDMODELLEN	83
7.4.2 SPANNUNGSVERTEILUNGEN ENTLANG RADIALER SCHNITTE	91
7.4.2.1 REGULÄRE STRUKTUR MIT SIEBEN FASERN; TYP A	93
7.4.2.2 STRUKTUR MIT FEHLENDER MITTELFASER; TYP B	96
7.4.2.3 STRUKTUR MIT KLEINER MITTELFASER; TYP C	99
7.4.2.4 STRUKTUR MIT ZENTRISCHER BOHRUNG; TYP D	100
7.5 VERSAGEN EBENER VERBUNDMODELLE MIT STRUKTURFEHLERN	101
7.5.1 VERSAGENSVERHALTEN UND SPANNUNGS- OPTISCHE UNTERSUCHUNGEN	101

8.2.3	EBENE MODELLBETRACHTUNGEN	137
8.2.3.1	FUNKTIONSWERTVERDICHTUNG UND ISOLINIENDARSTELLUNG	137
8.2.3.2	EBENE SPANNUNGSVERTEILUNG	137
8.2.3.3	VERZERRUNGSENERGIEDICHTEVERTEILUNG	140
8.3	LOKALE MODELLSTUDIEN	143
8.3.1	SPANNUNGSVERTEILUNG ENTLANG RADIALER SCHNITTE	145
8.3.1.1	UNGERISSENE VERBUNDSTRUKTUR	145
8.3.1.2	GERISSENE VERBUNDSTRUKTUR	147
8.3.2	BERECHNUNG BRUCHMECHANISCHER KENNWERTE	155
8.3.2.1	EIGENSPANNUNGSMATRIXRISS	155
8.3.2.2	RISSAUSBILDUNG ENTLANG DER FASER/MATRIX-GRENZFLÄCHE	157
8.3.2.3	ABSCHÄTZUNG DER RISSFOLGE	160
8.3.3	EINFLUSS DES ELEMENTTYPUS UND DER RISSGEOMETRIE AUF BRUCHMECHANISCHE KENNWERTE	160
8.3.4	MODELLUNTERSUCHUNGEN FÜR EINE STRUKTUR MIT ZWEI MATRIXRISSEN	163
9.	UNTERSUCHUNGEN ZUR RISSINITIIERUNG	168
9.1	SPANNUNGSZUSTAND ENTLANG DER FASER/MATRIX-GRENZFLÄCHE	169
9.2	SPEZIFISCHE VERZERRUNGSENERGIE IN DER UMGEBUNG EINES EINSCHLUSSES	171

10.	AUSBILDUNG VON KOMBINATIONEN AUS MATRIX/FASER-GRENZFLÄCHENRISSEN	174
10.1	FORMULIERUNG EINES GEEIGNETEN RISSFOLGEKRITERIUMS	174
10.2	PROGRAMMTECHNISCHE REALISIERUNG	176
10.3	RISSFOLGESIMULATION	178
10.3.1	SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND FEINER ELEMENTEINTEILUNG	182
10.3.2	SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND ZENTRISCHER FEHLFASER, TYP C	190
10.3.3	SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND ZENTRISCHER BOHRUNG, TYP D	195
10.4	GEGENÜBERSTELLUNG DER SIMULATIONSERGEBNISSE	199
10.4.1	RISSUFERVERSCHIEBUNGEN	199
10.4.2	ENERGIEFREISETZUNG ENTLANG GEKRÜMMTER RISS-KONFIGURATIONEN	202
10.4.3	SPANNUNGSDISTRIBUTIONEN ENTLANG GEKRÜMMTER MATRIXRISSE	204
10.5	EXPERIMENTELLE ABSCHÄTZUNG DER RISSFOLGE	206
11.	UNTERSUCHUNGEN ZUR MATRIXRISSAUSBILDUNG	210
11.1	RISSFORTSCHRITT INFOLGE THERMISCHER EIGENSPANNUNGSFELDER	210

11.2	EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DES SPANNUNGS- INTENSITÄTSFAKTORS FÜR EINEN GEKRÜMMTEN EIGENSPANNUNGSMATRIXRISS	211
11.2.1	MODELLHERSTELLUNGS- UND BELASTUNGSPROZEDUR	211
11.2.2	SPANNUNGSOPTISCHE MODELLUNTERSUCHUNGEN	215
11.2.3	SCHATTENOPTISCHE MODELLUNTERSUCHUNGEN	222
11.2.3.1	TRANSMISSIONSSCHATTENOPTIK	222
11.2.3.2	REFLEXIONSSCHATTENOPTIK	229
11.2.3.3	VERGLEICH DER NUMERISCH UND EXPERIMENTELL ERMITTELTN SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN	235
12.	ZUSAMMENFASSUNG	237
	LITERATURVERZEICHNIS	242

## 1. EINLEITUNG

Moderne Werkstoff- und Materialtechniken werden in den Industrieländern in zunehmendem Maße als wichtige Schlüsseltechnologien für zukünftige technisch-wirtschaftliche Entwicklungen angesehen. Diese Einschätzung basiert auf der Tatsache, daß Materialien als Konstruktions- und Funktionswerkstoffe für Maschinen, Geräte und Anlagen die materielle Basis der gesamten Technik darstellen. Die Weiterentwicklung technischer Produkte und die Schaffung neuer Technologie- und Industriebereiche erfordern damit auch eine ständige Fort- und Neuentwicklung von Werkstoffen unter Berücksichtigung der gestiegenen Ansprüche an Zuverlässigkeit, Sicherheit, Wettbewerbsfähigkeit und nicht zuletzt auch an Umweltschutzerfordernisse. Die grundlagenorientierten Aktivitäten der Materialforschung werden dabei stets durch anwendungsorientierte ingenieurmäßige Initiativen ergänzt. Als wesentlicher Forschungs- und Entwicklungsschwerpunkt soll hier der Bereich "New Materials" genannt werden, der sich in die Gebiete

High performance ceramics (Hochleistungskeramik),

Synthetic membranes for new separation technology (Membran-technologie),

High performance plastics (Hochleistungspolymerwerkstoffe),

Advanced alloys with controlled crystalline structures (Legierungen mit besonderen Mikrostrukturen) und

Advanced composite materials (Hochleistungsverbundwerkstoffe)

aufteilen läßt /1/.

Auf den letztgenannten Bereich der faserverstärkten Mehrphasenwerkstoffe bzw. der Faserverbundwerkstoffe soll in der vorliegenden Arbeit schwerpunktmäßig eingegangen werden.

## **2. MEHRKOMPONENTENWERKSTOFFE**

Seit der sprunghaften Nachfrage nach Hochleistungswerkstoffen besonders aus den Bereichen der Luft- und Raumfahrt, des Leichtbaus, der Verkehrstechnik, der Energietechnik, der Antriebstechnik und der Elektronik ist zu erwarten, daß in vielen Sparten der Technik die Werkstoffanforderungen zukünftig nicht mehr allein durch die bekannten und gebräuchlichen bzw. allgemein anerkannten Konstruktionswerkstoffe erfüllt werden können /2/. In diesem Zusammenhang wird die Verstärkung von Werkstoffen mit faserartigen Verstärkungsmaterialien schon seit geraumer Zeit als eine der Möglichkeiten zur Verbesserung und gezielten Beeinflussung der technischen Gebrauchseigenschaften erfolgreich angewandt.

### **2.1 TECHNISCHE RELEVANZ VERSTÄRKTER MEHRPHASENMATERIALIEN**

Unter Verbundwerkstoffen versteht man die aus einer Matrix und aus eingelagerten Verstärkungsfasern bzw. -füllstoffen aufgebauten Materialien. Die Verstärkungsbestandteile können anorganischer oder organischer Natur sein und umfassen heute: Kurz-, Lang- und Endlosfasern aus Glas, Kohlenstoff und Aramid. Die in der Regel aus mehreren Phasen mit häufig extrem unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften zusammengesetzten Verbundwerkstoffe erhalten durch ihre individuelle Kombination ein völlig neues spezifisches Eigenschaftsprofil, das unter besonderen Voraussetzungen erheblich von dem der Einzelkomponenten abweichen kann.

### **2.2 BEANSPRUCHUNG UND SCHÄDIGUNG**

Durch das Einbetten einer üblicherweise hochfesten, steifen Verstärkungskomponente in das Matrixmaterial werden wesentliche mechanische und technische Gebrauchseigenschaften, beispielsweise der Elastizitätsmodul, die Festigkeit sowie die thermischen Eigenschaften über das Niveau des Basismaterials angehoben. Die Verbesserung der Werkstoffeigenschaften und die damit verbundene Verstärkungswirkung wird bei den unidirektional angeordneten Endlosfasern speziell bei Belastung in Faserrichtung besonders deutlich. Im Zusammenhang mit einer Eigenschaftsverbesserung ist zu berücksichtigen, daß diese zwangsläufig eine Fülle von Problemen in sich birgt und dementsprechend eine schwierige Materialhandhabung zur Folge hat, da die Sensibilität der neuen Struktur gegenüber Be-

schädigungen zunimmt. Die wesentliche Aufgabe bei der Entwicklung neuer Werkstoffe liegt daher im Studium der Bauteilbelastungen und der Definition zulässiger Beanspruchungen. Aufgrund der Vielfalt der möglichen Belastungsarten und der daraus resultierenden Schädigungsmechanismen kann jeweils nur ein Teilbereich der denkbaren Belastungsspezialfälle umfassend analysiert werden. Innerhalb der Palette bekannter Schadensursachen nimmt das Problem des Bauteilversagens infolge thermischer Spannungen einen nicht unerheblichen Platz ein.

### **3. MODELLBILDUNG UND PROBLEMSTELLUNG**

#### **3.1 PROBLEMATIK DER THERMISCHEN EIGENSPANNUNGEN**

Eigenspannungen sind auf die verschiedensten Entstehungsursachen zurückzuführen, z.B. mechanische Verformungen durch Richten, Rekken, Ziehen usw., Oberflächenbearbeitung, wie Schleifen, Strahlen, Fräsen oder thermische Vorgänge, wie Schweißen, Härteln, allgemeine Wärmebehandlungen bzw. Herstellungsprozesse selbst /3/. Der Kontraktionsprozess im Betonbau während des Abbindevorgangs in stahlarmierten Betonbauelementen kann ebenfalls die Ursache für Eigenspannungen sein. Im Bereich der Mehrkomponentenstrukturen ist besonders der fertigungsbedingte Abkühlprozess bei der Herstellung von Verbundmaterialien verantwortlich zu machen für den Aufbau innerer Verspannungen. Die gleiche Bedeutung kommt den erheblichen Temperaturbelastungen im Betriebsfall insbesondere im Bereich der Nuklear- bzw. der Luft- und Raumfahrttechnologie zu.

Die Behandlung des Versagensverhaltens idealisierter modellhaft nachgebildeter thermisch belasteter Mehrphasenverbundstrukturen auf der Grundlage kontinuumsmechanischer Betrachtungen ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Die Lösungsmethoden der Bruchmechanik stehen hierbei als Hilfsmittel zur Untersuchung von Rißproblemen zur Verfügung und können insbesondere bei Vorliegen von homogenen, isotropen und linear-elastischen Materialien herangezogen werden /4/. In diesem Zusammenhang wird besonders auf die wechselseitige Beeinflussung von Kombinationen aus gekrümmten Matrix- und Matrix/Faser-Grenzflächenrissen unter reiner Eigenspannungsbelastung eingegangen. Neben der numerischen Behandlung mit Hilfe der Finite Element Methode werden experimentelle Untersuchungen ange stellt, wobei als optische Methoden der Spannungsanalyse die Spannungs- und Schattenoptik zu Hilfe genommen werden. Es wird weiter versucht, die zwei wichtigsten Phasen des Bruchvorgangs, die Rißinitiierung und die Vergrößerung eines Risses am Beispiel von Eigenspannungsrißproblemen zu beschreiben.

### **3.2 THERMISCH BELASTETE VERBUNDSTRUKTUR**

Bei der bruchmechanischen Untersuchung von Verbundstrukturen können grundsätzlich zwei unterschiedliche Betrachtungsweisen ange stellt werden /5/:

- o zum einen kann ein Verbundwerkstoff makroskopisch gesehen als homogenes, anisotropes Medium beschrieben werden, so daß Aussagen in Hinblick auf bruchmechanische Analysen bezüglich des gesamten Kontinuums gemacht werden können;
- o zum anderen läßt sich die Betrachtung auf Mikrostruktu ren anwenden, wobei dann die Werkstoffeigenschaften als diskontinuierlich inhomogen und phasenweise isotrop anzuse hen sind /6/.

Der letztgenannte Weg einer Modellierung bietet die Möglichkeit, einen realen Verbundkörper auf eine Basis zu reduzieren, auf der die einzelnen Komponenten idealisiert nachgebildet werden können. Zum grundlegenden Studium des Einflusses elastischer Materialeigenschaften und überlagerter geometrischer Besonderheiten lassen sich Zweikomponentenkörper in Form sogenannter Einheitszellen modellieren, wobei dann auch mehrere dieser Grundtypen zusammengefaßt und hinsichtlich ihres Versagensverhaltens untersucht werden können /7/. Das Bruchverhalten eigengespannter Verbundkörper wurde in jüngerer Zeit in mehreren Arbeiten behandelt /8-14/. In diesem Zusammenhang wurden bruchmechanische Kennwerte entlang fiktiver gerader Matrixrisse zwischen zwei Einlagerungen sowie gerader Grenzflächenrisse bzw. gekrümmter Risse in Mehrschichtenverbunden vorwiegend numerisch mittels der FE-Methode untersucht. In weiteren Untersuchungen wurde das quasistatische Risswachstum gekrümm ter Wärmespannungsrisse in der Diskontinuitätsfläche von eigenge spannten Faserverbundwerkstoffmodellen numerisch behandelt und mit analytischen Ergebnissen verglichen /15-18/.

### **3.2.1 GEOMETRIE UND ERSATZMODELL**

In der vorliegenden Arbeit werden Untersuchungen an thermisch belasteten Faserverbundwerkstoffmodellen vorgestellt, die einen Ausschnitt aus einem realen Verbund darstellen. Experimentell beobachtete Eigenspannungsrißkonfigurationen werden numerisch und versuchstechnisch nachgebildet und bruchmechanisch untersucht.

Das Modell eines Faserverbundwerkstoffes läßt sich als Zusammen schlüß unidirektional angeordneter zylindrischer Fasern in einer hexagonalen Matrixpackung modellieren. Ein solches idealisiertes Modell mit einem angedeuteten Matrixriß ist in Abbildung 3.1 schematisch wiedergegeben.

Es stellt ein dreidimensionales Kontinuum dar, das bei einer angestrebten exakten elastizitätstheoretischen Behandlung der auftretenden Rißprobleme mit Hilfe analytischer Lösungsansätze zu einer nahezu unüberwindlichen Komplexität der zugehörigen gemischten Randwertprobleme führen würde.

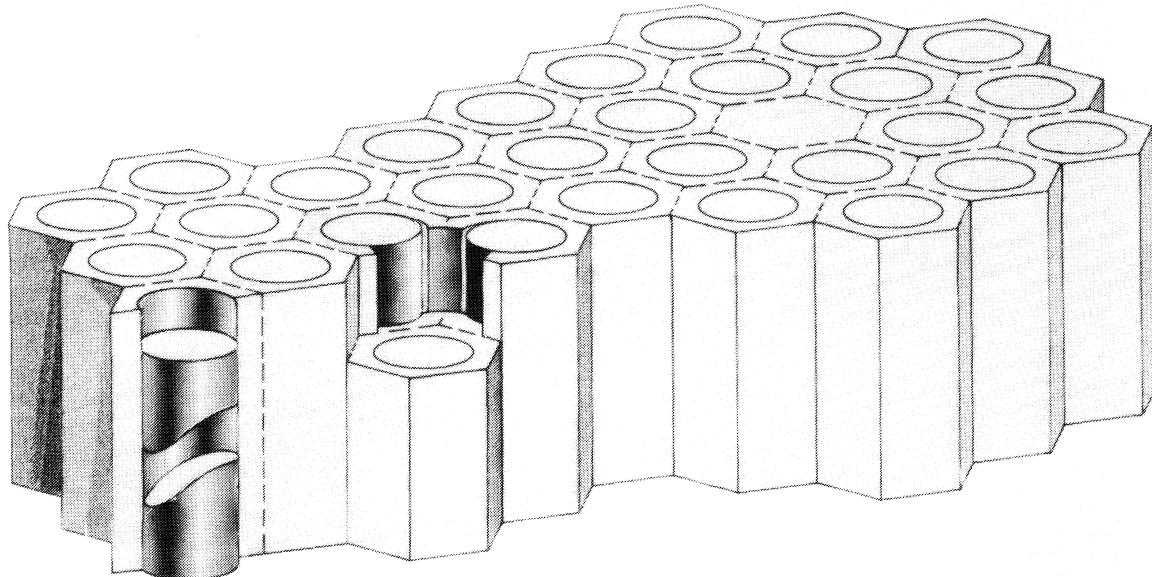


Abb. 3.1: Modell eines faserverstärkten Verbundwerkstoffes mit Matrixriß und Fehlstelle

Trotz der Existenz immer leistungsfähigerer elektronischer Rechnersysteme ist das Nachempfinden derartiger Strukturen und die geeignete Nachbildung von komplizierten Rißformen und -verzweigungen derzeit noch nicht möglich. Um die hier vorgestellten Untersuchungen in einem realistischen Umfang zu halten, beschränken sich die folgenden Betrachtungen im wesentlichen auf eine ebene scheibenförmige Modellgeometrie, so daß auch die bekannten experimentellen Methoden der ebenen Spannungsanalyse wie Spannungs- und Schattenoptik Anwendung finden können. Die Geometrie des für experimentelle Studien und numerische Simulationen verwendeten reduzierten ebenen Ersatzmodells ist in Abbildung 3.2 angegeben.

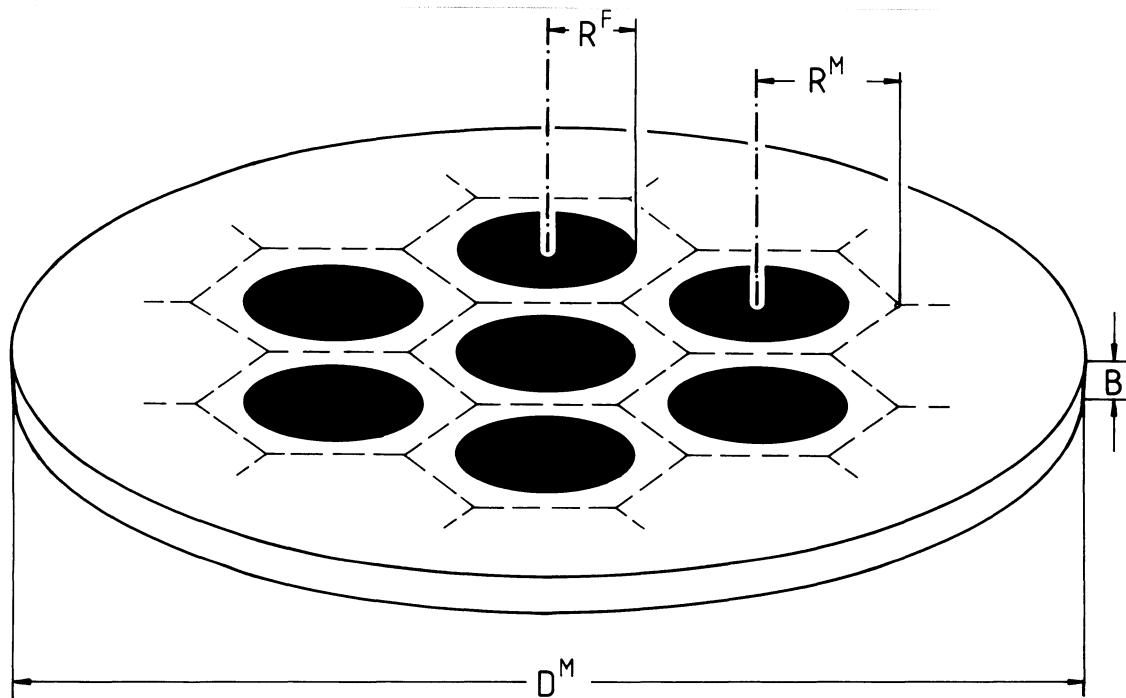


Abb. 3.2: Ebenes Verbundmodell

Wie in Abbildung 3.1 schematisch angedeutet, treten in jedem realen faserverstärkten Verbundwerkstoff Strukturfehler auf, die ihrerseits makroskopisch als Inhomogenitäten und Mikrokeimzellen für Spannungskonzentrationen bzw. -umlagerungen anzusehen sind. Durch statistisch verteilte Fasern mit unterschiedlichen Durchmessern und nichtkreisförmigen Faserquerschnitten oder im Falle gebrochener Fasern, die schon während des Herstellungsprozesses oder unter Lasteinwirkung getrennt wurden, sind eine Vielzahl von Geometrieeinflussungen denkbar, die in ihrer Vielfalt mikromecha-

nisch nicht mehr behandelbar sind. Aus diesem Grunde wurde in der vorliegenden Untersuchung eine Auswahl repräsentativer Geometrievariationen vorgenommen und in Form von Strukturfehlerparametern beschrieben.

### **3.2.2 STRUKTUREN UND ZUGEHÖRIGE DEFINITIONEN**

Die Packungsdichte der eingebetteten Fasern im Matrixwerkstoff wird beschrieben durch die Angabe einer Faser/Matrix-Volumenrelation, die für den Fall unidirektionaler Faserorientierung und ebener Modellbetrachtungen auch als Faser/Matrix-Flächenverhältnis angegeben werden kann.

- Faser/Matrix-Volumen- bzw. Flächenrelation

$$Q^F = V^F / V^M \quad \text{bzw.} \quad Q^F = A^F / A^M \quad (3.2-1)$$

Für die im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit betrachteten Modelluntersuchungen wird dieser Parameter konstant zu  $Q^F = 0,5$  gewählt, wobei selbstverständlich die gemachten Voraussetzungen und Einschränkungen auch auf andere Faser/Matrix-Volumenverhältnisse zutreffend sind.

Die weitere Definition eines Strukturfehlerparameters gestattet die umfassende Beschreibung einer Abweichung von der idealen geometrisch regulären Anordnung durch das Verhältnis Fehlstruktur/Matrix- Volumen- bzw. Flächenverhältnis.

- Fehlfaser/Matrix-Volumen- bzw. Flächenrelation

$$Q^{FS} = V^{FS} / V^M \quad \text{bzw.} \quad Q^{FS} = A^{FS} / A^M \quad (3.2-2)$$

Zur Verdeutlichung dieser Parameter ist die Bandbreite der Kenngröße in Form einer Modellvariantennomenklatur nachfolgend angegeben.

$$-1 \leq Q^{FS} \leq 1 \quad (3.2-3)$$

Die Relation (3.2-3) stellt die Bandbreite der Fehlstellengeometrie bezogen auf die zugrundeliegende Matrixgeometrie dar. In der folgenden Abbildung 3.3 sind die auf dieser Vereinbarung aufgebauten und später teilweise numerisch und experimentell behandelten Modellvarianten dargestellt.

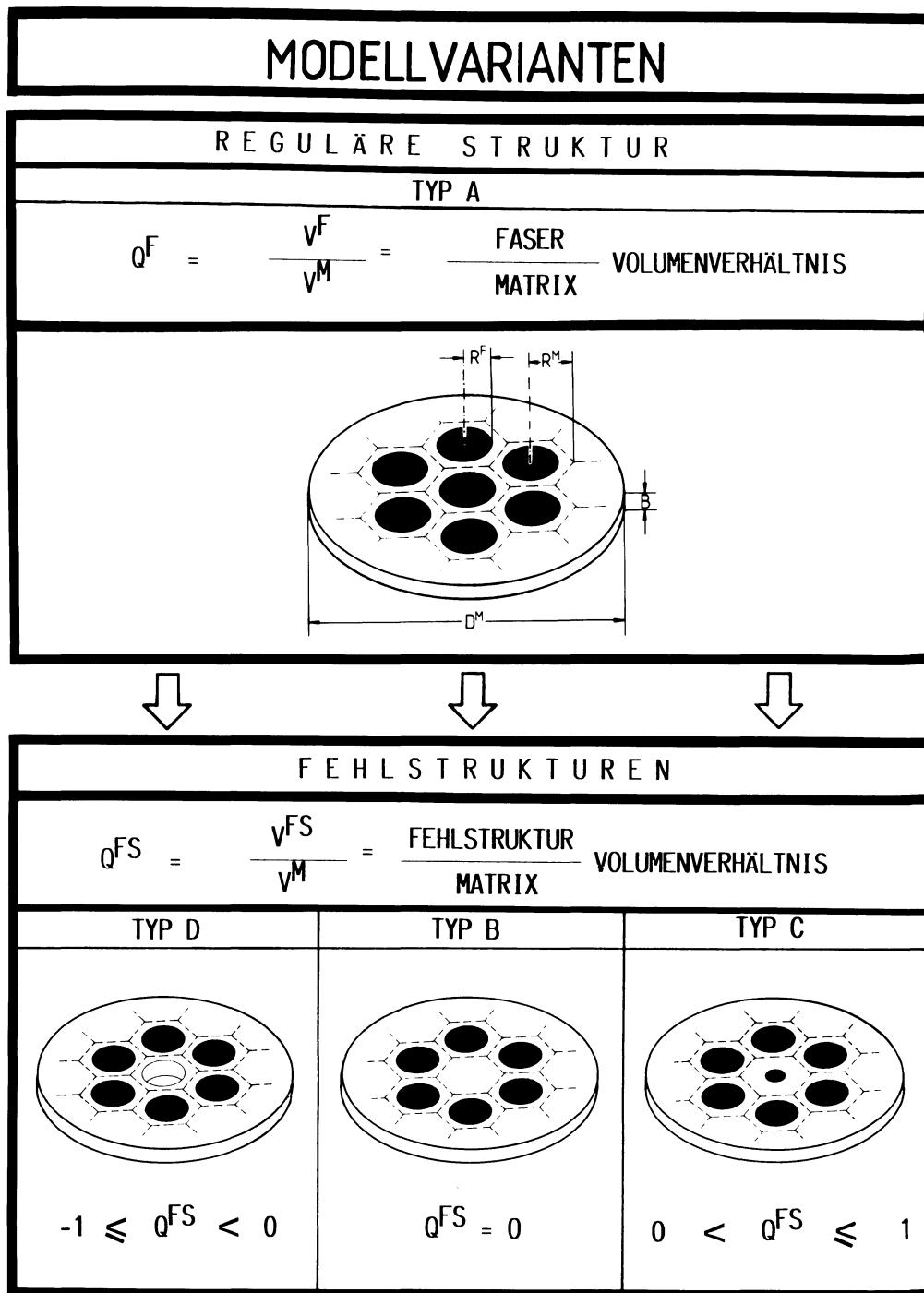


Abb. 3.3: Bandbreite der Modellgeometrievariationen

### **3.2.3 MODELLVERSAGEN UNTER THERMISCHER BELASTUNG**

Im Gegensatz zu der gewollten und im gewissen Umfang gesteuerten Mikrorißinitiierung bei keramischen Werkstoffen mit dem Ziel einer Erhöhung der Bruchzähigkeit sind Mikrorisse in Verbundmaterialien grundsätzlich als Bauteilschwächung anzusehen. Risse in unterschiedlichster Form werden bei vielen Verbundkörpern schon unmittelbar nach deren Herstellung beobachtet. Als wesentliche Ursache für das Auftreten dieser Schädigungsmerkmale sind die in der Regel extrem unterschiedlichen thermomechanischen Werkstoffkenngrößen und dabei insbesondere die thermischen Ausdehnungskoeffizienten der kombinierten Materialien, speziell bei Verbundwerkstoffen mit Keramikmatrix, zu sehen. In ähnlicher Weise zeigen Metalle und besonders Kunststoffe bei tiefen Temperaturen wachsende Sprödbruch-eigenschaften. Verbundkörper mit Matrixmaterialien auf der Basis von Epoxidharzen werden mit Glas- bzw. Kohlenstofffasern durchsetzt und härten entsprechend den angestrebten Eigenschaften etwa zwischen 20°C und 180°C aus. Bei der Herstellung und im Betriebsfall werden Faserverbundmaterialien häufig extremen stationären und instationären Temperaturlasten ausgesetzt. Das systematische Studium des Bauteilversagens infolge von Strukturfehlern unter der Einwirkung quasistatischer Temperaturfelder ist als Voraussetzung für einen sicheren Einsatz und eine optimale Dimensionierung moderner Konstruktionen aus Mehrphasenmaterialien anzusehen, zumal in fast allen Bereichen der innovativen Technologien vermehrt die bekannten Werkstoffe durch Kunststoffe auf der Basis faserverstärkter Kunststoffverbundmaterialien ersetzt werden.

In der vorliegenden Arbeit werden die wechselseitigen Mechanismen des Eigenspannungsversagens speziell unter negativer Temperaturänderung (Abkühlung) am Beispiel ebener Verbundmodelle experimentell und numerisch untersucht. Als Matrixersatzmaterial kommen hierbei unterschiedliche optisch aktive Modellwerkstoffe zur Anwendung. Die idealisierten Fasern werden durch Stahl- bzw. Glasscheiben oder Keramikmaterialien simuliert. Für eine spannungsoptische Behandlung dieser Problematik wurde für das Epoxidharz ARALDIT F eine geeignete Verarbeitungs- und Belastungsprozedur entwickelt, die der nachgebildeten Matrix extreme Sprödbruch-eigenschaften verleiht. Hierauf wird nachfolgend noch näher eingegan-

gen. Bei der Abkühlung eines derartig modellierten Faser(Stahl)-Matrix(Epoxidharz)-Modells von der spannungsfreien Ausgangstemperatur  $T_0$  auf die Versagenstemperatur  $T_1$  bauen sich infolge der unterschiedlichen thermomechanischen Eigenschaften der verwendeten Modellmaterialien Eigenspannungen auf, die für Modelle mit Strukturfehlern zu reproduzierbaren Eigenspannungsrißentwicklungen im Matrixmaterial führen.

Nachstehend sind für die zuvor definierten Modellvarianten B typische experimentell gewonnene Eigenspannungsrißkonfigurationen dargestellt. Die Abbildungen 3.4 und 3.5 zeigen Kombinationen gekrümmter Matrix- und Faser/Matrix-Grenzflächenrisse in ebenen thermisch belasteten Verbundmodellen.

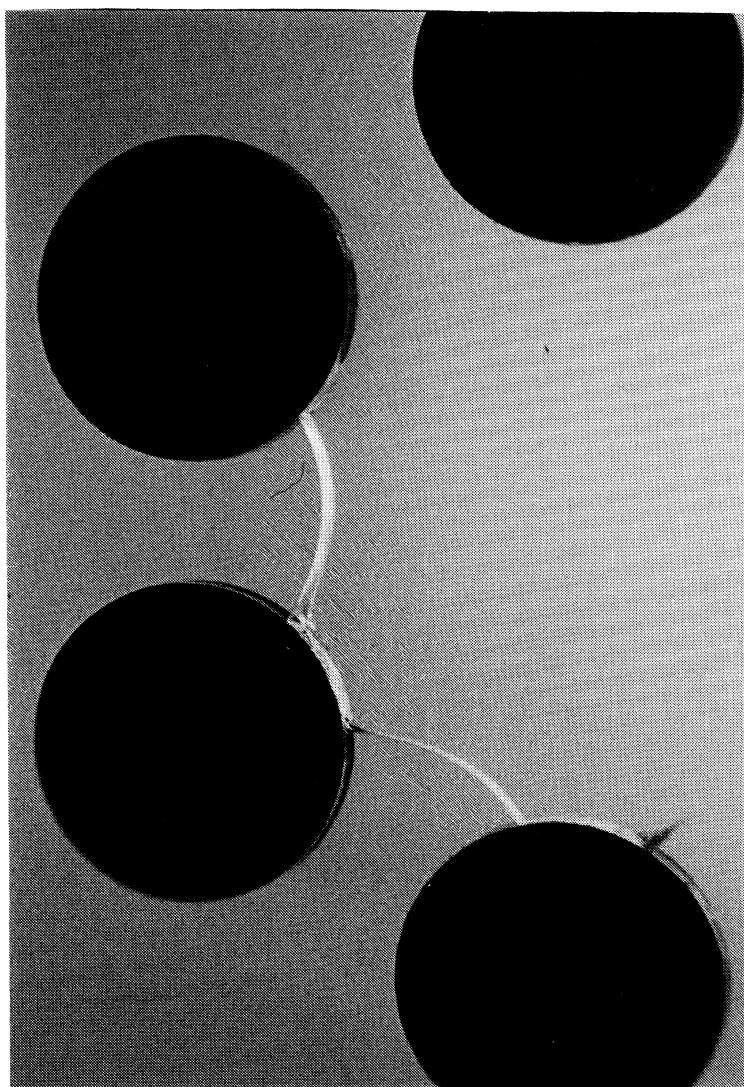


Abb. 3.4: Modell eines faserverstärkten Verbundwerkstoffes mit Eigenspannungsrißkonfigurationen; Modell B

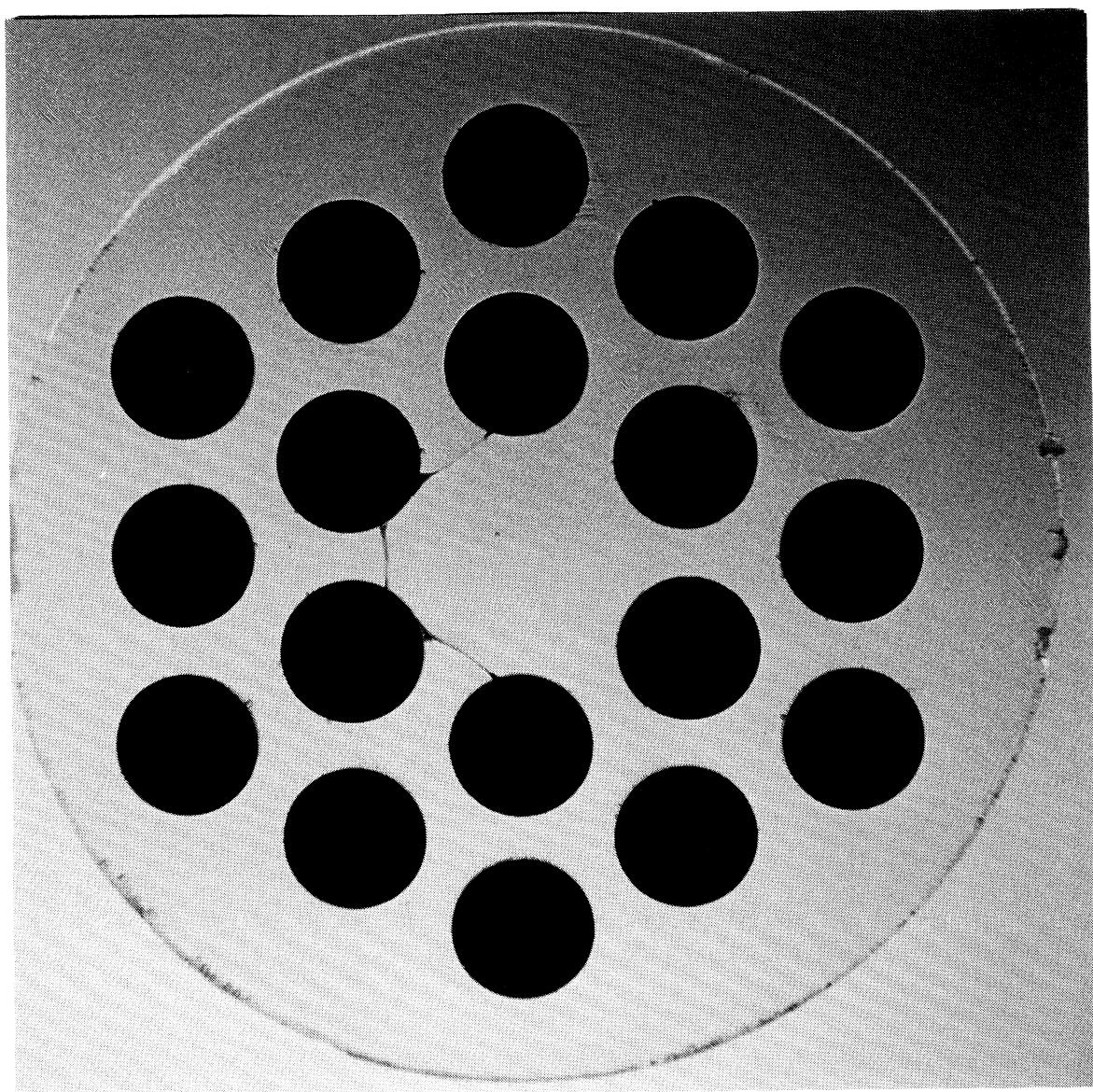


Abb. 3.5: Modell eines faserverstärkten Verbundwerkstoffes mit Eigenspannungsrißkonfigurationen; Modell B mit 18 Fasern

### 3.3 FORMULIERUNG DES ZUGEHÖRIGEN RANDWERTPROBLEMS

Zur Behandlung der vorgestellten Problematik mit den Mitteln der Thermoelastizitätstheorie /19,20/ sollen hier zunächst die grundlegenden Ansätze formuliert werden. Das betrachtete Verbundsystem setzt sich im einfachsten Fall aus zwei (oder mehreren) Materialien zusammen, die längs kreisförmiger (oder beliebiger) Diskontinuitätsflächen unter der Voraussetzung idealen Kontaktes miteinander verbunden sind. Die Abbildung 3.6 zeigt die idealisierte Geometrie mit den eingeführten Konventionen.

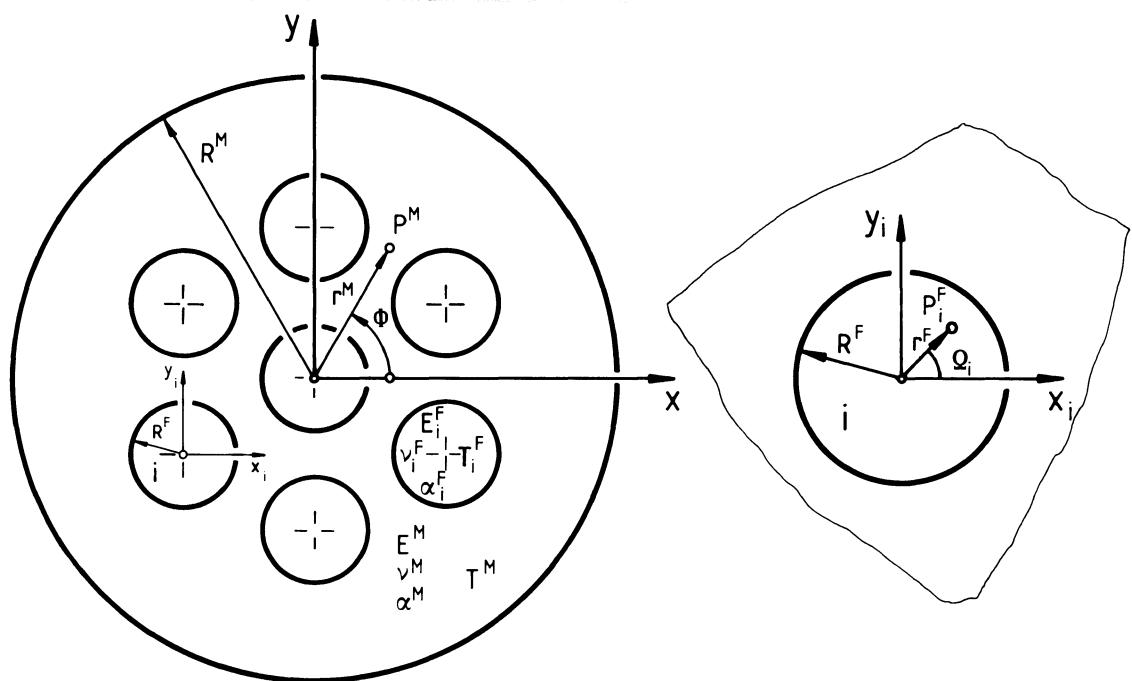


Abb. 3.6: Querschnitt des betrachteten inhomogenen isotropen Kontinuums und eingeführte Koordinatensysteme

Ausgehend von den kontinuumsmechanischen Grundgleichungen

$$\sigma_{ij} = 2 \mu \{ \epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \} \quad (3.3-1)$$

$$\sigma_{ij,i} = 0 \quad (3.3-2)$$

$$\epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} \epsilon_{km,jn} = -\alpha \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} T_{jn} \delta_{km} \quad (3.3-3)$$

sowie der Beschränkung aller Betrachtungen auf den ebenen Spannungszustand ist im Falle einer eigengespannten ungerissenen Verbundstruktur das nachstehende Randwertproblem der ebenen Thermoelastizitätstheorie zu lösen.

$$\sigma_{rr}^M(R^M, \Phi) = \sigma_{r\Phi}^M(R^M, \Phi) = 0 \quad ; \quad (|\Phi| \leq \pi) \quad (3.3-4)$$

$$[\sigma_{rr}(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = [\sigma_{r\Omega}(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = 0 \quad ; \quad (|\Omega| \leq \pi) \quad (3.3-5)$$

$$[u_r(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = [u_\Omega(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = 0 \quad ; \quad (|\Omega| \leq \pi) \quad (3.3-6)$$

Dabei sind die Sprungrelationen an den Faser/Matrix-Grenzflächen  $S_{FMi}$  in der nachfolgenden Weise definiert

$$[\sigma_{r\Omega}(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = \sigma_{r\Omega}^F(R^F, \Omega) - \sigma_{r\Omega}^M(R^F, \Omega) \quad ; \quad (|\Omega| \leq \pi) \quad (3.3-7)$$

( i=1,2,3....7 )

Infolge der Abkühlung der Verbundstruktur von einer spannungsfreien Ausgangstemperatur  $T_0$  auf eine Belastungstemperatur  $T_1 < T_0$  werden aufgrund der unterschiedlichen thermoelastischen Materialkonstanten Eigenspannungen im Material aufgebaut. Sehr anschaulich lässt sich das resultierende Spannungsfeld mittels geeigneter Methoden der Spannungsoptik bestimmen und als sogenanntes Hauptspannungstrajektorienfeld angeben, wobei die zwei orthogonalen Scharen von Hauptspannungstrajektorien der nachstehenden gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung (3.3-8) genügen.

$$2 \tau_{xy} dy + \{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \pm \sqrt{(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2 + 4\tau_{xy}^2}\} dx = 0 \quad (3.3-8)$$

Zur Beschreibung des zugehörigen Randwertproblems bei Vorliegen eines in Abbildung 3.7 angegebenen gekrümmten MatrixeigenspannungsrisSES sind die Beziehungen (3.3-4) durch die zugehörigen Randbedingungen für die zusätzlichen freien Oberflächen zu ergänzen.

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \quad ; \quad (i,j = x,y) \quad (3.3-9)$$

Hierbei ist  $n_j$  als Normaleneinheitsvektor in einem mitgeführten lokalen Koordinatensystem entlang eines gekrümmten Eigenspannungsrißes auf den Rißufern  $S^+$  und  $S^-$  zu verstehen. Bei Annahme der Bildung von Grenzfächenrissen entlang der Faser-Matrixgrenzflächen wird das zugehörige Randwertproblem durch die nachstehenden Relationen (3.3-10) bis (3.3-12) beschrieben.

$$\sigma_{rr}^j(R^F, \Omega) = \sigma_{r\Omega}^j(R^F, \Omega) = 0 ; (j=F, M) ; (\Omega_E < \Omega < \Omega_A) \quad (3.3-10)$$

$$[\sigma_{rr}(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = [\sigma_{r\Omega}(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = 0 ; (\Omega_A < \Omega \leq \Omega_E) \quad (3.3-11)$$

$$[u_r(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = [u_\Omega(r^F, \Omega)]_{r_i^F = R^F} = 0 ; (\Omega_A < \Omega \leq \Omega_E) \quad (3.3-12)$$

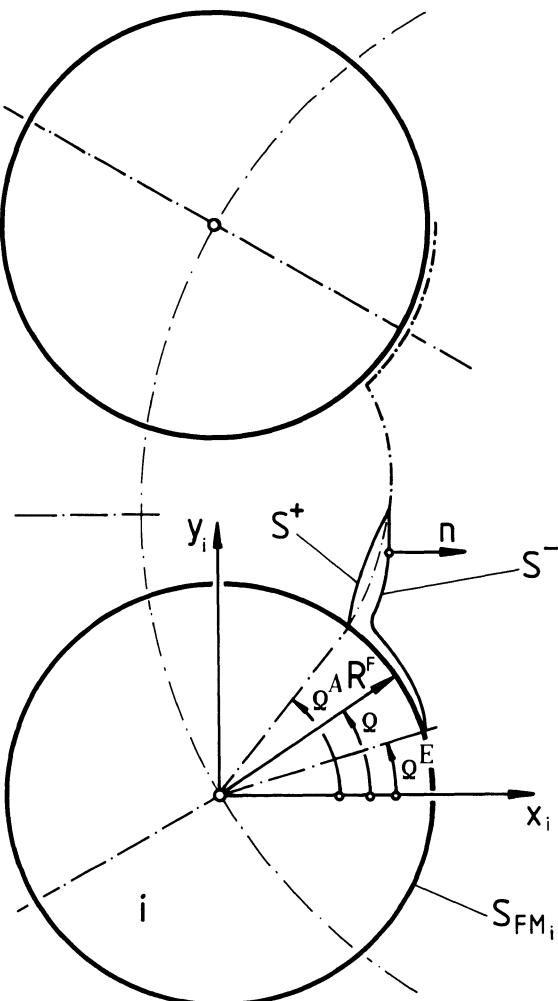


Abb. 3.7: Elastisches inhomogenes Kontinuum mit Eigenspannungsrißsystem

Eine exakte analytische Beschreibung des gesamten Spannungs- und Verschiebungszustandes für eine Geometrie der vorliegenden Art ist, insbesondere im Falle einer gerissenen Struktur mit einer oder auch mehreren Kombinationen aus beliebig gekrümmten Matrix- und Grenzflächenrissen, in Form einer geschlossenen mathematischen Lösung des vorgestellten Randwertproblems nicht möglich. Letzteres kann aber, wie später noch gezeigt wird, mit den Methoden der ebenen Spannungsoptik bzw. modernen numerischen Methoden der Kontinuumsmechanik gelöst werden /21-23/.

#### 4. LINEAR- ELASTISCHE BRUCHMECHANIK

Da heute im Gegensatz zur Betrachtungsweise der klassischen Festigkeitslehre davon ausgegangen wird, daß in metallischen aber auch in nichtmetallischen Bauteilen mit der Existenz von Rissen gerechnet werden muß, die als gemeinsames Schädigungsmerkmal eine verformungslose Bruchausbildung (Sprödbruch) aufweisen, nimmt die Bruchmechanik einen zunehmenden Stellenwert in der Festkörpermechanik ein. Zu den Grundlagen der Bruchmechanik kann an dieser Stelle auf ein umfangreiches Schrifttum verwiesen werden /24,25,4,30,33/. Unter einem Sprödbruch versteht man üblicherweise eine Rißausbildung, die keine oder nur geringe plastische Verformungsanteile erkennen läßt. Die wichtigsten Ursachen für diese Form des Versagens können mehrachsige Spannungszustände, hohe Beanspruchungsgeschwindigkeiten und tiefe Temperaturen sein /25/. Die Basis für eine kontinuumsmechanische Behandlung spröde brechender Körper bildet das Gleichgewichts- und Ausbreitungsverhalten von Rissen unter der Voraussetzung linear-elastischen Materialverhaltens, so daß in einigen Spezialfällen die näherungsweise mathematische Beschreibung des Bruchablaufs formuliert werden kann. Diese Art der Behandlung wurde erstmals 1921 von A. A. GRIFFITH /28,29/ durch die Gegenüberstellung der bei einer Rißausbreitung freiwerdenden elastischen Energie und der zugehörigen Oberflächenenergie der neugebildeten Rißoberflächen angestellt und als sogenanntes Griffithsches Sprödbruchkriterium für ideal spröde Körper formuliert.

##### 4.1 SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN

Der Spannungsintensitätsfaktor stellt einen fundamentalen bruchmechanischen Kennwert dar. Er läßt sich anschaulich am Beispiel eines Griffith-Risses in einer unendlichen Scheibe im Zugspannungsfeld darstellen. Der Werkstoff der Scheibe wird als ideal spröde, homogen und isotrop angesehen, so daß die Bedingungen der linearen Elastizität erfüllt sind.

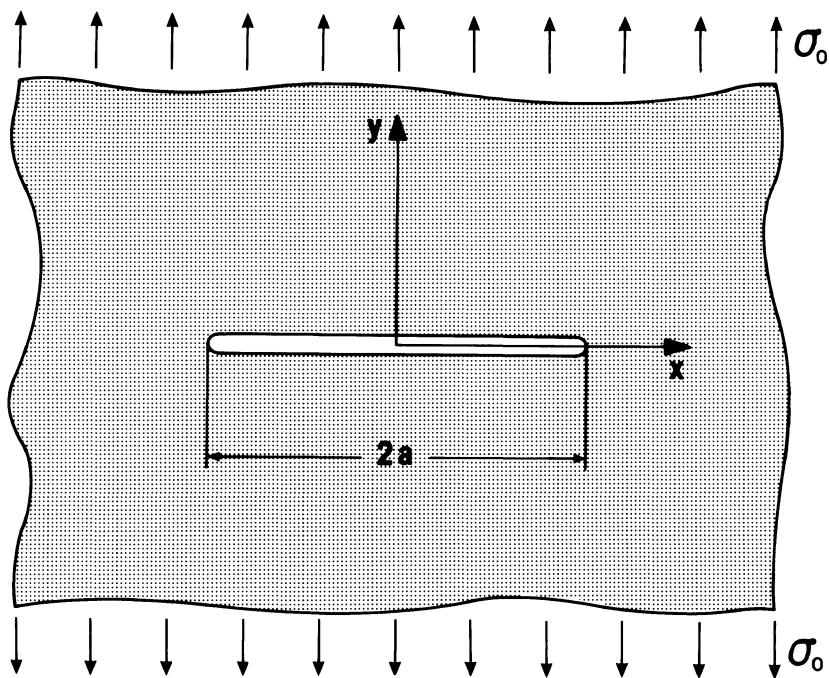


Abb. 4.1: Griffith-Riß in der unendlichen Scheibe

Hierbei ergeben sich unter Verwendung komplexer Spannungsfunktionen nach KOLOSOV und MUSKHELISHVILI /32/ längs der x-Achse die durch die Beziehungen (4.1-1a-e) gegebenen Spannungsverteilungen.

$$\sigma_{xx} = \begin{cases} -\sigma_0 & ; |x| < a \\ \sigma_0 \left( \frac{|x|/a}{\sqrt{(x/a)^2 - 1}} - 1 \right) & ; |x| > a \end{cases} \quad (4.1-1a)$$

$$\sigma_{yy} = \begin{cases} 0 & ; |x| < a \\ \sigma_0 \left( \frac{|x|/a}{\sqrt{(x/a)^2 - 1}} \right) & ; |x| > a \end{cases} \quad (4.1-1b)$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad ; \quad \forall x \quad (4.1-1c)$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad ; \quad \forall x \quad (4.1-1d)$$

In analoger Weise lassen sich unter Verwendung von Bipotentialkoordinaten an den beiden Rißspitzen mit Hilfe der Kolosovschen Formeln die Spannungskomponenten in der gesamten x-y-Ebene beschrei-

ben, die in Rißspitzenumgebung als Näherungsausdrücke formuliert werden können. Entsprechend der Abbildung 4.2 können damit in der unmittelbaren Umgebung der Rißspitze die Spannungverteilungen angegeben werden.

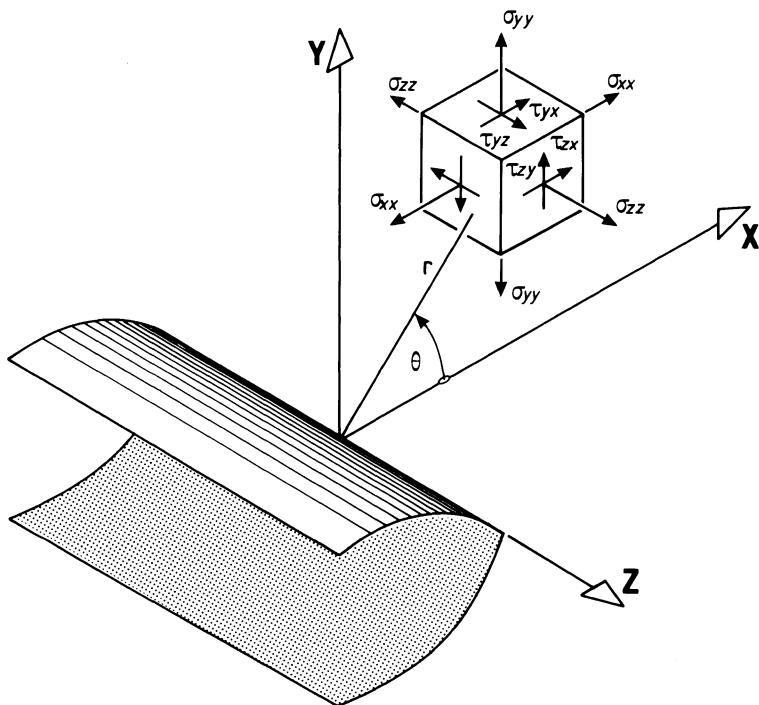


Abb. 4.2: Rißspitzenkoordinaten

Unter Benutzung der auf die Rißspitze bezogenen Polarkoordinaten  $r$  und  $\theta$  entsprechend Abbildung 4.2 ergeben sich Näherungsausdrücke für die Spannungskomponenten im Bereich  $0 \leq r \leq a$  nahe der Rißspitze. Im Falle großer Probendicken wird dabei i.a. ein ebener Verzerrungszustand (EVZ) vorherrschen, bei kleinerer Probendicke wird sich ein ebener Spannungszustand (ESZ) einstellen.

Für EDZ gilt :

$$\sigma_{xx} = \sigma_o \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos(-\theta) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin(-\theta) \frac{3}{2} \sin(-\theta) \right) - \sigma_o \quad (4.1-2a)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_o \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos(-\theta) \left( 1 + \frac{1}{2} \sin(-\theta) \frac{3}{2} \sin(-\theta) \right) \quad (4.1-2b)$$

$$\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (4.1-2c)$$

$$\tau_{xy} = \sigma_o \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos\left(\frac{1}{2}(-\theta)\right) \sin\left(\frac{1}{2}(-\theta)\right) \cos\left(\frac{3}{2}(-\theta)\right) \quad (4.1-2d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (4.1-2e)$$

bei Vorliegen von ESZ wird:

$$\sigma_{zz} = 0 \quad (4.1-2f)$$

Die Spannungsverläufe an der Rißspitze sind hierbei in unterschiedlicher Form vom Winkel  $\theta$  abhängig.

Typisch für alle in der linear-elastischen Bruchmechanik betrachteten Probleme sind die singulären Spannungszustände an der Rißspitze. Das singuläre Verhalten des Spannungsfeldes in der unmittelbaren Umgebung der Rißspitze wird beschrieben durch das alle elastischen Rißprobleme kennzeichnende Glied

$$1 / \sqrt{r}$$

Die "Stärke" oder "Intensität" dieser Spannungskonzentration hängt im allgemeinen nur von der Rißanordnung und von der Art der aufgebrachten Belastung ab. Der Betrag der Spannungskonzentration wird durch die von  $r$  und  $\theta$  unabhängige Größe

$$K = \sigma_o \sqrt{\pi a} \quad (4.1-3)$$

den sogenannten Spannungsintensitätsfaktor wiedergegeben. Irwin hat in diesem Zusammenhang die grundlegenden Arten des Deformationsverhaltens an Rißspitzen klassifiziert /27/. Die drei so definierten Rißöffnungsformen werden gewöhnlich mit Mode I, Mode II und Mode III gekennzeichnet.

Entsprechend den eingeführten Konventionen (Abbildung 4.3) lassen sich die sogenannten Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ ,  $K_{II}$  und  $K_{III}$  angeben.

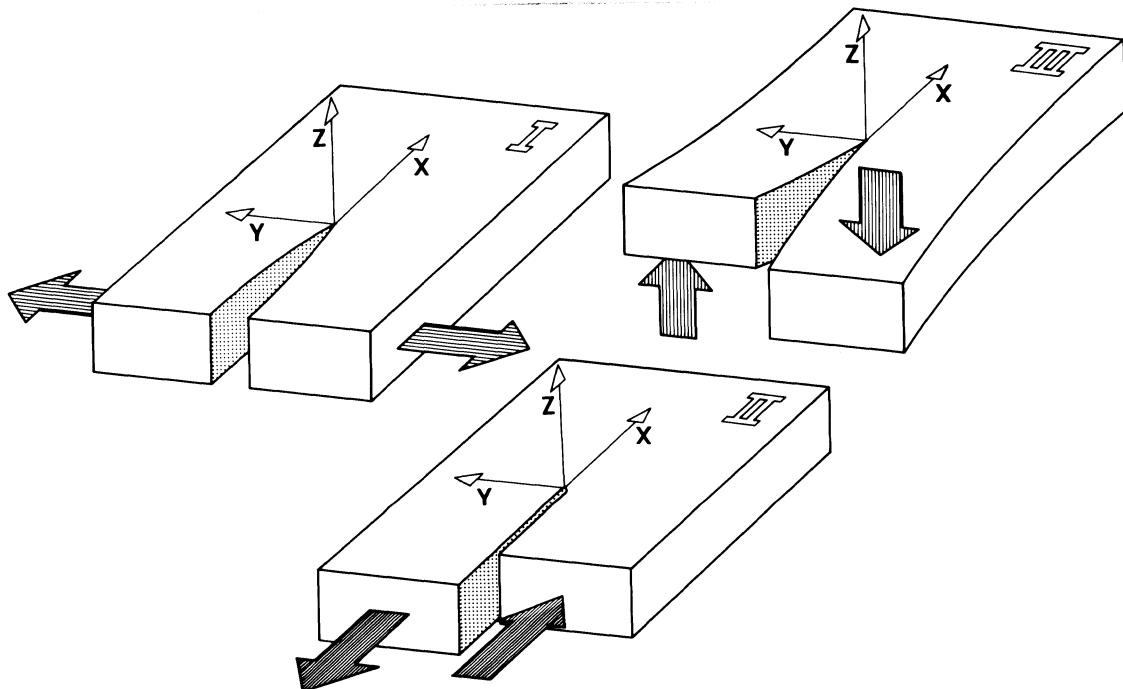


Abb. 4.3: Die grundlegenden Rißöffnungsarten

Die Bedingung (4.1-2) kann demzufolge in einer modifizierten Schreibweise angegeben werden,

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(-\theta) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin(-\theta) \frac{3}{2} \sin(-\theta) \right) \quad (4.1-4a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(-\theta) \left( 1 + \frac{1}{2} \sin(-\theta) \frac{3}{2} \sin(-\theta) \right) \quad (4.1-4b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(-\theta) \frac{1}{2} \sin(-\theta) \frac{3}{2} \cos(-\theta) \quad (4.1-4c)$$

wobei hier nur die singulären Terme der Spannungsverteilung berücksichtigt werden. Bei Einführung von Polarkoordinaten  $r, \theta$  an der Rißspitze eines Risses der Länge  $2a$  in einem unendlich ausgedehnten Körper, der unter den gleichförmigen Spannungen  $\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \tau_{xy}^\infty, \tau_{xz}^\infty, \tau_{yz}^\infty$  im Unendlichen steht, lautet die Spannungsgleichung in Rißspitzennähe:

$$\sigma_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} ( K_I \frac{g(\theta)}{mn} + K_{II} \frac{g(\theta)}{mn} + K_{III} \frac{g(\theta)}{mn} ) \quad (4.1-5)$$

Die Funktionen

$$g(\theta)^i, \text{ mit } i = I, II, III \text{ und } m, n = x, y, z,$$

sind ausschließlich winkelabhängige Größen.

Für Modellbetrachtungen bei Vorliegen eines ebenen Spannungszustandes lassen sich die Spannungsausdrücke (4.1-2) bis (4.1-4) mittels einer Superposition von Mode I und Mode II Belastung als Gleichungen (4.1-6) schreiben, wobei nur die für  $r \rightarrow 0$  singulär werdenden Glieder der Spannungsverteilungen berücksichtigt werden.

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right) \quad (4.1-6a)$$

$$+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left( -\sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 2 + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right) \right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right) \quad (4.1-6b)$$

$$+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left( \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \quad (4.1-6c)$$

$$+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right)$$

## 4.2 ENERGIEFREISETZUNGSRÄTEN

Bei der Entwicklung der Grundgleichungen der linear-elastischen Bruchmechanik kann von zwei Ansätzen ausgegangen werden. Zunächst lassen sich quantitativ die Spannungs- und Verschiebungsfelder um eine Rißspitze mathematisch formulieren. In einer weiteren Betrachtungsweise kann von einer Energiebilanz für eine instabile Rißausbreitung ausgegangen werden. Die unabhängig voneinander ableitbaren Bruchkriterien lassen sich miteinander in Verbindung bringen, wie RADAJ /31/ zeigen konnte.

Das von Griffith formulierte Sprödbruchkriterium geht von einer Gegenüberstellung der bei einer Rißverlängerung um  $\delta a$  freigesetzten elastischen Energie eines Körpers und der zur Bildung neuer Rißoberflächen benötigten Oberflächenenergie aus. In diesem Zusammenhang wird wiederum eine unendlich ausgedehnte Scheibe der Einheitsdicke  $B=1$  unter konstanter einachsiger Spannung  $\sigma_0$  mit einem Innenriß der Länge  $2a$  betrachtet. Die Bedingung für spröde Rißausbreitung um  $\delta a$  an beiden Rißenden lautet

$$\Delta U = U(a) - U(a+\delta a) \geq 4 \gamma_0 \delta a \quad (4.2-1)$$

Über eine abgebrochene Taylor-Entwicklung kann für die elastische Energieänderung

$$U(a+\delta a) = U(a) + \frac{\partial U}{\partial a} \delta a \quad (4.2-2)$$

geschrieben werden. Damit ergibt sich

$$\Delta U = - \frac{\partial U}{\partial a} \delta a \geq 4 \gamma_0 \delta a$$

mit

$$- \frac{\partial U}{\partial a} \geq 4 \gamma_0 \quad (4.2-3)$$

Der Term  $\gamma_0$  stellt darin die spezifische Oberflächenenergie des Risses dar. Mit der von IRWIN /26/ eingeführten Definition für die sogenannte Rißverweiterungskraft oder Energiefreisetzungsrate

$$G = - \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (4.2-4)$$

ergibt sich

$$G \geq 2 \gamma_o \quad (4.2-5)$$

als Griffith-Kriterium für ideal spröde Körper. Die Energiefreisetzungsrates oder Rißerweiterungskraft  $G$  ist als flächenbezogene Energie oder längenbezogene Kraft mit der Dimension  $\text{mmN/mm}^2$  oder  $\text{N/mm}$  aufzufassen.

Überschreitet die so definierte Rißerweiterungskraft  $G$  einen kritischen materialabhängigen Wert  $G_c$ , breitet sich ein Riß instabil im Körper aus. Die Beziehung

$$G \geq G_c \quad (4.2-6)$$

stellt demzufolge ein Rißerweiterungskriterium dar.

Bringt man einen Einzeliß der Länge  $2a$  in eine unendlich ausgedehnte Scheibe, so läßt sich die Änderung der elastischen Energie in der hier betrachteten Scheibe unter Berücksichtigung der Bedingungen für die Behandlung eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) oder ebenen Verzerrungszustandes (EVZ) zu

$$-\Delta U = \frac{\pi a^2 \sigma_o^2}{E} \quad \text{für ESZ bzw.} \quad (4.2-7a)$$

$$-\Delta U = \frac{(1-\nu^2) \pi a^2 \sigma_o^2}{E} \quad \text{für EVZ} \quad (4.2-7b)$$

angegeben /4/. Mit der Beziehung (4.2-4) ergeben sich folgende Ausdrücke für die Energiefreisetzungsrates  $G$

$$G = \frac{\pi a \sigma_o^2}{E} \quad \text{für ESZ bzw.} \quad (4.2-8a)$$

$$G = \frac{(1-\nu^2) \pi a \sigma_o^2}{E} \quad \text{für EVZ} \quad (4.2-8b)$$

Mit der Definition für den Spannungsintensitätsfaktor (SIF)  $K_I$

$$K_I = \sigma_o \sqrt{\pi a} \quad (4.2-9)$$

kann abhängig von der Rißverformungsart die Energiefreisetzungsrat e bzw. Rißausbreitungskraft  $G$  als

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{für ESZ bzw.} \quad (4.2-10a)$$

$$G_I = \frac{(1-\nu^2) K_I^2}{E} \quad \text{für EVZ} \quad (4.2-10b)$$

geschrieben werden, so daß das Bruchkriterium (4.2-6) in analoger Weise zu

$$K_I \geq K_{Ic} \quad (4.2-11)$$

formuliert werden kann. In analoger Form lauten für die Rißverformungsart II (Mode II) die Gleichungen (4.2-10a-b) dann:

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \quad \text{für ESZ bzw.} \quad (4.2-12a)$$

$$G_{II} = \frac{(1-\nu^2) K_{II}^2}{E} \quad \text{für EVZ} \quad (4.2-12b)$$

An dieser Stelle muß ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die zuvor definierten Beziehungen zwischen der Energiefreisetzungsrat e  $G_i$  (  $i=I,II$  ) und dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_i$  aufgrund der Herleitung nur für die Behandlung gerader Risse Gültigkeit besitzen.

## 5. NUMERISCHE BEHANDLUNG BRUCHMECHANISCHER PROBLEME

### 5.1 FINITE ELEMENTE METHODE

Da die vollständige analytisch mathematische Lösung komplizierter kontinuumsmechanischer Randwertprobleme, insbesondere dreidimensionaler Rißprobleme in Mehrkomponentenmodellen, wie sie in Abschnitt 3.3 formuliert worden sind, mit den zur Verfügung stehenden elastizitätstheoretischen Methoden nicht möglich ist, muß auf numerische Lösungswege zurückgegriffen werden. Neben der Differenzenmethode, der Randkollokationsmethode und der Methode der Randintegralgleichungen stellt die Methode der Finiten Elemente (MFE) eines der am häufigsten angewendeten und effektivsten numerischen Verfahren auch zur Behandlung von Rißrandwertproblemen dar. Auf die ausführliche Beschreibung der grundlegenden Zusammenhänge, auf denen die Methode der Finiten Elemente aufbaut, soll an dieser Stelle weitgehend verzichtet werden, vielmehr kann auf eine umfangreiche Literatur verwiesen werden /34-36/.

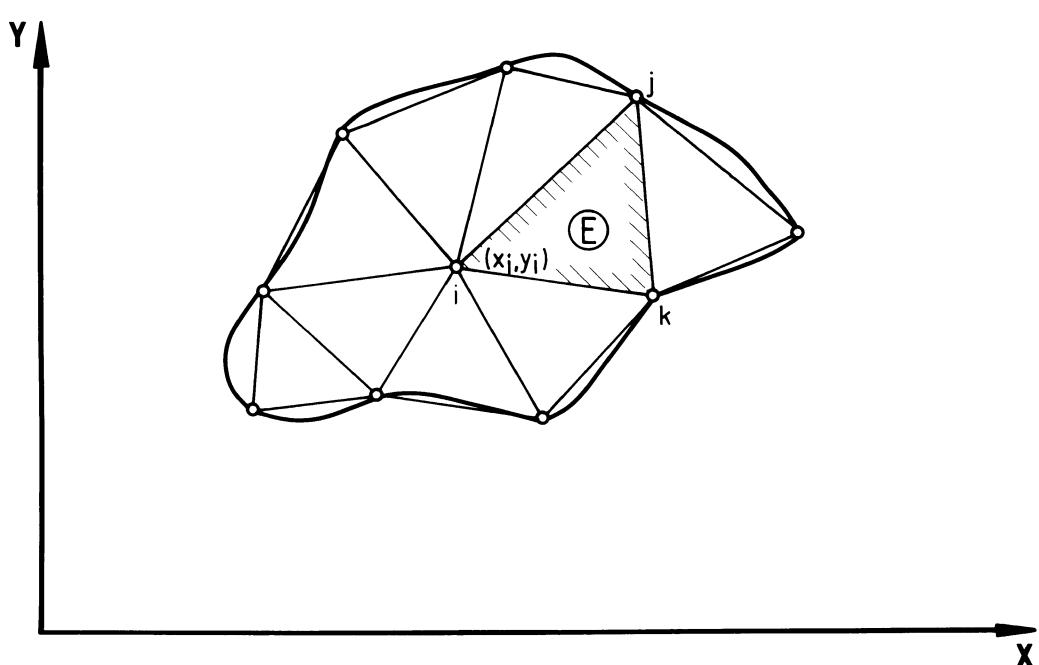


Abb. 5.1: Finite Einteilung eines ebenen elastischen Körpers

Wie der Name Finite Elemente schon andeutet, wird ein beliebiger Körper in eine Anzahl Teilbereiche, die finiten Elementen, zerlegt. Die Abbildung 5.1 gibt eine derartig zerlegte Struktur, bestehend aus Dreieck- bzw. Viereckelementen wieder.

Wird von der Formulierung des gesamten elastischen Potentials  $\pi$  einer modellierten Struktur ausgegangen, die aus einem Energieanteil  $U$  infolge thermischer Dehnung und einem Energieanteil  $W$  aus einer Oberflächenlastverteilung entsprechend Gleichung 5.1-1 besteht

$$\pi = U - W$$

$$\pi = \frac{1}{2} \int_V (\epsilon_{ij} - \alpha \theta \delta_{ij}) \sigma_{ij} dV - \int_S u_i F_i dS \quad , \quad (5.1-1)$$

so lässt sich von den möglichen, die Struktur beschreibenden Verschiebungsverteilungen  $u_i(x, y, z)$  diejenige bestimmen, welche die geometrischen Randbedingungen des Problems erfüllt und das gesamte elastische Potential  $\pi$  stationär macht:

$$\delta\pi = 0 \quad (5.1-2)$$

Durch Einteilung der untersuchten Geometrie in eine endliche Anzahl finiter Elemente und Entwicklung geeigneter Summationskonventionen lassen sich Integrale ausdrücke finden, die sich nicht mehr über das Gesamtvolumen, sondern nur mehr über die separierten Elementvolumina erstrecken /7,9/. Diese Vorgehensweise führt auf ein lineares algebraisches Gleichungssystem, das sich auf die Matrixschreibweise reduzieren lässt.

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{u} = \underline{P}^T + \underline{P}^L \quad (5.1-3)$$

mit

- $\underline{\underline{K}}$  als Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems
- $\underline{u}$  als Vektor der Knotenpunktsverschiebungen
- $\underline{P}^T$  als Vektor der Knotenpunktsträfte, hervorgerufen durch thermische Dehnungen
- und  $\underline{P}^L$  als Vektor der äquivalenten Knotenpunktsträfte aufgrund von Oberflächenlasten.

Zur Beschreibung der unbekannten Verschiebungen im jeweiligen Element werden üblicherweise Polynomansätze in den Koordinaten der Elementeckpunkte formuliert. Über die Einführung sogenannter Formfunktionen können die Verschiebungen im gesamten Element durch die Verschiebungen der Elementeckknotenpunkte näherungsweise ausgedrückt werden.

Aus den Knotenpunktsverschiebungen lassen sich dann alle relevanten Felder näherungsweise ableiten. Das vorgestellte Lösungsverfahren ist in der Literatur als Verschiebungsmethode bekannt und wird z.B. durch das FE-Programmsystem ASKA /37/ realisiert. Die im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit durchgeföhrten FE-Untersuchungen sind ausschließlich mit Hilfe des an der PRIME-750 des Hochschulrechenzentrums der Universität Paderborn installierten Programmsystems ASKA durchgeföhrte worden, wobei ebene Dreieckselemente mit linearem und quadratischem Verschiebungsansatz zur Strukturmodellierung verwendet wurden.

## **5.2 ERMITTlung BRUCHMECHANISCHER KENNWERTE**

Für die Analyse von Bruchvorgängen und die Bestimmung zugehöriger bruchmechanischer Kennwerte stehen heute eine Vielzahl numerischer Lösungsmethoden zur Verfügung. Neben den Extrapolations- und Superpositionsverfahren nehmen energetische Ansätze zur Untersuchung von Rißspitzengegebenheiten einen zunehmenden Stellenwert ein.

Mit Hilfe spezieller Rißspitzenelemente können durch günstige Wahl von Ansatzfunktionen singuläre Nahfeldverhältnisse an Rißspitzen simuliert und Spannungsintensitätsfaktoren direkt berechnet werden. Die dabei benötigten Spezialelemente sind jedoch i.a. nicht standardmäßig in kommerziellen FE-Systemen implementiert.

Bei Verwendung herkömmlicher Elementtypen, die abhängig von der verwendeten Ansatzfunktion nur endliche Spannungen realisieren, werden häufig die asymptotischen Methoden herangezogen. Hierbei werden die Spannungen in genügender Entfernung von der Rißspitze bestimmt, zu dieser hin extrapoliert und als Näherungswerte angegeben. Dieses Verfahren liefert bei genügend feiner Diskretisierung relativ genaue Ergebnisse.

Weitere Methoden zur Bestimmung der bruchmechanischen Kennwerte resultieren aus globalen und lokalen Energiebetrachtungen an rißbehafteten Strukturen, aus denen sich dann Energiefreisetzungsarten und unter Umständen auch Spannungsintensitätsfaktoren ableiten lassen.

Das von IRWIN formulierte und zum  $K_{IC}$ -Konzept führende Bruchkriterium berücksichtigt die bei Rißverlängerung freiwerdende elastische Energie (Beziehung 4.2-4). Diese Betrachtungsweise setzt voraus, daß die in technischen Werkstoffen unvermeidlichen plastischen Zonen an den Rißspitzen vernachlässigbar klein gegen alle anderen Abmessungen sind.

Bei Berücksichtigung elastisch-plastischen Werkstoffverhaltens wurden Integralausdrücke hergeleitet, die lokale Beanspruchungsgegebenheiten in der Nähe von Rißspitzen charakterisieren /38/. Der Integralausdruck, der am umfassendsten untersucht wurde, ist das Rice'sche J-Integral, das in der folgenden Form angegeben wird.

$$J = \int_C \left( \bar{U} dy - \underline{\sigma} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} ds \right) \quad (5.2-1)$$

Darin bedeuten  $\bar{U}$  : Energiedichte  
 $\underline{\sigma}$  : Spannungsvektor  
 $\underline{u}$  : Verschiebungsvektor  
 $ds$  : Linienelement des Integrationsweges  
 $C$  : Integrationsweg

Das vom Integrationsweg unabhängige J-Integral kann auch bei elastisch-plastischem Werkstoffverhalten angewendet werden und geht im Falle von elastischem Materialverhalten in die bekannte Rißerweiterungskraft oder Energiefreisetzungsrate

$$J = G \quad (5.2-2)$$

über.

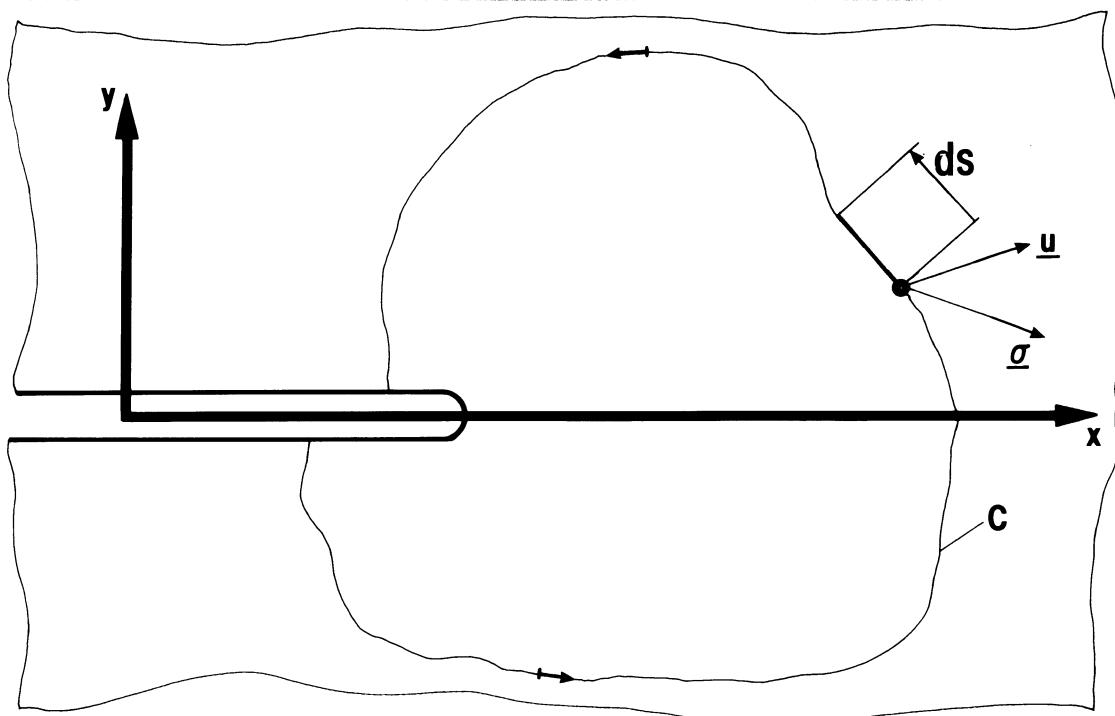


Abb. 5.2: Integrationsweg für das J-Integral

Zwei weitere Verfahren auf der Basis energetischer Überlegungen stellen die Methoden auf der Grundlage des Rißschließungsintegrals und die direkte numerische Ermittlung der Energiefreisetzungsrate aus der Änderung des in einer elastischen Struktur gespeicherten Gesamtpotentials dar. Da diese beiden Wege bei der hier vorgestellten Problematik der Untersuchung von EigenspannungsrisSEN benutzt werden, wird in den folgenden Abschnitten auf diese näher eingegangen werden.

### 5.2.1 GLOBALE ENERGIEMETHODE

Ähnlich der Compliance-Methode /39/, bei der für jeweils zwei verschiedene Rißlängen die gesamte in einem Körper gespeicherte elastische Energie berechnet und hieraus die Energiefreisetzungsraten bestimmt werden kann, lassen sich für eine Serie verschiedener Rißstadien die elastischen Verzerrungsenergien bestimmen. Bei einer derartigen Vorgehensweise lässt sich das Gesamtpotential  $\pi$  eines belasteten Körpers in Abhängigkeit von der sich einstellenden Rißlänge  $a$  schreiben zu

$$\pi(a) = U(a) - W(a). \quad (5.2-3)$$

Darin bedeutet  $W$  die Arbeit der äußeren Lasten und  $U$  die elastische im Körper gespeicherte Verzerrungsenergie. Betrachtet man, wie im vorliegenden Fall ausschließlich thermische Eigenspannungsprobleme, so daß keine äußeren Lasten auf das System wirken, kann Gleichung (5.2-3) zu

$$\pi(a) = U(a) \quad (5.2-4)$$

geschrieben werden.

Mit der bekannten Beziehung für die Energiefreisetzungsraten

$$G(a) = - \frac{1}{B} \frac{\partial U(a)}{\partial a} \quad (5.2-5)$$

mit  $B$  als Strukturdicke kann bei mehrachsiger Beanspruchung eines rißbehafteten Körpers für die Gesamtenergiefreisetzungsraten auch

$$G(a) = \sum_i G_i(a) = G(a)_I + G(a)_{II} + G(a)_{III} = - \frac{1}{B} \frac{\partial U(a)}{\partial a} \quad (5.2-6)$$

geschrieben werden.

Die Beziehung (5.2-6) verdeutlicht den wesentlichen Nachteil dieser Methode, der darin liegt, daß mit ihr keine Separierung der einzelnen Mode-Anteile  $G_i(a)$  möglich ist. Das in der Literatur als globale Energiemethode /41/ bezeichnete Verfahren gestattet jedoch eine sehr gute Kontrolle der mittels lokaler Methoden bestimmten Gesamtenergiefreisetzungsraten.

Mit Hilfe der Finiten-Elemente Methode läßt sich die durch homogene Temperaturänderung verursachte elastische Energie in einem Bauteil nach folgender Beziehung bestimmen /40, 41/.

$$U(a) = \frac{1}{2} \underline{u}_e^T(a) \underline{\underline{K}}(a) \underline{u}_e(a) \quad (5.2-7)$$

Darin steht  $\underline{\underline{K}}(a)$  für die Steifigkeitsmatrix der Gesamtstruktur und  $\underline{u}_e$  für den Vektor der Knotenpunktsverschiebungen ( $\underline{u}_e^T$  transponierter Vektor) als Differenz zwischen dem aktuellen Verschiebungsvektor und dem Gesamtverschiebungsvektor bei thermischer, aber völlig unbehinderter Dehnung.

Bei genügend feiner Diskretisierung entlang der prospektiven Rißlinie kann somit aus der Veränderung des Gesamtpotentials einer Struktur bei sukzessiver Rißverlängerung um  $\Delta a$  die Gesamtenergiefreisetzung durch numerische Differentiation ermittelt werden /40/.

## 5.2.2 LOKALE ENERGIEMETHODEN

### 5.2.2.1 RISSCHLIESSUNGSSINTEGRAL

Nach IRWIN /42/ ist die für eine Rißverlängerung um  $\delta a$  notwendige Energie gleich der Arbeit, die erforderlich ist, um diese Rißverlängerung bis zur Ausgangslänge zu schließen, dh. die Rißöffnung rückgängig zu machen.

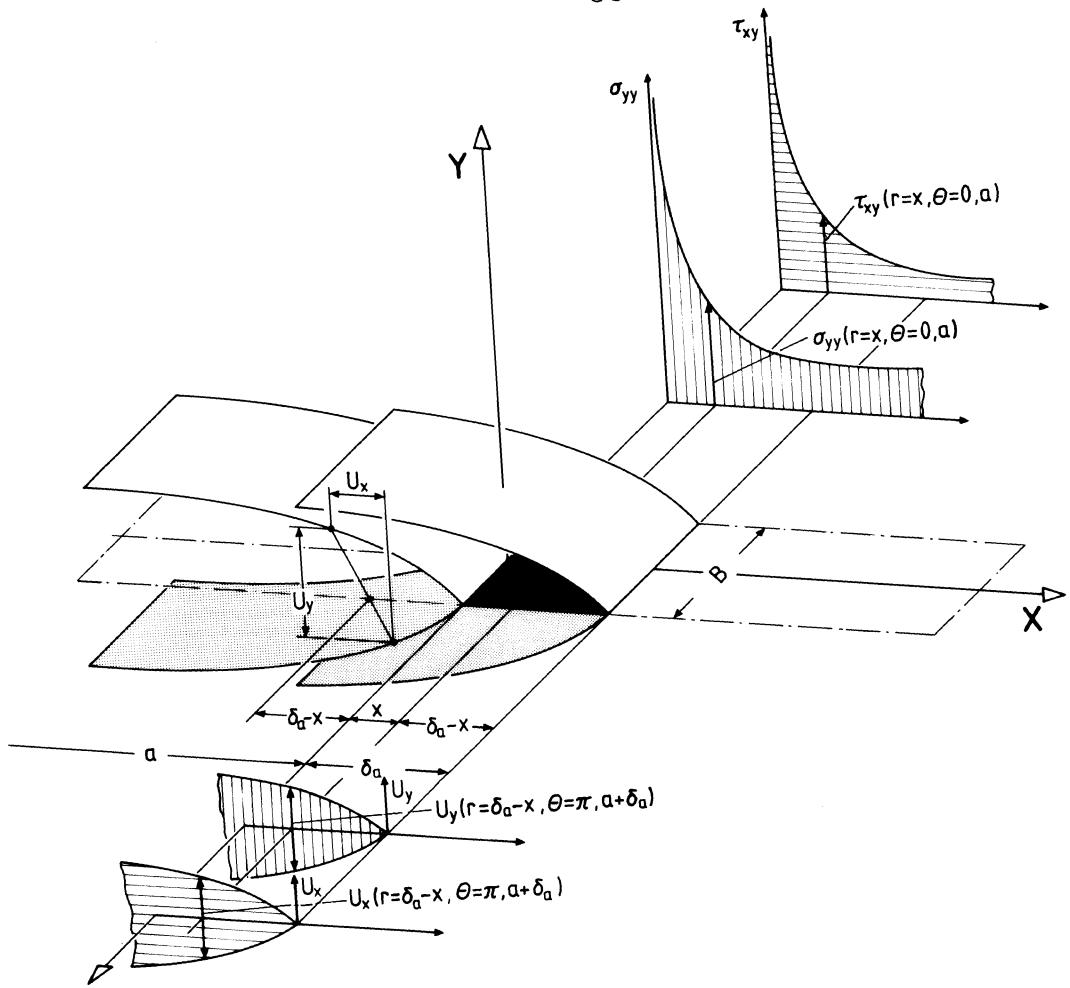


Abb. 5.3: Riesschließungsintegral

Bei Einführung eines lokalen Koordinatensystems an einer belasteten Riesspitze, wie sie in Abbildung 5.3 dargestellt ist, lässt sich die Beziehung für die Energiefreisetzungsrates schreiben zu

$$-\frac{\partial U}{B \partial a} = G(a) = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{\delta a} \int_{x=0}^{\delta a} \frac{1}{2} \sigma_{yy}(r=x, \theta=0, a) u_y(r=\delta a-x, \theta=\pi, a+\delta a) dx \quad (5.2-8)$$

$$+ \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{\delta a} \int_{x=0}^{\delta a} \frac{1}{2} \tau_{xy}(r=x, \theta=0, a) u_x(r=\delta a-x, \theta=\pi, a+\delta a) dx$$

Darin bedeuten  $G(a)$  die lokalen Werte der Gesamtenergiefreisetzungsrates, die Spannungswerte

$$\sigma_{yy}(r=x, \theta=0, a) \text{ bzw. } \tau_{xy}(r=x, \theta=0, a) ,$$

die Komponenten der Spannungsverteilung in der Nähe der Rißspitze und die Verschiebungswerte

$$u_y(r=\delta a-x, \theta=\pi, a+\delta a) \text{ bzw. } u_x(r=\delta a-x, \theta=\pi, a+\delta a),$$

die relativen Normal- und Tangentialverschiebungen zwischen gleichen Punkten der durch Rißöffnung voneinander entfernten freien Rißoberflächen.

Die beiden Integralausdrücke stellen die separierten Anteile der Gesamtenergiefreisetzungsraten für ebene Mixed Mode-Belastung dar:

$$G(a) = G_I(a) + G_{II}(a) \quad (5.2-9)$$

Die Beziehung (5.2-8) lässt sich nunmehr auf die für eine FE-Analyse verwendbare Form übertragen, die für Elemente mit linearem Verschiebungsansatz mit Hilfe der in Abbildung 5.4 vereinbarten Nomenklatur ausgewertet werden kann.

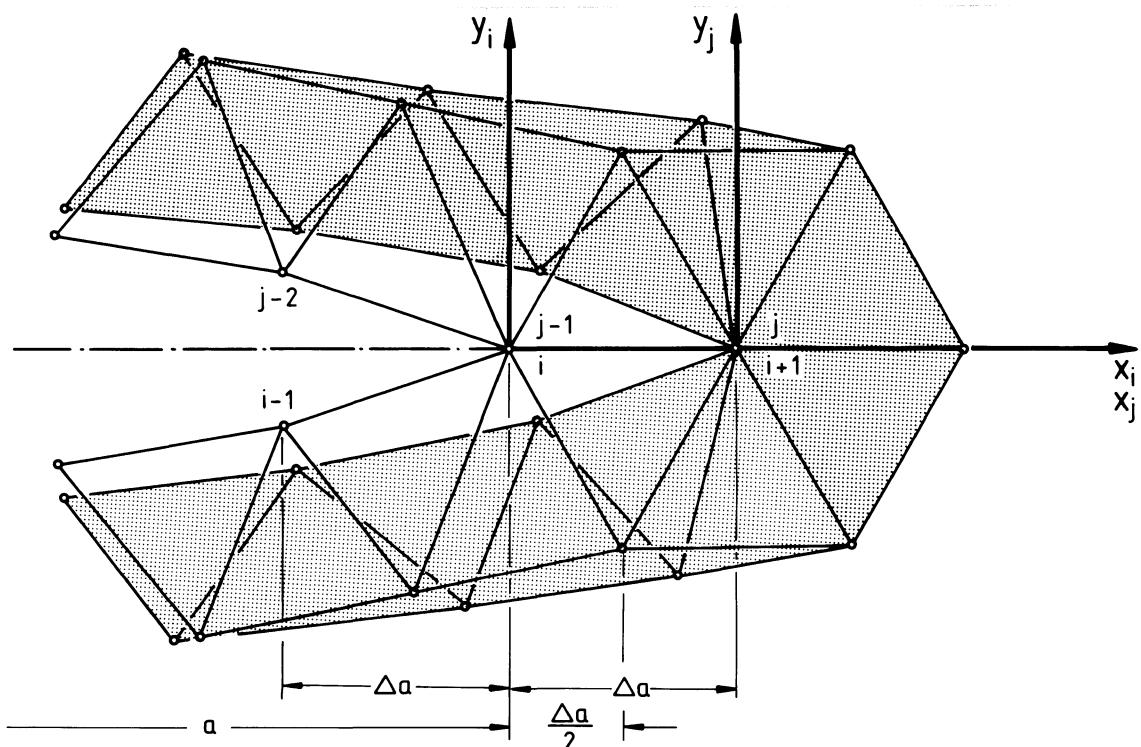


Abb. 5.4: Topologie um eine Rißspitze

Die getrennt darstellbaren Gesamtenergiefreisetzungsratenanteile lassen sich mittels Ersatz von Rißspitzenspannungen durch Knotenpunktskräfte und mittels Ersatz von Verschiebungsverteilungen durch Knotenpunktsverschiebungen in der Form

$$G_I(a + \frac{\Delta a}{2}) = \frac{1}{B} \frac{1}{2 \Delta a} (F_{y,i}(a) \Delta u_{y,j-1}(a + \Delta a)) \quad (5.2-10a)$$

$$G_{II}(a + \frac{\Delta a}{2}) = \frac{1}{B} \frac{1}{2 \Delta a} (F_{x,i}(a) \Delta u_{x,j-1}(a + \Delta a)) \quad (5.2-10b)$$

schreiben. Die Bezeichnung der untersuchten Knotenpunktslagen mit den Indizes  $i$  und  $j$  beschreibt zwei unterschiedliche Positionen der Rißspitze zum Zeitpunkt  $i$  und einem späteren Zeitpunkt  $j = i + 1$  mit den zugehörigen lokalen  $x_i - y_i$ - und  $x_j - y_j$ -Rißspitzenkoordinatensystemen.

Der berechnete Wert ist hier als mittlerer Wert der über das finite Intervall  $\Delta a$  freigesetzten Energie und daher in der Intervallmitte anzusetzen. Diese Methode auf der Basis des Rißschließungsintegrals liefert, wie in /41/ am Beispiel einer quasistatischen Rißausbreitung für einen Grenzflächenriß in einer Faser-Matrix-Einheitszelle bzw. an einem thermisch eigengespannten homogenen Streifen mit Griffith-Riß gezeigt werden konnte, numerisch sehr genaue Werte für die separierten Komponenten der Gesamtenergiefreisetzungsrate. In /41/ ist die Beziehung (5.2-10a-b) für höherwertige Elementtypen hergeleitet und vorgestellt worden. Die beschriebene Methode ist, wie ebenfalls gezeigt werden konnte, im Rahmen der gemachten Voraussetzungen als numerisch exakt anzusehen. Sie bedarf stets zweier Rechenschritte, liefert jedoch im Falle gemischter Mode-Belastungen an der Rißspitze die separierten Energiereisetzungsraten  $G_i(a)$ ,  $i = I, II, III$  /41/. Die Methode wird aufgrund der zwei notwendigen Rechenschritte auch als 2C-Methode (two-calculation) oder auch R2-Methode bezeichnet.

### 5.2.2.2 MODIFIZIERTES RISSCHLIESSUNGSSINTEGRAL

Auf den grundlegenden Betrachtungen des IRWIN'schen Rißschließungsintegrals wurde von RYBICKI und KANNINEN /43/ eine erweiterte Methode zur näherungsweisen Bestimmung der Energiefreisetzungsraten vorgeschlagen, wobei von folgendem Ansatz ausgegangen wird. Entsprechend der in Abbildung 5.4 angeführten FE-Struktur können für ein genügend kleines Rißintervall  $\Delta a$  die an der Spitze eines Risses der Länge  $a$  auftretenden Knotenpunktskräfte  $F_{x,i}$  und  $F_{y,i}$  als gute Näherungswerte für die Kräfte  $F_{x,i-1}$  und  $F_{y,i-1}$  angesehen werden, um die Schließung des Rißintervalls  $\Delta a$  mit den Verschiebungswerten  $\Delta u_{x,i-1}$  bzw.  $\Delta u_{y,i-1}$  zu ermöglichen. Damit ergeben sich die "modifizierten" Näherungsausdrücke für die numerisch bestimmmbaren Energiefreisetzungsraten  $G_i(a)$ .

$$G_I(a) = \frac{1}{B} \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2 \Delta a} F_{y,i}(a) \Delta u_{y,i-1}(a) \quad (5.2-11a)$$

$$G_{II}(a) = \frac{1}{B} \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2 \Delta a} F_{x,i}(a) \Delta u_{x,i-1}(a) \quad (5.2-11b)$$

Als Erweiterung der hier vorgestellten Betrachtung lassen sich diese auch auf die Verwendung höherwertiger Elementtypen übertragen, wie aus den Arbeiten /44-46/ hervorgeht. Die Methode des modifizierten Rißschließungsintegrals liefert aus nur einem Rechenschritt und der zugehörigen Kraft- Verschiebungsauswertung an stationären Rißspitzen Näherungsausdrücke für die Komponenten der Gesamtenergiefreisetzungsrate.

Da für die in dem ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit vorgestellten Eigenspannungsrißkonfigurationen in einem idealisierten Faser/Matrix-Verbundmodell der Rißfortschritt entlang der gesamten Rißkonfiguration ermittelt werden soll, bietet die Verwendung der modifizierten Formeln keinen gravierenden Vorteil zu den bereits erwähnten globalen und lokalen Energiemethoden aus Abschnitt 5.2.1 und 5.2.2.1, so daß für die hier untersuchten Probleme vorwiegend die Beziehungen (5.2-10a-b) als Ansatz der sogenannten lokalen Energie- (2C oder R2)-Methode /41/ bzw. die globale Energie-(EN)-Methode als Kontroll- oder Steuergröße verwendet werden.

## 6. OPTISCHE VERFAHREN DER EXPERIMENTELLEN SPANNUNGSANALYSE

Bei der Bestimmung des Spannungs- und Dehnungszustandes und den bruchmechanischen Untersuchungen zum Versagensverhalten von Strukturen unter äußerer Lasten bzw. inneren thermischen Spannungen ist neben einer sorgfältigen mathematischen Durchdringung die experimentelle Behandlung derartiger Probleme unerlässlich. Trotz des großen Fortschritts auf dem Gebiet der elektronischen Rechentechnik hat die Bedeutung der bekannten Verfahren zur experimentellen Spannungs- und Verformungsanalyse nicht abgenommen, zumal seit dem Aufkommen kommerzieller Video- und kostengünstiger Rechnersysteme die digitale Bildanalyse ein wesentliches Hilfsmittel zur automatischen Auswertung experimentell gewonnener Interferenzlinien darstellt. Aus diesem Grunde gewinnen die klassischen und neueren optischen Verfahren zur experimentellen Analyse, wie die spannungsoptische Methode, das Moire-Verfahren, die holografische bzw. Speckle-Interferometrie, zunehmend an Bedeutung /47/.

Für die experimentelle Behandlung der auftretenden Eigenspannungsrißprobleme werden vorwiegend die Methode der ebenen Spannungsoptik und die schattenoptische Kaustikenmethode herangezogen, deren grundlegende physikalische Zusammenhänge und Wirkprinzipien im folgenden näher erläutert werden sollen.

### 6.1 EBENE SPANNUNGSOPTIK

Die Spannungsoptik zählt nach wie vor zu den interessantesten Verfahren der experimentellen Spannungsanalyse. Sie lässt sich in zwei Anwendungsbereiche, die ebene und die räumliche Spannungsoptik gliedern.

Der infolge mechanischer Beanspruchung auftretende und durch Lichteinwirkung sichtbare Doppelbrechungseffekt transparenter Materialien wird hierbei ausgenutzt, um Hauptspannungsdifferenzen und Haupspannungsrichtungen zu bestimmen.

### 6.1.1 PRINZIP DER SPANNUNGSOPTIK

An dieser Stelle soll nur ein kurzer Überblick über die dem Verfahren zugrunde liegenden prinzipiellen physikalischen Zusammenhänge gegeben werden. Für nähere Einzelheiten kann auf eine umfangreiche Literatur verwiesen werden /47,21,22,23/.

Wird monochromatisches und linear polarisiertes Licht durch ein ebenes transparentes und belastetes Scheibenmodell  $M$  geleitet, spaltet sich ein senkrecht zur Objektebene ausgerichteter Lichtvektor  $A$  aufgrund des Doppelbrechungseffektes in zwei orthogonale Komponenten  $A_1$  und  $A_2$  auf, deren Orientierung mit denen der Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  in diesem Punkt zusammenfallen. Die Abbildung 6.1 zeigt schematisch den Strahlengang in einer spannungsoptischen Apparatur bei belastetem Modell  $M$  in linear polarisiertem Licht.

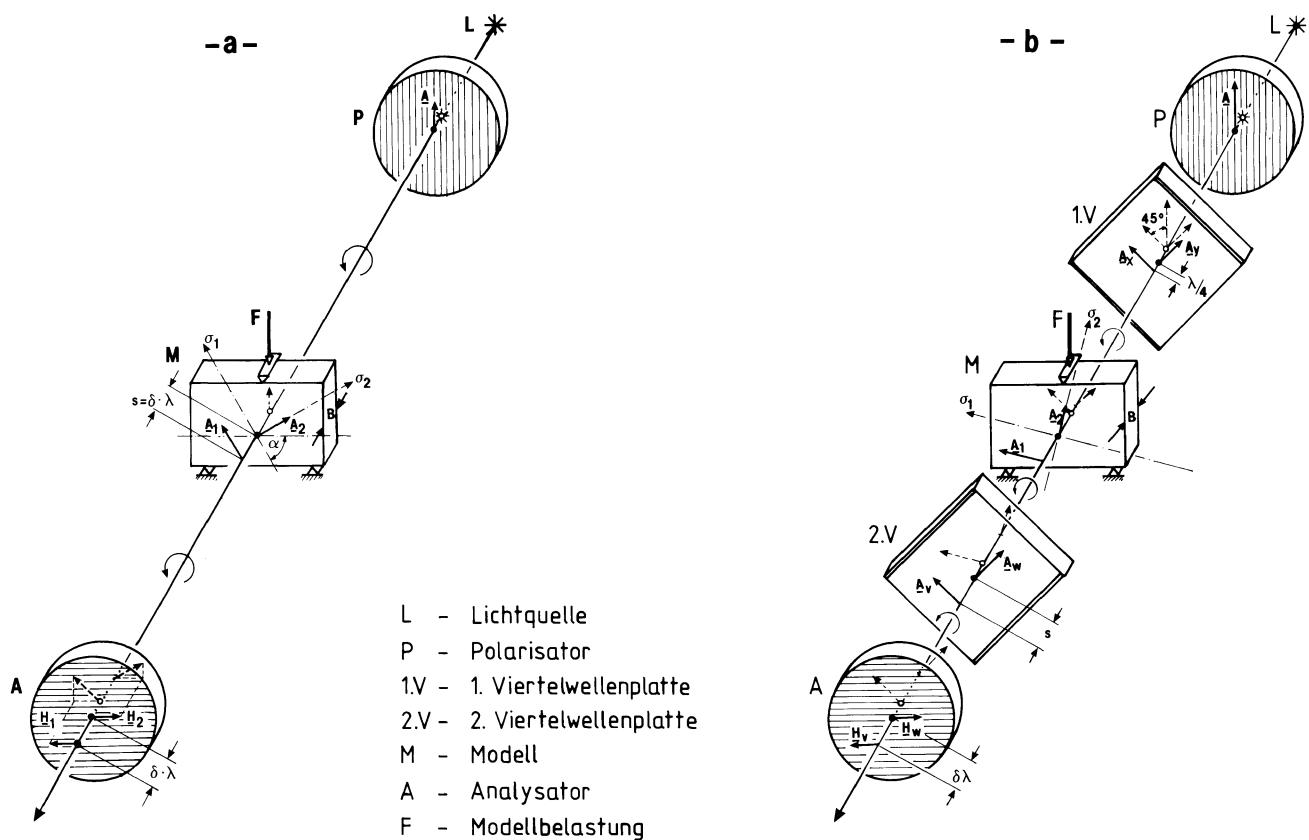


Abb. 6.1: Strahlengang bei belastetem Modell in linear polarisiertem Licht und in zirkular polarisiertem Licht

Die Teilwellen  $A_1$  und  $A_2$  durchwandern das Modell mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten und passieren einen senkrecht zur Polarisationsrichtung des Polarisators  $P$  angeordneten Analysator  $A$ , der

somit nur noch die betragsmäßig gleichen Horizontalanteile  $\underline{H}_1$  und  $\underline{H}_2$  durchläßt.

Die beiden Schwingungskomponenten  $\underline{A}_1$  und  $\underline{A}_2$  erfahren bei Durchgang durch das Modell M einen optischen Wegunterschied  $s$ , der proportional der Haupthöchspannungsdifferenz  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  und der Dicke  $B$  des Modells ist.

Es ergibt sich für den optischen Wegunterschied  $s$

$$s = \delta \lambda = C B (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (6.1-1)$$

bzw. für die relative Phasenverschiebung  $\delta$  (im Bogenmaß)

$$\delta = \frac{C}{\lambda} B (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (6.1-2)$$

die sogenannte Hauptgleichung der Spannungsoptik /22/.

Die hinter dem gekreuzt zum Polarisator P angeordneten Analysator A hervorgerufene Lichtintensität  $I_H$  ist gegeben durch

$$I_H = I_A \sin^2(\alpha_H) \sin^2(\pi n) \quad (6.1-3)$$

Dabei ist  $I_A$  die Intensität des einfallenden Lichtes und  $\alpha_H$  der Winkel, den die Polarisationsrichtung mit einer der Hauptachsenrichtungen einschließt. Bei Verwendung von monochromatischem Licht ergibt sich vollständige Lichtauslöschung ( $I_H = 0$ ), falls  $n$  ganzzahlig, d.h.  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  wird. Die daraus resultierenden dunklen Linienstrukturen stellen Linien gleicher Hauptspannungsdifferenzen dar, die als Isochromaten bezeichnet werden. Bei der Verwendung von polychromatischem Licht erfolgt die Auslöschung für jeweils eine Wellenlänge, so daß Streifen gleicher Komplementärfarben sichtbar werden. Die Variable  $n$  ist als bezogene Größe dimensionslos und wird als Isochromatenordnung bezeichnet

$$n = \frac{\delta}{2 \pi} \quad (6.1-4)$$

Das Isochromatenbild wird in der Regel von weiteren dunklen Linien überlagert, die gemäß Gleichung (6.1-3) für  $\alpha_H = 0, \pm\pi/2$  Lichtauslöschung verursachen, dh. die Polarisationsrichtung fällt in einem Punkt mit der Haupspannungsrichtung zusammen. Man erhält Linien gleicher Haupspannungsrichtungen, sogenannte Isoklinen.

In der Mehrzahl spannungsoptischer Untersuchungen genügt die Auswertung des Isochromatenbildes. Die Ausschaltung der störenden Isoklinen wird durch Verwendung zirkular polarisierten Lichtes gemäß Abbildung 6.1 ermöglicht, indem zwischen Polarisator P und Modell M sowie letzterem und dem Analysator A jeweils Viertelwellenplatten um  $45^\circ$  gegen die Polarisationsrichtung gedreht montiert werden. Die Viertelwellenplatte ist eine Folie mit homogener Kristallstruktur von doppelbrechender Eigenschaft. Die linear polarisierte Schwingung  $\underline{A}$  wird in zwei gleichgroße Komponenten  $\underline{A}_x$  und  $\underline{A}_y$  zerlegt, die eine gegenseitige Phasenverschiebung von  $\pi/2$  haben, so daß zirkular polarisiertes Licht auf das Modell trifft. Diese beiden Teilwellen werden, wie schon oben ausgeführt, infolge Doppelbrechung in die Hauptachsenrichtungen zerlegt und einer weiteren Phasenverschiebung unterworfen, so daß elliptisch polarisiertes Licht das Modell verläßt. In der zweiten Viertelwellenplatte werden die beiden Schwingungskomponenten in die Richtungen v und w zerlegt, die die gleiche Orientierung haben wie die Hauptrichtungen x und y. Der Anteil der in der Polarisationsrichtung des Analysators schwingenden zirkular polarisierten Lichtvektoren wird durch den Analysator durchgelassen. Die Intensität des bei Verwendung eines Dunkelfeld-Zirkular-Polariskopes durchgelassenen Wellenfeldes läßt sich herleiten zu

$$I_H = I_A \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = I_A \sin^2(\pi n) \quad (6.1-5)$$

Gleichung (6.1-5) zeigt nunmehr, daß die Lichtintensität nur von der relativen Phasenverschiebung bzw. von der Isochromatenordnung und nicht mehr von der Richtung der Hauptachsen abhängig ist, so daß die Isoklinen nicht mehr auftreten können.

Unter Berücksichtigung der Beziehungen für den Mohrschen Spannungskreis und von (6.1-2) ergibt sich die folgende Gleichung für die Hauptschubspannung  $\tau_{xy}^H$  zur Auswertung eines Isochromatenbildes.

$$2 \tau_{xy}^H = \sigma_1 - \sigma_2 = S \frac{n}{B} \quad (6.1-6)$$

Die spannungsoptische Konstante  $S$  ist als Materialkenngröße gültig für die Wellenlänge des verwendeten Lichtes und im allgemeinen abhängig von der Belastungs- bzw. Dehnungsgeschwindigkeit und der Temperatur. Die Bestimmung der spannungsoptischen Konstanten, insbesondere deren Temperaturabhängigkeit erfolgt in einem Eichversuch mit einem aus der Theorie bekannten Spannungszustand. Die Isochromatenordnung  $n$  erhält man durch einfaches Abzählen der Isochromaten von der Nullisochromate (bei polychromatischem Licht = schwarz) aus.

Für eine vollständige Beschreibung des Spannungszustandes in einem belasteten spannungsoptischen Modell hat sich die Methode des Schubspannungsdifferenzenverfahrens (SDV) am weitesten durchgesetzt /48/. Die Beziehung (6.1-6) und die erwähnten Mohrschen Transformationsgleichungen bieten damit die Möglichkeit, aus der Kenntnis der spannungsoptischen Größen  $\alpha(x,y)$  (Isoklinenwinkel) und  $n(x,y)$  (Isochromatenordnung) den vollständigen Spannungszustand zu berechnen. Das SDV wird an späterer Stelle näher erläutert und zur quantitativen Auswertung des Eigenspannungszustandes in thermisch eigengespannten Verbundmodellen angewendet.

### 6.1.2 SPANNUNGSOPTIK IN DER BRUCHMECHANIK

Die experimentelle Ermittlung der Spannungsverteilungen vor Kerben mit endlichem Krümmungsradius mit den Methoden der Spannungsoptik wird in der Literatur ausführlich behandelt /49-51/. Dieses gilt gleichermaßen für Risse, die keinen definierten Krümmungsradius besitzen. Erstmals wurde von POST /52/ und POST und WELLS /53/ zu Beginn der 50-er Jahre die Anwendung der Spannungsoptik am Beispiel von Rißspitzenspannungsfeldern vorgestellt, worauf IRWIN /54/ die Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren auf spannungsoptischem Wege vorschlug. IRWIN konnte zeigen, daß der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  von einer einzelnen Isochromatenschleife an der Spitze eines Risses abgeleitet werden kann. Zu diesem Zweck betrachtet er die Spannungsverteilung an der Rißspitze in einem Polarkoordinatensystem und erweitert die Gleichung (4.1-4) um ein weiteres Glied einer Reihendarstellung. Diese Gleichungen, mit dem nichtsingulären konstanten Spannungsanteil  $\sigma_{ox}$ , ermöglichen eine genauere theoretische Beschreibung der realen Rißspitzenspannungszustände. Der gewonnene Zusammenhang (6.1-7) besitzt auch in größerer Entfernung von der Rißspitze seine Gültigkeit.

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right) - \sigma_{ox} \quad (6.1-7a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right) \quad (6.1-7b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \frac{3}{2} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \quad (6.1-7c)$$

Die Spannungsverteilung in der Nähe einer Rißspitze wird beim spannungsoptischen Versuch unmittelbar durch die zugehörige Isochromate dargestellt. Nach der Hauptgleichung der Spannungsoptik sind die Isochromaten proportional der Hauptschubspannung  $\tau_{xy}^H$ , wie aus Gleichung (6.1-6) zu ersehen ist.

Die maximale Schubspannung  $\tau_{xy}^H$  kann aus den Spannungskomponenten der Beziehung (6.1-7) folgendermaßen ermittelt werden.

$$(2 \tau_{xy}^H)^2 = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2 + (2 \tau_{xy})^2 \quad (6.1-8)$$

In Verbindung mit (6.1-7) ergibt sich

$$(2 \tau_{xy}^H)^2 = \frac{K_I^2}{2\pi r} \sin^2 \theta + \frac{2\sigma_{ox} K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \sin^{-\theta} \frac{3}{2} + \sigma_{ox}^2 \quad (6.1-9)$$

IRWIN beschreibt die maximale Ausdehnung einer Isochromaten-schleife um eine Rißspitze unter Mode I-Belastung über die zusätzliche Bedingung (6.1-10)

$$\frac{\partial \tau_{xy}^H}{\partial \theta} = 0 \quad (6.1-10)$$

an der Stelle  $r = r_M$  und  $\theta = \theta_M$ .

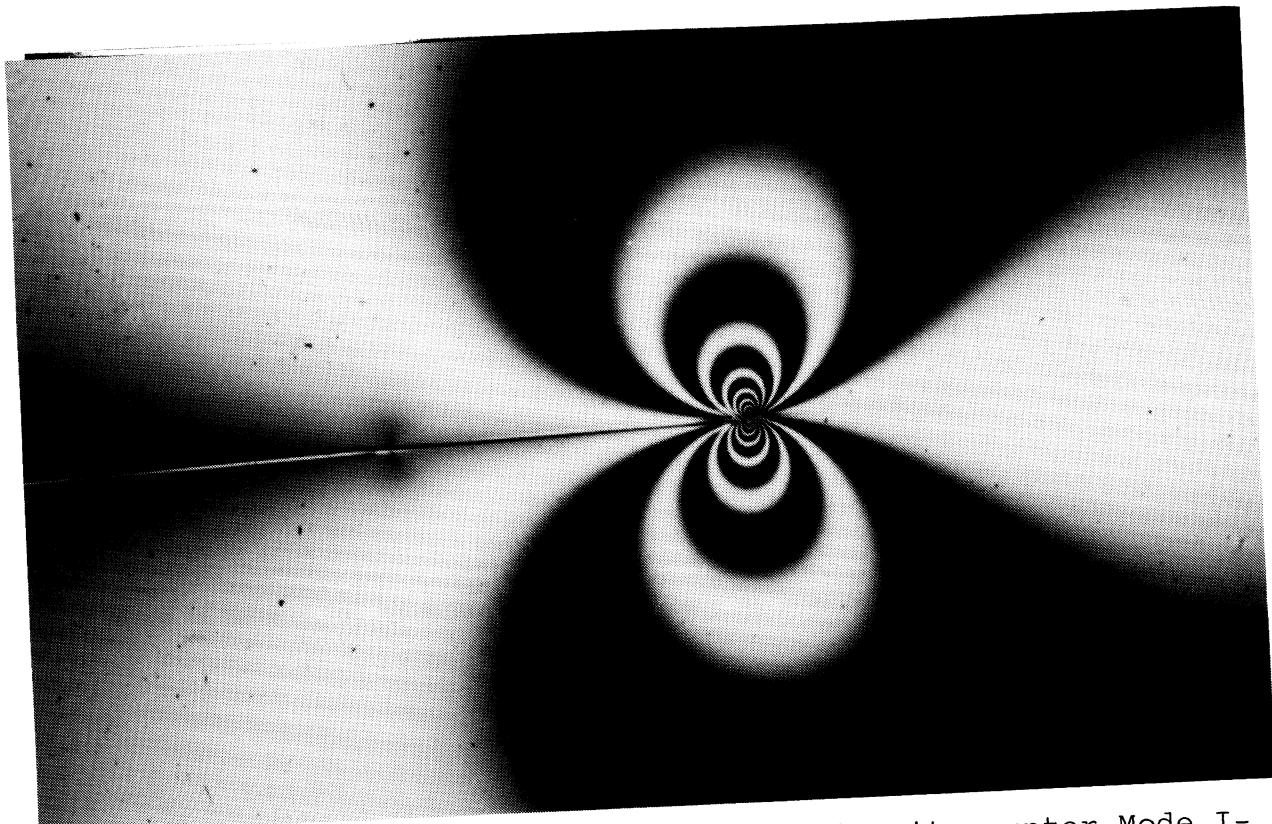


Abb. 6.2: Isochromatenschleife um eine Rißspitze unter Mode I-Belastung

Durch eine Auswertung der Gleichungen (6.1-9) und (6.1-10) erhält man die folgenden Ausdrücke für die nichtsinguläre Spannung  $\sigma_{ox}$  und den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$ .

$$\sigma_{ox} = \frac{-2 \sigma_{xy}^H}{\cos \frac{3\theta_M}{2} \sqrt{1 + \frac{9}{4} \tan^2 \theta_M}} \quad (6.1-11)$$

$$K_I = \frac{\frac{2 \tau_{xy}^H \sqrt{2\pi r_M}}{\sin \theta_M} \frac{\frac{3\theta_M}{2}}{1 + \frac{2}{3} \frac{\tan \frac{3\theta_M}{2}}{\tan \theta_M}}}{\sqrt{1 + \left( \frac{2}{3 \tan \theta_M} \right)^2}} \quad (6.1-12)$$

Damit können der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  und die Spannung  $\sigma_{ox}$  aus den meßbaren Größen  $r_M$  als maximalem Radius und  $\theta_M$  als zugehörigem Winkel als Maximalpunkt einer Isochromatenschleife der Ordnung  $n$  bestimmt werden. Die Hauptschubspannung kann nach Gleichung (6.1-6) ermittelt werden zu

$$\tau_{xy}^H = \frac{S n}{2 B} \quad (6.1-13)$$

Dieses Verfahren wird in Anlehnung an die zwei Parameter  $K_I$  und  $\sigma_{ox}$  als Zwei-Parameter-Methode bezeichnet. In Analogie zur genannten Methode wird von MARLOFF u. a. /55/ eine Ein-Parameter-Methode vorgestellt, wobei die in Gleichung (6.1-7b) angeführte Beziehung für  $\sigma_{yy}$  entlang der Rißlinie zur Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors benutzt wird.

Bei einer modifizierten Methode nach BRADLEY und KOBAYASHI /56/ werden an zwei unterschiedlichen Isochromatenschleifen bei  $\theta = \text{const.}$  die Hauptschubspannungen  $\tau_{xy}^{H1}$  und  $\tau_{xy}^{H2}$  mit den Radien  $r^{H1}$  und  $r^{H2}$  bestimmt und der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  angegeben. SCHROEDL und SMITH /57/ werten die Isochromatenbilder entlang einer radialen Linie bei  $\theta = 90^\circ$  aus und erhalten damit eine

vereinfachte Beziehung des zuvor beschriebenen Verfahrens. In einer Arbeit von ETHERIDGE und DALLY /58/ wird gezeigt, daß die Zwei-Parameter-Methode nur in einem eingeschränkten Winkelbereich  $73^\circ < \theta_M < 139^\circ$  gültig ist. ETHERIDGE und DALLY /58/ geben daher eine erweiterte Drei-Parameter-Methode zur Interpretation von Isochromatenschleifen an Rißspitzen und deren bruchmechanische Auswertung an. In der Literatur werden eine Vielzahl modifizierter Verfahren behandelt, die mehrheitlich von der mathematischen Beschreibung des lokalen Nahfeldspannungszustandes um Rißspitzen und einer vergleichenden Betrachtung zum experimentell beobachteten spannungsoptischen Effekt ausgehen. Eine umfassende Zusammenstellung der gebräuchlichsten Verfahren ist in /59/ und /60/ wiedergegeben.

## **6.2 SCHATTENOPTISCHES KAUSTIKENVERFAHREN**

Neben der spannungsoptischen Methode stellt das schattenoptische Kaustikenverfahren eine exzellente Möglichkeit zur direkten Sichtbarmachung und experimentellen Analyse von Spannungskonzentrationen bzw. Spannungsintensitätsfaktoren dar. Das Verfahren basiert auf der Ablenkung von Lichtstrahlen, die durch die Änderung der geometrischen und optischen Materialeigenschaften in der Umgebung einer belasteten Rißspitze verursacht werden, so daß in einem gewissen Abstand hinter der Probe ein Schattengebiet mit hellem Saum, der Kaustik, entsteht, deren Abmessungen ein Maß für die Spannungsintensität darstellen.

Das Kaustikenverfahren wurde 1964 erstmals von MANOOG /61/ für bruchmechanische Anwendungen quantitativ formuliert und am Beispiel einer unter Mode I-Belastung stehenden ebenen Platte mit statischem Riß mathematisch behandelt. Später ist von einer Reihe von Autoren das Verfahren aufgegriffen und erweitert worden, so daß letzteres heute als eine der elegantesten experimentellen Analysemöglichkeiten von Rißspitzensingularitäten gilt. Das Verfahren ist gegenwärtig eine etablierte Methode zur Untersuchung dynamischer Rißvorgänge /62-65/, bei der Analyse von Mixed-Mode-Problemen /66-68/ sowie zum Studium elastisch-plastischer Vorgänge an Rißspitzenzonen /69-71/, zumal die Übertragung auf nicht transparente Modellmaterialien mittels der Entwicklung der Reflexions-schattenoptik /72/ gelungen ist. Auf diese Weise ist auch die Untersuchung technisch relevanter Werkstoffe möglich geworden.

### **6.2.1 PHYSIKALISCHES PRINZIP**

Die Entstehung des Schattenflecks in einer ebenen transparenten Probe, die einen Riß mit gerader Front enthält und unter einer gleichförmigen äußeren Spannung  $\sigma$  steht, ist in Abbildung 6.3 schematisch wiedergegeben. Das durchsichtige Körper durchstrahlende Licht wird durch lokale Änderungen des optischen Weges aufgrund von Spannungs-, Dicken- und Dichtegradienten aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt. Die Ablenkung ist im allgemeinen im Körperinneren vernachlässigbar, jedoch in größerer Entfernung hinter der Probe, in der sogenannten Referenzebene, als Änderung der ehemals gleichförmigen Lichtverteilung sichtbar.

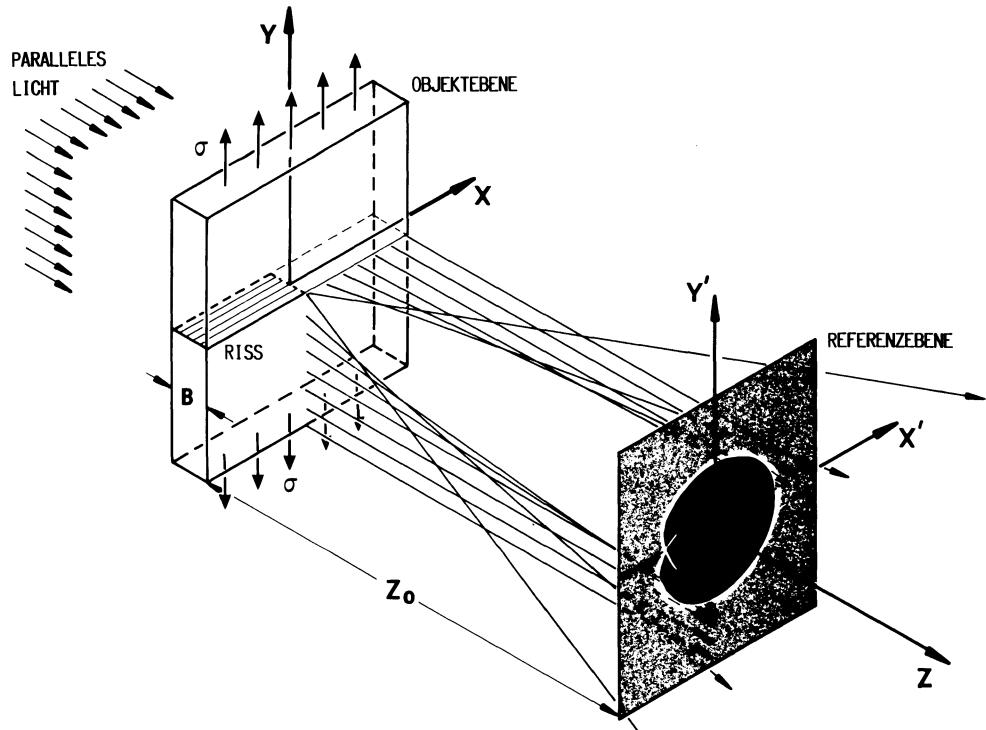


Abb. 6.3: Entstehung eines Schattenflecks um eine Rißspitze

Beleuchtet man eine rißbehaftete Probe, die unter einem ebenen Spannungszustand steht, mit parallelem Licht, erscheint im Abstand  $z_0$  von der Probenmittelebene die Rißspitze von einem dunklen Bereich, dem sogenannten Schattenfleck, umgeben. Dieser ist von einem hellen Saum, einer Kaustik, begrenzt. Der Schattenfleck ist als Folge der Spannungsüberhöhung in Rißspitzenumgebung anzusehen, die eine Verringerung der Probendicke sowie des Brechungsindex bewirkt. Der Rißspitzenbereich wirkt dadurch ähnlich wie eine Zerstreuungslinse, d.h. das einfallende Licht wird nach außen abgelenkt.

Betrachtet man das Objekt gemäß Abbildung 6.4 im Punkt  $P(r, \theta)$  durchsetzenden Lichtstrahl, so trifft dieser die Schattenebene im Punkt  $P_m$ , sofern das Modell unbelastet ist. Durch die Belaufschlagung der Platte mit der vorgegebenen äußeren Belastung wird das Modell in einen ebenen Spannungszustand versetzt. Das nunmehr einfallende Licht spaltet in Komponenten auf, die in Richtung der lokalen Hauptspannungen linear polarisiert sind, und erfährt je nach Komponente eine Änderung der optischen Weglänge. Setzt man linear elastisches und linear elasto-optisches Materialverhalten voraus, so läßt sich der Zusammenhang zwischen optischer

Wegänderung, Spannung und Brechungsindexänderung in einer mathematisch geschlossenen Form darstellen /61/.

$$\delta s_{1,2}(x,y) = \frac{B}{2} \{ (a+b) [ \sigma_1(x,y) + \sigma_2(x,y) ] \\ \pm (a-b) [ \sigma_1(x,y) - \sigma_2(x,y) ] \} \quad (6.2-1)$$

$$\text{schattenoptische Konstante} \quad c = \frac{a + b}{2} \quad (6.2-2)$$

$$\text{spannungsoptische Anisotropie} \quad \lambda = \frac{a - b}{a + b} \quad (6.2-3)$$

Die Beziehung (6.2-1) setzt sich aus einem isotropen Anteil, der proportional der Hauptspannungssumme ist, und einem anisotropen Bestandteil, der proportional der Hauptspannungsdifferenz ist, zusammen. Die materialspezifischen Konstanten  $a$  und  $b$  sind im allgemeinen wellenlängen- und temperaturabhängig, sie können zudem auch von der Belastungs- und Dehnungsgeschwindigkeit beeinflußt werden /66/.

Manogg formuliert die Hauptspannungssumme und -differenz aus den bekannten Beziehungen für die Spannungsverteilung an einem statischen Riß unter einachsiger Zugbelastung.

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 - \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \right) + \sigma \quad (6.2-4)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \left( 1 + \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right) \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right)$$

Über die Mohrschen Beziehungen ergeben sich aus (6.2-4) die folgenden Zusammenhänge

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} \quad (6.2-5)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4 \tau_{xy}^2} \quad (6.2-6)$$

und damit für die Hauptspannungssumme:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2 \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + \sigma \quad (6.2-7)$$

bzw. für die Hauptspannungsdifferenz:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{\frac{K_I^2}{2\pi r} \sin^2 \theta - K_I \sqrt{\frac{2}{r\pi}} \sigma \sin \frac{3}{2} \theta \sin \theta + \sigma^2} \quad (6.2-8)$$

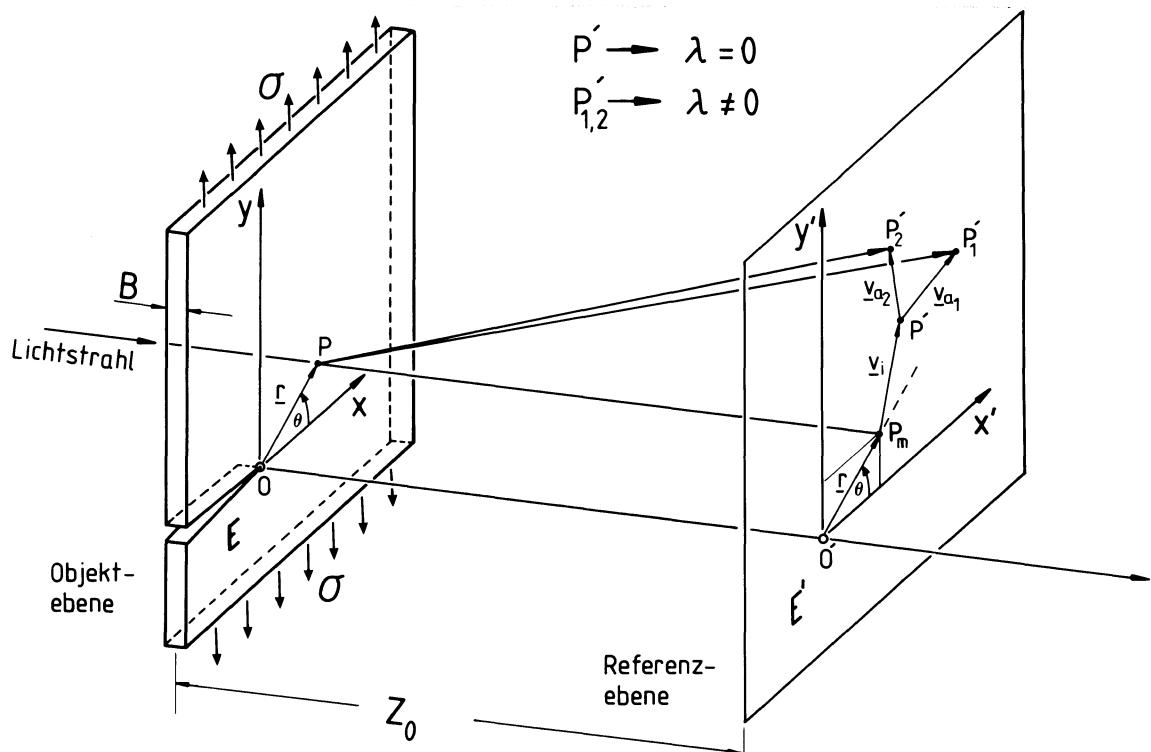


Abb. 6.4: Lichtablenkung und Abbildung auf der Referenzebene

Die Lichtablenkung innerhalb der Schatten- bzw. der Referenzebene ist gegeben nach /61/ zu

$$\begin{aligned} \underline{v}_{1,2} &= -z_o \operatorname{grad}(\delta s_{1,2}(x, y)) = -z_o B c \operatorname{grad}((\sigma_1(x, y) + \sigma_2(x, y)) \\ &\quad \pm \lambda (\sigma_1(x, y) - \sigma_2(x, y))) \end{aligned}$$

$$\underline{v}_{1,2} = \underline{v}_i \pm \lambda \underline{v}_a \quad (6.2-9)$$

Durch Verknüpfen der Beziehungen (6.2-7) bis (6.2-9) ergeben sich die Abbildungsgleichungen für einen den Punkt  $P(r, \theta)$  der Probenebene E durchdringenden Lichtstrahl auf der Abbildungsebene  $E'$  in den Punkten  $P'_{1,2}(x', y')$ , wie in der Abbildung 6.4 angedeutet ist. Die Abbildungsgleichungen bezogen auf die Ebene  $E'$  lauten damit nach /63/

$$x'_{1,2} = r \cos \theta + C r^{-3/2} \left( \cos \frac{3}{2} \theta + \frac{3}{4} \lambda \sin 2\theta \right) \quad (6.2-10)$$

$$y'_{1,2} = r \sin \theta + C r^{-3/2} \left( \sin \frac{3}{2} \theta + \frac{3}{4} \lambda (\cos 2\theta + \frac{1}{3}) \right)$$

mit  $C = c B z_o \frac{K_I}{\sqrt{2 \pi}}$

Jedem Plattenpunkt  $P$  des Modells werden durch den Doppelbrechungseffekt ( $\lambda \neq 0$ ) zwei Bildpunkte  $P'_{1,2}(x', y')$  zugeordnet. Die Gleichung (6.2-10) beschreibt die Abbildung der die Probe durchsetzenden Lichtpunkte, wobei die Kaustik als Einhüllende eine singuläre Lösung darstellt. Eine notwendige Bedingung für die Existenz einer solchen Lösung ist das Verschwinden der zugehörigen Funktionaldeterminante.

$$\Delta = \frac{\partial(x', y')}{\partial(r, \theta)} = \frac{\partial x'}{\partial r} \frac{\partial y'}{\partial \theta} - \frac{\partial x'}{\partial \theta} \frac{\partial y'}{\partial r} = 0 \quad (6.2-11)$$

Bei Annahme isotroper Materialeigenschaften d.h.  $\lambda = 0$  führt die Beziehung (6.2-11) auf die Gleichung für die Urkurve der Kaustik.

$$r = \left( \frac{3}{2} c B z_o \frac{K_I}{\sqrt{2 \pi}} \right)^{2/5} = r_o \quad (6.2-12)$$

mit  $m = \frac{z_2}{z_o + z_2}$  Abbildungsmaßstab

Damit enthält die Kaustik alle Informationen über den Spannungszustand in einem Kreis um die Rißspitze mit dem Radius  $r_o$  als sogenanntem Urkreisradius.

Aus den Relationen (6.2-10) bis (6.2-12) lassen sich die Bestimmungsgleichungen für die Kaustik ableiten.

$$x' = r_o \left( \cos\theta + \frac{2}{3} \cos \frac{3}{2} \theta \right) \quad (6.2-13)$$

$$y' = r_o \left( \sin\theta + \frac{2}{3} \sin \frac{3}{2} \theta \right)$$

Der maximale Durchmesser der Kaustik ergibt sich dann als Vielfaches des Urkreisradius zu

$$D = f r_o m \quad (6.2-14)$$

mit der dimensionslosen Größe  $f$ , die durch die materialspezifischen Konstanten bestimmt ist. Das Verknüpfen der Beziehungen (6.2-12) und (6.2-14) führt auf die schattenoptische Auswerteformel, die den experimentell bestimmbarer Kaustikdurchmesser  $D$  mit dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Relation setzt.

$$K_I = M D^{5/2}; \quad \text{mit} \quad M = \frac{2 \sqrt{2 \pi}}{3 f^{5/2} c B z_o m^{3/2}} \quad (6.2-15)$$

Bei Verwendung von optisch anisotropen Materialien ergeben sich in analoger Weise für die Kaustikdurchmesser und die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_{Ia,i}$  die Beziehungen

$$D_{a,i} = f_{a,i} r_o m \quad (6.2-16)$$

$$K_{Ia,i} = M_{a,i} D^{5/2}; \quad \text{mit} \quad M_{a,i} = \frac{2 \sqrt{2 \pi}}{3 f_{a,i}^{5/2} c B z_o m^{3/2}} \quad (6.2-17)$$

## 6.2.2 VERFAHREN ZUR ELEKTRO-OPTISCHEN ERFASSUNG DES SPANNUNGS-INTENSITÄTSFAKTORS

Die Beziehungen (6.2-15) und (6.2-17) stellen einen einfachen formelmäßigen Zusammenhang zwischen den meßbaren Kaustikendurchmessern  $D_{a,i}$  und dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  dar. Die Bestimmung der Schattenfleckabmessungen erfolgt üblicherweise durch direktes manuelles Vermessen auf einer Referenzebene oder durch nachbereitende Auswertung photographischer bzw. filmischer Aufnahmen. Im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit wurde ein experimentelles Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die geometrische Information der Schattenfläche um eine mechanisch belastete Rißspitze auf berührungslosem elektro-optischem Wege in ein analoges Gleichspannungssignal umgewandelt und mittels eines Digitalrechners weiterverarbeitet werden kann /73/.

### 6.2.2.1 SCHATTENOPTISCHER AUFBAU

Abbildung 6.5 zeigt das sich hinter einer belasteten ebenen Probe einstellende Schattengebiet mit dem Lichtsaum, der Kaustik, auf einer Referenzebene im Abstand  $z_0$  für das optisch isotrope Probenmaterial PMMA.

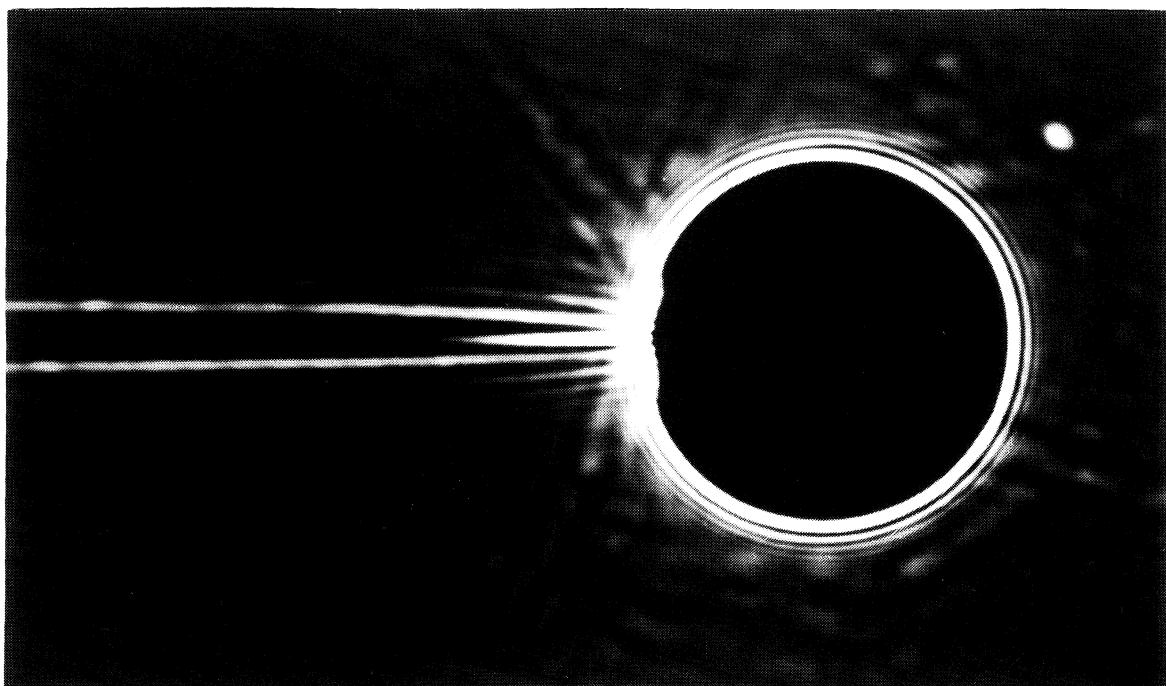


Abb. 6.5: Experimentell beobachtete Kaustik um eine Rißspitze

Nach Gleichung (6.2-10) lässt sich für optisch isotropes Material die Lichtverteilung auf der Referenzebene numerisch berechnen. Wird nun in den Strahlengang zwischen Probe und Ebene  $E'$  eine optische Blende montiert, deren Öffnungs durchmesser  $D_B$  größer ist als der sich maximal einstellende Kaustikendurchmesser des für das zugehörige Modellmaterial charakteristischen kritischen Spannungsintensitätsfaktor  $K_{Ic}$ , so lässt sich der in Abbildung 6.6 grafisch wiedergegebene Zusammenhang zwischen Blendenwirkungsgrad und Spannungsintensitätsfaktor  $K_{Ic}$  als Ergebnis einer Simulationsrechnung angeben. Der Blendenwirkungsgrad ist hierbei als das Verhältnis der die Blendenöffnung zu der die Probe durchsetzenden Lichtmengen definiert. Dabei wird deutlich, daß mit steigender Probenbeanspruchung, d.h. wachsendem  $K_I$ , stets weniger Licht die Blendenöffnung passiert. Damit kann das durch die Blende fallende bzw. die Blende nicht passierende Licht als eine mögliche Meßgröße zur quantitativen Auswertung der Kaustikeninformation herangezogen werden.

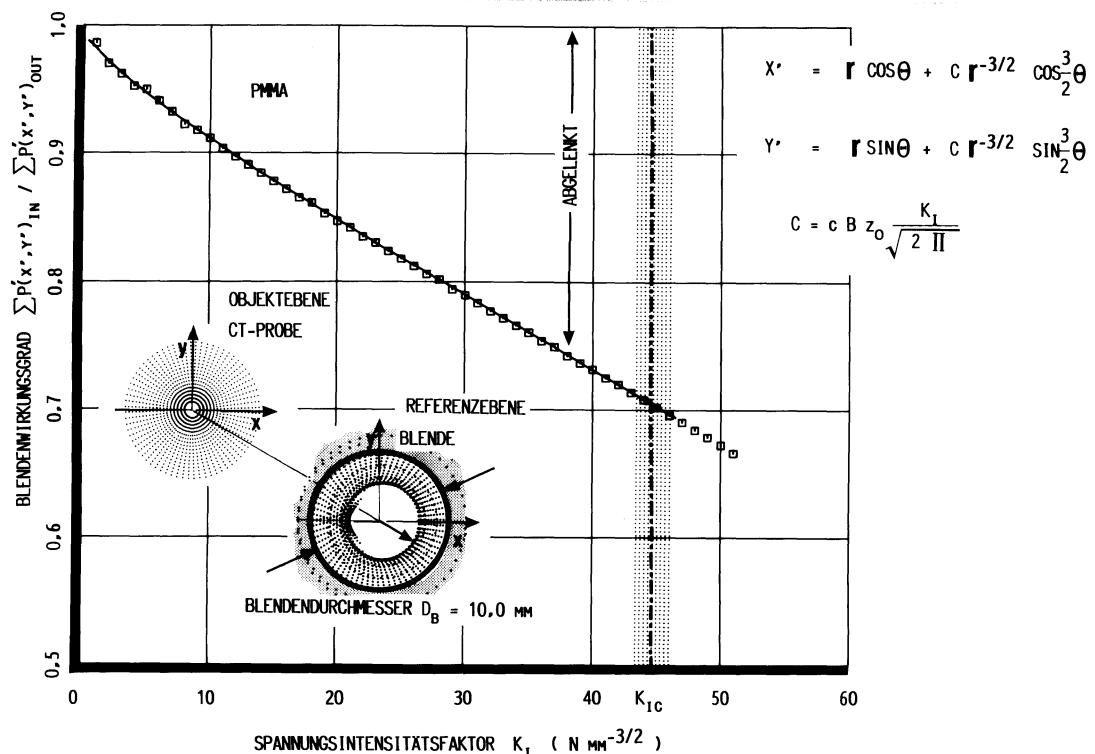


Abb. 6.6: Blendenwirkungsgrad

Auf der Basis dieser Überlegungen wurde der in Abbildung 6.7 dargestellte Versuchsaufbau konzipiert.

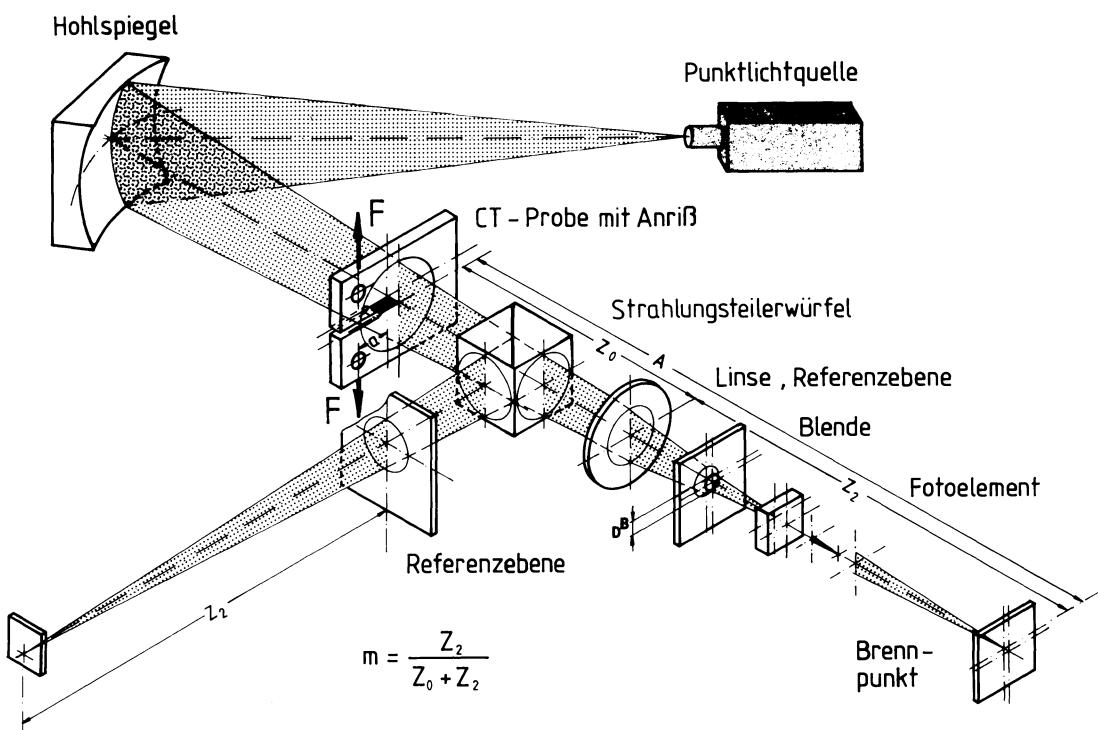


Abb. 6.7: Strahlengang zur elektro-optischen Erfassung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$

Er stimmt in wichtigen Teilen mit dem üblicherweise verwendeten konvergenten Strahlengang eines klassischen schattenoptischen Versuchsaufbaus überein.

Das von einer Punktlichtquelle ausgesandte Laserlicht durchstrahlt den Rißspitzenbereich einer CT-Probe aus PMMA. Mit Hilfe eines Strahlungsteilerwürfels wird der Lichtweg aufgespalten und die abgewinkelte Strahlkomponente auf der zugeordneten Referenzebene abgebildet, auf der sich der bei Belastung der Probe mit einer Kraft  $F$  einstellende Schattenfleck vermessen bzw. fotografisch dokumentieren lässt. Zur analogen berührungslosen Verarbeitung der Kastikinformation wird der nicht umgelenkte Teil des Lichtweges über ein Linsensystem gebündelt, durch die oben erläuterte vorjustierte Öffnung einer verstellbaren Irisblende geführt und auf die Sensor-ebene eines Fotoelementes projiziert. Das Gleichspannungssignal des Fotoempfängers wird zusammen mit dem analogen Kraftausgangssignal der hydraulischen Zugprüfmaschine einem Meßwertverstärker zugeführt der, mit einem Prozeßrechner gekoppelt, eine vollständige Versuchsvorbereitung, -führung und -auswertung ermöglicht.

### 6.2.2.2 STANDARDPROBE DER BRUCHMECHANIK

Zur experimentellen Bestimmung der materialspezifischen kritischen  $K_{IC}$ -Werte für unterschiedliche Metalle wird im allgemeinen die Standardprobe gemäß Abbildung 6.8 verwendet, in die vor dem Belastungsversuch ein definierter Ermüdungsriß eingebracht wird. Der Auslösepunkt einer instabilen Rißverlängerung wird heute üblicherweise mit Rißöffnungsmessern, die auf das Meßobjekt aufgesetzt werden und die Rißaufweitung an der Probenoberfläche als Funktion der Probenbelastung angeben, ermittelt /4,25,33/. Mittels einer Eichfunktion  $Y$ , die für die verwendete Probengeometrie bekannt sein muß, bestimmt sich dann die Rißzähigkeit zu

$$K_{IC} = \frac{F \sqrt{\pi a}}{B w} Y^{(CT)} \quad (6.2-20)$$

mit

$$(6.2-21)$$

$$Y^{(CT)} = 16,7 - 104,7 \frac{a}{w} + 369,9 \left(\frac{a}{w}\right)^2 - 573,8 \left(\frac{a}{w}\right)^3 + 383,8 \left(\frac{a}{w}\right)^4$$

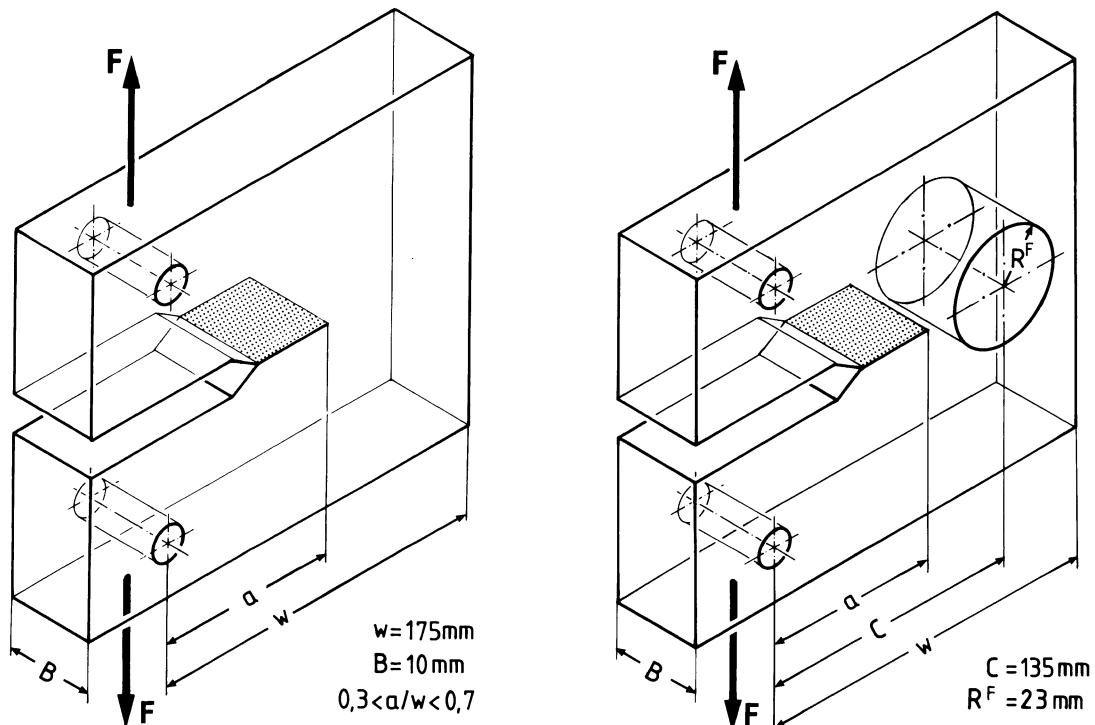


Abb. 6.8: Standardprobe der Bruchmechanik

Die vorbereiteten, mit unterschiedlichen Rißlängen versehenen Proben, werden in der Belastungsvorrichtung unter konstanter zeitlicher Änderung des Spannungsintensitätsfaktors bis zum Bruch belastet. Die Grenzen für die zulässigen Werte von  $K(t)$  liegen im Intervall von

$$16,6 \text{ (Ns}^{-1}\text{mm}^{-3/2}\text{)} \leq K(t) \leq 83,5 \text{ (Ns}^{-1}\text{mm}^{-3/2}\text{)}. \quad (6.2-22)$$

Zur Versuchsdurchführung wurde die in Abbildung 6.9 dargestellte hydraulische Zugprüfmaschine entwickelt, die, mit einem hydrostatisch gelagerten Zylinder versehen, das Fahren kleiner Lasten oder Wege gestattet. Durch die Konzeption als fahrbare freibeweglicher Lastrahmen mit einem Aktionsradius von ca. 4 m von der zentralen Servohydraulik- und elektronischen Steuereinheit aus, lassen sich unterschiedliche Rißlängen bzw. die exakten Positionierungen der Rißspitzen in den stationären Strahlengang eines optischen Versuchsaufbaus sehr leicht und sicher durchführen.

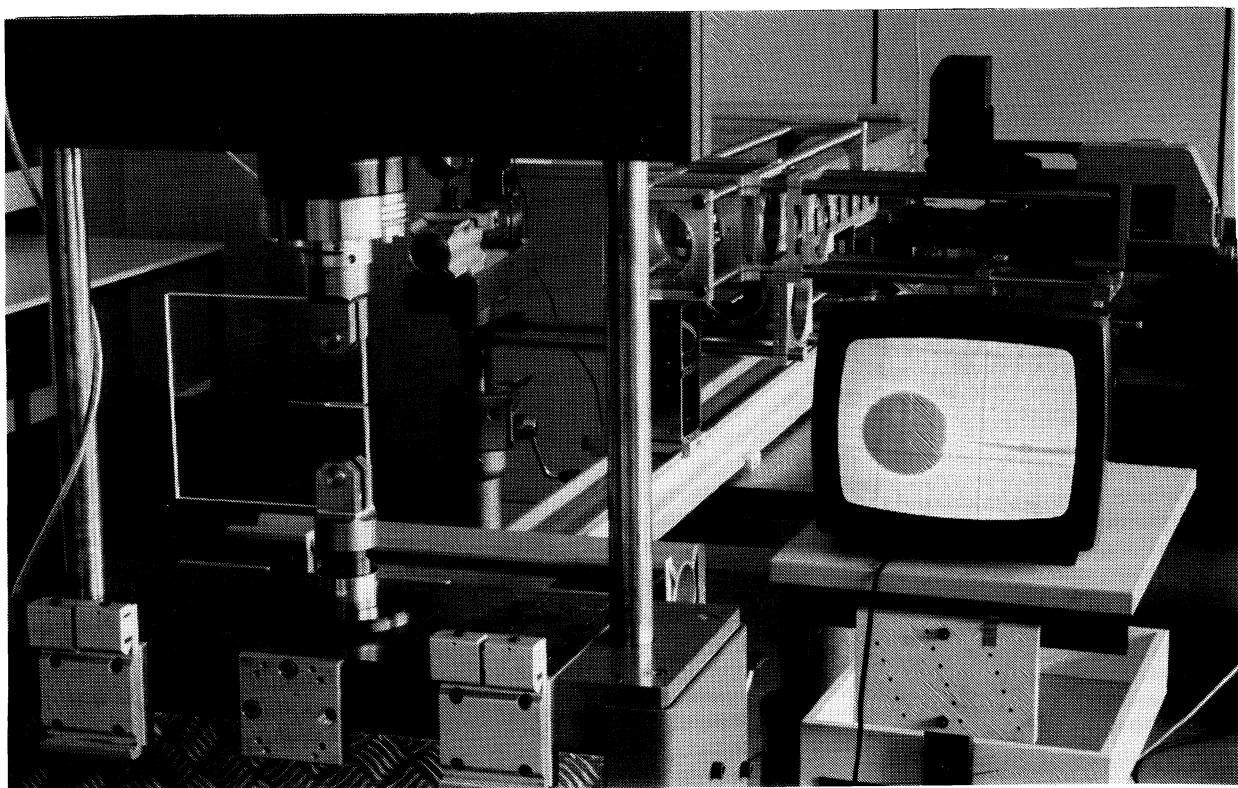


Abb. 6.9: Servohydraulische transportable Zugprüfmaschine

Das mechanische Einbringen der für die nach ASTM-Bestimmungen normgerechten Versuchsbedingungen notwendigen definierten Ermüdungsanrisse erfolgt durch dynamisches Anschwingen in der vorgestellten Prüfanlage /74/. Hierbei wird ebenfalls die Entwicklung

des pulsierenden Schattenflecks um die Rißspitze mittels einer Videoeinrichtung aufgenommen und als Kontrollgröße herangezogen, um die unterschiedlichen Rißlängen manuell einzustellen.

### **6.2.2.3 STEUERUNG UND VERSUCHSDURCHFÜHRUNG**

Zur technischen Realisierung des Meßverfahrens wurde ein umfangreiches Programm Paket für den installierten Prozeßrechner entwickelt, mit dessen Hilfe eine nahezu automatische Versuchsabwicklung bis hin zur vollständigen Auswertung möglich wird. Auf die detaillierte Beschreibung der einzelnen Systembestandteile muß hier weitgehend verzichtet werden. Das Kernstück des angesprochenen Software-Pakets bildet die eigentliche Vermessungs- bzw. Eichroutine. Diese stellt den Zusammenhang zwischen der Information des auf einem Fotoempfänger abgebildeten Schattenflecks und dem zugehörigen Kaustikdurchmesser und damit dem Spannungsintensitätsfaktor her.

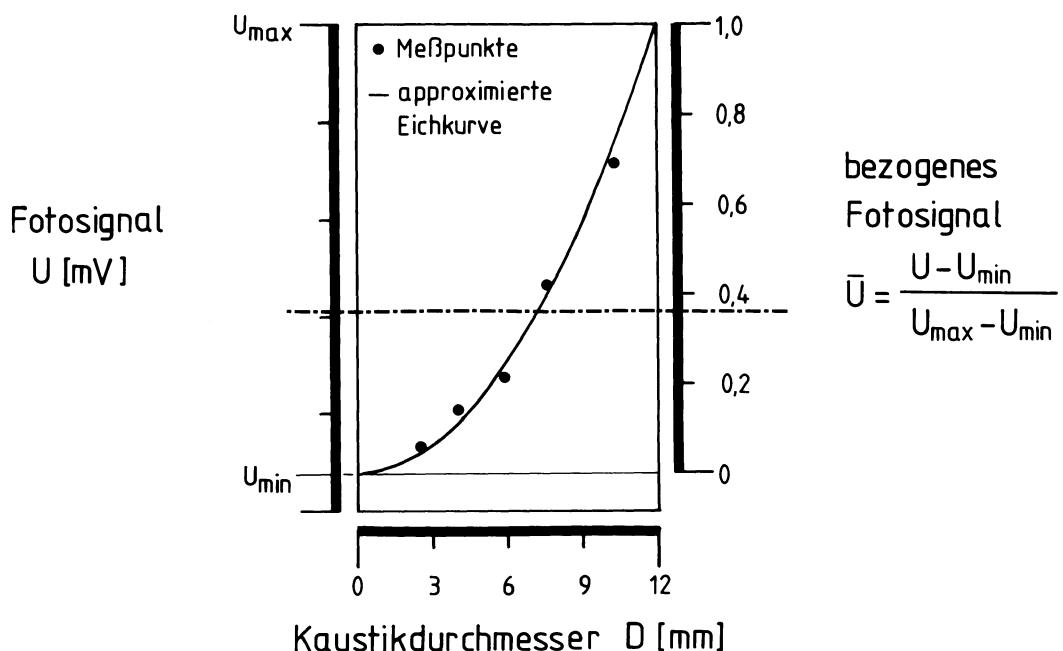


Abb. 6.10: Eich- und Normierungsvorgang

Zu diesem Zweck wird eine rißbehaftete CT-Probe (PMMA) in wenigen Schritten statisch belastet, der sich auf der seitlichen Referenzebene einstellende Schattenfleckdurchmesser mittels eines

Meßmikroskops vermessen und gemeinsam mit dem am Fotoempfänger meßbaren elektrischen Gleichspannungssignal in den Prozeßrechner eingelesen. Unter Verwendung eines Approximationsalgorithmus läßt sich aus den gemessenen Wertepaaren eine stetige Eichkurve ermitteln, die anschließend normiert für alle folgenden Versuche die Grundlage des Meßverfahrens darstellt. In Abbildung 6.10 ist der Eich- und Normierungsvorgang am Beispiel eines aufgenommenen Versuchsprotokolls wiedergegeben.

Zur Überprüfung des hier vorgestellten Verfahrens werden parallel zur Kaustikenauswertung die Beziehungen (6.2-20-21) als Referenzwerte herangezogen. In der Abbildung 6.11 ist beispielhaft für eine gesamte Versuchsstrecke das Ergebnisprotokoll eines Standard-Zugversuchs wiedergegeben.

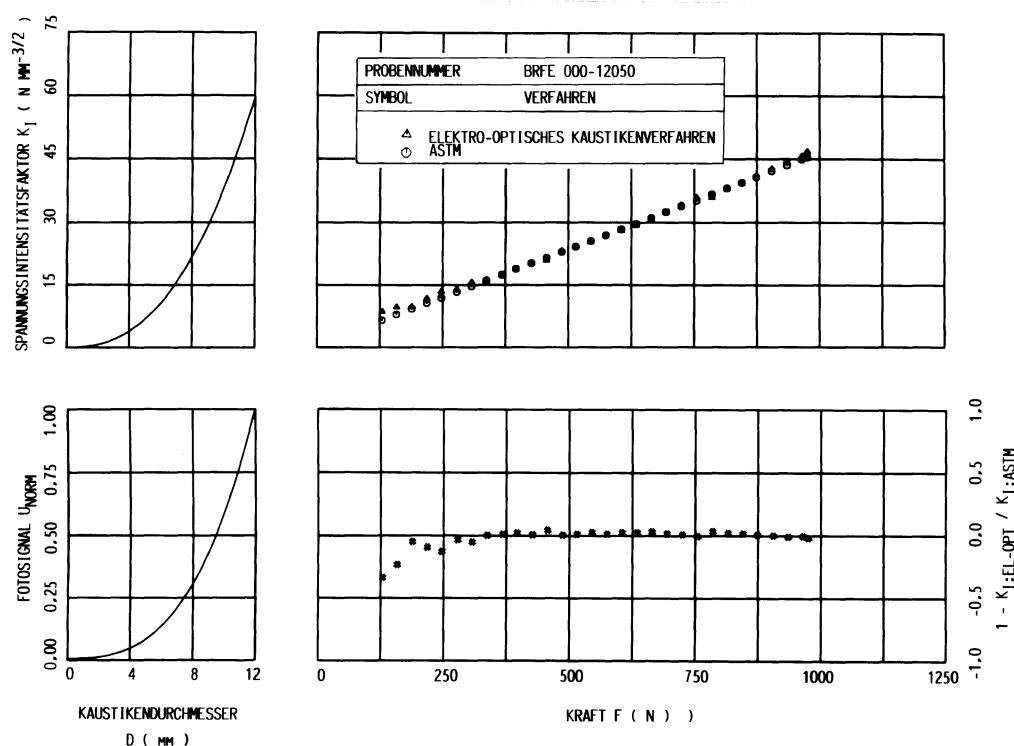


Abb. 6.11: Vollständiges Versuchsprotokoll zur optisch-elektronischen Kaustikenmethode

Das Diagramm I zeigt den durch den Eichvorgang bestimmten Zusammenhang zwischen der elektrisch meßbaren Schattenfleckinformation und dem Kaustikendurchmesser.

Das Diagramm II beschreibt den von Proben- und Versuchsbedingungen abhängigen Zusammenhang zwischen Spannungsintensitätsfaktor und Kaustikendurchmesser.

Die Diagramme III und IV verdeutlichen schließlich die Abhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktors von der äußeren Last bzw. die relativen Abweichungen zwischen einer Auswertung nach den Beziehungen (6.2-20-21) und der optisch-elektronischen Kaustikenmethode.

In dem Diagramm 6.12 ist zudem für einen Versuch die Abweichung zwischen den Ergebnissen des elektro-optischen Verfahrens und den Resultaten gemäß der Referenzauswertung nach den Gleichungen (6.2-20) und (6.2-21) wiedergegeben. Aus den gemessenen Wertepaaren wurde eine Ausgleichsgerade gebildet und eine Nullpunktskorrektur vorgenommen. Die geringen Abweichungen lassen sich auf die Verletzung des nach ASTM vorgeschriebenen Probendickenverhältnisses zurückführen, da bei Nichteinhaltung dieser Bedingung die der Methode zu Grunde liegenden Voraussetzungen für die Nachbildung eines ebenen Dehnungszustandes nicht hinreichend erfüllt sind.

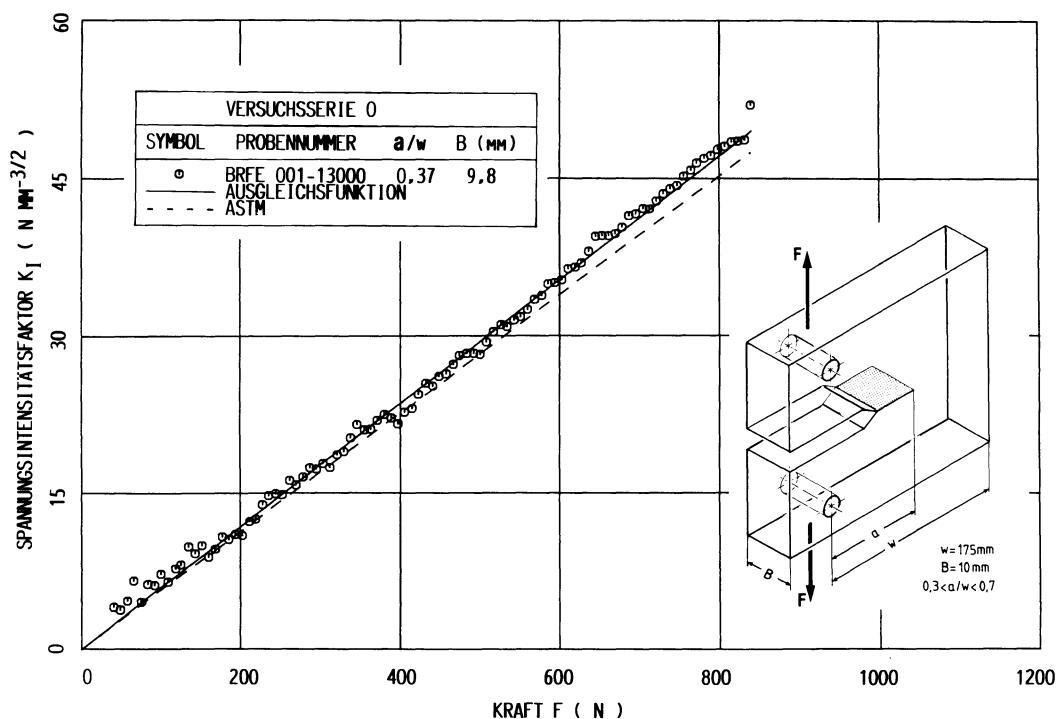


Abb. 6.12: Gegenüberstellung der Ergebnisse für eine CT-Probe

— elektro-optisches Kaustikenverfahren  
- - - ASTM-Verfahren

In den Abbildungen 6.13 und 6.14 sind die Ergebnisse zweier Versuchsserien angegeben.

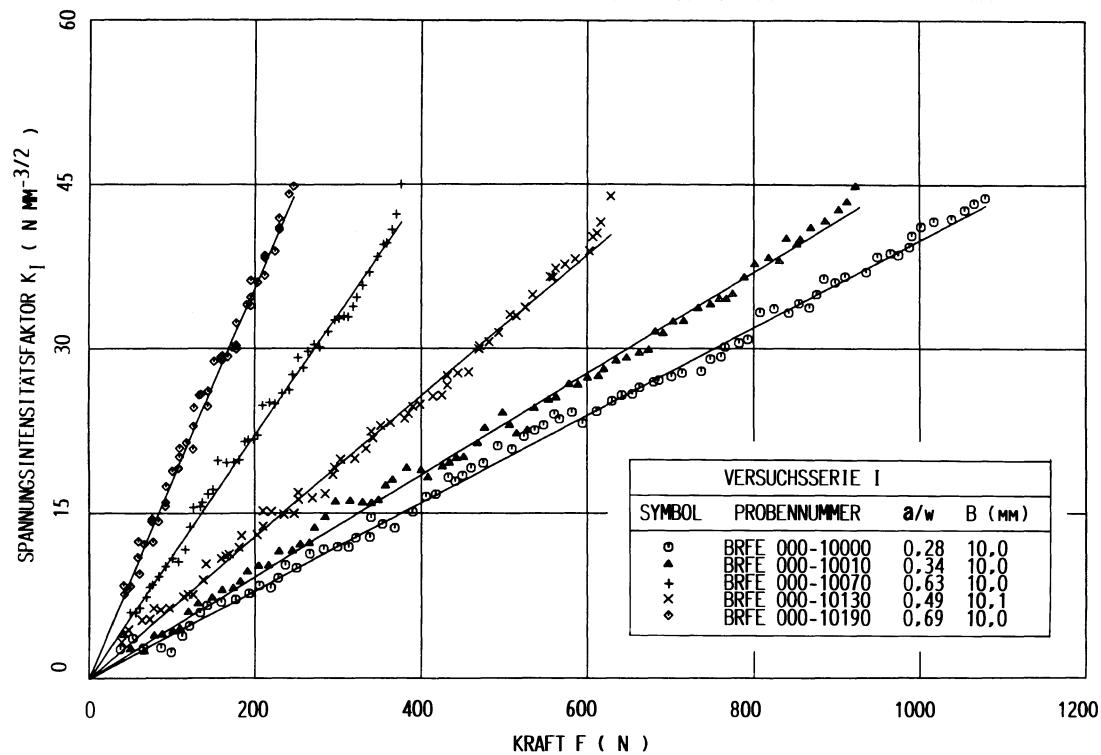


Abb. 6.13: Ergebnisse der Versuchsserie 10

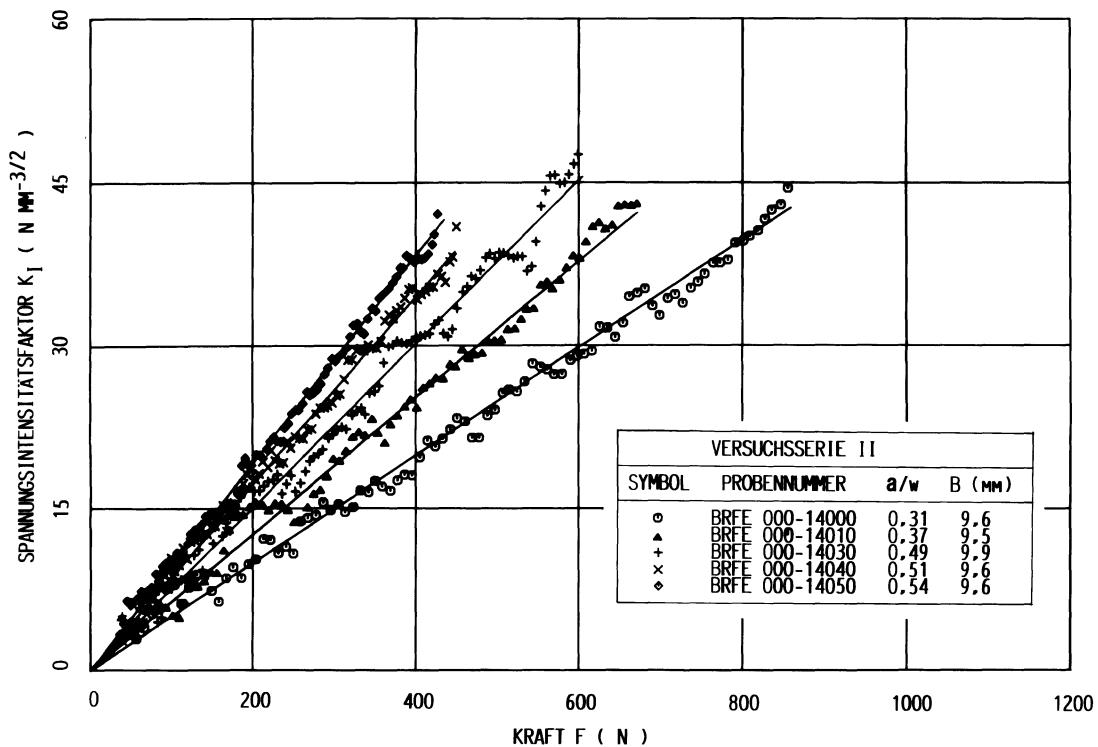


Abb. 6.14: Ergebnisse der Versuchsserie 14

Hierbei wurden die in die Proben eingebrachten Ermüdungsrisse in den Bereichen  $0,28 \leq a/w \leq 0,69$  bzw.  $0,31 \leq a/w \leq 0,54$  variiert und beispielhaft für jeweils fünf unterschiedliche Rißlängen zusammengestellt. Bei der systematischen Durchführung von Reihenuntersuchungen konnte eine starke Chargenabhängigkeit der Materialeigenschaften des untersuchten Probenwerkstoffes festgestellt werden.

Als ermittelte Größenordnung für die Rißzähigkeit der untersuchten Materialchargen lässt sich für das Modellmaterial PMMA ein Wert von  $K_{IC} = 42 - 46 \text{ Nmm}^{-3/2}$  angeben, der mit den Angaben in der Literatur sehr gut übereinstimmt. Von Seidelmann /66/ wurde ein ebenfalls aus schattenoptischen Untersuchungen gewonnener Rißzähigkeitswert von  $K_{IC} = 47 \text{ N/mm}^{-3/2}$  ermittelt. Kordisch /75/ gibt für PMMA den Wert von  $K_{IC} = 47,1 \text{ Nmm}^{-3/2}$  an. Die von Williams und Ewing /76/ durchgeführten Untersuchungen mit einem Wert von  $K_{IC} = 43 \text{ Nmm}^{-3/2}$  bestätigen die große Streubreite der Rißzähigkeit für den verwendeten Kunststoff PMMA.

#### **6.2.2.4 MODIFIZIERTE STANDARDPROBE**

Im Zusammenhang mit dem Studium des Versagensverhaltens von Verbund-Strukturen und um Aussagen über die erweiterte Anwendbarkeit der schattenoptischen Kaustikenmethode zu erlangen, wurde die in Abbildung 6.8 angeführte Standardprobe der Bruchmechanik verifiziert und als modifizierte Probe mit dem erläuterten elektro-optischen Verfahren untersucht. In der Abbildung 6.8 ist diese abgewandelte Verbund-CT-Probe ebenfalls angegeben. Als Einlagerung dient das Epoxidharz Araldit F. In den folgenden Abbildungen 6.15 bis 6.17 ist der Vergleich im Spannungsintensitätsfaktor-Kraft-Verlauf für Proben mit (Versuchsserie 13) und ohne Einschluß (Versuchsserie 14) dargestellt.

Die Risslängen wurden hier zu  $a/w=0,31, 0,37$  und  $0,54$  ausgewählt. Der Einfluß der Einschlüsse auf den Spannungsintensitätsfaktor-Kraft-Verlauf zeigt sich in Abhängigkeit von der variierten Rißlänge in einer durchweg erhöhten Versagenslast.

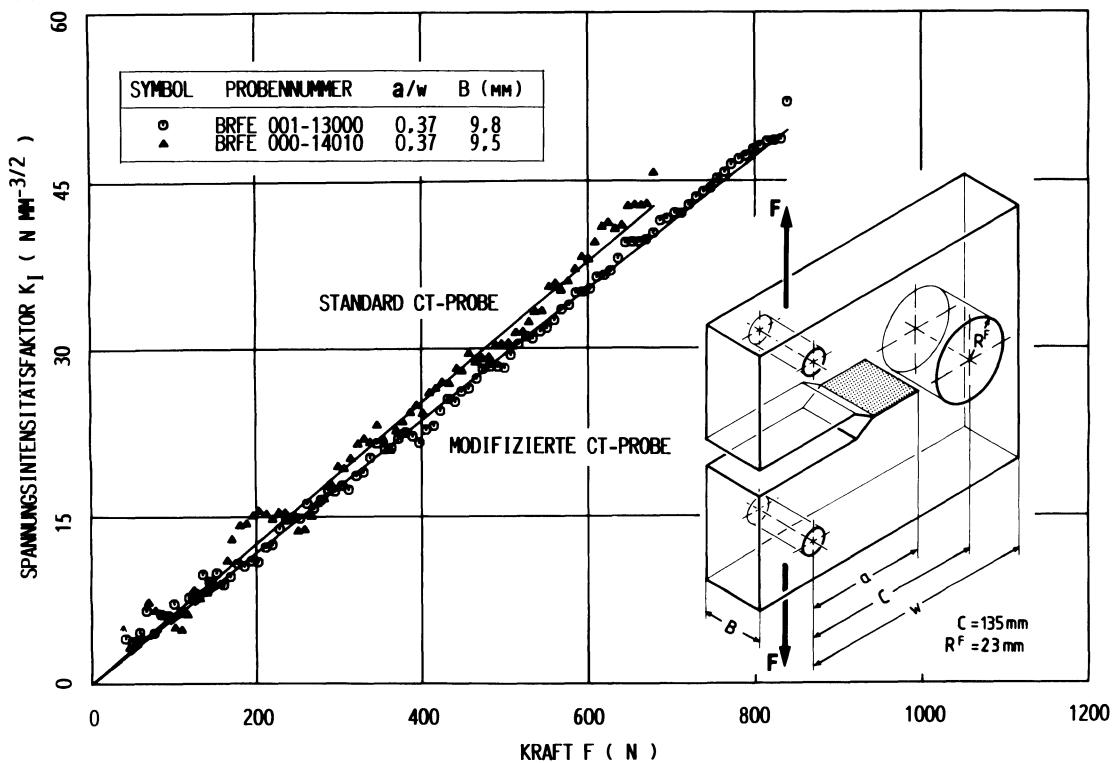


Abb. 6.15: Gegenüberstellung der Ergebnisse einer CT-Probe und einer modifizierten CT-Probe

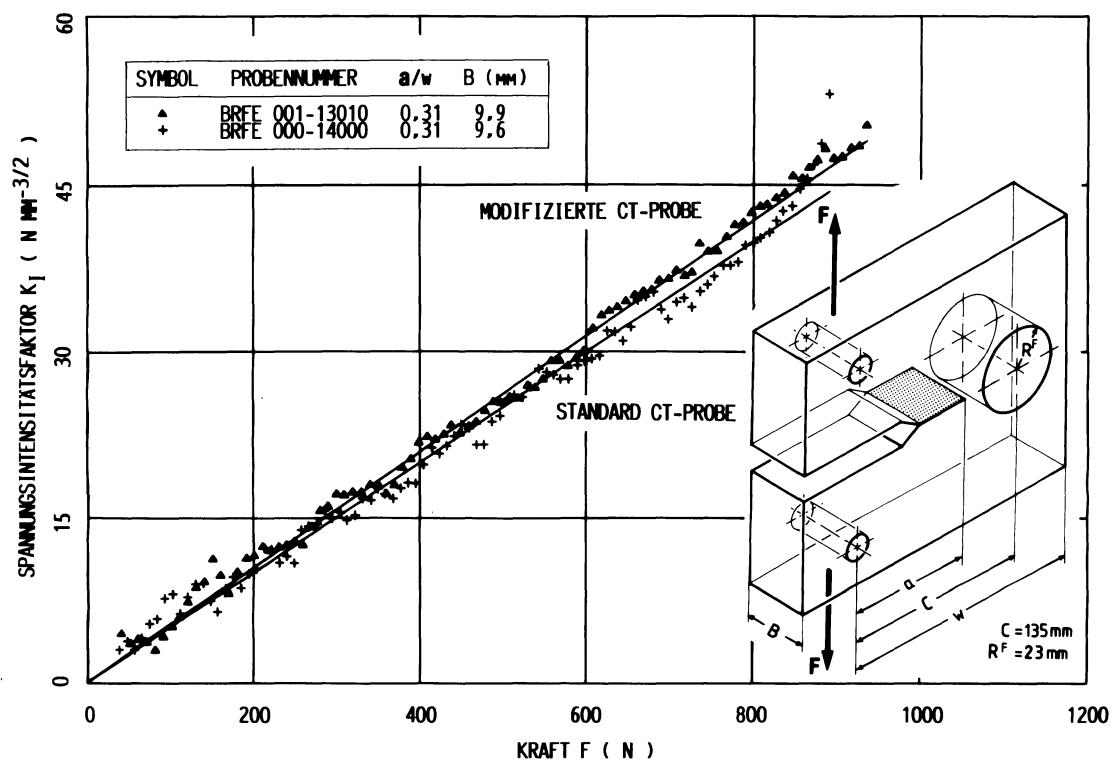


Abb. 6.16: Gegenüberstellung der Ergebnisse einer CT-Probe und einer modifizierten CT-Probe

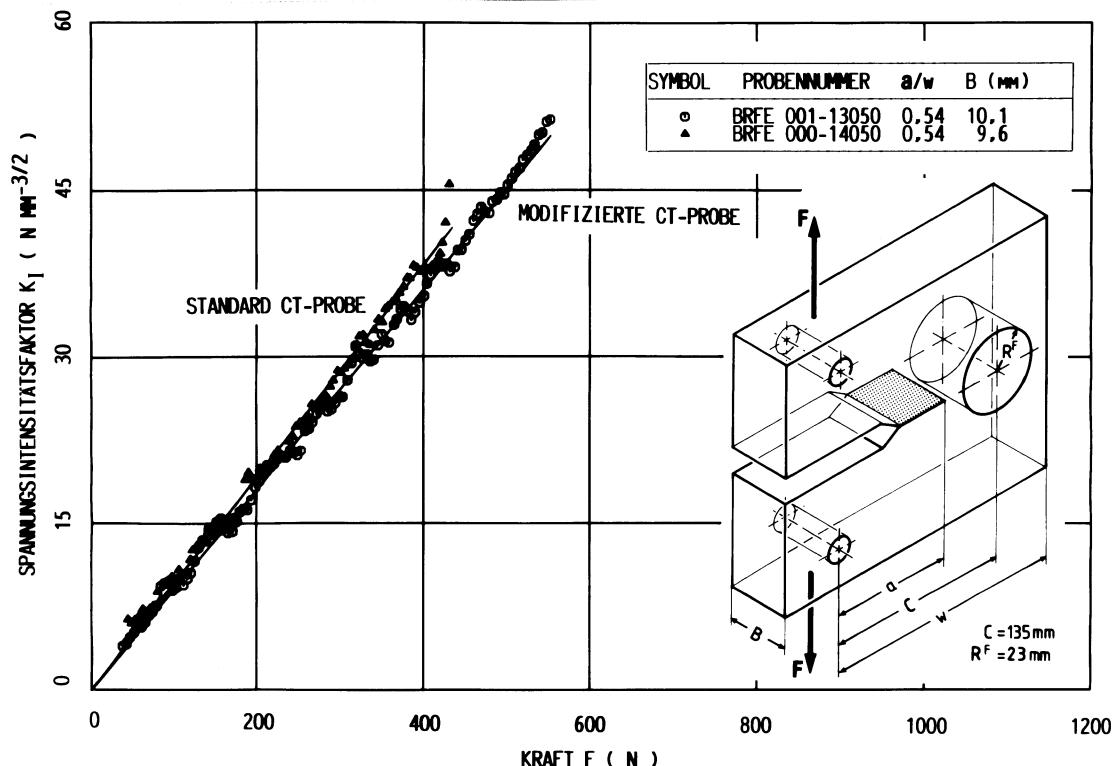


Abb. 6.17: Gegenüberstellung der Ergebnisse einer CT-Probe und einer modifizierten CT-Probe

Das vorgestellte berührungslose Verfahren zur Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren unter Mode I-Belastung, das mittels eines einfachen Sensors die Informationen einer Schattenfläche hinter einer rißbehafteten Probe in ein elektrisch verarbeitbares analoges bzw. digitales Signal umwandelt, gestattet die automatische Bestimmung der Rißzähigkeit  $K_{Ic}$  unter Beibehaltung konstanter Versuchsbedingungen. Die Untersuchungen lassen den Schluß zu, daß die schattenoptische Kaustikenmethode, die entsprechend ihres physikalischen Prinzips ausschließlich Informationen aus dem Spannungszustand des unmittelbaren Rißspitzennahfeldes bezieht, auch in der näheren Umgebung von Inhomogenitäten, die in Form von makroskopischen Einschlüssen modelliert wurden, Anwendbarkeit finden kann.

## 7. EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUM VERSAGENSVERHALTEN VON MEHRKOMPONENTENMODELLEN

Die mikromechanischen Methoden zur Behandlung des Festigkeits- und Bruchverhaltens von Verbundwerkstoffen sind in einem umfangreichen Schrifttum niedergelegt. Das Studium des Versagens von Mehrkomponentenverbunden infolge thermisch induzierter Eigenspannungen ist in einer Reihe von Arbeiten von HERRMANN und Mitarbeitern /77-81,16,8,18,6/ und HERRMANN und MIHOVSKY /82,12/ behandelt worden. Weiterhin ist es gelungen, neben der analytischen und numerischen Lösung der entsprechenden Randwertprobleme /83,7/ Eigenspannungsrisse in Zweikomponentenglasmodellen als Folge unterschiedlicher thermomechanischer Materialkennwerte in einem homogenen Temperaturfeld auszulösen und mit experimentellen und numerischen Methoden zu untersuchen /9-11,84,85/. Durch Einsatz der Spannungs- und Schattenoptik sind dabei sowohl Hauptspannungstrajektorienfelder als auch bruchmechanische Kennwerte angegeben worden. Aufgrund der verwendeten optisch inaktiven Modellmaterialien und der geringen Modellabmessungen konnten spannungsoptische Untersuchungen unter Angabe quantitativer Spannungsverläufe nicht angestellt werden.

Die quasistatische Ausbildung von WärmespannungsrisSEN, die an den Modellgrenzflächen eines Zweikomponentenverbundes, bestehend aus einer ebenen kreisförmigen Kunststoffmatrix (Araldit B) mit einem zentralen Stahleinschluß, starten und sich in das Innere des Matrixmaterials ausbreiten, ist sowohl theoretisch als auch experimentell von HERRMANN et. al. /86/ untersucht worden.

In einer Studie von FRITZ et. al. /87/ werden mit Hilfe des Schubspannungs-Differenzen-Verfahrens (SDV) Spannungsverläufe zwischen zwei und drei eingeschrumpften Aluminium-Einschlüssen in photoelastischem Material ermittelt und in Relation zu den Untersuchungen eines Modells mit nur einem zentralen Einschluß gesetzt.

In einer Arbeit von CUNNINGHAM et. al. /88/ werden Untersuchungen an unidirektional orientierten Fasern in einem Verbundmodell vorgestellt. Die Fasern werden in einem Glasrohr mit Epoxidharz (Araldit MY753) ummantelt und bei ca. 60°C ausgehärtet. Aus den

Modellen werden orthogonal zur Faserorientierung dünne Scheiben geschnitten und mit den Methoden der Spannungsoptik analysiert. Ein 4-tägiges Lagern der Verbundmodelle in destilliertem Wasser bei ca.  $80^{\circ}\text{C}$  führt zur Risseinleitung in dem die Probe ummantelnden Glasrohr, ausgehend von dessen Endflächen.

Mehrere Arbeiten von HERRMANN und FERBER /13,89-91/ gehen auf eine Methode zur Modellierung und die Versagensanalyse von scheibenförmigen ebenen Verbundmodellen ein.

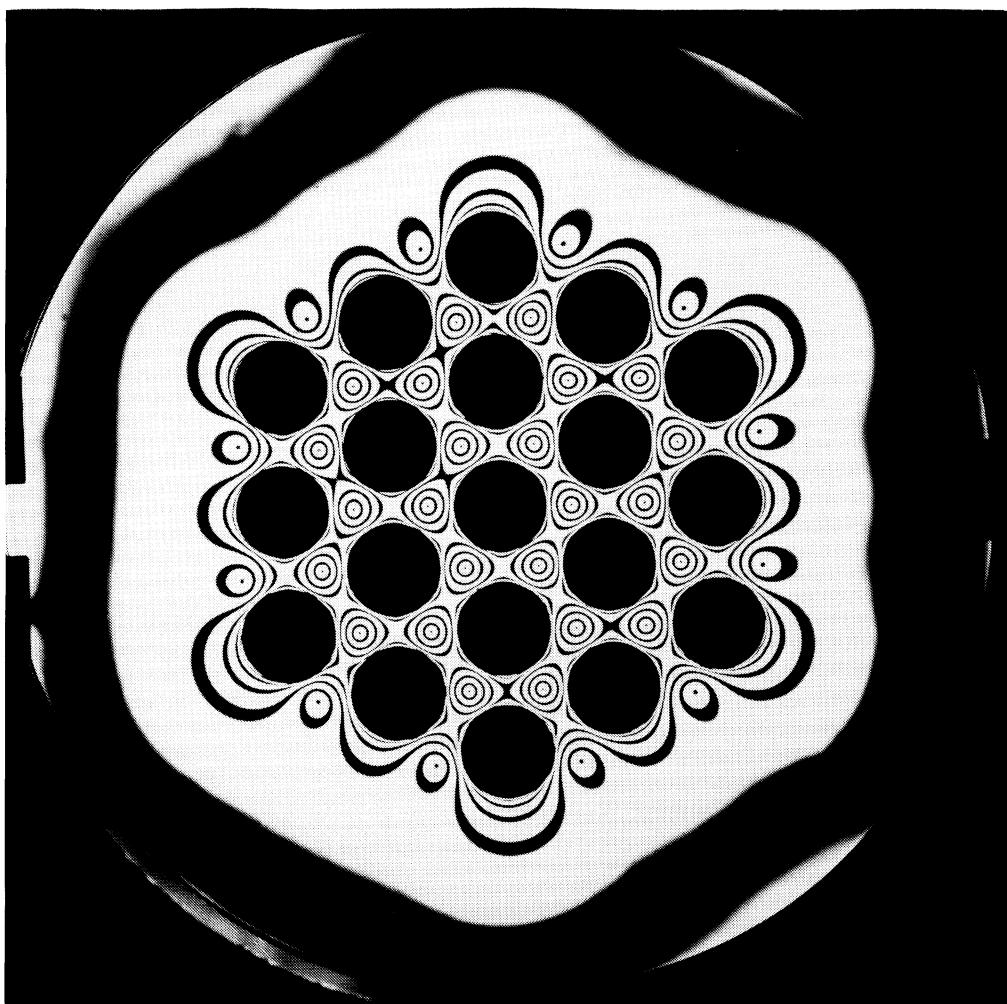


Abb. 7.1: Isochromatenverteilung in einem thermisch einge- spannten Verbundmodell Typ A1 mit regulärer Struktur bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = -40^{\circ}\text{C}$

Abbildung 7.1 gibt die spannungsoptische Aufnahme einer Isochromatenverteilung eines solchen ebenen Verbundmodells mit einer unidirekionalen Faserorientierung in einer hexagonalen Packung mit regulärer Struktur wieder.

## 7.1

**MODELLHERSTELLUNG UND VERARBEITUNGSPROZEDUR**

In Analogie zu einer von FICKER /92/ angegebenen Technik zur Verarbeitung von Kunststoffen bzw. deren Einsatz bei spannungsoptischen Modellstudien und einer von BRAUN /7/ beschriebenen Prozedur zur Herstellung von ebenen scheibenförmigen Verbundmodellen wurde ein modifiziertes Gießverfahren erarbeitet. In Abbildung 7.2 sind eine komplett montierte Gießform und deren Einzelkomponenten gemeinsam mit einem Verbundmodell wiedergegeben.

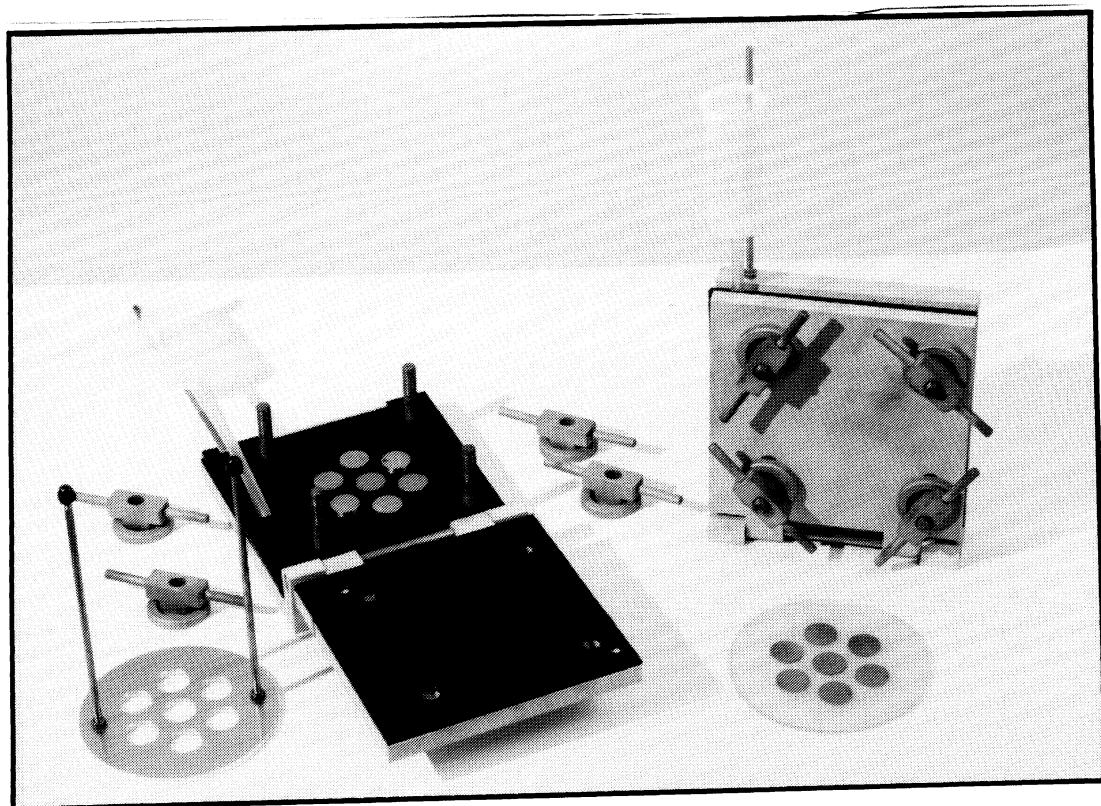


Abb. 7.2: Gießform zur Herstellung ebener Verbundmodelle

Die Form besteht aus einer Spannvorrichtung, in die ein Paket aus Deck- und Formplatten variabler Dicke eingebracht werden kann. In die Formplatte sind Anguß, Steiger und die Modellkontur eingearbeitet. Als Form- und Deckplattenwerkstoff dient das teilkristalline Thermoplast Polyäthylen PE, da die benutzten Epoxidharze bei Verwendung geringer Mengen geeigneter Trennmittel mit diesem Material keine Haftung eingehen. Die zur Simulation der Fasern verwendeten geschliffenen Stahlscheiben werden in die Form mit Hilfe einer Justierschablone eingelegt und zwischen den Deckplatten verspannt.

Als Modellwerkstoff für die nachzubildende Matrix wurde das warmhärtende Epoxidharz ARALDIT F (Araldit 6020) in Kombination mit dem Härter HY2954 der Firma Ciba AG verwendet /22/. Die montierte Form wird zusammen mit dem Harz (100 Gewichtsanteile) und dem Härter (30 Gewichtsanteile) im Ofen bei 60°C für die Dauer von 60 Minuten vortemperiert. Anschließend werden Harz und Härter miteinander gemischt, bei 60°C ca. 2 Minuten gerührt und wiederum 5 Minuten bei 60°C nachgewärmt. Nach dem Einfüllen des blasenfreien Harzgemisches in die Gießform wird diese im Ofen je nach Anwendungsfall und Zielsetzung zwischen 3 und 24 Stunden bei 60°C Probenauhärtungstemperatur gehalten.

## **7.2 MODELLBELASTUNG UND APPARATIVER AUFBAU**

Nach dem Ausformen des fertigen Modells aus der Gießform wird ersteres in einer Temperierkammer von der Aushärtetemperatur bzw. bei Zwischenlagerung von der Raumtemperatur weiter abgekühlt, so daß je nach der Vorgeschichte des zu untersuchenden Modells dieses bis zum Versagen, d.h. Einleiten thermischer Eigenspannungsrisse, belastet werden kann.

In Abbildung 7.3 ist die speziell für die hier besprochenen Untersuchungen entwickelte Temperiereinrichtung wiedergegeben.

Die Kammer kann über eine Regel- und Steuereinrichtung im Temperaturbereich von +80°C bis -190°C mittels einer elektrischen Heizeinrichtung bzw. flüssigem Stickstoff temperiert werden. Sie gestattet die Beobachtung der Modelle bis zu einem Modellaußen-durchmesser von  $D_M = 300$  mm und ist mit einer schrittmotorbetriebenen spannungsoptischen Apparatur ausgestattet. Die spannungsfreien Mehrfachverglasungen sind mit einer Evakuieranlage gekoppelt und können von außen zusätzlich über ein Ringdüsensystem mittels eines Warmluftstroms beschlagfrei gehalten werden. Die gesamte Kammer ist isoliert und seitlich mit einer ebenfalls mit PU-Schaum ausgefüllten Tür versehen. Ein verschieblicher Rahmen mit integrierter Höhen- und Seitenverstellung der Klimaeinrichtung gestattet das exakte Positionieren der Gesamtanlage. Eine spezielle Probenhaltevorrichtung schafft eine zentrische verspannungsfreie Arretierung des Modells mit automatischem Ausgleich des Temperatureinflusses. Die Kammer ist mit mehreren Fühlern zur Rege-

lung der Innentemperatur und zur Überwachung der Modelloberflächen- bzw. Kerntemperatur ausgestattet und verfügt über weitere Meßkabeldurchführungen, um zusätzliche Triggerkontakte signale aus dem temperierten Innenraum herausleiten zu können.



Abb. 7.3: Temperierkammer

### 7.3 MODELLMATERIALIEN UND DEREN TEMPERATURVERHALTEN

Die quantitative Beschreibung des Spannungszustandes in Verbundmodellen setzt den Einsatz geeigneter Modellwerkstoffe und die Kenntnis ihrer charakteristischen mechanischen und insbesondere thermischen Eigenschaften voraus.

Die ersten experimentellen Modelluntersuchungen wurden 1815 durch D. BREWSTER /93/ an Glas als Modellwerkstoff vorgenommen. Ein wesentlicher Fortschritt in der Entwicklung der experimentellen Spannungsanalyse wurde 1930 durch die Einführung des Kunststoffes Bakelite BT 61893 durch FROCHT /94/ erreicht. Die für spannungsoptische Modellstudien wichtigsten Materialien, insbesondere für dreidimensionale Untersuchungen, sind heute die Epoxidharze. Sie ermöglichen eine nahezu problemlose Versuchsdurchführung und eröffnen neue Techniken, wie das Gießen komplizierter räumlicher Modelle und die Anwendung des Oberflächenschichtverfahrens. In einer umfangreichen Literatur ist der gegenwärtige Wissensstand dokumentiert /21-23/. Gleiches gilt für die derzeit gebräuchlichen Modellmaterialien. Über den Einsatz und die Zuhilfenahme der Spannungsoptik als Analyseverfahren zur Untersuchung des Spannungs- und Dehnungszustandes von Verbundstrukturen ist nur wenig bekannt. Zur Nachbildung thermischer Eigenspannungen und deren Analyse mittels der Spannungsoptik ist von C.P. BURGER /95/ eine Zusammenstellung angegeben worden. Die allgemeinen Eigenschaften der wichtigsten spannungsoptischen Modellmaterialien sind z. B. in W. WOLF /22/ zusammengestellt, wobei ebenfalls Aussagen über deren Temperaturabhängigkeit vorwiegend im Bereich erhöhter Temperaturen zu finden sind. Für den Temperaturbereich oberhalb Raumtemperatur sind von H. BRAUN /7/ in eigenen Untersuchungen für das Epoxidharz ARALDIT B Werkstoffkennwerte angegeben worden. Von J.T. METCALF et. al. /96/ wurde für ARALDIT B und HOMALITE 100 der Elastizitätsmodul bis zu einer Temperatur von  $-100^{\circ}\text{C}$  gemessen. Für eine fundierte experimentelle Auswertung bzw. die numerische Aufbereitung des thermischen Eigenspannungszustandes sowie des Versagensverhaltens von modellhaften ebenen Faserverbundstrukturen ist die Kenntnis des Verhaltens der zugehörigen Werkstoffparameter unter Temperatureinwirkung unumgänglich. Um den der vorliegenden Arbeit zugrundeliegenden Versuchsbedingungen Rechnung zu tragen, wurden eigene umfangreiche Untersuchungen zum Studium der thermischen Ab-

hängigkeit relevanter Werkstoffparameter angestellt. In diesem Zusammenhang wurden für die Epoxidharze ARALDIT B und ARALDIT F (Ciba-Geigy), für das Acrylharz PMMA (Plexiglas, Röhm) und verschiedene andere Kunststoffe (z. B. PL1, Material für das spannungsoptische Oberflächenschichtverfahren, Vishay) der Elastizitätsmodul  $E$ , die Querdehnzahl  $\nu$ , der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$  und die spannungsoptische Konstante  $S$  in Abhängigkeit von der Temperatur und für das Modellmaterial ARALDIT F auch von der Zeit bestimmt.

### **7.3.1 APPARATIVE ENTWICKLUNGEN**

Nachfolgend sollen kurz der für eine systematische Versuchsdurchführung notwendige apparative Aufbau und die unterschiedlichen zur Anwendung gelangten Meßprinzipien erläutert werden. In Abbildung 7.4 sind schematisch der Versuchsaufbau und die verschiedenen Vorrichtungen zur manuellen bzw. prozeßrechnergestützten Bestimmung der oben genannten Werkstoffparameter angegeben.

Das realisierte Temperaturintervall ist durch die unterschiedlichen Modellwerkstoffe und die möglichen Temperiermedien bzw. -einrichtungen begrenzt und liegt für die nachfolgenden Untersuchungen im Bereich von  $-195^{\circ}\text{C}$  bis  $100^{\circ}\text{C}$ .

In der in Abbildung 7.4 dargestellten isolierten Temperierkammer mit Sichtfenstern sind über eine Durchführung unterschiedliche Belastungsvorrichtungen montierbar. Die Temperierung erfolgt über eine Widerstandsheizeinrichtung und eine stickstoffbetriebene Tieftemperatursteuerung. Alle Prüfkörperbelastungen erfolgen über ein Spindelsystem, das gemeinsam mit einer Kraftmeßeinrichtung außerhalb der Kammer angeordnet ist. Die Kammer ist auf einer optischen Bank montiert und mit einer spannungsoptischen Apparatur versehen.

Die Temperaturabhängigkeit der Materialien wurde speziell nach den folgenden Meßprinzipien und mittels der in Abbildung 7.4 schematisch wiedergegebenen Vorrichtungen (a) bis (d) ermittelt:

o Elastizitätsmodul E

(b) Biegebalken mit aufgebrachtem Biegemoment:  
manuelle Auswertung der Durchbiegung und des Biegemoments

(c) Zugstab:

Dehnungsmessung mit Dehnungsmeßstreifen (DMS) auf dem Zugstab

(d) Vierpunktbiegebalken:

Dehnungsmessung mit Dehnungsmeßstreifen (DMS) auf der Balkenoberseite, rechnergestützte Auswertung

o QUERDEHNZAHL

(c) Zugstab:

Dehnungsmessung mit DMS längs und quer zur Zugrichtung,  
Rechnerauswertung

(d) Vierpunktbiegebalken:

Messung der Querdehnungen mit DMS, rechnergestützte Auswertung

o LINEARER WÄRMEAUSDEHNUNGSKoeffizient

(c,d) mechanisch unbelastete Kreisscheibe (nicht dargestellt):

thermische Dehnung einer Scheibe aus Probenmaterial mittels DMS, Vergleich zu gleicher Scheibe aus Reinstsilizium zur Temperaturkompensation mit Prozeßrechnerauswertung,  $\alpha_{\text{Probe}} \gg \alpha_{\text{Si}}$

o SPANNUNGSOPTISCHE KONSTANTE S

(a) Kreisscheibe mit Punktlast:

manuelles Abzählen der Isochromatenordnung

(c,d) Kreisscheibe mit Punktlast:

prozeßrechnergeführte vollständige Auswertung eines Fotosignals im spannungsoptischen Aufbau.

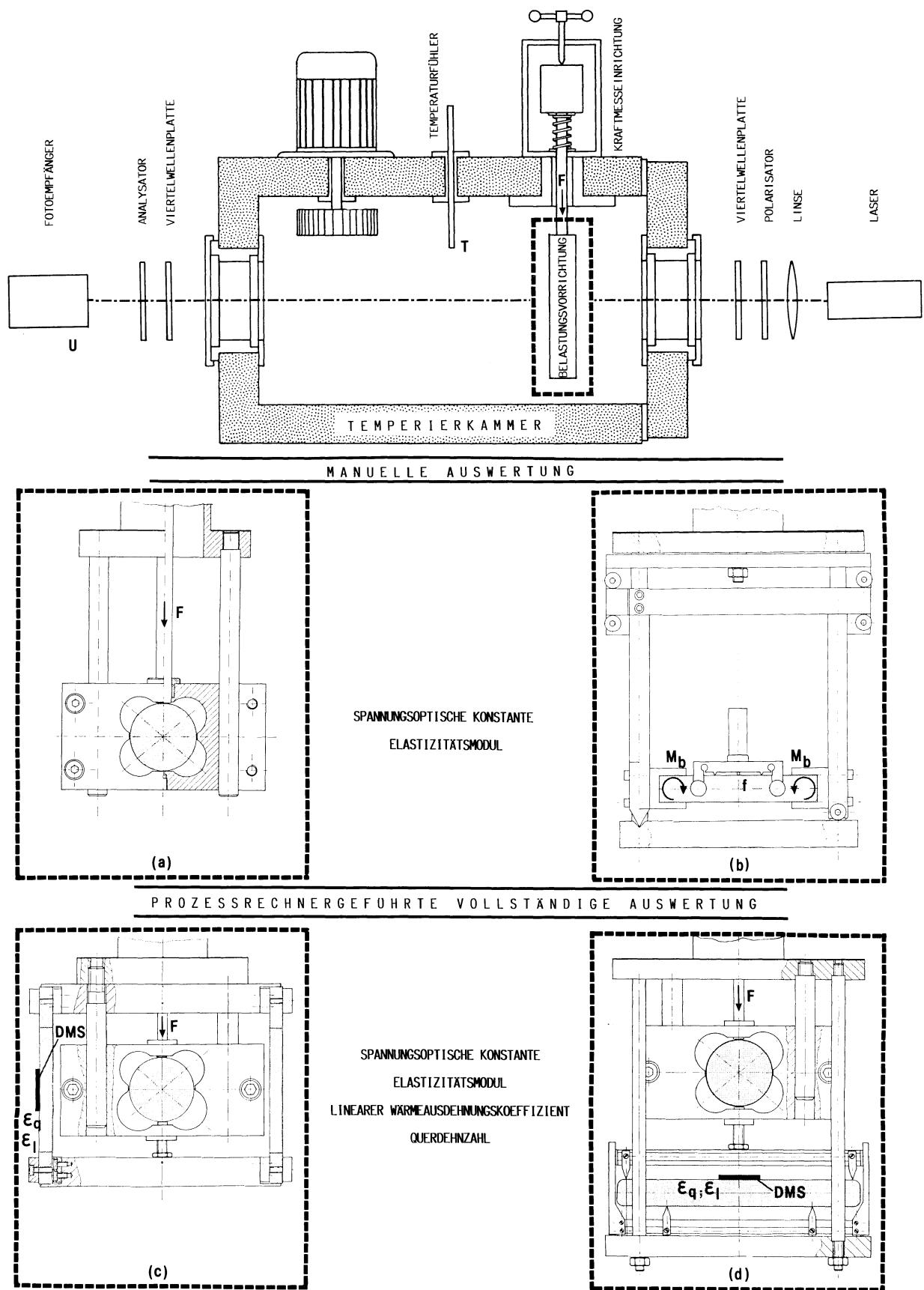


Abb. 7.4: Versuchsaufbau und Vorrichtung zur Bestimmung werkstoffspezifischer Kennwerte

Die Entwicklung der letztgenannten Methode zur automatischen Bestimmung der spannungsoptischen Konstante  $S$  hat sich als notwendig erwiesen, da insbesondere für das schon bei geringen Lasten zum Sprödbruch neigende ARALDIT F und durch die zusätzliche Versprödung bei tiefen Temperaturen nur eine niedrige Zahl an Isochromatenordnungen erzielt werden konnte und eine visuelle Auswertung, auch mit Unterstützung eines grauwertunterdrückenden Videosystems, nicht zu hinreichend genauen Werten führte.

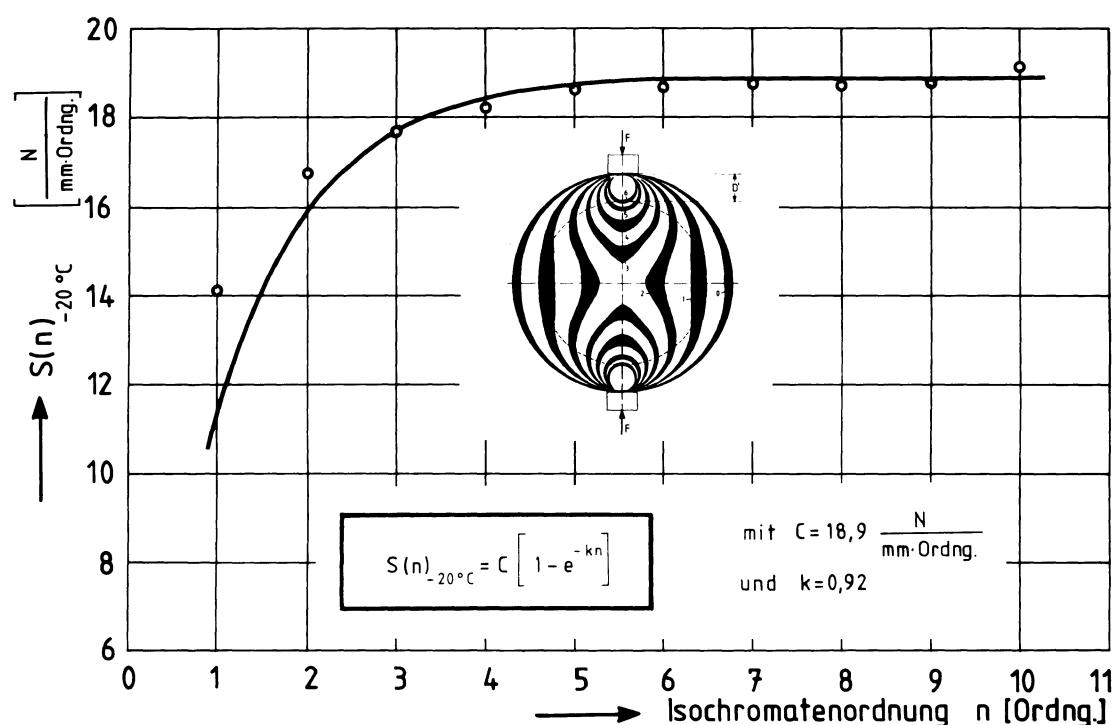


Abb. 7.5: Spannungsoptische Konstante  $S$  als Funktion der Isochromatenordnung für  $T = -20^\circ\text{C}$

In Abbildung 7.5 ist die Abhängigkeit der spannungsoptischen Konstanten  $S$  von der visuell ermittelten Isochromatenordnung für einen Temperaturwert beispielhaft wiedergegeben. Die Meßpunkte wurden durch eine geeignete Funktion approximiert und der temperaturabhängige Wert für die spannungsoptische Konstante mittels des Koeffizienten  $C$  ermittelt.

Durch das in Abbildung 7.4 wiedergegebene Verfahren wird in einem spannungsoptischen Aufbau der gebündelte Laserstrahl durch den Meßpunkt im Abstand  $D'$  einer punktförmig belasteten Kreisscheibe geleitet und auf ein Fotoelement projiziert. Bei stetiger Belastung der Probe 'wandern' die Isochromaten durch den Meßpunkt und

führen zu einer Abdunkelung des Fotoempfängers und zum Abfall des Spannungssignals.

In Abbildung 7.6 ist das gemessene Ausgangssignal am Fotoelement über der ebenfalls gemessenen Punktlast F aufgetragen.

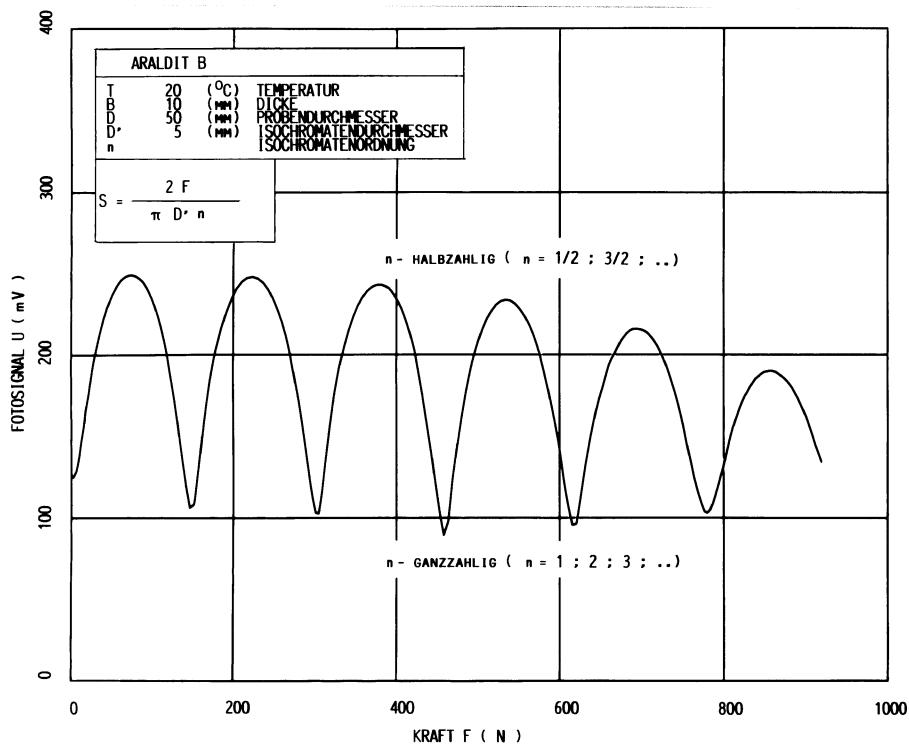


Abb. 7.6: Ausgangssignal am Fotoelement

Über geeignete Rechnerprogramme kann durch das Auffinden der lokalen Extremwerte sowie die Zuordnung ganz- und halbzahligiger Isochromatenordnungen zur aufgebrachten Last die spannungsoptische Konstante S bestimmt werden. Es hat sich gezeigt, daß, sofern die Probe frei von Randeffekten ist, schon ab der Ordnung  $n = 3$  sehr genaue Ergebnisse erreicht werden.

### **7.3.2 TEMPERATURVERHALTEN SPEZIFISCHER WERKSTOFFKENNWERTE**

#### **SPANNUNGSOPTISCHER MATERIALIEN**

Die Abbildungen 7.7 bis 7.10 zeigen die mit Hilfe der in Kapitel 7.3.1 vorgestellten Versuchsanordnung gewonnenen Verläufe des Elastizitätsmoduls  $E$ , der Querdehnzahl  $\nu$ , des linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  und schließlich der spannungsoptischen Konstanten  $S$  in Abhängigkeit von der Temperatur für die beiden Modellwerkstoffe ARALDIT B und ARALDIT F.

In den Diagrammen 7.7 und 7.9 sind die aus der Literatur entnommenen temperaturabhängigen Werte angegeben. Sie decken gemeinsam mit den aus eigenen Messungen stammenden für den Modellwerkstoff ARALDIT B den gesamten versuchstechnisch relevanten Temperaturbereich ab.

Für das Epoxidharz ARALDIT F werden in der Literatur stark charakteristisch abhängige Angaben gemacht, so daß für diese Materialien ausschließlich eigene Meßergebnisse angegeben werden.

Für die Kunststoffe PL1 (Material für das spannungsoptische Oberflächenschichtverfahren, Vishay), PMMA (Plexiglas, Röhm) und EN-30 (Polyurethan-Gießharz-System, Lieferant Kager) wurde die spannungsoptische Einsetzbarkeit untersucht. Nachfolgend ist für die Modellmaterialien EN-30, PL1 und PMMA die spannungsoptische Konstante angegeben.

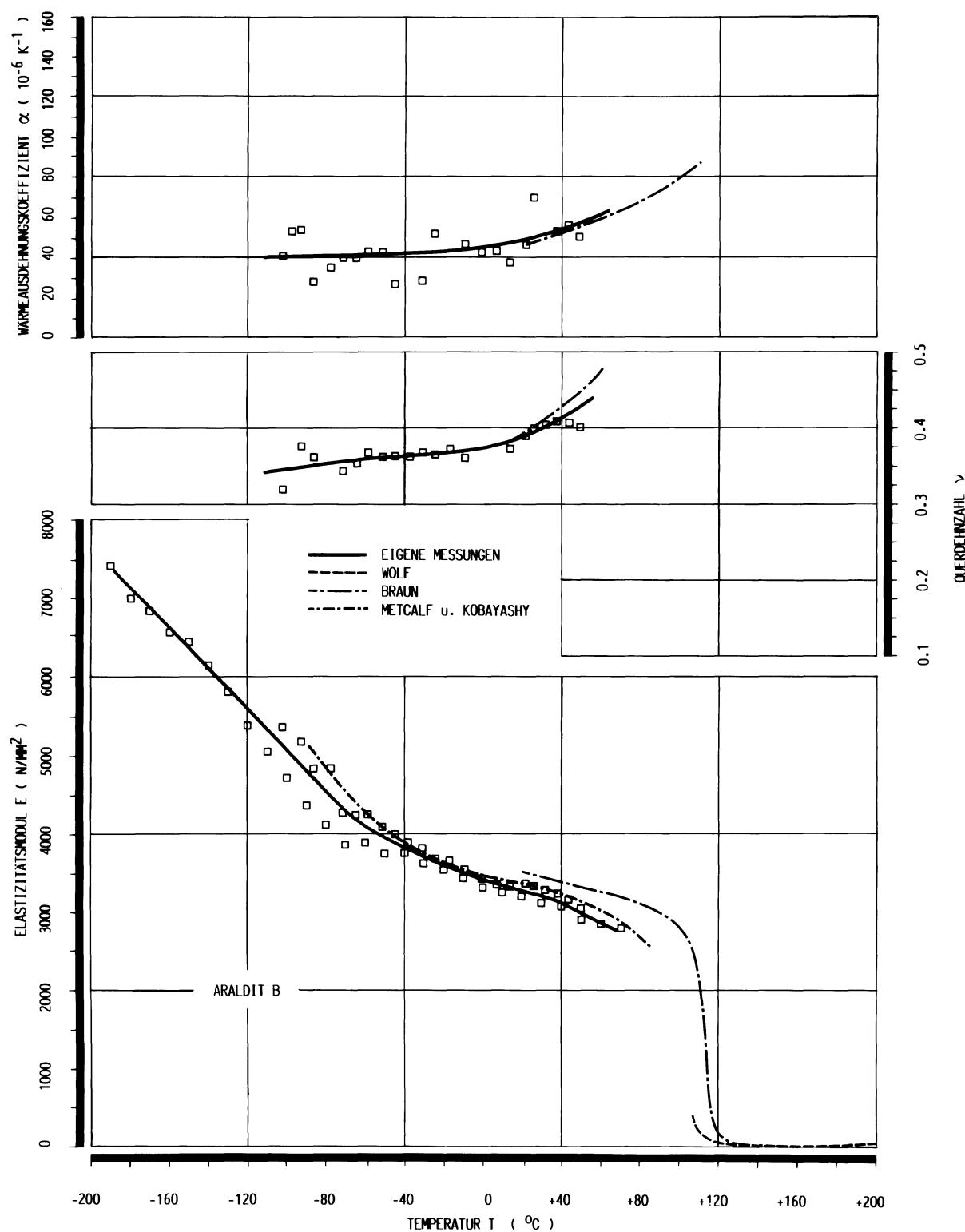


Abb. 7.7: Elastizitätsmodul  $E$ , Querdehnzahl  $\nu$  und linearer Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$  als Funktion der Temperatur für ARALDIT B

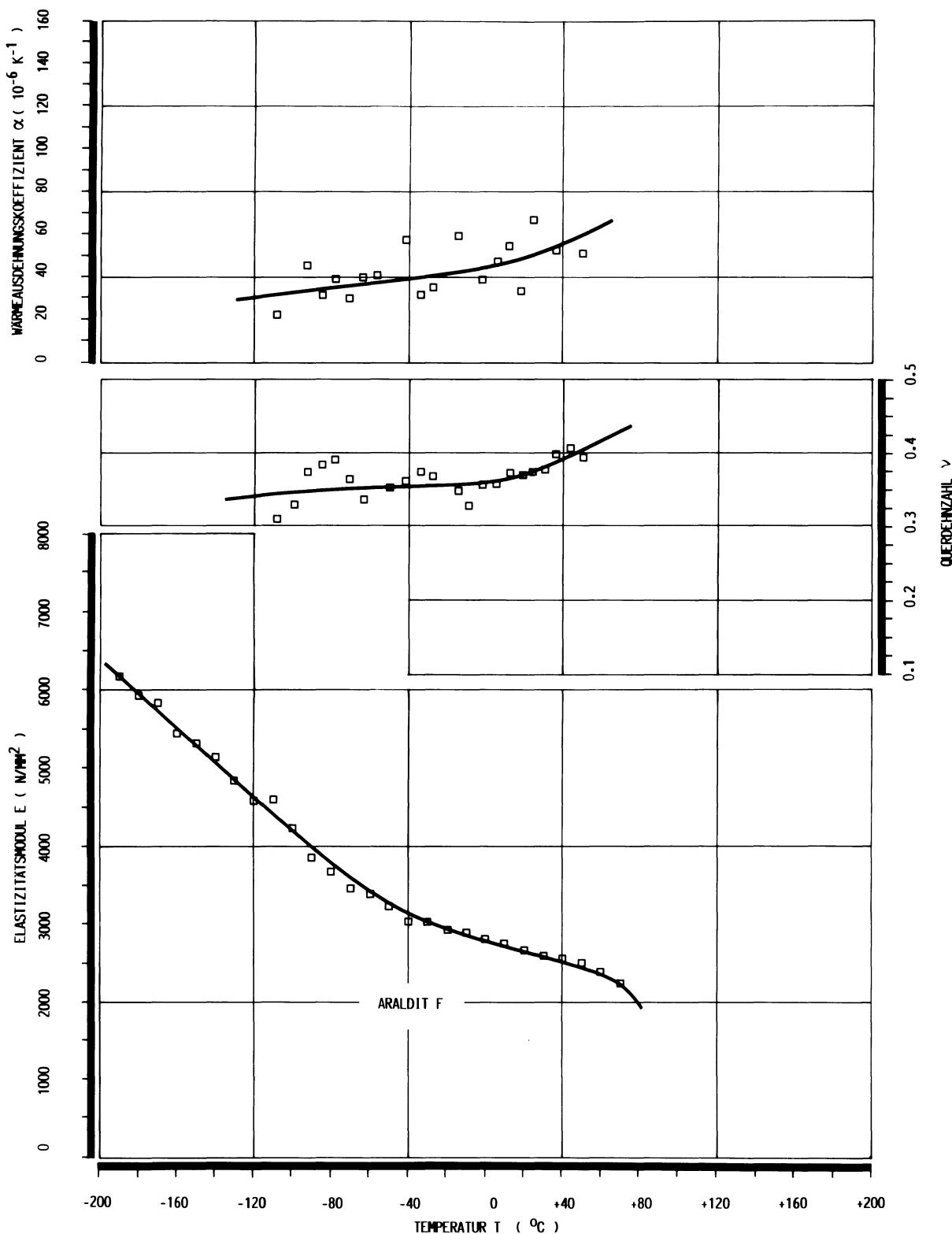


Abb. 7.8: Elastizitätsmodul  $E$ , Querdehnzahl  $v$  und linearer Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$  als Funktion der Temperatur für ARALDIT F

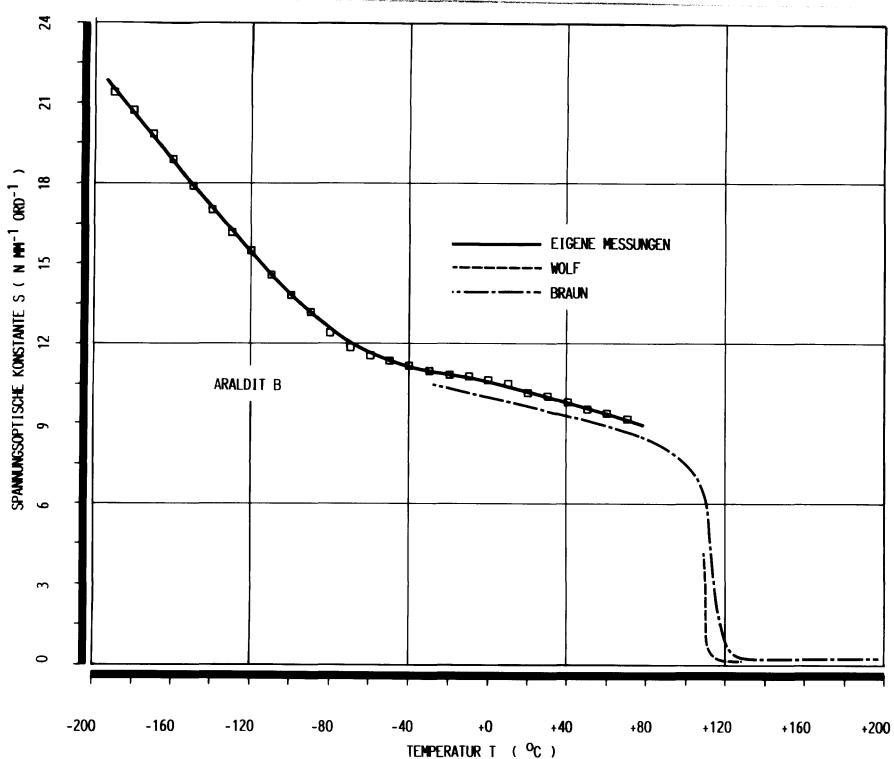


Abb. 7.9: Spannungsoptische Konstante S als Funktion der Temperatur für den Modellwerkstoff ARALDIT B

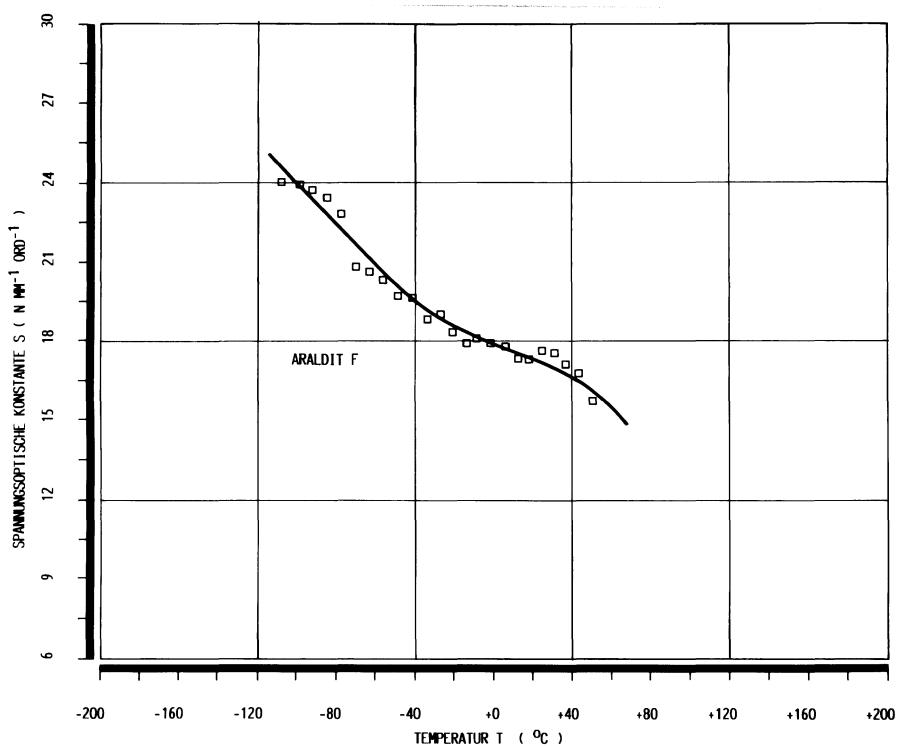


Abb. 7.10: Spannungsoptische Konstante S als Funktion der Temperatur für den Modellwerkstoff ARALDIT F

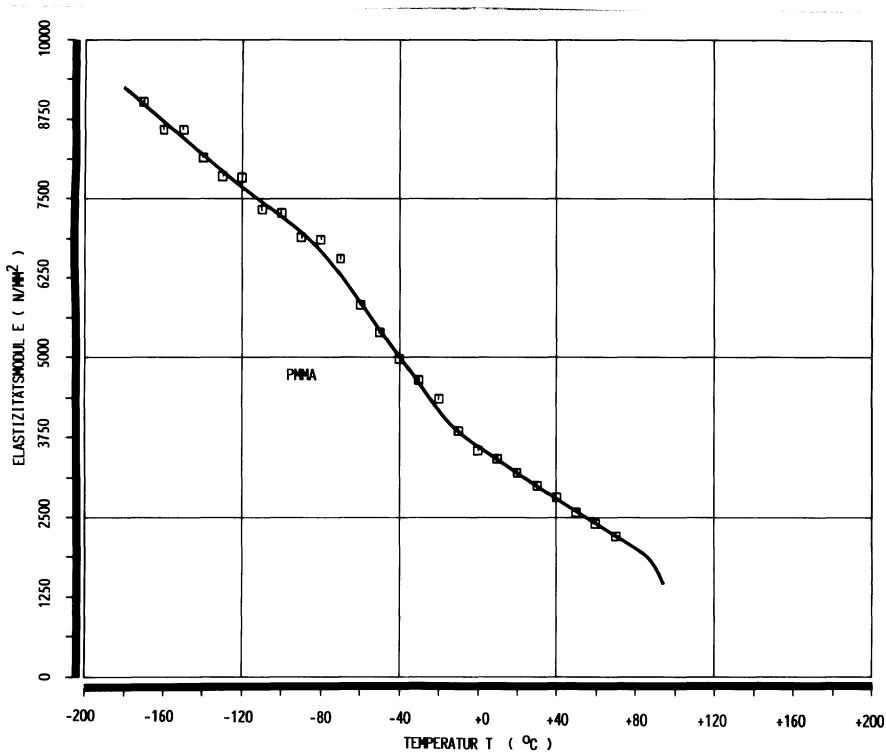


Abb. 7.11: Elastizitätsmodul E als Funktion der Temperatur für den Modellwerkstoff PMMA

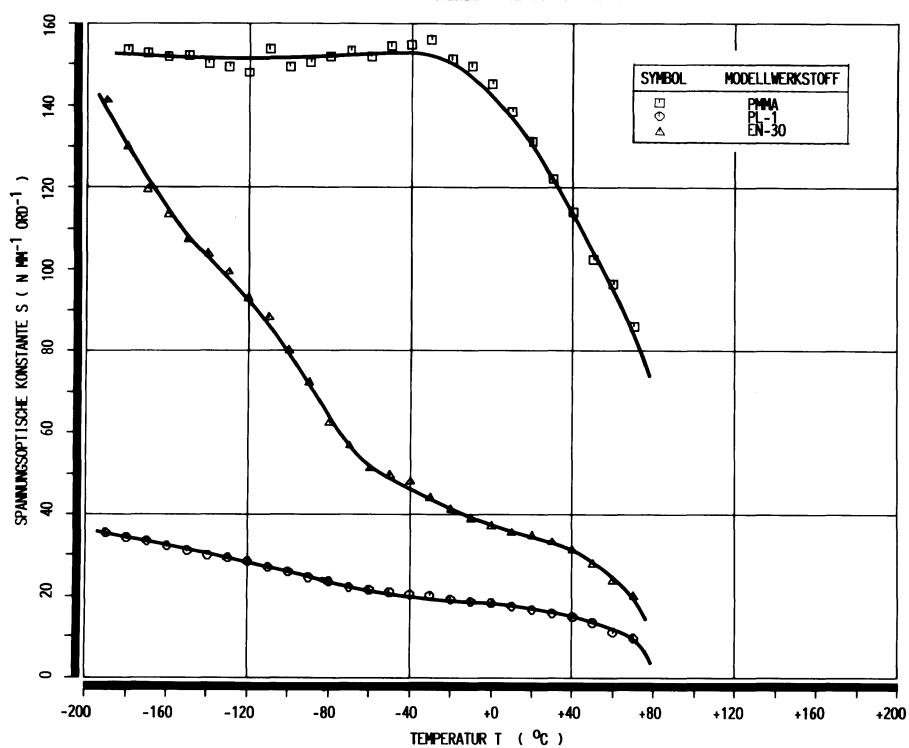


Abb. 7.12: Spannungsoptische Konstante S als Funktion der Temperatur für die Modellwerkstoffe EN-30, PL1 und PMMA

### **7.3.3 SPRÖDBRUCHEIGENSCHAFTEN DES EPOXIDHARZES ARALDIT F**

Von den im vorangegangenen Abschnitt analysierten Modellmaterialien, die systematisch auf ihre Verwendbarkeit als Werkstoff zur Herstellung von Verbundmodellen hin untersucht wurden, zeigt das Epoxidharz ARALDIT F in Kombination mit dem Härter HY 2954 unter bestimmten Versuchsrandbedingungen eine starke Neigung zum Sprödbruch. In umfangreichen Untersuchungen konnte eine Verarbeitungs- und Belastungsprozedur entwickelt werden, die in einer aus Stahl-Fasern und ARALDIT F-Matrix nachgebildeten Verbundstruktur entsprechend dem oben eingeführten Modelltyp B, d. h. einer ebenen regulären Faser /Matrix-Struktur mit einer fehlenden Mittelfaser, unter ausschließlich thermischer Belastung eine reproduzierbare Kombination von EigenspannungsrisSEN entstehen läßt.

Die Risse verlaufen in der Epoxidharz-Matrix und setzen sich entlang der Faser/Matrix-Grenzflächen fort, um sich schließlich von der Faser wieder abzulösen und erneut in das Matrixmaterial zu verlaufen. In den Abbildungen 3.4 und 3.5 sind derartige typische Rißkombinationen angegeben. In weiteren Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, daß das genannte Bruchphänomen bei Konstanz aller Modellherstellungs- und Belastungsparameter nur von der Aushärtezeit, d.h. von der zeitlichen Differenz zwischen der beginnenden Polymerisation und dem Ausformzeitpunkt bzw. dem Beginn der thermischen Modellbelastung in der Temperiereinrichtung, abhängig ist.

In den folgenden Diagrammen 7.13 und 7.14 sind der Elastizitätsmodul E für den Werkstoff ARALDIT F und die spannungsoptische Konstante S in Abhängigkeit von der Temperatur und der Aushärtezeit angegeben. In einer Arbeit von KUFNER /97/ werden ebenfalls zeitabhängige Werte der spannungsoptische Konstanten für ARALDIT F vorgestellt.

In Abbildung 7.15 ist der Temperatur-/Zeit-Verlauf für den gesamten Modellherstellungs- und Belastungszyklus schematisch wiedergegeben.

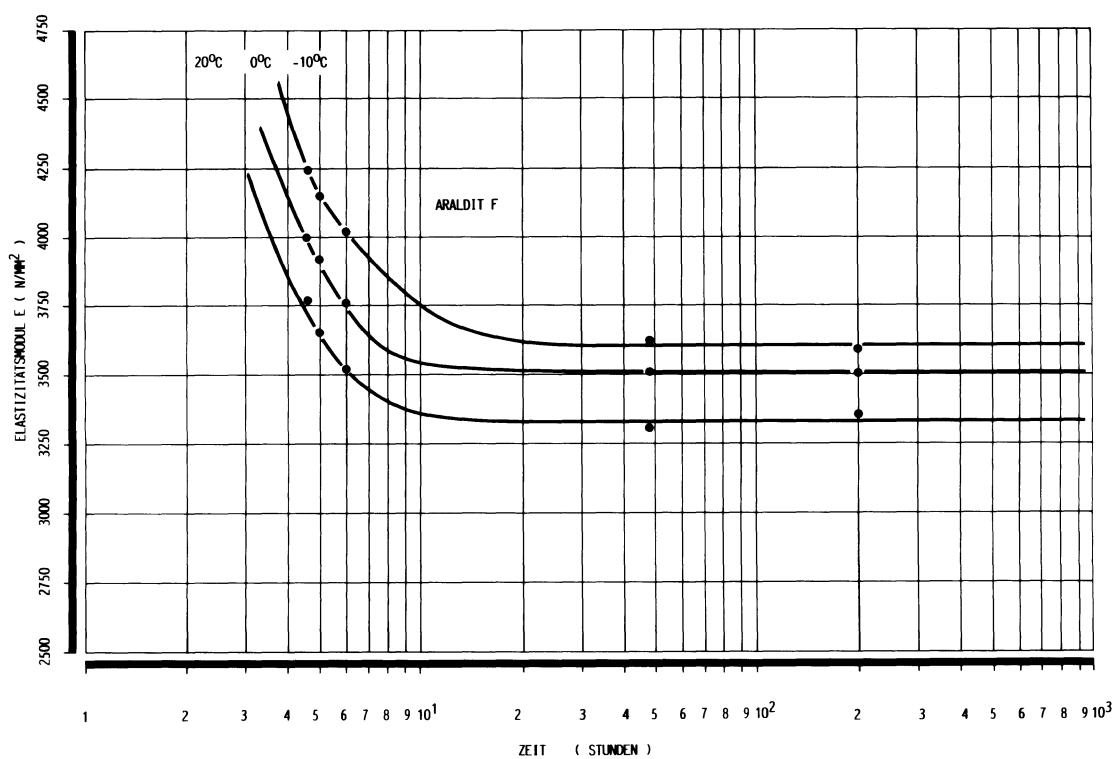


Abb. 7.13: Elastizitätsmodul  $E$  als Funktion der Zeit für den Modellwerkstoff ARALDIT F

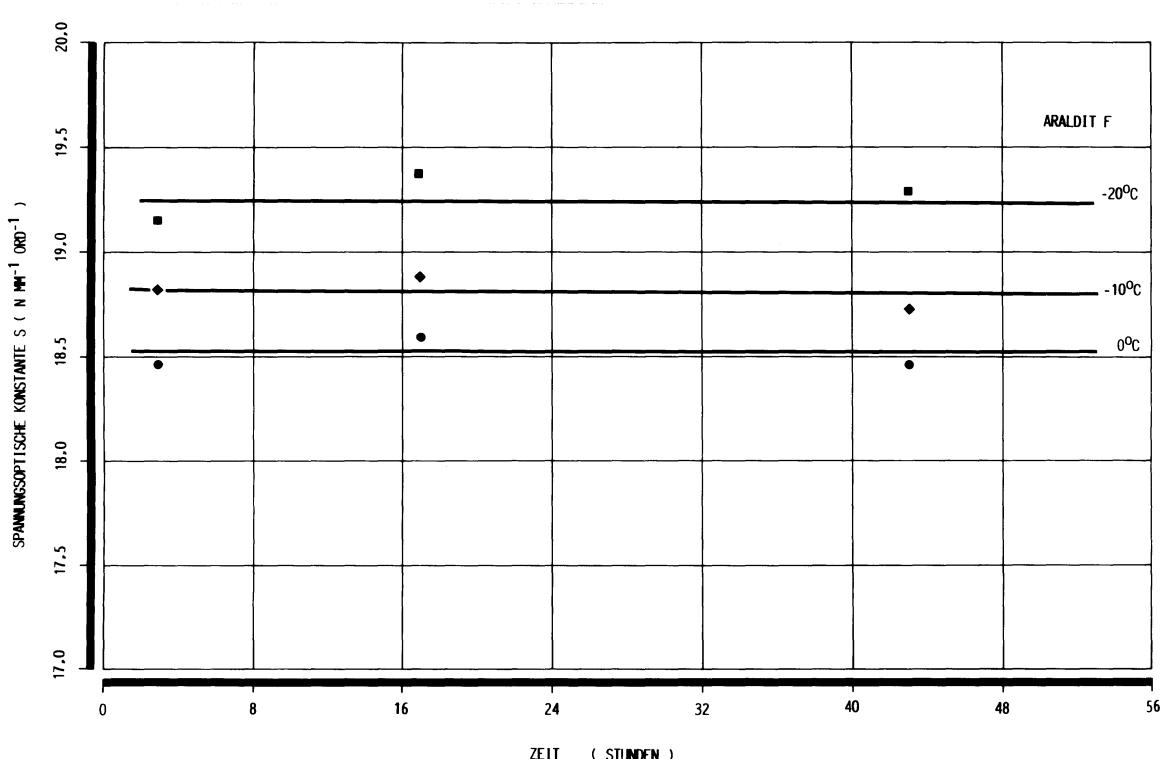


Abb. 7.14: Spannungsoptische Konstante  $S$  als Funktion der Zeit für den Modellwerkstoff ARALDIT F

Für alle weiteren experimentellen Untersuchungen wurden die in Kapitel 7.1 angegebenen Verarbeitungsbedingungen konstant gehalten und für eine quantitative Bestimmung des Spannungszustandes die spannungsoptische Konstante  $S$  aus Eichkörpern ermittelt, die parallel zum jeweiligen Verbundmodell erstellt und zeitlich synchron untersucht wurden.

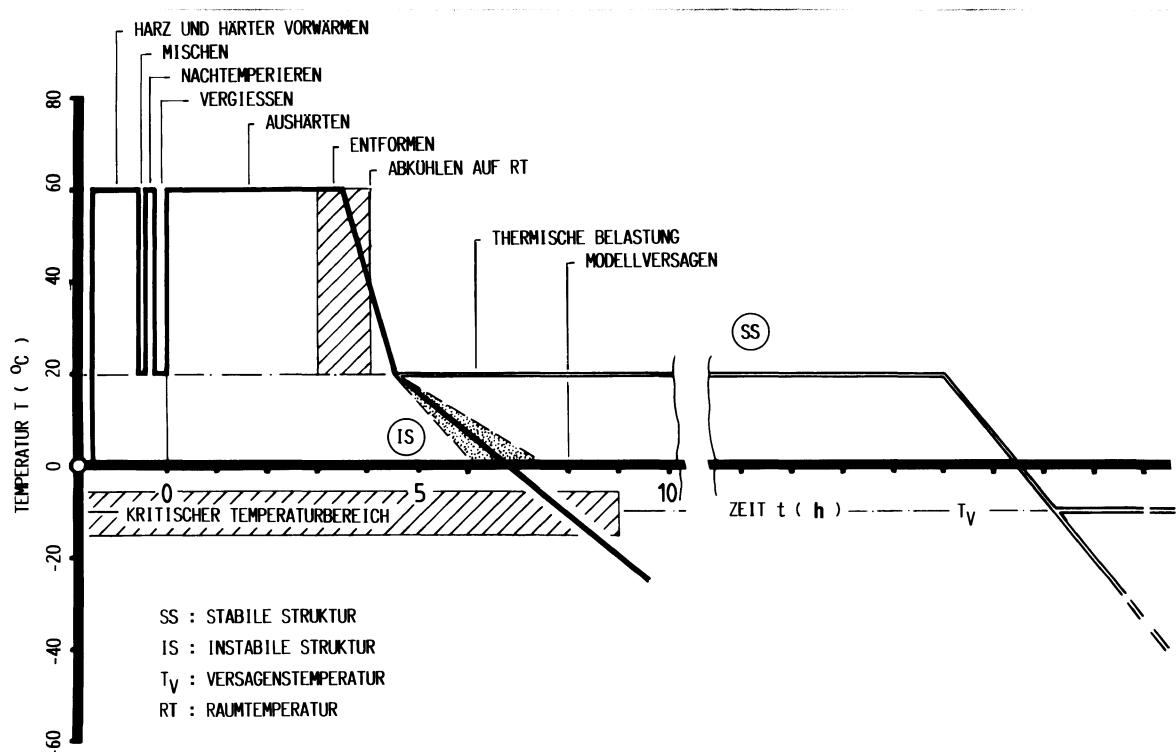


Abb. 7.15: Temperatur-/Zeit-Verlauf

## **7.4 UNGERISSENE VERBUNDSTRUKTUR**

Experimente von HIEKE /84/ und HIEKE und LOGES /85/ sowie Untersuchungen von HERRMANN und GREBNER /10/ haben gezeigt, daß sich Wärmespannungsrisse entlang ausgezeichneter Hauptspannungstrajektorien ausbreiten, was durch analytische und numerische Methoden sehr gut bestätigt wurde.

In Abschnitt 3.3 dieser Arbeit wurde das für eine vollständige Behandlung der vorgestellten Problematik eines thermischen Eigenspannungszustandes in der hier untersuchten Verbundstruktur zu lösende Randwertproblem der ebenen Thermoelastizität formuliert. Wie bereits erwähnt, ist die vollständige Bestimmung des Spannungs- und Verschiebungszustandes für die vorgestellte komplexe Struktur in Form einer geschlossenen mathematischen Beschreibung nicht mehr möglich. Die Lösung des entsprechenden Randwertproblems lässt sich jedoch mit den Methoden der Spannungsoptik angeben.

### **7.4.1 EIGENSPANNUNGZUSTAND IN EBENEN VERBUNDMODELLEN**

Man erhält das Netz der Hauptspannungstrajektorien, indem für unterschiedliche Polarisationsrichtungen in einer spannungsoptischen Apparatur das Isoklinenfeld aufgezeichnet und mittels eines grafischen Verfahrens aufbereitet wird /22/. Die Eigenschaften der so genannten Isoklinen- (Richtungs-)felder sind in Abschnitt 6.1.1 und in /22/ erläutert. Vollständige Isoklinenfelder sind in den folgenden Abbildungen für die zuvor definierten Verbundmodellvarianten A bis D wiedergegeben. Sie zeigen ebenfalls die zugehörigen mittels der grafischen Auswertung gewonnenen Hauptspannungstrajektorienfelder. Die in den Abbildungen 7.17-a bis -d dargestellten Hauptspannungstrajektorienfelder machen deutlich, daß jeweils zwei orthogonale Scharen von Hauptspannungstrajektorien existieren, die am Modellrand unter einem Winkel von  $\alpha=90^\circ$  auftreffen. Die in den Abbildungen 7.16-a bis -d angegebenen zugehörigen Isoklinenverteilungen weisen an ausgeprägten Stellen auf den Symmetrielinien isotrope Punkte aus, die die Hauptspannungsgleichheit an diesen Stellen wiederspiegeln.

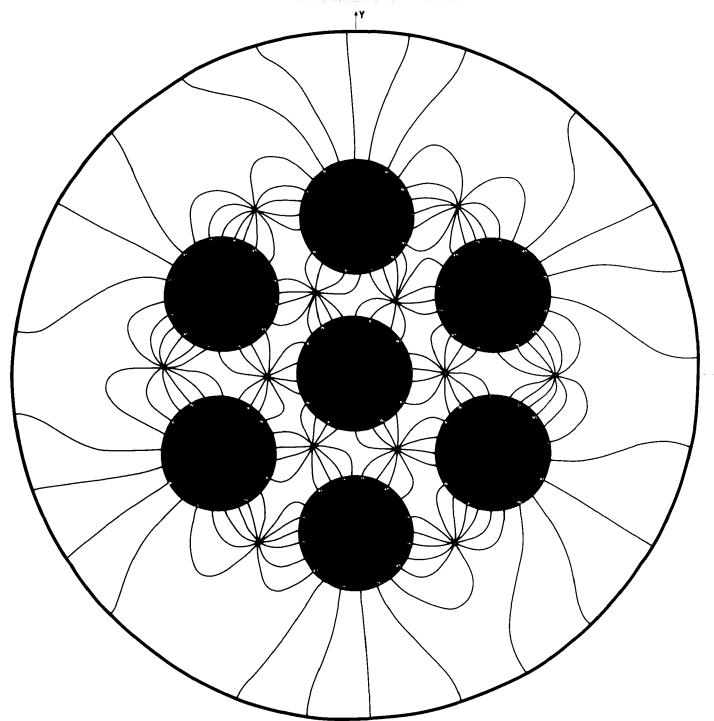


Abb. 7.16-a: Isoklinenfeld für eine Verbundstruktur; Typ A,  
reguläre Struktur

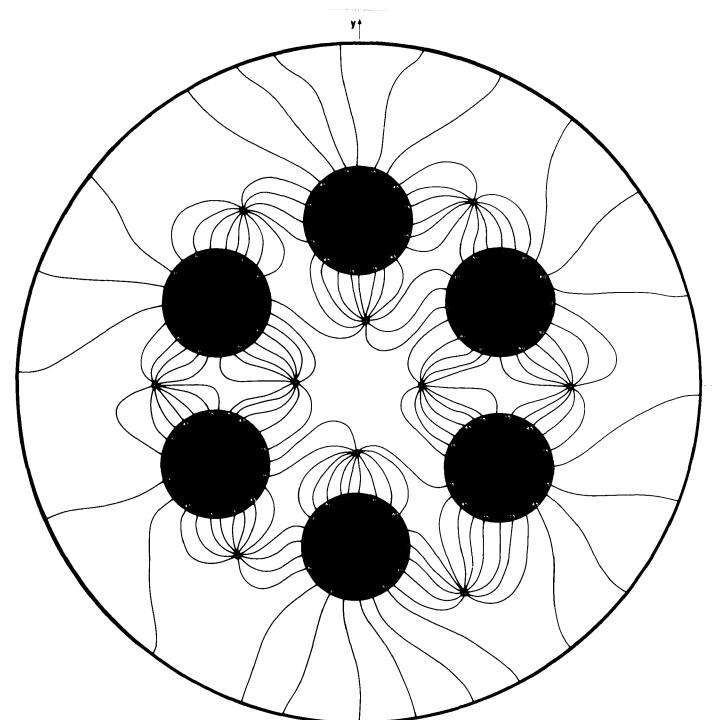


Abb. 7.16-b: Isoklinenfeld für eine Verbundstruktur; Typ B

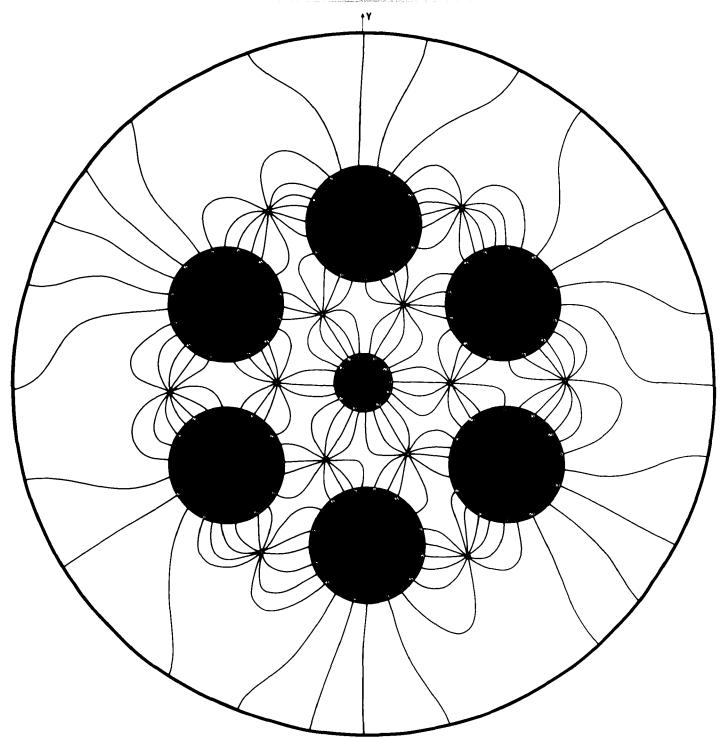


Abb. 7.16-c: Isoklinenfeld für eine Verbundstruktur; Typ C

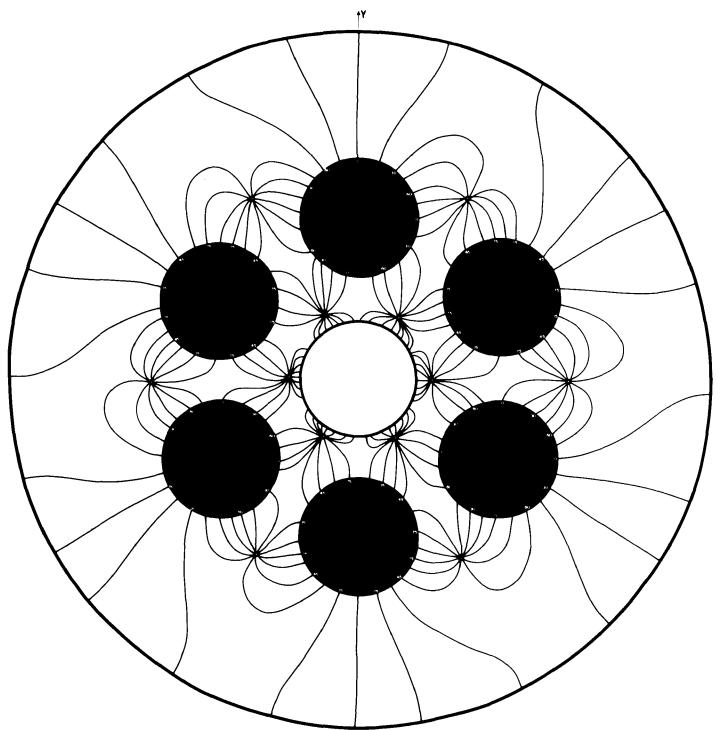


Abb. 7.16-d: Isoklinenfeld für eine Verbundstruktur; Typ D

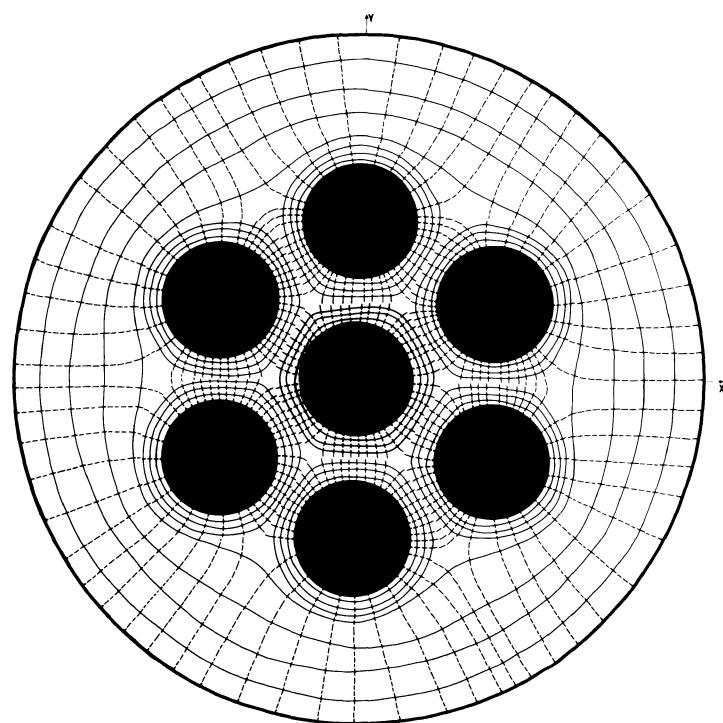


Abb. 7.17-a: Verbundstruktur; Typ A

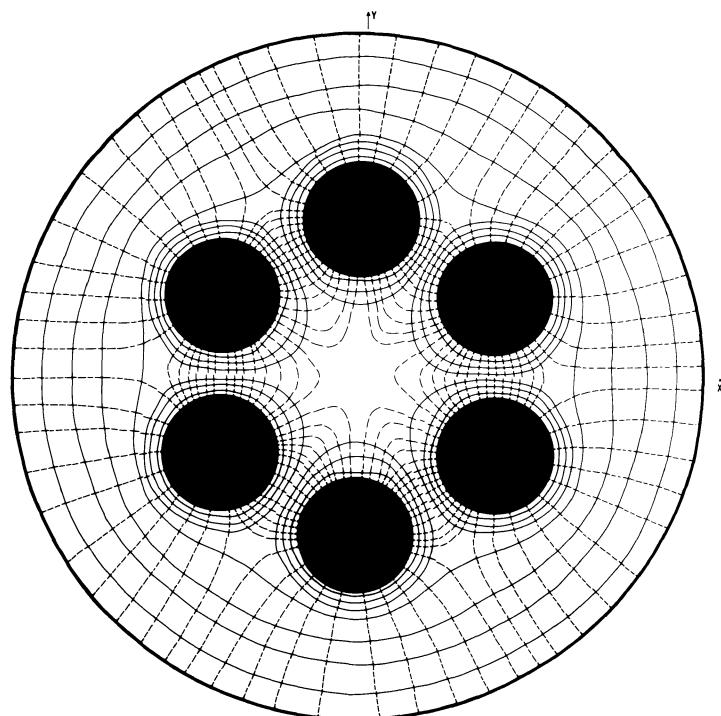


Abb. 7.17-b: Verbundstruktur; Typ B

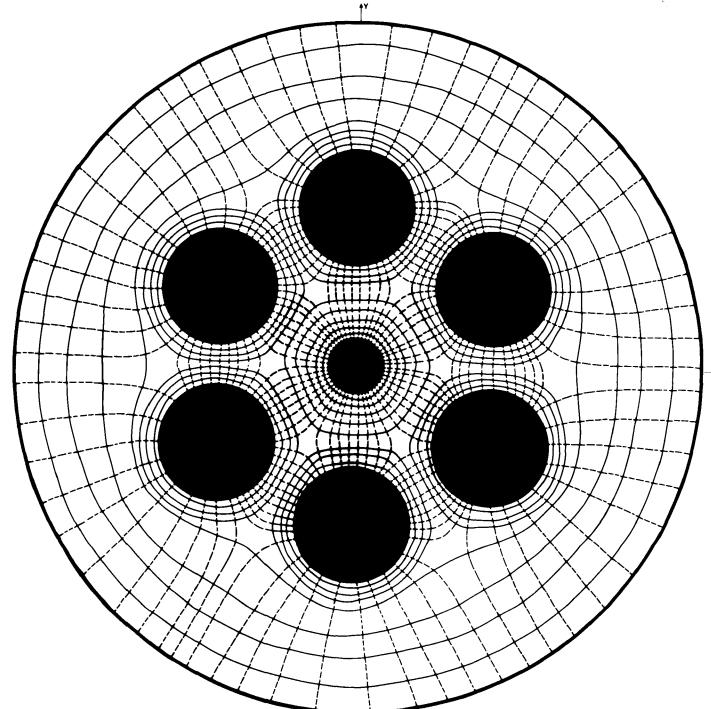


Abb. 7.17-c: Verbundstruktur; Typ C

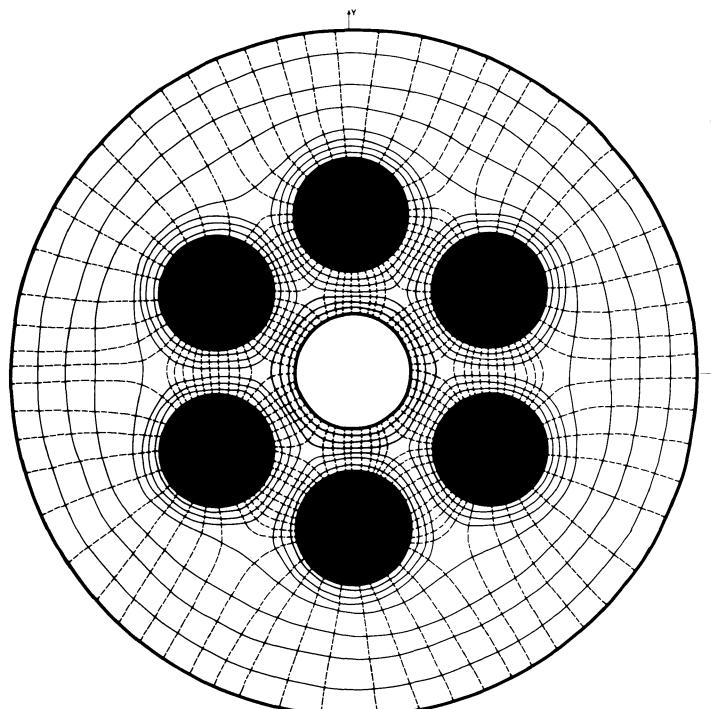


Abb. 7.17-d: Verbundstruktur; Typ D

Abb. 7.17a-d: Hauptspannungstrajektorienfelder für unterschiedliche Verbundstrukturen (durchgezogene Linien: Zugspannungen, unterbrochene Linien: Druckspannungen)

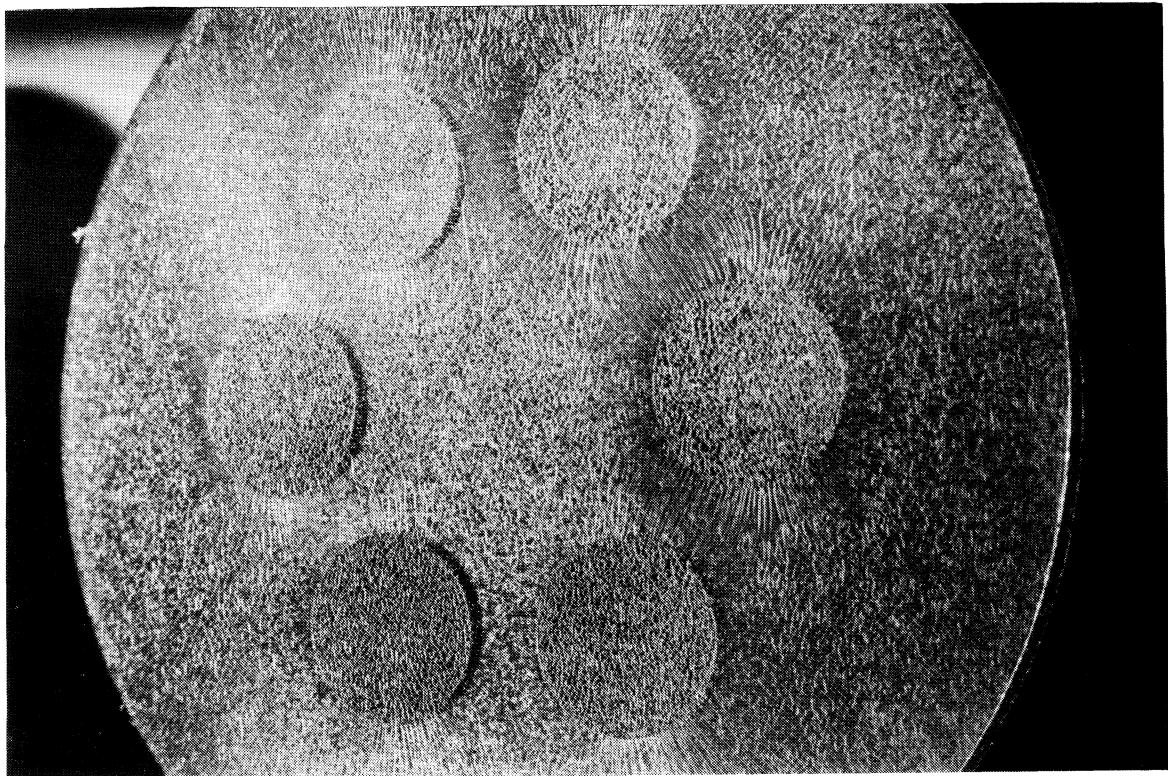


Abb. 7.18: Rißmuster in einer Reißlackschicht, thermisch belastete Verbundstruktur, Typ B

Bei der Ermittlung der Hauptspannungstrajektorienfelder (Abbildung 7.17a-d) hat sich das Reißlackverfahren als wertvolles Hilfsmittel zur qualitativen Überprüfung der grafischen Isoklinenfeldauswertung erwiesen. In Abbildung 7.18 ist eine Detailaufnahme einer thermisch belasteten Verbundprobe mit dem resultierenden Rißmuster in der aufgebrachten Reißlackschicht wiedergegeben, aus dem die infolge einer positiven Normalspannung resultierende Schar von Trajektorien unmittelbar abgelesen werden kann.

Zur Ermittlung der Spannungsverteilungen längs ausgewählter Modellschnitte zwischen zwei Fasern wird das Schubspannungsdifferenzen-Verfahren (SDV) angewendet. Dieses integrale Verfahren gestattet die vollständige Bestimmung des ebenen Spannungszustandes in einer dünnen Scheibe, wobei längs gerader Schnitte schrittweise vom Rand ins Innere einer Probe gerechnet wird. Die Anwendung des SDV setzt die Kenntnis der Isoklinen- und Isochromatenverteilung über den gewählten Modellschnitt voraus. Die Abbildungen 7.19a-d zeigen exemplarisch Isochromatenverteilungen in den schon mehrfach vorgestellten Strukturvarianten Typ A bis D.

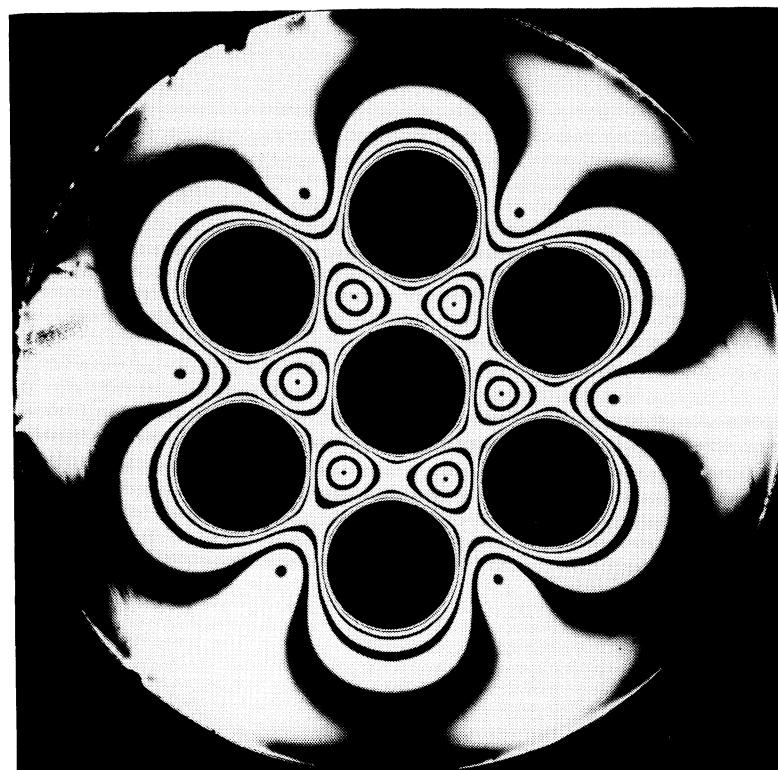


Abb. 7.19-a: Isochromatenverteilung in einer Verbundstruktur;  
reguläre Struktur; Typ A

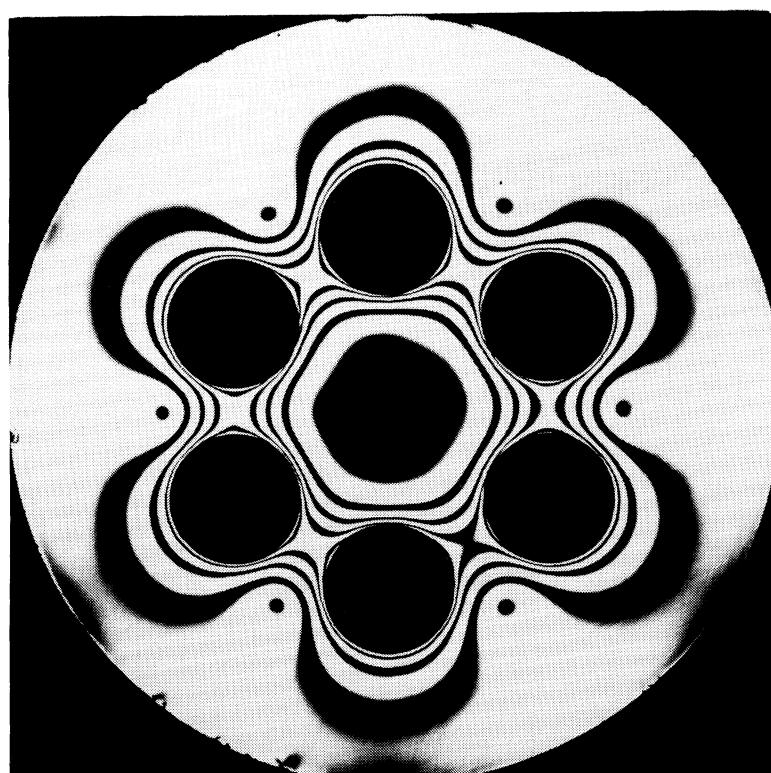


Abb. 7.19-b: Isochromatenverteilung in einer Verbundstruktur;  
Typ B

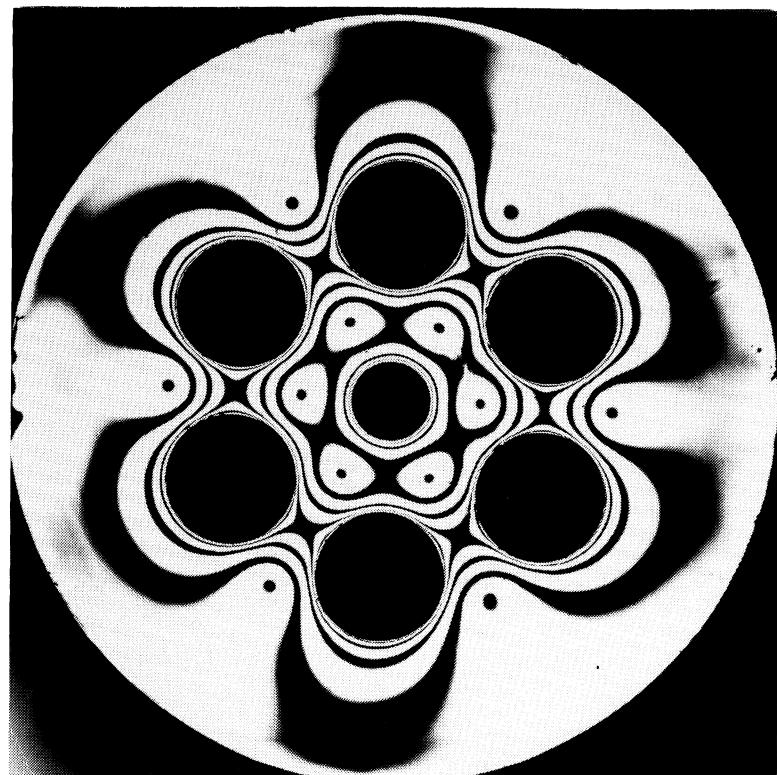


Abb. 7.19-c: Isochromatenverteilung in einer Verbundstruktur;  
Typ C

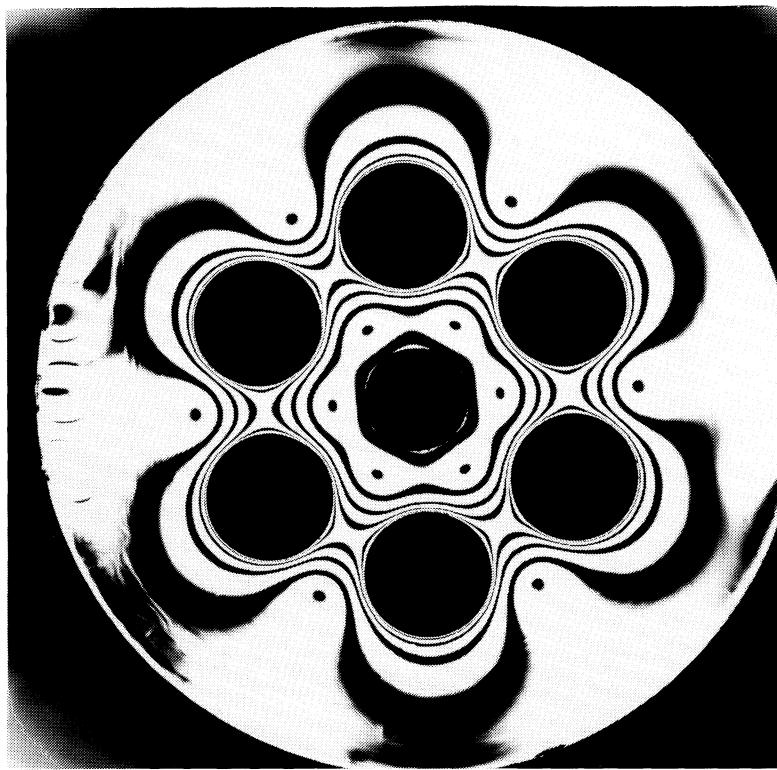


Abb. 7.19-d: Isochromatenverteilung in einer Verbundstruktur;  
Typ D

#### 7.4.2 SPANNUNGSVERTEILUNGEN ENTLANG RADIALER SCHNITTE

Im Innern eines spannungsoptischen Modells erhält man mit den bisher angeführten Verfahren lediglich mittels der Isoklinen das globale Hauptspannungstrajektorienfeld und über die Isochromateninformation den Spannungszustand an freien Rändern. Innerhalb der belasteten Struktur lassen sich aus den Isochromatenparametern die Hauptspannungsdifferenzen ermitteln. Bei einer Vielzahl praktischer Anwendungen reichen aber diese Informationen für eine Festigkeitsanalyse nicht aus, so daß zumindest in ausgewählten Bereichen der vollständige Spannungszustand bekannt sein muß. Innerhalb der Vielzahl von Verfahren zur quantitativen Spannungsermittlung hat sich das Schubspannungsdifferenzenverfahren (SDV) durchgesetzt. Ausgehend von bekannten Randspannungen erfolgt die Spannungsbestimmung durch schrittweise Integration.

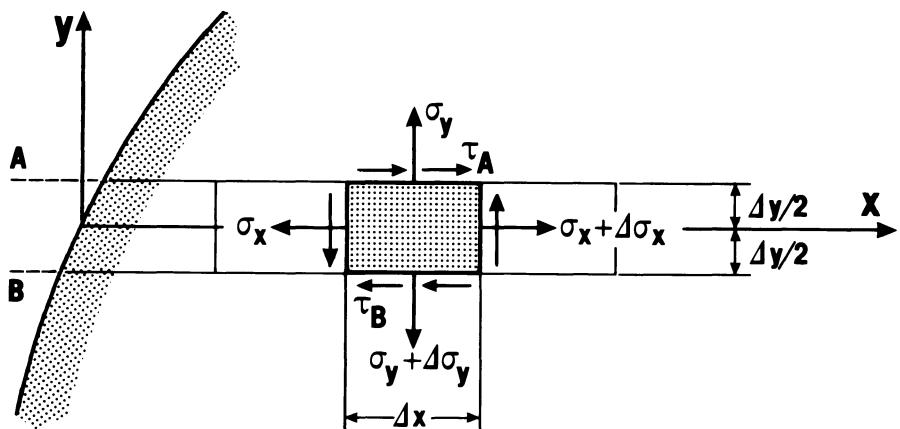


Abb. 7.20: Gleichgewicht am Flächenelement für das Schubspannungsdifferenzenverfahren

Durch eine einfache Gleichgewichtsbetrachtung an einem entlang der Auswertelinie mitbewegten Flächenelement ( $\Delta A = \Delta x \cdot \Delta y$ ) ergibt sich der folgende formelmäßige Zusammenhang.

$$\Delta\sigma_x = -(\tau_A - \tau_B) \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (7.4-1)$$

Darin stellen  $\Delta\sigma_x$ ,  $\tau_A$  und  $\tau_B$  Mittelwerte über die Längenelemente dar.

Ausgehend von einer bekannten Randspannung  $\sigma_{xo}$ , die z. B. mit der sogenannten "Nagelprobe" bestimmt werden kann, erhält man an einer beliebigen Stelle  $x$  auf dem Integrationsweg die lokale Spannung  $\sigma_x$

$$\sigma_x = \sigma_{xo} - \sum (\tau_A - \tau_B) \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (7.4-2)$$

Die Schubspannungen entlang der Hilfsschnitte A und B lassen sich mit Hilfe der Isoklinenparameter  $\alpha_j$  aus der folgenden Beziehung ermitteln.

$$\tau_j = -\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha_j ; \quad \text{mit } j = A, B \quad (7.4-3)$$

Die Hauptspannungsdifferenzen sind über die Isochromatenordnungen  $n_j$  bestimmt. Die Schubspannung im Schnitt x errechnet sich als arithmetischer Mittelwert der Elementrandschubspannungen  $\tau_j$  zu

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\tau_A + \tau_B) \quad (7.4-4)$$

Die gesuchte Normalspannung  $\sigma_y$  lässt sich schließlich über die Mohrschen Formeln bestimmen.

$$\sigma_y = \sigma_x \pm \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 4 \tau_{xy}^2} \quad (7.4-5)$$

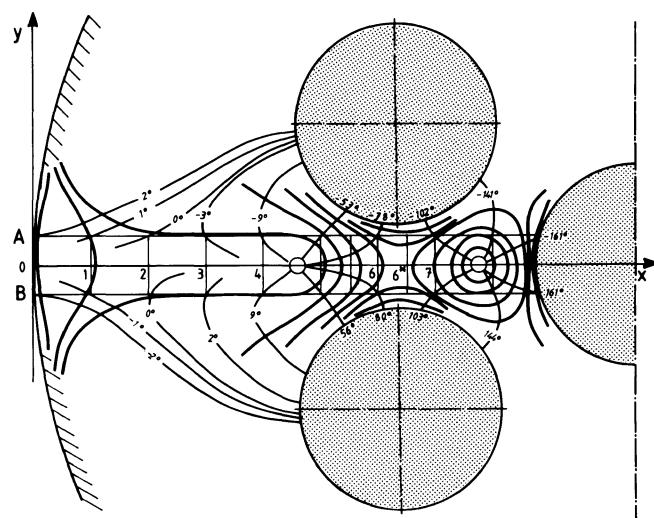
Das Verfahren ist in den Standardwerken der Spannungsoptik /21,22/ ausführlich dokumentiert und erläutert, so daß an dieser Stelle auf eine weitere Vertiefung verzichtet werden kann.

Für die hier vorgestellten Untersuchungen wurde der Integrationsweg entlang der Symmetrielinie zwischen zwei Fasern eines ebenen Verbundmodells auf einem radialen Schnitt von dem freien Modellrand zur Mitte gewählt, so daß zumindest für die Betrachtungen an ungerissenen Modellen die ermittelten Spannungskomponenten gleichzeitig die Hauptspannungen entlang der x-Achse darstellen.

Nachfolgend sind die Ergebnisse für verschiedene Modelltypen bei unterschiedlichen Modelldicken und Belastungstemperaturen angegeben. Die zur Angabe der Spannungswerte notwendige spannungsoptische Konstante wurde, entsprechend der in Abschnitt 7.3.1 beschriebenen Verfahren, in Abhängigkeit von der Temperatur und der Probenvorgeschichte bestimmt /98/.

Es sind jeweils die experimentell gefundenen Isochromaten- und Isoklinenverteilungen in der Umgebung zweier bzw. dreier Einlagerungen von thermisch belasteten Verbundgeometrien angegeben. Dabei wurden die Isoklinenparameter in die Darstellungen aufgenommen und mit der zugehörigen Winkelangabe versehen. Die Isochromatenverteilungen sind als breite Linienzüge kenntlich gemacht, die jeweils ganzzahlige Isochromatenordnungen repräsentieren, sofern keine abweichenden Angaben gemacht werden.

#### 7.4.2.1 REGULÄRE STRUKTUR MIT SIEBEN FASERN; TYP A



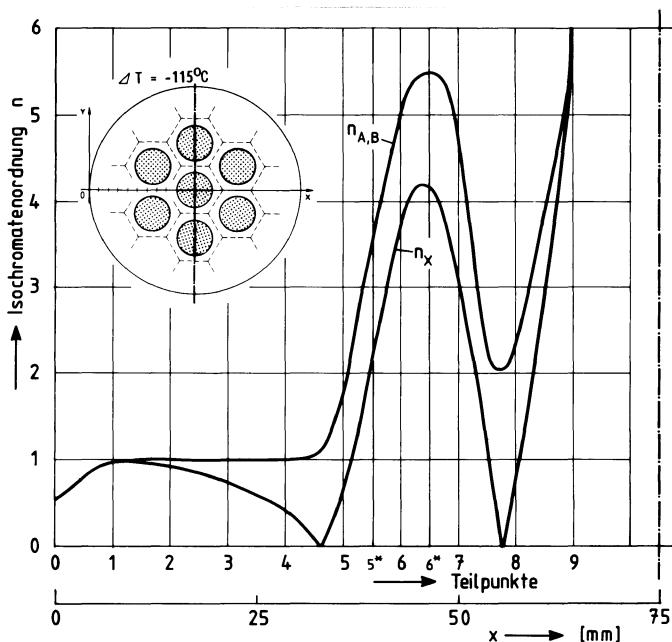


Abb. 7.21-b: Isochromatenordnungen längs der Hilfsschnitte A, B bzw. der x-Achse; Modelltyp A

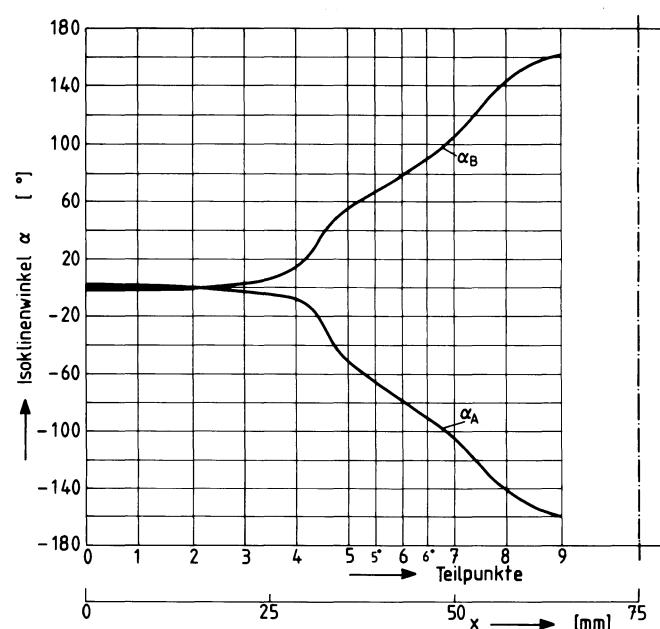


Abb. 7.21-c: Isoklinenwinkel längs der Hilfsschnitte A, B; Modelltyp A

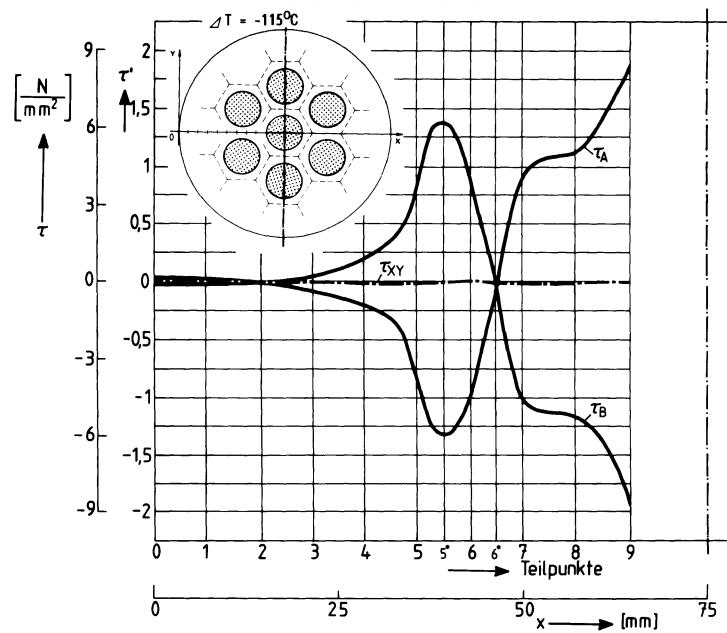


Abb. 7.21-d: Schubspannungsverteilung längs der Hilfsschnitte A, B bzw. der x-Achse; Modelltyp A

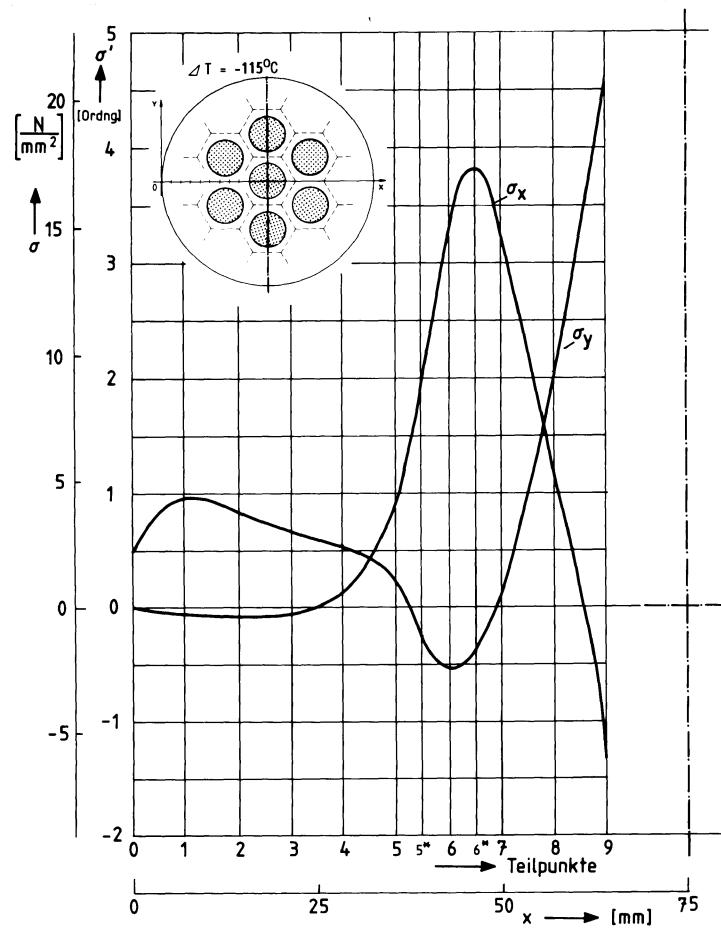


Abb. 7.21-e: Spannungen längs der x-Achse; Modelltyp A

#### 7.4.2.2 STRUKTUR MIT FEHLENDER MITTELFASER; TYP B

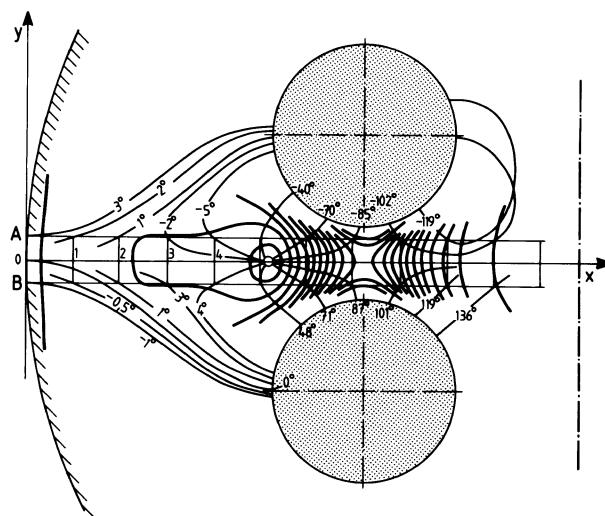


Abb. 7.22-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Umgebung zweier Einlagerungen; Modelltyp B

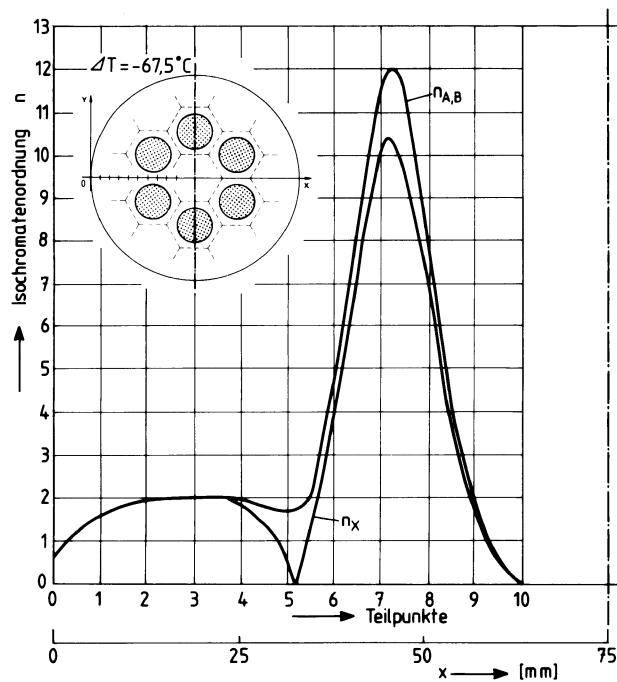


Abb. 7.22-b: Isochromatenordnungen längs der Hilfsschnitte A, B bzw. der x-Achse; Modelltyp B

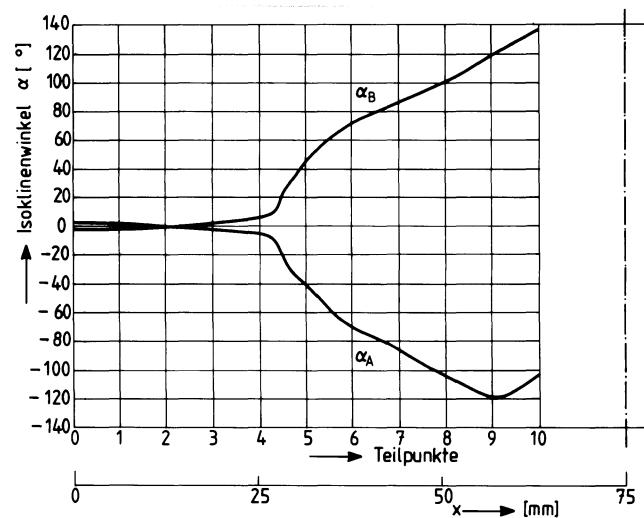


Abb. 7.22-c: Isoklinenwinkel längs der Hilfsschnitte A, B;  
Modelltyp B

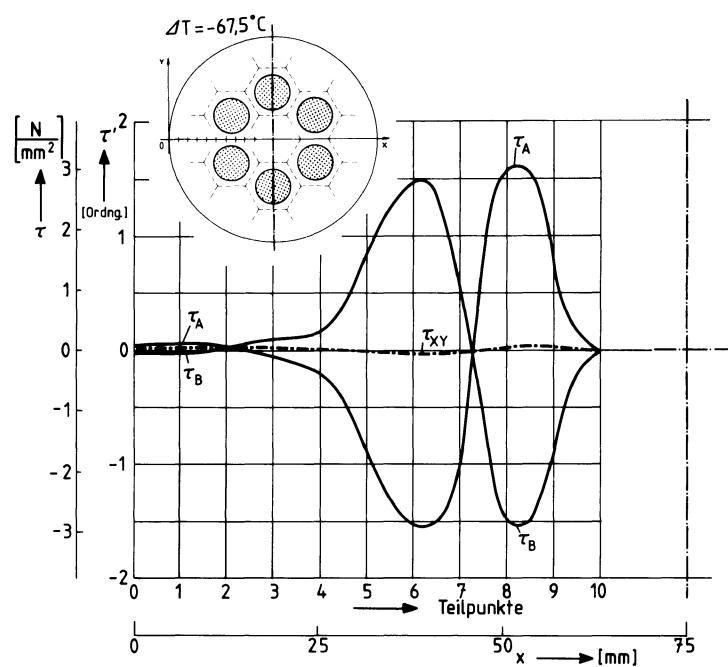


Abb. 7.22-d: Schubspannungsverteilung längs der Hilfsschnitte A,  
B bzw. der x-Achse; Modelltyp B

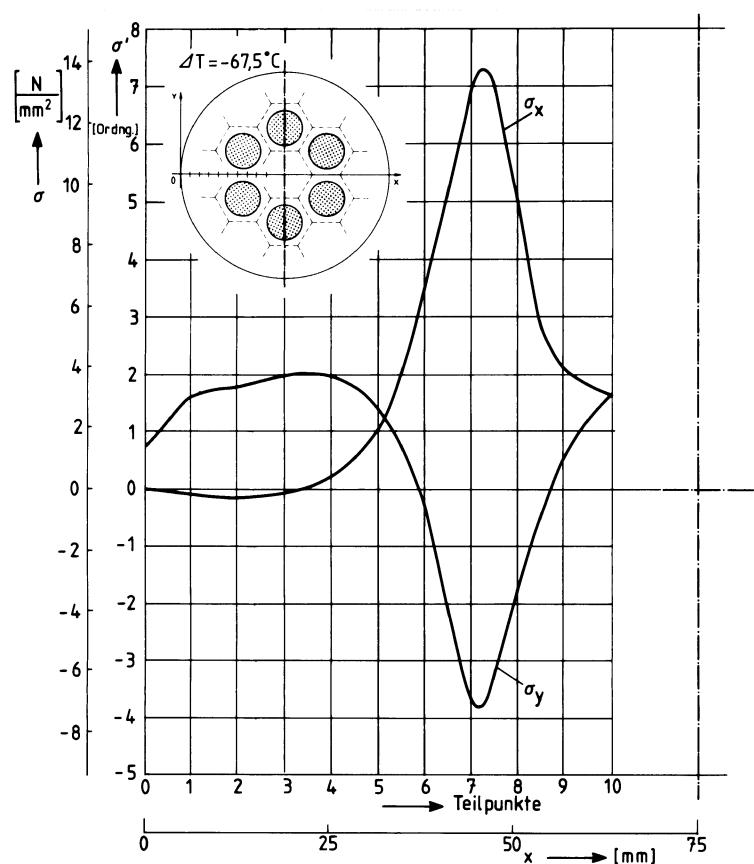


Abb. 7.22-e: Normalspannungsverteilung längs der x-Achse;  
Modelltyp B

#### 7.4.2.3 STRUKTUR MIT KLEINER MITTELFASER; TYP C

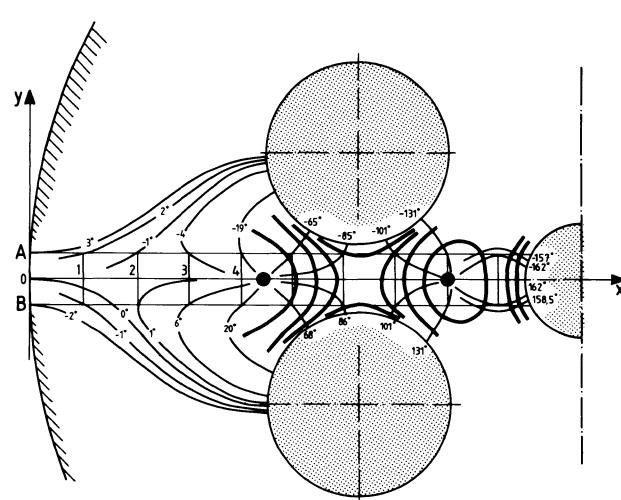


Abb. 7.23-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Umgebung dreier Einlagerungen; Modelltyp C

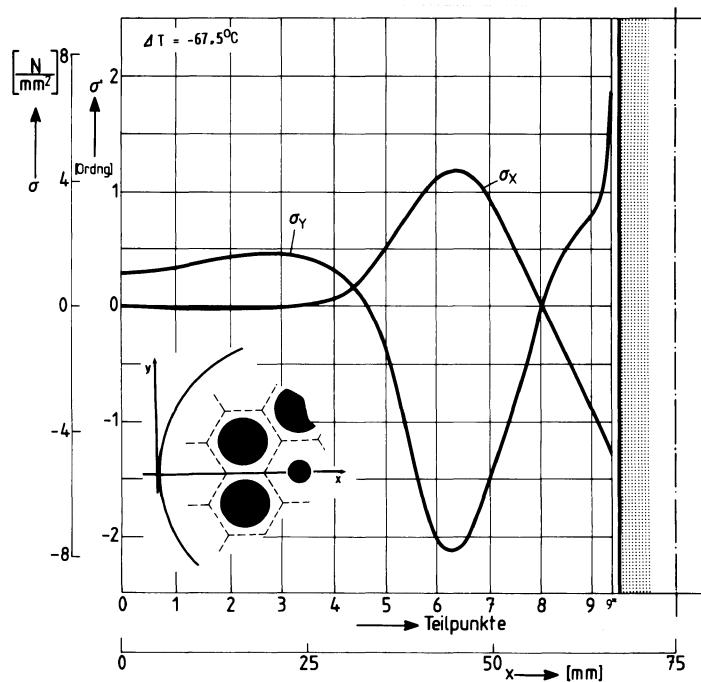


Abb. 7.23-b: Normalspannungsverteilung längs der x-Achse; Modelltyp C

#### 7.4.2.4 STRUKTUR MIT ZENTRISCHER BOHRUNG; TYP D

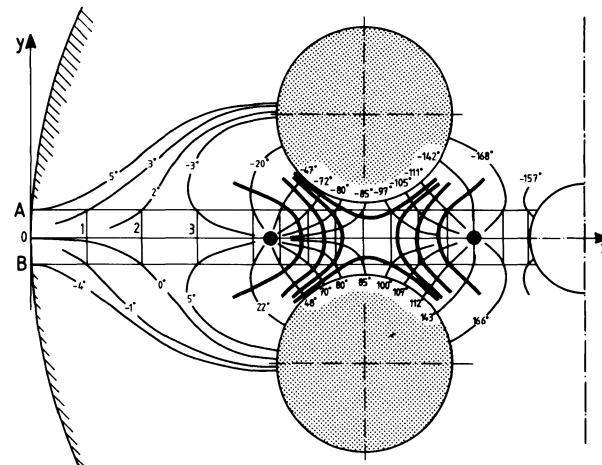


Abb. 7.24-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Umgebung zweier Einlagerungen; Modelltyp D

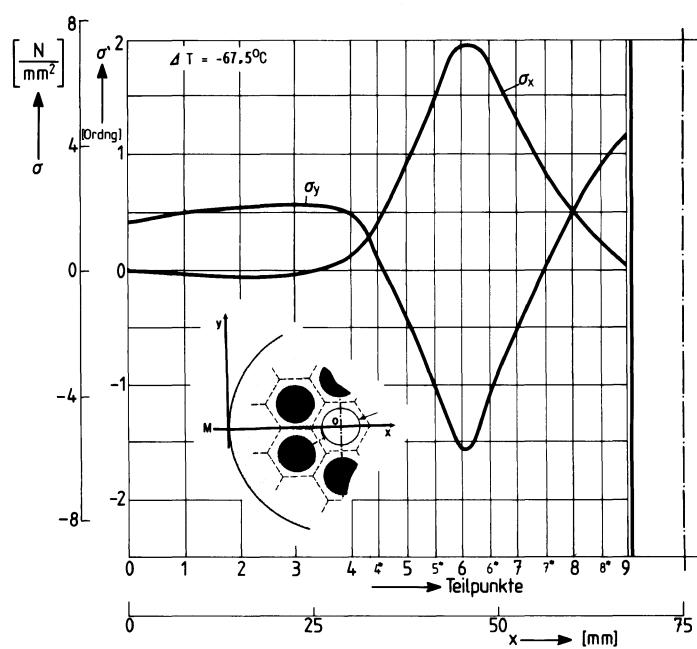


Abb. 7.24-b: Normalspannungsverteilung längs der x-Achse; Modelltyp D

## **7.5 VERSAGEN EBENER VERBUNDMODELLE MIT STRUKTURFEHLERN**

### **7.5.1 VERSAGENSVERHALTEN UND SPANNUNGSOPTISCHE UNTERSUCHUNGEN**

In den Abbildungen 3.4 und 3.5 sind exemplarisch typische Eigen- spannungsrißkonfigurationen in ebenen Verbundmodellen dargestellt, die sich einstellen, wenn die Modellherstellungsprozedur entsprechend den in Abschnitt 7.1 angegebenen Bedingungen erfolgt und die Modellbelastung nach den in Abschnitt 7.3.3 Abbildung 7.15 vorge- stellten Abkühlungskurven vorgenommen wird.

Unter den genannten Bedingungen stellen sich reproduzierbare Riß- geometrien ein, die sich in die folgenden Sequenzen aufgliedern lassen:

- I : Initiierung eines Matrixrisses
- II : Ausbreitung eines gekrümmten Matrixrisses zur benachbarten Faser
- III : Rißarrest auf der Faser/Matrix-Grenzfläche
- IV : Ausbildung gekrümmter Faser/Matrix-Grenzflächenrisse
- V : Rißarrest in den Faser/Matrix-Grenzflächen
- VI : Erneute Initiierung eines Matrixrisses vom Rißarrestpunkt in der Grenzfläche aus
- VII : Ausbreitung gekrümmter Matrixrisse zu benachbarten Fasern
- VIII: Stadien III,
- 
- usw.
- 
- ii : Völliges Umlaufen der Rißsequenzen und Rißarrest

In der Abbildung 7.25 ist ein Modell wiedergegeben, in dem Eigen- spannungsrisse die oben genannten Phasen durchlaufen haben.

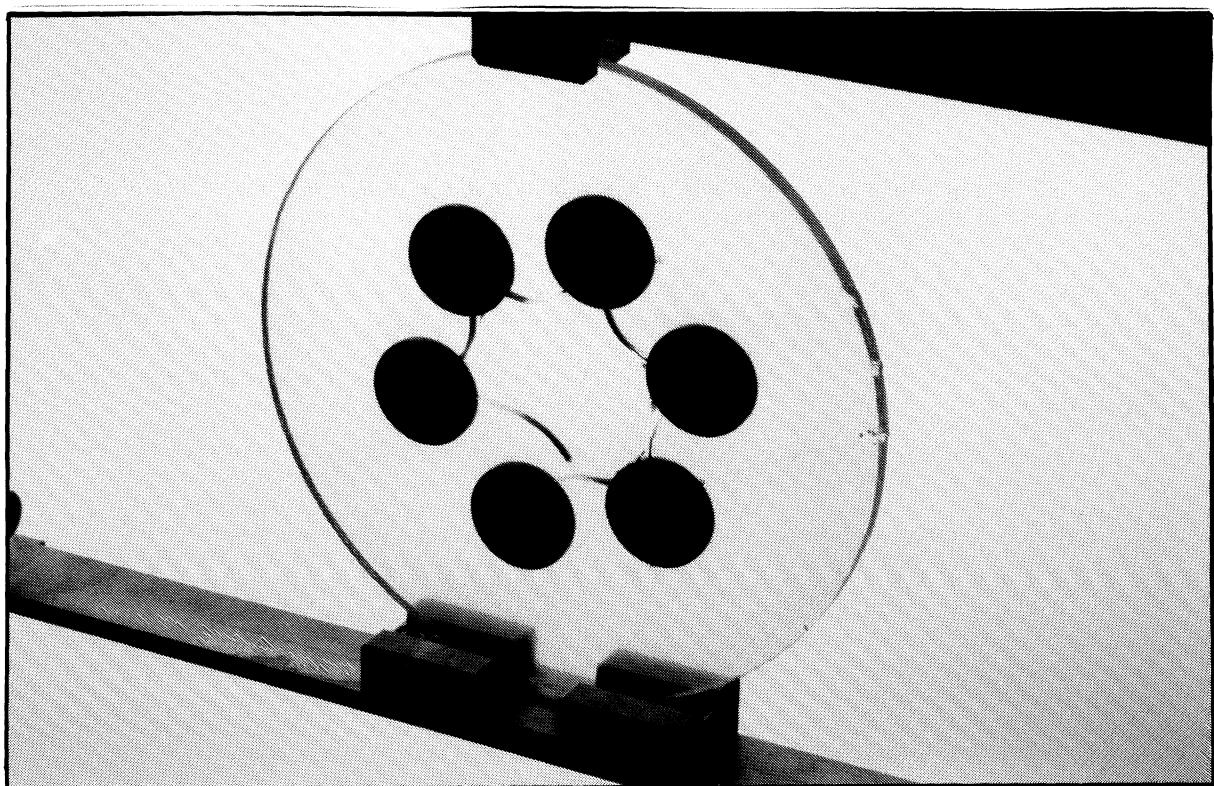


Abb. 7.25: Rißkombination in einem Faserverbundwerkstoffmodell

**7.5.2 EIGENSPANNUNGSVERTEILUNGEN ENTLANG RADIALER SCHNITTE  
ZWISCHEN ZWEI FASERN FÜR GERISSENE VERBUNDMODELLE MIT  
STRUKTURFEHLERN**

In den nachfolgenden Abschnitten sind für die im Kapitel 7.4.2 vorgestellten Modellvarianten, d.h. Typ B, -C und -D der eingeführten Nomenklatur, in analoger Weise Spannungsverläufe entlang radialer Schnitte zwischen zwei Fasern und über einen Eigenspannungsriß hinweg mittels des Schubspannungsdifferenzenverfahrens angegeben.

### 7.5.2.1 STRUKTUR MIT FEHLENDER MITTELFASER; TYP B

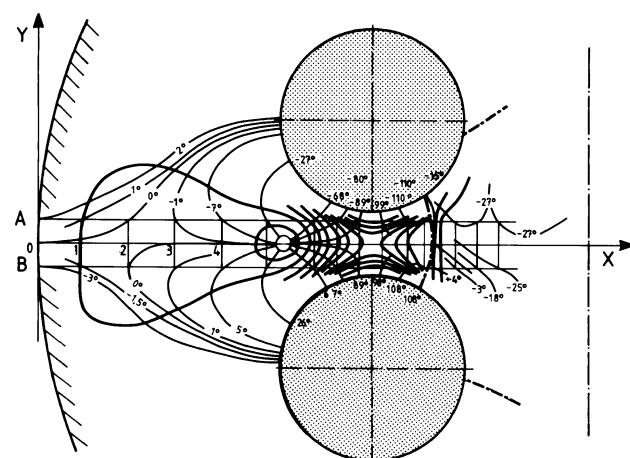


Abb. 7.26-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Umgebung zweier Einlagerungen; Modelltyp B

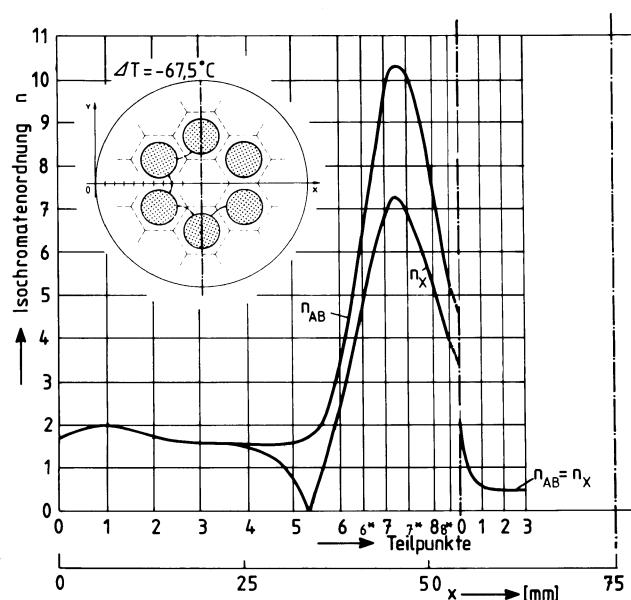


Abb. 7.26-b: Isochromatenordnungen längs der Hilfsschnitte A, B bzw. der x-Achse; Modelltyp B

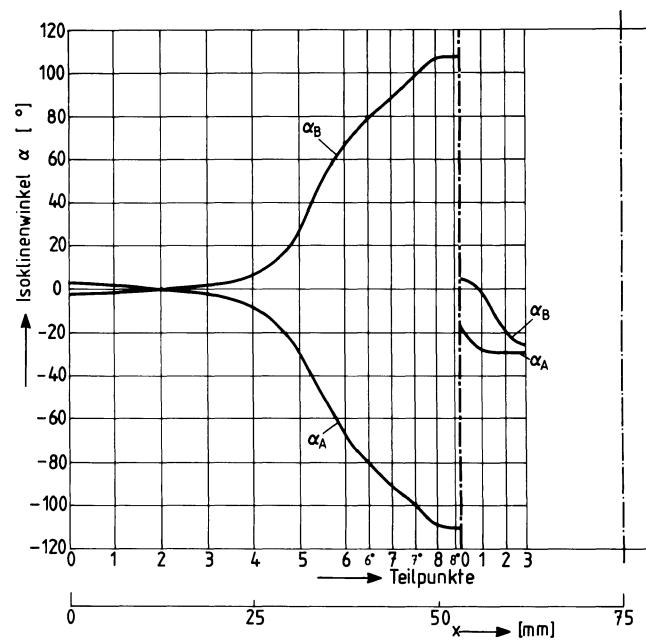


Abb. 7.26-c: Isoklinenwinkel längs der Hilfsschnitte A, B;  
Modelltyp B

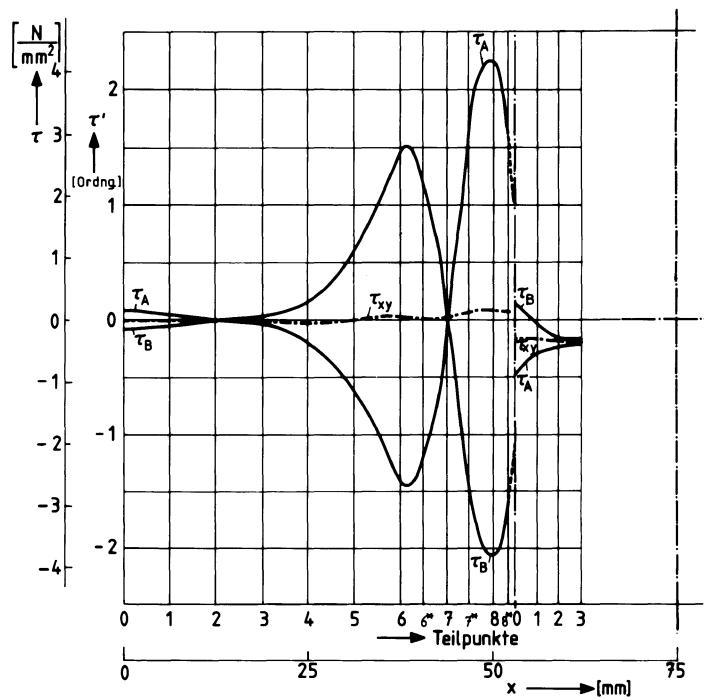


Abb. 7.26-d: Schubspannungsverteilung längs der Hilfsschnitte A,  
B bzw. der x-Achse; Modelltyp B

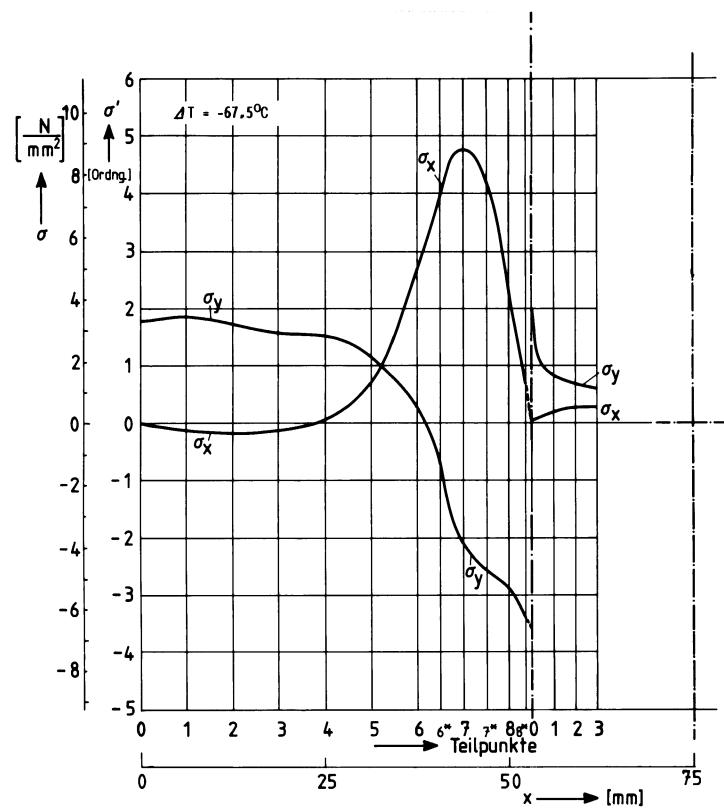


Abb. 7.26-e: Normalspannungsverteilung längs der x-Achse;

Modelltyp B

### 7.5.2.2 STRUKTUR MIT KLEINER MITTELFASER; TYP C

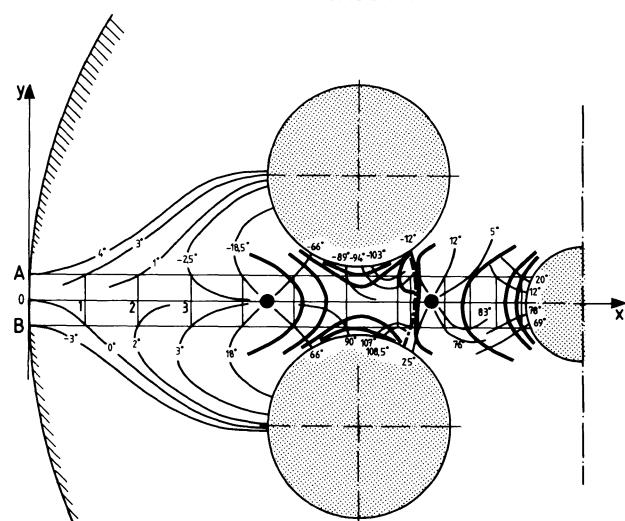


Abb. 7.27-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Umgebung zweier Einlagerungen; Modelltyp C

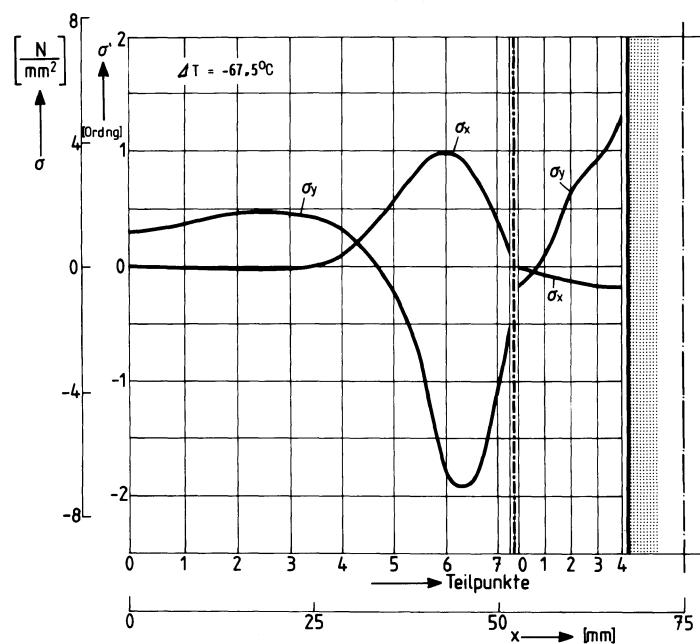
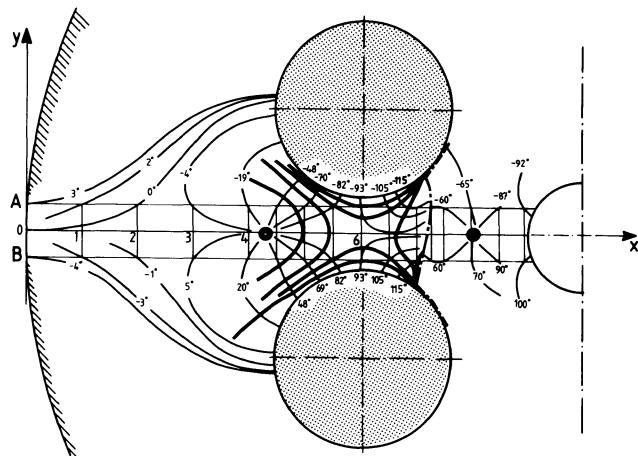


Abb. 7.27-b: Normalspannungsverteilung längs der x-Achse;  
Modelltyp C

### 7.5.2.3 STRUKTUR MIT ZENTRISCHER BOHRUNG; TYP D



### **7.5.3 REDUKTION AUF EINE EINZELRISSKONFIGURATION**

Die in den vorausgegangenen Ausführungen vorgestellten Untersuchungen lassen eine systematische Durchdringung des beschriebenen Phänomens des Eigenspannungsbruches von modellierten ebenen Faserverbundwerkstoffmodellen mit Strukturabweichungen von der regulären Anordnung mit den bisherigen Mitteln nicht zu, da die in Abschnitt 7.5.1 angegebenen Rißsequenzen nicht in einer Minimalkombination bestehend aus einem Einzel-Matrixriß-Grenzflächenrißsystem auftreten.

Um dennoch, nicht zuletzt in Hinblick auf eine überschaubare numerische Modellierung und Rißsystemsimulation des besprochenen Eigenspannungsrißproblems, die Rißsequenz auf die Folge I bis V zu reduzieren, wurden die im folgenden Abschnitt verdeutlichten Modellmodifikationen vorgenommen.

#### **7.5.3.1 MODELLIERUNG UND RISSINITIIERUNG**

In Abbildung 7.29 ist eine Kombination aus lediglich einem einzelnen Matrixriß mit angrenzenden arretierten Faser/ Matrix-Grenzflächenrißsequenzen angegeben.



Abb. 7.29: Faser/Matrix-Grenzflächenrißkonfiguration

Die Reduktion der Rißstadien wurde durch einen manuell eingebrachten kurzen Anriß erreicht. Eine dünne nichthaftende Folie wurde entsprechend der Rißeinleitungsposition und der Rißanfangsrichtung in die Faser (Stahlscheibe) eingebracht und mit dem Matrixmaterial (Araldit F) umgossen. Die thermische Belastung erfolgt in gleicher Weise wie die einer nicht manipulierten Probe.

#### 7.5.3.2 HAUPTSPANNUNGSTRAJEKTORIENFELD FÜR EINE EINZELRISSKONFIGURATION

Die Abbildungen 7.30 und 7.31 zeigen die mit dem oben angeführten Verfahren aufgenommenen Isoklinenverteilungen und die resultierenden Hauptspannungstrajektorienfelder für eine Kombination aus einem Einzel-Matrixriß und zweier angrenzender Faser/Matrix-Grenzflächenrisse.

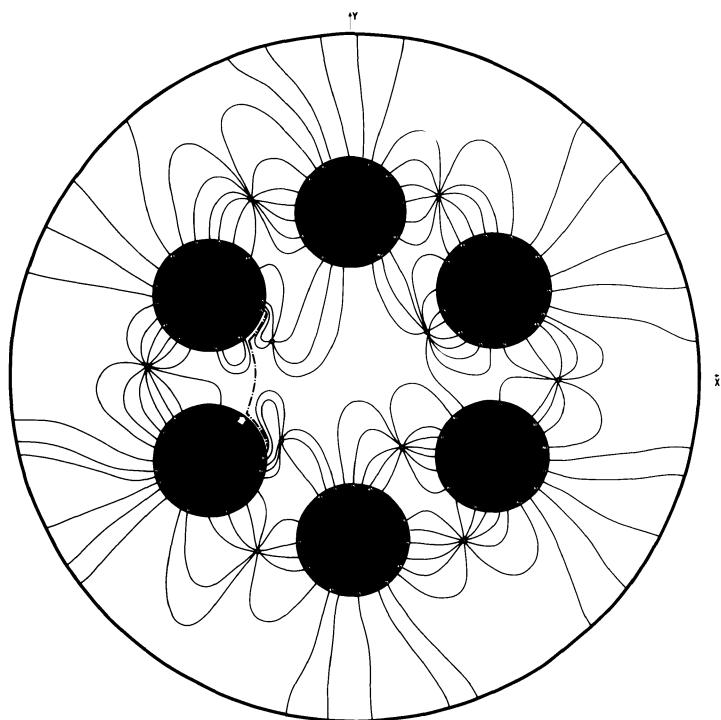


Abb. 7.30: Isoklinenverteilung in einer Verbundstruktur mit Einzelriß

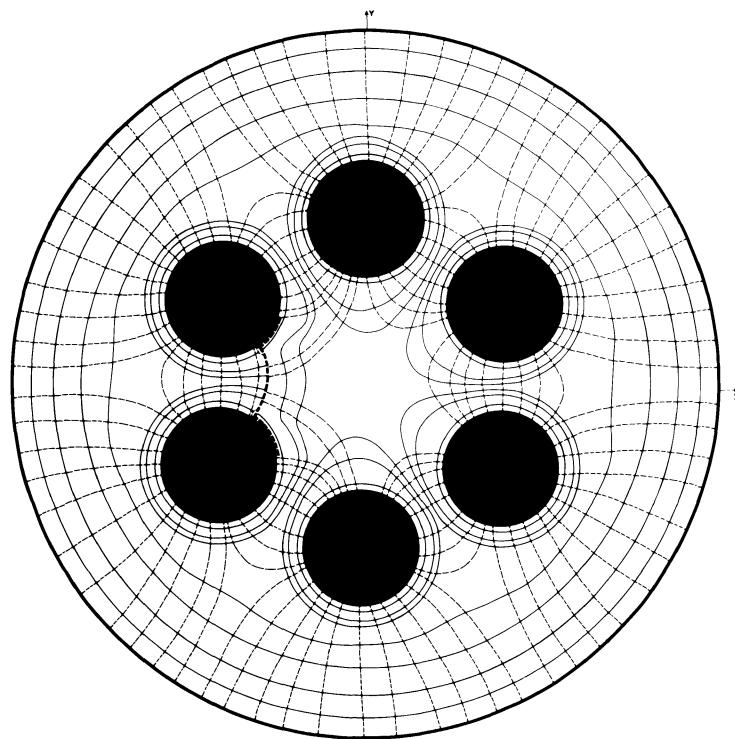


Abb. 7.31: Hauptspannungstrajektorienfeld in einer Verbundprobe mit Einzelriß (durchgezogene Linien: Zugspannungen, unterbrochene Linien: Druckspannungen)

### 7.5.3.3 EIGENSPANNUNGSVERTEILUNG IN EINER EINZELRISSKONFIGURATION

Für die in diesem Abschnitt behandelten Rißkonfigurationen wurden ebenfalls mittels des Schubspannungsdifferenzenverfahrens die Spannungsverteilungen entlang radialer Modellschnitte - über einen zwischen zwei Fasern verlaufenden Einzelriß - ermittelt. Die Abbildungen 7.32 und 7.33 geben den Spannungszustand für den ungerissenen und gerissenen Zustand zweier Verbundmodelle wieder.

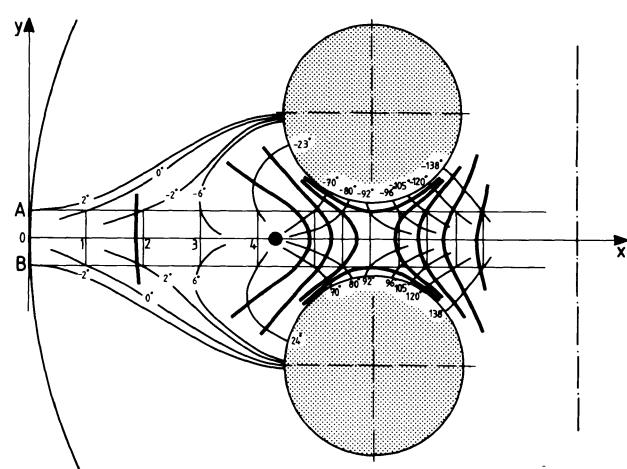


Abb. 7.32-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Nähe zweier Einlagerungen

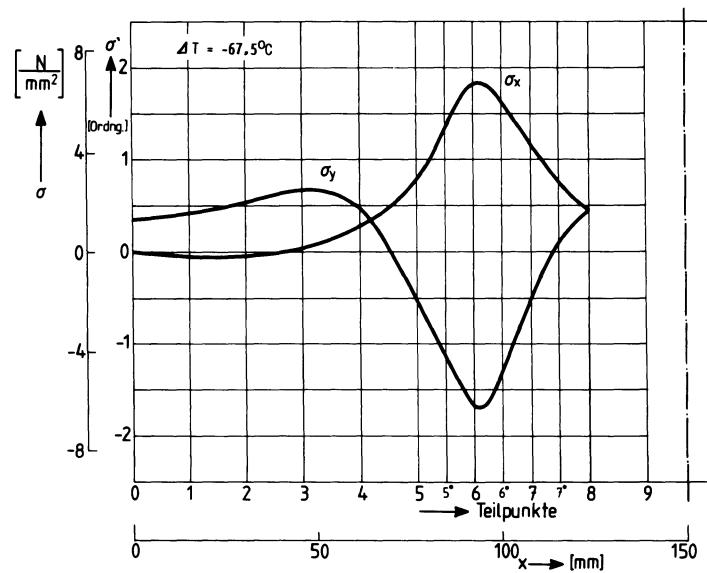


Abb. 7.32-b: Spannungsverteilung entlang eines radialen Schnittes zwischen zwei Fasern eines ungerissenen Verbundmodells

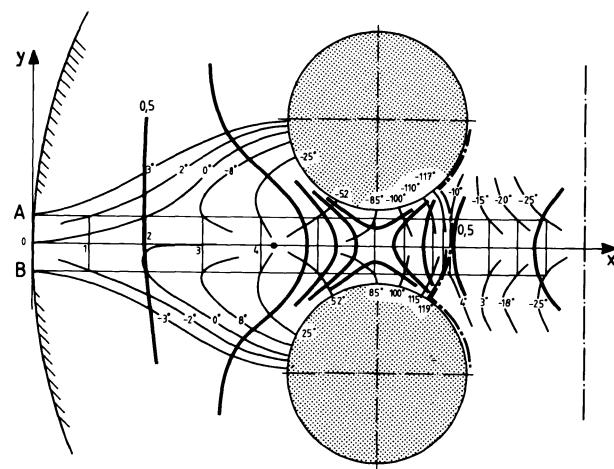


Abb. 7.33-a: Isochromaten- und Isoklinenverteilung in der Nähe zweier Einlagerungen einer gerissenen Verbundstruktur

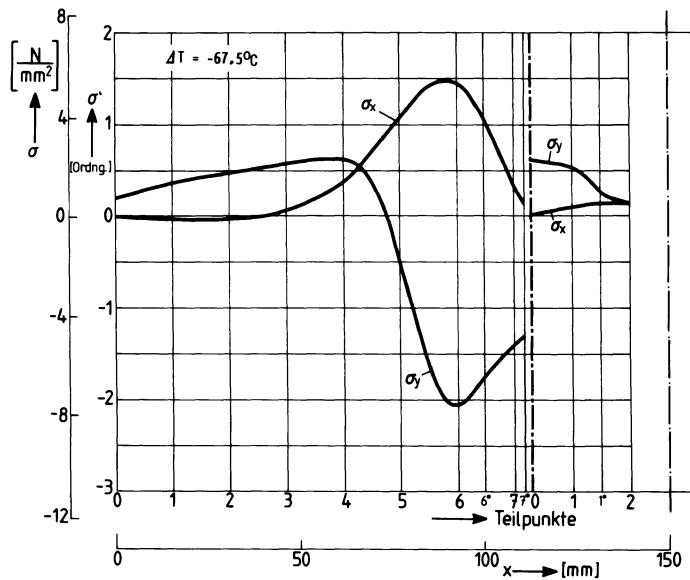


Abb. 7.33-b: Spannungsverteilung entlang eines radialen Schnittes zwischen zwei Fasern einer Verbundstruktur mit einer Einzelrißkombination

#### **7.5.4 EIGENSPANNUNGSZUSTAND FÜR EINEN ARRETIERTEN MATRIXRISS**

Durch Einarbeitung einer sehr dünnen und mit einem geeigneten Trennmittel bestrichenen, der Rißkontur entsprechend geformten, Aluminiumfolie wurde ein arretierter Matrixriß simuliert, der etwa die halbe Länge des vollständigen Matrixrisses aufweist. Die Abbildungen 7.34 und 7.35 zeigen die sich bei thermischer Belastung einstellenden Isoklinen- und Hauptspannungstrajektorienfelder.

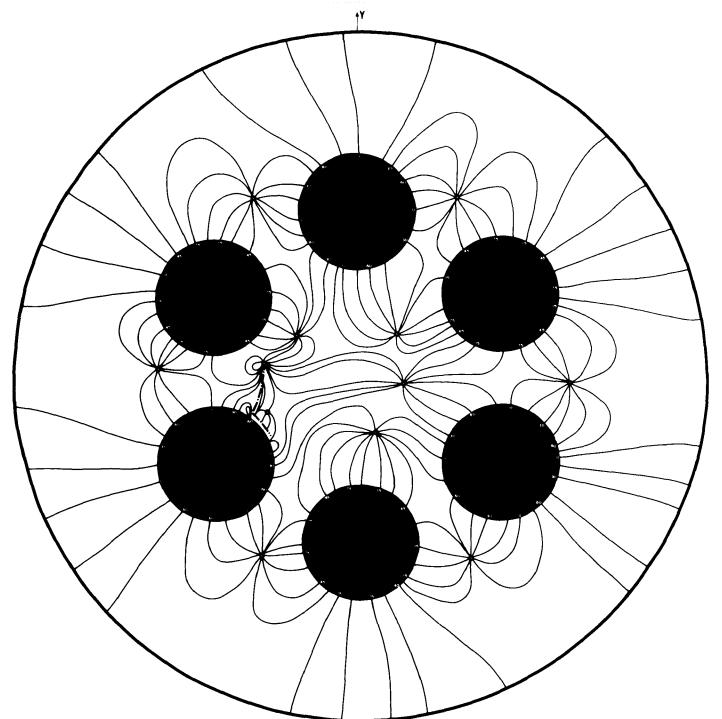


Abb. 7.34: Isoklinenverteilung in einem Modell mit arretiertem Matrixriß

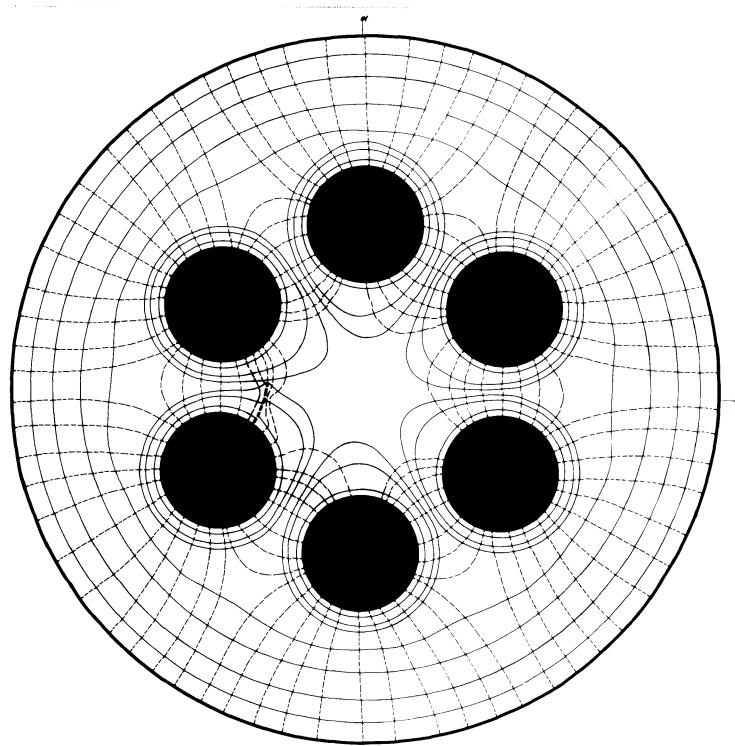


Abb. 7.35: Hauptspannungstrajektorienfeld in einem Modell mit arretiertem Matrixriß (durchgezogene Linien: Zugspannungen, unterbrochene Linien: Druckspannungen)

## 7.6 VERSAGEN RÄUMLICHER VERBUNDMODELLE

Die unmittelbare spannungsoptische Untersuchung räumlicher Spannungszustände ist, ähnlich wie in der ebenen Spannungsoptik, nur in einigen Spezialfällen möglich. Vollständige Spannungsanalysen räumlicher Eigenspannungsrißprobleme in Verbundstrukturen sind bisher nicht bekannt.

In eigenen Modelluntersuchungen an dreidimensionalen Faserverbundwerkstoffmodellen wurden kompakte Verbundkörper mit unidirektionaler Orientierung zylindrischer Fasern in hexagonaler Anordnung hergestellt und hinsichtlich ihres Versagensverhaltens untersucht. Die bei der Untersuchung ebener Modelle festgestellte extreme Sprödbruchneigung des Epoxidharzes Araldit F wurde hierbei ebenfalls ausgenutzt, um im Innern von Kompaktstrukturen wiederum ausschließlich durch Temperatureinwirkung Eigenspannungsrisse zu initiieren. Die Modellabmaße der kompakten Faserverbundwerkstoffmodelle entsprechen bis auf die Modellhöhe  $H$  denen der ebenen Scheibenmodelle (siehe Abbildung 3.2).

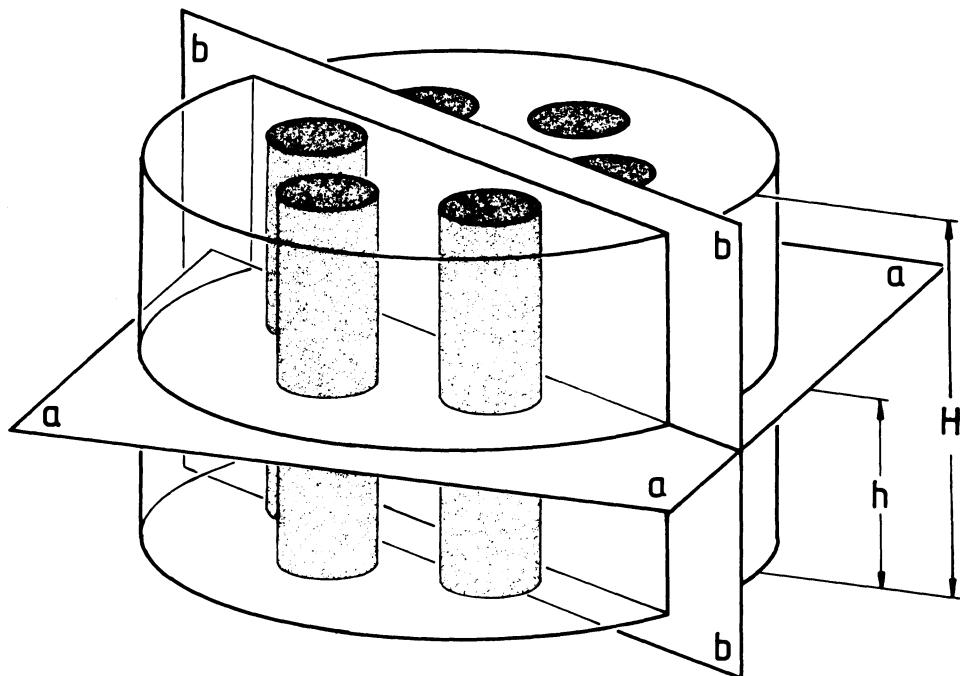


Abb. 7.36: Kompaktes Faserverbundwerkstoffmodell mit Fehlstruktur und Modellschnittebenen mit einer Höhe  $H=150$  mm bzw.  $h=H/2$ ; Modelltyp B-3D

Innerhalb einer Vielzahl von Modelluntersuchungen wurde eine geeignete Modellherstellungs- und -belastungsprozedur entwickelt, mit deren Hilfe für Modelle mit einer Araldit F-Matrix und Keramik-Fasern Eigenspannungsrisse zwischen benachbarten Fasern und entlang der Faser/Matrix-Grenzflächen induziert werden können.

In den Abbildungen 7.37-a-b sind beispielhaft dreidimensionale Faserverbundwerkstoffmodelle mit Eigenspannungsrißkonfigurationen dargestellt. Die Risse weisen wiederum einen stark gekrümmten Verlauf zwischen den Fasern im Bereich der Modelldeck- und -bodenflächen auf. Im Modellmittlbereich verlaufen die Risse zwischen den Fasern.

Bemerkenswert ist, daß die Rißkonfigurationen ausschließlich im Modellinneren auftreten und kein Heraustreten an die Modelloberflächen erfolgt.

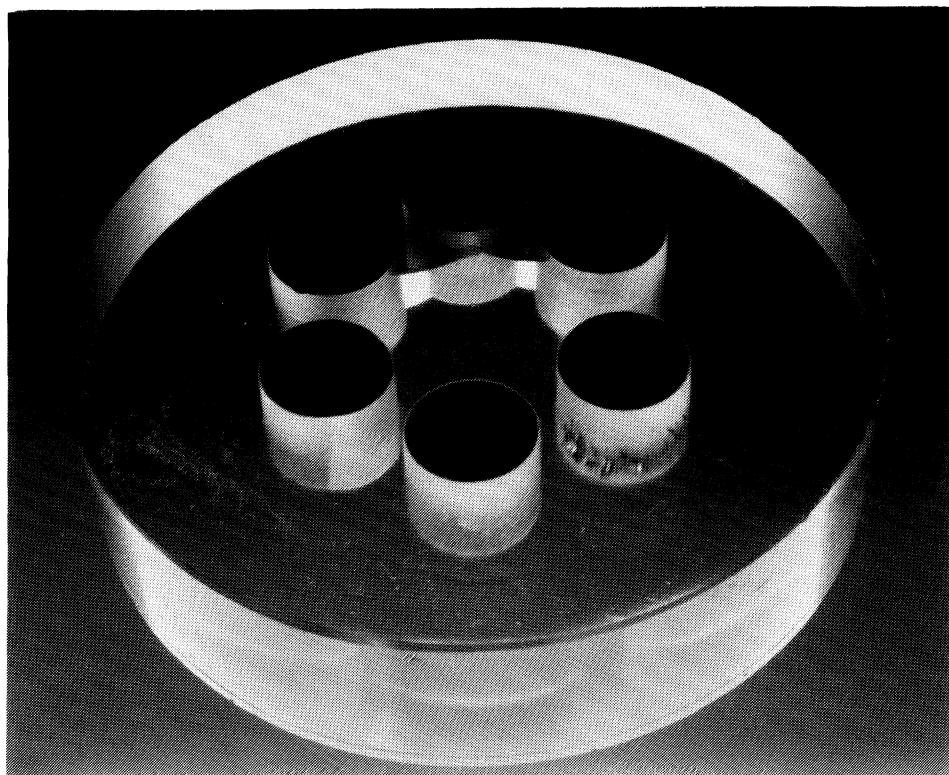


Abb. 7.37-a: Schnitt durch ein kompaktes Faserverbundwerkstoffmodell; Schnitt a-a

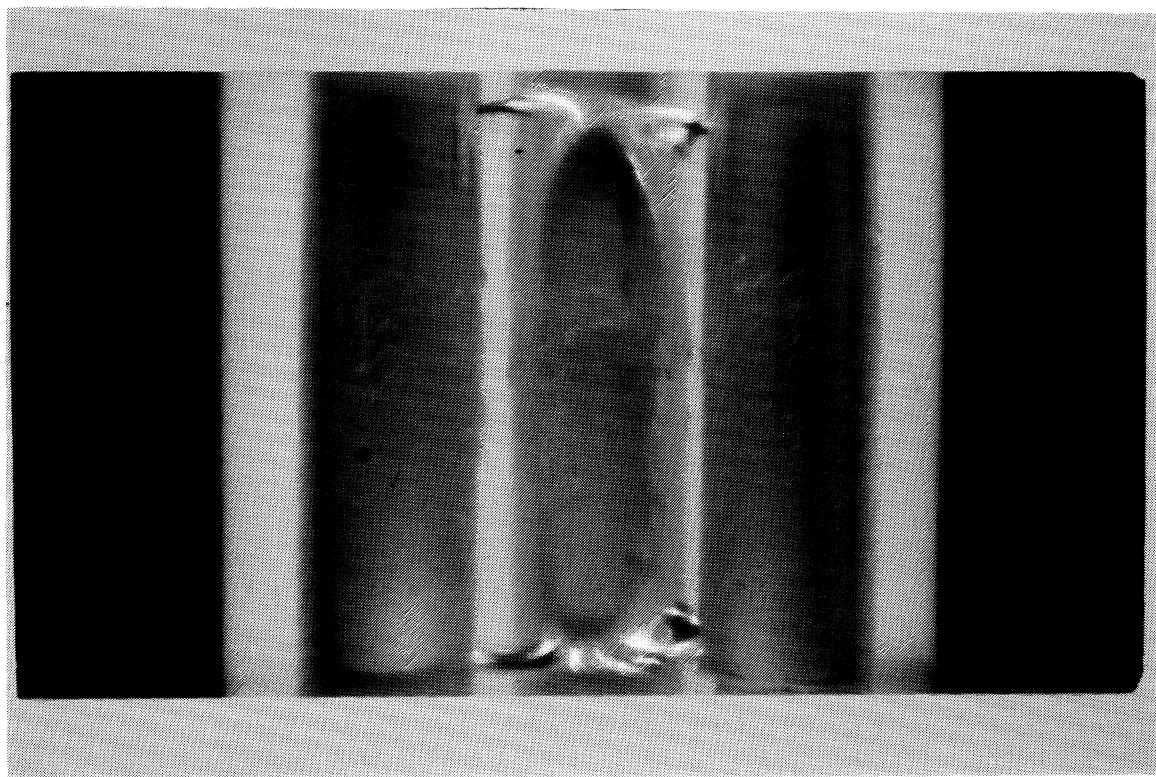


Abb. 7.37-b: Schnitt durch ein kompaktes Faserverbundwerkstoffmodell; Schnitt b-b

## 8. NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUM EIGENSPANNUNGSVERHALTEN

### EBENER FASERVERBUNDWERKSTOFFMODELLE

Die im Abschnitt 7.6 vorgestellten Versagensmerkmale räumlicher Faserverbundwerkstoffmodelle zeigen in allen Phasen eine gute Übereinstimmung mit denen ebener Modellstudien, sie sind jedoch aufgrund erhöhter Komplexität wesentlich komplizierter. Es ist festzustellen, daß im Falle einer Verletzung der ursprünglichen regulären Faseranordnung sowohl bei dreidimensionalen als auch bei ebenen Modellierungen stets ein gekrümmter Matrixriß zwischen zwei benachbarten Fasern auftritt, an den sich Grenzflächenrisse innerhalb der beteiligten Faser/Matrix-Grenzflächen anschließen, die bei Erreichen geometriespezifischer Endlagen arretieren. In der Abbildung 8.1 sind für einen Modellausschnitt die eingeführten globalen und lokalen Koordinatensysteme mit Angabe der eine vollständige Rißkonfiguration beschreibenden Parameter zu sehen.

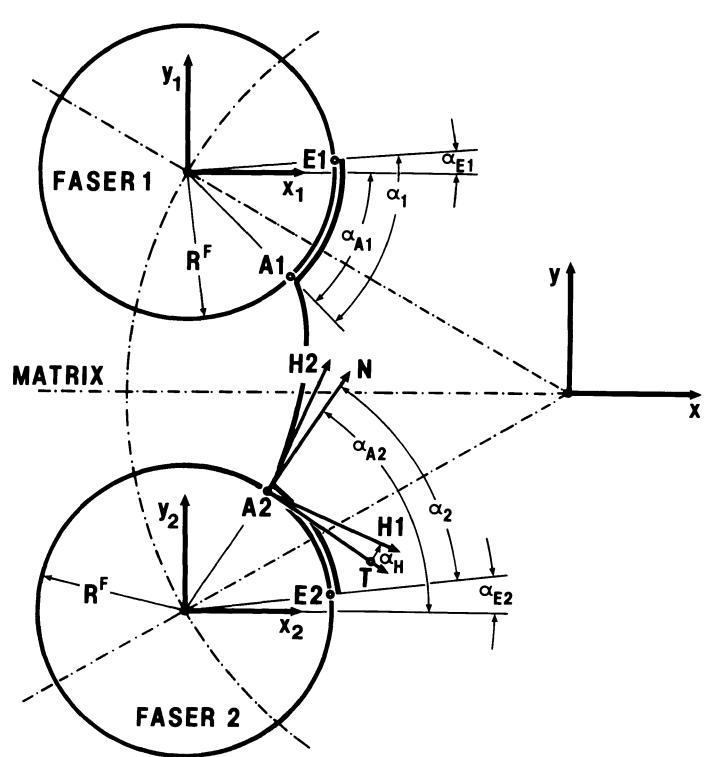


Abb. 8.1: Globale und lokale Koordinatensysteme in einer eigengespannten rißbehafteten Verbundgeometrie  
Modelltyp B

Darin verläuft ein schematisch angedeuteter Matrixriß von dem Rißanfangspunkt A2 zum Punkt A1 der Faser 1. Die beiden Faser/Matrix-Grenzflächenrisse sind durch die Strecke A1-E1 entlang der Faser 2 angedeutet und durchlaufen die Winkelbereiche in den zugeordneten lokalen kartesischen Fasermittenkoordinatensystemen  $x_i; y_i$  von  $\alpha_{A1}$  bis  $\alpha_{E1}$  bzw.  $\alpha_{A2}$  bis  $\alpha_{E2}$ .

Die im Punkt A2 eingeführten lokalen Koordinatensysteme beschreiben den bezogenen Rißinitiierungspunkt ( $R^F, \alpha_{A2}$ ) in einem N-T-Koordinatensystem und das ebenfalls lokale, jedoch um den Winkel  $\alpha_H$  gedrehte Rißfortschrittskoordinatensystem, das dem Hauptachsensystem im Punkt A2 entspricht.

Zur numerischen Nachbildung des Spannungs- und Verformungszustandes und der Simulation der Rißausbreitung wurde eine Vielzahl sich experimentell einstellender Eigenspannungsrißkonfigurationen grafisch aufgenommen und zusammengestellt. In Abbildung 8.2 sind exemplarisch fünf Eigenspannungsrisse aus unterschiedlichen Verbundproben zusammengefaßt.

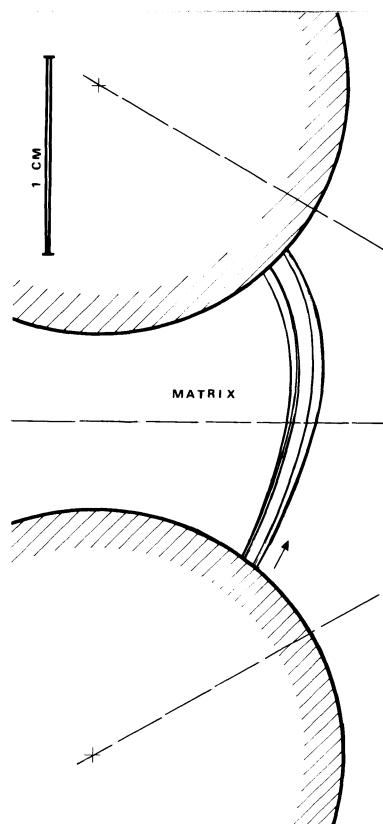


Abb. 8.2: Eigenspannungsriß in der Matrix aus unterschiedlichen Faserverbundwerkstoffmodellen ; Modelltyp B

Es wird deutlich, daß alle Risse in einem engen Band auf der Faser 2/Matrix-Grenzfläche entstehen und sich in die Matrix ausbreiten. Die Rißanfangs- und Endrichtungen sind nicht senkrecht zu den Fasern orientiert. Die Verläufe aller Risse sind stark asymmetrisch.

### **8.1 TOPOLOGISCHE UMSETZUNG DER GEOMETRIE EBENER VERBUND- MODELLE**

Um die systematische numerische Untersuchung des Spannungs- und Verformungszustandes vornehmen zu können, ist eine für die Zielsetzung geeignete topologische Modellierung erforderlich. In Abbildung 8.3 ist die Aufspaltung der im folgenden vorgestellten FE-Untersuchungen in einen globalen und lokalen Zweig schematisch dargestellt. Die globalen Modellstudien dienen hierbei in erster Linie der großflächigen Nachbildung des Eigenspannungszustandes in der vorgestellten Struktur und dem Vergleich zu den auf spannungsoptischem Wege ermittelten Ergebnissen. Zur Erlangung einer ausreichenden Genauigkeit ist in diesem Fall eine feine homogene FE-Netzdiskretisierung notwendig. Auf Grund der damit verbundenen großen Datenmengen ist die numerische Behandlung des gesamten Verbundkörpers nicht praktikabel. Durch Ausnutzung aller vorhandenen Symmetrieeigenschaften der angegebenen Modellgeometrie lässt sich die numerische Berechnung auf ein  $30^\circ$ -Segment reduzieren. Die gewonnenen Ergebnisse können durch 'Spiegeln' an den Symmetrielinien für die gesamte Geometrie rekonstruiert werden.

Die Ermittlung bruchmechanischer Kennwerte für sich quasistatisch ausbreitende Eigenspannungsrisse, die wie im vorliegenden Fall beliebig gekrümmt innerhalb eines homogenen Matrixmaterials bzw. kreisförmig in den Diskontinuitätsflächen eines Faser/Matrix-Verbundes verlaufen, setzt eine geeignete lokale Modellierung der Rißkontur entlang der prospektiven Rißlinienkonfiguration voraus. In Abbildung 8.3-a ist ebenfalls eine Netzstruktur für die lokalen Rißspitzenuntersuchungen wiedergegeben. Zur Durchführung der FE-Berechnungen steht das am Hochschulrechenzentrum der Universität-GH-Paderborn installierte Programmsystem ASKA /99,100/ zur Verfügung. Die beiden grundsätzlich unterschiedlichen Netzeinteilungen wurden parallel entwickelt und mittels ebener, in ASKA verfügbarer

TRIM6-Elemente aufgebaut, die einen quadratischen Verschiebungssatz realisieren.

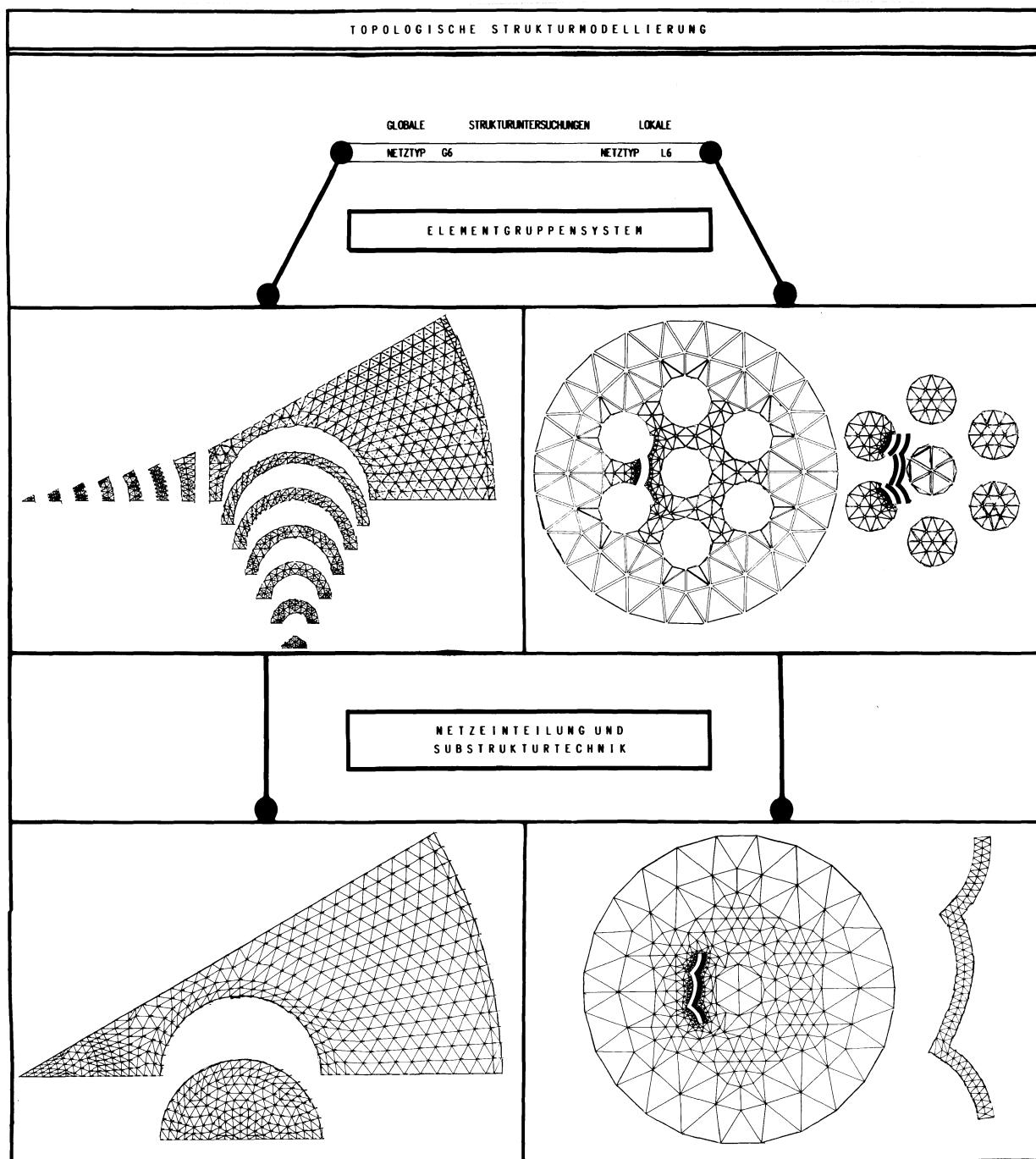


Abb. 8.3: Topologische Modellierung ebener Verbundmodelle

Die aus TRIM6-Elementen aufgebauten globalen (Netztyp G6) und lokalen (Netztyp L6) FE-Netze sind in unterschiedliche Elementgruppen unterteilt. Durch Zuordnung werkstoffspezifischer Modellkennwerte können auf diese Weise die unterschiedlichsten geometrischen und werkstofftechnischen Verbundkörperpaarungen baukastenartig kombiniert werden.

Die diskrete Modellstruktur besteht schließlich aus mehreren Einzelnetzen, die sich wiederum aus Elementgruppen zusammensetzen, wobei die Teilnetzgrenzen beim Netztyp G6 entlang der Faser/Matrix-Grenzfläche und beim Netztyp L6 entlang der zu simulierenden Rißlinie verlaufen. Auf Grund einer Minimierung des Rechenzeitbedarfs bei den Rißsimulationsrechnungen wurde für die definierten und topologisch beschriebenen Netztypen G6 und L6 ein umfangreiches Generierungs- und Manipulationsprogrammsystem entwickelt. Über ein Rechnerprogrammsystem lassen sich aus den Original-FE-Topologien und -Daten die Elementtypen verändern, die Elementgruppen beliebig kombinieren, die Werkstoffkennwerte variieren und die Elementknotenpunktskoordinaten manipulieren. Auf diese Weise sind verschiedene Netzvarianten erstellt und für spezielle Fragestellungen aufbereitet worden. Die Netzvarianten L3RE-Typ-B, -C und -D sind entstanden aus einer Reduktion des Netzes L6 durch Beschreibung mittels der TRIM3-Elemente sowie Expansion aller an die Rißkontur angrenzenden Elemente und einer automatischen topologischen Anpassung an das reduzierte Grundnetz. Mit jeder programmseitigen Veränderung der Ausgangsnetze (G6 und L6) wird eine automatische Knotenpunktsumnumerierung- und -optimierung vorgenommen. In einem Strukturorganisationsdatensatz ist zu jeder Netzmanipulation die Zuordnung zwischen den Originalnetzparametern und den optimierten Netzparametern abgelegt. Im Bereich der prospektiven Rißlinie wird die Elementeinteilung programmseitig homogenisiert, dieses ist Voraussetzung für das Ausschalten bzw. Minimieren numerischer Einflüsse bei der Simulation einer quasistatischen Rißausbreitung und Auswertung der numerisch bestimmten Knotenpunktskräfte und Knotenpunktsverschiebungen mittels der Methode des Rißschließungsintegrals.

Über die Einflüsse des verwendeten Elementtyps und inhomogener Elementeinteilungen auf die durch lokale Energiemethoden bestimmten bruchmechanischen Kennwerte wird in der Literatur berichtet /17,101,46/. Für die FE-Untersuchungen wurden in Anlehnung an die bereits vorgestellten experimentellen Untersuchungen hinsichtlich des Eigenspannungszustandes und der Bruchphänomene folgende Belastungsparameter und Materialkennwerte realisiert.

	MATRIX	FASER
Elastizitätsmodul E ( N mm <sup>-2</sup> )	2583,0	2,1 • 10 <sup>5</sup>
Querdehnzahl $\nu$	0,4	0,3
Lin. Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha$ ( K <sup>-1</sup> )	37,5 • 10 <sup>-6</sup>	12,0 • 10 <sup>-6</sup>

Tabelle 8.1: Thermoelastische Materialkennwerte

Die den Rechnungen zugrunde gelegte Temperaturdifferenz von  $\Delta T = -67,5^{\circ}\text{C}$  entspricht einer Modellabkühlung vom spannungsfreien Ausgangszustand  $T_0 = 60^{\circ}\text{C}$  auf die Belastungs- bzw. Versagenstemperatur  $T_1 = -7,5^{\circ}\text{C}$ .

## 8.2 GLOBALE MODELLSTUDIEN

Aus dem Spektrum der Modellvariationen sollen einige repräsentative Beispiele vorgestellt werden. In Abbildung 8.4 ist die Elementeinteilung für das Netz G3E-90-TYP-B dargestellt. Es besteht aus drei Teilnetzen und wurde mittels TRIM3-Elementen modelliert.

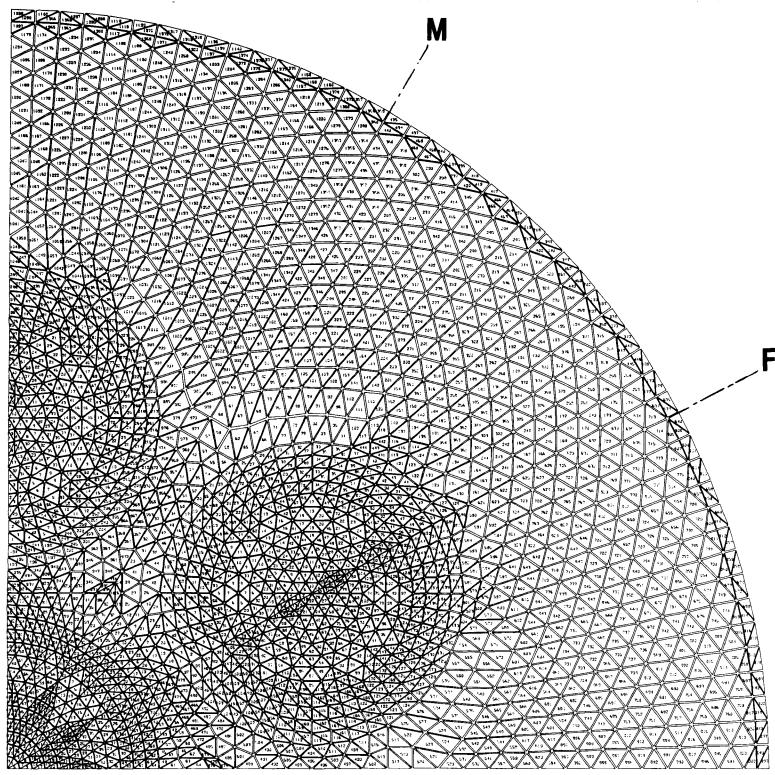


Abb. 8.4: Elementeinteilung für das Netz G3E-90-TYP-B

### 8.2.1 SPANNUNGSVERTEILUNG ENTLANG RADIALER SCHNITTE

Entlang der radialen Schnittlinien O-M und O-F wurden die Eigen- spannungsverteilungen bestimmt. Für den gleichen Modelltyp wurden Topologievariationen simuliert und ebenfalls ausgewertet. Fehl- strukturen im Sinne des Modelltyps D, d.h. einer regulären Struk- tur mit zentrischer Fehlstelle, wurden unter Veränderung des Bohr-ungsdurchmessers untersucht. In den Abbildungen 8.5-a bis 8.5-f sind die Normalspannungen entlang der Symmetrielinie zwischen zwei Fasern angegeben.

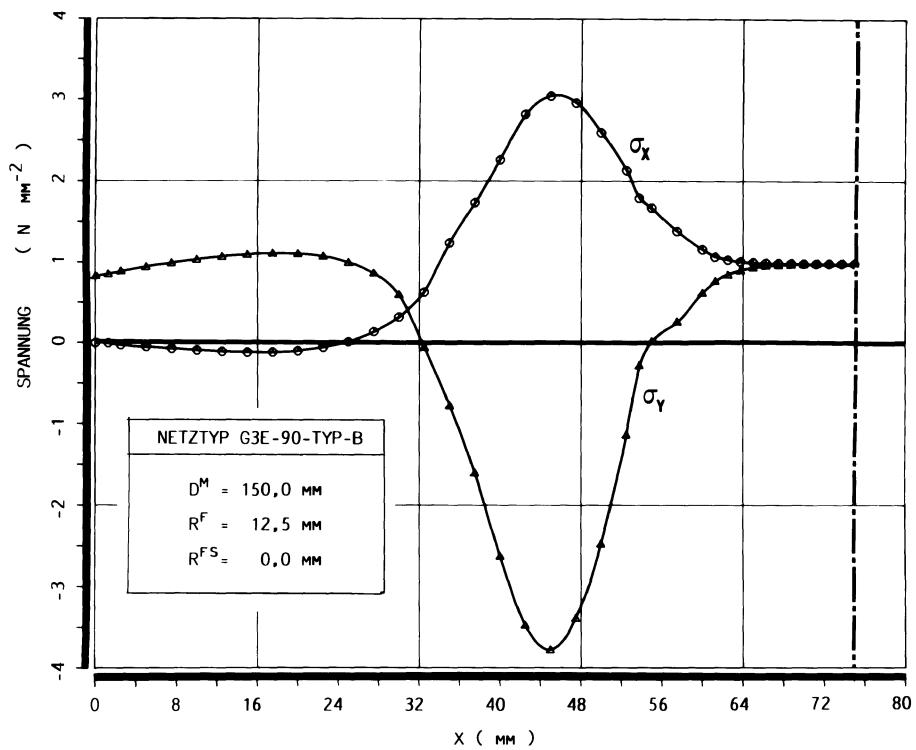


Abb. 8.5-a: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp B

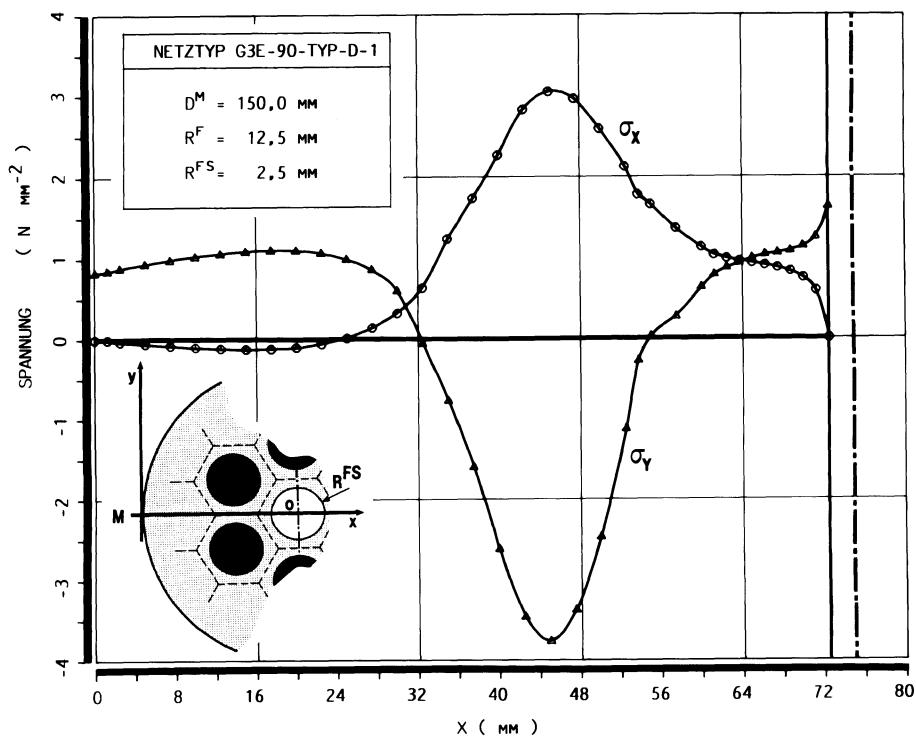


Abb. 8.5-b: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 2,5 \text{ mm}$

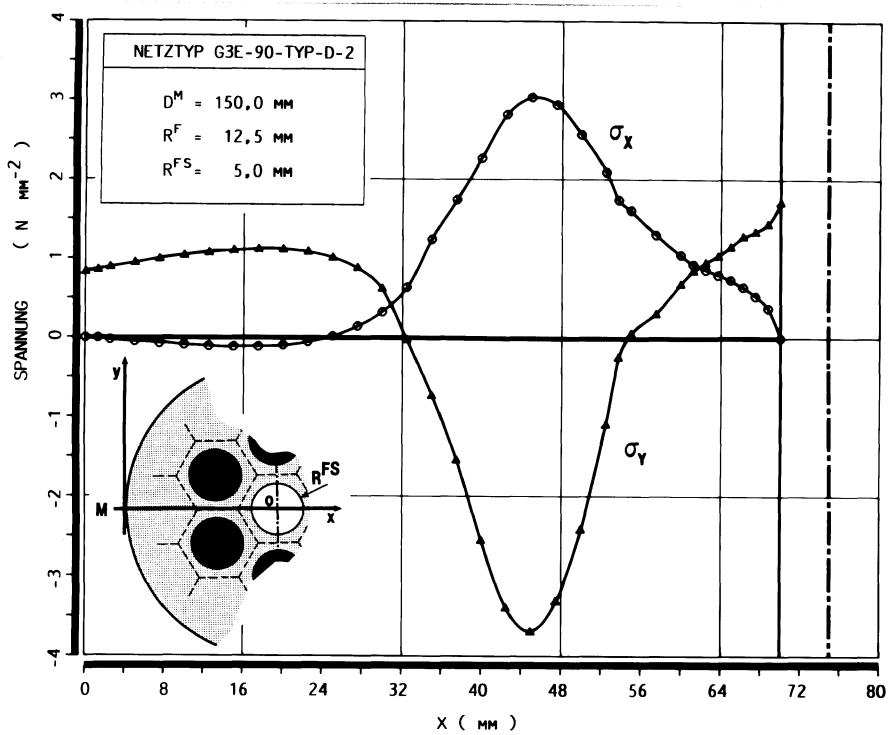


Abb. 8.5-c: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 5,0 \text{ mm}$

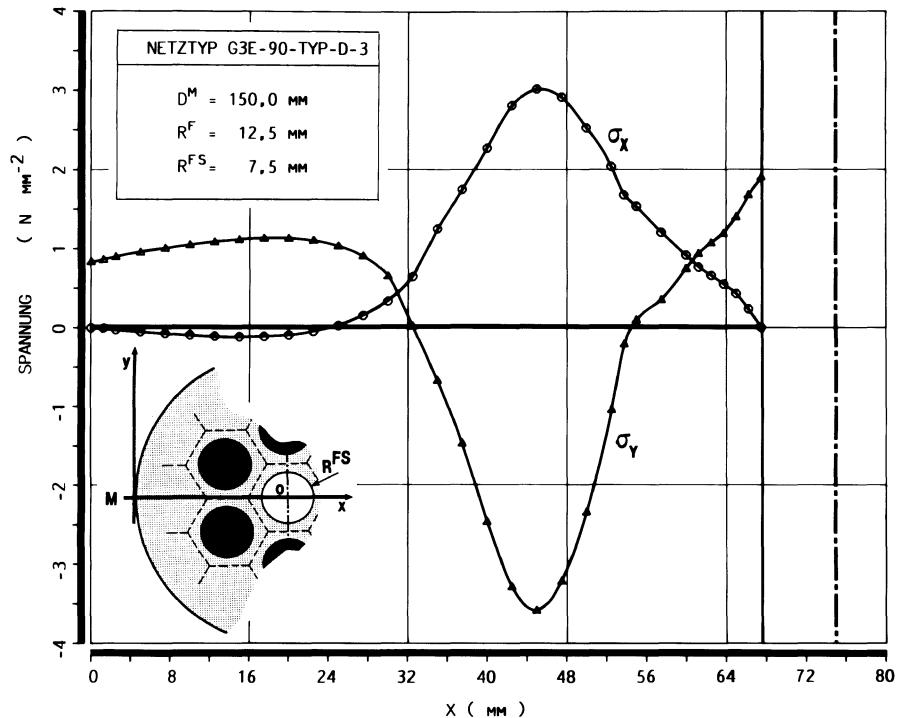


Abb. 8.5-d: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 7,5 \text{ mm}$

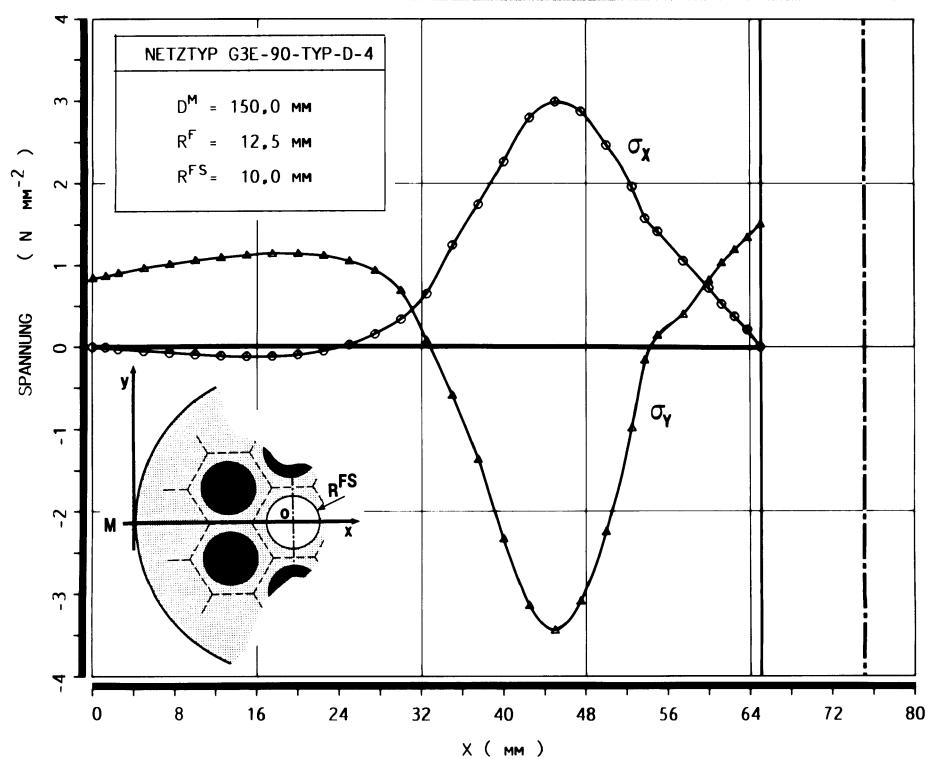


Abb. 8.5-e: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 10,0 \text{ mm}$

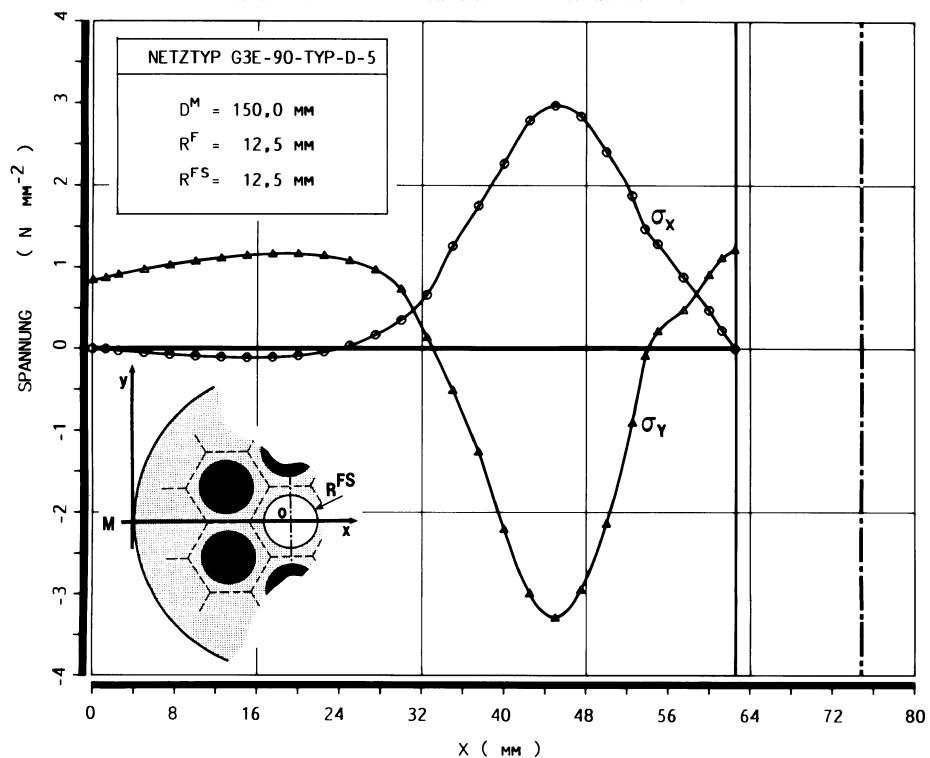


Abb. 8.5-f: Normalspannungsverteilung zwischen zwei Fasern,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 12,5 \text{ mm}$

Die Abbildung 8.6 zeigt den Verlauf der Vergleichsspannungen entlang eines radialen Schnittes zwischen zwei Fasern. Die Berechnung der Vergleichsspannungen erfolgte nach der Gestaltsänderungsenergiehypothese.

$$\sigma_v = (1/2((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))^{1/2} \quad (8.1)$$

Die einzelnen Spannungskomponenten wurden zur nachbereitenden Verarbeitung knotenpunktsweise aus dem ASKA-Ergebnisdatenfeld herausgelesen und in die lokale Knotenpunktsvergleichsspannung umgerechnet.

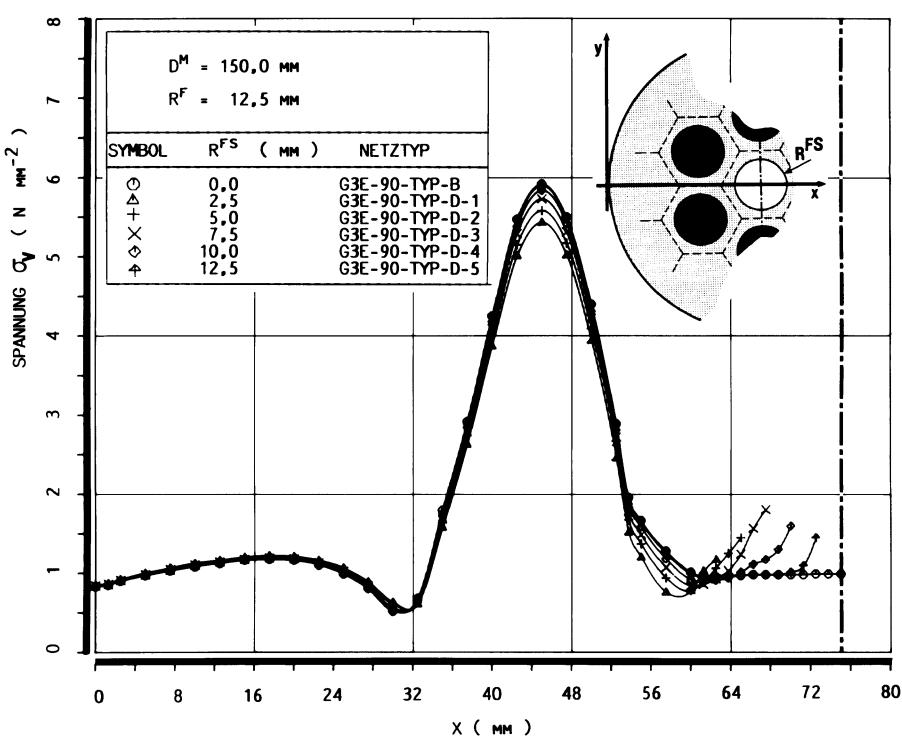


Abb. 8.6: Vergleichsspannung entlang radialer Schnitte für mehrere Fehlstrukturen, Typ-D

In diesem Zusammenhang ist bemerkenswert, daß die Randspannungswerte und die Vergleichsspannungen mit größer werdendem Fehlstellendurchmesser stark zunehmen und bei Erreichen von  $R_{FS} = 7,5$  mm einen Maximalwert überschreiten. Die Spannungsspitzen zwischen den Fasern nehmen mit wachsendem Fehlstellendurchmesser geringfügig ab. In den Abbildungen 8.7-a-f sind die Verteilungen der Normalspannungen entlang des Radialschnittes O-F wiederum in Abhängigkeit vom Fehlstrukturradius angegeben.

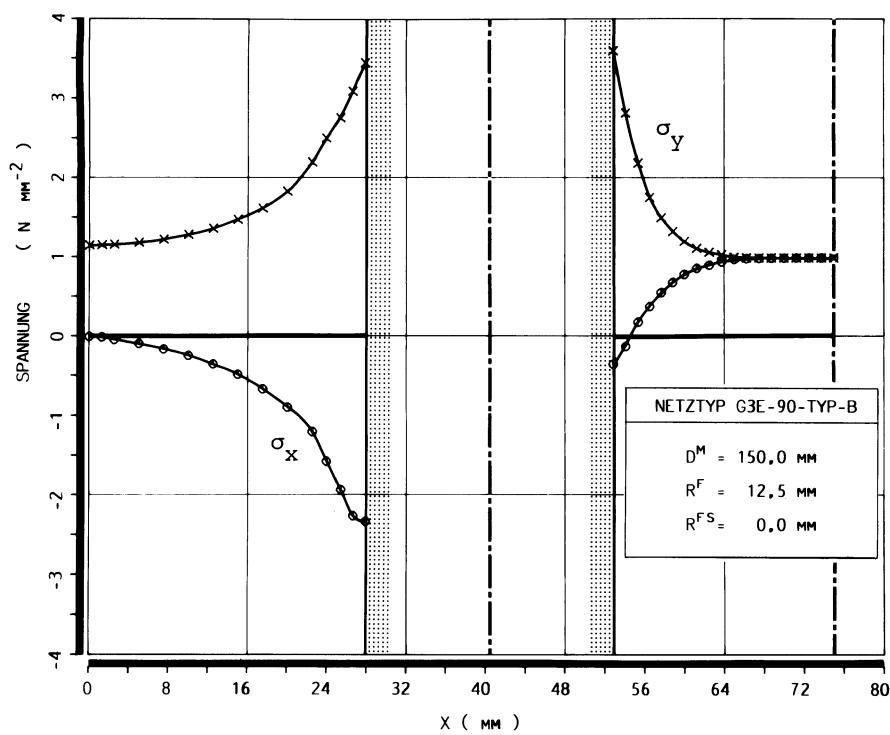


Abb. 8.7-a: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp B

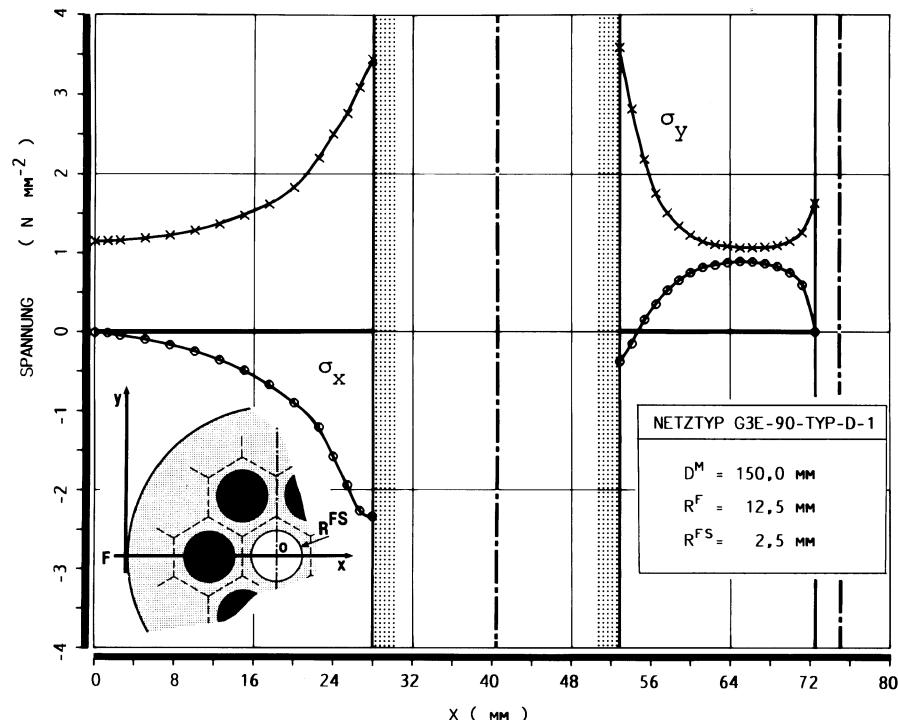


Abb. 8.7-b: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 2,5 \text{ mm}$

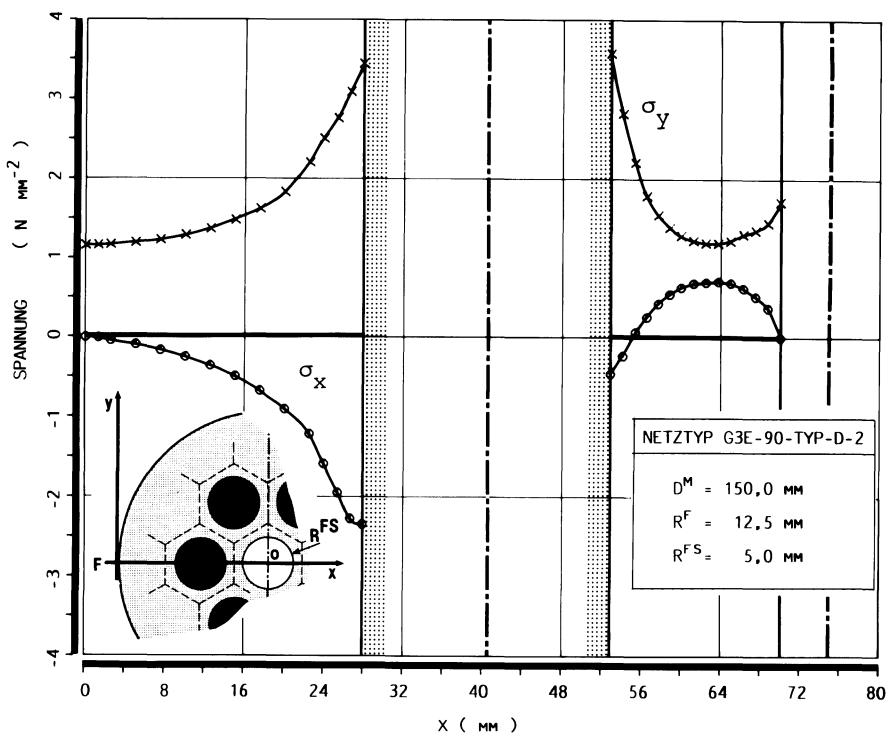


Abb. 8.7-c: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{\text{FS}} = 5,0 \text{ mm}$

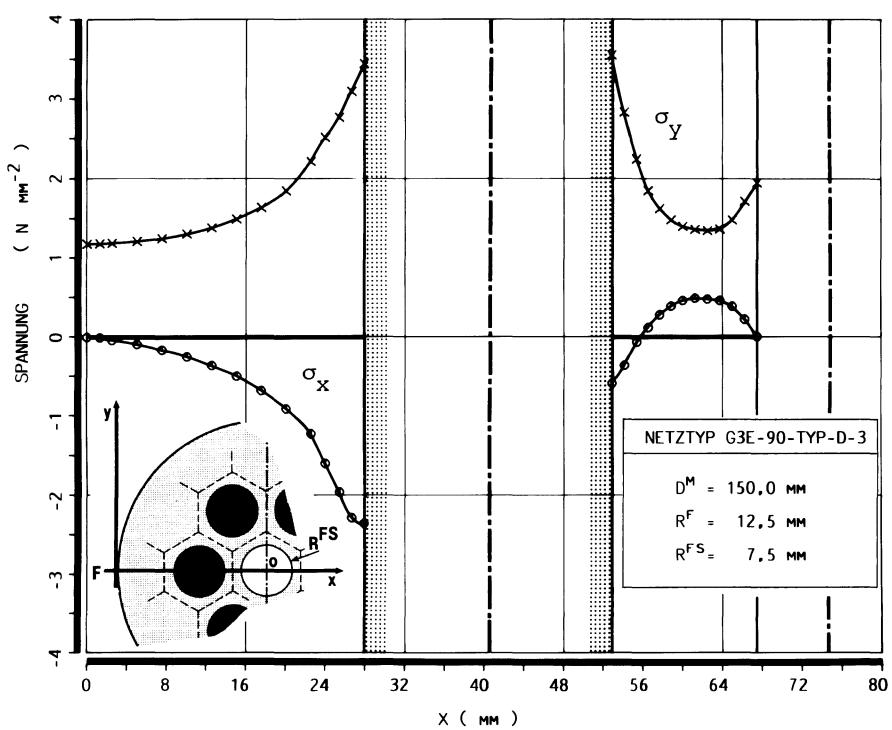


Abb. 8.7-d: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{\text{FS}} = 7,5 \text{ mm}$

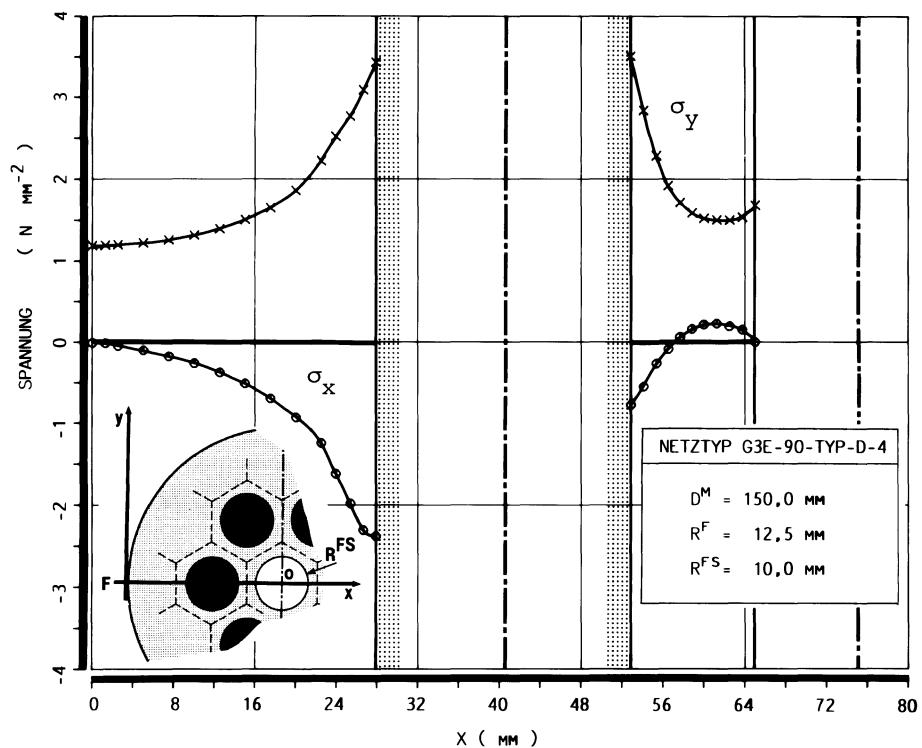


Abb. 8.7-e: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 10,0 \text{ mm}$

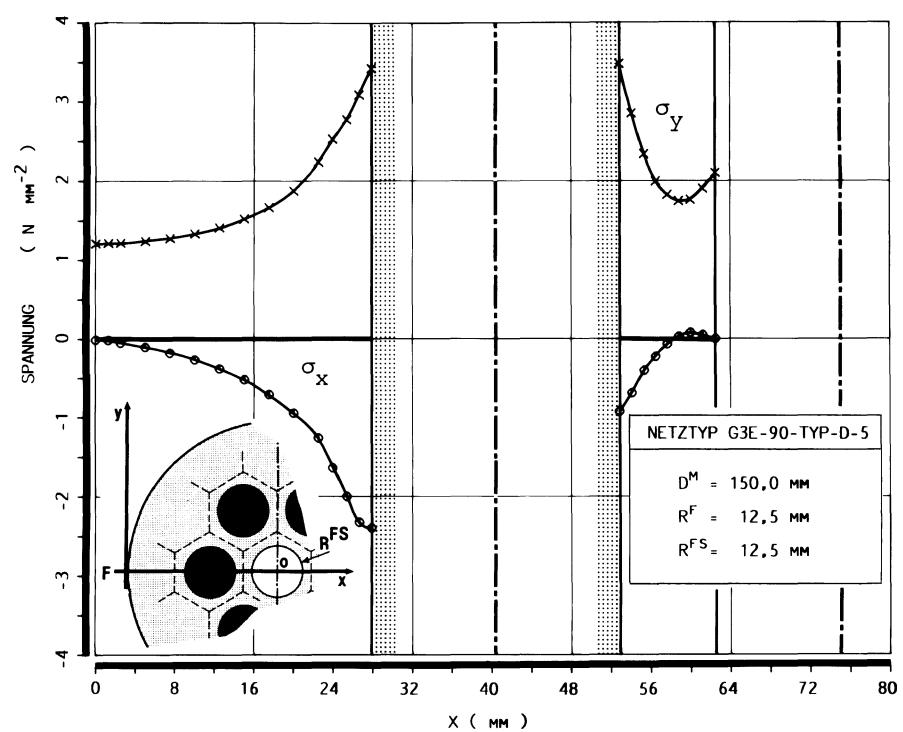


Abb. 8.7-f: Normalspannungsverteilung entlang des Schnittes O-F,  
Modelltyp D; Bohrungsdurchmesser  $R^{FS} = 12,5 \text{ mm}$

Die Abbildungen 8.7-a-f stellen die Spannungsverteilungen entlang radialer Modellschnitte O-F für den Modelltyp D dar. Es wurden ausschließlich die matrixseitigen Spannungszustände analysiert, da die innerhalb der Fasern vorherrschenden keinen Beitrag zur Beurteilung des Matrixversagens liefern. Die Wechselwirkung zwischen Faser- und Matrixspannungszuständen bedarf einer gesonderten weiterführenden Untersuchung, aus der für das Versagensstudium von Verbundmaterialien wertvolle Hinweise erwartet werden.

### **8.2.2 SPANNUNGSVERTEILUNG AM FASERUMFANG**

Um Aussagen über das Versagen von Verbundmodellen, die Rißinitiierung aus Grenzflächen und den Rißfortschritt im homogenen Matrixmaterial bzw. innerhalb der Diskontinuitätsfläche von Faser und Matrix machen zu können, sind die Spannungsverteilungen entlang der Grenzfläche einer Faser ermittelt worden. In den Abbildungen 8.8-a-c sind für die Modellvariante TYP-B die Komponenten der Normal- und Tangentialspannungen sowie die mittels der Mohrschen Formeln ermittelten Hauptspannungen und der lokale Hauptspannungswinkel in Abhängigkeit vom Umfang der Faser aufgetragen.

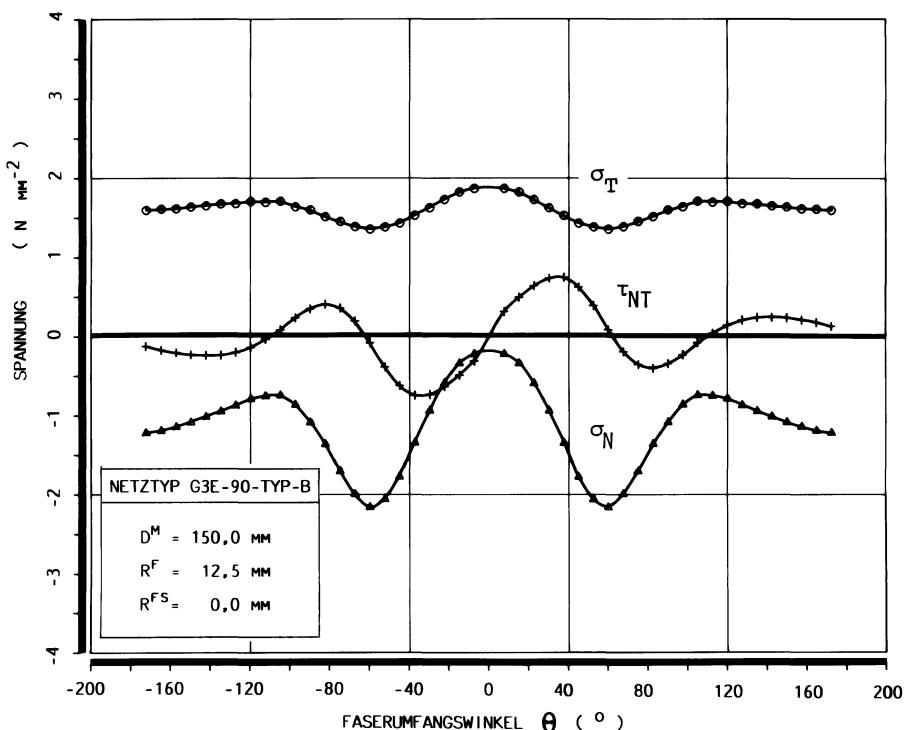


Abb. 8.8-a: Faserumfangsspannungen entlang der Grenzfläche; Typ-B

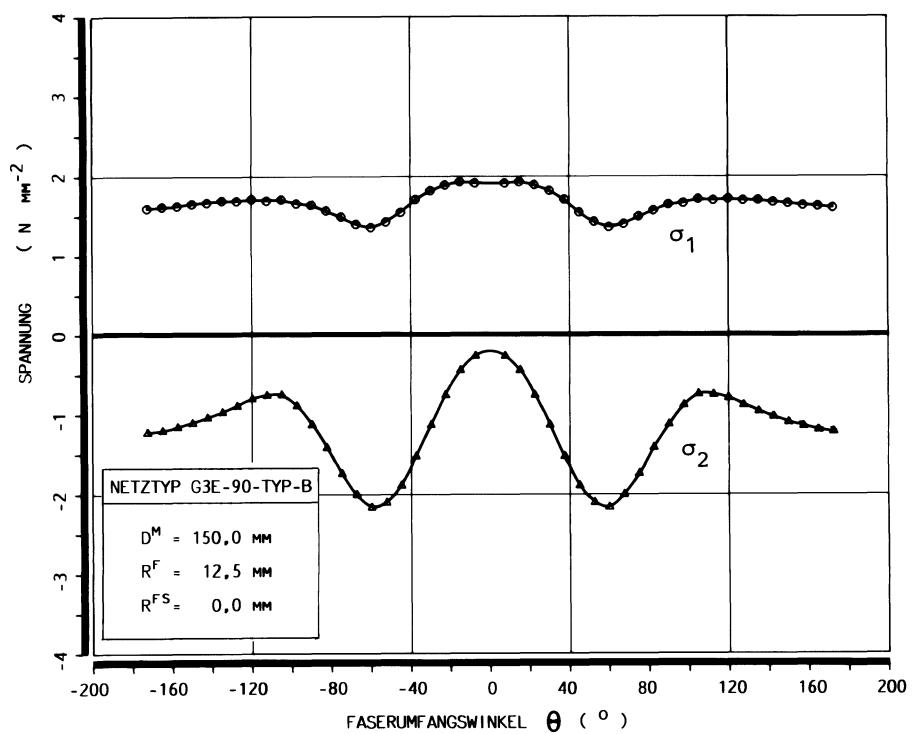


Abb. 8.8-b: Hauptspannungen entlang der Grenzfläche; Typ-B

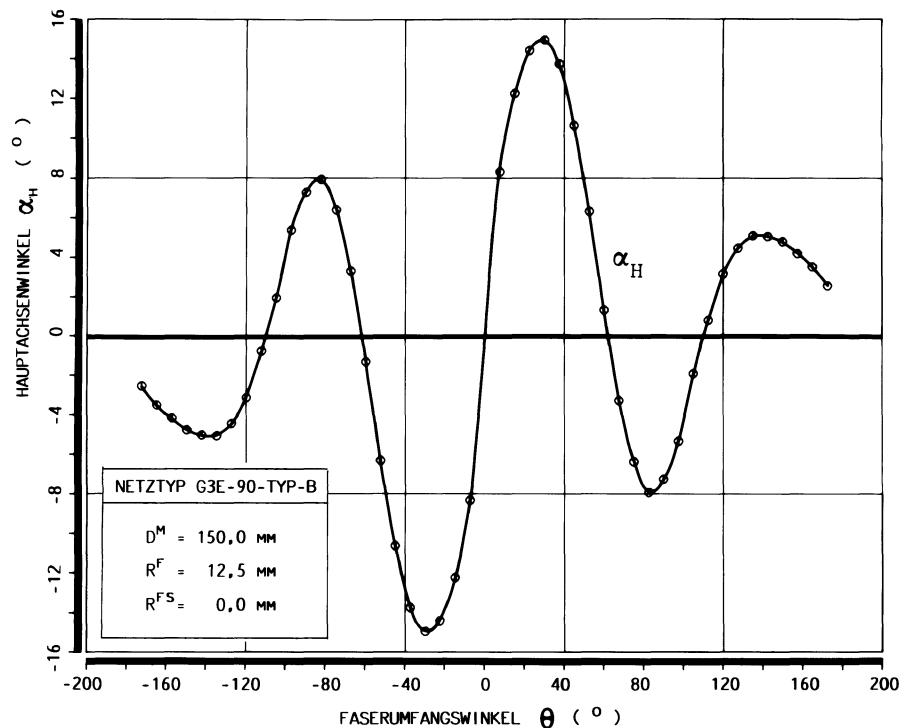


Abb. 8.8-c: Hauptspannungswinkel  $\alpha_H$  entlang der Grenzfläche

Um wiederum einen vollständigen Überblick über die Einflüsse aus Fehlstrukturvariationen zu geben, sind die Spannungskomponenten in Abhängigkeit vom Bohrungsdurchmesser angegeben.

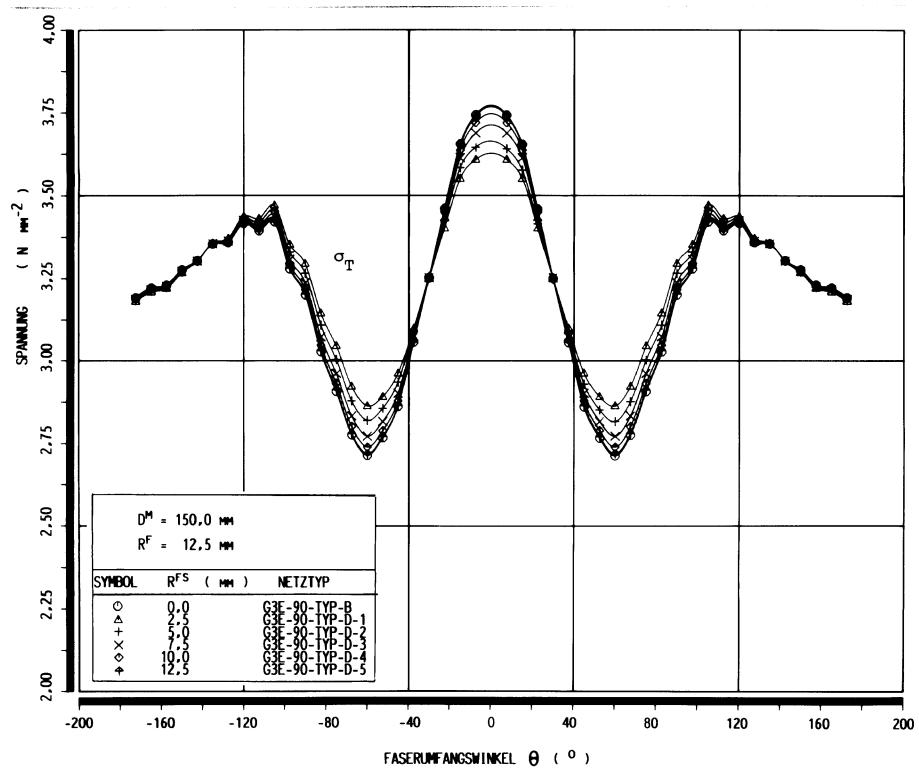


Abb. 8.9-a: Tangentialspannung  $\sigma_T$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

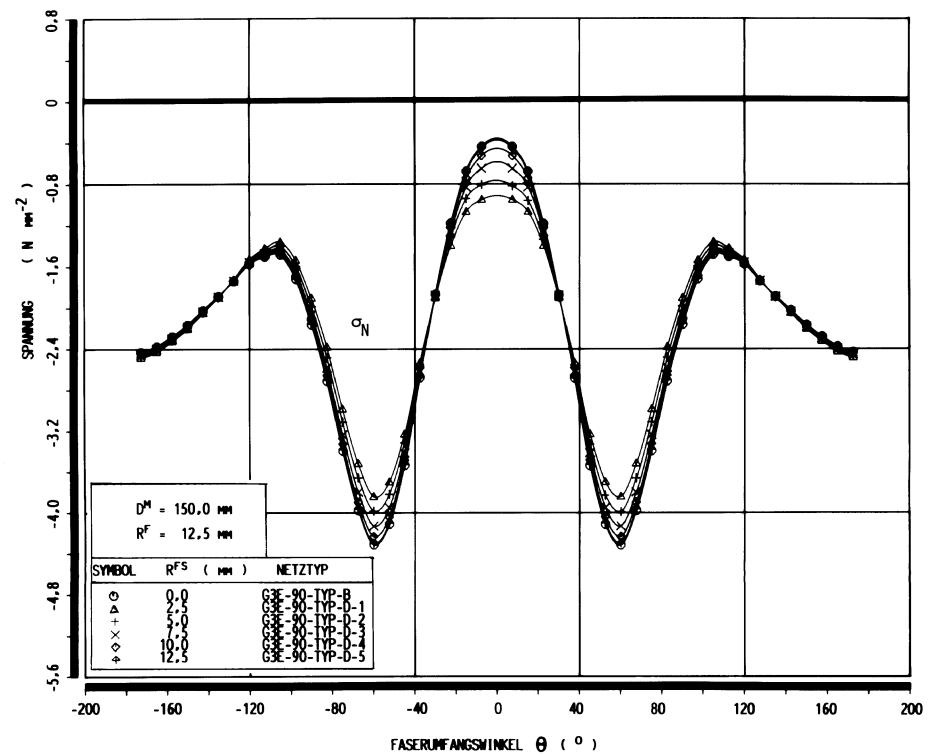


Abb. 8.9-b: Normalspannung  $\sigma_N$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

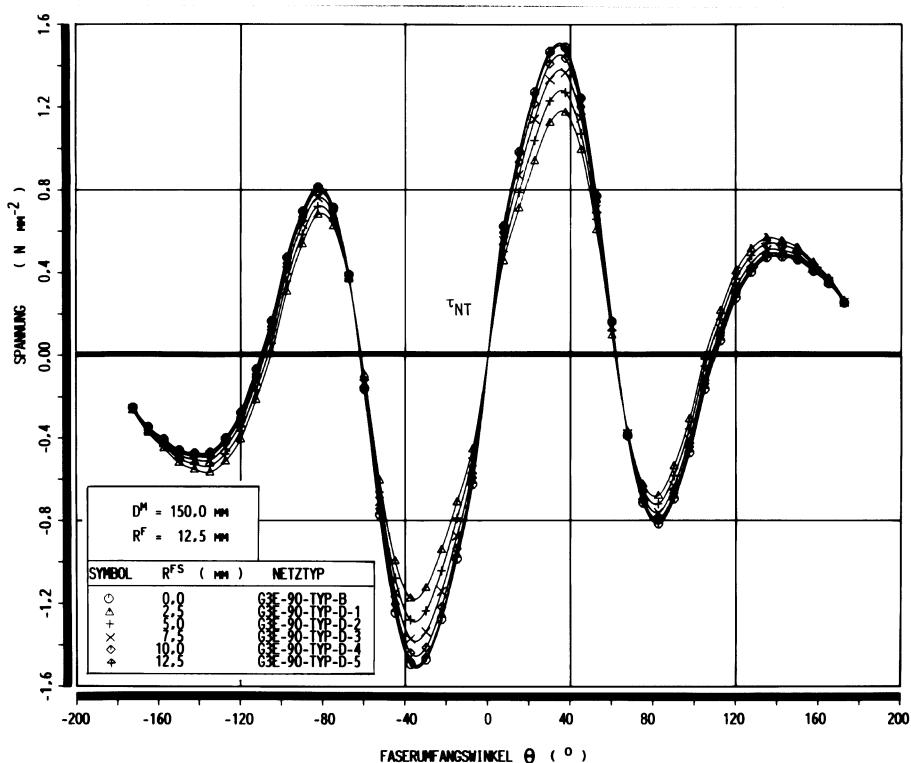


Abb. 8.9-c: Schubspannung  $\tau_{NT}$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

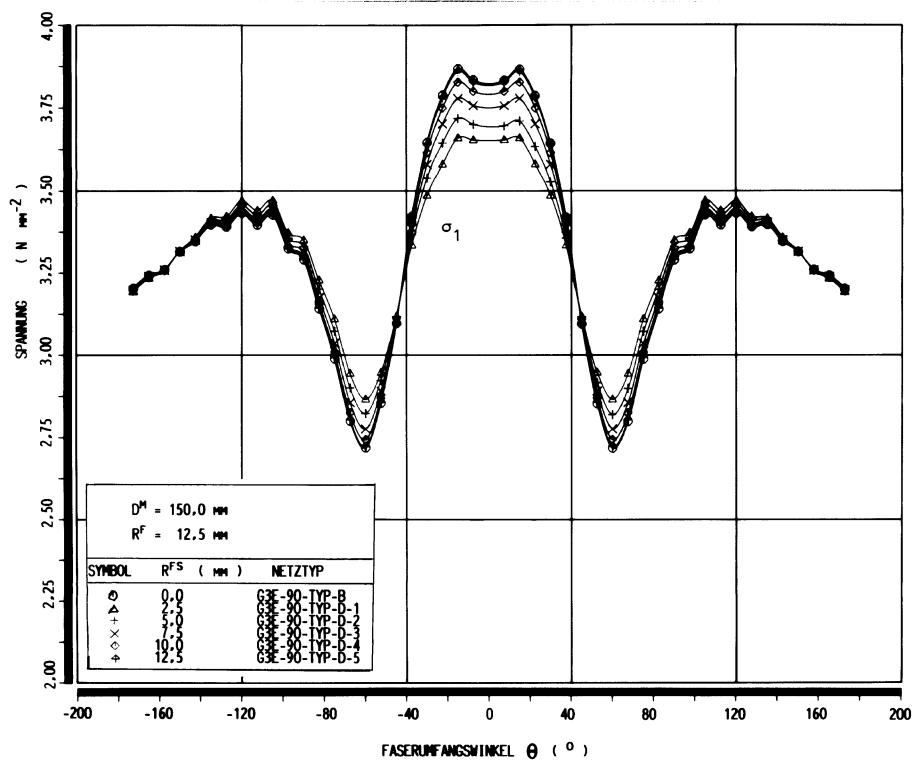


Abb. 8.9-d: Hauptspannung  $\sigma_1$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

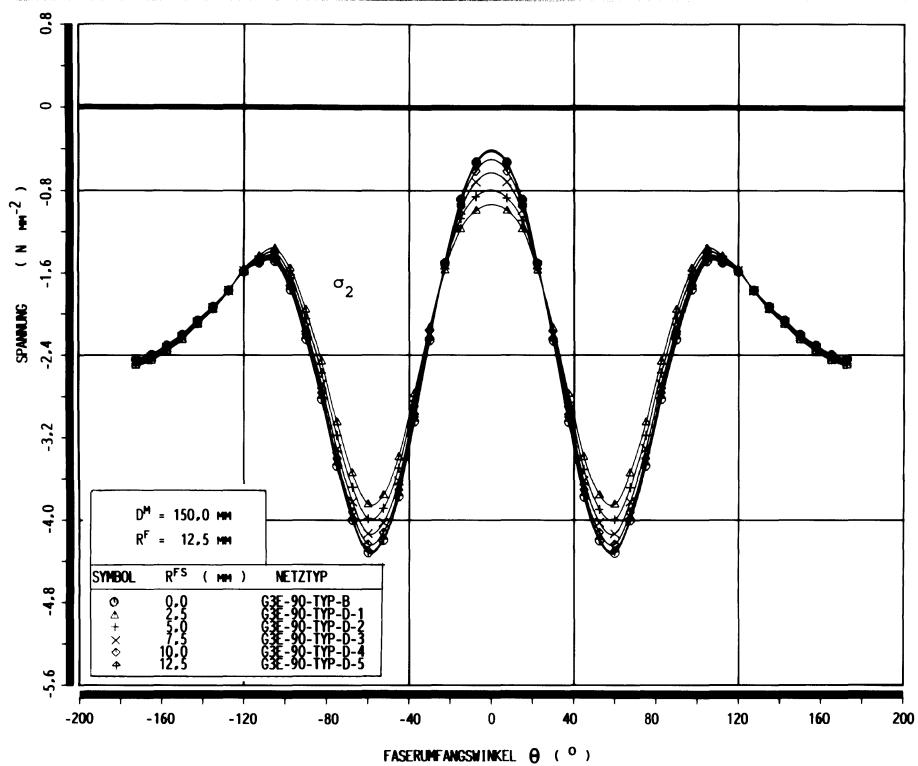


Abb. 8.9-e: Hauptspannung  $\sigma_2$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

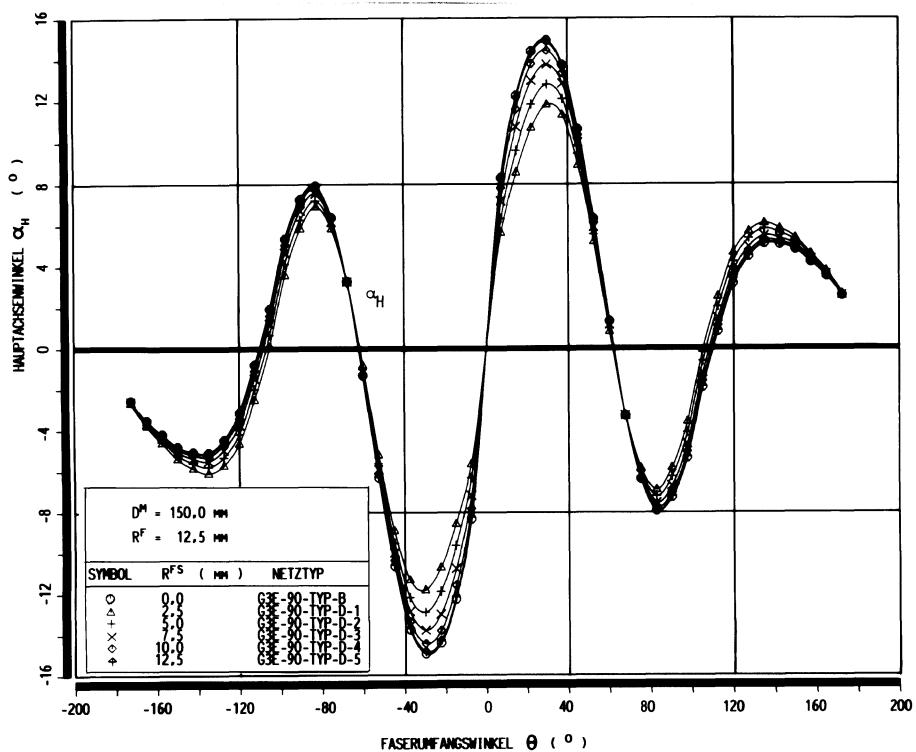


Abb. 8.9-f: Hauptachsenwinkel  $\alpha_H$  entlang der Grenzfläche; Typ-D

### **8.2.3 EBENE MODELLBETRACHTUNGEN**

#### **8.2.3.1 FUNKTIONSWERTVERDICHTUNG UND ISOLINIENDARSTELLUNG**

Zur Veranschaulichung des Spannungs- und Dehnungszustandes innerhalb einer belasteten Struktur reicht die Angabe von Spannungsverläufen entlang ausgewählter Modellschnitte im allgemeinen nicht aus, um einen flächenhaften Überblick über die Beanspruchungsgegebenheiten zu bekommen. Die quasidreidimensionale Darstellung eines repräsentativen Parameters gemäß Abbildung 8.10 vermittelt jedoch einen guten qualitativen Eindruck. Abbildung 8.10 zeigt dabei die aus Knotenpunktsspannungen ermittelten Vergleichsspannungen  $\sigma_v$  über der x-y-Ebene aufgetragen.

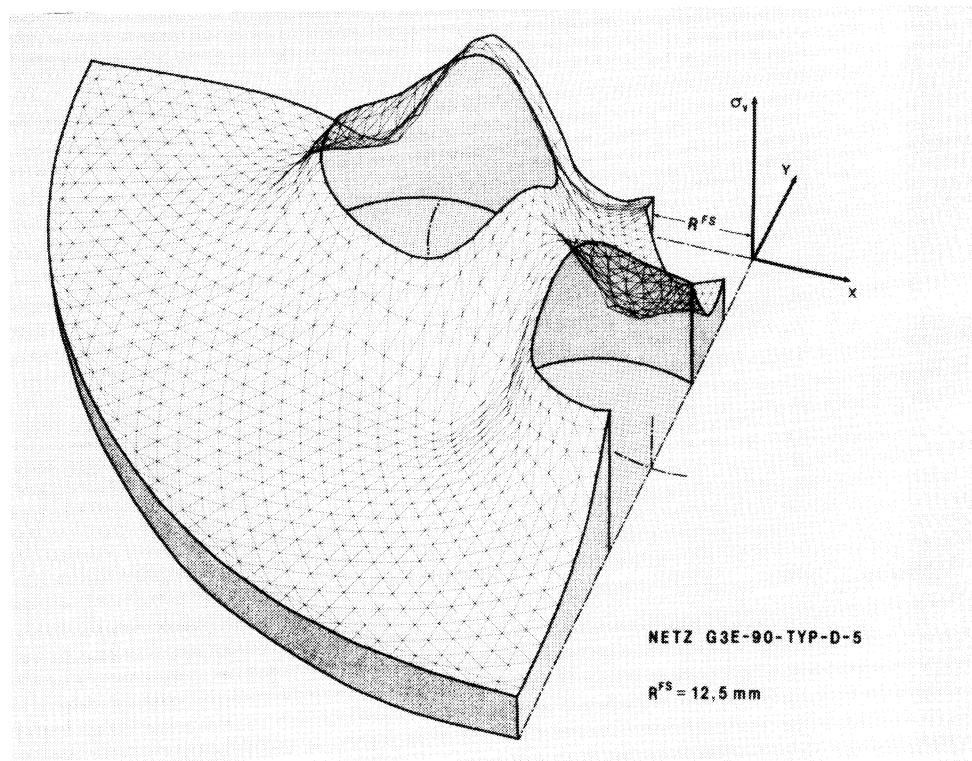


Abb. 8.10: Vergleichsspannungsverteilung

#### **8.2.3.2 EBENE SPANNUNGSVERTEILUNG**

Zur Dokumentation der aus FE-Berechnungen gewonnenen Funktionswerte wurde ein Programmsystem zur Funktionswertverdichtung in Verbindung mit einer Isoliniendarstellung erarbeitet. Aus einer beliebig verteilten Anzahl von Stützwerten, die homogen in einem Bearbeitungsgebiet liegen, können über einen geeigneten Interpolationsalgorithmus die Funktionswerte auf ein quadratisches bzw.

rechteckiges Abbildungsraster transformiert werden. Das Verfahren basiert auf einer von DREIER /102/ vorgeschlagenen Methode. Zur Interpolation von Gitterpunkten wird zunächst an jedem Stützpunkt unter Ausnutzung der Information umliegender Stützwerte die Tangentialebene an die Funktion bestimmt. Anschließend wird zu den Rasterpunkten der angenäherte Funktionswert als gewichtetes Mittel aus den Tangentialebenenschnittpunkten an der Rasterposition ermittelt. Auf eine vertiefende Erläuterung des Verfahrens wird hier verzichtet, vielmehr kann auf die Literatur /102-105/ verwiesen werden.

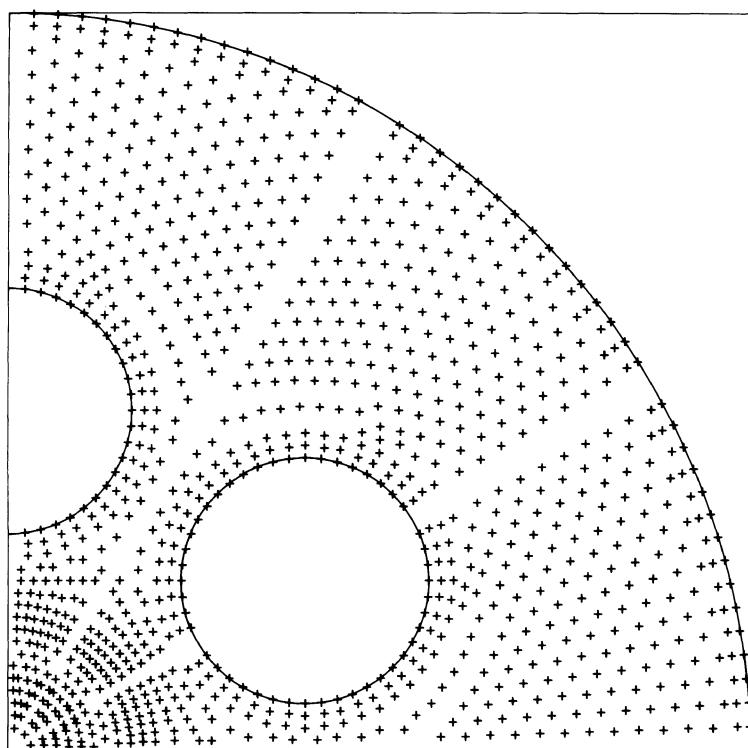


Abb. 8.11: Stützwertverteilung im Transformationsraster

Am Beispiel der oben definierten FE-Netzvariante G3E-Typ-B, welche die kleinste, alle Symmetrieeigenschaften der bearbeiteten Verbundstruktur ausnutzende diskretisierbare Einheit darstellt, soll die Leistungsfähigkeit des Programmsystems verdeutlicht werden.

In Abbildung 8.11 ist die Stützwertverteilung im Transformationsgebiet markiert angegeben. Durch zweifaches 'Spiegeln' der aus einer FE-Rechnung gewonnenen Knotenpunktsspannungen an den Symmetrielinien ( $30^\circ$ - und  $60^\circ$ -Linie) wurden Funktionswertdateien für ein  $90^\circ$ -Segment ermittelt.

In Abbildung 8.12 ist die gemäß Gleichung 8.1 aus den Spannungskomponenten der Stützpunkte errechnete Vergleichsspannungsverteilung für die gesamte Verbundprobengeometrie angegeben. Sie zeigt die Linien konstanter Vergleichsspannungen. Die Isolinienparameter können aus der Vergleichsspannungsverteilung entlang der Symmetrielinie zwischen zwei Einlagerungen der Abbildung 8.6 für den Netztyp G3E-90-TYP-B entnommen werden.

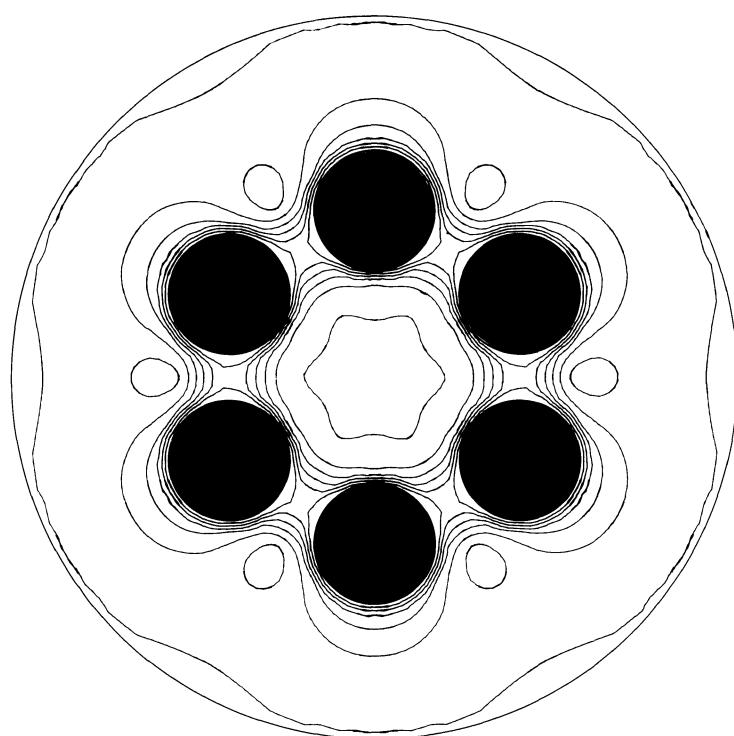


Abb. 8.12: Vergleichsspannungsverteilung innerhalb einer ebenen thermisch belasteten Verbundstruktur

Die Abbildung 8.13 gibt die aus den FE-Rechnungen nach Gleichung 8.2 ermittelten Hauptspannungen

$$\sigma_{1,2} = 1/2 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \pm 1/2 \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (8.2)$$

bzw. deren Differenz wieder

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = n \quad S/B \quad (8.3)$$

Die Differenz der Hauptspannung ist nach Gleichung 8.3 der Isochromatenordnung  $n$  direkt proportional, so daß die sich im Experiment einstellende Isochromatenverteilung numerisch simuliert werden kann. Der qualitative Vergleich zur Abbildung 7.19-b ergibt eine recht gute Übereinstimmung mit der dort wiedergegebenen experimentell beobachteten Isochromatenverteilung in einer thermisch belasteten Verbundprobe.

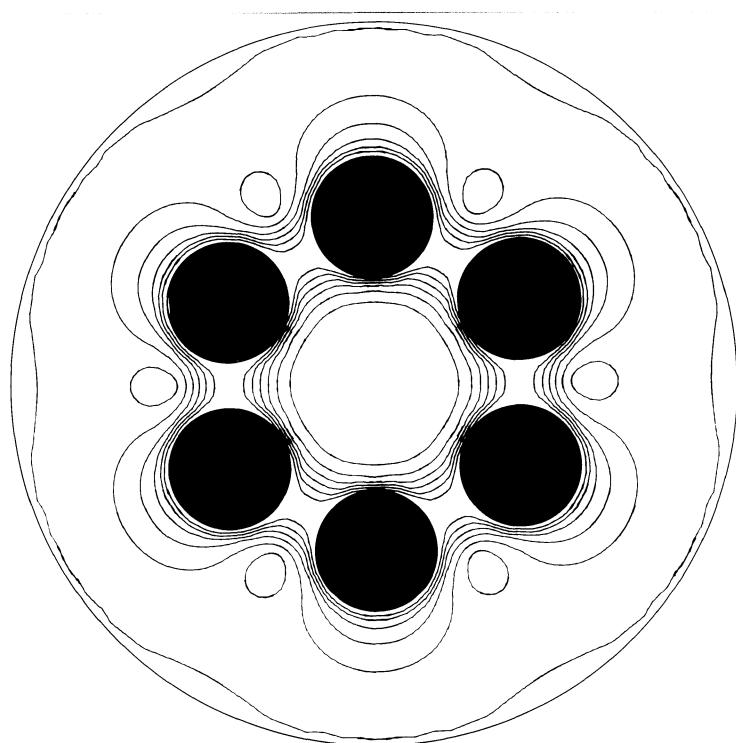


Abb. 8.13: Hauptspannungsdifferenzverteilung innerhalb einer ebenen thermisch belasteten Verbundstruktur

#### 8.2.3.3 VERZERRUNGSENERGIEDICHTEVERTEILUNG

Zur quantitativen Beurteilung des Beanspruchungszustandes und des Versagensrisikos einer belasteten Struktur wird in der Bruchmechanik neben der Analyse und Bewertung von Spannungsverteilungen bzw. deren Gradienten und Formulierung der in einem Bauteil gespeicherten Verzerrungsenergie die Darstellung der Verzerrungsenergiedichte herangezogen. Um einen Einblick in den Verzerrungszustand einer thermisch belasteten Verbundgeometrie zu bekommen, wurde mittels des Verfahrens zur Funktionswertverdichtung die Verzerrungsenergiedichte aus den mittels der FE-Rechnung gewonnenen Spannungskomponenten berechnet, auf ein äquidistantes ebenes Raster transformiert und als Isoliniendarstellung angegeben.

Die Bestimmung der Verzerrungsenergie erfolgt über die an den Elementknoten einer FE-Struktur bestimmten Spannungstensoren. Nach /106/ lässt sich die spezifische Volumenänderungsenergie  $w$  darstellen als

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \sum (\varepsilon_{ik} - \alpha(T - T_0) \delta_{ik}) \sigma_{ik} \quad (8.4)$$

mit  $i, k = x, y, z$ .

Unter der Voraussetzung des Vorliegens isotropen, linear-thermoelastischen Materials und der Gültigkeit des verallgemeinerten Hookschen Gesetzes ergibt sich dann die Beziehung 8.5:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2E} \{ (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) \} + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (8.5)$$

Mit Gleichung (8.5) lassen sich die spezifischen Formänderungsenergien an den Knotenpunkten der Finiten Elemente aus den vorliegenden Spannungskomponenten berechnen. Die Abbildung 8.14 zeigt die aus einem  $30^\circ$ -Segment bestimmten und durch Funktionswertvervielfachung und -verdichtung interpolierte EnergiedichteVerteilung als Isoliniendarstellung.

Es wird deutlich, daß, bedingt durch die Wahl der kombinierten Modellwerkstoffe, die negative Temperaturbelastung und die damit verbundene Kontraktion der Matrix, die durch die eingelagerten Einschlüsse behindert wird, zwischen den Fasern das Maximum der Energie gespeichert wird. Die größten Energiedichteänderungen treten unmittelbar an den Faser/Matrix-Grenzflächen mit Extremwerten zwischen den Fasern auf.

Weiterhin kann gesagt werden, daß die Vergleichsspannungs-, die Energiedichte- und die Hauptspannungsdifferenzen- bzw. Isochromatenverteilungen qualitativ gleiche Verläufe aufweisen, so daß die experimentell beobachtete, spannungsoptische Isochromatenverteilung schon einen sehr guten Einblick in den Verzerrungszustand einer belasteten Struktur gibt. Es können jedoch keine Aussagen über den Entstehungsort oder die lokalen Bereiche einer möglichen Riß-

einleitung gemacht werden, da sich die in den Abbildungen 8.1 und 8.2 angegebenen engen Rißinitiierungsgebiete in den Isoliniendarstellungen nicht als ausgeprägte Extremwerte oder spezielle Gradienten widerspiegeln.

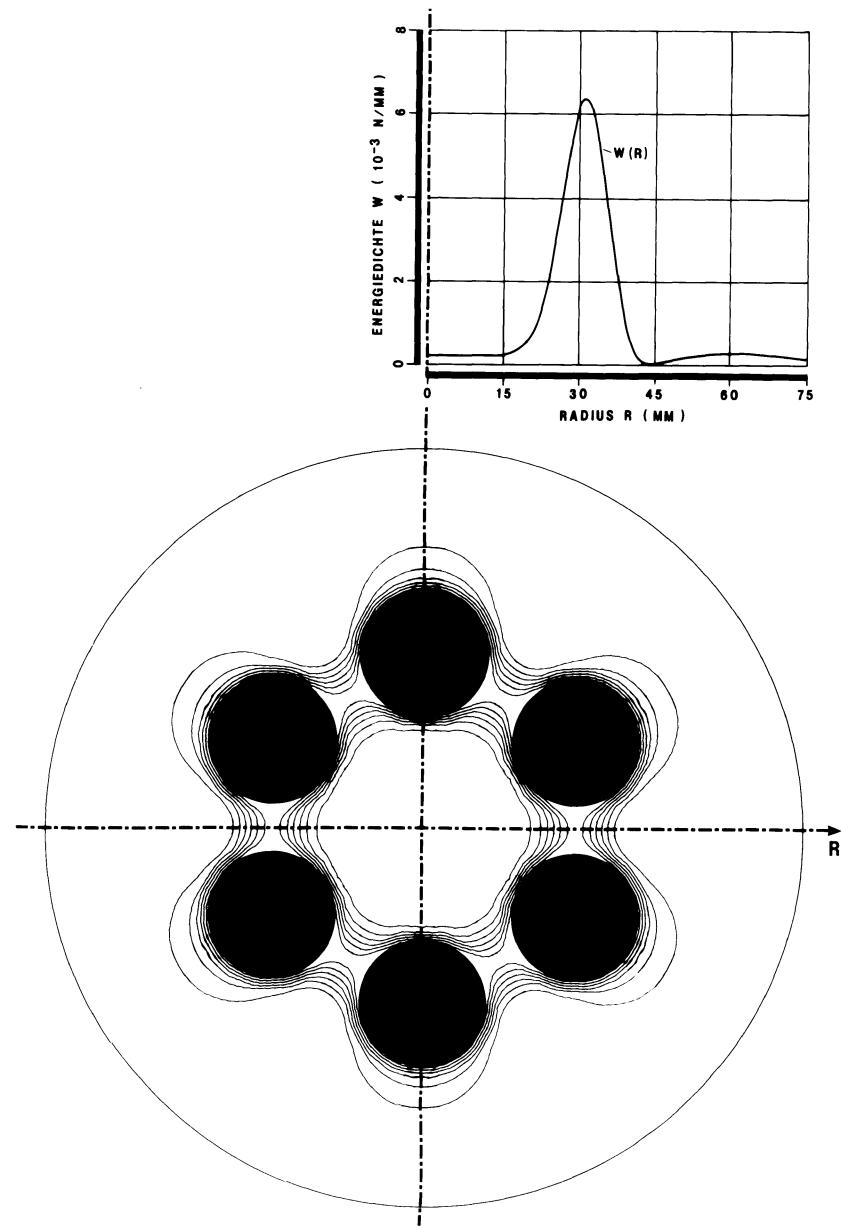


Abb. 8.14: Spezifische Formänderungsenergieverteilung innerhalb einer thermisch belasteten Verbundstruktur

### **8.3 LOKALE MODELLSTUDIEN**

Zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte wurde die FE-Topologie Netz-L6 aufgebaut (siehe Abb. 8.3). Dabei sind die verwendeten FE-Netze aus Teilstrukturen aufgebaut. Die prospektive Rißlinie wird jeweils durch zwei aneinandergrenzende Substrukturen nachgebildet. Das für die Simulation eines quasistatischen Rißfortschritts sukzessive Auflösen der zu einem Hauptnetz angekoppelten Teilnetzknoten erfolgt durch schrittweises Auflösen der Verbindung zwischen Netznoten gleicher Koordinaten, wodurch dann Risse unterschiedlicher Länge dargestellt werden können. Eine geeignete Nomenklatur der Elementknotenpunktsnummern gestattet die automatische Hauptnetzgenerierung mittels eines Programmsystems bis zur vollständigen Aufbereitung der Hauptnetztopologien, dem selbständigen Start der FE-Rechnungen und der Erstellung der Routinen für die Auswertungsalgorithmen.

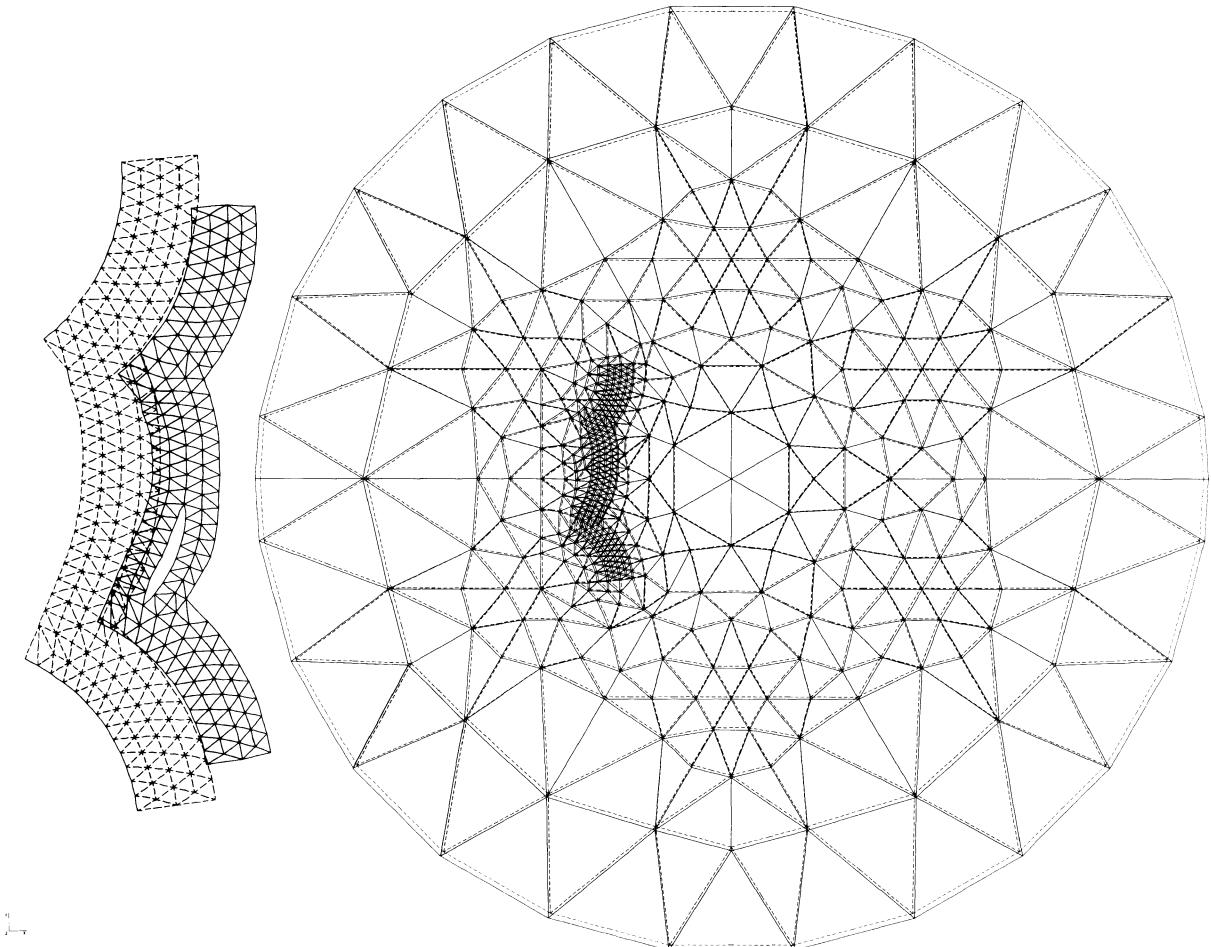


Abb. 8.15: Finite Element Netz für eine eigengespannte Verbundstruktur

In Abbildung 8.15 ist die FE-Struktur angegeben, wie sie für lokale Rißspitzenuntersuchungen verwendet worden ist. Der Netztyp L6 wurde aus TRIM6-Elementen mit quadratischem Verschiebungsansatz aufgebaut.

Die Matrixrißkontur ist den experimentell gewonnenen Eigenspannungsrißverläufen entnommen und durch Geraden- und Kreissegmente mit stetigen Übergängen nachgebildet worden. Der Rißstartpunkt wurde aus ersten Testrechnungen ermittelt, da zu Beginn der FE-Studien die Rißinitiierungslage nicht eindeutig lokalisierbar war.

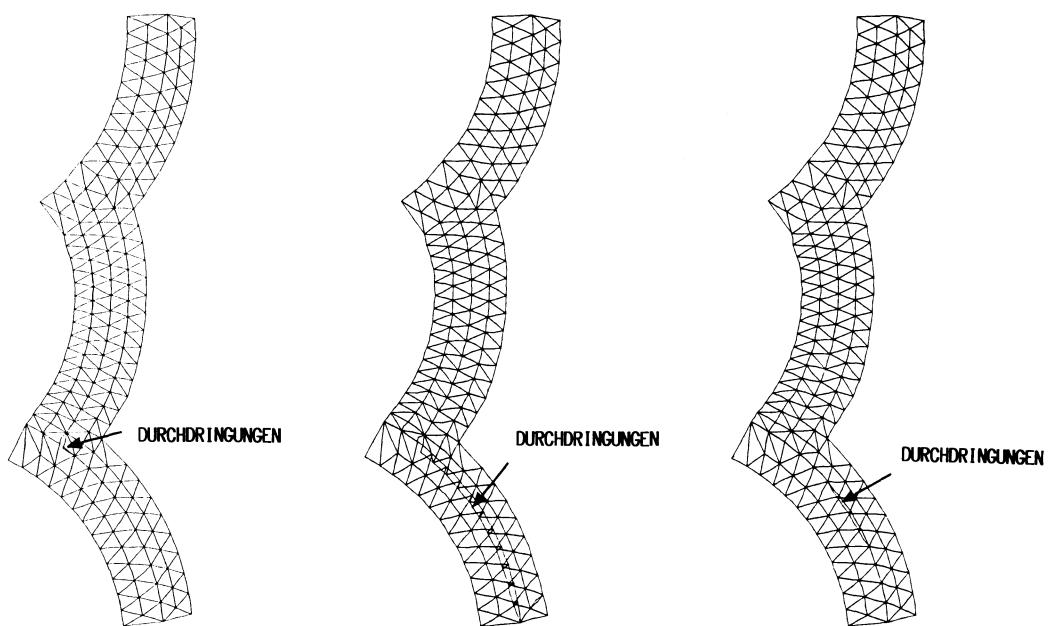


Abb. 8.16: Lokalisierung der Rißstartposition

Von den untersuchten möglichen Rißstartpositionen ist, wie experimentell bestätigt werden konnte, nur der unter dem Winkel  $\alpha_H$  (siehe Abb. 8.1) an der Faser/Matrix-Grenzfläche entstehende und in die Matrix einlaufende Riß sinnvoll, da alle anderen Startpositionen keine Rißöffnung zur Folge haben und somit physikalisch unrealistisch sind. Um die Variationsvielfalt der Rißfortschrittsmöglichkeiten zu minimieren, wurde der Rißverlauf in zwei Varianten mit jeweils drei Phasen unterteilt.

Phase	Variante 1	Variante 2
1	MATRIXRISS Beginn an Faser 2 und Arretieren auf Faser 1	
2		GRENZFLÄCHENRISS Rißfortschritt entlang der Faser/Matrix- Grenzfläche der
	Faser 2	Faser 1
3		GRENZFLÄCHENRISS Rißfortschritt entlang der Faser/Matrix- Grenzfläche der
	Faser 1	Faser 2

Tabelle 8.2: Variation der Rißsequenzfolge mit den einzelnen Rißphasen

### **8.3.1 SPANNUNGSVERTEILUNG ENTLANG RADIALER SCHNITTE**

#### **8.3.1.1 UNGERISSENE VERBUNDSTRUKTUR**

Nachfolgend sind die Spannungsverläufe zwischen zwei Fasern aufgetragen. Die Abbildungen 8.17-a und -b zeigen die Normalspannungen und transformierten Hauptspannungen entlang der Linie  $y=0$ . Sie zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Verläufen der aus dem Netztyp G3E-90-TYP-B ermittelten Spannungen der Abbildung 8.5-a.

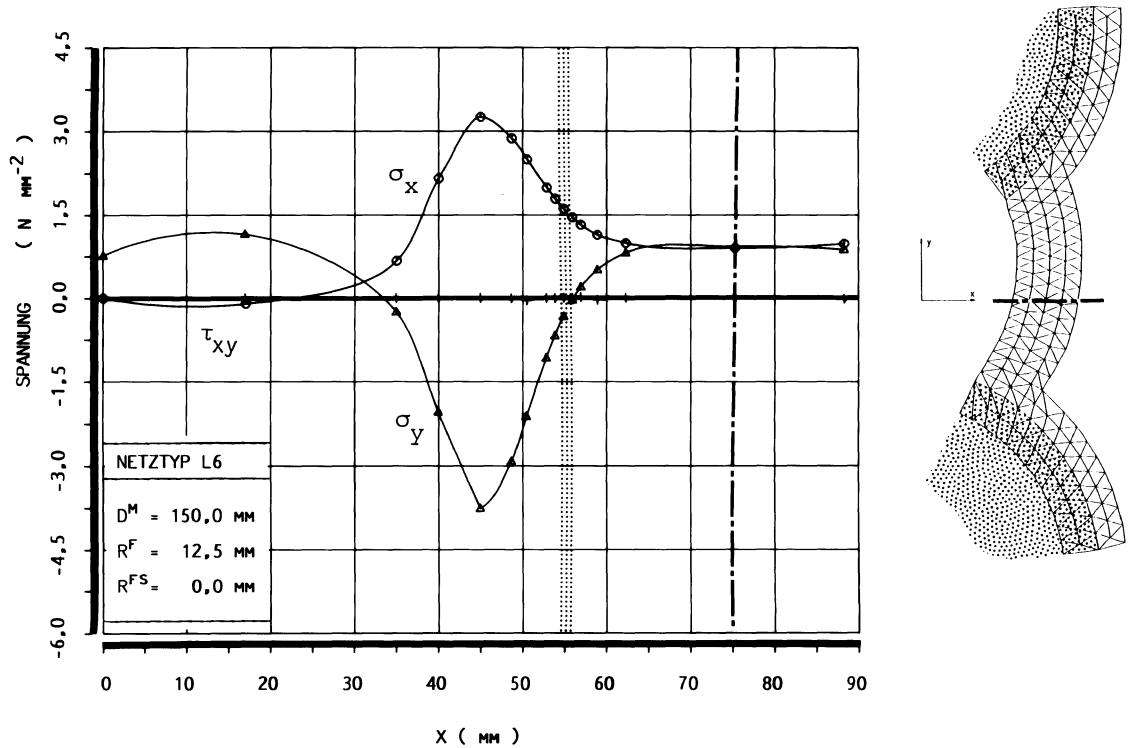


Abb. 8.17-a: Normalspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer ungerissenen Verbundgeometrie

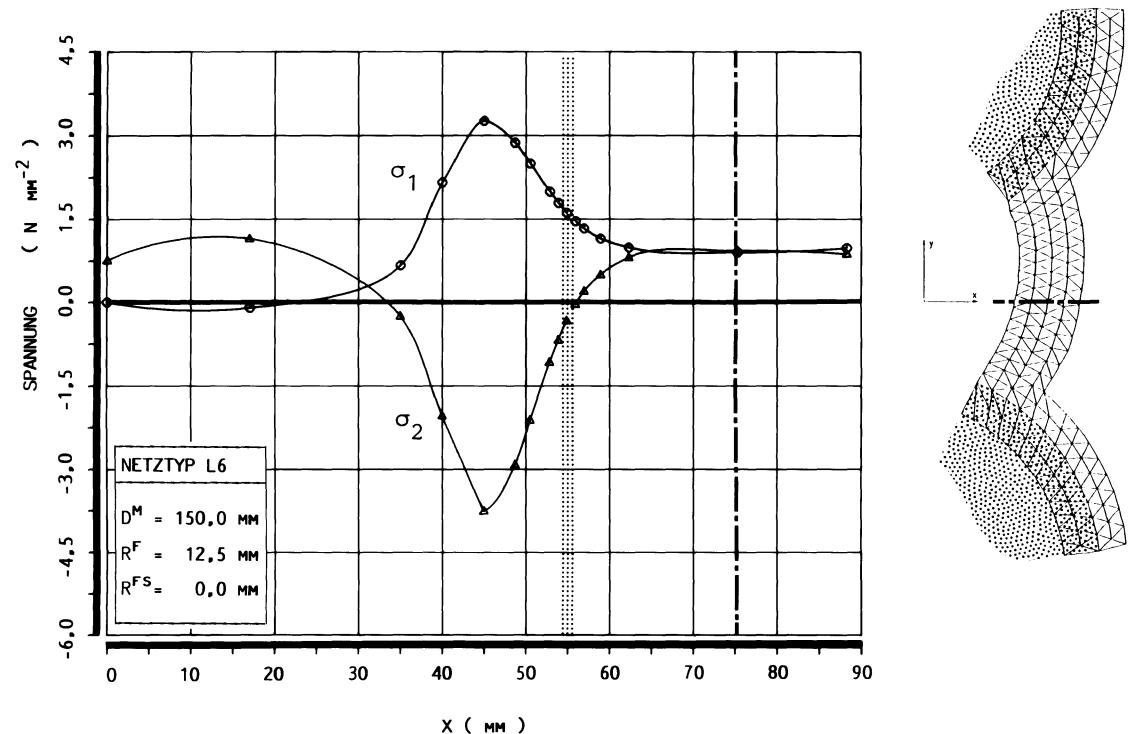


Abb. 8.17-b: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer ungerissenen Verbundgeometrie

### 8.3.1.2 GERISSENE VERBUNDSTRUKTUR

Die zugehörigen Spannungsverteilungen entlang eines Radialschnittes für die sich quasistatisch ausbildende Eigenspannungsrißkonfiguration sollen exemplarisch an ausgewählten Positionen des Rißwachstums verdeutlicht werden. Die Abbildungen 8.18-a-n beinhalten die Verläufe der Spannungskomponenten und die Hauptspannungsverteilungen. Der Bereich des Rißdurchtritts, d.h. des Bereichs der Spannungssingularität um die bewegte Rißspitze durch die x-Achse, ist markiert angegeben.

In der Abbildung 8.18-o ist für eine Verbundprobe mit zentrischer Bohrung der Verlauf der Spannungsverteilungen entlang eines Radialschnittes über einen numerisch simulierten Eigenspannungsriß hinweg dargestellt.

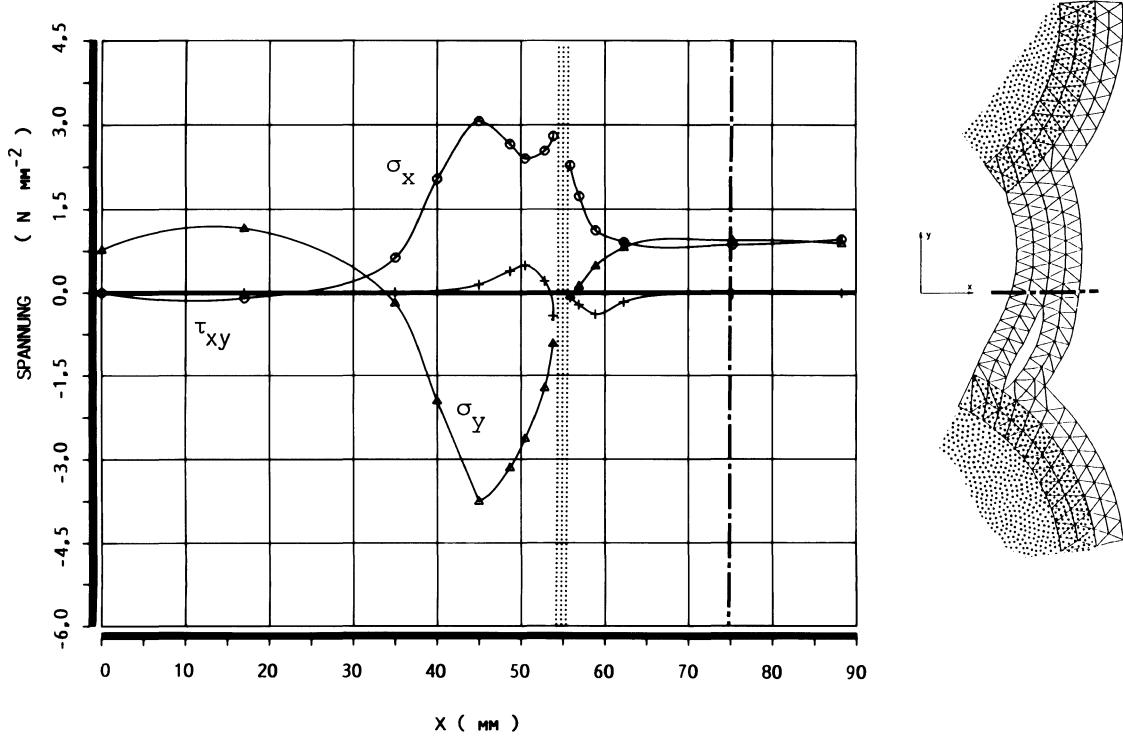


Abb. 8.18-a: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

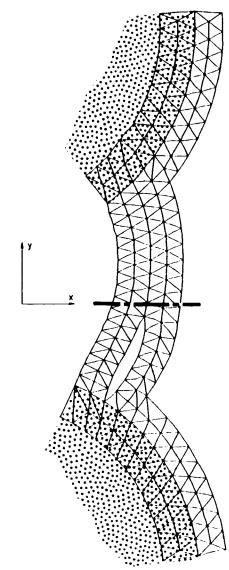
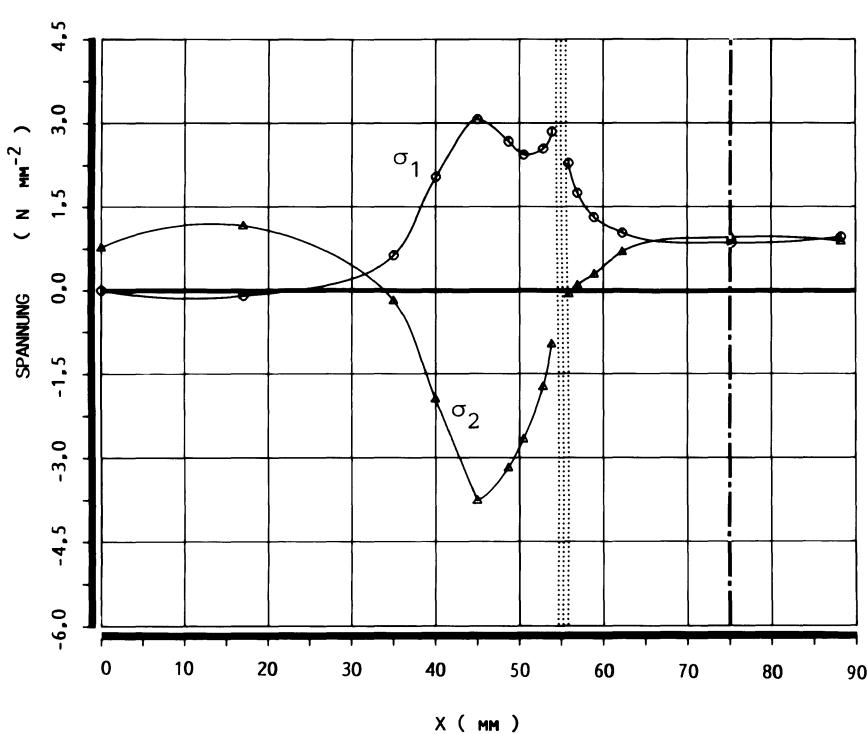


Abb. 8.18-b: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

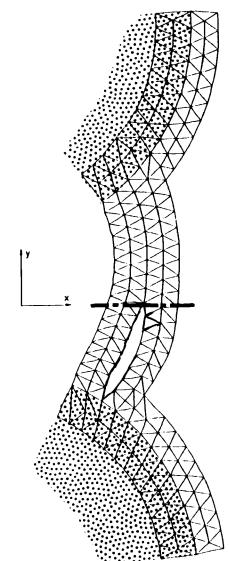
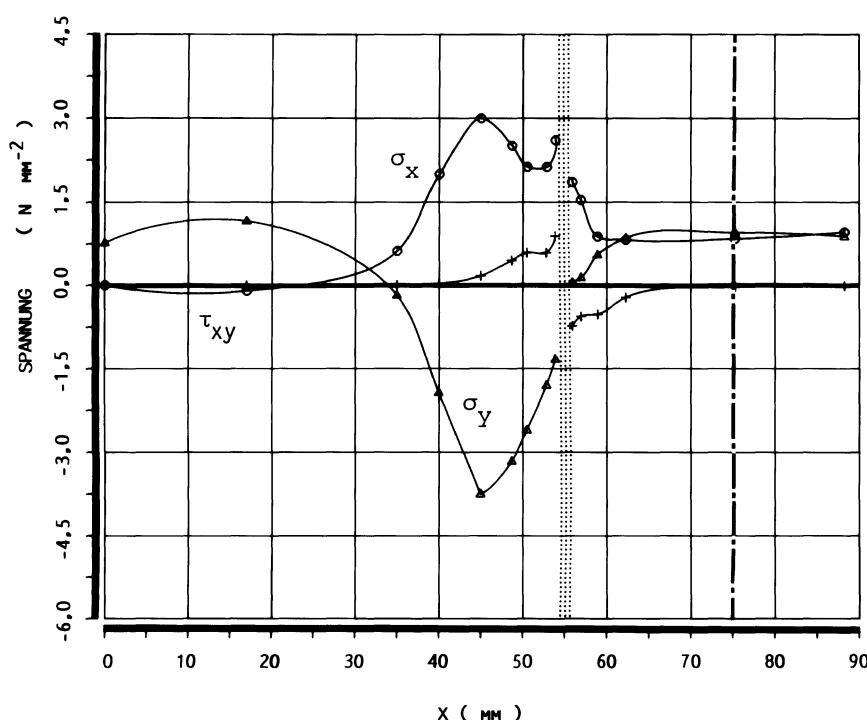


Abb. 8.18-c: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

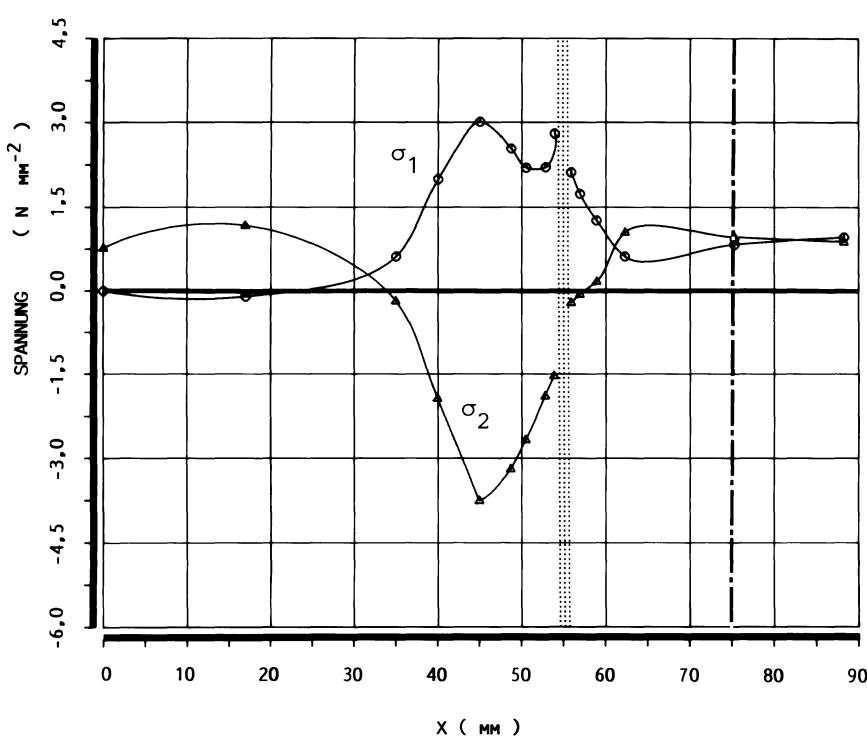


Abb. 8.18-d: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

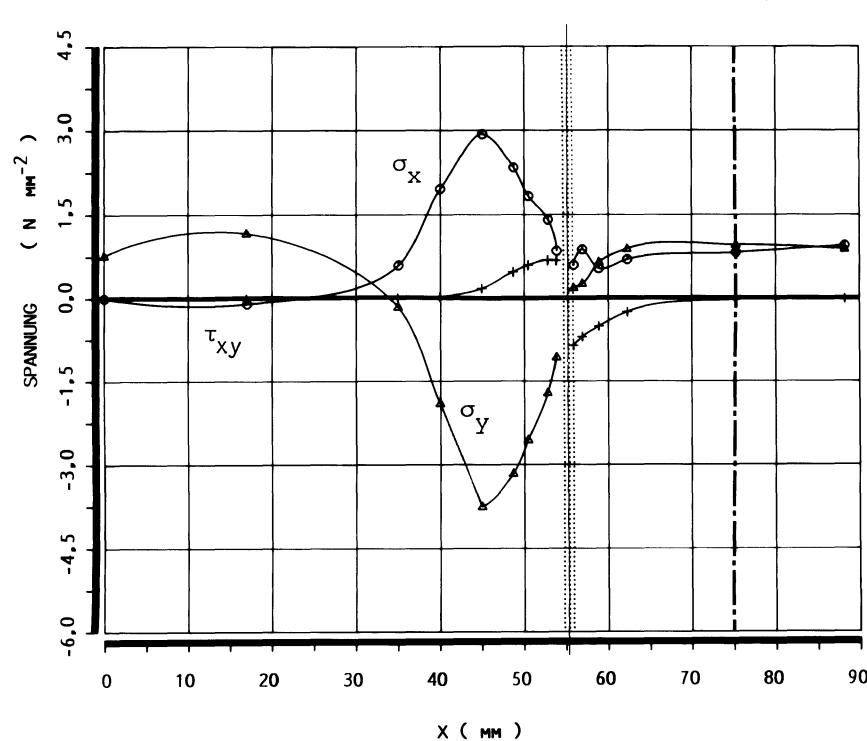


Abb. 8.18-e: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

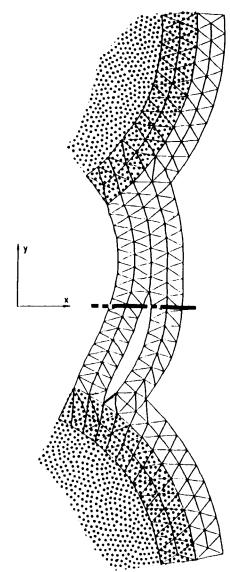
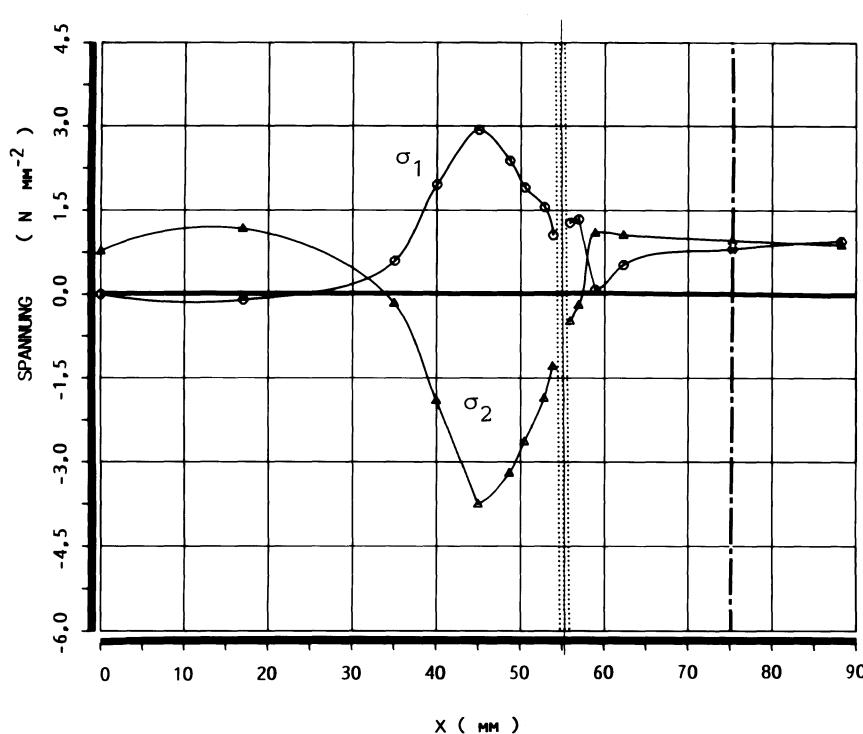


Abb. 8.18-f: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

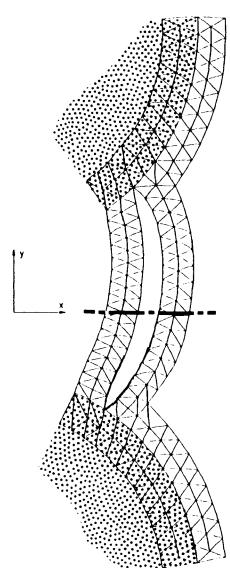
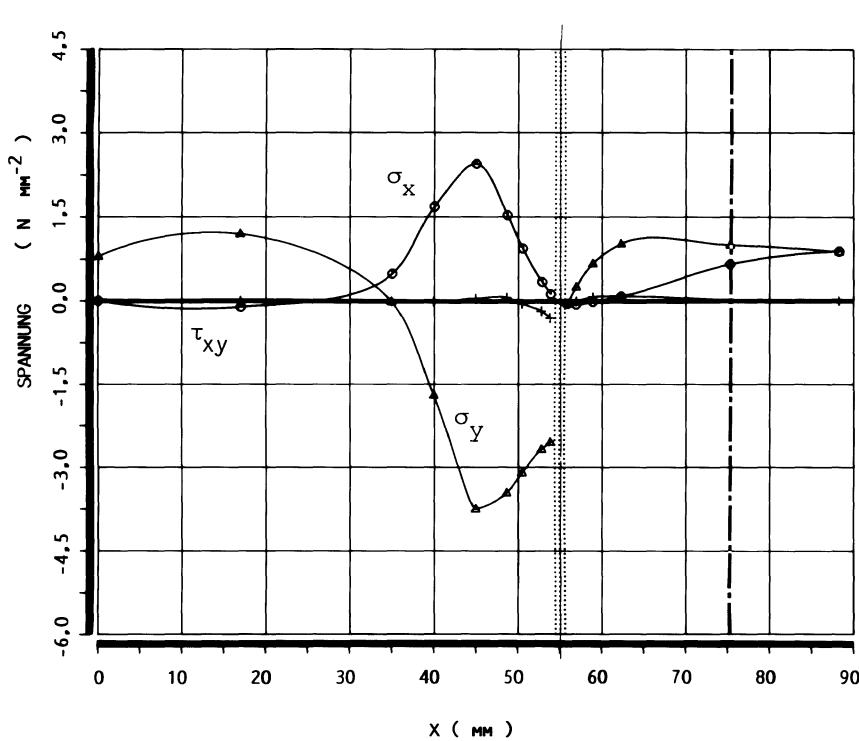


Abb. 8.18-g: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

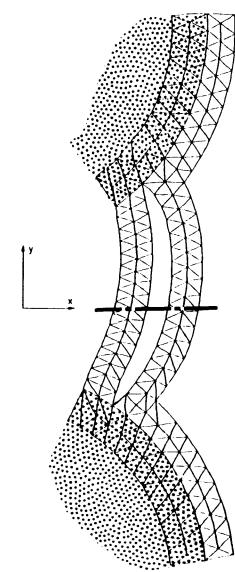
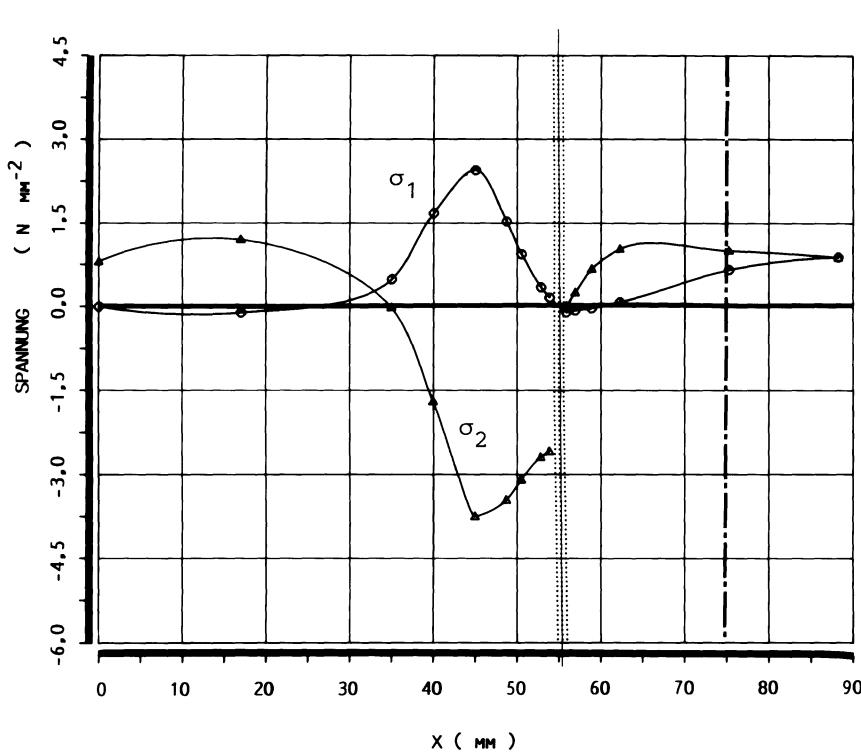


Abb. 8.18-h: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

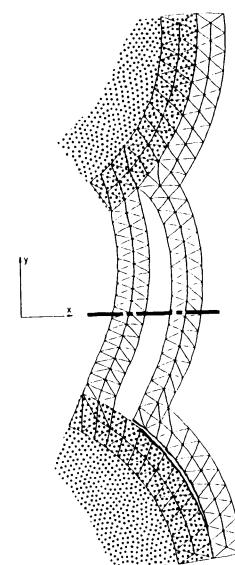
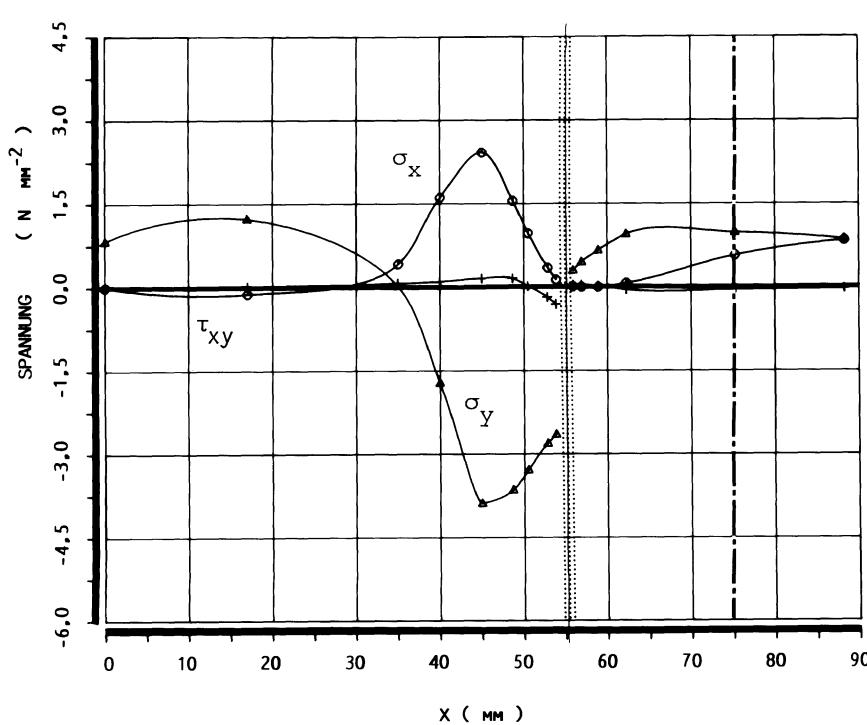


Abb. 8.18-i: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

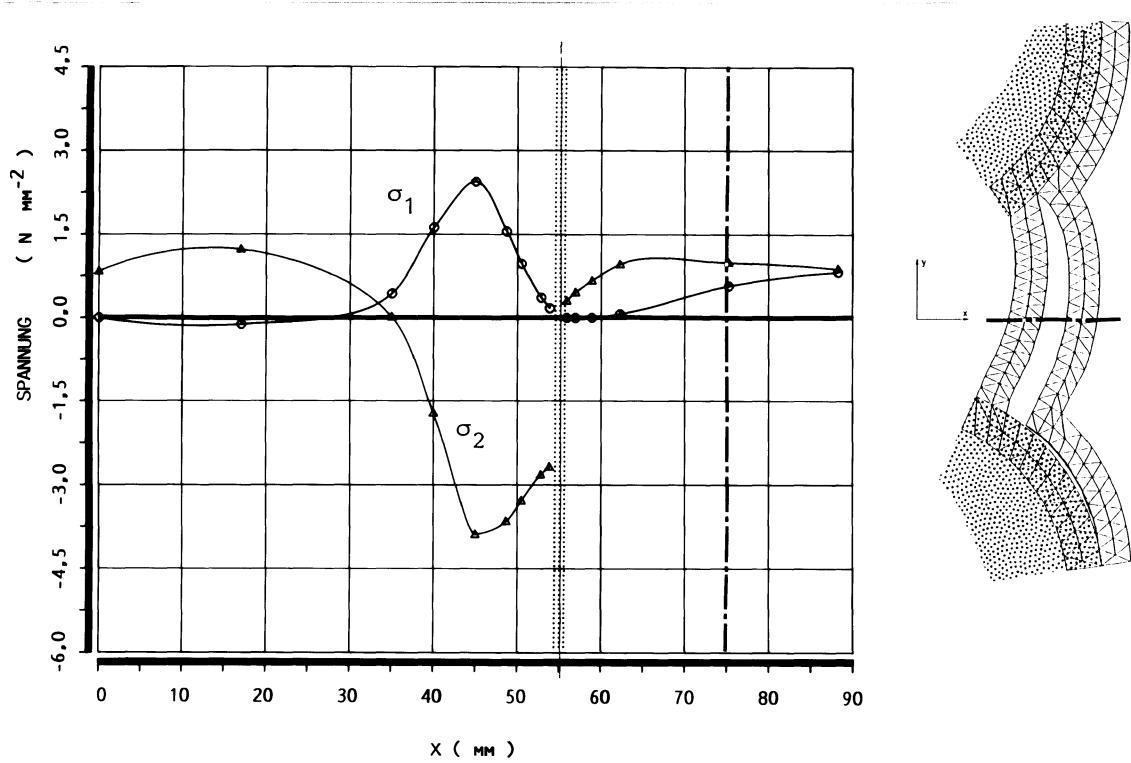


Abb. 8.18-j: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

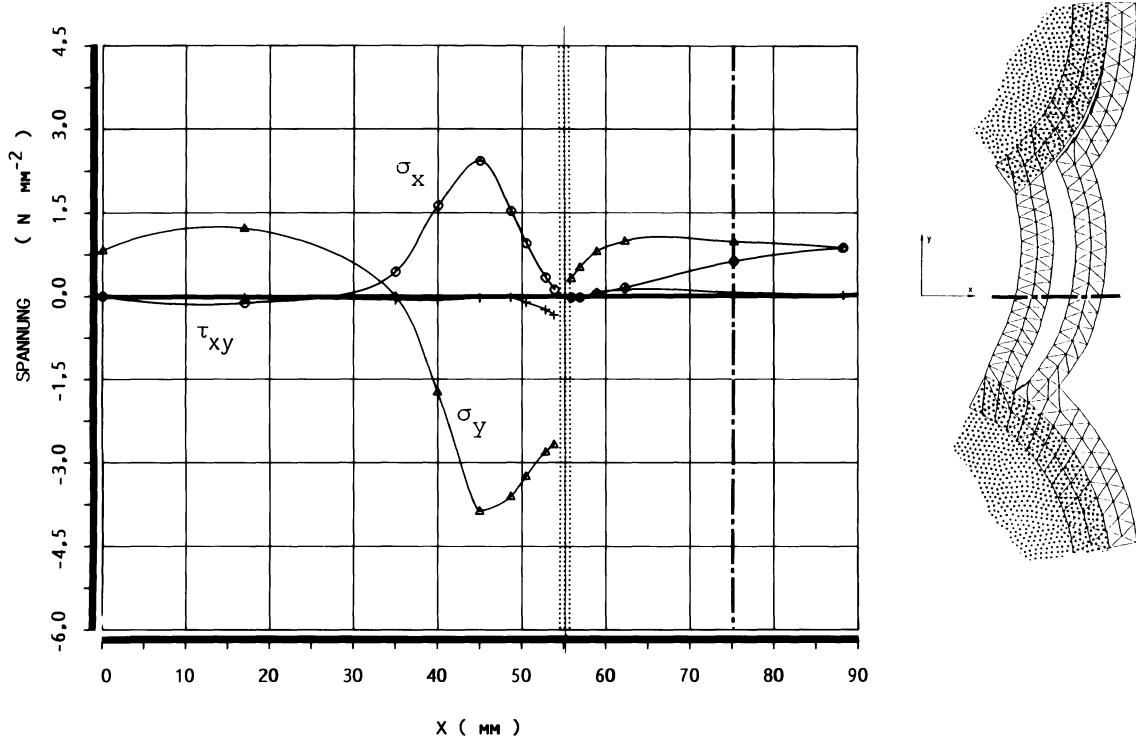


Abb. 8.18-k: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

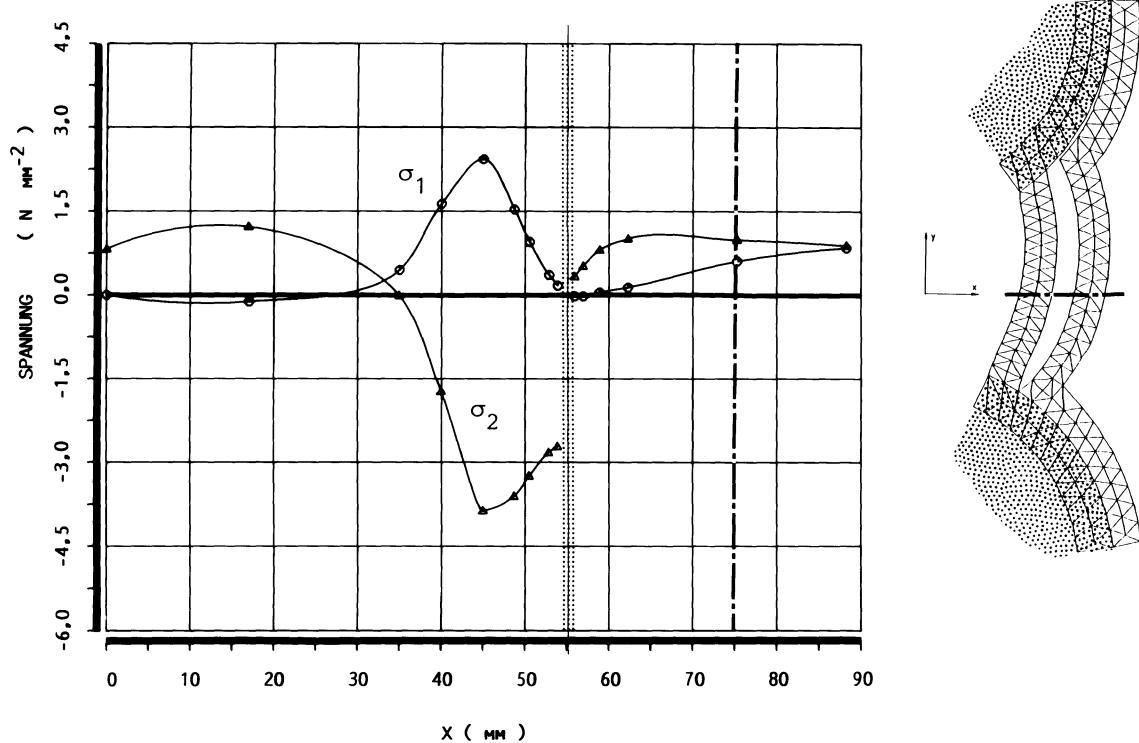


Abb. 8.18-1: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

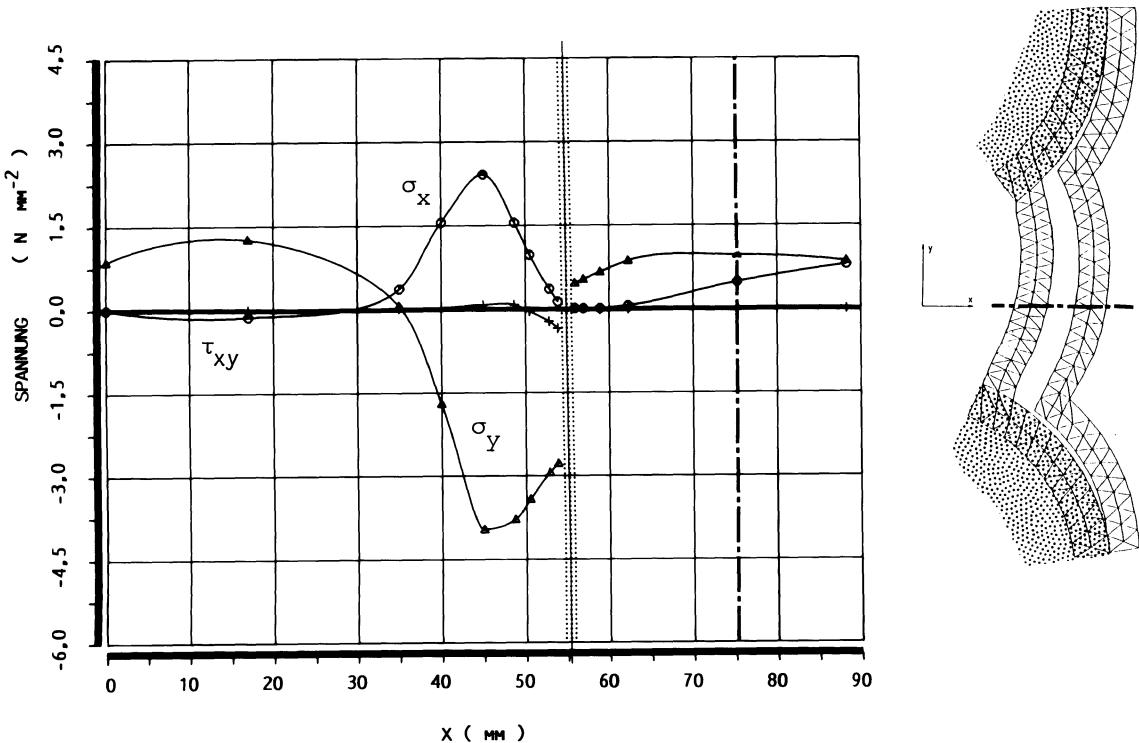


Abb. 8.18-m: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

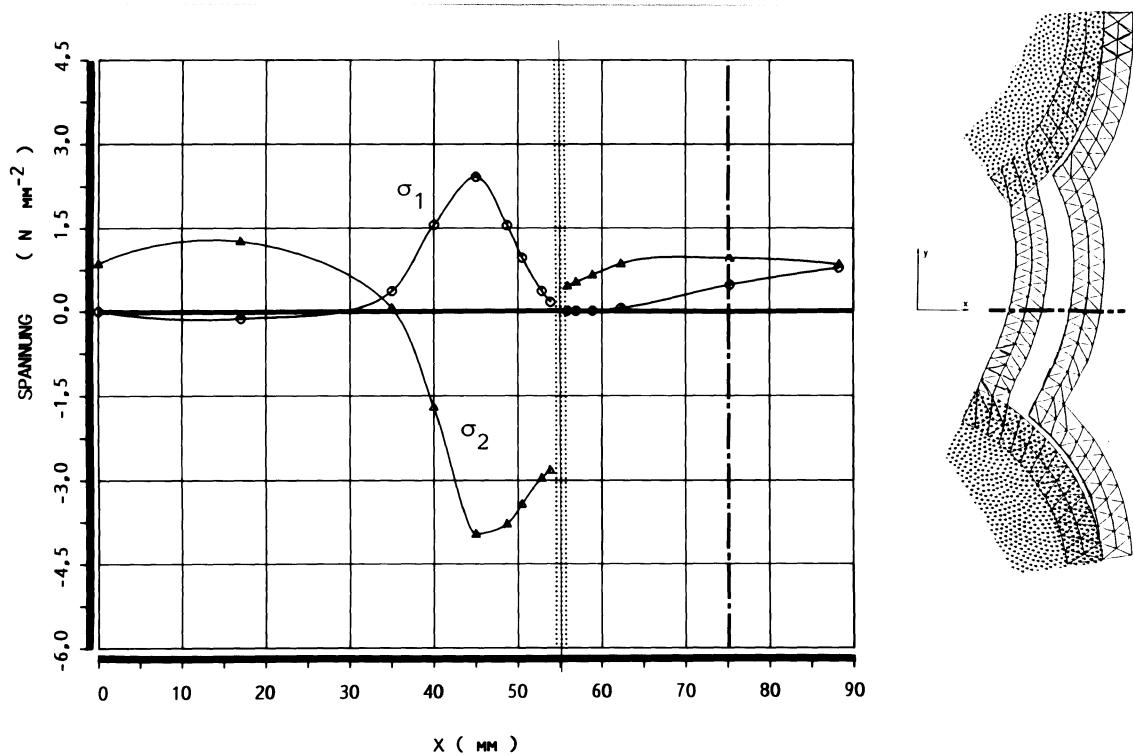


Abb. 8.18-n: Hauptspannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

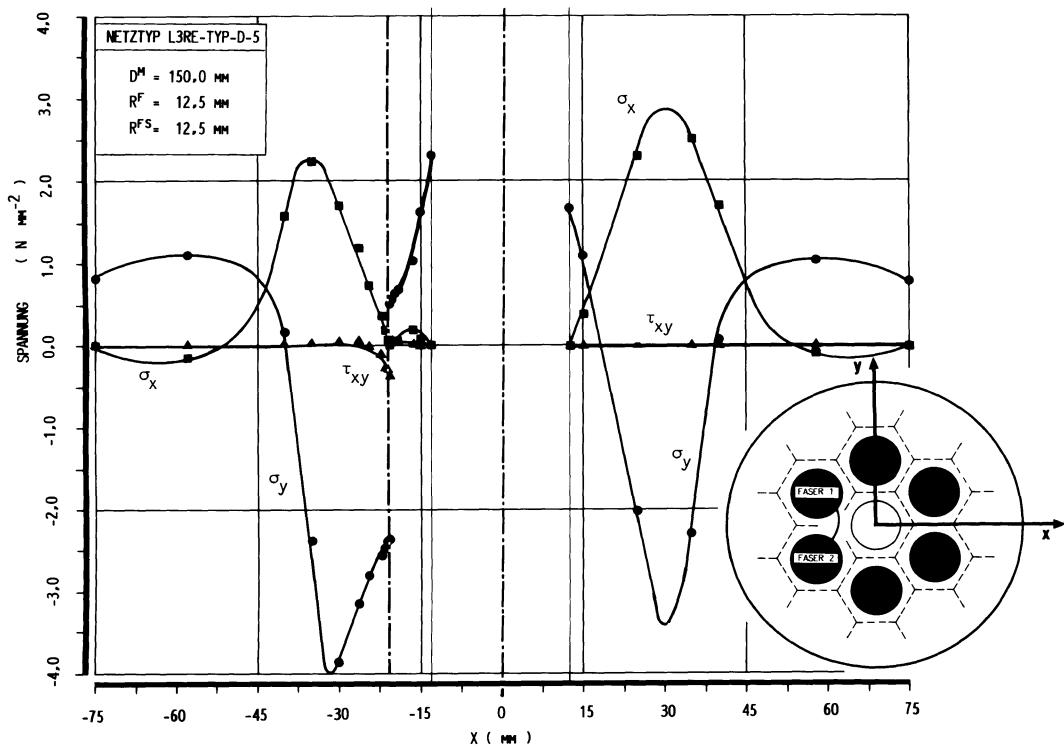


Abb. 8.18-o: Spannungsverlauf zwischen zwei Fasern einer gerissenen Verbundstruktur

### 8.3.2 BERECHNUNG BRUCHMECHANISCHER KENNWERTE

#### 8.3.2.1 EIGENSPANNUNGSMATRIXRISS

In der Abbildung 8.19 sind die mittels der lokalen bzw. globalen Methode bestimmte Gesamtenergiefreisetzungsraten  $G(a)$  (Gleichung 5.2-5 und 5.2-9) bzw. ihre separierten Anteile  $G_I(a)$  und  $G_{II}(a)$  (Gleichungen 5.2-10a-b) für den Matrixriß wiedergegeben.

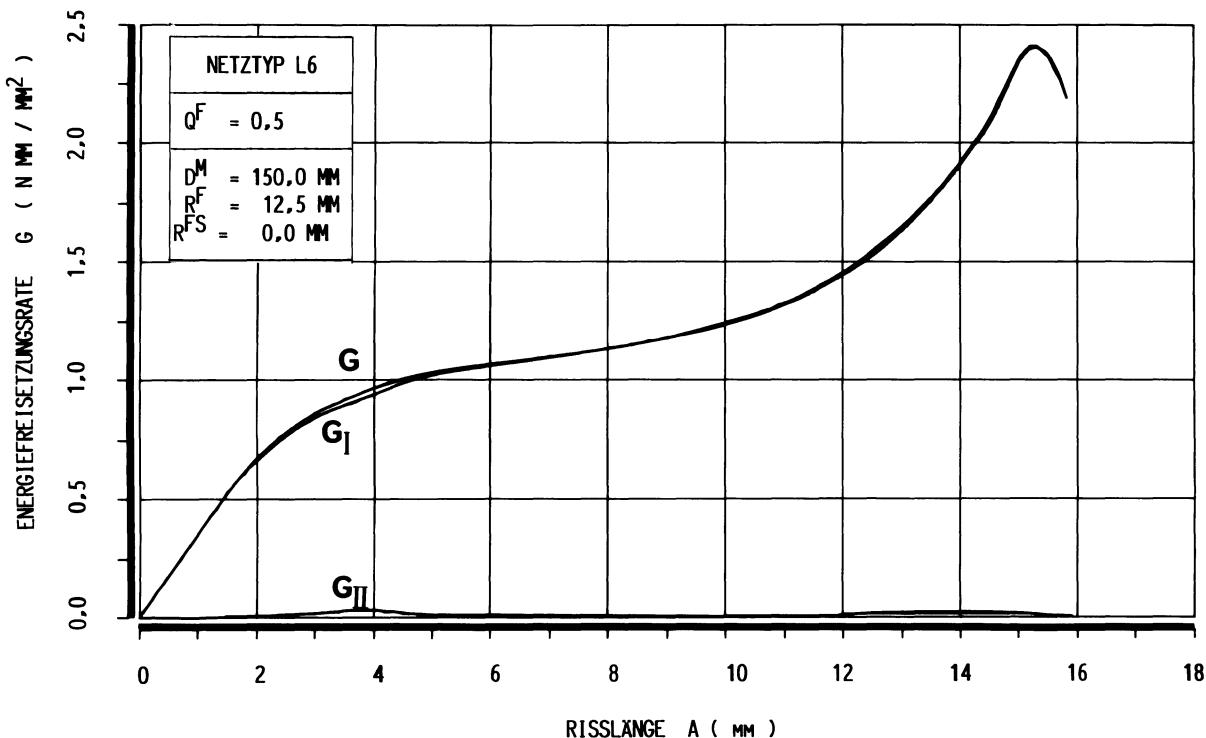


Abb. 8.19: Energiefreisetzungsrate als Funktion der Rißlänge

Es ist deutlich zu sehen, daß sich die dem Experiment nachempfundene Rißausbreitung überwiegend unter Mode I-Belastung vollzieht. Da die Rißgeometrie mittels einer Geraden und zweier Kreisbogensegmente angenähert wurde, zeigen sich geringe Mode II-Anteile im Bereich der Segmentübergänge. Wie in früheren Untersuchungen von HERRMANN und GREBNER /10/ gezeigt werden konnte, vollzieht sich die Ausbreitung schwach gekrümmter Wärmespannungsrisse in spröden Materialien nach dem Normalspannungskriterium. Der Rißfortschritt erfolgt dabei entlang der lokalen, zur Rißspitze orientierten Hauptspannungstrajektorie. Der im vorliegenden Fall deutlich asymmetrische Matrixrißverlauf läßt sich durch die Veränderung des globalen Spannungsfeldes in der Nähe der sich quasistatisch ausbreitenden Rißspitze zwischen den Fasern und der stets Neu- und

Umorientierung des zugehörigen Hauptspannungstrajektorienfeldes erklären. In diesem Zusammenhang sei nochmals auf die im Abschnitt 7.5.4 angegebene experimentell ermittelte Hauptspannungstrajektorienverteilung für einen arretierten Eigenspannungsriß verwiesen. Zu den in /10/ vorgestellten Untersuchungen gekrümmter Wärmespannungsrisse, deren Ausbreitungsverhalten dem Normalspannungskriterium unterliegt, läßt sich der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  mit der Gleichung (4.2-10-a) in Zusammenhang mit der Energiefreisetzungsrates bringen. In Abbildung 8.20 ist der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  für den Matrixriß angegeben.

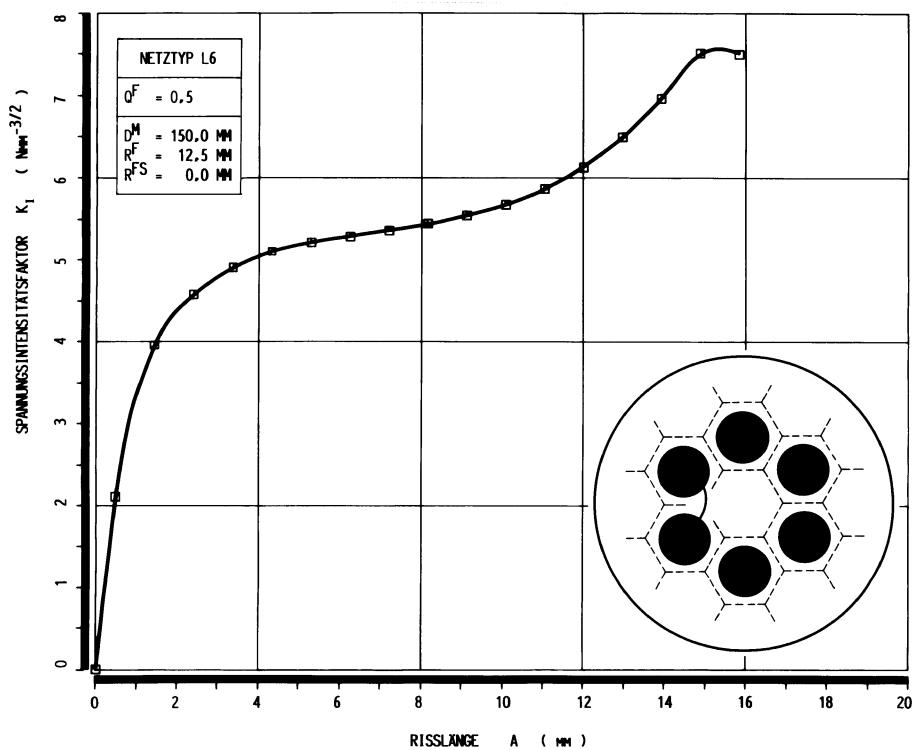


Abb. 8.20: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge  $a$  für einen Wärmespannungsriß

### 8.3.2.2 RISSAUSBILDUNG ENTLANG DER FASER/MATRIX-GRENZFLÄCHE

In Tabelle 8.2 sind die Varianten der Rißsequenzfolge der beiden dem Matrixriß nachfolgenden Grenzflächenrisse definiert. Die Abbildungen 8.21-a-d zeigen, entsprechend der Variationsdeklaration, die Verläufe der separierten Energiefreisetzungsraten und der Gesamtenergiefreisetzungsraten in Abhängigkeit von der Gesamtrißlänge.

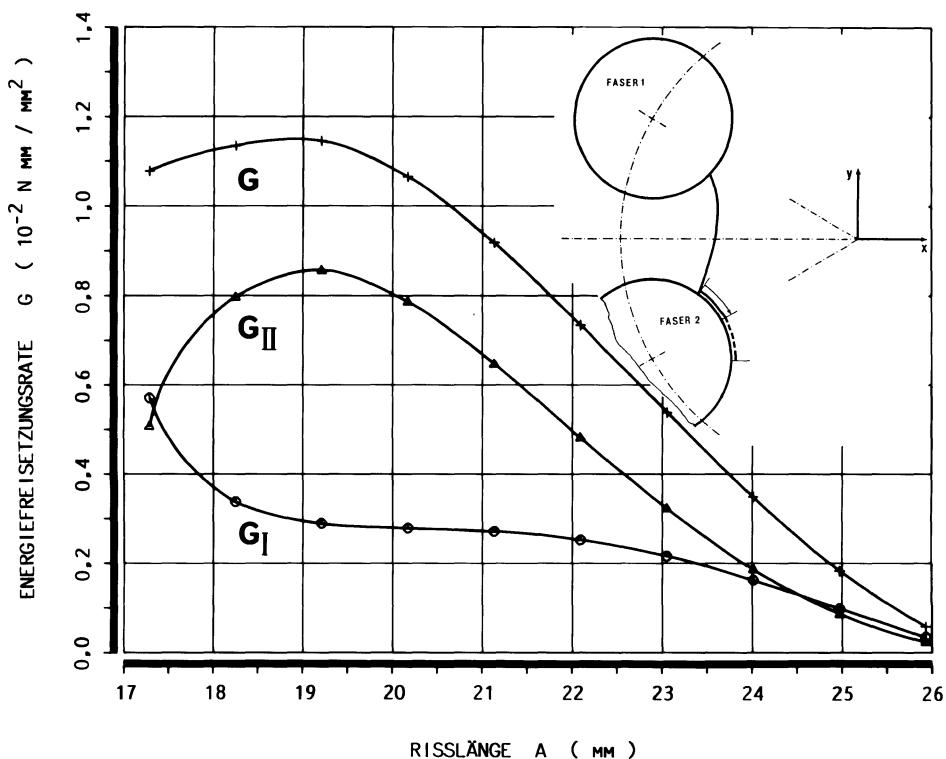


Abb. 8.21-a: Energiefreisetzungsraten entlang der Grenzfläche der Faser 2 (Variante 1, Phase 2)

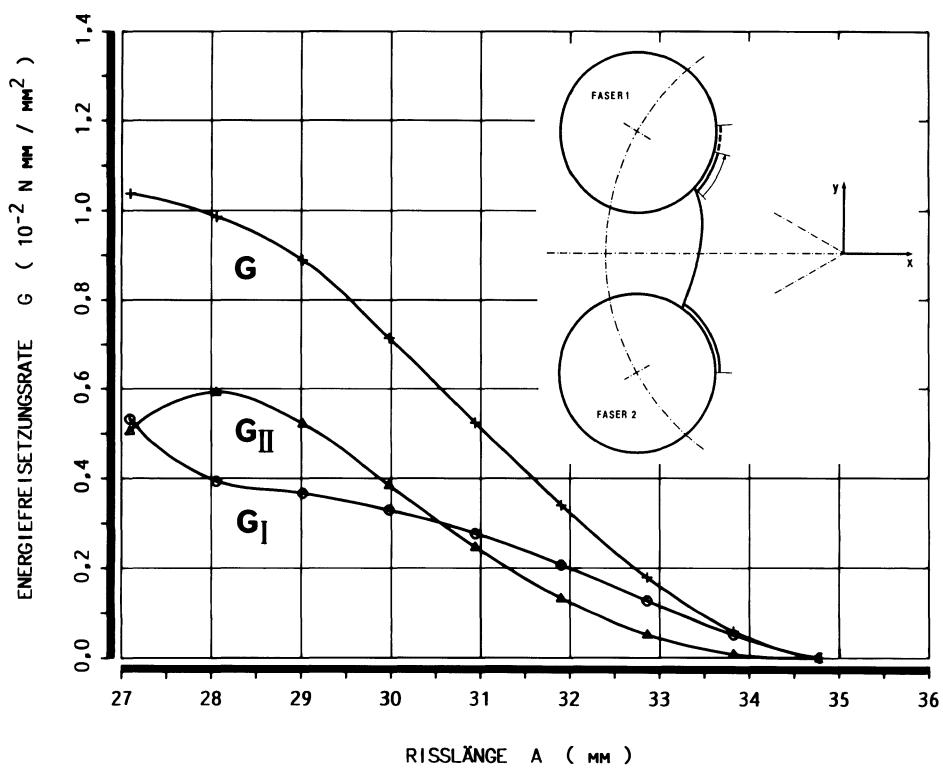


Abb. 8.21-b: Energiefreisetzungsraten entlang der Grenzfläche der Faser 1 (Variante 1, Phase 3)

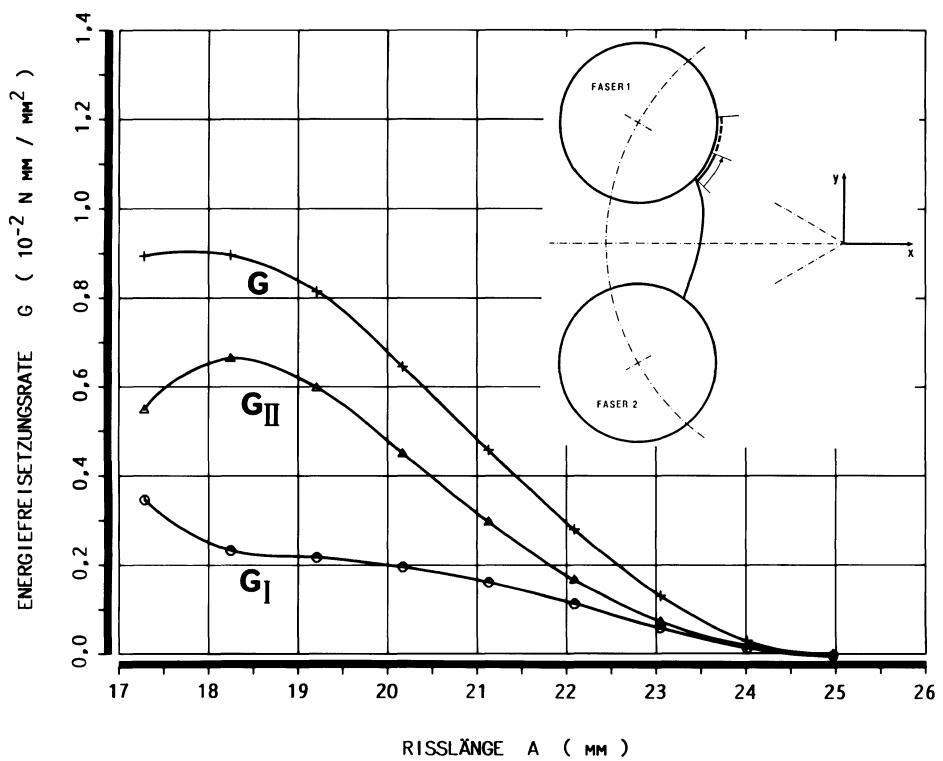


Abb. 8.21-c: Energiefreisetzungsraten entlang der Grenzfläche der Faser 1 (Variante 2, Phase 2)

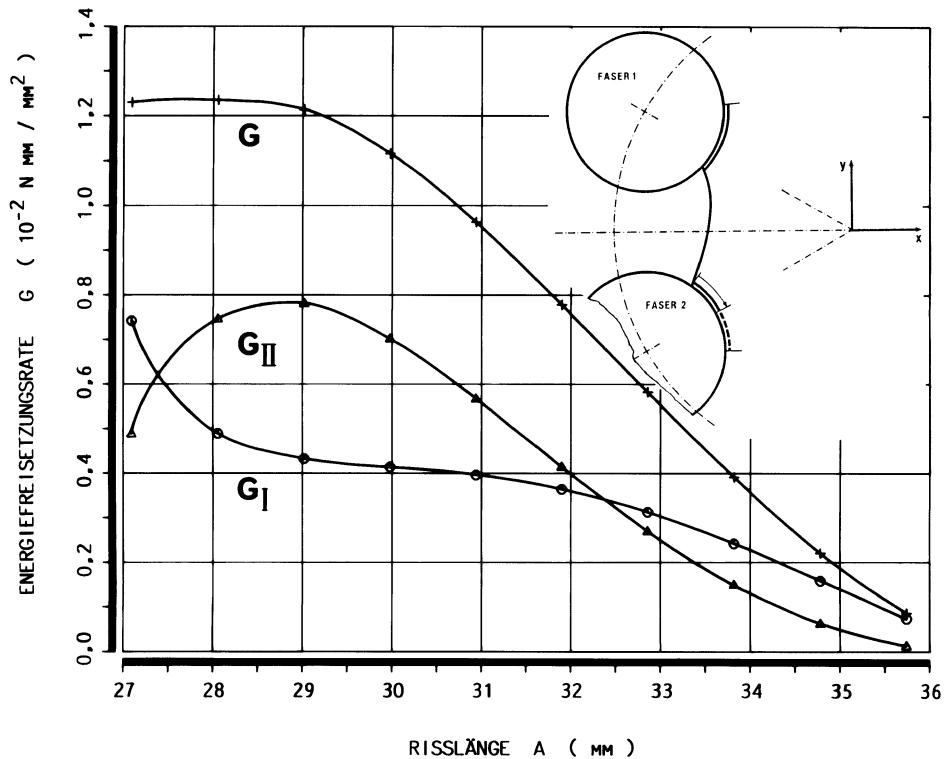


Abb. 8.21-d: Energiefreisetzungsraten entlang der Grenzfläche der Faser 2 (Variante 2, Phase 3)

Die Abbildungen 8.21-c-d geben die Energiefreisetzungsraten der zweiten Variante für die Phasen 2 und 3 wieder.

Aus den Abbildungen 8.21-a-d geht hervor, daß mit wachsender Grenzflächenrißlänge die Energiefreisetzungsratenanteile für alle Phasen der beiden Varianten asymptotisch verschwinden, was gleichbedeutend mit der Arretierung beider Grenzflächenrisse ist und eine gute Übereinstimmung mit den experimentell beobachteten Grenzflächenrißendlagen liefert.

### **8.3.2.3 ABSCHÄTZUNG DER RISSFOLGE**

Durch die Festlegung der simulierten Folge von Matrix- und Grenzflächenrißsequenzen kann an dieser Stelle lediglich eine grobe Abschätzung einer Rißfolge getroffen werden. Vergleicht man die Verläufe der Gesamtenergiefreisetzungsraten aus Abbildung 8.21-a und 8.22-c, so läßt sich für die Variante 1, d.h. Grenzflächenriß entlang der Faser 2, ein größerer Anfangswert bei beginnender Ablösung ablesen als bei dem äquivalenten Zustand der Variante 2, so daß unter der Annahme einer zunächst vollständigen Ausbildung des Matrixrisses die anschließend einsetzende Grenzflächenablösung an der Faser 2 zu erwarten ist.

### **8.3.3 EINFLUSS DES ELEMENTTYPUS UND DER RISSGEOMETRIE AUF BRUCHMECHANISCHE KENNWERTE**

Die Verwendung höherwertiger Membranelemente (TRIM6) mit quadratischem Verschiebungsansatz hat sich für die Berechnung der bruchmechanischen Kennwerte als äußerst speicherplatz- und rechenzeitintensiv erwiesen, so daß Vergleichsrechnungen mit TRIM3-Elementen angestellt wurden. In Tabelle 8.3 ist eine Gegenüberstellung der Netztypen L6 und L3R wiedergegeben.

Netztyp		
Netzbezeichnung	L6	L3R
Elementtyp	TRIM6	TRIM3
Verschiebungsansatz	quadratisch	linear
Teilnetzunbekannte	3403	779
Hauptnetzunbekannte	336-482	170-248
Speicherplatzbedarf (Records)	ca 14900	ca 2500

Tabelle 8.3: Gegenüberstellung für verschiedene Elementtypen

In den Abbildungen 8.22-a-b ist das Ergebnis einer Vergleichsrechnung vorgestellt.

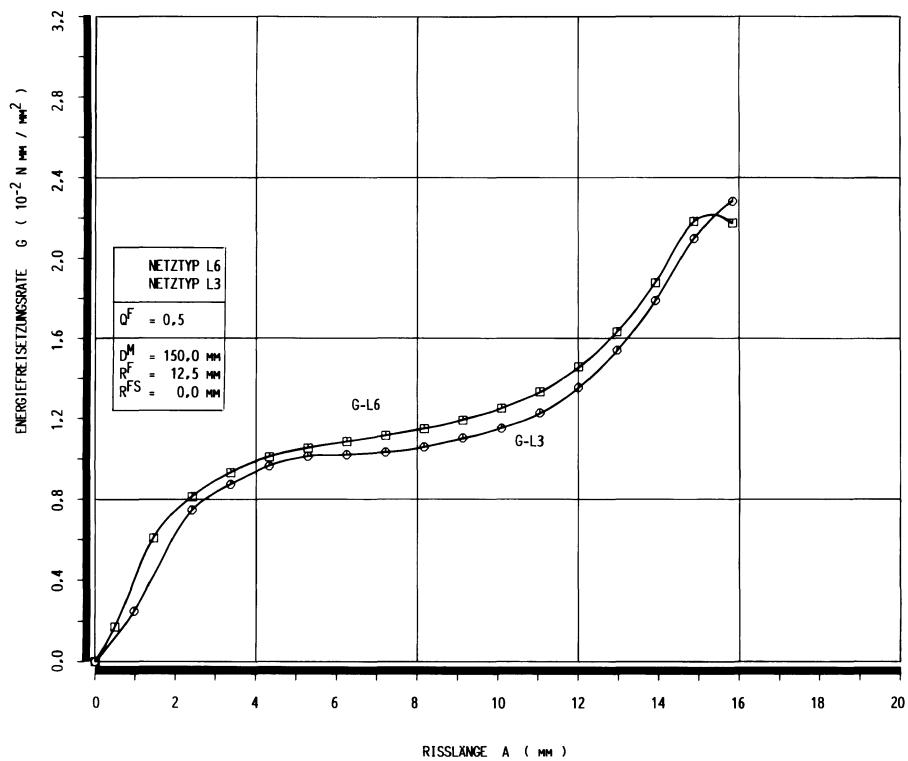


Abb. 8.22-a: Gegenüberstellung der Gesamtenergiefreisetzungsarten bei Verwendung von TRIM3 bzw. TRIM6 Elementen

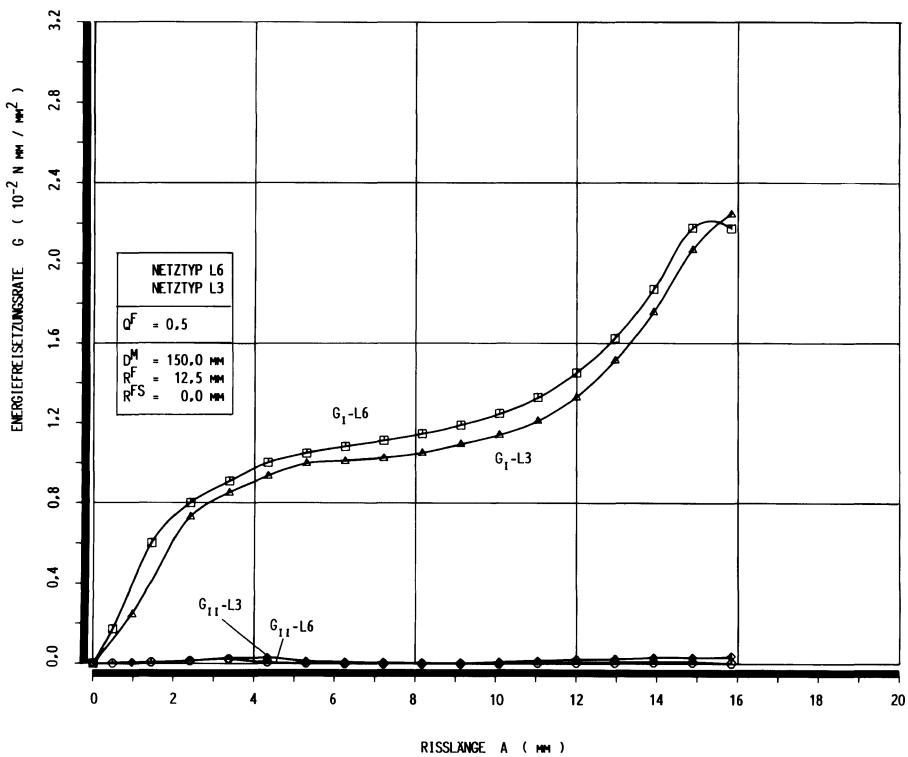


Abb. 8.22-b: Vergleich der separierten Energiefreisetzungsarten  $G_I$  und  $G_{II}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Elementtyp

Aus den in der Abbildung 8.2 angegebenen experimentell beobachteten Matrixrißverläufen wurde für die Risse 1 bis 3 durch Mittelwertbildung und Approximation eine neue, den realen Rißverlauf exakter nachbildende Rißkontur ermittelt. In dem Diagramm 8.23 wird der Vergleich zwischen der Rißkontur durch eine Geraden- und Kreissegmentnachbildung und eine Beschreibung mittels eines Polynoms gezogen.

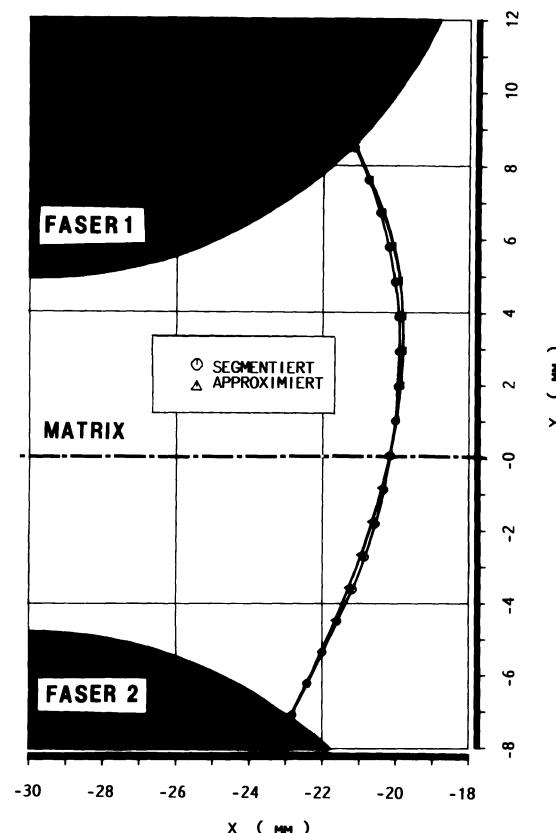


Abb. 8.23: Vergleich der verwendeten Rißkontur

Es wird hierbei deutlich, daß die ohnehin schon geringen  $G_{II}$ -Anteile in Abbildung 8.22-b in den Bereichen größter Abweichung von der durch ein geeignetes Polynom nachmodellierten Rißgeometrie auftreten. Die aus einem reduzierten Netz mit dem verwendeten Elementtyp (TRIM3-Elemente) und einer veränderten Rißgeometrie resultierenden Energiefreisetzungsraten sind in Abbildung 8.24 wiedergegeben.

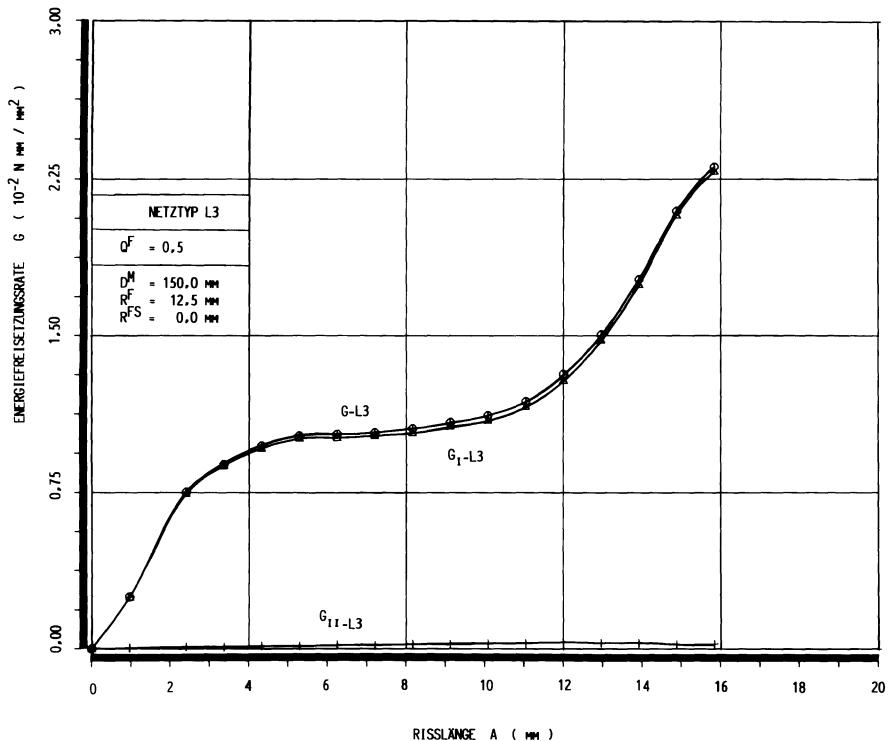


Abb. 8.24: Energiefreisetzungsraten entlang eines durch ein Polynom angenäherten Matrixrißverlaufs, (TRIM3-Elemente)

Angesichts der enormen Speicherplatzersparnis, verbunden mit der Absenkung des Rechenzeitbedarfs und durchaus vertretbarer Abweichungen der bruchmechanischen Kennwerte bei einer Strukturmodellierung durch einen reduzierten Elementtyp, werden die nachfolgenden Modellrechnungen mit TRIM3-Elementen vorgenommen.

#### 8.3.4 MODELLUNTERSUCHUNGEN FÜR EINE STRUKTUR MIT ZWEI MATRIXRISSEN

Durch definierte thermische Belastung der experimentell untersuchten Mehrphasenmodelle ergeben sich die in Abschnitt 7.5.1 erläuterten Einzelsequenzen der Rißeinleitung, des Rißfortschritts und der Rißfolge. In Abbildung 7.25 ist eine Rißkombination vorgestellt, die alle Phasen der Rißkonfiguration durchlaufen hat. Das vollständige numerische Nachvollziehen einer derart komplexen Rißproblematik unter Berücksichtigung aller Kombinationsmöglichkeiten ist nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchungen. Jedoch soll der Versuch unternommen werden, zusätzlich zu den in Tabelle 8.2 definierten Varianten einer Einzelrißfolge einen weiteren Schritt

der im Experiment auftretenden Rißstadien nachzuvollziehen. In Abbildung 8.25 ist das verwendete FE-Netz (L3R-TYP-B-2M) angegeben.

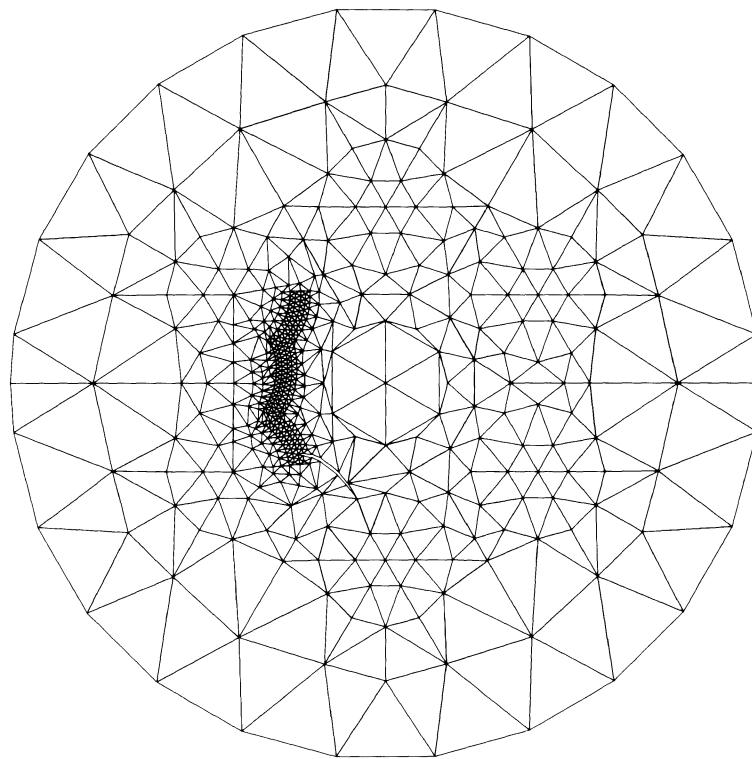


Abb. 8.25-a: Topologie für das Netz L3R-TYP-B-2M

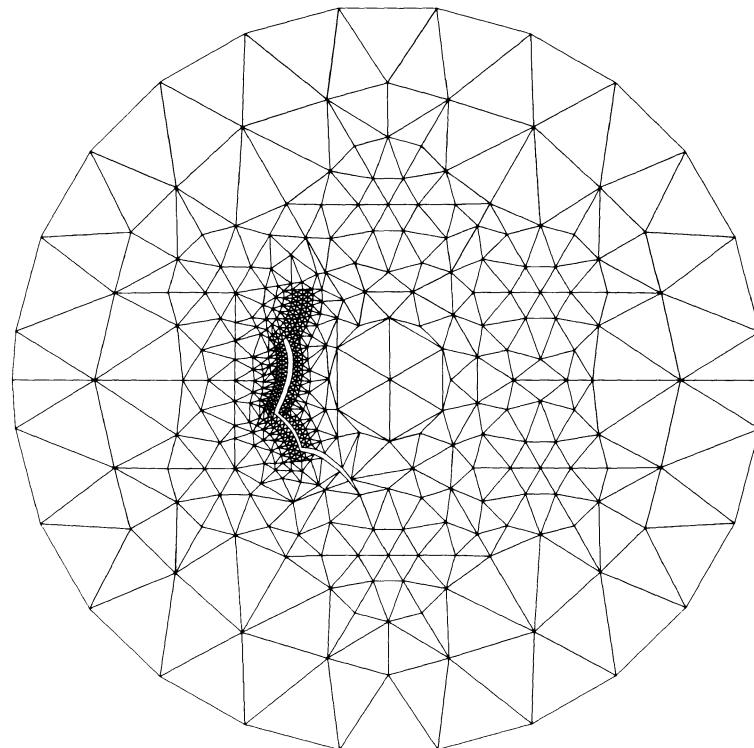


Abb. 8.25-b: Topologie für das Netz L3R-TYP-B-2M

In den experimentellen Untersuchungen wurde das Auftreten einer einzelnen aus Matrix- und anschließendem Grenzflächenriß bestehenden Rißkombination nur sehr selten und dann auch nur kurzzeitig beobachtet. Die in der Abbildung 8.26 angegebenen, den auftretenden Stadien der Rißentwicklung zugeordneten Energiefreisetzungsarten machen deutlich, daß nach dem erstmaligen Modellversagen durch die Entspannung des ganzen Modells ein erhöhtes Reservoir an freizusetzender Verzerrungsenergie vorliegt und ein Rißarrest nicht möglich ist, ja sogar mit zunehmendem Rißfortschritt immer unwahrscheinlicher wird. Die mittels des als 'globale Energiemethode' bezeichneten Verfahrens berechneten Gesamtenergiefreisetzungsarten sind in Abhängigkeit von der Rißlänge in der Abbildung 8.26 dargestellt. Diese gibt den Verlauf für den Matrixriß und den nachfolgenden Grenzflächenriß entlang der Faser 1 wieder. Bemerkenswert hierbei ist der Verlauf der Energiewerte für einen weiteren, sich aus der Endlage des arretierten Grenzflächenrisses in das Matrixmaterial ablösenden, ebenfalls gekrümmten Eigenspannungsriß.

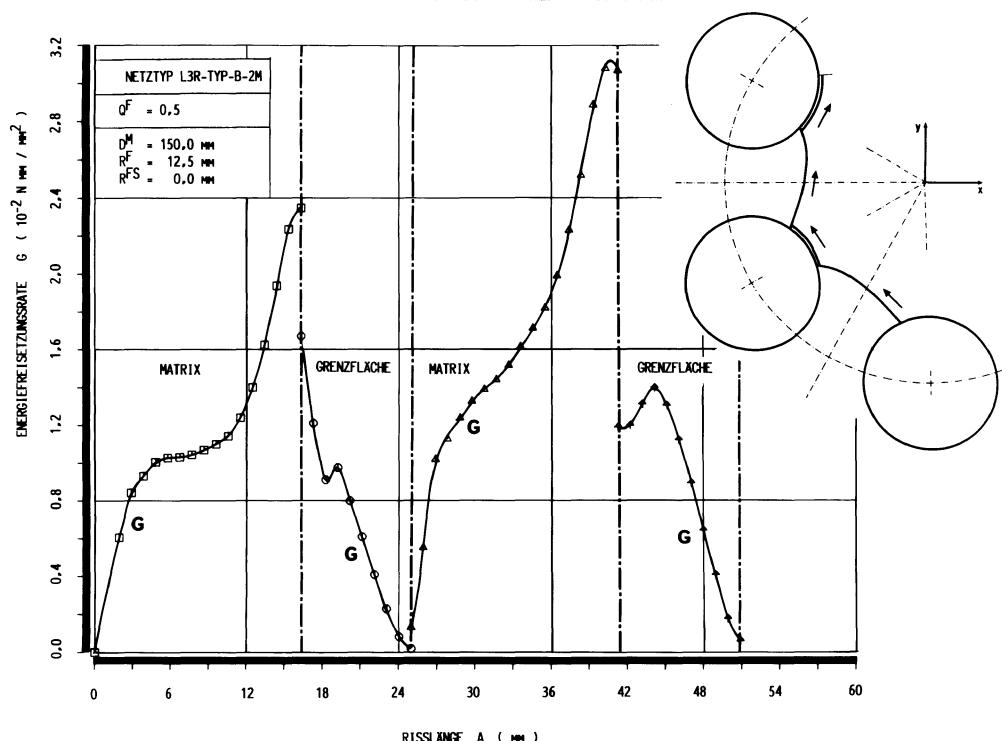


Abb. 8.26: Gesamtenergiefreisetzungsarten für eine Kombination aus mehreren Grenzflächen- und Matrixrißsequenzen

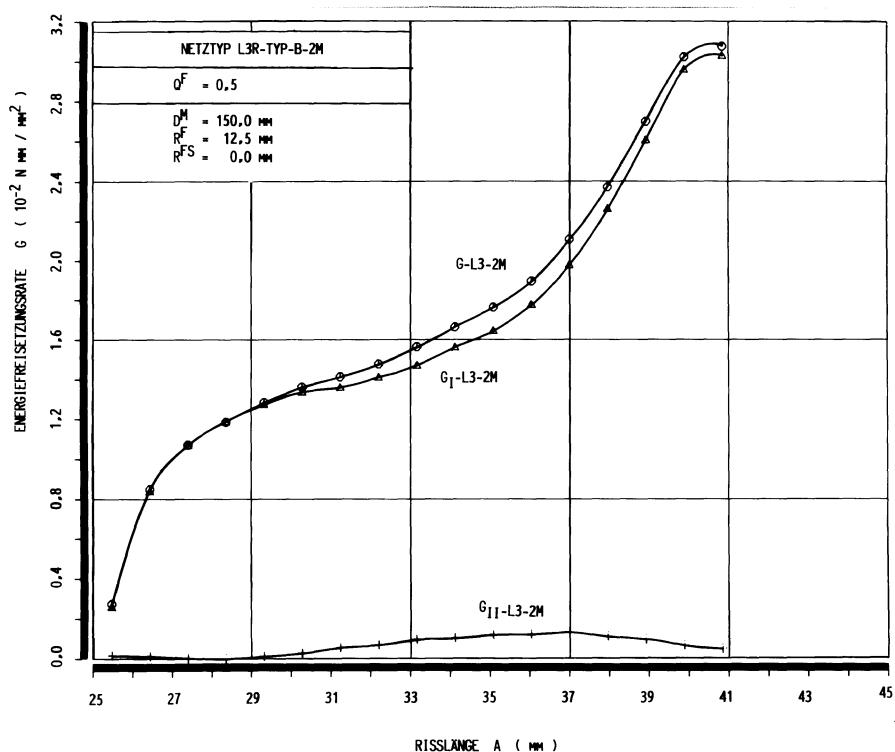


Abb. 8.27: Energiefreisetzungsraten für eine Kombination aus mehreren Grenzflächen- und Matrixrißsequenzen

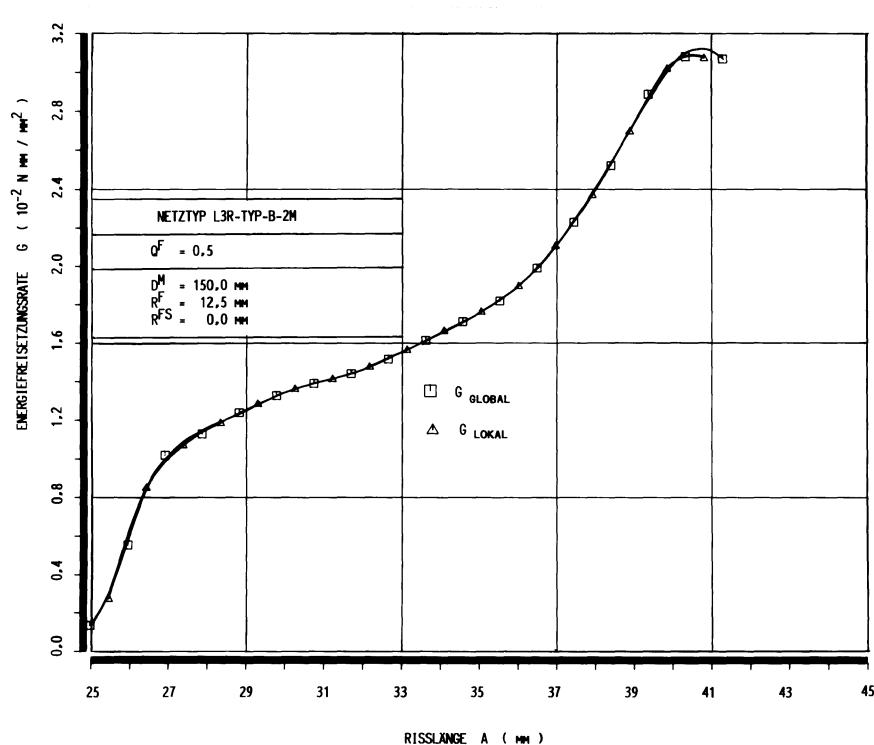


Abb. 8.28: Energiefreisetzungsraten für eine Kombination aus mehreren Grenzflächen- und Matrixrißsequenzen

Es wird der nach erfolgter Rißinitiierung aus einem Grenzflächenriß wesentlich schnellere Anstieg und das Erreichen der um etwa 30% höheren Spitzenwerte deutlich. In der Abbildung 8.27 ist für den 2. Matrixriß die Aufspaltung der durch die sogenannte lokale (2C- oder R2-) Methode ermittelten  $G_I$ - und  $G_{II}$ -Komponenten aufgetragen.

Der Vergleich der aus der Aufsummierung der  $G_I$ - und  $G_{II}$ -Anteile gebildeten Gesamtenergiefreisetzungsraten ist in Abbildung 8.28 zu sehen. Die aus der globalen Auswertemethode gewonnene Gesamtenergiefreisetzungsraten zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der beiden in Abschnitt 7.5 erläuterten Methoden zur numerischen Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte. Die Kurvenzüge sind nahezu deckungsgleich, obwohl den Verfahren zwei völlig unterschiedliche Ansätze zugrunde liegen.

## 9. UNTERSUCHUNGEN ZUR RISSINITIIERUNG

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Untersuchungen sollen Aufschluß über die einzelnen innerhalb der behandelten Verbundstruktur vorliegenden Modellversagens-, Rißausbreitungs- und Rißverzweigungsphänomene geben.

Bei der Analyse der Rißentstehungsursachen im mikrostrukturellen Bereich von Werkstoffen, insbesondere Verbundmaterialien, kann von einer statistischen Fehlstellenverteilung in einem ansonsten makroskopisch homogenen Material ausgegangen werden /107/. Unter der Annahme, daß diese Fehlstellen als Mikrorisse interpretiert werden können, deren Orientierung und Ausdehnung gleichermaßen statistischen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, kommt es zum mikroskopischen Strukturversagen, falls die lokalen Spannungsgrößen in Fehlstellennähe kritische Werte erreichen. Die Rißkeimbildung und der Zusammenschluß mehrerer Mikrorisse führen somit zur Rißvergrößerung und Ausbreitung, eventuell bis zum vollständigen oder teilweisen Bauteilversagen.

Diese Überlegungen können auf den Grenzflächenbereich eines Faser/Matrix-Verbundmodells übertragen werden. Die Oberfläche und die Faser/Matrix-Grenzflächenbereiche einer simulierten Verbundstruktur sind herstellungsbedingt als unstetiger, in gewissem Maße rauer Diskontinuitätsbereich zu betrachten, in dem sich gleichmäßig verteilte Kerben, Einschlüsse und Hohlräume befinden, die als Mikrorißinitiierungskeime interpretiert, bei Überlagerung eines thermischen Eigenspannungsfeldes und bei Überschreitung kritischer Spannungsspitzen zum lokalen Werkstoffversagen und schließlich zur Makrorißbildung führen können.

Bei Vorliegen makroskopischer Rißzustände lassen sich wiederum die eigentlichen Aussagen der klassischen Bruchmechanik heranziehen, um den weiteren Rißverlauf mittels geeigneter Verzweigungs- und Rißfortschrittskriterien zu beschreiben. Bei der Untersuchung der Bruchphänomene kann man sich aufgrund der experimentell beobachteten Versagensmerkmale auf die Faser/Matrix-Diskontinuitätsfläche bzw. deren matrixseitige Umgebung beschränken. In den folgenden Ausführungen werden daher Spannungs- und Energiebetrachtungen entlang der Faser/Matrix-Grenzfläche angestellt, um gegebenen-

falls Aussagen über die Art und die Richtung einer Rißeinleitung machen zu können.

### 9.1 SPANNUNGSZUSTAND ENTLANG DER FASER/MATRIX-GRENZFLÄCHE

Die Abbildung 9.1 zeigt den Ausschnitt einer Faserverbundstruktur (TYB B) und einen angedeuteten Matrixriß mit eingeführten globalen und lokalen Koordinatensystemen. Darin sind speziell die vom Winkel  $\theta$  abhängigen Hauptspannungswinkel  $\alpha_H(\theta)$  sowie die Hauptspannungsrichtungen  $H1(\theta)$  und  $H2(\theta)$  angeführt.

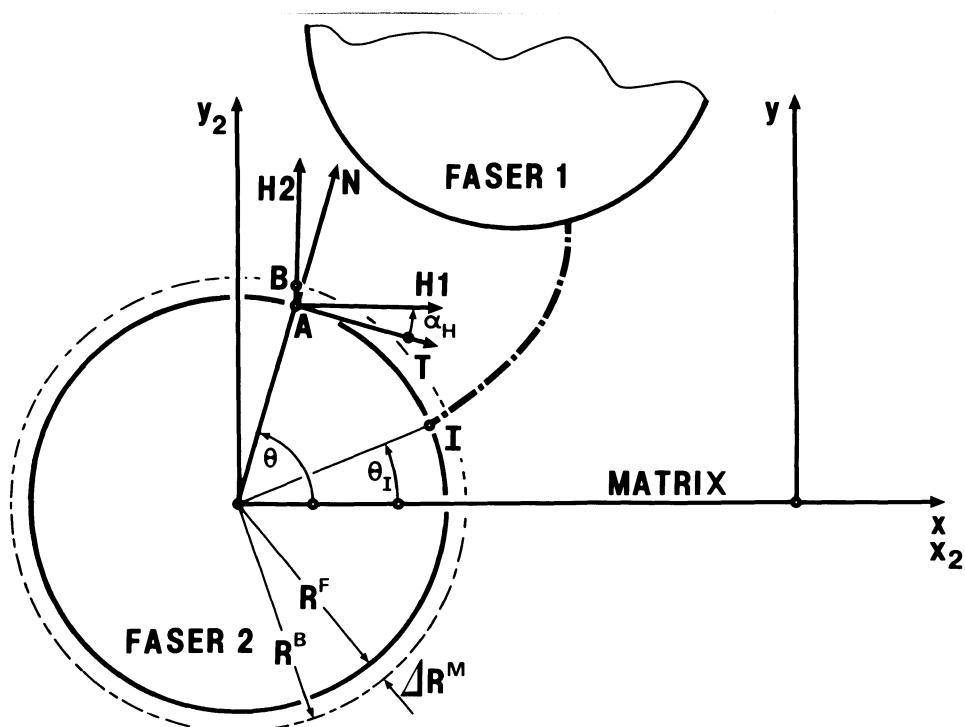


Abb. 9.1: Koordinatensysteme in der Faser/Matrix-Diskontinuitätsfläche

Die aus den FE-Rechnungen mittels des Netzes G3E-90-TYP-B bestimmten und in ein N-T-Umfangskoordinatensystem transformierten Spannungskomponenten wurden bereits in den Abbildungen 8.8-a-c vorgestellt. Zur Untersuchung der Rißeinleitung aus der Grenzfläche in das Matrixmaterial sind zusätzlich die Spannungswerte auf einem Radius  $R^B = R^F + \Delta R^M$  um die Faser in Abhängigkeit vom Winkel  $\theta$  aufbereitet worden.

In der Abbildung 9.2 erscheinen die relevanten Zusammenhänge, d.h. Spannungskomponenten und lokale Hauptachsenwinkel entlang der Faser/Matrix-Grenzfläche als Funktion des Faserumfangswinkels.

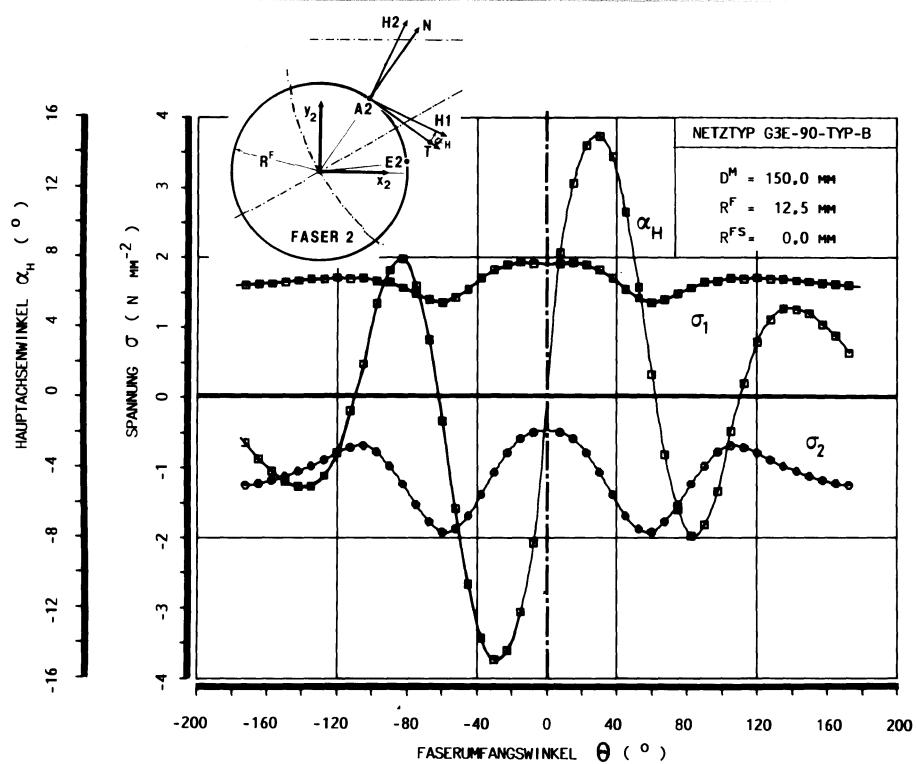


Abb. 9.2: Hauptspannungen und Hauptachsenwinkel auf dem Faserumfang

Die Verläufe der Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zeigen deutlich die Trennung in Zug- und Druckbeanspruchung auf dem Faserrand. Während in der H2-Hauptachsenrichtung ausschließlich Druckspannungen vorliegen, unterliegt die H1-Richtung durchweg Zugspannungen. Der Hauptachsenwinkel  $\alpha_H(\theta)$  zeigt einen symmetrischen Verlauf mit Nulldurchgängen bei  $\theta = 0^\circ, 180^\circ, \pm 30^\circ$  und etwa  $\pm 58^\circ$ . Die als Voraussetzung für eine Rißinitiierung notwendigen positiven Spannungen  $\sigma_1$  weisen im Winkelbereich  $\theta \pm 22,5^\circ$  ausgeprägte Maximalwerte aus, so daß ein Versagen auf Grund erreichter und überschrittener kritischer Normalspannungswerte bei Vorliegen von kleinsten, homogenen verteilten Fehl- bzw. Mikrokeimstellen im Grenzflächennahfeld wahrscheinlich wird und im betrachteten Modellfall als Ursache für die Entstehung und Einleitung des Matrixrisses angesehen werden muß. Der weitere Rißfortschritt erfolgt nach dem Normalspannungskriterium und verläuft schließlich auf einer asymmetrisch gekrümmten Bahn entlang der sich bei quasistatischer Rißausbildung lokal

an der Rißspitze ausbildenden Hauptspannungstrajektorie durch die Matrix.

## 9.2 SPEZIFISCHE VERZERRUNGSENERGIE IN DER UMGEBUNG EINES EINSCHLUSSES

Neben der Erklärung der Rißeinleitung mittels des Haupt- bzw. Normalspannungskriteriums lassen sich analog zu dem bekannten, von SIH /108/ formulierten Kriterium zur Rißausbreitungsvorhersage energetische Betrachtungen im Grenzbereich des Faser/Matrixübergangs anstellen. In Abschnitt 8.2.3.3, Abbildung 8.24 ist die Verteilung der spezifischen Verzerrungsenergie für die gesamte thermisch belastete Verbundstruktur angegeben, wie sie durch eine FE-Analyse unter Verwendung der Gleichung 8.5 bestimmt worden ist. Die Abbildung 9.3-a zeigt die auf gleiche Weise bestimmte Verzerrungsenergiedichteverteilung innerhalb der in Abbildung 9.1 angegebenen Faser/Matrix-Grenzfläche bzw. entlang einer in deren Nähe innerhalb der Matrix verlaufenden Kreisbahn im Abstand  $R^B = R^F + \Delta R^M$  um einen Einschluß herum.

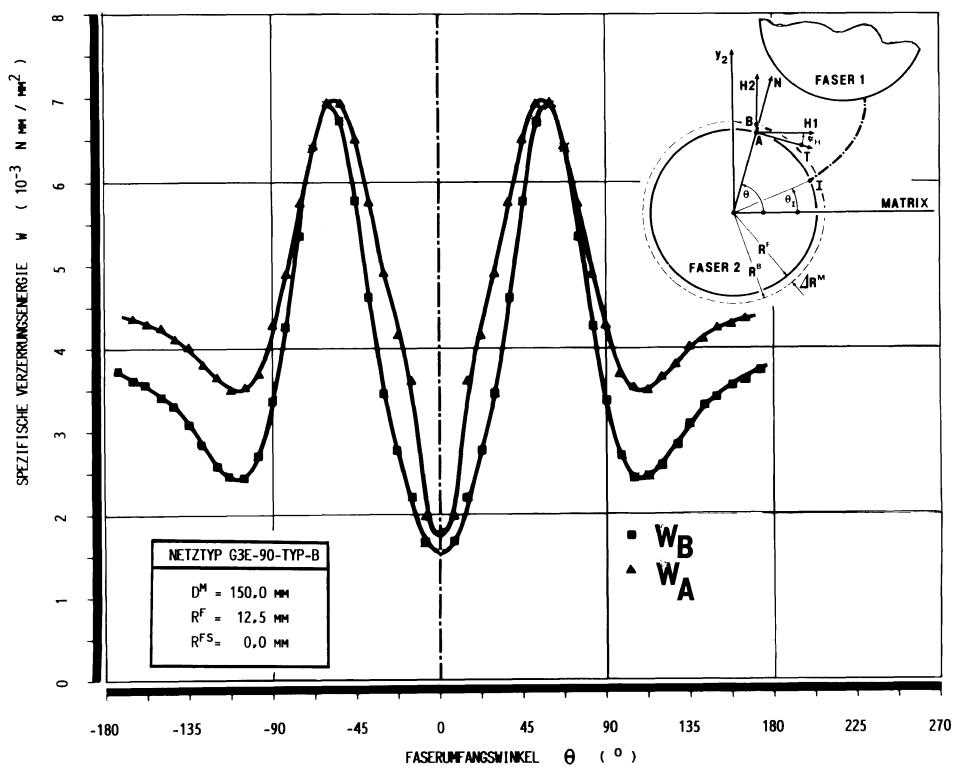


Abb. 9.3-a: Verzerrungsenergiedichte in der Umgebung einer Einlagerung

Geht man wiederum von einer mikromechanischen Betrachtungsweise und statistisch auf dem Faserumfang verteilten Fehlstellen, d.h. Keimzellen zur Rißinitiierung, aus und setzt voraus, daß nach einem lokalen Materialversagen der weitere Rißfortschritt nach dem Haupt- bzw. Normalspannungskriterium erfolgt, dann läßt sich abhängig vom Faseranfang die Änderung der Verzerrungsenergiedichte in Richtung orthogonal zur lokalen positiven Hauptspannung  $\sigma_1$  als Größe  $W^*(\theta)$  in der folgenden Weise formulieren.

$$W^*(\theta) = \frac{W_A(R^F, \theta) - W_B(R^B = R^F + \Delta R^M, \theta^B)}{\Delta R^M \left( \frac{1}{\cos(\alpha_H(R^F, \theta))} \right)} ; \text{ mit } \theta \leq \pi/2 \quad (9.1)$$

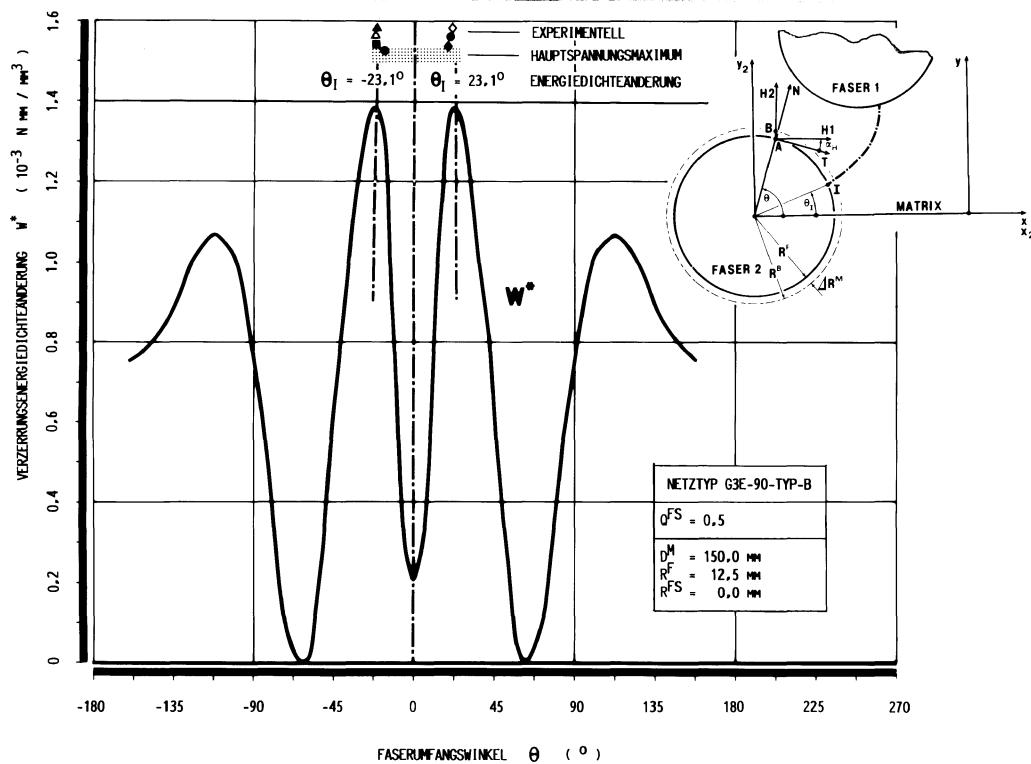


Abb. 9.3-b: Änderung der Verzerrungsenergiedichte in Richtung einer lokalen Hauptachse

In Abbildung 9.3-b ist der Verlauf der Größe  $W^*$  abhängig vom Faserumfangswinkel  $\theta$  angegeben. Es zeigen sich bei einer Winkellage von  $\theta_I = \pm 23,1^\circ$  ausgeprägte Maxima, die gerade mit den Positionen maximaler positiver Hauptnormalspannung zusammenfallen.

In der Abbildung 9.3-b sind zusätzlich zu den auf numerischem Wege ermittelten Winkelbereichen die sich experimentell einstellenden Rißstartwinkel  $\alpha_{A2}$  (siehe Abb. 8.2) markiert, die alle im angegebenen Intervall in der Nähe der Winkelposition  $\theta_I$  liegen.

## 10. AUSBILDUNG VON KOMBINATIONEN AUS MATRIX/FASER-GRENZFLÄCHENRISSEN

In Abschnitt 8.3 dieser Arbeit sind die in Tabelle 8.2 angegebenen Variationen möglicher Rißsequenzen mit den einzelnen Rißphasen bruchmechanisch untersucht worden, wobei vereinfachende Annahmen über die Folge der Teilrisse gemacht worden sind. Erste qualitative Abschätzungen zur physikalisch realistischen Aneinanderreihung des vollständig ausgebildeten Matrixrisses und der nachfolgenden Grenzflächenrisse wurden dabei über die Beurteilung der größten freigesetzten Verzerrungsenergie zweier relevanter Rißspitzenpositionen angegeben. Im folgenden Abschnitt wird in einer tiefergehenden Studie die Rißfolge zweier gleichzeitig vorliegender Rißspitzen und die numerische Simulation des quasistatischen Fortschreitens der beiden Rißpositionen behandelt. Für den sich aus einer Faser/Matrix-Grenzfläche entwickelnden Matrixriß erfolgt die Computersimulation mit Hilfe von FE-Untersuchungen.

### 10.1 FORMULIERUNG EINES GEEIGNETEN RISSFOLGEKRITERIUMS

Die Vorhersage des Verlaufs bewegter Rißspitzen und die Abschätzung der Richtungsänderung wird in der Literatur ausführlich behandelt.

Zur Beurteilung der Rißfolge zweier Rißspitzen und der Simulation einer quasistatischen Rißverlängerung entlang einer vorgegebenen im Experiment beobachteten Eigenspannungsrißkonfiguration wurde in Anlehnung an das von STRIFORS /109/ vorgeschlagene Rißausbreitungskriterium ein Rißfolgekriterium formuliert.

Das von STRIFORS benutzte Fortschrittskriterium besagt, daß ein Riß sich in die Richtung verlängern wird, die ein Maximum an Energiefreisetzung zuläßt. In Abbildung 10.1 ist der Ausschnitt eines Faser/Matrix-Verbundmodells mit einer Matrix/Grenzflächenrißkonfiguration angegeben. Weiterhin sind Rißschritte in Richtung der Faser 1 mit der Rißverlängerung  $\Delta a^{F1}$  und entlang der Grenzfläche an Faser 2 mit  $\Delta a^{F2}$  angedeutet.

Für das vorliegende Problem einer Rißverzweigung wurde das Rißfolgekriterium formuliert, welches davon ausgeht, daß diejenige

der beiden Rißverlängerungen  $\Delta a^{F1}$  bzw.  $\Delta a^{F2}$  den weiteren Rißfortschritt bewirkt, welche die größere Energie für den betreffenden Rißschritt freisetzt.

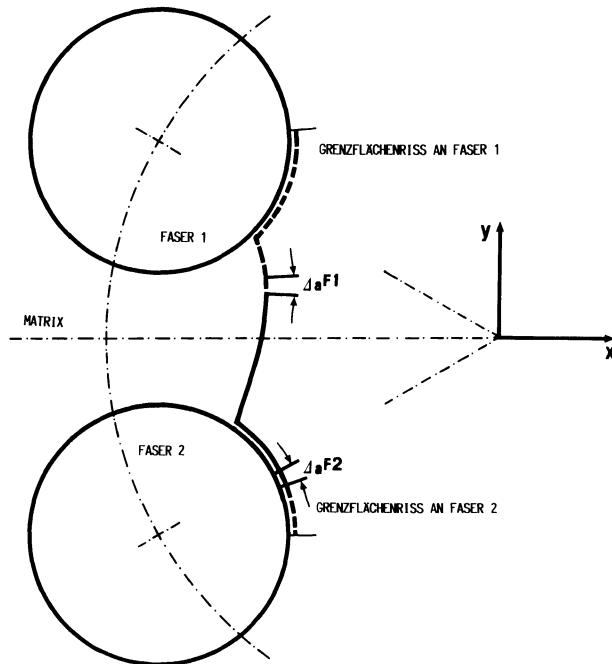


Abb. 10.1: Rißfolgekriterium

Die numerische Umsetzung dieses Kriteriums erfolgt über die Betrachtung der gesamten, in einer thermisch belasteten und rißbehafteten Verbundstruktur gespeicherten, elastischen Verzerrungsenergie  $U(a)$ , die mittels der in Abschnitt 5.2.1 vorgestellten globalen Energiemethode bestimmt werden kann. Die verwendeten FE-Strukturen besitzen entlang der prospektiven Rißlinie homogene Elementeinteilungen und äquidistante Elementseitenlängen, so daß das Rißfolgekriterium in der in Gleichung 10.1 angegebenen Weise formuliert werden kann.

$$G(a + \Delta a^{F1}) \leq G(a + \Delta a^{F2}) \quad (10.1-a)$$

$$\frac{U(a) - U(a + \Delta a^{F1})}{B \Delta a^{F1}} < \frac{U(a) - U(a + \Delta a^{F2})}{B \Delta a^{F2}} \quad (10.1-b)$$

Bei gleichen Elementseitenlängen  $\Delta a^{F1}$ ,  $\Delta a^{F2}$  und konstanter Modelldicke  $B$  sind lediglich die Beträge der in der FE-Struktur ge-

speicherten Restverzerrungsenergien ausschlaggebend, um über die weitere Rißfolge zu entscheiden.

$$U(a + \Delta a^{F1}) < U(a + \Delta a^{F2}) \quad (10.1-c)$$

Die Untersuchungen wurden mit dem FE-Programmsystem ASKA durchgeführt, dessen verfügbare Version die Behandlung von Kontaktproblemen nicht vorsah. Da, wie in Abbildung 8.16 gezeigt wurde, bereits bei den ersten Testrechnungen physikalisch nicht sinnvolle Elementüberschneidungen festgestellt wurden, sind bei der selbständigen numerischen Nachbildung des quasistatischen Rißfortschritts Durchdringungen in der gesamten Verbundstruktur nicht zulässig und müssen programmtechnisch erkannt und bewertet werden.

## 10.2 PROGRAMMTECHNISCHE REALISIERUNG

Zur numerischen Bestimmung der Folge von Einzelrißsequenzen mittels der Methode der Finiten Elemente kommen die zuvor definierten Netztypen L3R und L3RE-TYP-B, -C und -D zur Anwendung. Die in Abschnitt 8.1 definierte Netzstruktur für lokale FE-Studien sowie die erarbeiteten Möglichkeiten der FE-Netz Manipulations- und Hauptnetzgenerierungsprogramme und die Verwendung eines Strukturorganisationsdatensatzes, der alle Informationen über Element- und Koordinateneinteilung bzw. Hauptnetz/Teilnetz-Substrukturkoordination enthält, sind Voraussetzungen für eine selbständige numerische Modellierung der Folge von Matrix/Grenzflächen- bzw. Grenzflächen/Grenzflächenrißkombinationen.

Im Zusammenhang mit der behandelten Fragestellung wurde ein übergeordnetes, in der Programmiersprache CPL (PRIME-750) verfaßtes Programmsystem erstellt, das bei Vorgabe der Rißkontur und der Startposition die eigenständige Simulation einer Rißausbreitung entlang der prospektiven Rißlinie erlaubt und selbständig mittels des Rißfolgekriteriums über den lokalen Rißfortschritt entscheidet /110/. Das automatische Erstellen relevanter Hauptnetztopologien, das Anlegen bzw. Anstarten von FE-Startprozeduren, das Überprüfen der verformten FE-Strukturen auf Elementüberschneidungen, das Aufbereiten der FE-Ergebnisdateien und die Entscheidung über den weiteren Rißfortschritt mittels des Rißfolgekriteriums mit der not-

wendigen Steuerdateiprotokollierung und die Ergebnisdatenreduzierung erfolgt mit Hilfe sequentieller Programme, die in der Programmiersprache FORTRAN77 entwickelt und in das übergeordnete Steuerprogramm (RISSWEG.CPL) eingebunden worden sind. In Abbildung 10.2 ist ein vereinfachtes Flußdiagramm angegeben, aus dem die wesentlichen Stadien der Simulation hervorgehen.

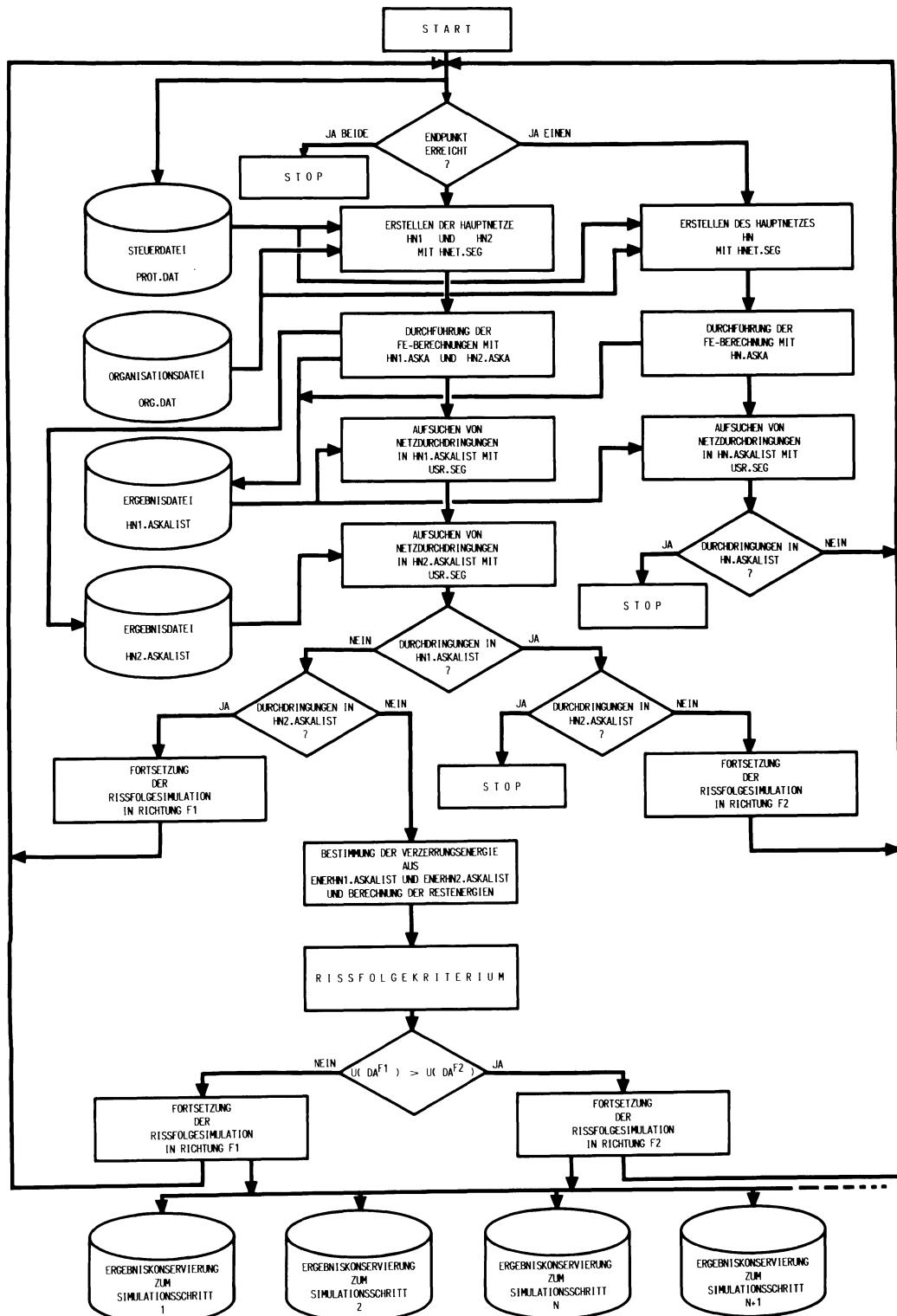


Abb. 10.2: Programmsystem zur automatischen Rißfolgesimulation

Für jede Rißfortschrittsentscheidung sind zwei FE-Programmläufe notwendig. Zur Minimierung des Speicherplatzbedarfs werden alle Rißschrittparameter in einer Steuerdatei protokolliert, die zugehörigen Ergebnisdateien reduziert und für eine spätere nachbereitende Auswertung gespeichert.

### **10.3 RISSFOLGESIMULATION**

Für die Überprüfung des Programmsystems wurde das FE-Netz L3R-TYP-B verwendet, welches als reduzierte Variante aus dem Originalnetz L6 entstanden ist. Die Rißlinie ist in 37 gleichlange Teillängen  $\Delta a$  eingeteilt, wobei 17 Teilstücke den Matrixriß bilden und die Grenzflächen in jeweils 10 Bereiche eingeteilt sind. Zur Beurteilung des Rißfortschritts und Darstellung des Simulationsergebnisses anhand der für das Kriterium ausschlaggebenden Entscheidungsgröße

$$\Delta U = U(a + \Delta a^{F2}) - U(a + \Delta a^{F1}) \leq 0 \quad (10.2)$$

ist das Ergebnis einer Testrechnung in Abbildung 10.3-a wiedergegeben.

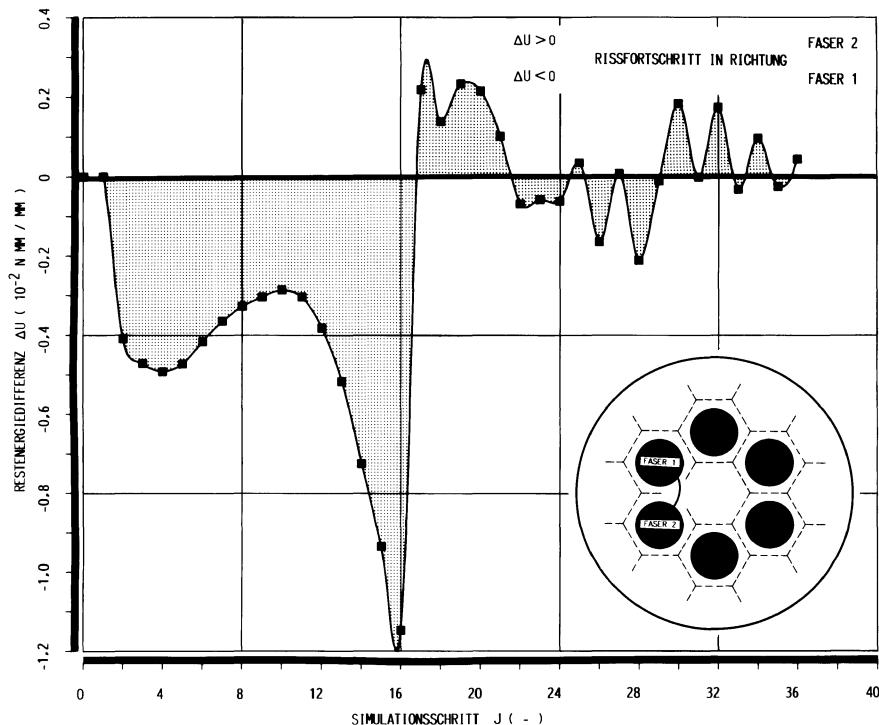


Abb. 10.3-a: Restenergiedifferenz für eine Simulationsrechnung

Die Art der Auftragung der bei der Simulationsrechnung ermittelten Restenergiedifferenzen gestattet einen schnellen Überblick über das Ergebnis einer solchen Rechnung. Da das Vorzeichen des Wertes  $\Delta U$  über die Rißfortschrittsrichtung entscheidet, läßt sich diese aus Abbildung 10.3-a sofort ablesen. So weisen negative Differenzen den Rißfortschritt in die Richtung F1 und positive den in der Grenzfläche F2 aus. Die zu Simulationsbeginn ausschließlich negativen Werte beschreiben demzufolge die Ausbildung des gesamten Matrixrisses, wobei durch eine Beurteilung des Betrages der Energiedifferenzen eine zwischenzeitliche Rißinitiierung an der Grenzfläche der Faser 2 zunehmend unwahrscheinlicher wird, so daß die in Abschnitt 8.3.2 beschriebenen Ergebnisse für den Matrixriß ihre Gültigkeit behalten. Nach Arretieren des Matrixrisses auf der Grenzfläche der Faser 1 erfolgt die Rißablösung entlang der Grenzfläche der Faser 2, wodurch die in Abschnitt 8.3.2.4 diskutierte Abschätzung zumindest im Anfangsgrenzflächenbereich zutreffend ist, da nach weiteren 5 Simulationsschritten ein Wechsel des Rißfortschritts zur Faser 1 ablesbar wird und die in 8.3.2.2 vorgestellten Ergebnisse nicht weiter bestätigt werden, zumal anschließend ein alternierendes Fortschreiten der Rißspitzen auf beiden Grenzflächen prognostiziert wird.

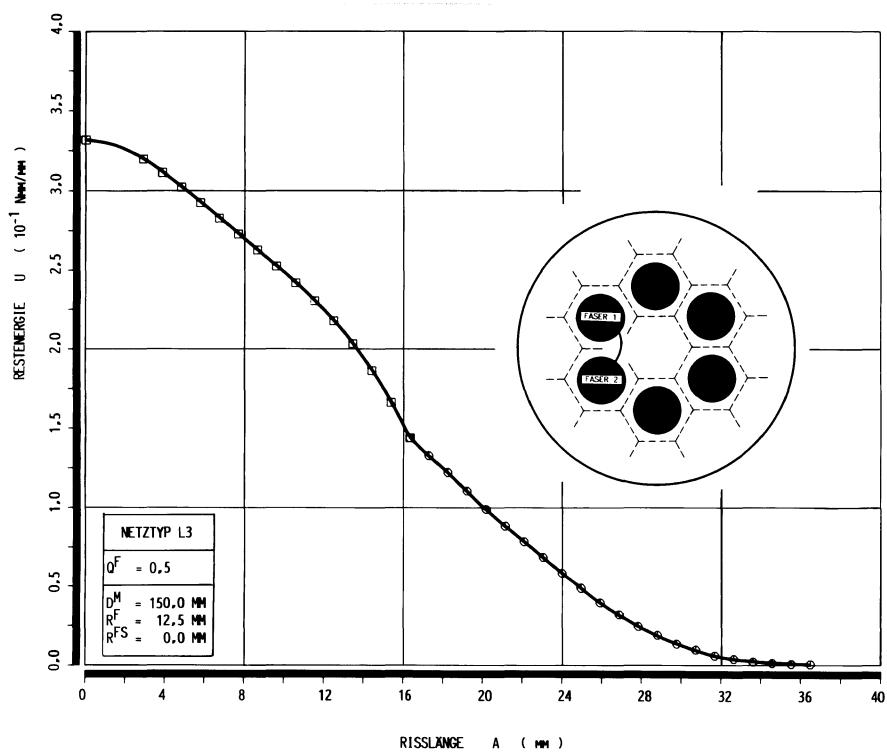


Abb. 10.3-b: Im System gespeicherte Verzerrungsenergie

In Abbildung 10.3-b ist die gesamte, in der FE-Struktur gespeicherte Restenergie als Funktion der Gesamtrißlänge dargestellt.

Durch Zuordnung der mit Hilfe des Rißfolgekriteriums ermittelten, im simulierten Systemstadium gespeicherten lokalen Verzerrungsenergien zum zugehörigen Rißspitzenfortschritt lassen sich die mittels der globalen Energiedifferenzmethode berechneten Gesamtenergiefreisetzungsraten für die einzelnen Rißsequenzen angeben.

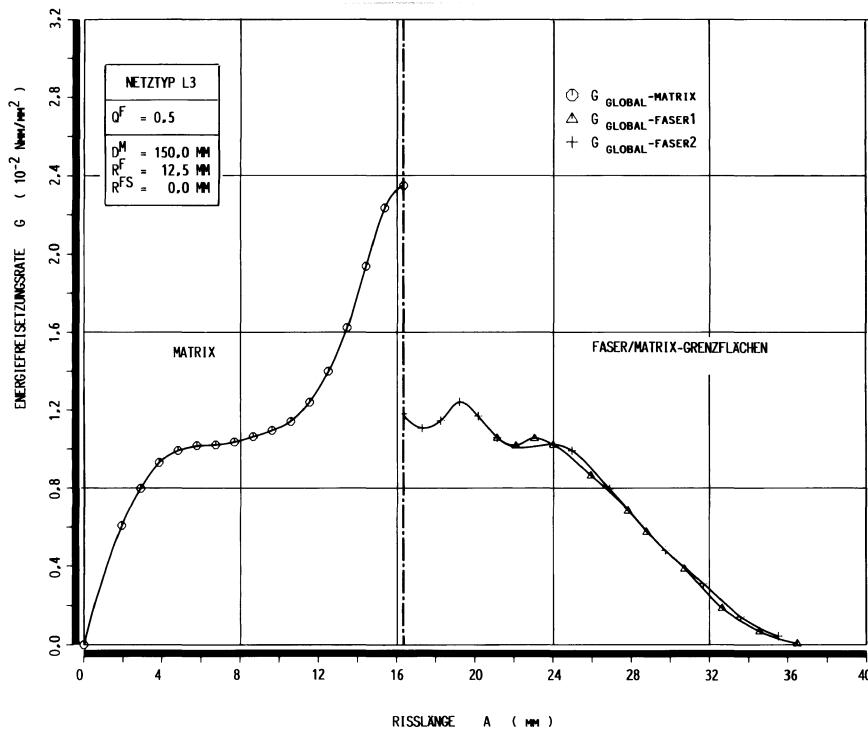


Abb. 10.3-c: Gesamtenergiefreisetzungsraten G für eine vollständige Eigenspannungsrißfolgesimulation

In Abbildung 10.3-c ist der gesamte Verlauf der drei Teilphasen einer Rißfolgesimulation abgebildet, wobei die ermittelten Gesamtenergiefreisetzungsraten über der sich einstellenden Rißlänge aufgetragen wurden. Man erkennt deutlich das spätere Einsetzen des Grenzflächenrisses entlang der Faser 1 und das alternierende, fast synchrone Fortschreiten beider Rißspitzen bis zur geometrischen Endlage.

Auf der Basis der vorgestellten Untersuchungen wurden für die Fehlstrukturvarianten Typ-B, -C und -D Simulationen durchgeführt, wobei die Rißgeometrie jeweils aus den experimentell erhaltenen

Rißkonturen der entsprechenden Modelle abgegriffen und in ein modifiziertes FE-Netz integriert wurden.

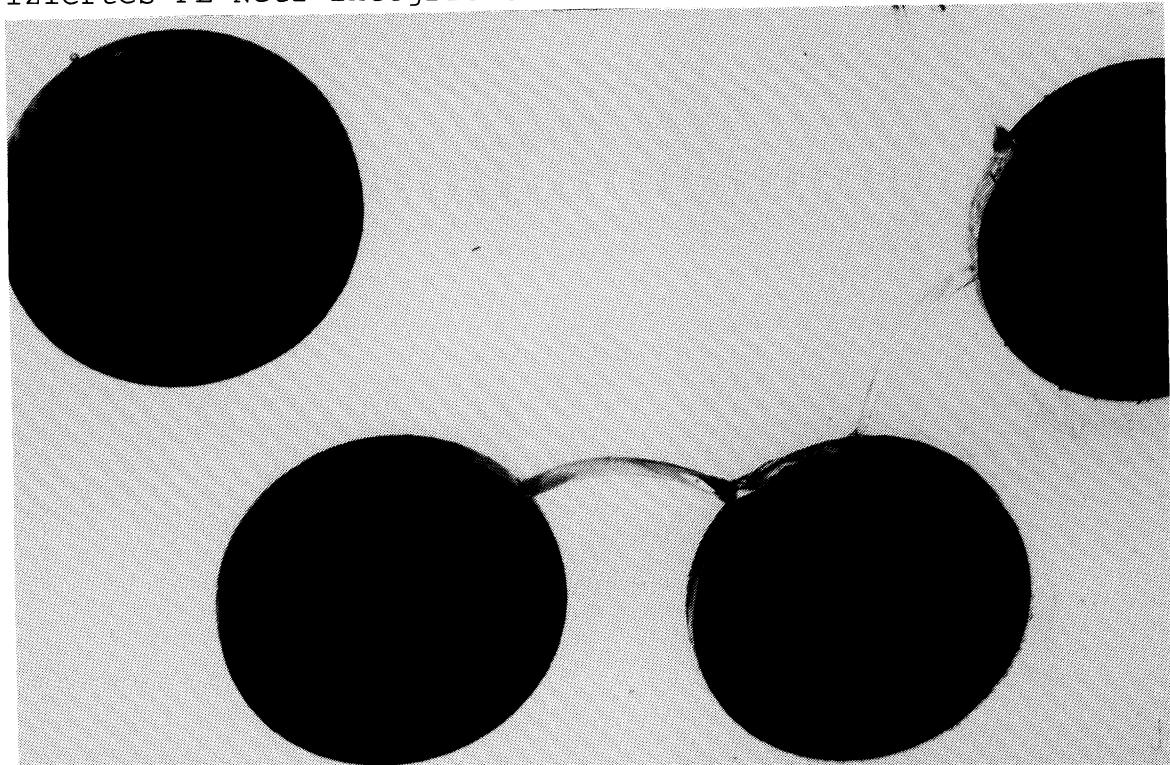


Abb. 10.4-a: Eigenspannungsrißkombination in einer Verbundprobe mit Strukturfehler; Typ-B

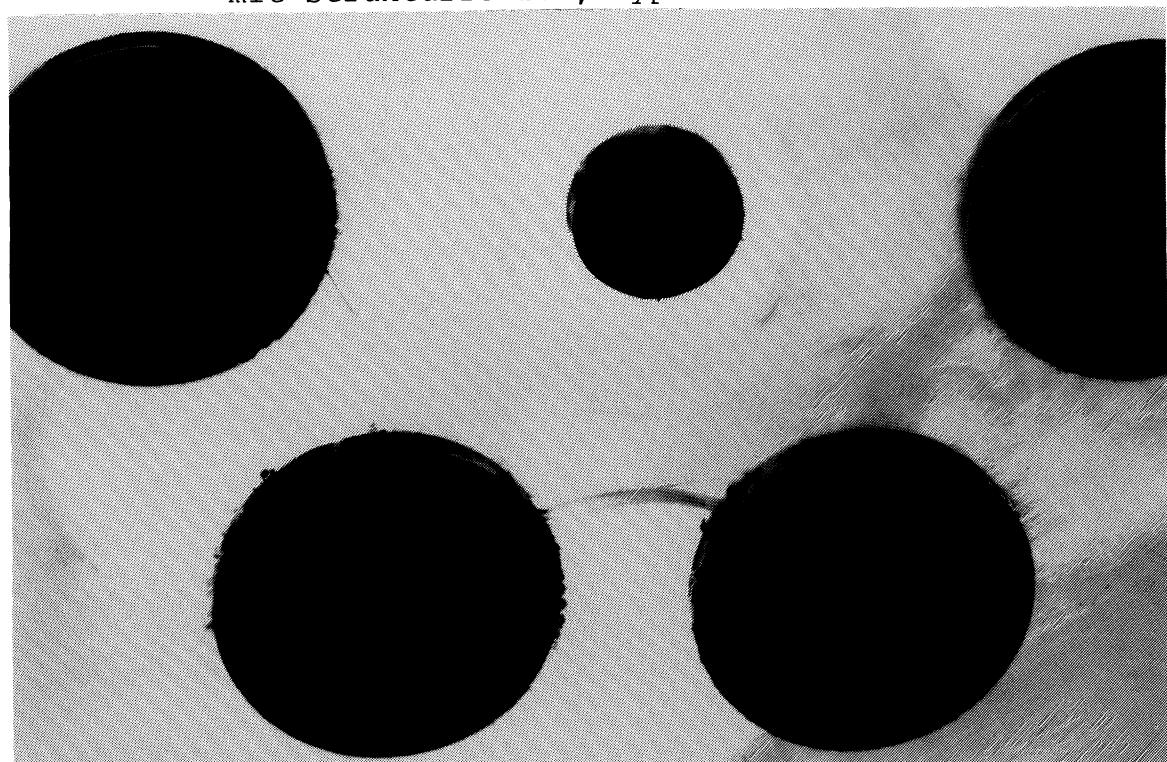


Abb. 10.4-b: Eigenspannungsrißkombination in einer Verbundprobe mit Strukturfehler; Typ-C

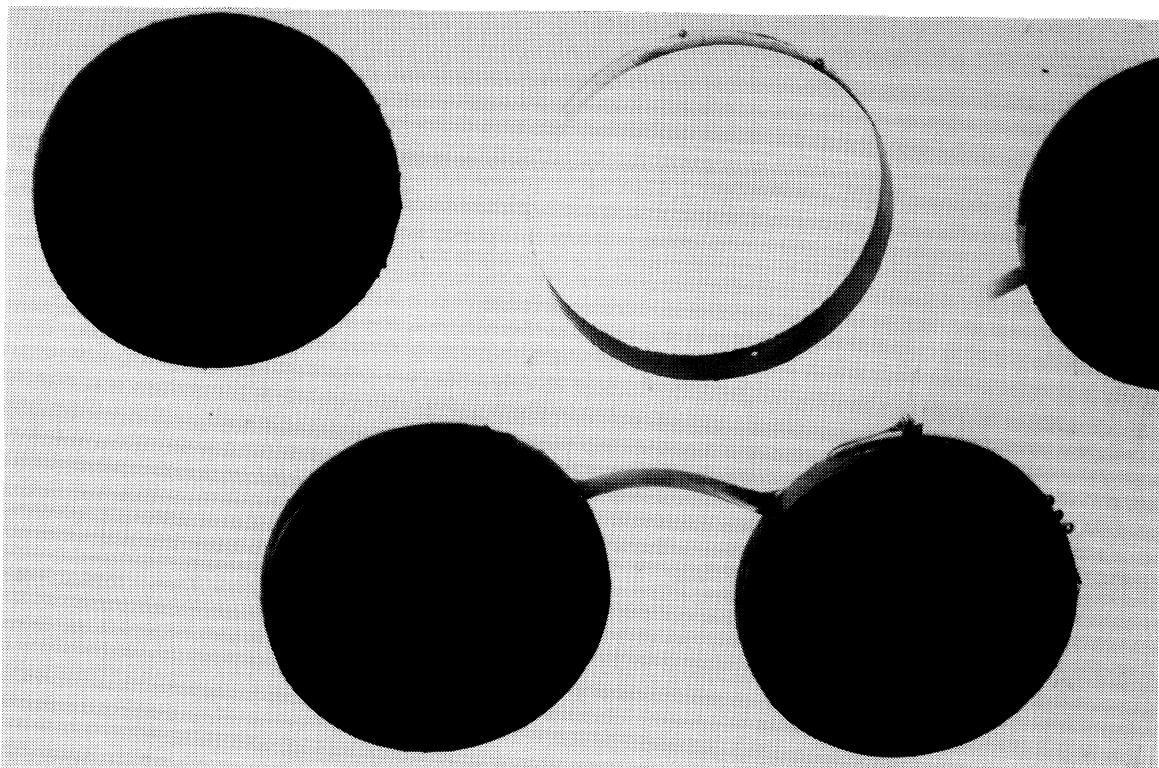


Abb. 10.4-c: Eigenspannungsrißkombination in einer Verbundprobe mit Strukturfehler; Typ-D

In den Abbildungen 10.4-a, -b und -c sind derartige Modelle eines Faserverbundwerkstoffes mit Strukturfehlern und Eigenspannungsrißkonfigurationen angegeben.

#### **10.3.1 SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND FEINER ELEMENTEINTEILUNG**

Zur Erzielung verbesserter Ergebnisse und zur Abschätzung des Einflusses der Feinheit einer Diskretisierung wurde für die weiteren Simulationsstudien der Netztyp L3RE-TYP-B benutzt. In Abbildung 10.5 ist das durch Elementerweiterung entlang der prospektiven Rißlinie entstandene Netz angeführt.

In Abbildung 10.6 ist der Verlauf der Restenergie in Abhängigkeit von der Gesamtrißlänge einer Rißfolge-Simulationsrechnung wiedergegeben, der sich von Abbildung 10.3-b nur durch die Verdoppelung der auswertbaren Rißschrittweiten unterscheidet.

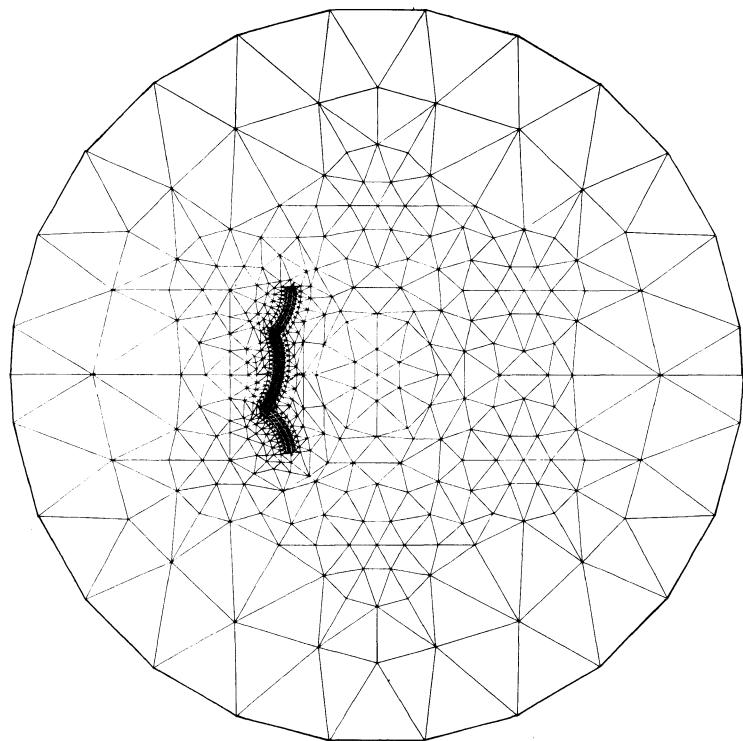


Abb. 10.5: FE-Struktur für eine Rißfolgesimulation mit homogener Elementeinteilung entlang der prospektiven Rißlinie

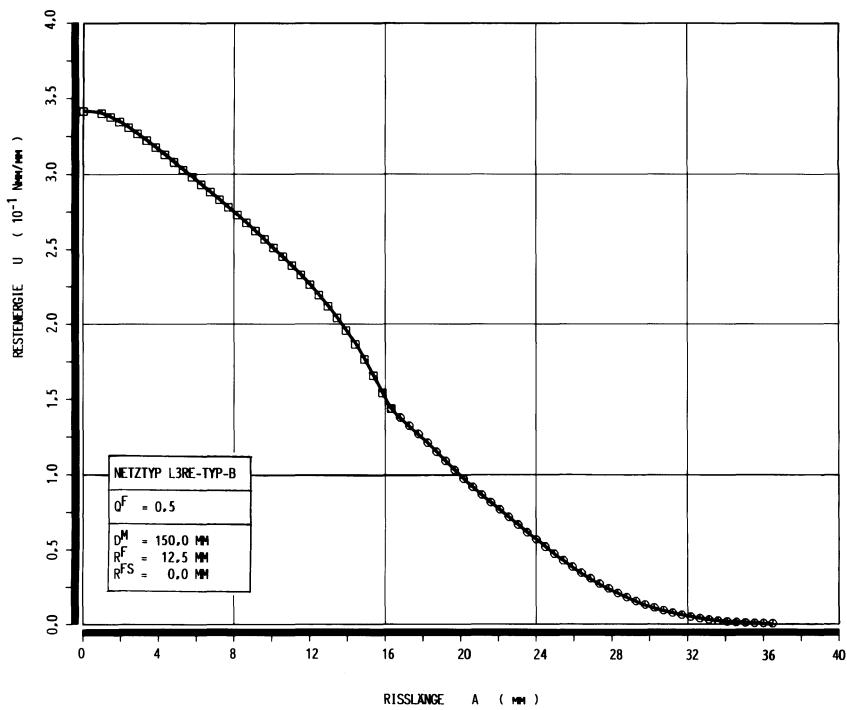


Abb. 10.6: Im System verbliebene Restenergie in Abhängigkeit von der Rißlänge

Die Darstellung der Rißfolge anhand der Restenergiedifferenzen nach dem Rißfolgekriterium ist in Abbildung 10.7 zu sehen, wobei deutlich der Einfluß der Netzverfeinerung im Betrag der Restenergiedifferenzen und in deren Verlauf zu erkennen ist. Nachdem der Matrixriß wiederum vollständig ausgebildet ist, erfolgt die Rißverlängerung entlang der Faser 2 mit nachfolgendem Grenzflächenriß entlang der Faser 1. Anschließend bewegen sich beide Rißspitzen synchron entlang der Grenzflächen der Fasern 1 und 2. Die durch die globalen Energiemethode bestimmten Gesamtenergiefreisetzungsraten für die einzelnen Rißabschnitte im Matrix- und Grenzflächenbereich sind der Abbildung 10.8 zu entnehmen. Auch hier ist die verbesserte Nachbildung des gleichzeitigen Fortschreitens der beiden Grenzflächenrißspitzen zu beobachten.

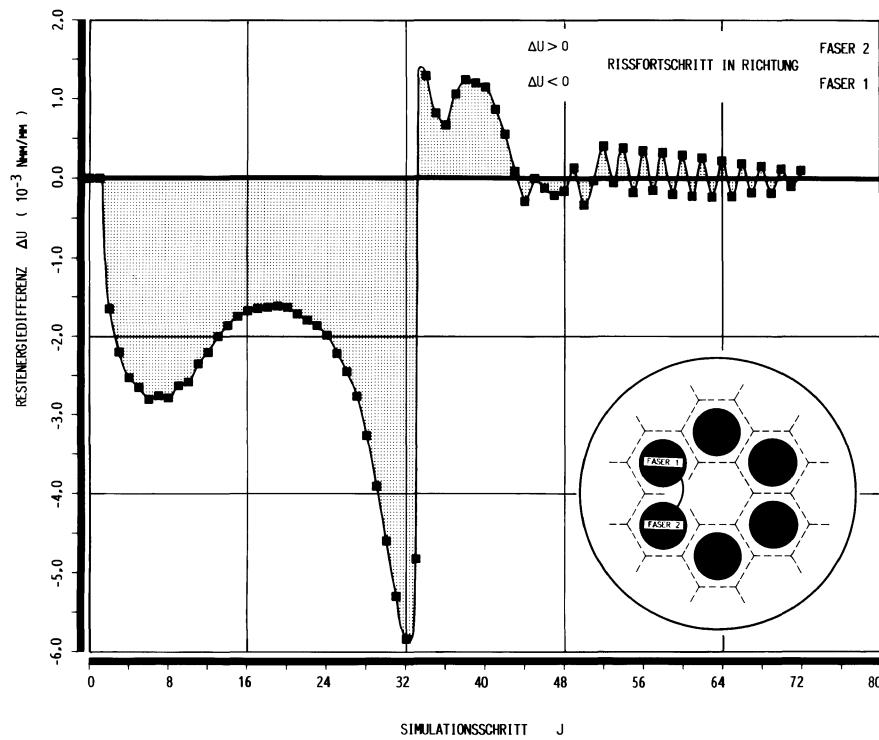


Abb. 10.7: Restenergiedifferenz für eine Simulationsrechnung mit einem Netz mit feiner Elementeinteilung

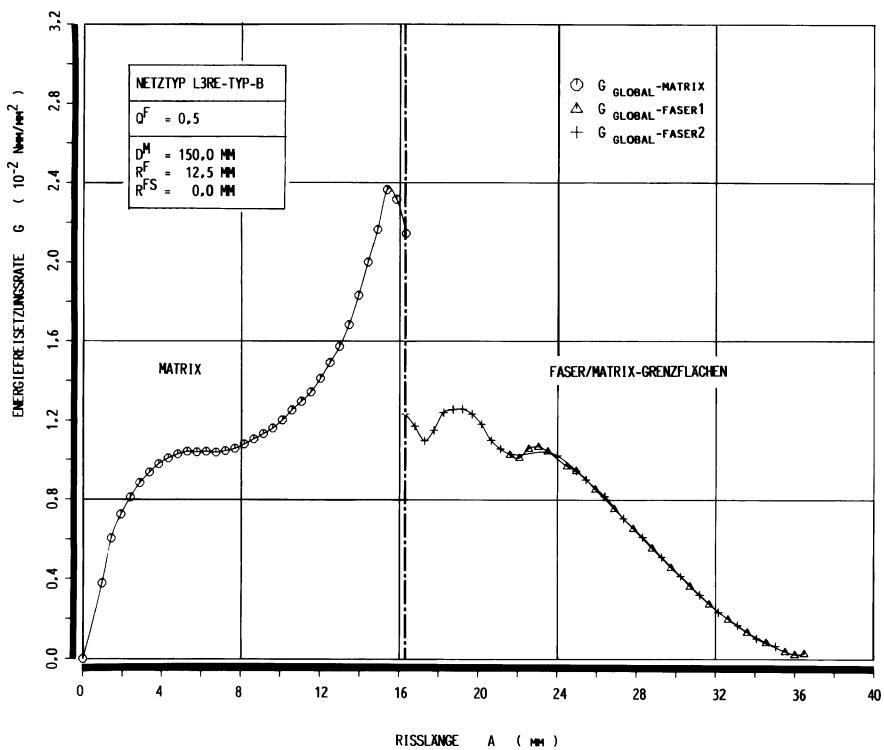


Abb. 10.8: Gesamtenergiefreisetzungsrate  $G$  für eine vollständige Eigenspannungsrißfolgesimulation

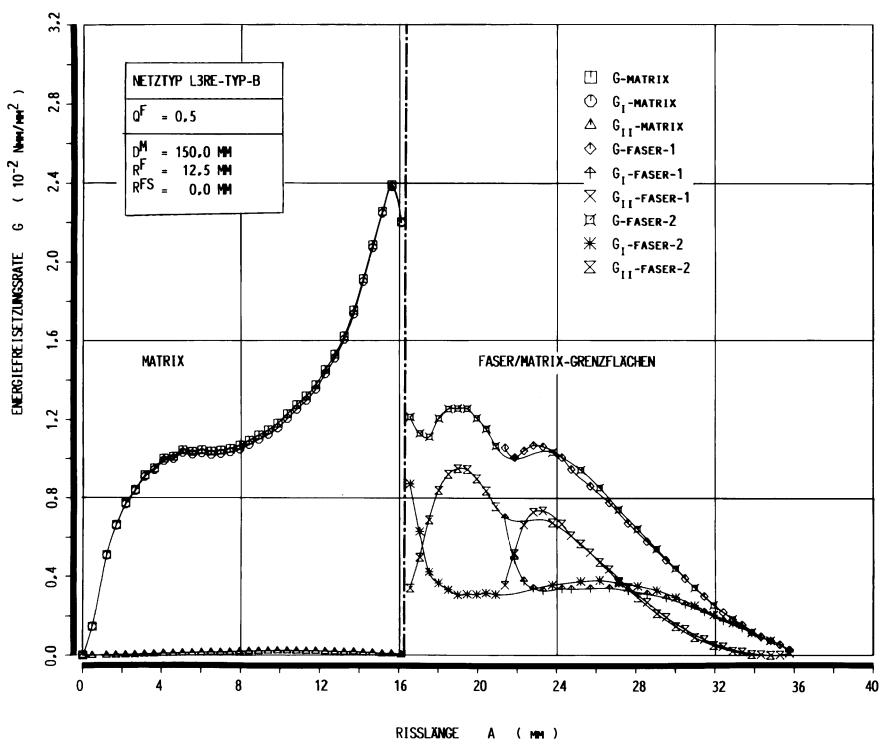


Abb. 10.9: Gesamtenergiefreisetzungsrate und separierte Anteile

Zur Separierung der Energiefreisetzungsrateanteile wurden mit Hilfe der lokalen Energiemethode entlang der gesamten simulierten

Rißphase die  $G_I$ - und  $G_{II}$ -Komponenten in Abhängigkeit von der Rißlänge ermittelt und in Abbildung 10.9 aufgetragen. Die Abbildungen 10.10-a-d geben eine Serie markanter Stadien während der Rißbildung wieder.

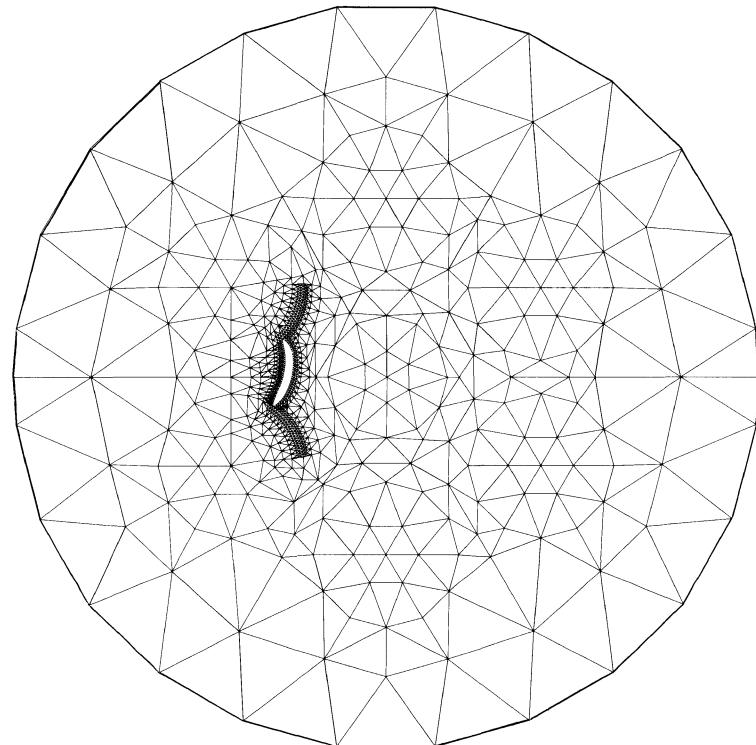


Abb. 10.10-a

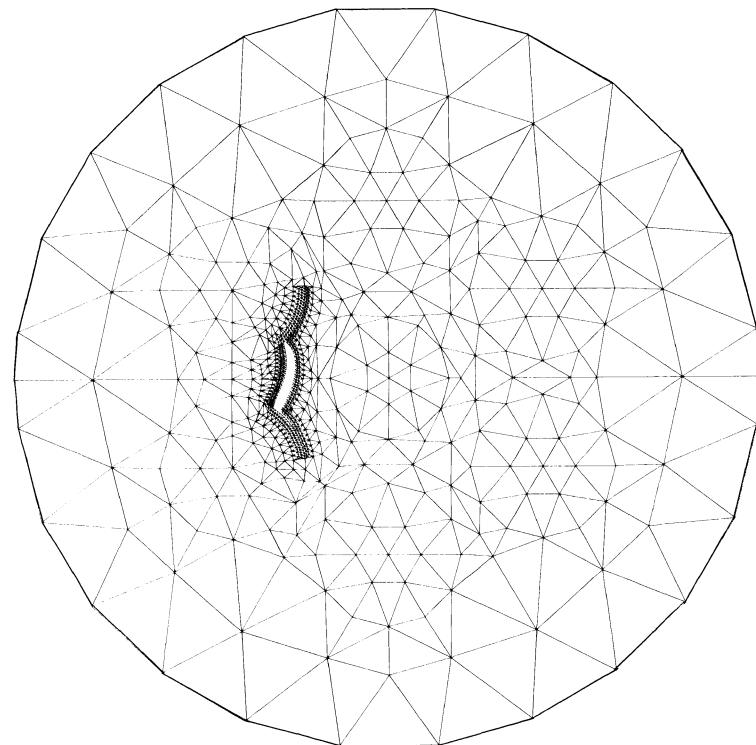


Abb. 10.10-b

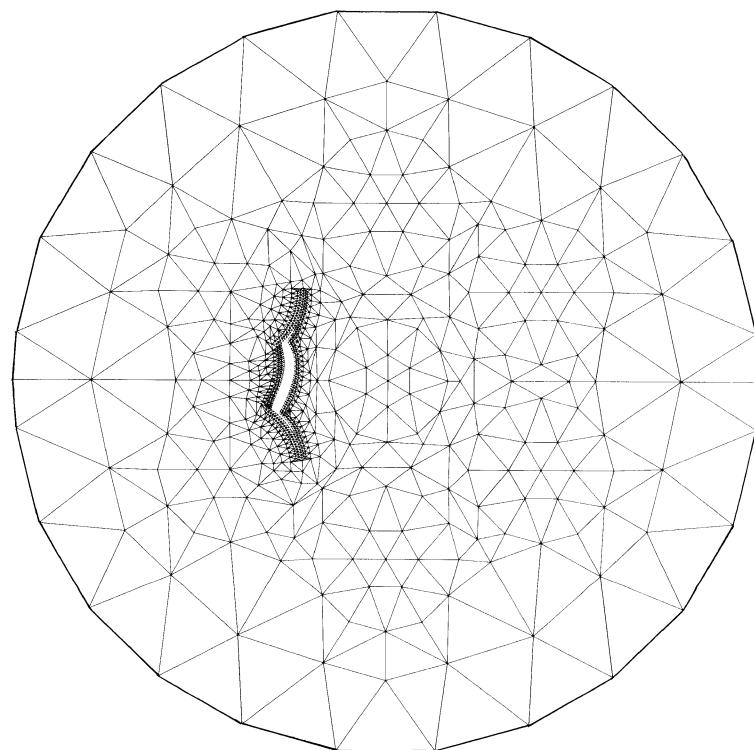


Abb. 10.10-c

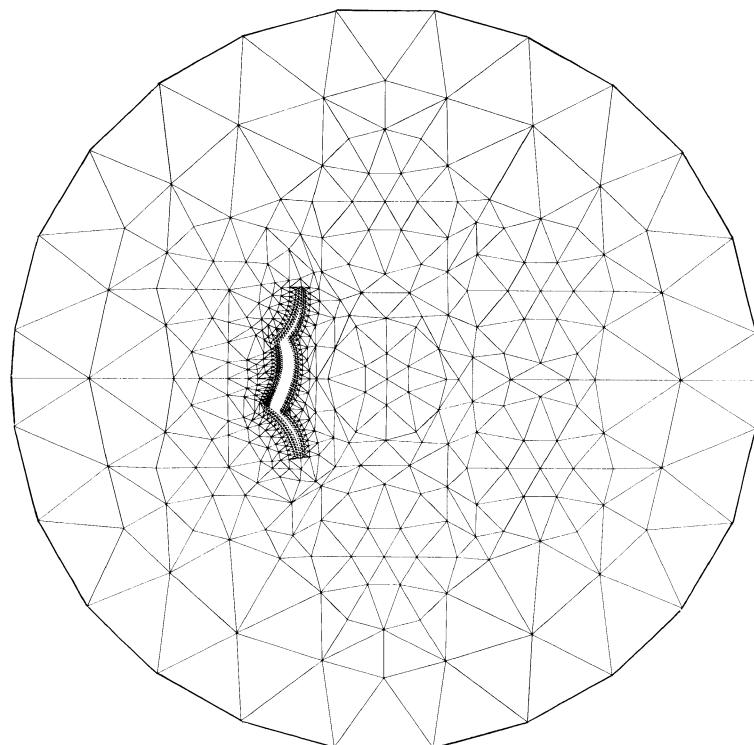


Abb. 10.10-d

Abb. 10.10-a-d: Verformte Verbundstruktur

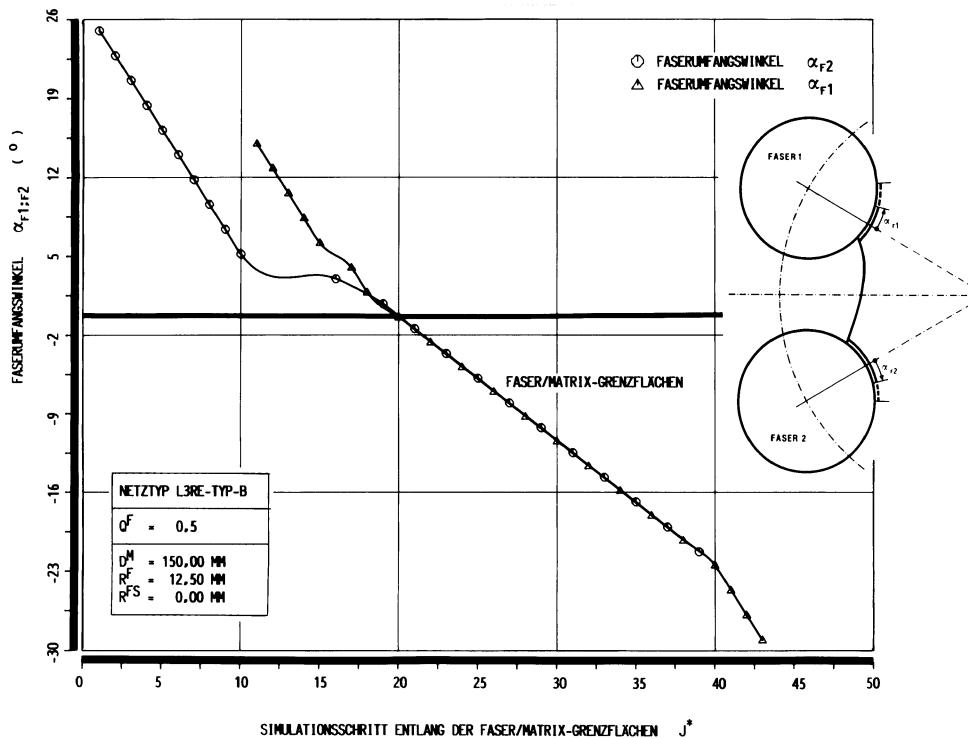


Abb. 10.11: Rißspitzenwinkel

Zur besseren Verdeutlichung geometrischer Gegebenheiten bei der Ausbildung der beiden Grenzflächenrisse sind die lokalen Rißspitzenpositionen in Form von bezogenen Faserumfangswinkeln in Abbildung 10.11 aufgetragen worden.

Die Art der Darstellung zeigt deutlich die Grenzflächenrißentwicklung an der Faser 2, deren Fortschreiten über die geometrische Symmetrie hinaus, das Arretieren in der Grenzfläche, den Beginn des Grenzflächenrisses an der Faser 1 und das synchrone Fortschreiten der beiden Rißspitzen bei Erreichen der geometrischen Symmetrie.

In Abbildung 10.12 ist die Rißuferverschiebung in Abhängigkeit von der Rißspitzenposition für alle sich während der Rißsimulation einstellenden Rißlängen dargestellt. Es ist deutlich der Rißfortschritt in der Matrix und das alternierende Fortschreiten entlang der Grenzflächen an Faser 1 und Faser 2 zu sehen.

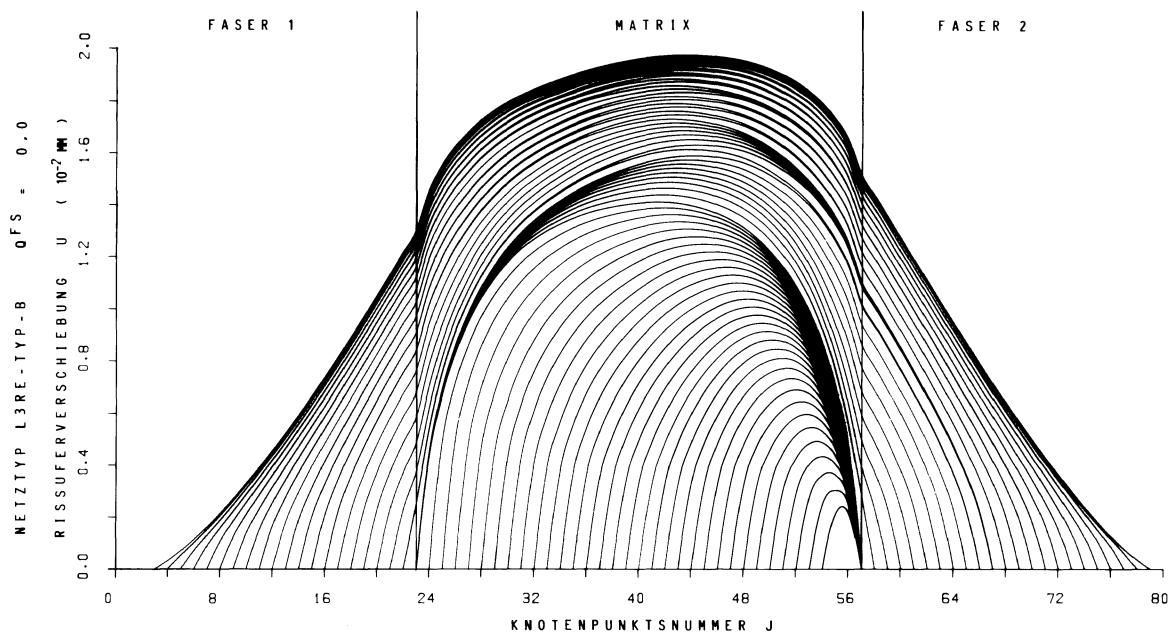


Abb. 10.12: Rißuerverschiebung

### 10.3.2 SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND ZENTRISCHER FEHLFASER, TYP C

Für eine Modellstruktur mit einer zentralen Fehlfaser und einem Fehlfaser/Matrix-Verhältnis von  $Q^{FS} = 0,125$  (d.h.  $R^{FS} = 1/2 R^F$ ) stellte sich im Experiment ebenfalls eine stabile gekrümmte Matrix/Grenzflächenrißkombination ein, wie sie exemplarisch in Abbildung 10.4-b angegeben worden ist.

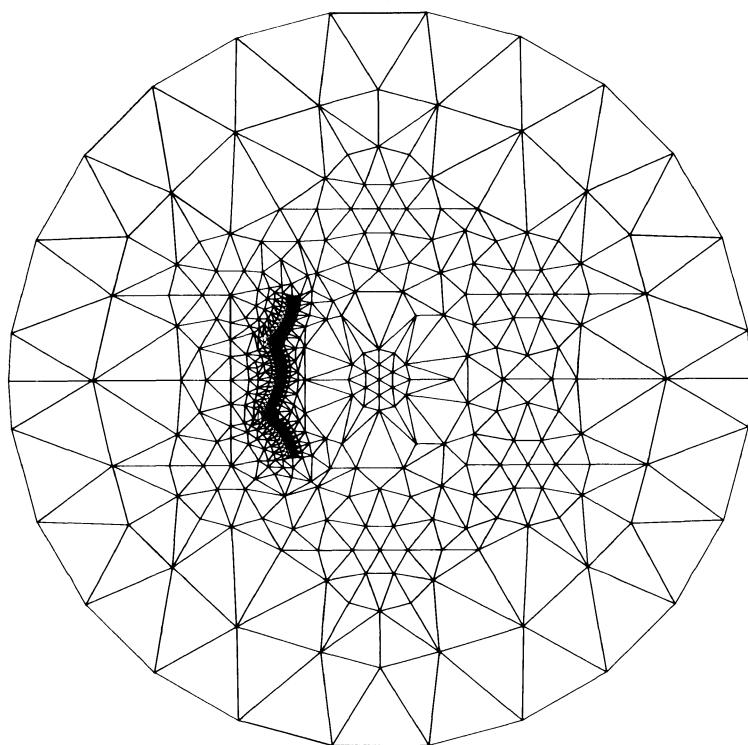


Abb. 10.13: Topologie einer Verbundstruktur mit kleiner Mittelfaser; Typ-C

Die Abbildung 10.14 zeigt wiederum den Verlauf der im Gesamtsystem gespeicherten Verzerrungsenergie in Abhängigkeit von der sich bei der automatischen Simulationsrechnung einstellenden Gesamtrißlänge.

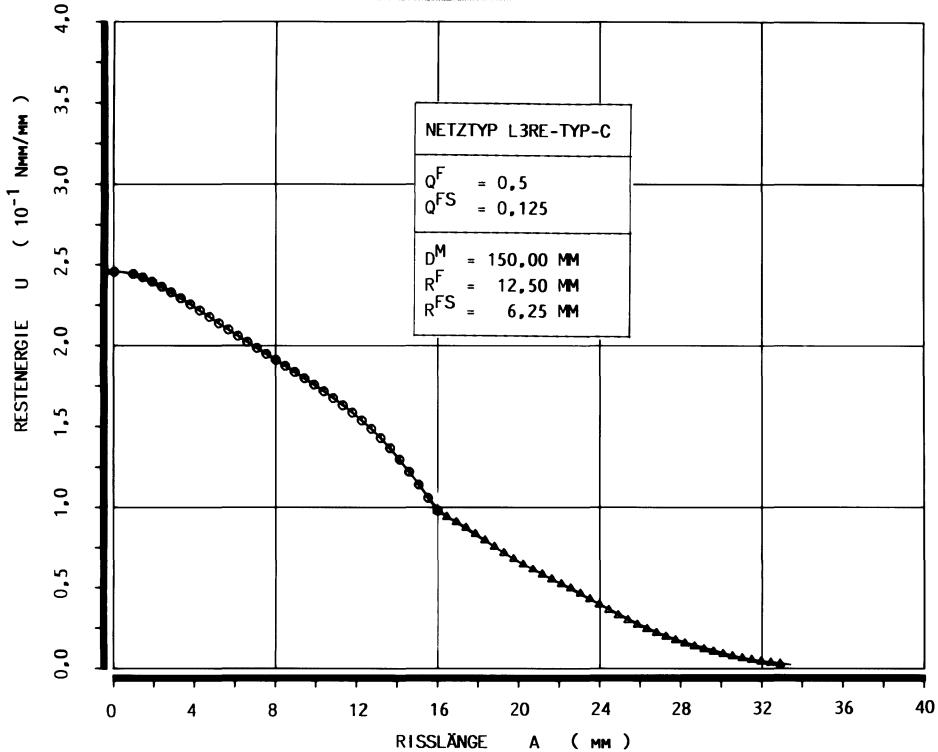


Abb. 10.14: Restenergie in der Struktur in Abhängigkeit von der Rißlänge für die Modellvariante Typ-C mit  $Q^{FS} = 0,125$

Die Restenergiedifferenzen, die zur Rißfortschrittsbeurteilung herangezogen werden, sind in Abbildung 10.15 über den Simulations-schritten aufgetragen. Es stellt sich wiederum zuerst der gesamte Matrixriß ein.

Erst nachdem sich der Grenzflächenriß auf der Faser 2 über einen relativ großen Winkelbereich erstreckt hat und einen ähnlich lan-gen Abschnitt auf der Faser 1 durchlaufen hat, stellt sich sehr viel später als bei der früher vorgestellten Variante gemäß Abbil-dung 10.7 das gleichförmige Alternieren beider Rißspitzen ein.

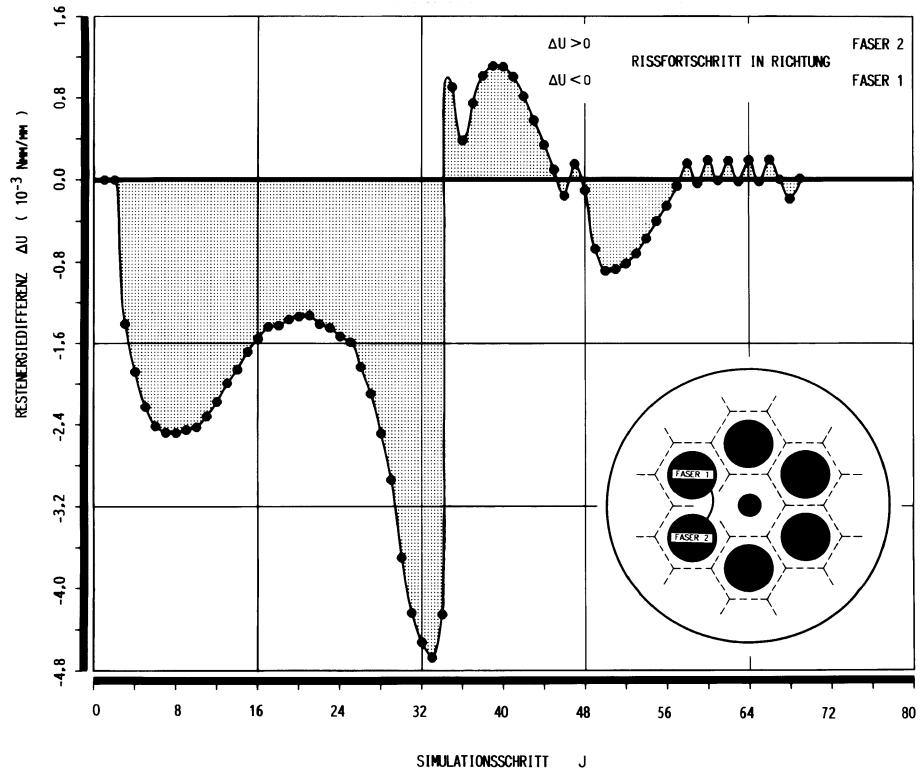


Abb. 10.15: Differenz der Restenergie für die Struktur mit zentrischer kleiner Fehlfaser

In Abbildung 10.16 ist die Trennung der Komponenten der Gesamtenergiefreisetzungsraten vorgenommen und dargestellt worden.

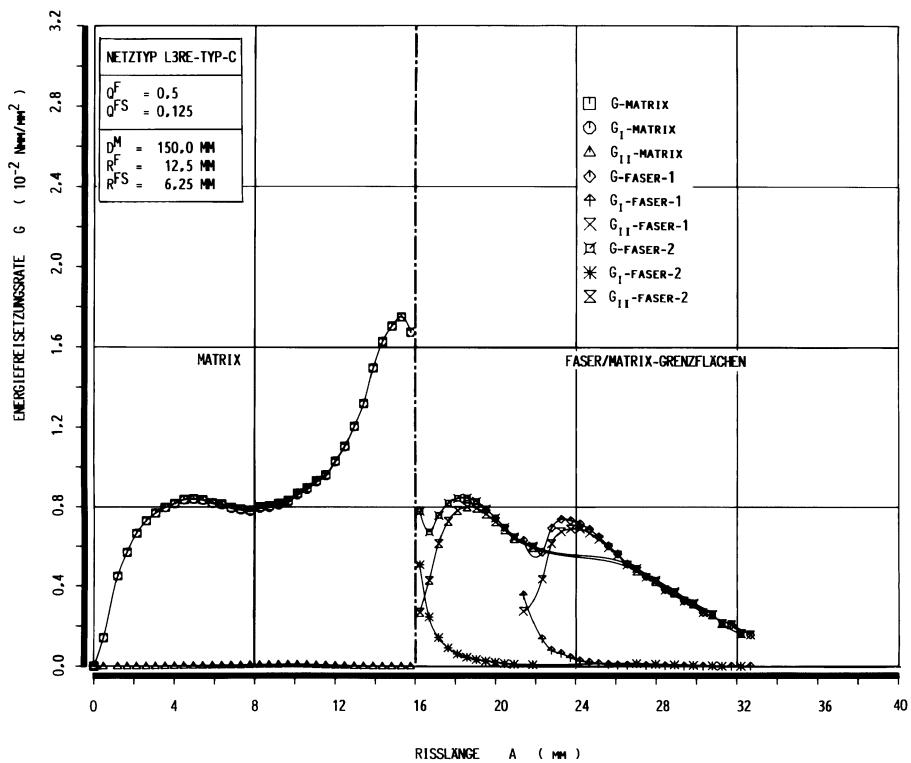


Abb. 10.16: Gesamtenergiefreisetzungsraten und separierte Anteile

Die mit der lokalen Energiemethode R2 ermittelten separierten  $G_I$ - und  $G_{II}$ -Anteile sind wiederum für den Matrixbereich und die Grenzflächenrißkombination wiedergegeben werden. Die  $G_{II}$ -Anteile sind für den Matrixriß auch im vorliegenden Fall vernachlässigbar klein. Für die hier behandelte Fehlstrukturvariante kann der in Abbildung 10.11 deutlich geometrisch synchrone Rißfortschritt nicht bestätigt werden, wie aus Abbildung 10.17-a ersichtlich ist. Es ist jedoch eine konstante Abweichung in der Rißspitzenposition feststellbar.

Im Bereich der Matrixanfangs- und Endwerte der in Abbildung 10.17-b dargestellten Rißuferverschiebung  $u$  zeigen sich deutlich Spitzenwerte, die durch die Behinderung der Strukturverformung in der Modellmitte hervorgerufen werden.

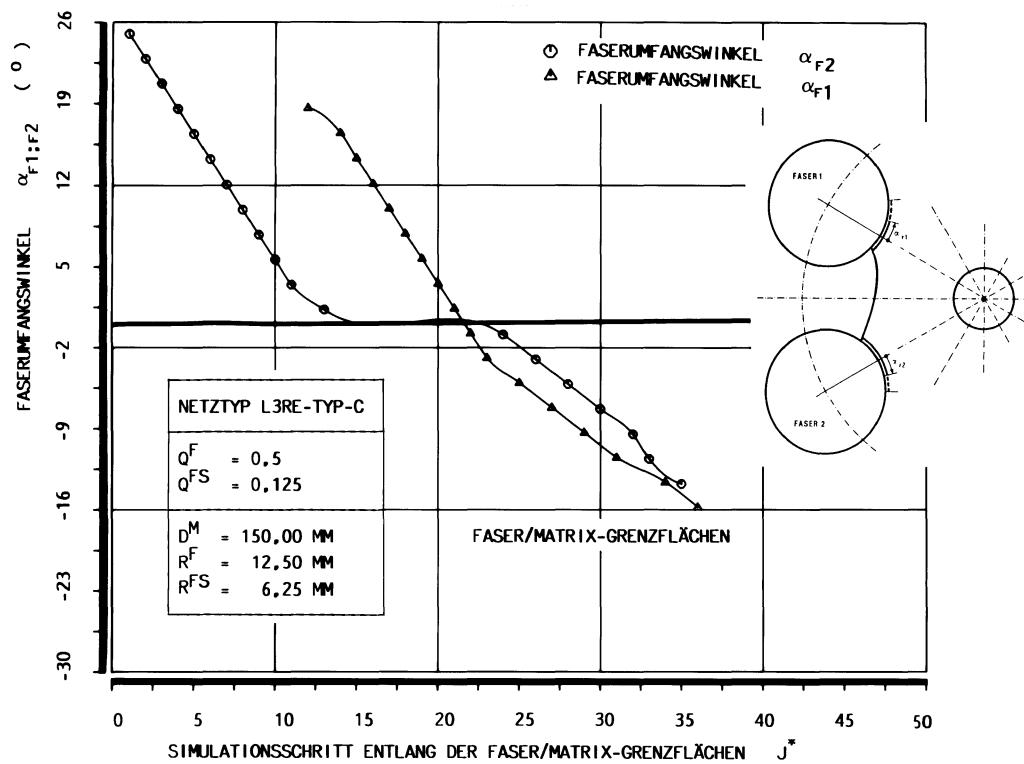


Abb. 10.17-a: Rißspitzenwinkel

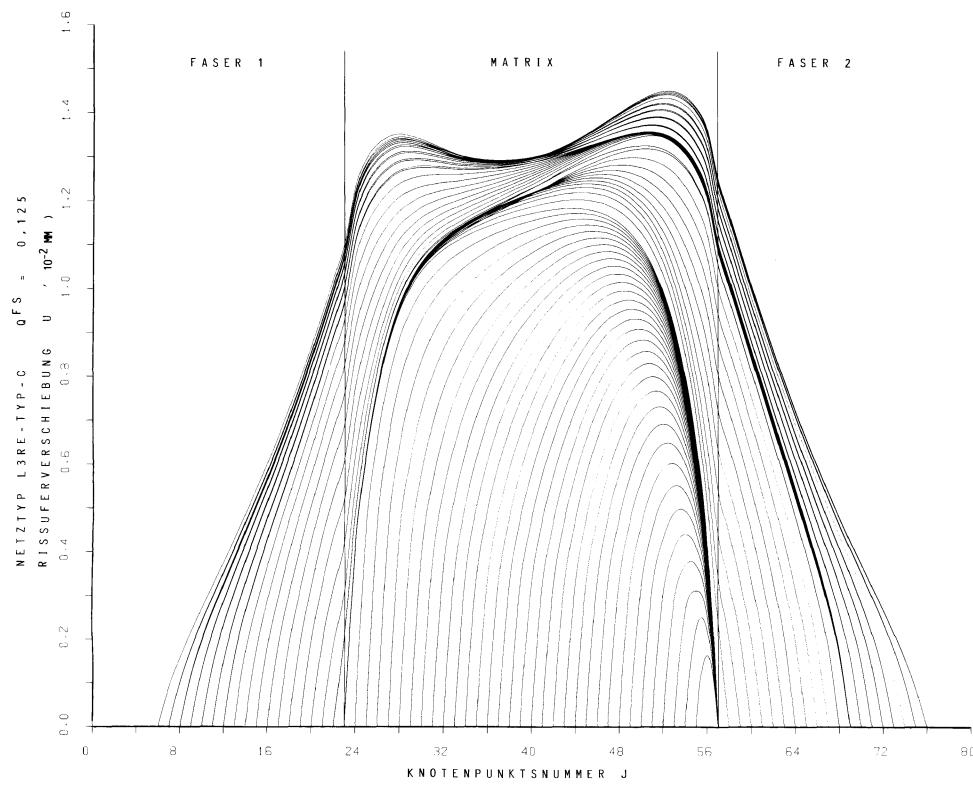


Abb. 10.17-b: Rissuferverschiebung  $u$

### **10.3.3 SIMULATION DER RISSFOLGE FÜR EINE STRUKTUR MIT SECHS FASERN UND ZENTRISCHER BOHRUNG, TYP D**

In Abbildung 10.18 ist abweichend von der regulären Anordnung der Einschlüsse die topologisch nachgebildete Geometrie eines Verbundmodells mit einer fehlenden mittleren Faser, d.h. zentralen Bohrung, dargestellt. Das Fehlstruktur/Matrix-Verhältnis ist zu  $Q^{FS} = -0,5$  gewählt worden. Für ein derartiges Modell stellt sich im Experiment die in Abbildung 10.4-c wiedergegebene Rißkonfiguration ein.

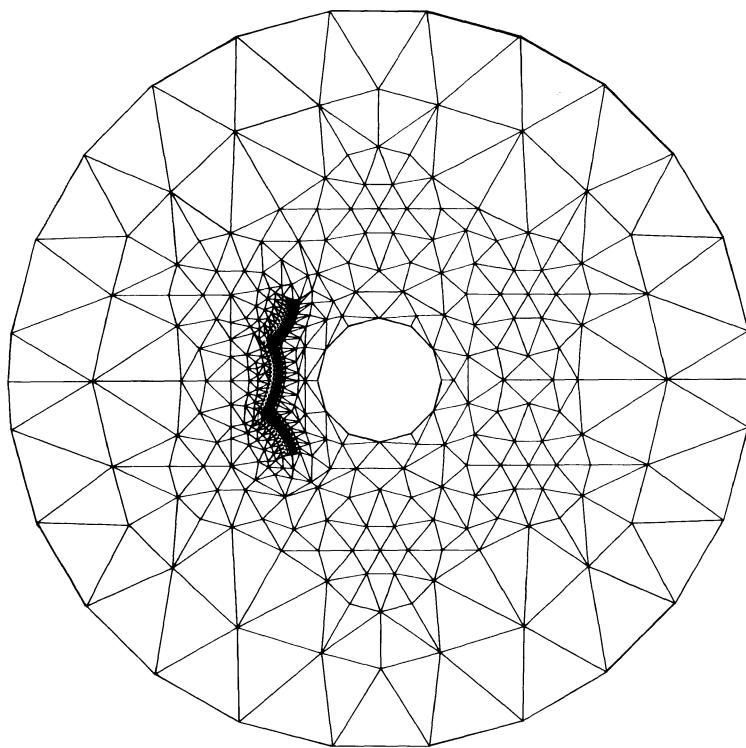


Abb. 10.18: Topologie einer Verbundstruktur mit zentraler Bohrung; Typ-D

In Abbildung 10.19 ist der Verlauf der im System gespeicherten Restenergie und deren Veränderung mit wachsender Rißlänge angegeben. Abbildung 10.20 gibt die Veränderung der Restenergiedifferenzen in Abhängigkeit vom Simulationsschritt wieder. Auch in dieser Modellvariante ist der Matrixriß voll ausgebildet, bevor sich der Grenzflächenriß an der Faser 2 bildet, um nach einigen Rißschritten zu arretieren. Das anschließende Debonding an Faser 1 wird nach einigen Schritten unterbrochen. Es schließt sich das gemeinsame synchrone Fortschreiten beider Grenzflächenrißspitzen bis zur Arretierung beider Rißspitzen an.

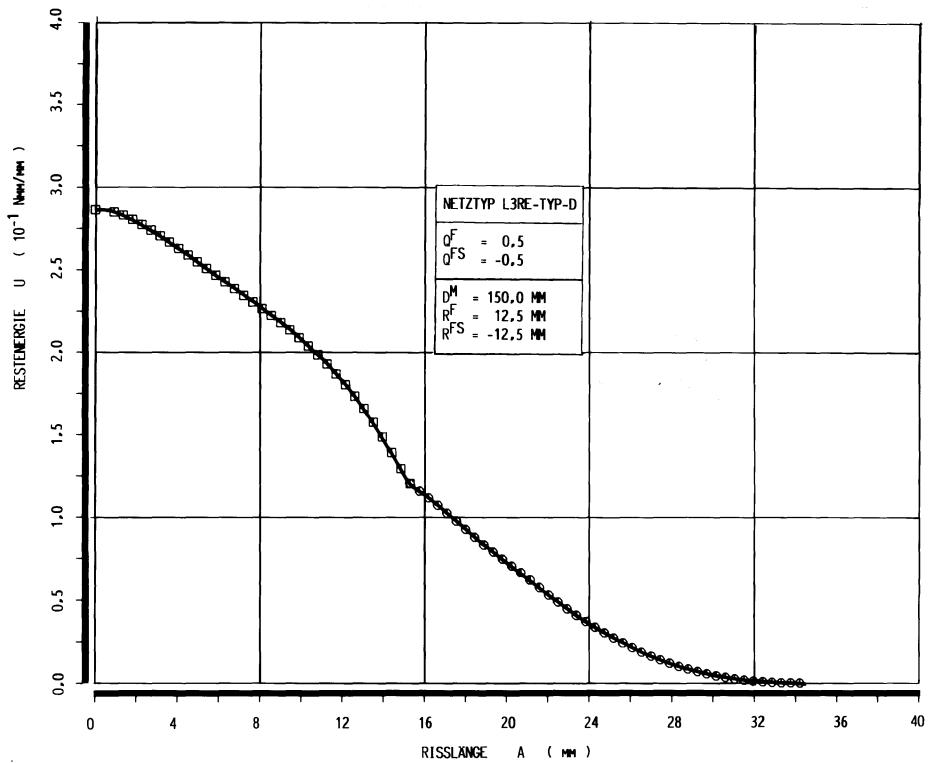


Abb. 10.19: Restenergie in Abhängigkeit von der Rißlänge für die Modellvariante Typ-D mit  $Q^{FS} = -0,5$

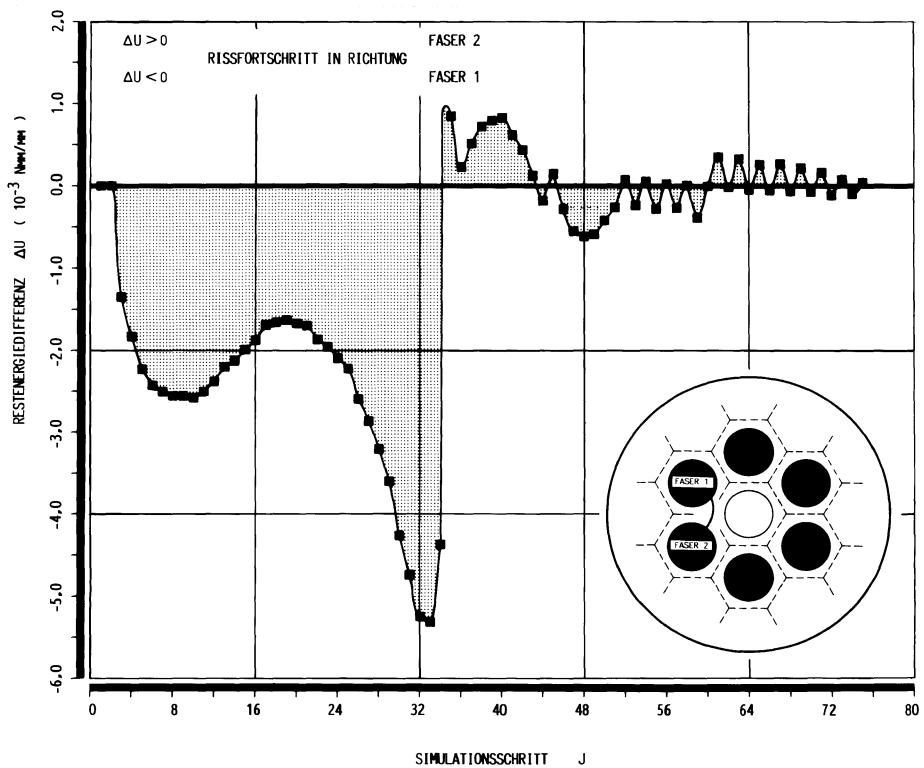


Abb. 10.20: Differenz der Restenergie für die Struktur mit zentrischer Bohrung

Abbildung 10.21 zeigt für eine vollständige Simulationsrechnung die separierten Anteile der Gesamtenergiefreisetzungsraten.

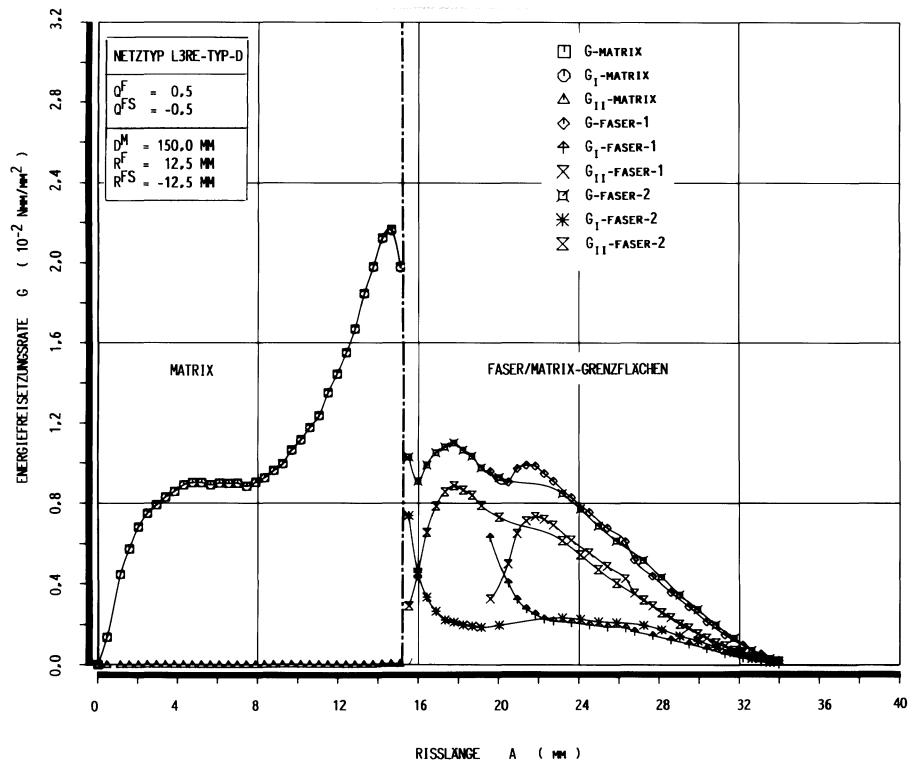


Abb. 10.21: Gesamtenergiefreisetzungsräte und separierte Anteile

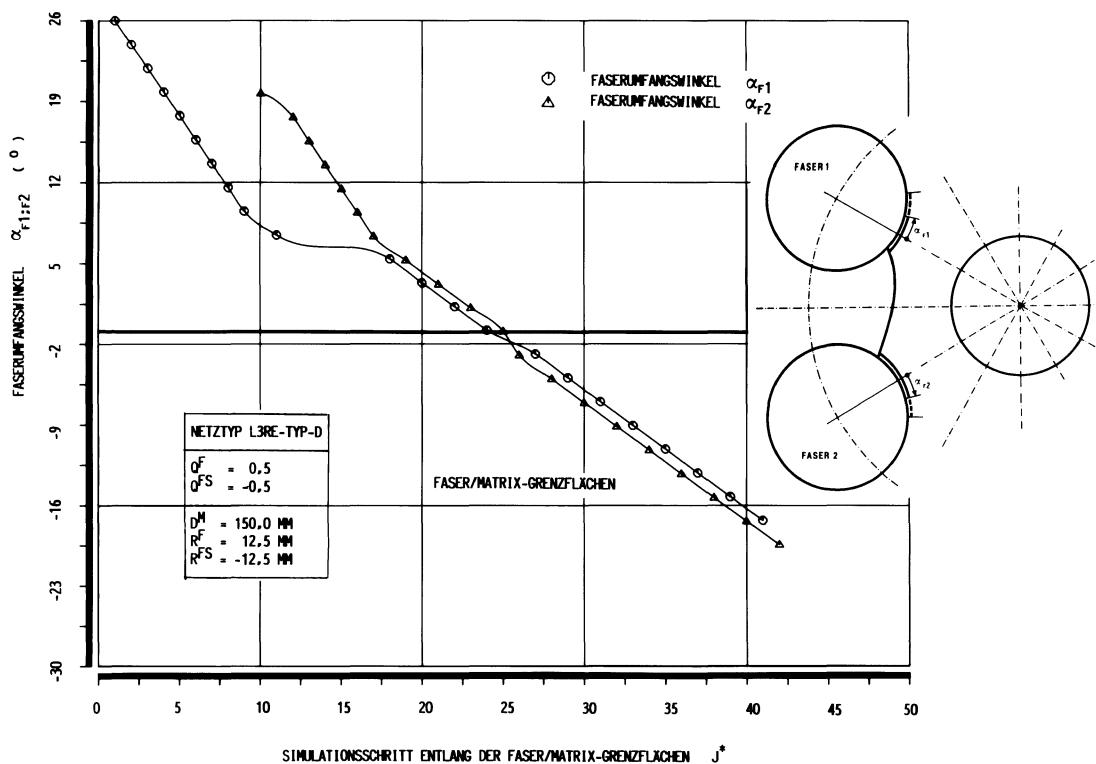


Abb. 10.22: Rißspitzenwinkel

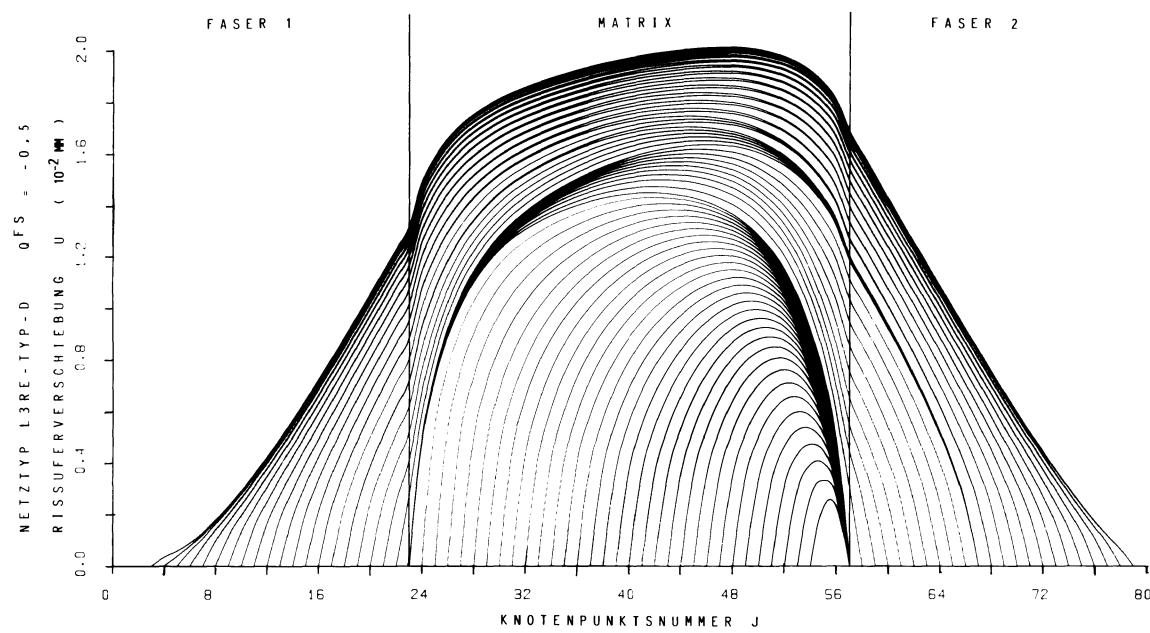


Abb. 10.23: Rißuferverschiebung  $u$

Die Darstellung der Rißwinkel für die bewegten Grenzflächenrißspitzen ist in Abbildung 10.22 wiedergegeben. Die Auftragung der Rißuferverschiebung über den zugehörigen Rißspitzenpositionen ist der Abbildung 10.23 zu entnehmen.

## 10.4 GEGENÜBERSTELLUNG DER SIMULATIONSERGEBNISSE

In der Abbildung 10.24 sind die drei für die Simulationsrechnungen verwendeten, experimentellen Rißverläufen entnommenen Rißkonturen zusammengestellt.

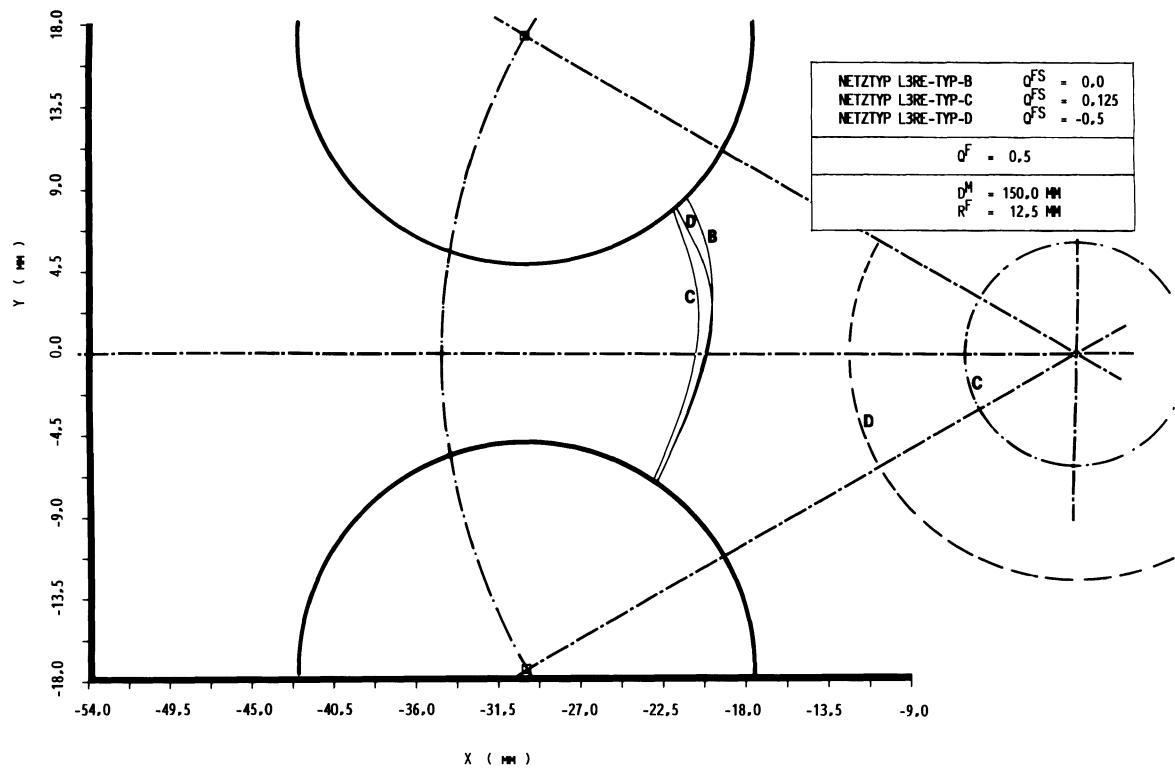


Abb. 10.24: Rißverläufe für die Simulationsrechnungen

Die Rißverläufe zeigen deutlich geometrische Unterschiede in Abhängigkeit von der Strukturmodellierung, d.h. der Fehlstrukturvariante.

### 10.4.1 RISSUERVERSCHIEBUNGEN

Um einen Überblick über die Verformung infolge eines fortschreitenden Eigenspannungsrißes zu erhalten, wurden die Rißuerververschiebungen in einer quasidreidimensionalen Darstellungsweise als Funktion der Rißspitzenpositionen und des Simulationsschrittes in den Abbildungen 10.25-a, -b und -c wiedergegeben.

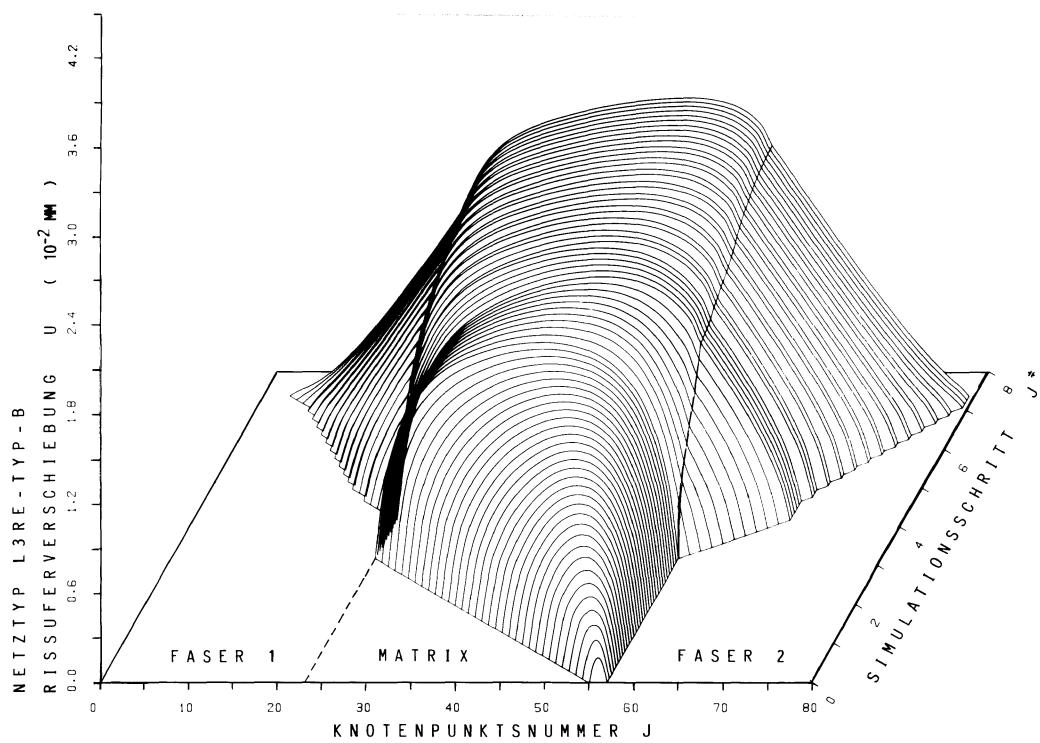


Abb. 10.25-a: Rißuerverschiebungen; Typ-B

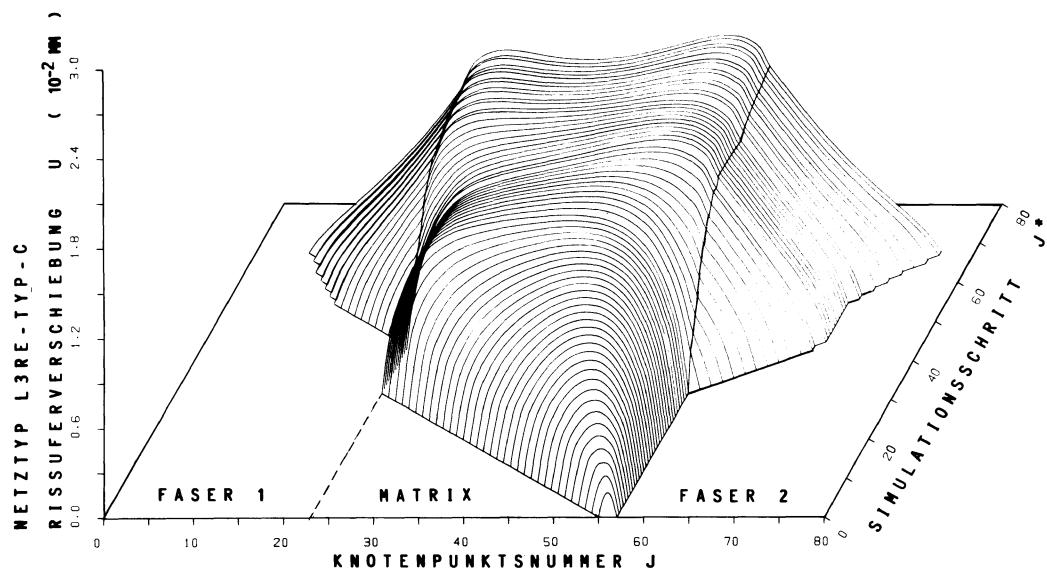


Abb. 10.25-b: Rißuerverschiebungen; Typ-C

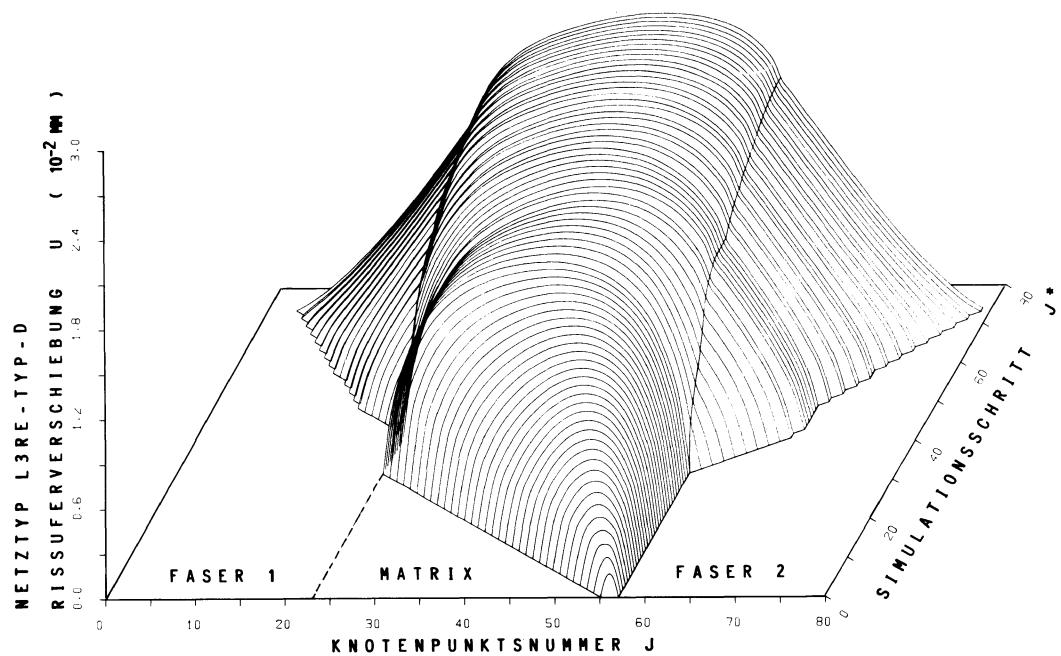


Abb. 10.25-c: Rißeuferverschiebungen; Typ-D

#### 10.4.2 ENERGIEFREISETZUNG ENTLANG GEKRÜMMTER RISSKONFIGURATIONEN

Die gesamte in einer thermisch belasteten Verbundstruktur gespeicherte Verzerrungsenergie und deren Veränderung mit wachsender Rißausbreitung bildet die Grundlage zur Bestimmung der Gesamtenergiefreisetzungsraten. In Abbildung 10.26 sind die Restenergien über der Rißlänge für drei verschiedene Modellvarianten in Abhängigkeit von der Rißlänge dargestellt.

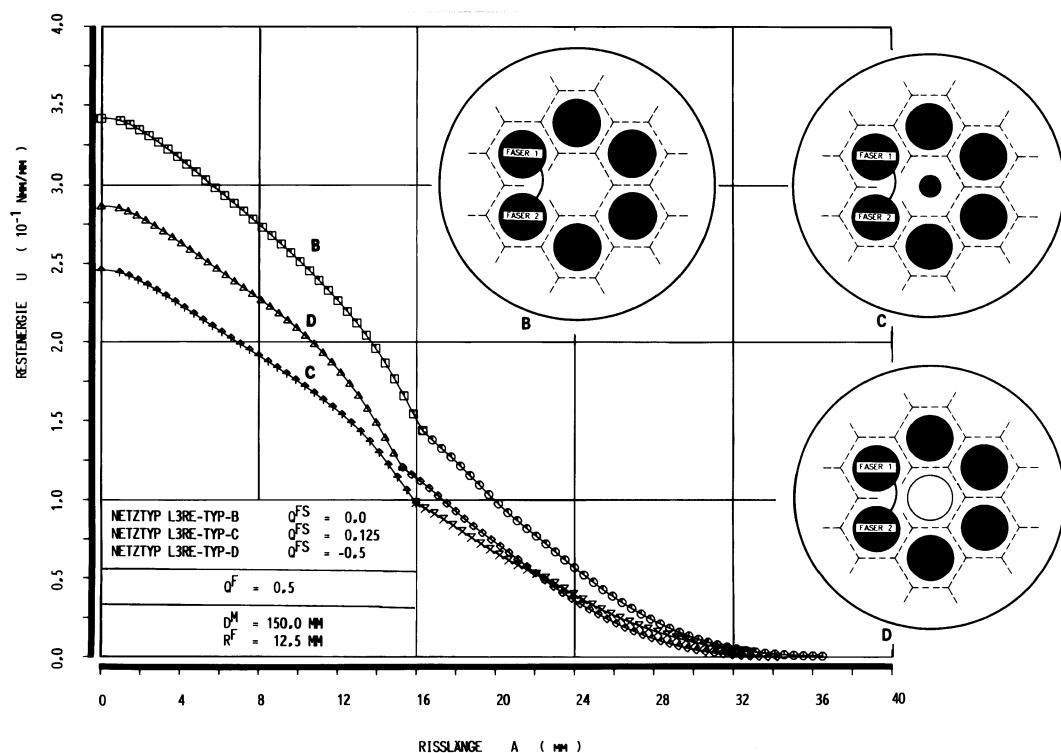


Abb. 10.26: Im Verbundmodell gespeicherte Verzerrungsenergie als Funktion der Rißlänge

Die durch Differentiation ermittelten Gesamtenergiefreisetzungsraten sind in der Abbildung 10.27 in Abhängigkeit von den Matrixrißlängen für die betrachteten Fehlstrukturvarianten zusammengestellt.

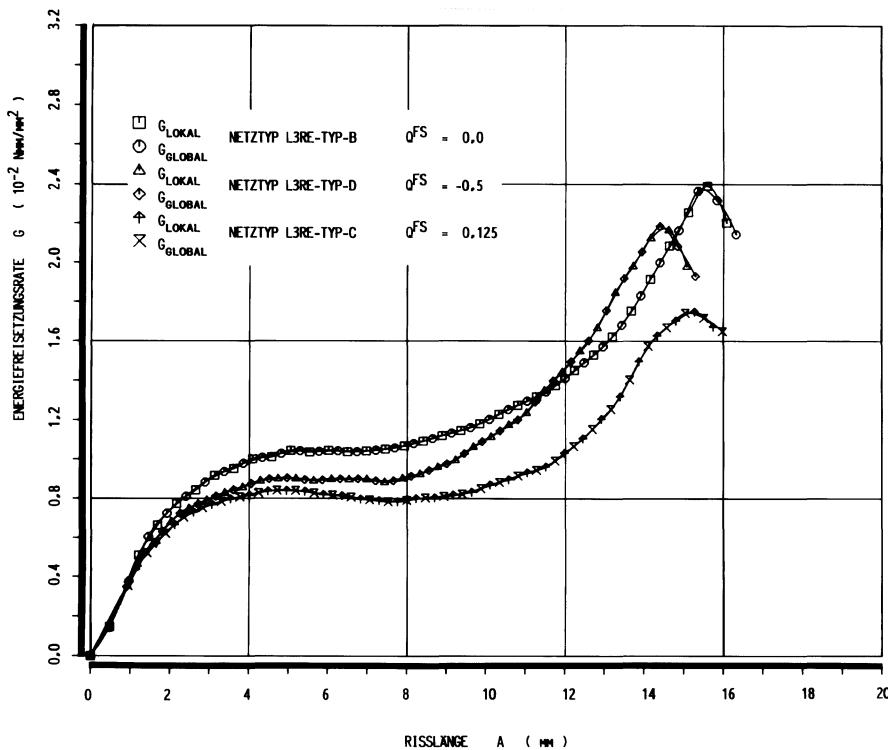


Abb. 10.27: Gesamtenergiefreisetzungsraten für die Matrixrisse ermittelt mit der globalen bzw. lokalen Energiemethode

Zusätzlich zu den aus globalen Modellbetrachtungen gewonnenen Ergebnissen sind die mittels der lokalen Energiemethode R2 bestimmten Energiefreisetzungsraten angegeben, deren Lage nahezu dekungsgleich mit denen einer globalen Betrachtungsweise ist, obwohl die Verfahren auf völlig unterschiedlichen Ansätzen basieren.

Die Verläufe der Gesamtenergiefreisetzungsraten, die mit der globalen sowie lokalen Auswertemethode bestimmt wurden, und deren separierte Anteile sind für die Grenzflächenrißentwicklungen über der Gesamtrißlänge aufgetragen worden. Aus der Abbildung 10.28 sind für die Strukturvarianten Typ-B, -C und -D die einzelnen Komponenten der Gesamtenergiefreisetzungsraten zu entnehmen.

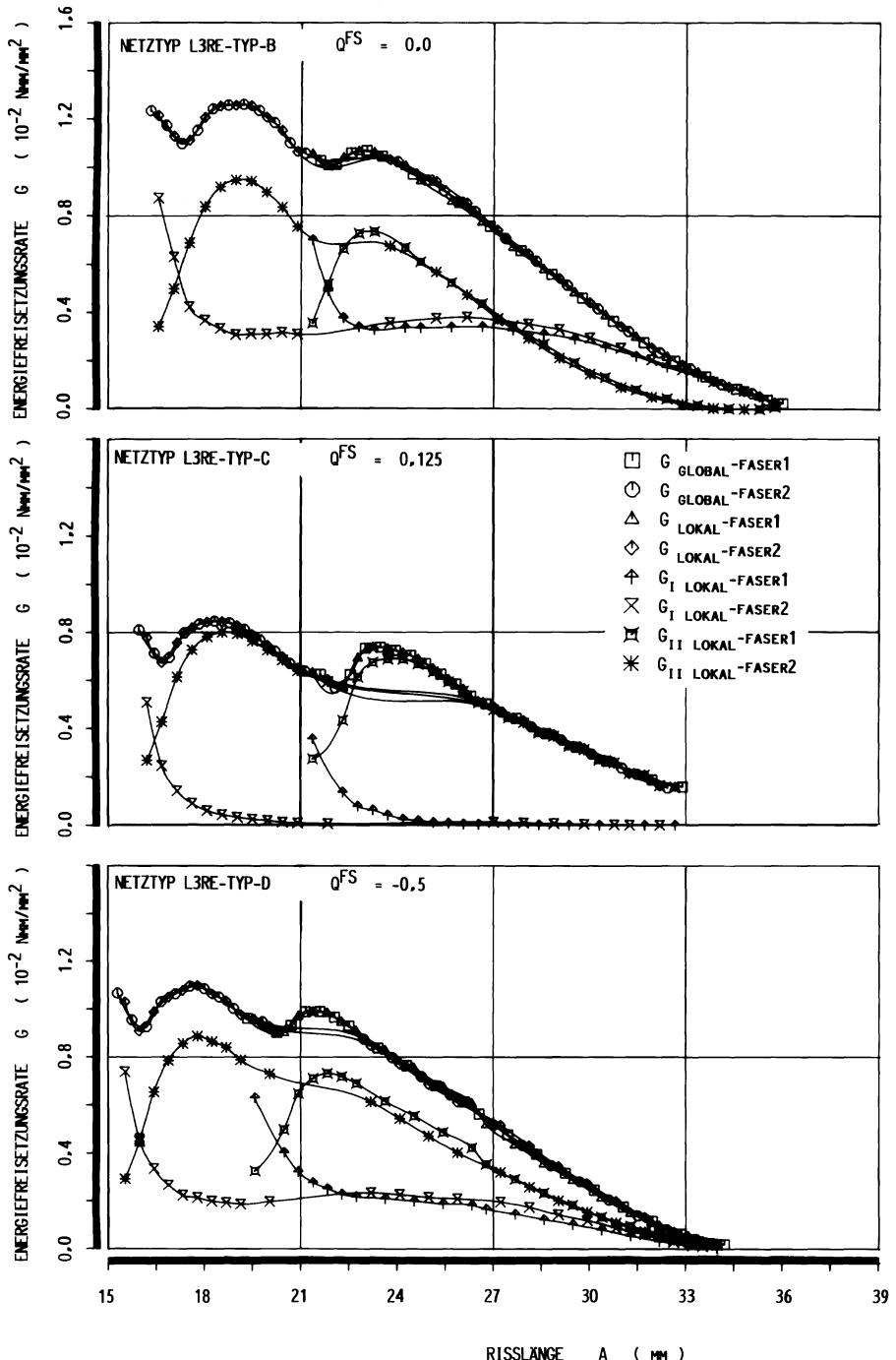


Abb. 10.28: Gesamtenergiefreisetzungsraten und separierte Anteile

#### 10.4.3 SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN ENTLANG GEKRÜMMTER MATRIXRISSE

Die Abbildungen 10.29-a-d zeigen die aus den berechneten Energiefreisetzungsraten resultierenden Spannungsintensitätsfaktoren in Abhängigkeit von der Rißlänge entlang der gekrümmten Wärmespannungsrisse. Die angegebenen Werte für den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  wurden dabei unter Verwendung der Irwinschen Formel (siehe 4.2-12.a) aus der Energiefreisetzungsraten  $G_I$  errechnet. Untersuchungen von HAYASHI und NEMAT-NASSER /111/ und von ICHIKAWA

und TANAKA /112/ weisen die Anwendbarkeit der Irwinschen Formel auch für abknickende Risse mit infinitesimal kurzem Knick nach.

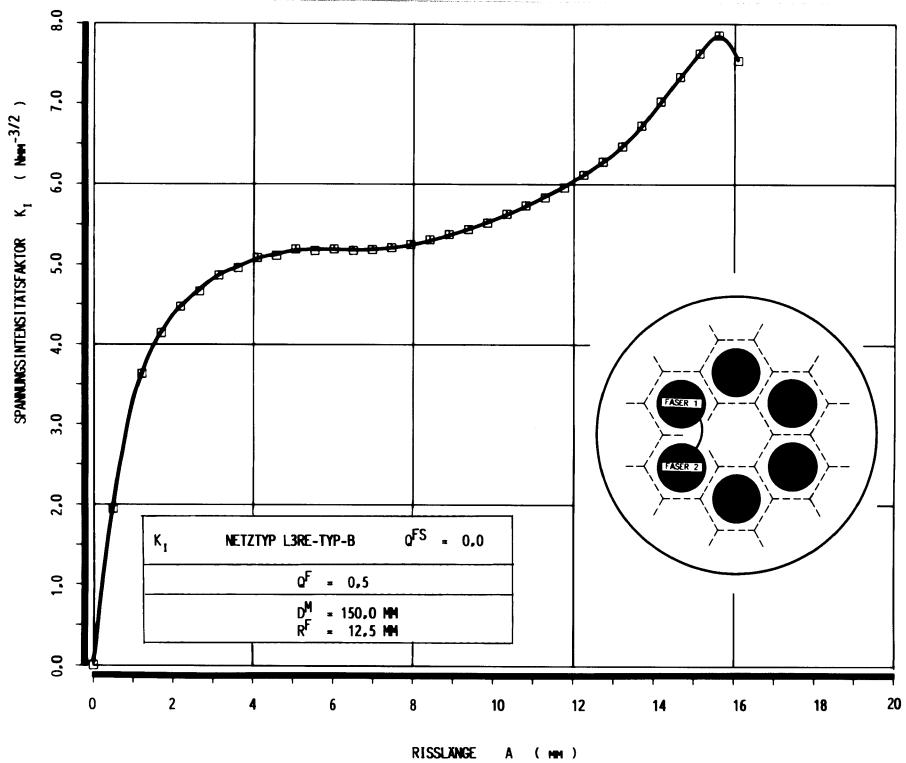


Abb. 10.29-a: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge; Typ-B

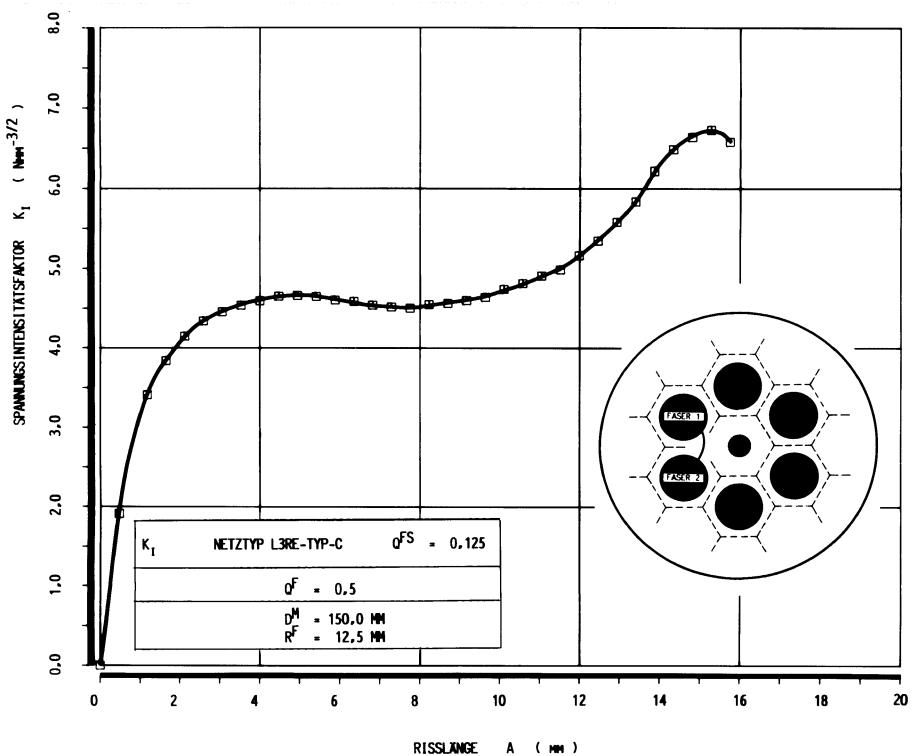


Abb. 10.29-b: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge; Typ-C

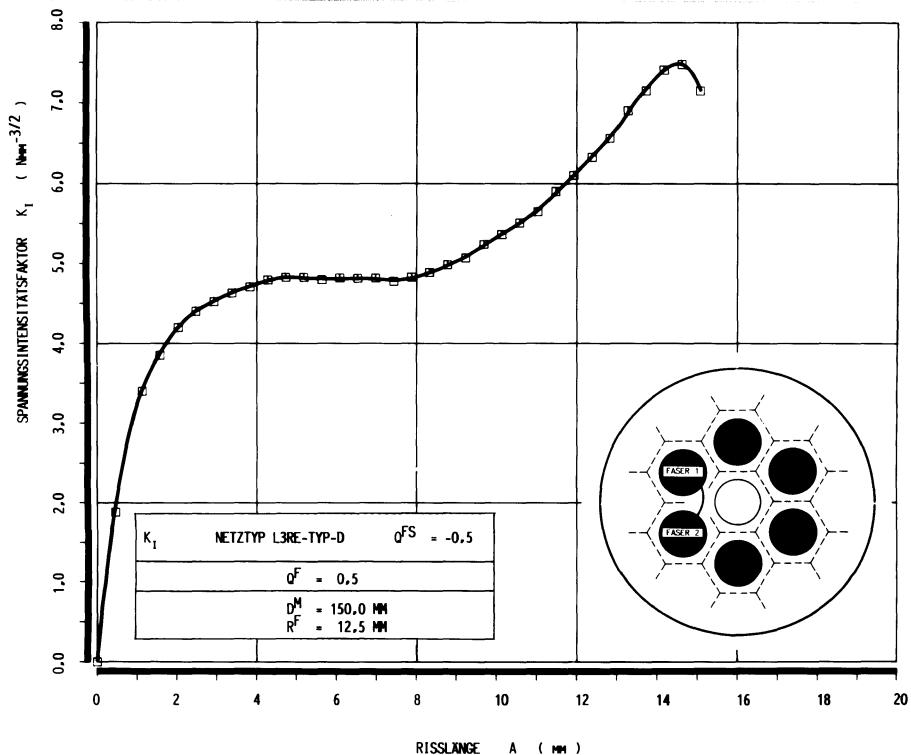


Abb. 10.29-c: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge; Typ-D

## 10.5 EXPERIMENTELLE ABSCHÄTZUNG DER RISSFOLGE

Die bei der numerischen Simulation einer Ausbildung von Eigen- spannungsrißkombinationen festgestellte vollständige Entwicklung des Matrixrisses zwischen zwei Fasern wurde in einer Vielzahl von Versuchen bestätigt.

Die Dokumentation der nachfolgenden Grenzflächenrißentstehung ist in einer gesonderten Untersuchung behandelt worden. Durch Einbringen eines kurzen Anrisses konnte ein einzelner Matrixriß induziert und als solcher konserviert werden. In der Abbildungsreihe 10.30-a-f sind die einzelnen Stadien der nachfolgenden Grenzflächenriß- entstehung anhand spannungsoptischer Aufnahmen niedergelegt worden. Der Matrixriß ist vollständig ausgebildet bevor an der links dargestellten Initiierungsfaser die Grenzfächenablösung beginnt und sich wechselseitig entlang beider Faser/Matrix-Grenzflächen fortsetzt.



Abb. 10.30-a: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination



Abb. 10.30-b: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination

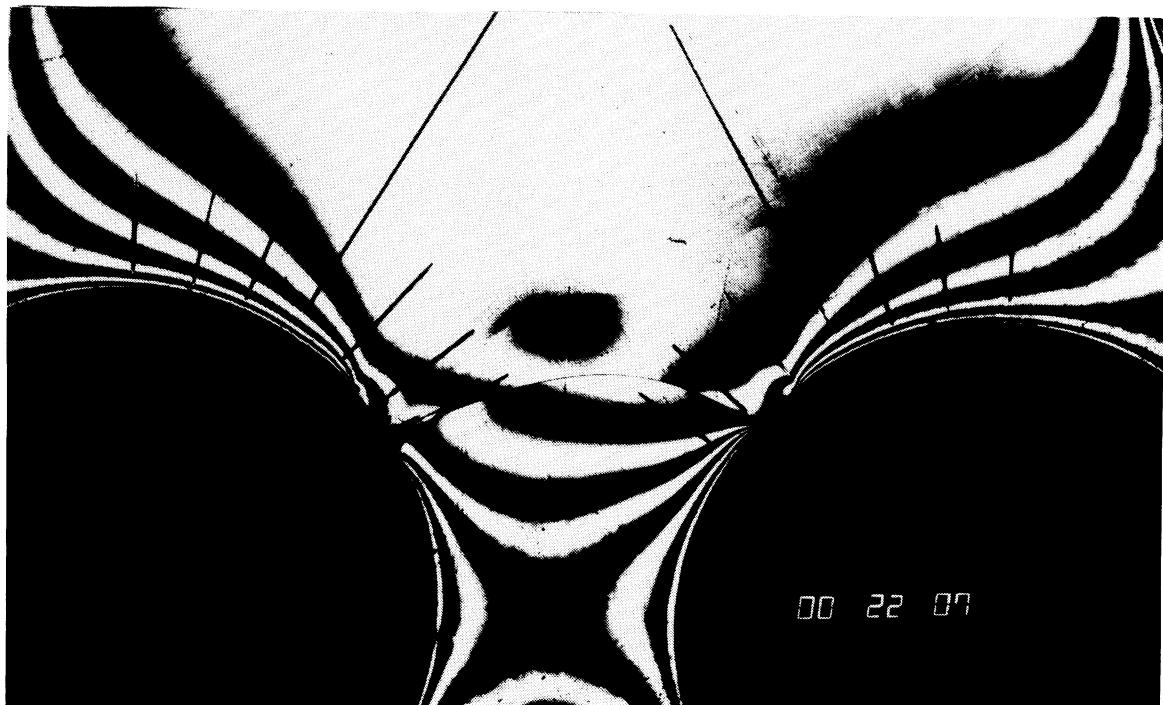


Abb. 10.30-c: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination

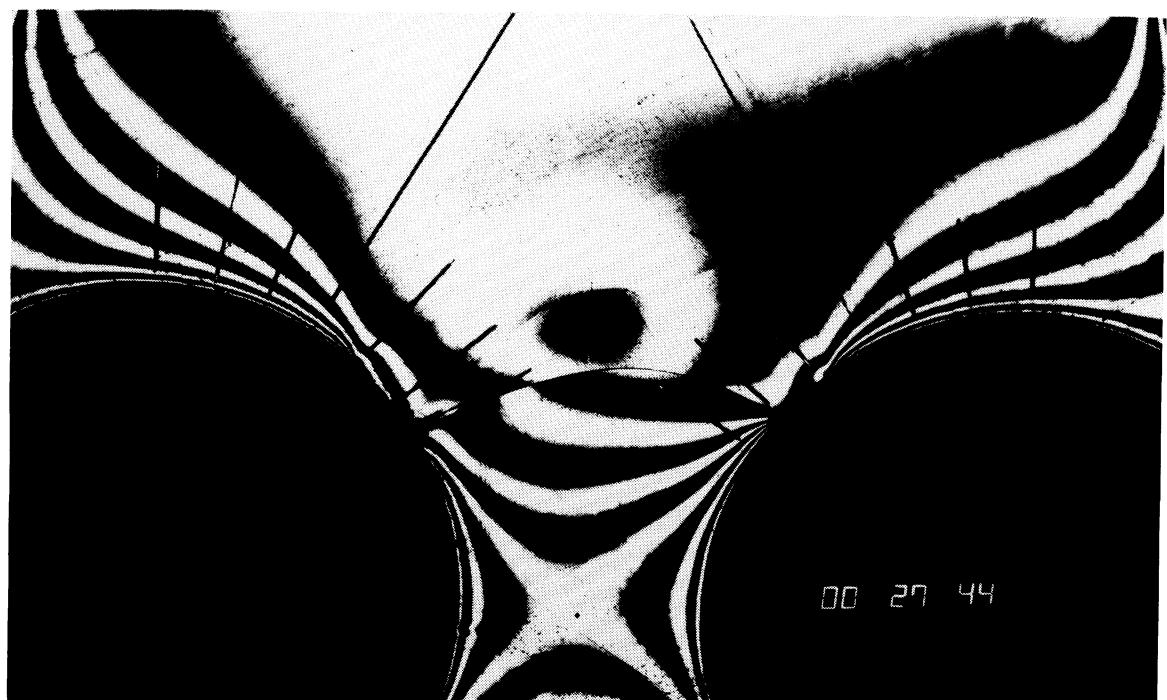


Abb. 10.30-d: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination

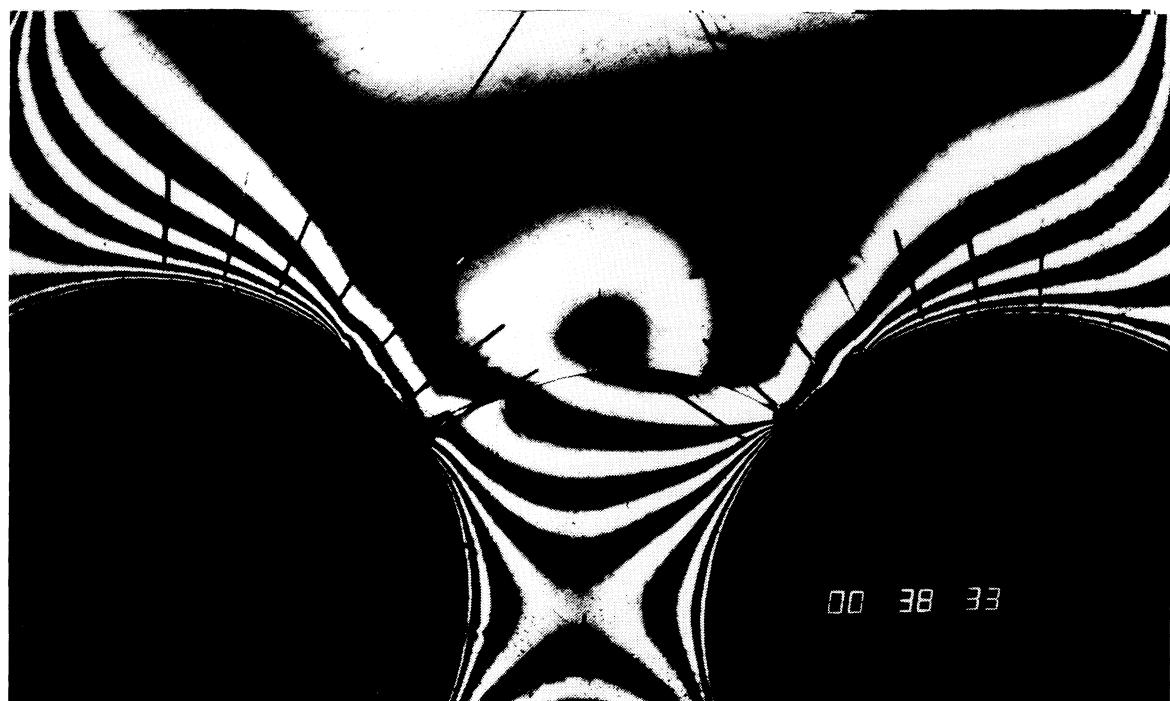


Abb. 10.30-e: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination

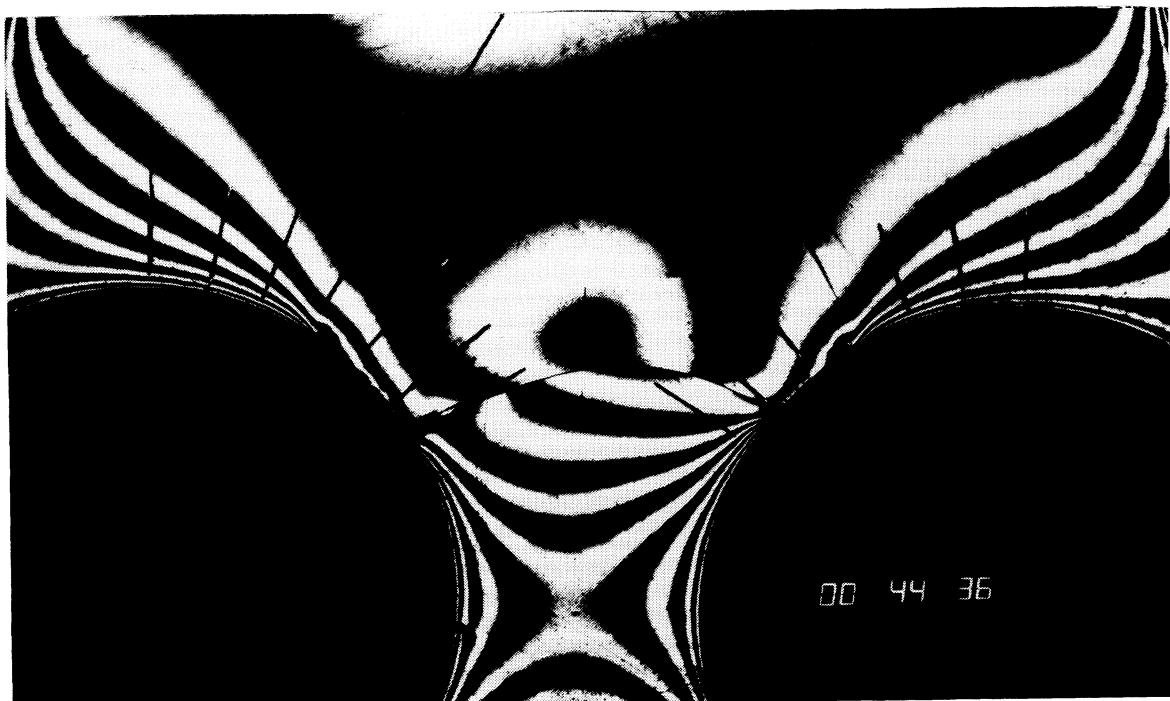


Abb. 10.30-f: Entwicklung einer Grenzflächenrißkombination

## 11. UNTERSUCHUNGEN ZUR MATRIXRISSAUSBILDUNG

### 11.1 RISSFORTSCHRITT INFOLGE THERMISCHER EIGENSPANNUNGSFELDER

In experimentellen und numerischen Untersuchungen von GREBNER /9/, HERRMANN und Mitarbeitern /6/ wurde am Problem einer thermisch belasteten Zweikomponentenverbundstruktur nachgewiesen, daß sich Eigenspannungsrisse entlang einer speziellen Hauptspannungstrajektorie ausbreiten. Die Rißvorhersage erfolgte dabei anhand der in der Literatur angegebenen Kriterien, von denen hier die folgenden genannt sein sollen.

- a) Minimum der Verzerrungsenergiedichte; SIH /108/
- b) Maximum der Energiefreisetzungsrates; STRIFORS /109/
- c) Haupt- und Normalspannungskriterium; ERDOGAN und SIH /113/
- d) Reine Mode I-Ausbreitung; KALTHOFF /114/
- e) Symmetrie der Spannungsverteilung; PÄRLETUN /115/

Alle Kriterien gehen dabei von dem Nahfeld des Spannungs- und Verschiebungszustandes in der unmittelbaren Rißspitzenumgebung aus.

Für den vorliegenden Fall eines gekrümmten Eigenspannungsrißes in einer modellierten Verbundgeometrie kann, wie in Abschnitt 8.3 gezeigt, von einer Rißausbreitung unter reiner Mode I-Belastung ausgegangen werden.

Zur experimentellen Ermittlung bruchmechanischer Kennwerte werden die in Abschnitt 6 vorgestellten Methoden der optischen Spannungsanalyse herangezogen, insbesondere werden die bekannten Verfahren der Spannungs- und Schattenoptik verwendet, um entlang eines sich im Experiment quasistatisch ausbreitenden gekrümmten Matrixrisses Spannungsintensitätsfaktoren zu bestimmen. Dabei sind diesen Untersuchungen umfangreiche Vorstudien vorausgegangen /116/.

## **11.2 EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DES SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTORS FÜR EINEN GEKRÜMMTEN EIGENSPANNUNGSMATRIXRISS**

### **11.2.1 MODELLHERSTELLUNGS- UND BELASTUNGSPROZEDUR**

Die modellierten ebenen Verbundmodelle aus ARALDIT F-Matrix und Stahl-Fasern, deren ausgeprägte Neigung zum Sprödbruch beschrieben und zur Eigenspannungsrißinitiierung ausgenutzt worden ist, zeigen lediglich dynamische Rißentwicklungen. Um vergleichbare Zustände zu dem auf numerischem Wege simulierten Eigenspannungsverhalten zu gewährleisten, wurde für eine modifizierte Modellvariante eine geeignete Herstellungsprozedur und Belastungstechnik erarbeitet. Von den in Abschnitt 7.3 vorgestellten Modellmaterialien konnte das Epoxidharz ARALDIT B als Matrixmaterial in Kombination mit einem gießfähigen kunststoffveredelten Keramikprodukt zur Fasernachbildung Verwendung finden, da diese optimales Verhalten hinsichtlich optischer und mechanischer Modelleigenschaften aufweist. Die verwendete Keramikmasse ist ein pulverförmiges, chemisches Produkt auf der Basis von  $Al_2O_3$  bzw.  $SiO_2$ , das in Verbindung mit Wasser als viskose Masse in beliebige Formen gießbar ist und in der Industrie zur Modellierung komplizierter Strukturen eingesetzt wird.

Zur Nachbildung des Matrixrisses wird analog zu der in Abschnitt 7.5.3 beschriebenen Methode zur Anrißbildung in das Matrixmaterial (ARALDIT B Plattenmaterial) auf mechanischem Wege ein kurzer Startriß eingebracht, der hinsichtlich seiner geometrischen Lage und Richtung einem in einer Fasergrenzfläche startenden, sich selbstständig ausbildenden Matrixriß der unmanipulierten Verbundstruktur entspricht. Auf diese Weise lässt sich in einem ebenen Verbundmodell mit einer modellierten ARALDIT B-Matrix und Keramik-Fasern durch thermische Belastung eine Rißerweiterung aus dem Startriß mit quasistatischem Rißfortschritt produzieren.

In der Abbildung 11.1 ist ein Modellausschnitt der Matrix mit Sicht in die vorbereitete Faseröffnung wiedergegeben.

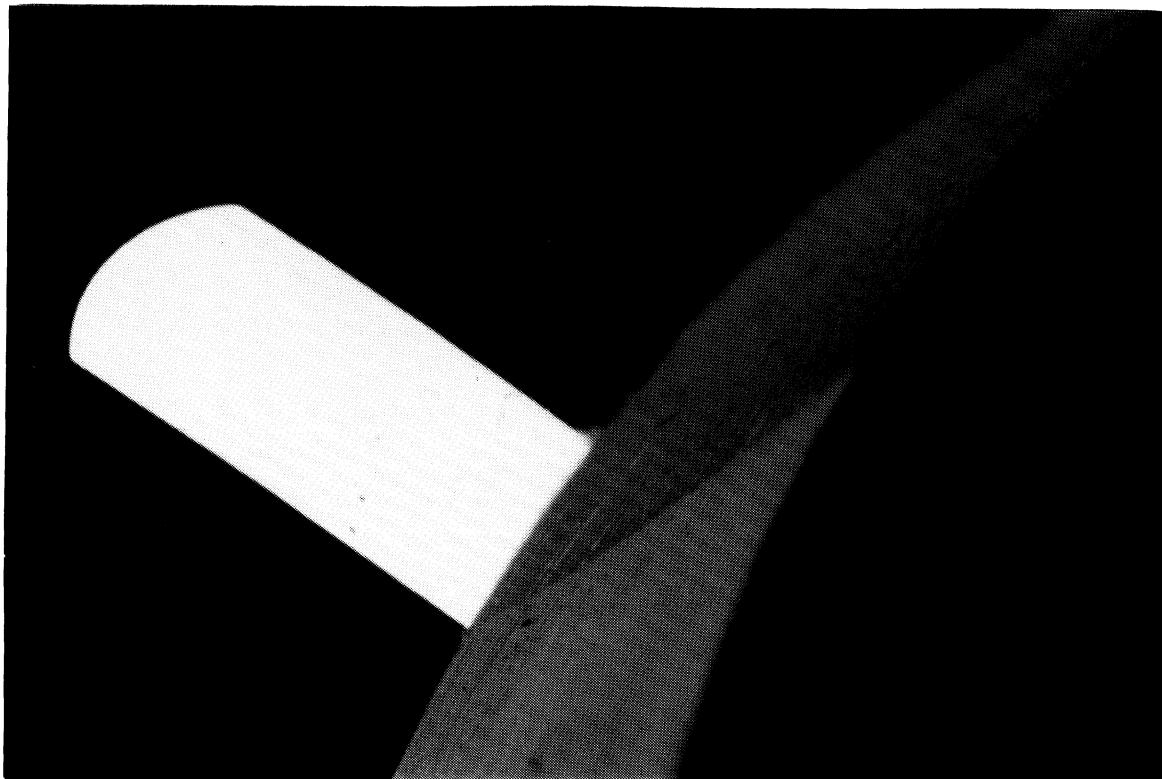


Abb. 11.1: Mechanisch eingebrachter Starriß aus einer Faseröffnung in einer ARALDIT B-Matrix

Eine symmetrische Rißform und eine gerade Rißfront sind Voraussetzung für einen reproduzierbaren Matrixriß. Um eine möglichst große Differenz zwischen Verbundherstellungs- und Versagenstemperatur zu gewährleisten, wurde mit spannungsoptischen Untersuchungen die optimierte Modellherstellungsprozedur entwickelt, welche die folgenden wesentlichen Merkmale besitzt.

Die Faseröffnungen der auf etwa  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  vorgewärmten, mit dem Starriß versehenen ARALDIT B-Matrix werden mit dem bei Raumtemperatur aufbereiteten Keramikmaterial ausgefüllt. Durch dessen exotherme Reaktion stellt sich der Temperaturausgleich der beiden Modellkomponenten ein, so daß sich der spannungsfreie Ausgangszustand ebenfalls bei der Temperatur  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  ergibt. Nach der Abkühlung des Mehrphasenmodells setzt im Temperaturbereich von  $T_1 = -40^\circ\text{C}$  bis  $T_1 = -60^\circ\text{C}$  eine quasistatische Rißausbreitung ein. Die thermische Belastung erfolgt in der in Abbildung 7.3 vorgestellten Temperiereinrichtung, die mit einer spannungsoptischen Apparatur versehen ist.

In den Abbildungen 11.2-a-d sind exemplarisch einzelne Phasen der Modelluntersuchung aufgezeigt.

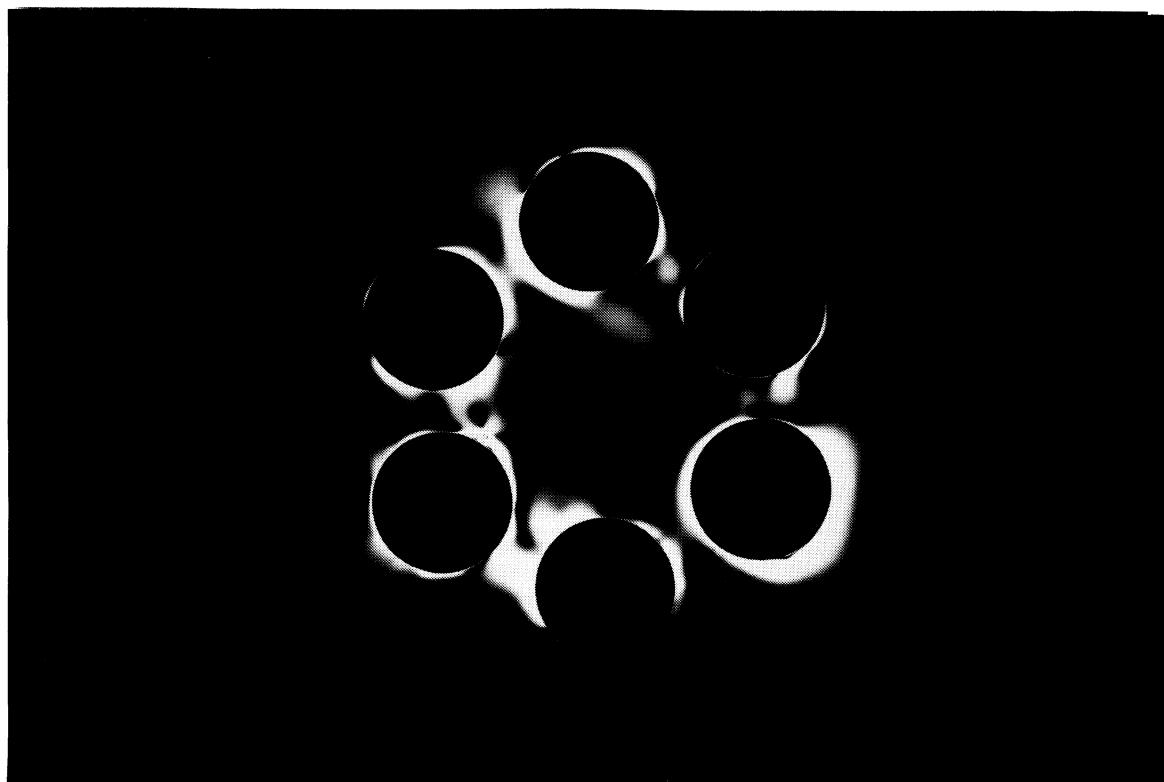


Abb. 11.2-a:

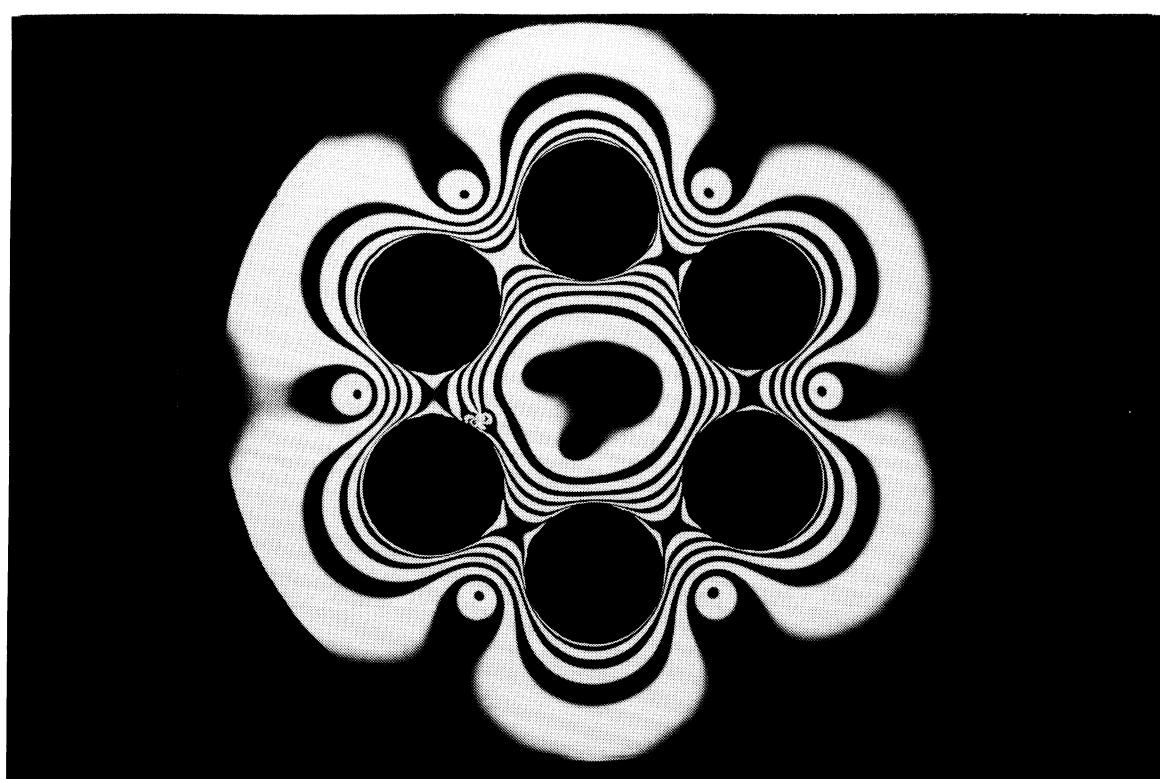


Abb. 11.2-b:

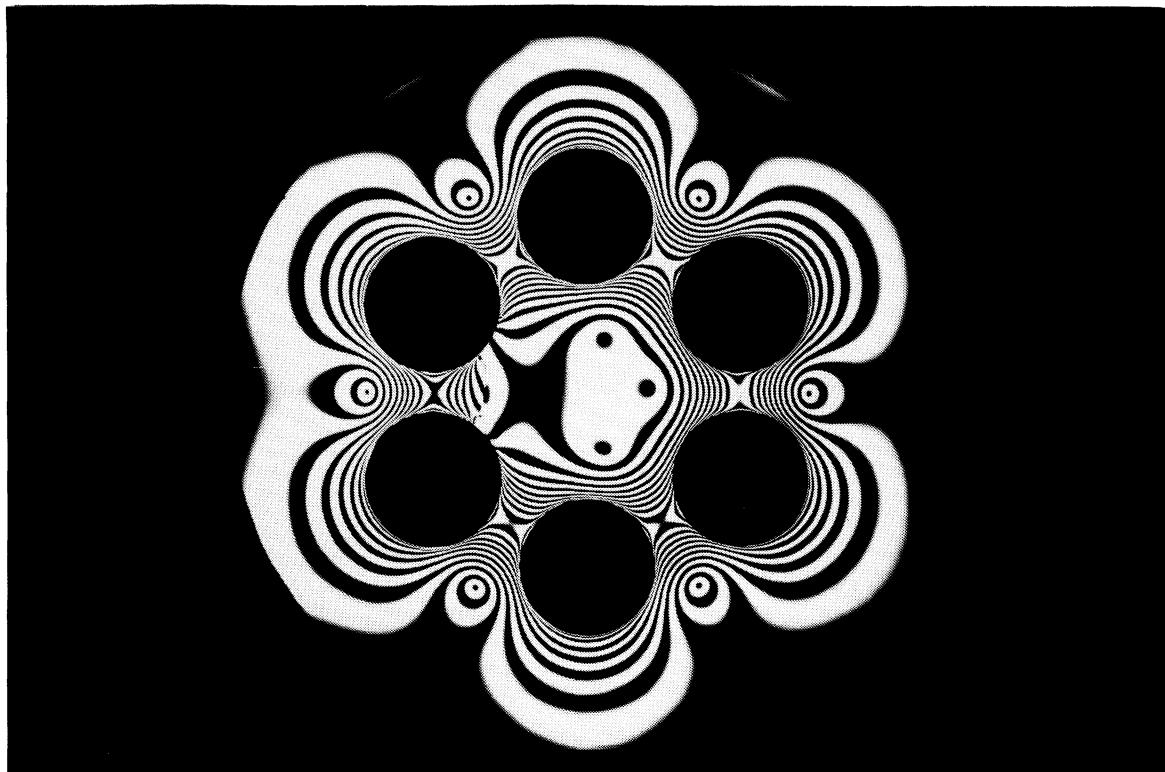


Abb. 11.2-c:



Abb. 11.2-d:

Abb. 11.2-a: Spannungsoptische Aufnahme eines Verbundmodells aus ARALDIT B-Matrix und Keramik-Fasern nach der Herstellung bei beginnender thermischer Belastung bei  $T=60^\circ\text{C}$  und nahezu spannungsfreiem Ausgangszustand

Abb. 11.2-b: Isochromatenverteilung in einer thermisch belasteten Verbundprobe mit Anriß bei einer Temperatur von  $T=0^\circ\text{C}$  bzw. einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T=-60^\circ\text{C}$

Abb. 11.2-c: Spannungsoptische Aufnahme eines Verbundmodells mit einem durch thermische Belastung induzierten, gekrümmten Eigenspannungsriß in der ARALDIT B-Matrix und angrenzenden Grenzflächenrissen entlang der beteiligten Fasern bei der Versagenstemperatur von  $T_1=-39^\circ\text{C}$

Abb. 11.2-d: Gekrümmter Eigenspannungsriß in einer ARALDIT B-Matrix infolge einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T=-99^\circ\text{C}$

Die Probenabmessungen wurden zum Zwecke optimal erzielbarer Rißlängen entsprechend den in Abschnitt 3.2.1 definierten Geometrieverhältnissen gewählt.

### **11.2.2 SPANNUNGSOPTISCHE MODELLUNTERSUCHUNGEN**

Die grundlegenden physikalischen Zusammenhänge zum Verfahren der ebenen Spannungsoptik sowie die Anwendung der Spannungsoptik in der Bruchmechanik wurden in Abschnitt 6.1 bereits vorgestellt. Dabei wurden auch die verschiedenen Methoden zur Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  aus den spannungsoptischen Informationen, den Isochromatenverteilungen an Rißspitzen, diskutiert. Die Gleichung 6.1-12 bietet die Möglichkeit, für einen Riß in einer unendlich ausgedehnten ebenen Scheibe aus den Isochromatenparametern  $\theta_M$ ,  $r_M$  und der Ordnung  $n$  den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  zu bestimmen. Die Zwei-Parameter-Methode liefert  $K_I$ -Werte, deren Genauigkeit  $\pm 5\%$  beträgt, sofern das Verhältnis  $r_M/a < 0,03$  erfüllt ist und  $r_M$  und  $\theta_M$  fehlerfrei abgelesen werden können /117/.

Die Abbildungen 11.3-a-f geben in Form einer Fotoserie die zugehörigen Isochromatenverteilungen für den Bereich quasistatischer Eigenspannungsrißausbreitung wieder.



Abb. 11.3-a: Isochromatenverteilung nach erfolgter Rißinitiierung aus einem Startriß bei einer Temperatur  $T_1 = -39^\circ\text{C}$  und einer Rißlänge von  $a = 5,6 \text{ mm}$  für ein Modell mit  $D^M = 300 \text{ mm}$



Abb. 11.3-b: Rißverlängerung des gekrümmten Eigenspannungsrisses auf die Rißlänge  $a = 7,9 \text{ mm}$



Abb. 11.3-c: Eigenspannungsriß mit der Rißlänge  $a=9,8$  mm

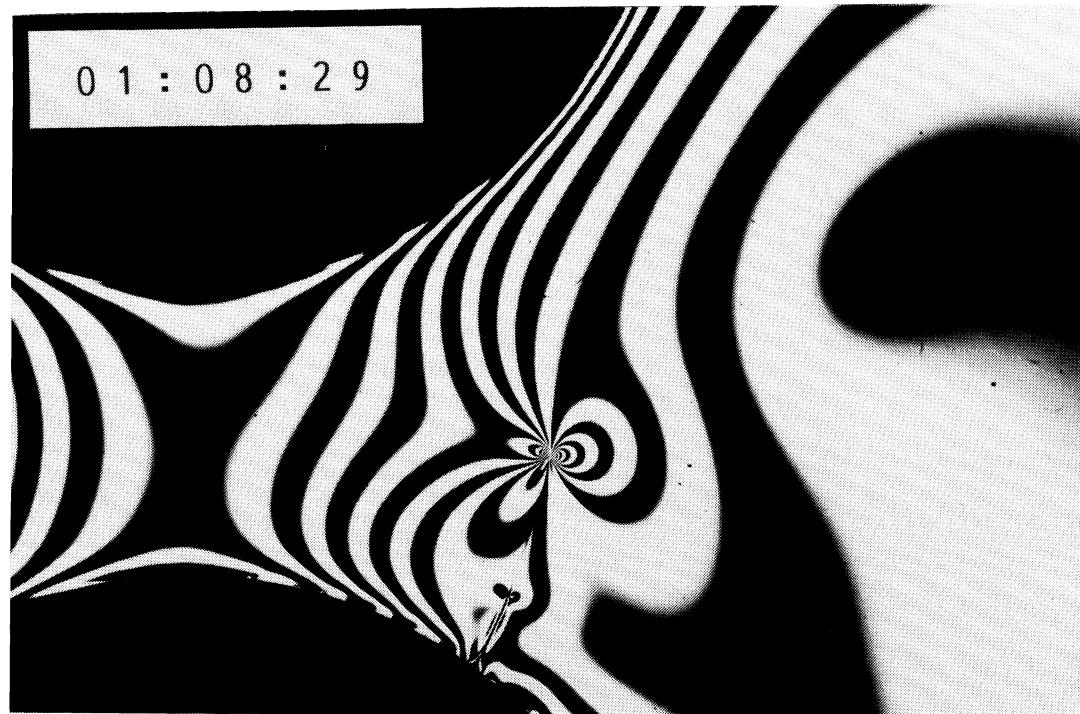


Abb. 11.3-d: Erreichen der geometrischen Symmetrie mit deutlich erkennbarer Asymmetrie der zugehörigen Isochromatenverteilung

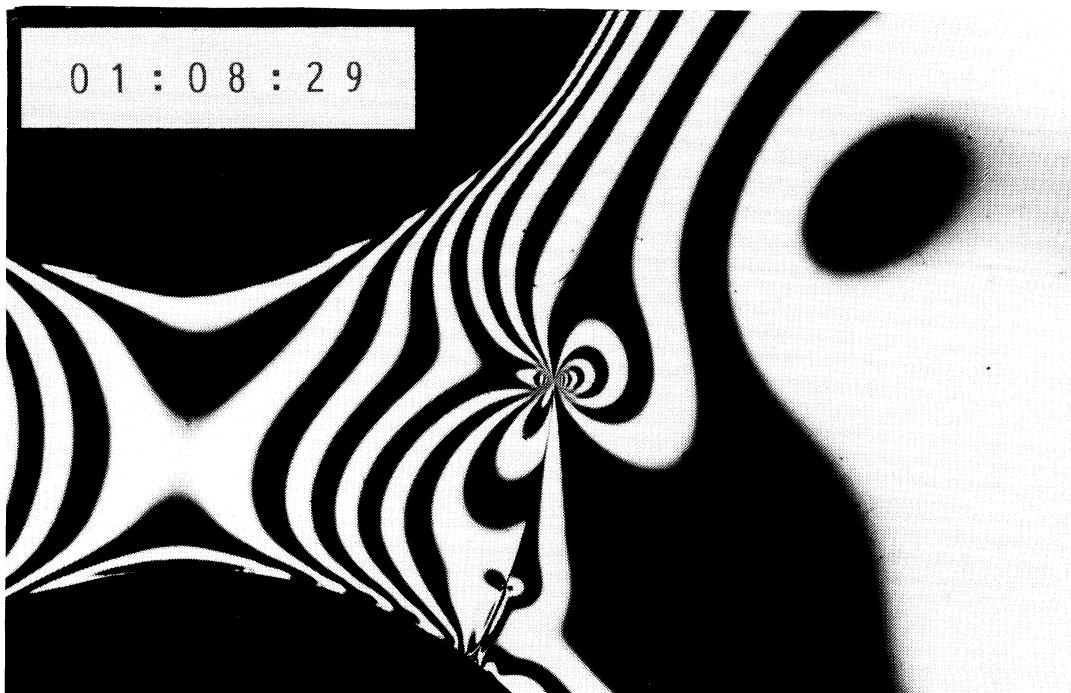


Abb. 11.3-e: Beginn der dynamischen Rißverlängerung bei der Rißlänge  $a=16,1$  mm

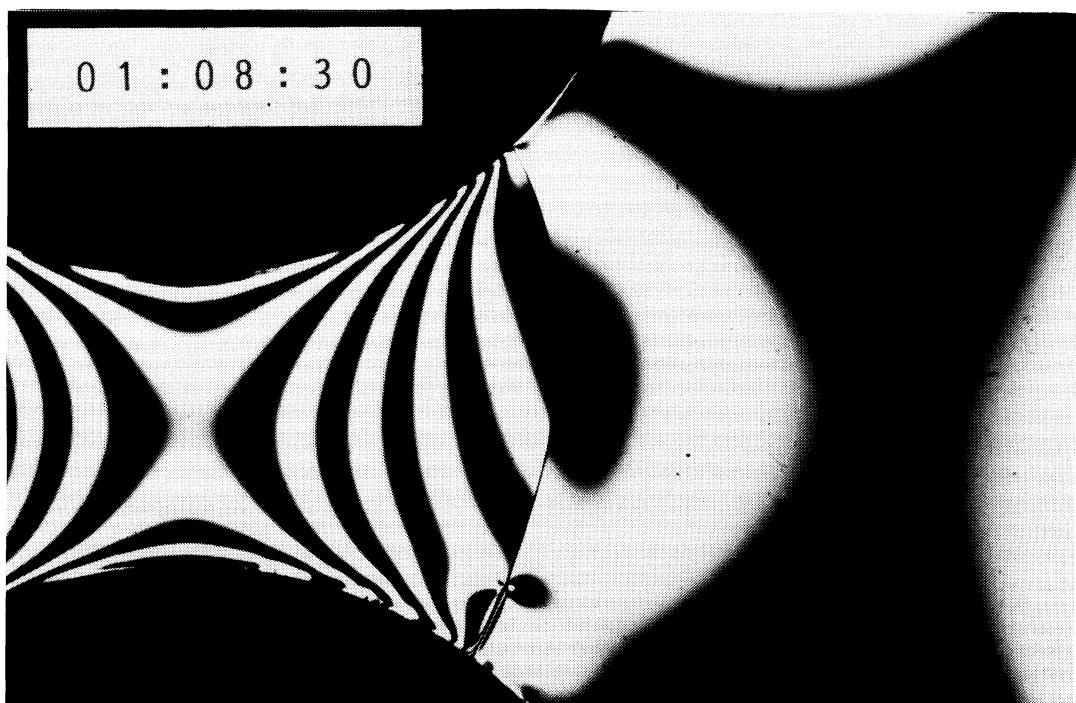


Abb. 11.3-f: Vollständige Eigenspannungsrißkonfiguration nach der dynamischen Rißverlängerung

Deutlich sind an beiden Fasern die entstandenen Grenzflächenrisse zu erkennen. In der Abbildung 11.4 ist der aus der Bildserie 11.3-a-f ermittelte Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Rißlänge dargestellt.

Die auf numerischem Wege erhaltene vollständige Ausbildung des Matrixrisses bestätigt sich in der Abbildung 11.3-e, da zu diesem Zeitpunkt der Rißausbildung ein Grenzflächenablösen an der Faser 2 noch nicht erkennbar wird.

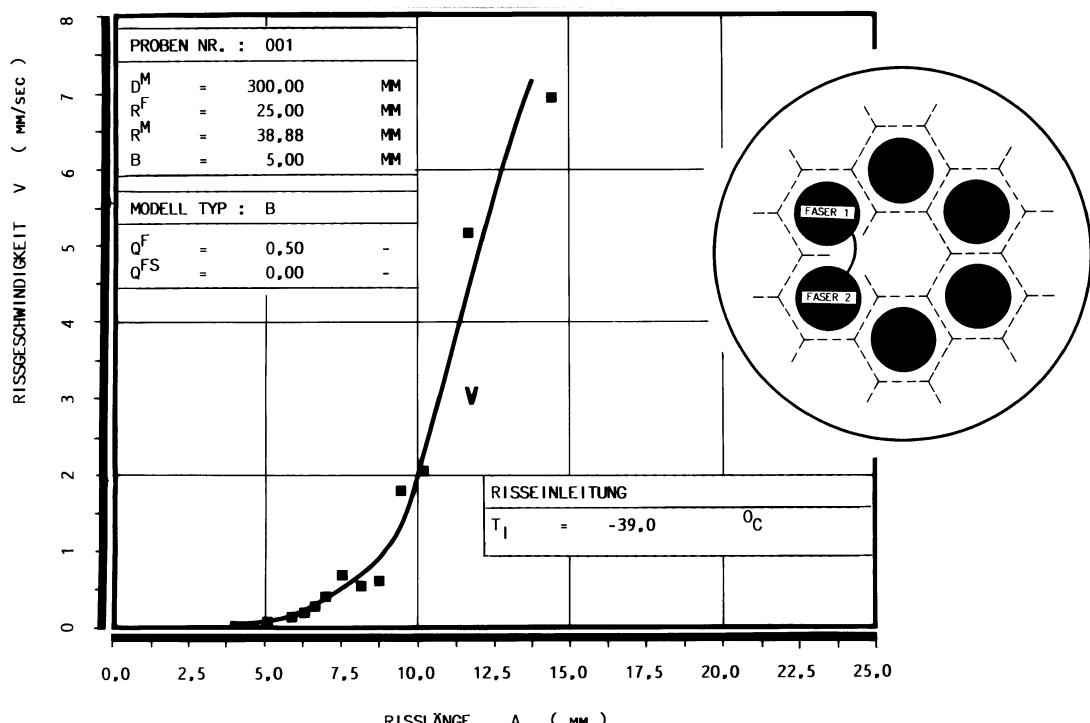


Abb. 11.4: Geschwindigkeitsprofil eines Eigenspannungsrißes in Abhängigkeit von der Rißlänge a

Der aus den Isochromatenparametern mit der Zwei-Parameter-Methode gewonnene Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  ist in Abbildung 11.5 zusammen mit dem Gültigkeitsparameter  $r_M/a$  ebenfalls in Abhängigkeit von der Rißlänge a dargestellt.

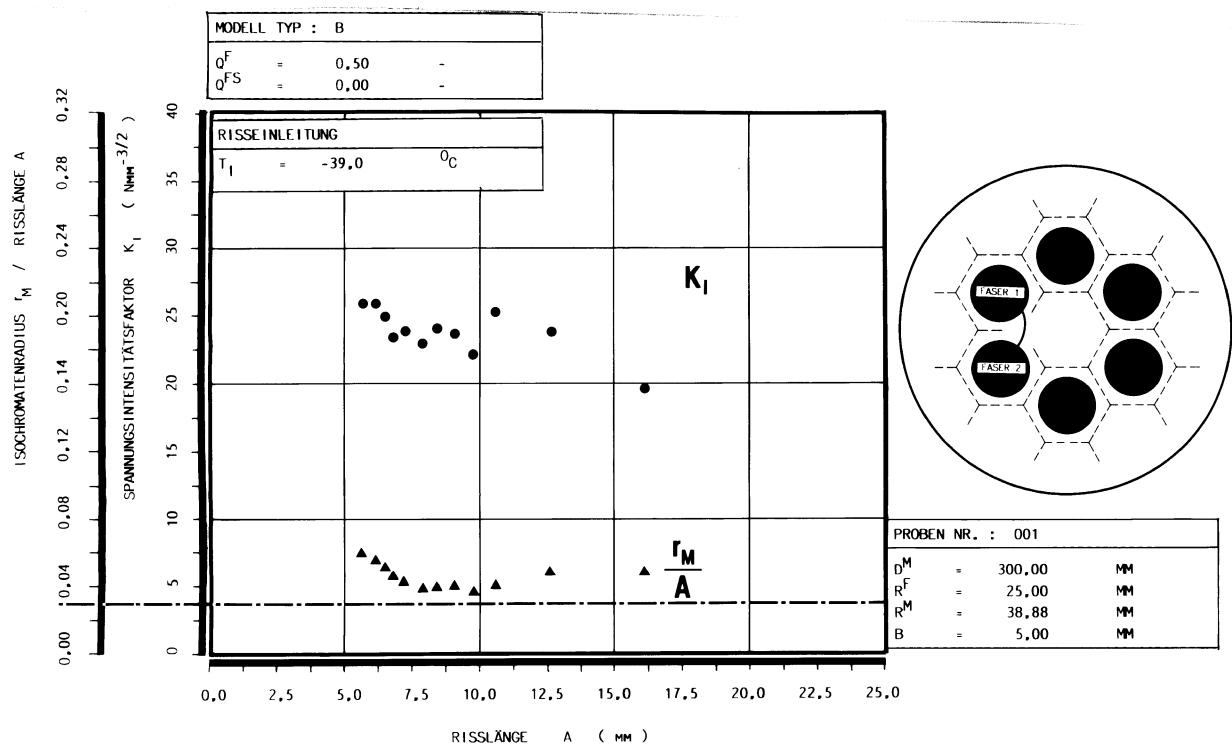


Abb. 11.5: Spannungsoptisch bestimmte Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und die dimensionslose Kenngröße  $r_M/a$  in Abhängigkeit von der Rißlänge  $a$  für die Eigenspannungsrißausbildung in einer Verbundgeometrie bei einer Temperatur von  $T_1 = -39,0^\circ\text{C}$

Trotz der relativ großen Probenabmessungen von  $D^M = 300$  mm Probenaußendurchmesser und einer damit erreichbaren Gesamtrißlänge von  $a = 29$  mm ist die geforderte Bedingung  $r_M/a \leq 0,03$  an keiner Stelle des Rißverlaufs erreicht worden, so daß mit der spannungsoptischen Methode deutlich zu hohe Werte erzielt werden.

An dieser Stelle muß festgestellt werden, daß die Darstellung der Spannungsumlagerung bei fortschreitender Rißspitze in einem eigen gespannten Verbundmodell mittels der spannungsoptischen Methode einen anschaulichen Überblick liefert. Rückschlüsse auf zugehörige bruchmechanische Kennwerte sollten jedoch nur mit äußerster Sorgfalt und unter zunächst qualitativen Gesichtspunkten gezogen werden, da sich bei der gekrümmten Rißgeometrie und der vorliegenden Komplexität des Spannungsfeldes im Fernfeld um die Rißspitze bzw. in der Umgebung der Einschlüsse äußerst komplizierte Wechselwirkungsmechanismen einstellen, die mit der verwendeten einfachen spannungsoptischen Auswertebziehung nicht zu erfassen sind.

Als Konsequenz der Einschränkungen zur Anwendbarkeit der Spannungsoptik als globale Interpretationsmethode von Rißspannungszuständen wird die im nachfolgenden Abschnitt vorgestellte schattenoptische Kaustikenmethode herangezogen, um den bewegten Eigen- spannungsriß in einer Araldit B-Matrix bruchmechanisch zu untersuchen.

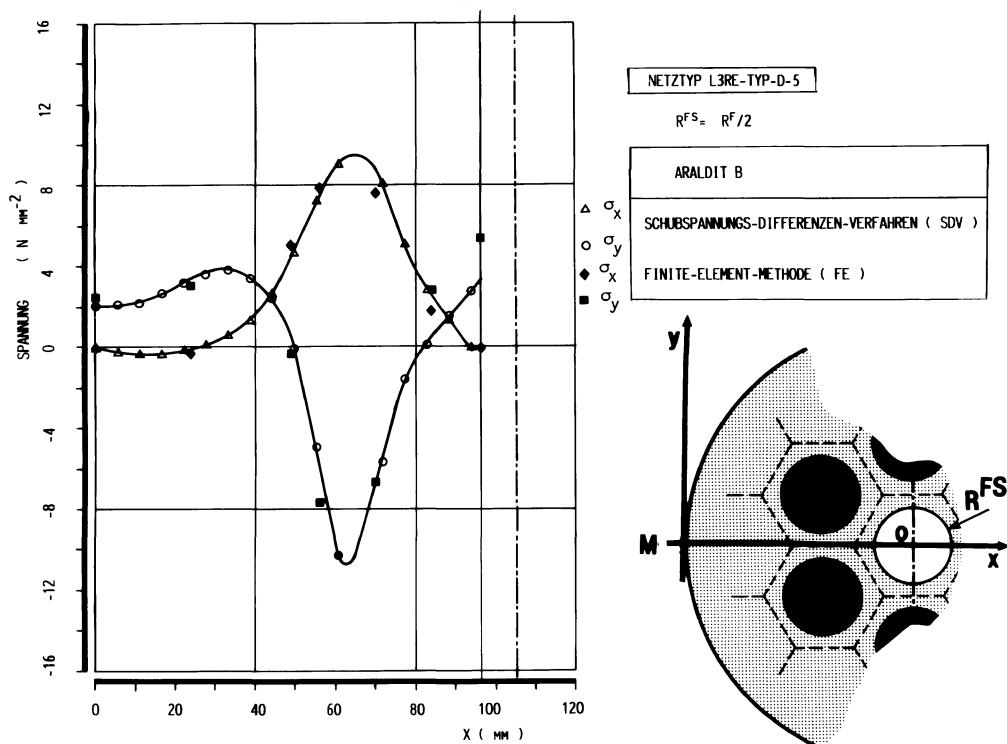


Abb. 11.6: Spannungsverlauf entlang eines radialen Schnittes zwischen zwei Einlagerungen in der ARALDIT B-Matrix einer Verbundstruktur; TYP-D

In Abbildung 11.6 ist der Quervergleich zwischen den numerisch mittels der Finiten Element Methode gewonnenen und den auf experimentellem Wege durch das Schubspannungsdifferenzen-Verfahren erhaltenen Spannungsverteilungen entlang radialer Schnitte innerhalb der Matrix für eine gerissene Verbundstruktur mit zentraler Bohrung angestellt worden.

### **11.2.3 SCHATTENOPTISCHE MODELLUNTERSUCHUNGEN**

Die physikalischen Grundlagen und die mathematischen Zusammenhänge zur schattenoptischen Kaustikenmethode sind im Abschnitt 6.2 vorgestellt und am Beispiel einer Standardprobe aus PMMA verdeutlicht worden. Mittels einer durch Einbringen von Einschlüssen modifizierten CT-Probe konnte gezeigt werden, daß die Kaustikenmethode auch für Rißspitzenuntersuchungen in der Nähe von Diskontinuitätsstellen ihre Gültigkeit behält. In den Abbildungen 6.15-17 zeigen die Kraft-Spannungsintensitätsfaktorverläufe für CT-Proben mit Einschlüssen den gleichen linearen Verlauf wie die der äquivalenten Proben ohne Fehlstellen. Da auf Grund des schattenoptischen Prinzips die Kaustik alle Informationen über den Spannungs- und Verformungszustand aus der unmittelbaren Rißspitzennähe bezieht, ist diese Methode der spannungsoptischen überlegen.

#### **11.2.3.1 TRANSMISSIONSSCHATTENOPTIK**

Für schattenoptische Modelluntersuchungen an eigengespannten Faserverbundwerkstoffmodellen mit gekrümmten Matrixrissen wurden die Modelle aus ARALDIT B-Matrix und Keramik-Fasern mit einem manuell eingebrachten Anriß verwendet.

In Abbildung 11.7 ist der Versuchsaufbau zur Transmissionsschattenoptik wiedergegeben. Die zu untersuchende Verbundprobe befindet sich in der mit Stickstoff betriebenen Temperierkammer. Die Filmebene stellt gleichzeitig die Referenzebene dar, da das schattenoptische Bild unmittelbar auf die Filmebene einer Kamera projiziert wurde.

Für das optisch anisotrope Modellmaterial ARALDIT B sind in der Bildfolge 11.8-a-f exemplarisch verschiedene Stadien des Rißfortschritts einer Matrixrißentwicklung dargestellt. Das Verbundmodell Nr. 103-TYP-D besitzt eine zentrische Bohrung ( $R^{FS} = R^F$ ) und mehrere Markierungslinien entlang der Symmetrieschnitte.

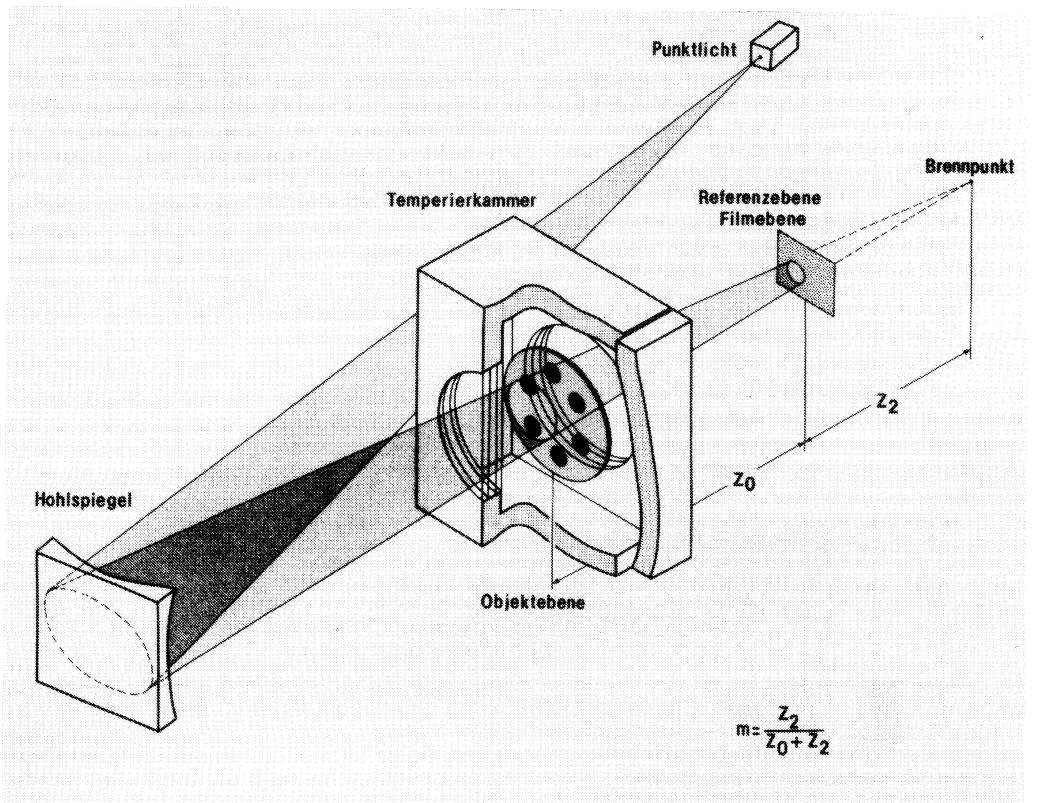


Abb. 11.7: Versuchsaufbau zur Durchlichtschattenoptik mit Punktlichtquelle, Hohlspiegel und Temperierkammer

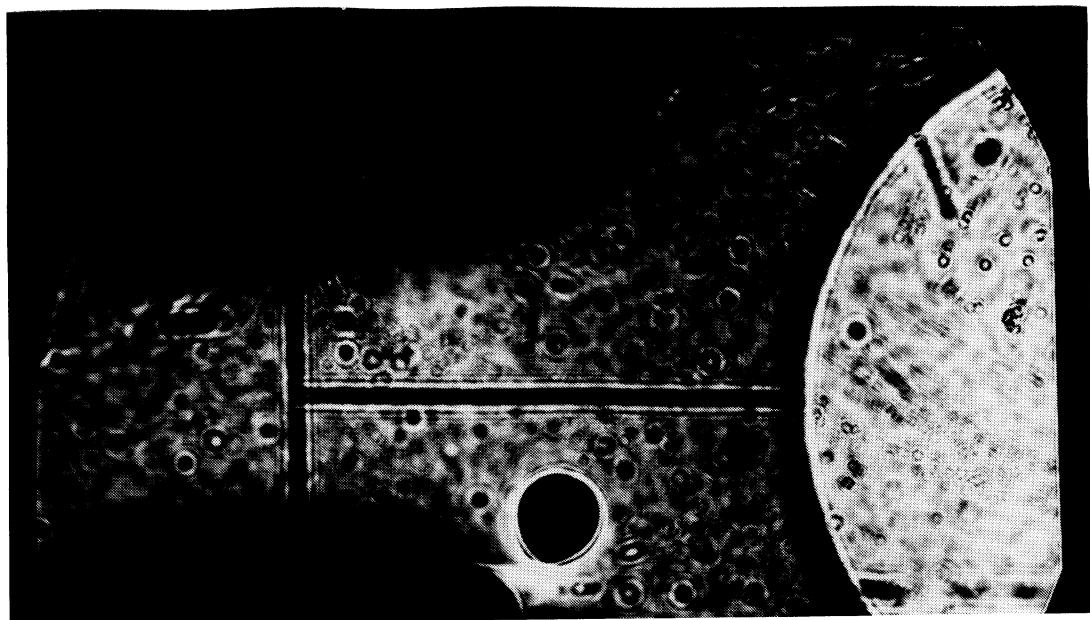


Abb. 11.8-a

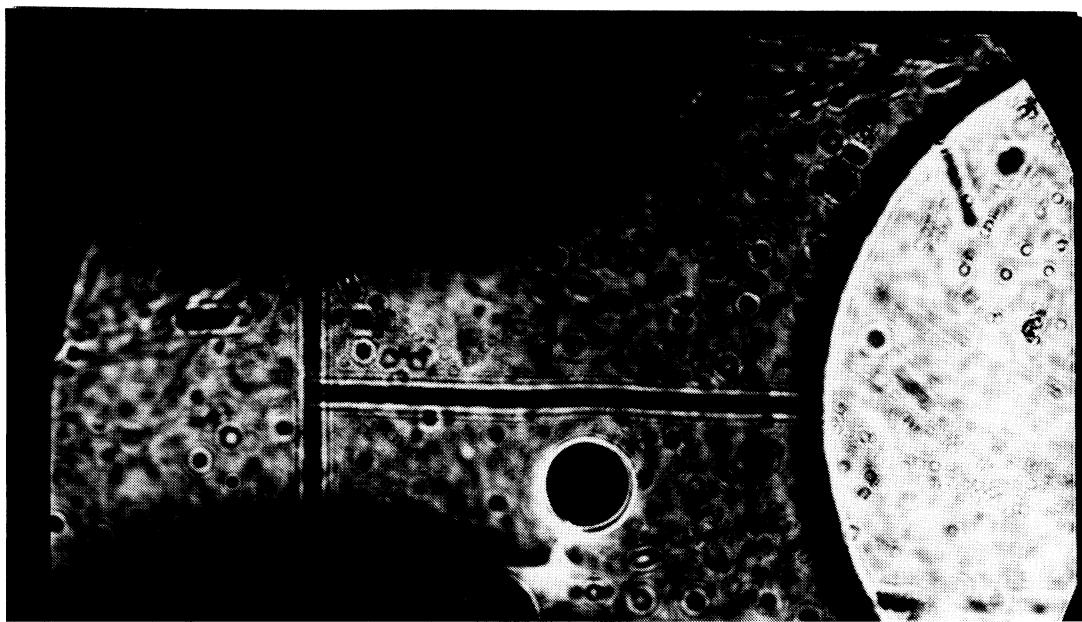


Abb. 11.8-b

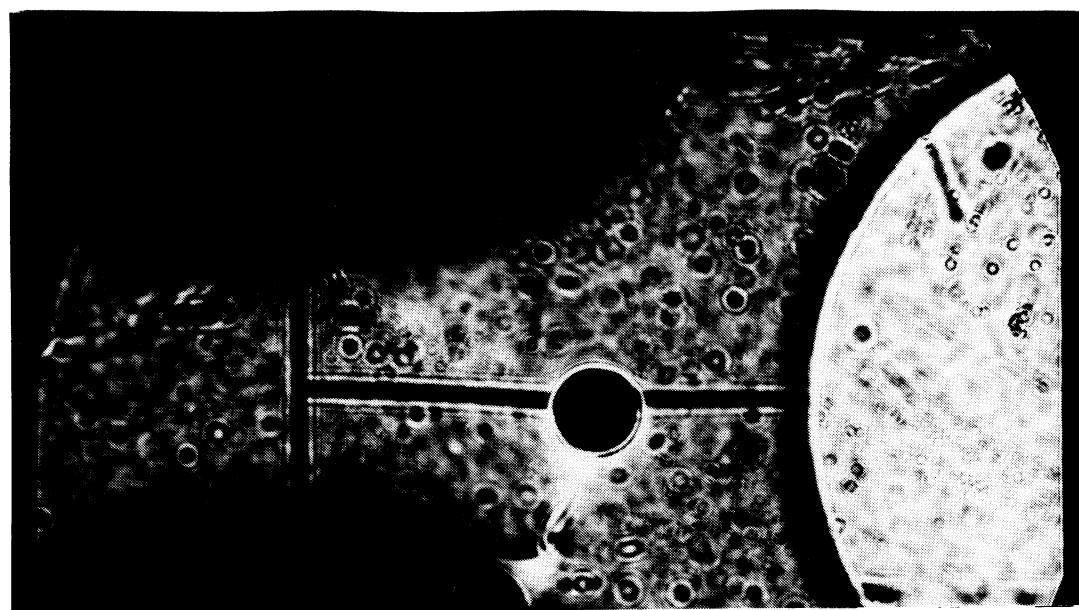


Abb. 11.8-c

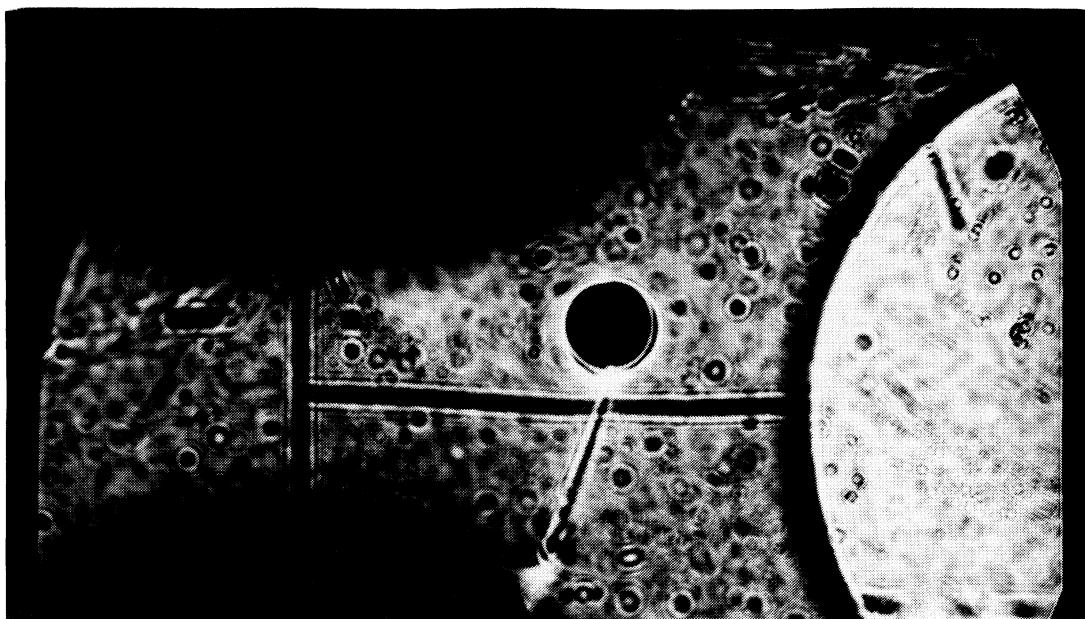


Abb. 11.8-d

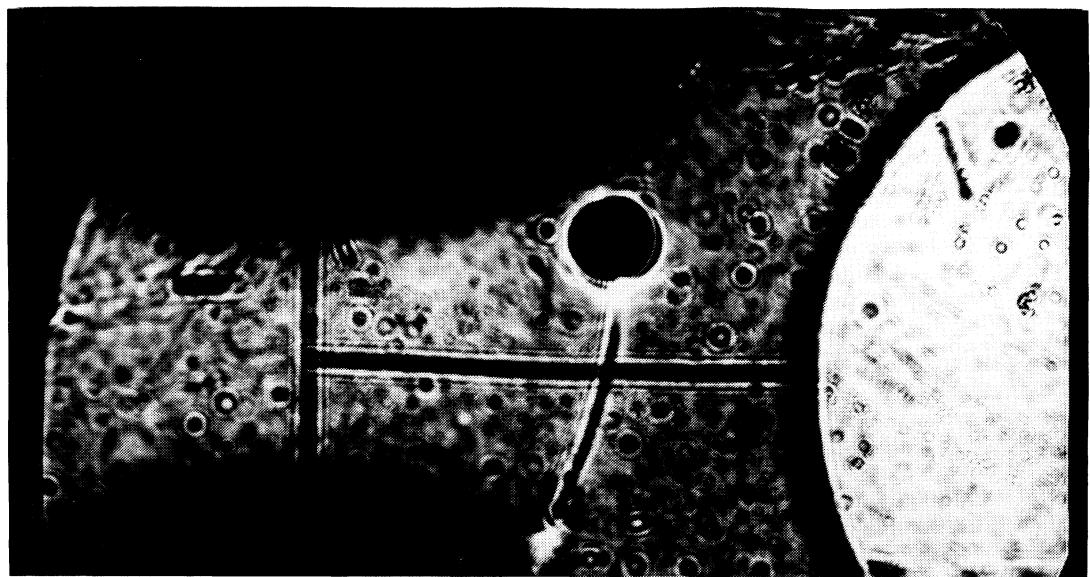


Abb. 11.8-e

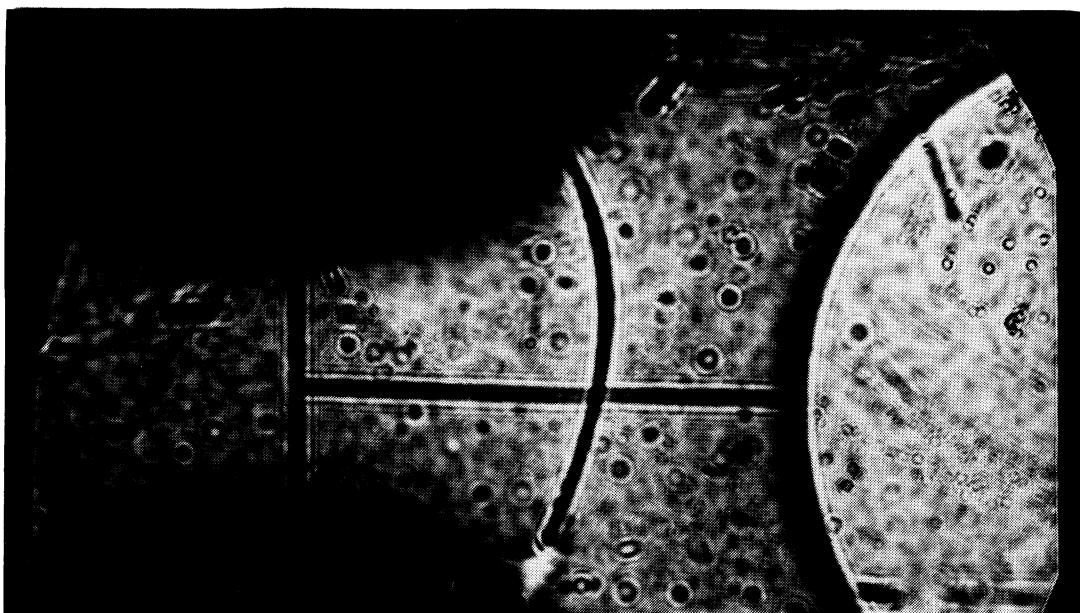


Abb. 11.8-f

Abb. 11.8-a-f: Schattenoptische Aufnahmen zu den Phasen einer Matrixrißentwicklung in einem Verbundmodell mit Bohrung ( $Q^{FS} = -0,5$ ) aus ARALDIT B-Matrix und Keramik-Fasern

Die Abbildungen 11.8-a-f zeigen außerdem die aus der optischen Anisotropie des verwendeten Modellwerkstoffs ARALDIT B resultierenden Doppelkaustiken, die signifikante Abweichungen von der üblicherweise beobachteten symmetrischen Epizykloidenform um die Rißspitze eines geraden Risses aufweisen. Die Form der beobachteten Schattenfläche entspricht nicht der einer unter gemischter Beanspruchung stehenden gedrehten Kaustik, sondern weist deutliche Deformationen auf, die unter der Voraussetzung des Vorliegens reiner Mode I-Eigenspannungsrißausbreitung nur aus der lokalen Krümmung der Rißgeometrie ableitbar sind.

In eingehenden analytischen Untersuchungen /118/ ist zudem der Einfluß der Rißkrümmung auf die zugehörigen bruchmechanischen Kennwerte am Beispiel homogener elastischer Materialien zur Verbundsimulation untersucht worden. Hierbei konnte eine Näherungslösung zur Beschreibung der Beziehung zwischen dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  und der Rißkrümmung im homogenen Kontinuum

angegeben werden. Darauf aufbauend ist mit Hilfe komplexer Spannungsfunktionen und numerischer Berechnungen die Entstehung eines Schattenflecks um eine gekrümmte unter Mode I-Belastung stehende Rißspitze simuliert worden.

In den Abbildungen 11.9-a-f sind für realistische Modellgegebenheiten numerisch bestimmte Kaustiken dargestellt, wobei von einem Spannungsintensitätsfaktor  $K_I = 15 \text{ Nmm}^{-3/2}$  ausgegangen wurde. Die Krümmung des Risses ist dabei variiert worden. Für optisch isotropes Modellmaterial zeigen sich ebenso wie im Experiment nur sehr geringe Abweichungen von der Kaustik eines geraden Risses (Abb. 11.9-a-f, links). Die Schattenbilder für den Werkstoff mit anisotropen ( $\lambda = 0,288$ ) Eigenschaften weisen jedoch die gleichen Deformationen wie die experimentell beobachteten auf. In einer Fehlerbe trachtung ließ sich die geometrische Abweichung der Urkreisradien  $r_o$  der zugehörigen gekrümmten ( $r = 0,1 \text{ mm}^{-1}$ ) und geraden Risse bei ansonsten identischen Geometrie- und Belastungsparametern zu 2,5% abschätzen.

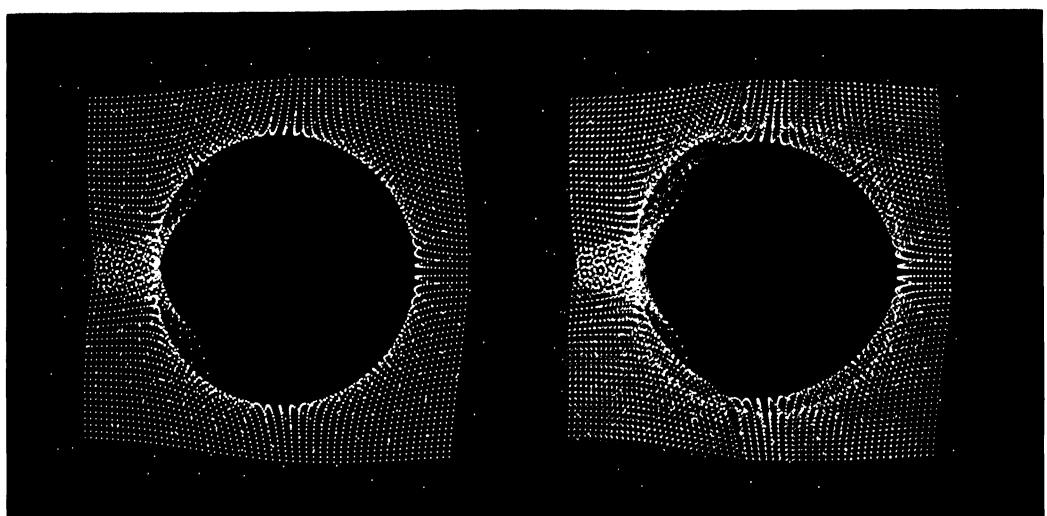


Abb. 11.9-a

Krümmung  $k = 0,1 \text{ mm}^{-1}$ 

Abb. 11.9-b

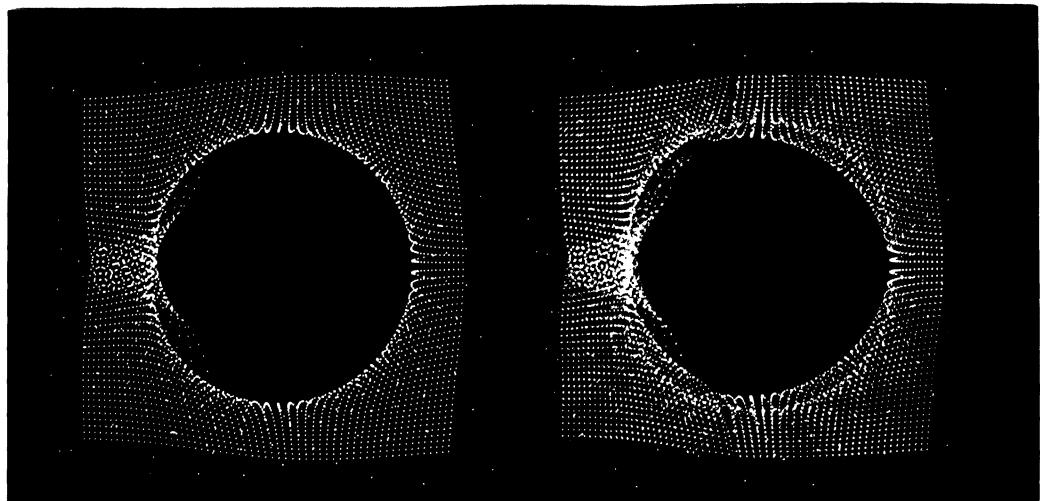


Abb. 11.9-c

Krümmung  $k = 0,3 \text{ mm}^{-1}$ 

Abb. 11.9-d

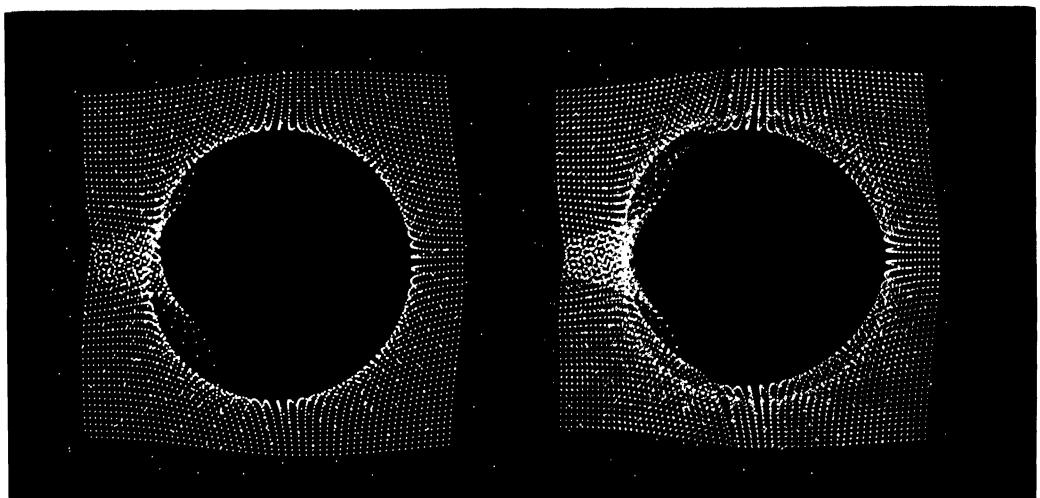


Abb. 11.9-e

Krümmung  $k = 1,0 \text{ mm}^{-1}$ 

Abb. 11.9-f

Abb. 11.9-a-f: Numerisch bestimmte Kaustiken für unterschiedliche Rißkrümmungen  $k$

In Abbildung 11.10 ist eine Zusammenstellung der Ergebnisse für einen Eigenspannungsriß wiedergegeben.

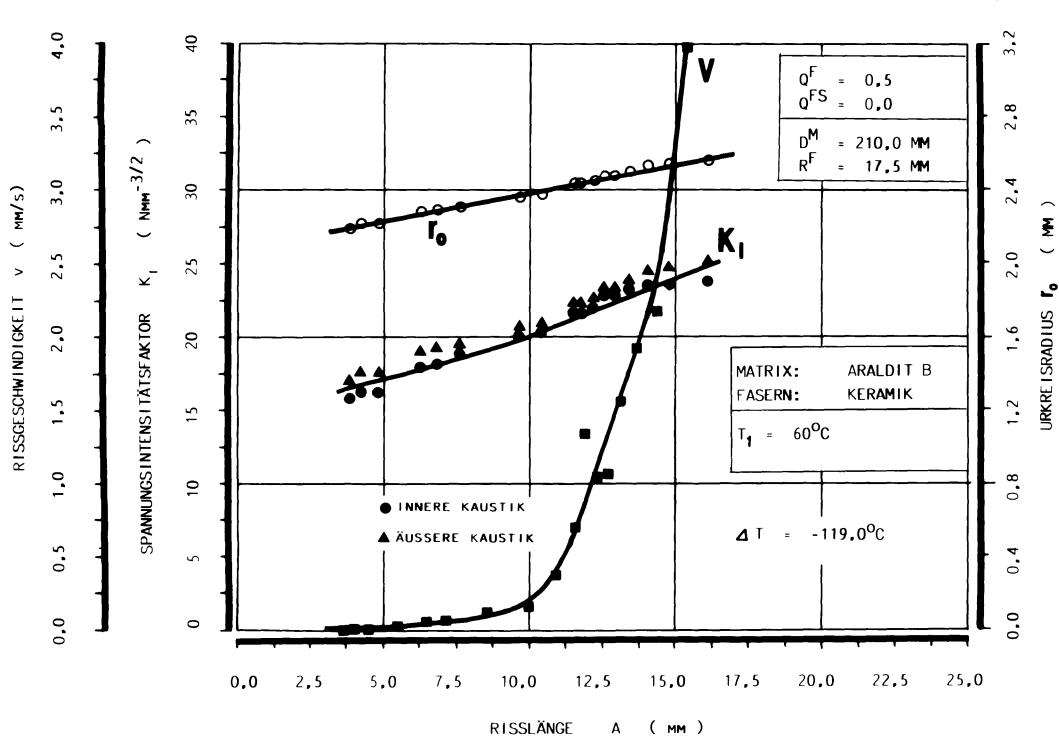


Abb. 11.10: Rißgeschwindigkeit  $v$ , Urkreisradius  $r_0$  und Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge  $a$  für einen gekrümmten Eigenspannungsriß in der Matrix eines Verbundmodells

#### 11.2.3.2 REFLEXIONSSCHATTENOPTIK

Der Versuchsaufbau für die Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren mittels der schattenoptischen Reflexionsmethode ist in Abbildung 11.11 wiedergegeben.

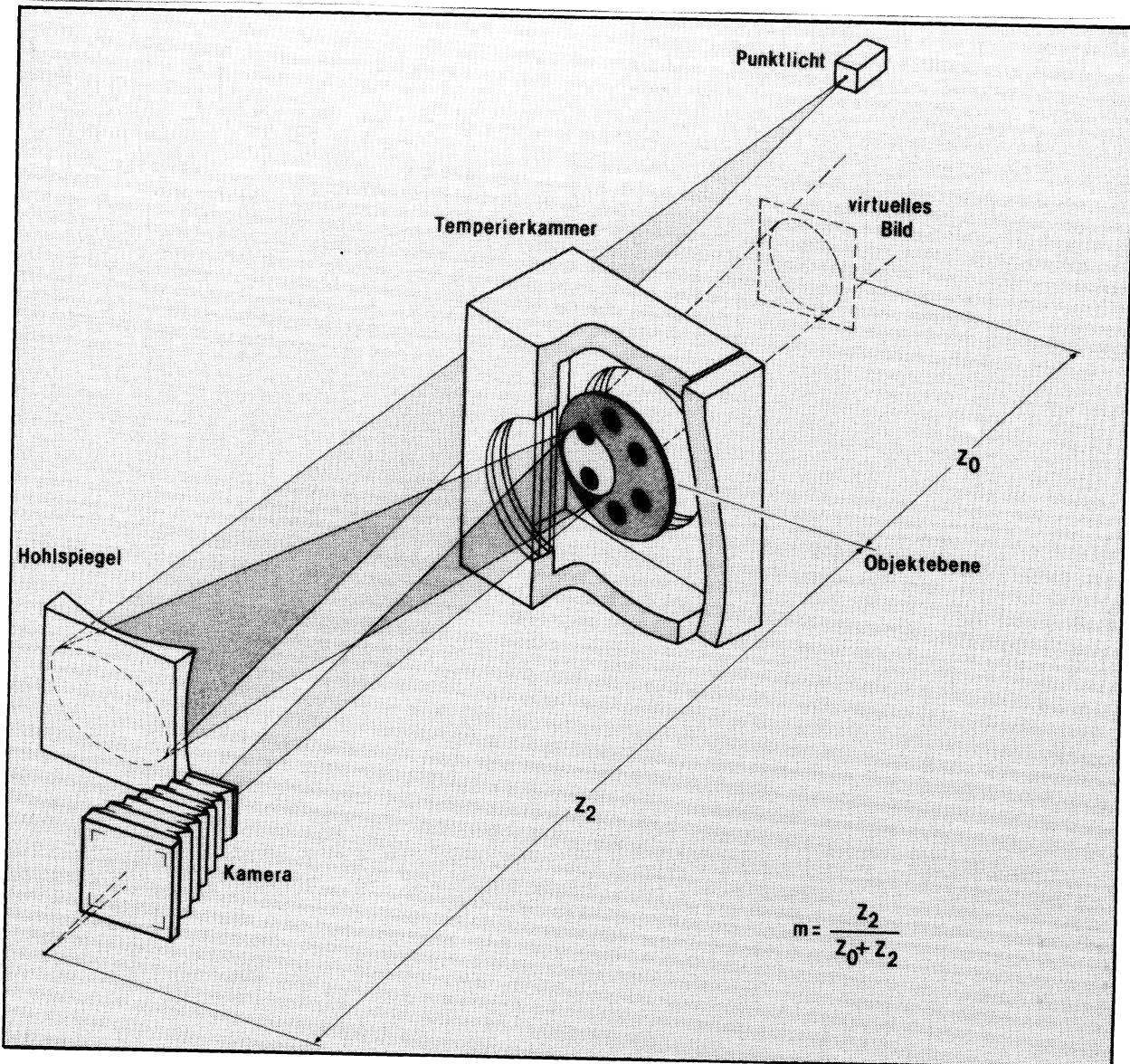


Abb. 11.11: Versuchsanordnung zum Reflexionskaustikenverfahren mit einer oberflächenverspiegelten Verbundprobe aus ARALDIT B-Matrix bzw. Keramik-Fasern

Als reflektierende Spiegelfläche dient eine auf die ARALDIT B-Matrix aufgedampfte Silberschicht. Die Modellbelastung erfolgt wiederum in der Temperiereinrichtung mittels flüssigen Stickstoffs.

Der Versuchsaufbau unterscheidet sich von dem der Transmissions-schattenoptik in erster Linie durch einen neuen Kamerastandort und die Fokussierung auf eine virtuelle Referenzebene hinter der Probe. Die Abbildungen 11.12-a-f zeigen unterschiedliche Stadien des Rißfortschritts eines Matrixrisses.

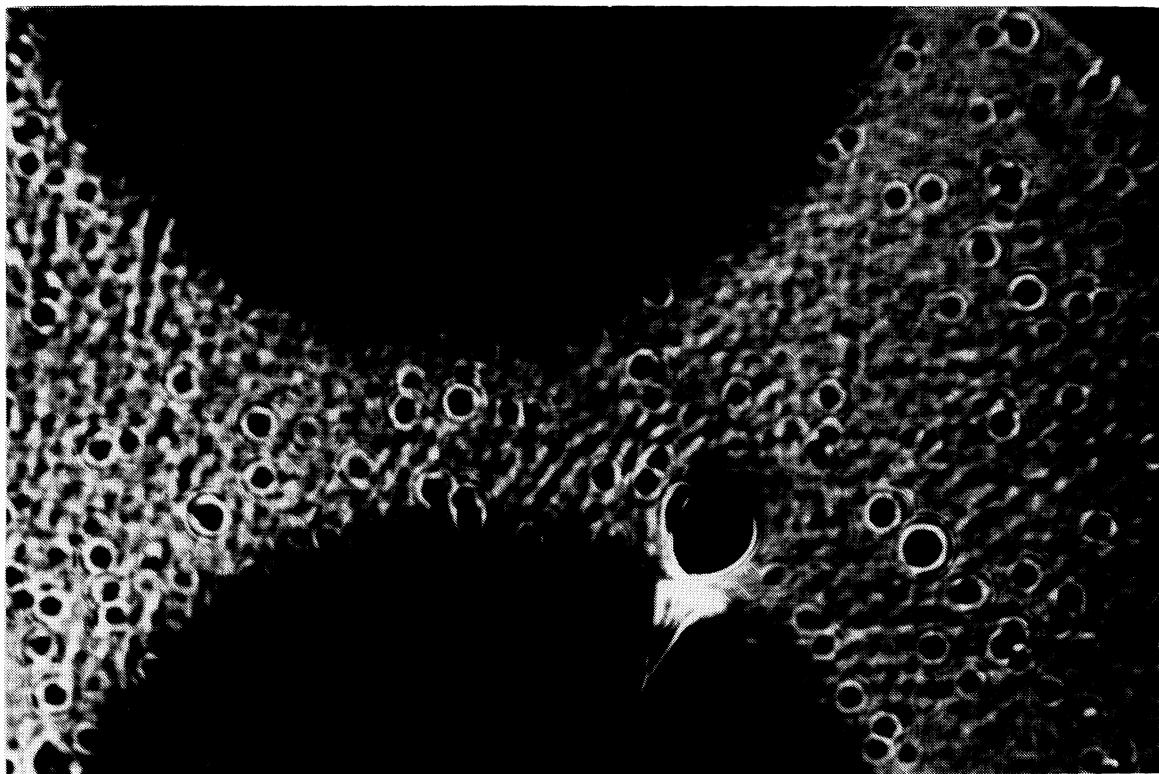


Abb. 11.12-a

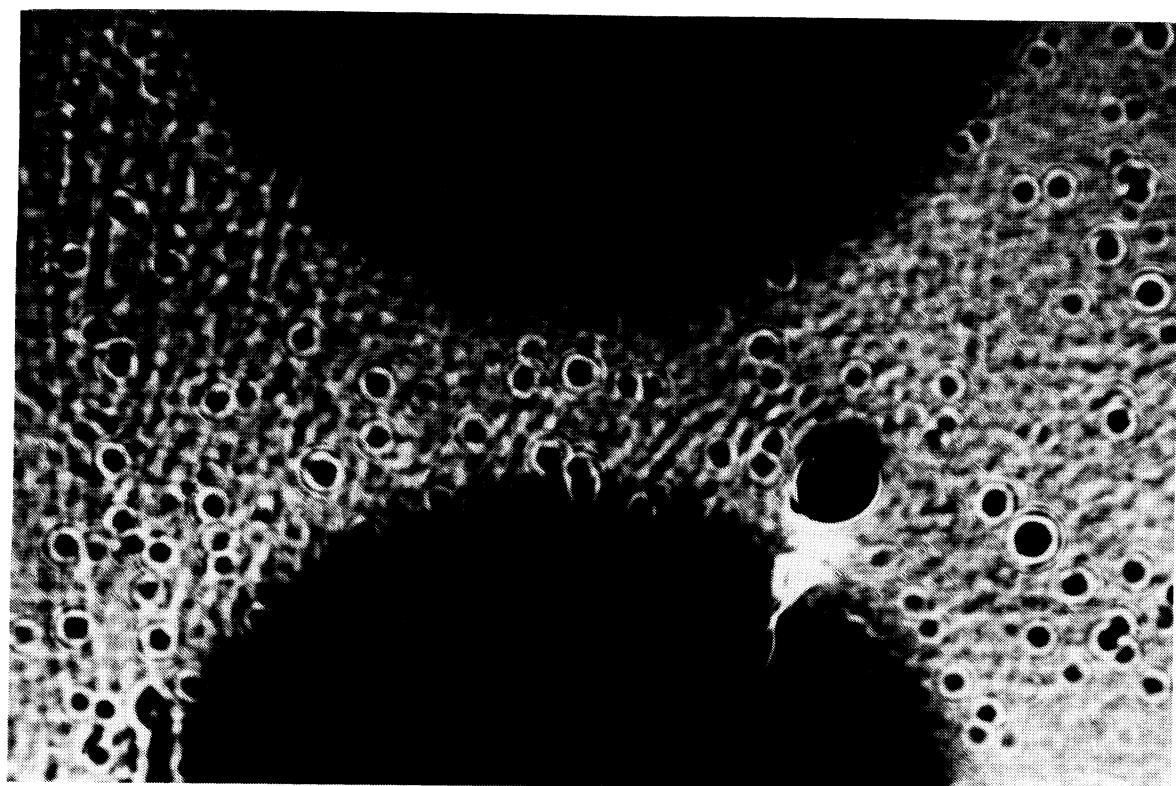


Abb. 11.12-b

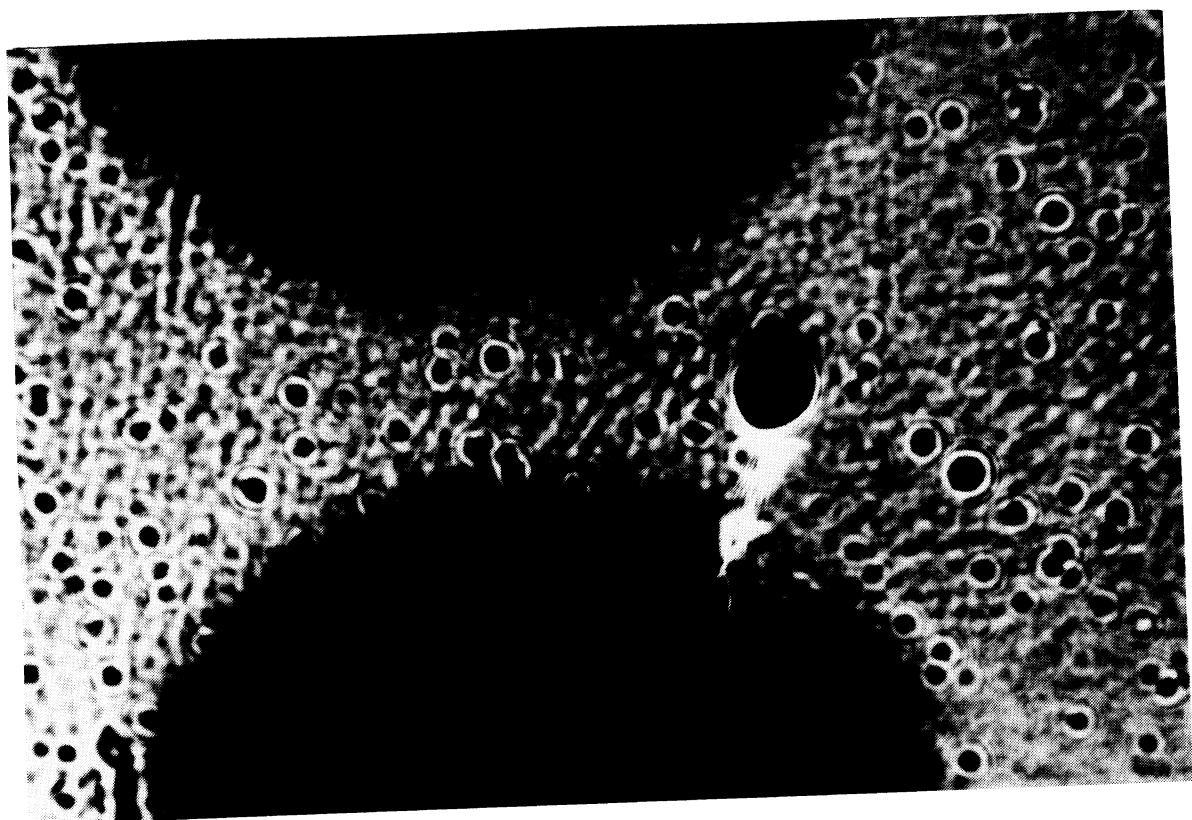


Abb. 11.12-c

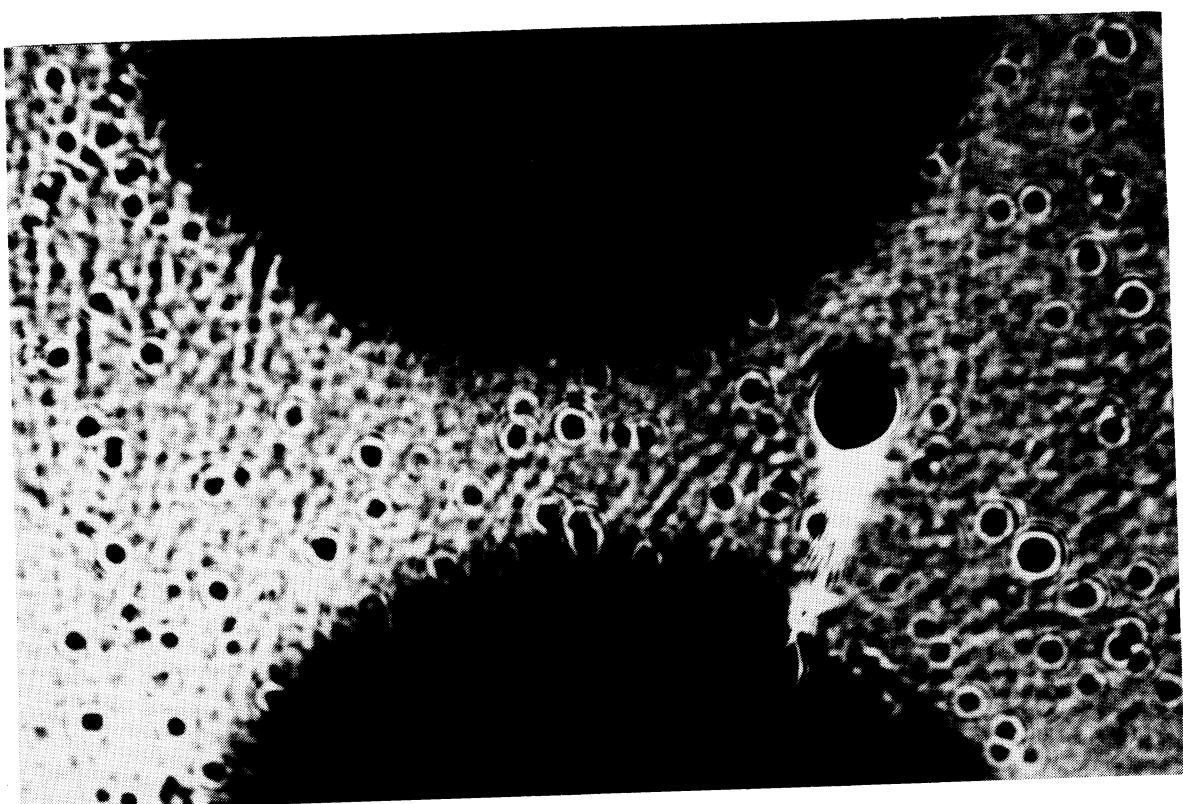


Abb. 11.12-d

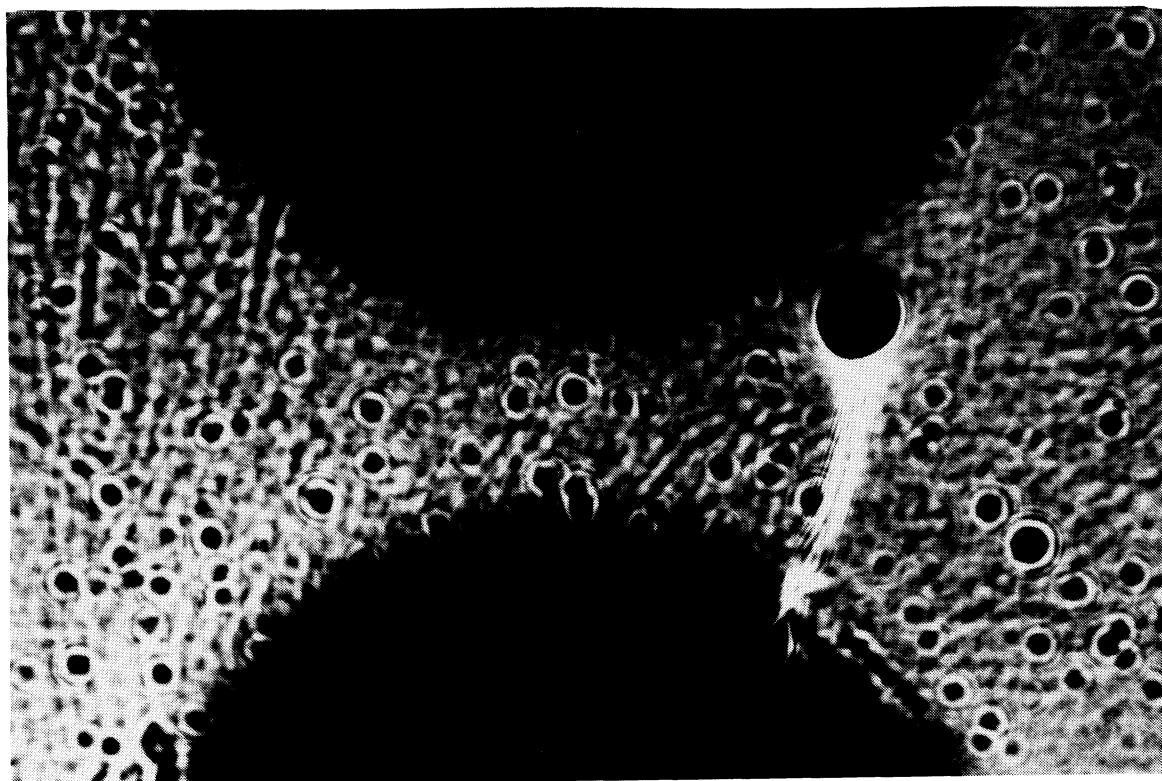


Abb. 11.12-e

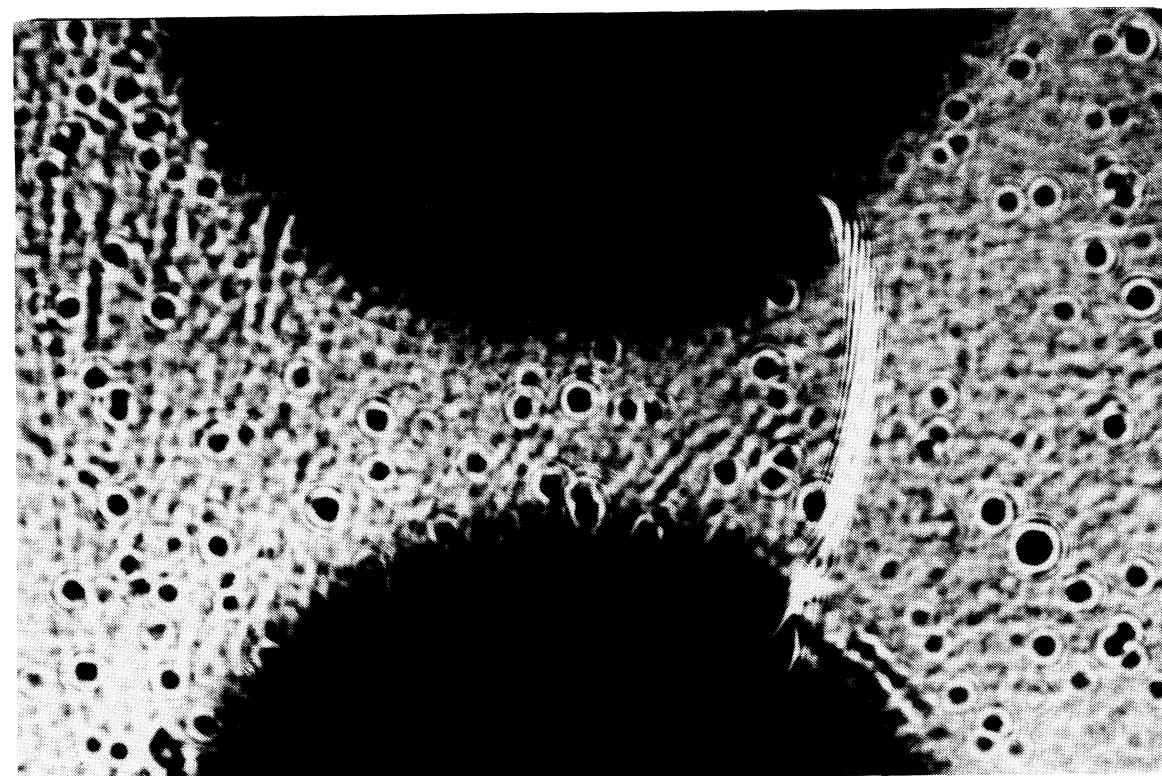


Abb. 11.12-f

Abb. 11.12-a-f: Experimentell beobachtete Kaustiken für verschiedene Rißspitzenpositionen entlang eines sich quasistatisch ausbreitenden Eigenspannungsrißes in einer reflexionsschattenoptischen Versuchsanordnung

Die Versuchsergebnisse für einen gekrümmten Eigenspannungsriß innerhalb der Matrix eines Verbundmodells sind in Abbildung 11.13 zusammengestellt.

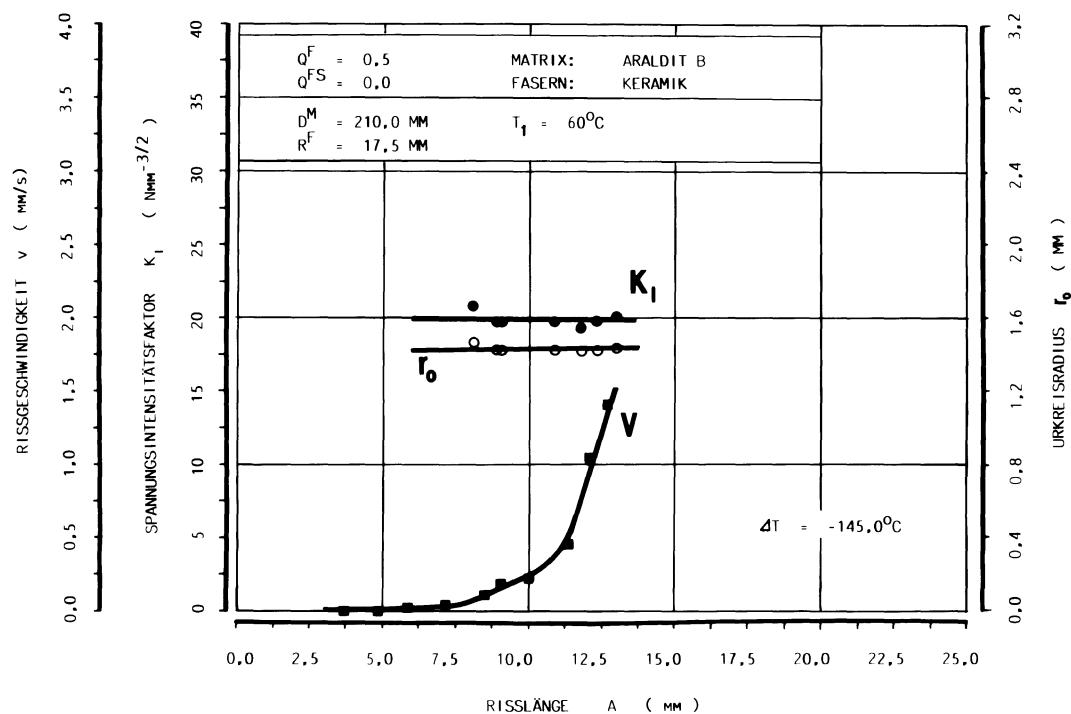


Abb. 11.13: Rißgeschwindigkeit  $v$ , Urkreisradius  $r_0$  und Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge  $a$  für einen gekrümmten Eigenspannungsriß in der Matrix eines Verbundmodells

### **11.2.3.3 VERGLEICH DER NUMERISCH UND EXPERIMENTELL ERMITTELTE SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN**

Nachfolgend ist der Vergleich der auf experimentellem Wege durch die schattenoptischen Transmissions- und Reflexionsverfahren gewonnenen Spannungsintensitätsfaktoren mit denen auf numerischem Wege mittels des Verfahrens der Finiten Elemente bestimmten ange stellt worden. Mit Hilfe des Netztyps L3RE-TYP-B und einer an die im Experiment verwendete Verbundprobe angepaßten Geometrie wurde für den Matrixriß die Energiefreisetzungsr率e ermittelt und mittels der Gleichung (4.2-10a) der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  als Funktion der Rißlänge bestimmt. Diese und die auf experimentellem Wege gewonnenen Spannungsintensitätsfaktoren sind in Abbildung 11.14 aufgetragen. Es wurden hierbei die Ergebnisse aus einem transmissions- und reflexionsschattenoptischen Versuch gegenüber gestellt, wobei die Ergebnisse aus Versuchen mit vergleichbaren Rißinitiierungs- bzw.-starttemperaturen ausgewählt wurden. Die temperaturabhängigen Stoffwerte für die FE-Analyse sind für den relevanten Temperaturbereich aus den in Abschnitt 7.3 vorgestellten Untersuchungsergebnissen ermittelt worden. Von KORDISCH /75/ wird für die Bruchzähigkeit des Modellmaterials ARALDIT B der Wert  $K_{Ic} = 25,2 \pm 4,3$  ( $N/mm^{3/2}$ ) angegeben. Die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  in Abbilung 11.14 liegen im Bereich der stabilen Rißaus breitung, d.h. für Rißlängen bis  $a = 7,5$  mm, deutlich unter den für Raumtemperatur kritischen Rißzähigkeitswerten. Da über die Temperaturabhängigkeit der Kenngröße  $K_{Ic}$  keine Aussagen gemacht werden können, lassen sich mit den derzeitigen Mitteln noch keine fundierten Angaben über den Instabilitätspunkt bzw. den Bereich des instabilen Rißfortschritts machen. Es ist jedoch zu vermuten, daß  $K_{Ic}$  wie bei einer Vielzahl von Werkstoffen zu tiefen Temperaturen hin erheblich fallende Werte aufweist. Daher bedarf es zur Beurteilung der ab einer gewissen Rißlänge stets einsetzenden Dyn amik der Rißverweiterung noch weiterer experimenteller Untersu chungen.

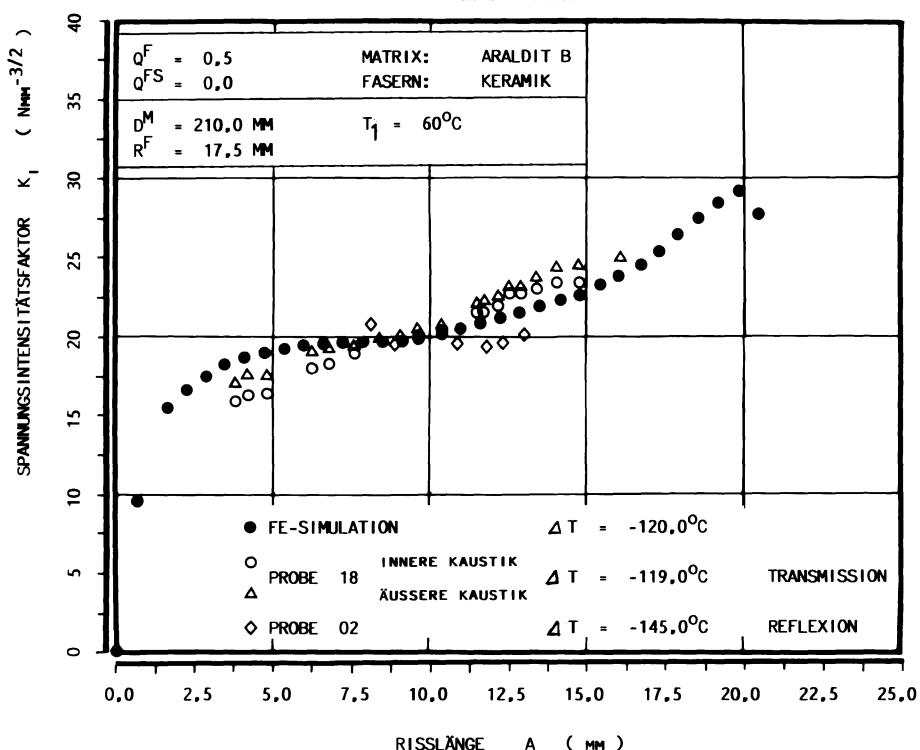


Abb. 11.14: Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  in Abhängigkeit von der Rißlänge  $a$

## 12. ZUSAMMENFASSUNG

Das Studium des Wärmespannungsbruchs von Verbundmaterialien besitzt in der derzeitigen Materialforschung einen besonderen Stellenwert, da hochfeste Mehrphasenwerkstoffe bei ihrem vielfältigen Einsatz insbesondere in der Luft- und Raumfahrt sowie der Nukleartechnik häufig speziellen instationären Temperaturfeldern ausgesetzt sind.

In der vorliegenden Arbeit werden experimentelle und numerische Untersuchungen zum Problem des Wärmespannungsbruchs von faserverstärkten Verbundwerkstoffen vorgestellt, wobei insbesondere auf das Versagen unter dem Einfluß von Störstrukturen innerhalb einer ansonsten regulären Anordnung eingegangen wird. Zudem wurde eine Beschränkung auf die Untersuchung der matrixseitigen Bruchphänomene einer Verbundstruktur vorgenommen, da auf Grund der gewählten Materialkombinationen ausschließlich ein Versagen im Matrixmaterial und in der Faser/Matrix-Grenzfläche beobachtet wurde. In diesem Zusammenhang wird für einen Ausschnitt aus einem realen Verbundwerkstoff ein äquivalentes Modell vorgestellt, das ein dreidimensionales Kontinuum darstellt, bestehend aus einer Matrix und in hexagonaler Packung angeordneten zylindrischen Verstärkungsfasern. Die Reduktion auf einen scheibenförmigen Ausschnitt dieser Modellstruktur gestattet ferner eine überschaubare experimentelle und numerische Handhabbarkeit. Für ein derartig modelliertes Verbundmodell sind Strukturvarianten definiert worden, die die Beschreibung aller wesentlichen Strukturabweichungen durch die Angabe des Parameters  $Q^{FS}$  gestatten, der als Verhältnis des Fehlstellenvolumens zum Matrixvolumen definiert wurde.

Für ein Faser/Matrix-Volumenverhältnis der ungestörten Anordnung von  $Q^F = 0,5$  und einem Fehlstruktur/Matrix-Volumenverhältnis von  $Q^{FS} = 0$ , was dem Fehlen einer Faser entspricht, stellen sich bei Verwendung geeigneter Modellmaterialien und Anwendung einer speziellen Belastungsprozedur definierte reproduzierbare Eigenspannungsrißkombinationen innerhalb der nachmodellierten Matrix und entlang der vorhandenen Faser/Matrix-Grenzflächen ein.

Für das Epoxidharz ARALDIT F als Matrixmodellwerkstoff und Stahlscheiben zur Fasernachbildung konnte in umfangreichen Untersuchungen ein spezieller Handhabungsablauf erarbeitet werden, mit dessen Hilfe ein reproduzierbares Eigenspannungsversagen unter ausschließlich thermischer Belastung der Struktur mit Kombinationen aus gekrümmten asymmetrisch verlaufenden Matrixrissen und nachfolgenden Grenzflächenrißkonfigurationen nachgebildet werden. Voraussetzung für experimentelle und numerische Studien zur Rißausbildung und zum Spannungszustand innerhalb der Matrix eines modellierten Faserverbundwerkstoffmodells ist die Kenntnis der thermischen und der zeitlichen Abhängigkeit der relevanten Werkstoffkenngrößen. Aus diesem Grund sind spezielle Vorrichtungen und Versuchseinrichtungen zur Bestimmung der genannten Abhängigkeiten entwickelt und als Hilfsmittel zur quantitativen Angabe der Temperatur- und Zeitabhängigkeit von Werkstoffkennwerten benutzt worden. Ferner wurde eine spezielle Temperierkammer mit vollständiger spannungsoptischer Apparatur konzipiert und für die vorgestellten Betrachtungen eingesetzt.

Das Matrixmodellmaterial besitzt eine ausgezeichnete spannungsoptische Aktivität, so daß mittels des Schubspannungsdifferenzen-Verfahrens (SDV) entlang radialer Modellschnitte zwischen zwei bzw. drei Einlagerungen für Modelle mit unterschiedlichen Strukturparametern  $Q^{FS}$  Spannungsverteilungen sowohl für den ungerissenen als auch den zugehörigen gerissenen Modellfall ermittelt werden konnten. Aus globalen Isoklinenverteilungen wurden mittels der klassischen spannungsoptischen Methode Hauptspannungstrajektorienfelder konstruiert, die Rückschlüsse über den Verlauf der gekrümmten Eigenspannungsrisse im Matrixwerkstoff zuließen, die mit früheren Ergebnissen zum Problem des Wärmespannungsbruches von Mehrkomponentenmedien in Einklang stehen.

Als Vorbereitung für numerische Betrachtungen und zur Beurteilung der Gültigkeit ebener Modellbetrachtungen wurden dreidimensionale Verbundmodelle erstellt und in analoger Weise bis zum thermischen Versagen belastet. Es zeigen sich auch in diesem Modelltyp gekrümmte Eigenspannungsrisse in der Matrix zwischen zwei benachbarten Fasern, so daß die ebenen Modellvarianten als repräsentativer Spezialfall von Faserverbundwerkstoffen mit unidirektonaler Faseranordnung anzusehen sind.

Mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente wurden für eine Kombination aus einem Matrixriß und zwei sich anschließenden Faser/Matrix-Grenzflächenrissen bruchmechanische Kennwerte und Spannungsverteilungen in einer modellierten Verbundstruktur bestimmt.

Für die numerisch nachgebildete quasistatische Matrixrißentwicklung konnte gezeigt werden, daß diese weitgehend unter Mode I-Belastung und damit nach dem Haupt- bzw. Normalspannungskriterium erfolgt. Die Angabe von Eigenspannungsverteilungen entlang ausgewählter Modellschnitte gestattet einen guten Einblick in den Beanspruchungszustand thermisch eigengespannter Strukturen, zumal auch die Abhängigkeiten von den verschiedenen Strukturvarianten angegeben werden können.

Die Nachbildung eines doppelten Matrixrisses und die Angabe von Energiefreisetzungsraten entlang dieser Eigenspannungsrißkombination bestätigen das im Experiment beobachtete Phänomen der Mehrfachmatrixrisse, die sich bis zum vollständigen Umlaufen der Rißsequenzen auszubilden vermögen.

Einen weiteren Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bildet die Analyse der Versagensmerkmale wie Rißinitiierung, Rißfortschritt und Rißfolge.

Für das Phänomen der Rißinitiierung aus einer Faser/Matrix-Grenzfläche in das Matrixmaterial hinein wurden mit Hilfe einer FE-Analyse von Energiedichteänderungen im Grenzflächen- und im Matrixbereich um einen Einschluß einer Verbundstruktur Rißstartpunkte in Form von Faserumfangskoordinaten vorausgesagt, die sehr gut mit experimentell beobachteten Rißinitiierungspositionen und lokalen Hauptspannungsverteilungen zusammenfallen.

Dem Studium des Matrix- und simultanen Grenzflächenrißfortschritts zweier gleichzeitig vorliegender Eigenspannungsrißspitzen in einem Faserverbundwerkstoffmodell und der Aufstellung eines geeigneten Rißfolgekriteriums kam eine besondere Bedeutung zu. Mithilfe des Kriteriums der maximalen Energiefreisetzungsraten konnten für unterschiedliche Modellstrukturen vollständige Rißfolgesimulationen durchgeführt werden. Für das vorliegende Problem wurde davon ausgegangen, daß diejenige der beiden möglichen Rißverlängerungen den weiteren Rißverlauf beschreibt, welche für einen

schritt das Maximum an elastischer Verzerrungsenergie freisetzt. Bei konstanter Modelldicke und äquidistanten Rißverlängerungsschritten mußte für die betrachtete Modellstruktur lediglich die Veränderung der in einer belasteten Struktur gespeicherten Gesamtverzerrungsenergie in Abhängigkeit vom Simulationsschritt als Beurteilungskriterium herangezogen und programmtechnisch realisiert werden.

Es wurde ein umfangreiches Programmsystem entwickelt, mit dessen Hilfe das automatische Erstellen der relevanten FE-Strukturen, das Anlegen sowie selbständige Anstarten von FE-Prozeduren in Verbindung mit allen notwendigen Kontroll- und Dokumentationsmaßnahmen sowie eine automatische Simulation der Eigenspannungsrißentwicklung bei gleichzeitigem Vorliegen eines Matrixrisses und eines partiellen Grenzflächenrisses ermöglicht wurde. Das Aufbereiten der FE-Ergebnisdateien und die Entscheidung über den weiteren Rißfortschritt mittels des Rißfortschrittkriteriums erfolgte dabei automatisch. In sehr guter Übereinstimmung mit experimentellen Befunden zeigte sich dabei für alle simulierten Verbundvarianten die zunächst vollständige Ausbildung des Matrixrisses und das anschließende variantenabhängige Debonding an der Rißinitierungsfasern mit nachfolgendem alternierenden und nach Überschreiten von Symmetriegrenzen synchronem Rißspitzenfortschritt entlang beider Matrix/Faser-Grenzflächen bis zur wiederum beidseitigen Arretierung der entsprechenden Grenzflächenrisse.

Weitere experimentelle Untersuchungen zur quasistatischen Rißverlängerung innerhalb der Matrix eines idealisierten Verbundmodells lieferten mittels der bekannten Methode der Spannungsoptik und der Transmissions- und Reflexionsverfahren der Schattenoptik bruchmechanische Kennwerte in Form von Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$ . Zu diesem Zweck wurde eine modifizierte Modelltechnik erarbeitet und verfeinert. Das Epoxidharz ARALDIT B und eine gießfähige Keramikmasse dienten dabei zur Modellierung der Matrix und der Fasern einer Verbundgeometrie. Durch deren Abkühlung von der spannungsfreien Ausgangstemperatur von  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  auf die Versagenstemperatur  $-40^\circ\text{C} > T_1 > -60^\circ\text{C}$  stellte sich als Verlängerung eines zuvor mechanisch eingebrachten Startrisses, der nach Initiierungsart und -richtung dem Anfangszustand einer unmanipulierten Struktur entspricht, Rißfortschritt entlang eines gleichermaßen gekrümmten

Rißweges durch die Matrix ein. Die sich im Bereich quasistatischen Rißfortschritts einstellenden Isochromatenverteilungen im spannungsoptischen Versuch bzw. die Kaustiken im schattenoptischen Experiment wurden zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte herangezogen und diskutiert.

Die Abweichungen von den für einen geraden Riß sich symmetrisch zur Rißverlängerungslinie ausbildenden schattenoptischen Grenzkurven wurden mittels analytischer Ansätze für den gekrümmten Eigenspannungsriß nachvollzogen und für unterschiedliche Geometrie- und Modellverhältnisse numerisch simuliert.

In einer abschließenden Betrachtung ist der mit der Methode der Finiten Elemente bestimmte Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  für das Verbundmodell mit einer ARALDIT B-Matrix den experimentell ermittelten  $K_I$ -Werten gegenübergestellt worden. Sie zeigen gute Übereinstimmung im Bereich stabilen Rißfortschritts.

LITERATURVERZEICHNIS

/1/ Czichos, H.: Nach neuen Werkstoffen wird international geforscht. VDI-Nachrichten Nr. 52 (1985)

/2/ Taprogge, R., R. Scharwächter, P. Hahnel: Faserverstärkte Hochleistungsverbundwerkstoffe. Tandem Fachbuchreihe, Vogel-Verlag, Würzburg (1975)

/3/ Elfinger, F.X., A. Peiter, W.A. Theiner, E. Stückler: Verfahren zur Messung von Eigenspannungen. VDI-Berichte Nr. 439 (1982), S.71-84

/4/ Hahn, H.G.: Bruchmechanik. Teubner Studienbücher, Stuttgart (1976)

/5/ Braun, H., K. Herrmann: Analysis of thermal cracking of unidirectionaly reinforced composite structures in the micromechanical range. Proc. 5th Int. Conf. Fracture, ICF5, Pergamon Press, Oxford, Vol.1 (1981), S.485-493

/6/ Herrmann, K., F.-G. Buchholz, H. Grebner, I. Mihovsky, P. Pawliska, F. Ferber: Grundlegende Untersuchungen zur Kohäsionsfestigkeit von Faserverbundwerkstoffen. VW-Abschlußbericht, Bibliographie "Deutsche Forschungsberichte", TIB Hannover (1984), S.1-126

/7/ Braun, H.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Problem der quasistatischen Rißausbreitung in eingespannten Zweikomponentenwerkstoffen. Dissertation, Universität Karlsruhe (1979)

/8/ Herrmann, K., H. Braun: Quasistatic thermal crack growth in unidirectionally fiber reinforced composite materials. Engineering Fracture Mechanics, Vol.18 (1983), S.975-996

/9/ Grebner, H.: Bruchmechanische Untersuchungen zur Ausbreitung von WärmespannungsrisSEN in spröden Mehrkomponentenmedien. Dissertation, Universität Paderborn (1983)

/10/ Herrmann, K., H. Grebner: Curved thermal crack growth in homogeneous materials with different shaped external bounderries I,II. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 2 (1984), S.133-146, S.147-155

/11/ Herrmann, K., H. Grebner: Quasistatic thermal crack extension in the interfaces of bounded self-stressed multiphase compounds. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol.4, No.2 (1985), S.127-135

/12/ Herrmann, K., I.M. Mihovsky: Plastic zone size of dugdale type cracks in a self-stressed two-phase medium with partially plastified matrix material. Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Vol.22 (1984), S.25-29

/13/ Herrmann, K., F. Ferber: Zur Rißbildung und bruchmechanischen Untersuchung von Faserverbundwerkstoffen infolge thermisch induzierter Eigenspannungen, VDI-Berichte 552 (1985), S.375-388

/14/ Herrmann, K.: Thermal crack growth in self-stressed glassy compounds. Lecture Notes, ASFM5 - Ispra Course: "Fracture Mechanics of Nonmetallic Materials, Ispra, Oktober 14-18 (1985), S.1-25

/15/ Buchholz, F.-G., K. Herrmann, U. Stratmeier: Untersuchung eines gekrümmten Grenzflächenrisses in der Einheitszelle eines eigengespannten faserverstärkten Verbundwerkstoffes. 12. Sitzung AK Bruchvorgänge, Freiburg, 7.-8.10.1980, DVM-Mitteilung (1981), S.215-222

/16/ Herrmann, K.: Curved thermal crack growth in the interfaces of a unidirectional Carbon-Aluminum composite. IUTAM-Symposium on Mechanics of Composite Materials, Blacksburg, Virginia, USA, August 16-19, 1982, Advances in Mechanics of Composite Materials (Eds.: Z. Hashin and C.T. Herakovich), Pergamon Press, New York and Oxford (1983), S.383-397

/17/ Buchholz, F.-G., K. Herrmann: Zur Anwendung finiter Elemente mit höheren Verschiebungsansätzen für die numerische Berechnung bruchmechanischer Kennwerte. GAMM-Tagung, Würzburg, 21.-24. April 1981, ZAMM 62 (1982), T115-118

/18/ Buchholz, F.-G., K. Herrmann: Effects of micromechanical modelling on the fracture analysis of thermally loaded fiber reinforced composites. Sixth Int. Conf. on Fracture (ICF6), New Delhi, India, December 4-10, 1980, Advances in Fracture Research (Eds.: S.R. Valluriet al.), Vol.4 (1984), S.3005-3012

/19/ Parkus, H.: Thermoelasticity. Springer Verlag, Wien/New York (1976)

/20/ Nowacki, W.: Thermoelasticity. Pergamon Press, Oxford/London/New York/Paris (1962)

/21/ Föppl, L., E. Mönch: Praktische Spannungsoptik. Springer, Berlin/Heidelberg/New York (1972)

/22/ Wolf, H.: Spannungsoptik. Bd.1, Springer, Berlin/Heidelberg/New York (1976)

/23/ Kuske, A.: Taschenbuch der Spannungsoptik. Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, Stuttgart (1971)

/24/ Rossmannith, H.P.: Grundlagen der Bruchmechanik. Springer Verlag, Wien/New York (1982)

/25/ Heckel, K.: Einführung in die technische Anwendung der Bruchmechanik. 2. Auflage, Hanser Verlag, München/Wien (1983)

/26/ Irwin, G.R.: Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Journ. Appl. Mech.* 24 (1957), S.361-364

/27/ Mc Clintock, F.A., G.A. Irwin: Plasticity aspects of fracture mechanics. *ASTM STP 381*, Philadelphia (1965)

/28/ Griffith, A.A.: The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil.Trans.Roy.Soc. Ser. A* 221, London (1921), S.163-198

/29/ Griffith, A.A.: The theory of rupture. *Proc. 1st. Int. Congr. of Appl. Mech.*, Delft (1924), S.55-93

/30/ Blumenauer, H., G. Pusch: *Bruchmechanik, Grundlagen, Prüfmethoden, Anwendungsbeispiele*. Leipzig (1973)

/31/ Radaj, D.: Zur Didaktik und Geschichte der Bruchmechanik. *Materialprüfung* 12, Nr. 7 (1970), S.236-237

/32/ Muskhelishvili, N.I.: Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. *Nordhoff*, Groningen (1953)

/33/ Macherauch, E.: Bruchmechanik. in: *Grundlagen des Festigkeits- und Bruchverhaltens*. Verlag Stahleisen M.B.H., Düsseldorf (1974)

/34/ Rossmannith, H.P. (Hrsg.): Finite Elemente in der Bruchmechanik. *Springer Verlag*, Wien/New York (1982)

/35/ Hahn, H.G.: Methode der finiten Elemente in der Festigkeitslehre. *Akademische Verlagsgesellschaft*, Frankfurt (1975)

/36/ Zienkiewicz, O.C.: Methode der finiten Elemente. *Carl Hanser*, Wien (1975)

/37/ ASKA user manual, Version 6., IKOSS GmbH, Stuttgart

/38/ Rice, J.R.: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks. *J. of Appl. Mechanics*, Vol.35 (1968), S.379-386

/39/ Watwood, V.B.: The finite element method for prediction of crack behavior. *Nucl. Engng. Design*, Vol.11 (1969), S.323-332

/40/ Anderson, G.P., V.L. Ruggles, G.S. Stiborg: Use of finite element computer programs in fracture mechanics. *Int. J. Fract. Mech.*, Vol.7 (1971), S.63-76

/41/ Buchholz, F.-G., B. Meiners: Local and global energy methods for the calculation of characteristic fracture value with ASKA. *International FEM-Congress*, Baden-Baden, 18.-19. November (1985), S.331-364

/42/ Irwin, G.R.: Handbuch der Physik. Bd. 6, S 551, Springer Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg (1958)

/43/ Rybicki, E.F., M.F. Kanninen: A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. Engng. Fracture Mech., 9 (1977), S.931-938

/44/ Buchholz, F.-G.: Lokale Formeln höherer Ordnung zur Methode des modifizierten Riesschließungsintegrals. Ingenieur-Archiv 55 (1985), S.342-347

/45/ Buchholz, F.-G., B. Meiners, K. Herrmann: Numerische Untersuchungen zur Methode des modifizierten Riesschließungsintegrals. DVM Bericht, 17. Sitzung Arbeitskreis "Bruchvorgänge", Basel, Schweiz (1985), S.427-438.

/46/ Buchholz, F.-G., K. Herrmann: A note on generalized applications of the modified crack closure integral method. In: Numerical Methods in Fracture Mechanics (Eds.: A. R. Luxmoore, D. R. J. Owen), Proc. of the 3rd Int. Conf. Swansea, UK, March 1984, Pineridge Press, Swansea (1984), S.149-163

/47/ Blüml, P., E. Hosp, R. Ritter, B. Simon: Optische Verfahren in der experimentellen Spannungsanalyse VDI-Berichte Nr. 439 (1982), S.97-121

/48/ Friedrich, G.: Automatisches Schubspannungsdifferenzenverfahren (SDV) mit Ausgleich zur vollständigen Auswertung in der Spannungsoptik. Dissertation, Universität München (1974)

/49/ Richard, H.A.: Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus spannungsoptisch bestimmten Kerbspannungsfaktoren. Dissertation, Universität Kaiserslautern (1979)

/50/ Hahn, H.G: Spannungsverteilung an Rissen in festen Körpern. VDI-Forschungsheft 542, Düsseldorf (1970)

/51/ Klein, G.: Bestimmung der Spannungsfaktoren bei gemischten Beanspruchungsarten am Beispiel eines Risses in der Umgebung eines Kreisloches. Dissertation, Universität Karlsruhe (1974)

/52/ Post, D.: Photoelastic stress analysis for an edge crack in a tensile field. Proc. of SESA, Vol.12, No.1 (1954), S.99-116

/53/ Wells, A., D. Post: The dynamic stress distribution surrounding a running crack- a photoelastic analysis. Proc. of SESA, Vol.16, No.1 (1958), S.69-92

/54/ Irwin, G.R.: Dicussion. Proc. of SESA, Vol.16, No.1 (1958), S.93-96

/55/ Marloff, R.H., M.M. Leven, T.N. Ringler, R.L. Johnson: Photoelastic determination of stress-intensity factors. Exp. Mech., Vol.11 (1971), S.529-539

/56/ Kobayashi, A.S.: Experimental techniques in fracture mechanics. No.1, Westport (1973), No.2, Westport (1975)

/57/ Schroedl, M.A., C.W. Smith,: Local stresses near deep surface flaws under cylindrical bending fields. ASTM STP 536 (1973), S.45-63

/58/ Etheridge, J.M., J. W. Dally: A three-parameter-method for determination stress intensity factors from isochromatic fringe loops. Journal Of Strain Analysis, Vol.13, No.2 (1978), S.91-94

/59/ Redner, A.S.: Experimental determination of stress intensity factors- a review of photelasticity. Intern. Conf. on Fracture-Mechanics and Technology, Proc. Vol.1, Hongkong (1977)

/60/ Richard, H.A.: Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  mit dem spannungsoptischen Verfahren. Z. Werkstofftech., 11, Verlag Chemie (1980), S.293-303

/61/ Manogg, O.: Anwendung der Schattenoptik zur Untersuchung des Zerreißvorgangs von Platten. Bericht Nr. 4/64, Ernst-Mach-Institut, Freiburg (1964)

/62/ Beinert, U., J.F. Kalthoff, M. Maier: Neuere Ergebnisse zur Anwendung des Schattenfleckverfahren auf stehende und schnell laufende Brüche. VDI-Berichte 313 (1978), S.791-798

/63/ Maier, M., J. Beinert, J.F. Kalthoff: Einfluß der Rißgeschwindigkeit bei der schattenoptischen Bestimmung dynamischer Spannungsintensitätsfaktoren für laufende Risse nach dem Kaustikenverfahren. Bericht W1/79, Frauenhofer-Institut für Werkstoffmechanik, Freiburg (1979)

/64/ Beinert, J., J.F. Kalthoff: Experimental determination of dynamic stress intensity factors by shadow patterns. Mechanics of Fracture, Vol.7 (Ed. G. C. Sih), Martinus Nijhoff Publishers, The Hague (1981), S.163-187

/65/ Theocaris, P.S., J. Milios: Dynamik crack propagation in composites. Inter. J. of Fracture, Vol.16 (1980), S.31-51

/66/ Seidelmann, U.: Anwendung des schattenoptischen Kaustikenverfahrens zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte bei überlagerter Normal- und Scherbeanspruchung. Wissenschaftlicher Bericht 2/76, Institut für Festkörpermechanik der Frauenhofer-Gesellschaft, Freiburg (1976)

/67/ Gdoutos, E.E.: Problems of mixed mode crack propagation. Martinus Nijhoff Publishers, The Hague (1984)

/68/ Theocaris, P.S.: Partly unbonded interfaces between dissimilar materials under normal and shear loading. Acta Mechanica 24 (1976), S.99-115

/69/ Rosakis, A.J., C.C. Ma, L.B. Freund: Analysis of the optical shadow spot method for a tensile crack in a power-law hardening material. *Journ. Appl. Mech.* (1984)

/70/ Rosakis, A.J., L.B. Freund: Optical measurement of the plastic strain concentration at a tip in a ductile steel plate. *Journ. Engr. Mat. Tech.* 104 (1982), S.115-125

/71/ Kalthoff, J.F.: The shadow optical method of caustics. *CISM-Seminar, Optical Methods in Mechanics 3. Static and Dynamic Photoelasticity and Caustics. Recent Application, Udine (Italy) July 16-20 (1984)*

/72/ Theocaris, P.S.: Reflected shadow method for the constrained zones in cracked plates. *Appl. Optics* 10 (1971) S.2240-2247

/73/ Ferber, F.: Zur elektro-optischen Erfassung von Spannungintensitätsfaktoren mittels der Kaustikenmethode. Vortrag im Rahmen des Mechanik-Kolloquiums der wissenschaftlichen Hochschulen des Landes Nordrhein-Westfalen, Universität Paderborn (Juni 1984)

/74/ ASTM, Proposed method of test for plane-strain fracture toughness of metallic materials. Book of ASTM Standards Part 31 (1969), S.1099-1114

/75/ Kordisch, H.: Untersuchungen zum Verhalten von Rissen unter überlagerter Normal- und Scherbeanspruchung. *Dissertation, Universität Karlsruhe (1982)*

/76/ Williams, J.G., P.D. Ewing: Fracture under complex stress - the angled crack problem. *Int. J. of Fracture*, Vol.8 (1972), S.441-446

/77/ Herrmann, K.: Self-stress fracture in a thermoelastic two-phase-medium. *Mech. Res. Comm.* Vol.2 (1975), S.85-90

/78/ Herrmann, K., A. Fleck: Ein elastisch-plastisches Rißmodell für ein eigengespanntes Zweiphasenmedium bei Berücksichtigung von Verfestigung und Entfestigung in der Fließzone. *Mech. Res. Comm.* 4 (1977), S.373-379

/79/ Braun, H., A. Fleck, K. Herrmann: Finite element analysis of a quasistatic crack extension in a unit cell of a fiber-reinforced material. *Int. Journal of Fracture*, Vol.14 (1978), R 3 - R 6

/80/ Herrmann, K., H. Braun: Analysis of cracks in composite structures subjected by thermal loading. In: *Fracture of composite materials* (Eds.: G.C. Sih, V.P. Tamuzs), Sijthoff & Noordhoff (1979), S.171-192

/81/ Braun, H., K. Herrmann: Numerical calculation of strain energy release rates for thermal cracks in fibre-reinforced materials. In: Numerical methods in fracture mechanics (Eds.: D.R.J. Owen, A.R. Luxmoore), Pineridge Press, Swansea (1980), S.207-222

/82/ Herrmann, K., I.M. Mihovsky: Plastic behavior of fibre-reinforced composites and fracture effects. In: Proceedings Fourth National Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Varna, Bulgarien, Vol.1 (1981), S.431-436

/83/ Herrmann, K.: Über Eigenspannungen im diskontinuierlich inhomogenen Festkörper - I: Konzentrische Lage der Teilgebiete - II: Exzentrische Lage der Teilgebiete. In: Beiträge zur Spannungs- und Dehnungsanalyse (Ed.: K. Schröder), Akademie Verlag, Berlin (1970)

/84/ Hieke, M.: Die Rißentstehung in Glasscheiben unter Eigenspannungen. Z. Naturforsch. 150 (1960), S.543-546

/85/ Hieke, M., F. Loges: Das Zerreißen von Gläsern unter dem Einfluß definierter Eigenspannungsquellen. Z. Angw. Phys. 22 (1966) S.14-19

/86/ Herrmann, K., H. Braun, P. Kemeny: Finite element analysis and experimental verification of quasistatic thermal crack growth in a two-phase medium. In: Analytical and Experimental Fracture Mechanics (Eds.: G.C. Sih, M. Mirabile), Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn (1981), S.859-869

/87/ Fritz, J.F., R.A. Queeney: Interfacial matrix stresses in composites due the misfitting cylindrical constituents. Journal of Composite Material, Vol.17 (1983), S.224-230

/88/ Cunningham, B., J.P. Sargent, K.H.G. Ashbee: Measurement of the stress field created within the resin between fibres in a composite material during cooling from the cure temperature. Journal of Materials Science 16 (1981), S.620-626

/89/ Herrmann, K.P.: Micromechanical analysis of basic fracture effects in self-stressed fibrous composites. In: Fracture of Fibrous Composites (Ed. C.T. Herakovich), ASTM, New York, AMD-Vol.74 (1985), S.1-13

/90/ Herrmann, K., F. Ferber: Curved thermal crack growth in self-stressed models of fiber reinforced materials with a brittle matrix. Proc. of the Euromech 204, Warsaw, Poland, November 11-15 (1985), to be published

/91/ Herrmann, K., F. Ferber: Failure mechanisms in thermally loaded models of fibrous composites with a brittle matrix. Proc. Int. Symposium on Composite Materials and Structures, Peking, China, June 10-13 (1986), S.483-488

/92/ Ficker, E.: Der Einfluß des Modellmaterials in der Spannungsoptik. Dissertation, TU München (1971)

/93/ Brewster, D.: On the production of regular double refraction in the molecules of bodies by simple pressures. Phil. Trans. roy. Soc. (1830), S.87-97

/94/ Frocht, M.M.: Photoelasticity. Band 1, 3. Aufl. und Band 2., John Wiley & Sons Inc., New York (1949 u. 1948)

/95/ Burger, C.P.: Thermal modeling. Exp. Mech. 15 (1975), S.430-442

/96/ Metcalf, J.T., T. Kobayashi: Comparison of crack behavior in Homalite 100 and Araldit B. ASTM (1980), S.128-145

/97/ Kufner, M.: Werkstoffe für spannungsoptische Modelle von Verbundkonstruktionen. Zeitschrift für angewandte Physik (1962), S.444-448

/98/ Hinz, O., A. Rübenhagen: Spannungsoptische Untersuchungen zur Rißeinleitung und Rißausbreitung in thermisch belasteten Verbundmodellen. Studienarbeit, Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn (1984)

/99/ ASKA Users Digest. Vol.1. Stuttgart (1983)

/100/ ASKA Users Digest. Vol.2. Stuttgart (1983)

/101/ Buchholz, F.-G.: Einflüsse von Elementtyp und Netztopologie auf die FE-Rechnung eines modifizierten Rißschließungsintegrals. 11. Int. Finite Elemente Congress, Congress Bericht, IKOSS GmbH, Stuttgart (1982), S.77-101

/102/ Dreier, K.: Automatisches Erstellen von Höhenschichtlinien. Mitteilung Nr. 76-02 des Inst. für Strahlantrieb und Turboarbeitsmaschinen der RWTH Aachen (1976)

/103/ Lutter, U.: Erarbeitung eines Verfahrens zur Verdichtung numerisch oder experimentell gewonnener Funktionswerte auf ein frei wählbares globales oder sequentielles Transformationsraster und die Darstellung von Isowerten als Höhenschichten. Diplomarbeit, Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn (1985)

/104/ Bronstein, I.N., K.A. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik. 19. Aufl., Frankfurt/Main (1980)

/105/ Engeln-Müllges, G., F. Reutter: Formelsammlung zur numerischen Mathematik mit Standard-FORTRAN-Programmen. 4. Auflage, Mannheim (1984)

/106/ Boley, B.A., J.H. Weiner: Theory of thermal stresses. John Wiley & Sons, Inc., New York (1960)

/107/ Weibull, W.: A statistical theory of the strength of materials. Proc. Royal Swedish Inst. Eng.Res. (1939)

/108/ Sih, G.C.: Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. *Int. J. of Fracture*, vol.10, S.305-321 (1974)

/109/ Strifors, H.C.: A generalized force measure of conditions at crack tip. *Int. J. Solid and Structures* 10, S.1389-1404 (1974)

/110/ Spanke, R.: Simulation einer quasistatischen Ausbildung von Kombinationen aus Matrix- und Grenzflächenrissen in thermisch belasteten Faserverbundmodellen mittels FEM. Diplomarbeit, Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn (1985)

/111/ Hayashi, K., S. Nemat-Nasser: Energy-release rate and crack kinking under combined loading. *J. Appl. Mech.* 48, S.520-524 (1981)

/112/ Ichikawa, M., S. Tanaka: A critical analysis of the relationship between the energy release rate and the stress intensity factors for non-coplanar crack extension and combined mode loading. *Int. J. Fracture* 18(1982), S.19-28

/113/ Erdogan, F.; G.C. Sih: On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *J. Basic Engineering* 85 (1963), S.519-527

/114/ Kalthoff, J.F.: On the propagation direction of bifurcated cracks. *Dynamic Crack Propagation* (Ed. G.C. Sih), Noordhoff International Publishing, Leyden (1973), S.449-458

/115/ Pärletun, L.G.: Determination of the growth of branched cracks by numerical methods. *Engng. Fracture Mechanics* 11, S.343-358, (1979)

/116/ Berken-Mersmann, E.: Experimentelle Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren entlang eines gekrümmten Eigenspannungsrißes in einem Faserverbundmodell. Diplomarbeit, Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn (1986)

/117/ Etheridge, J.M., Dally, J.W.: A critical review of methods for determining stress-intensity factors from isochromatic fringes, *Exp. Mech.* 17 (1977), S.248-254

/118/ Meiners, W.: Die Gültigkeit der Schattenoptik zur Untersuchung gekrümmter Eigenspannungsrisse und Erarbeitung funktionaler Zusammenhänge zur Beschreibung der zugehörigen bruchmechanischen Kennwerte. Diplomarbeit, Laboratorium für Technische Mechanik, Universität Paderborn (1986)