Räume stetiger und holomorpher Funktionen mit Gewichtsbedingungen

Zusammenfassung: Im ersten Teil der Arbeit werden die gewichteten (PLB)-Räume $\mathcal{A}C(X)$ und $\mathcal{A}_0C(X)$ stetiger Funktionen untersucht, d.h. für eine Doppelfolge $\mathcal{A} := ((a_{n,k})_{k\in\mathbb{N}})_{n\in\mathbb{N}}$ strikt positiver stetiger Funktionen (Gewichte) auf einem lokalkompakten Raum X mit

$$a_{n,k+1}(x) \leq a_{n,k}(x) \leq a_{n+1,k}(x) \ \forall\ n,k \in \mathbb{N}, x \in X,$$

bildet man den projektiven Limes (bezüglich n) des induktiven Limes (bezüglich k) der gewichteten Banachräume stetiger Funktionen $Ca_{n,k}(X)$ bzw. $C(a_{n,k})_0(X)$. Es wird die topologische Struktur dieser Räume untersucht. Für den (PLB)-Raum $\mathcal{A}_0C(X)$ kann charakterisiert werden, wann er mit dem (LF)-Raum $\mathcal{V}_0C(X)$ (hier sind projektiver und induktiver Limes vertauscht) algebraisch und topologisch übereinstimmt.

Der zweite Teil befaßt sich mit gewichteten Banachräumen holomorpher Funktionen auf der oberen Halbebene G. Sei $v : G \to \mathbb{R}_+$ eine strikt positive stetige Funktion. Der Raum $Hv_0(G)$ ist wie folgt definiert:

$$Hv_0(G) := \{f \in H(G); v|f| \text{ verschwindet im Unendlichen von } G\}.$$

Motiviert wurde dieses Kapitel durch eine Frage von Bierstedt. In einem Überblicksartikel über gewichtete induktive Limiten von Räumen holomorpher Funktionen wurde gefragt, ob der Raum $Hv_0(G)$ unter den Bedingungen von Holtmanns die Approximationseigenschaft hat. Dieses Problem bleibt im Allgemeinen ungelöst, aber mit zwei weiteren Bedingungen an die Gewichte kann die Frage positiv beantwortet werden. Mit einem Ergebnis von Lusky kann sogar die Existenz einer Basis gezeigt werden.