

Numerical Analysis of Transport in Dynamical Systems

Kathrin Padberg

Transportprozesse spielen eine wichtige Rolle bei vielen Naturphänomenen. Bekannte Beispiele sind die chaotische Advektion von Fluidpartikeln in geophysikalischen Flüssen oder der Transport von Asteroiden und Kometen in unserem Sonnensystem. Ähnliche Transportmechanismen finden auch Anwendung in der chemischen Physik und erklären beispielsweise die Übergänge zwischen verschiedenen Konformationen bei Molekülen oder die Kinetik chemischer Reaktionen. Deshalb ist man in der numerischen Analyse solcher dynamischer Systeme an der Identifikation der Regionen im Phasenraum interessiert, die an Transportprozessen beteiligt sind. In diesem Zusammenhang spielen invariante Mannigfaltigkeiten hyperbolischer Objekte eine entscheidende Rolle, da diese Strukturen insbesondere als natürliche Transportbarrieren auftreten.

Die Arbeit leistet einen Beitrag zur gegenwärtigen Forschung im Bereich der Detektion invarianter Mannigfaltigkeiten in zeitabhängigen dynamischen Systemen. Genauer gesagt, erweitern wir die bereits etablierten Konzepte wie *finite-time Lyapunov exponents* und *relative dispersion* und bringen sie in einen mengenorientierten Kontext (Dellnitz&Hohmann, 1996). Dies resultiert in neuen Multilevel-Ansätzen, die eine effiziente Detektion, Approximation und Fortsetzung von stabilen und instabilen Mannigfaltigkeiten hyperbolischer Objekte ermöglichen.

Darüber hinaus wird ein mengenorientierter Ansatz zur Berechnung von Transportraten in zeitabhängigen dynamischen Systemen vorgestellt. Die Methode beruht auf einer geeigneten Diskretisierung des Perron-Frobenius-Operators.

Alle Verfahren werden an verschiedenen Anwendungen, beispielweise aus der Astrodynamik oder der physikalischen Chemie, demonstriert.

Die Hauptanwendung der Methoden liegt in der Analyse von ozeographischen Strömungsdaten. Hier werden insbesondere sogenannte *Lagrangian coherent structures* detektiert. Diese gelten als Analoga zu invarianten Mannigfaltigkeiten in Systemen mit allgemeiner, aperiodischer Zeitabhängigkeit. Im Rahmen der Arbeit werden dabei nicht nur zweidimensionale Hochfrequenz-Radardaten untersucht, sondern auch dreidimensionale Messdaten.