

Analysis of Non-Newtonian and Two-Phase Flows

Kerstin Wielage

Nicht-Newton'sche Fluide sind durch verschiedene Eigenschaften gekennzeichnet, wie Viskosität-, Elastizitäts- oder Gedächtniseffekte. Eine wichtige Eigenschaft vieler Polymerlösungen ist, dass sich ihre Viskosität in Abhängigkeit der Scherrate verändert. Auf derartige, sogenannte *verallgemeinerte Newton'sche Fluide* konzentriert sich die vorliegende Arbeit. Das mathematische Modell zur Beschreibung der Strömung solcher Fluide im ganzen Raum ist gegeben durch das System

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p &= \operatorname{div} \mathbf{S} + \mathbf{f}, & \text{auf } [0, T] \times \mathbb{R}^n \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, & \text{auf } [0, T] \times \mathbb{R}^n \\ \mathbf{u}|_{t=0} &= \mathbf{u}_0, & \text{auf } \mathbb{R}^n. \end{aligned} \quad (1)$$

Darin bezeichnet \mathbf{S} den Spannungstensor, gegeben durch $\mathbf{S} = 2 \mu(\|\mathbf{D}\|^2) \mathbf{D}$ mit dem Deformationsratentensor $\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$ und der Viskositätsfunktion μ , welche von $\|\mathbf{D}\|^2$ bzw. von der Scherrate $\dot{\gamma} = \sqrt{2} \|\mathbf{D}\|$ abhängt. Hierbei bezeichnet $\|\mathbf{D}\|$ die Hilbert-Schmidt Norm.

Das Hauptresultat dieser Arbeit ist der Beweis der Existenz von Lösungen des Problems (1) in der Klasse maximaler L_p -Regularität. Mit Hilfe maximaler L_p -Regularität wird gezeigt, dass das vorliegende Problem unter geeigneten Voraussetzungen an die Viskositätsfunktion eine eindeutige starke Lösung im L_p -Sinn besitzt.

Zum Beispiel erhalten wir für die in der mathematischen Literatur häufig verwendete Viskositätsfunktion

$$\mu(\|\mathbf{D}\|^2) = \mu_0 (1 + \|\mathbf{D}\|^2)^{\frac{m-2}{2}}$$

lokale Existenz im \mathbb{R}^n , ($n > 1$) für $m > \frac{3n-4}{2(n-1)}$, d.h. im 3D Fall ist $m > 5/4$ hinreichend. Dabei sei darauf hingewiesen, dass der interessante Bereich für m aus ingenieurwissenschaftlicher Sicht $m > 1$ ist.

Im numerischen Teil der Arbeit liegt der Schwerpunkt im Bereich Zweiphasen Strömungen, da viele interessante Probleme in diesem Zusammenhang auftreten. Insbesondere werden Experiment und Simulation einer zentralen Tropfenkollision nicht-Newton'scher Fluide miteinander verglichen, wobei als Fließverhalten des Fluids das eines verallgemeinert Newton'schen Fluids angenommen wird. Die in der Simulation verwendete Viskositätsfunktion ist bezüglich der Annahmen der Situation von System (1) zulässig.