

Dynamik nichtlinearer Wechselwirkungen  
zweiter Ordnung  
in integriert optischen Wellenleitern

DEM FACHBEREICH DER PHYSIK DER  
UNIVERSITÄT PADERBORN  
ZUR ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES EINES  
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN (DR. RER. NAT.)  
VORGELEGTE

DISSERTATION

VON

WERNER GRUNDKÖTTER

1. GUTACHTER:                    PROF. DR. WOLFGANG SOHLER

2. GUTACHTER:                    PROF. DR. RALF WEHRSPORN

TAG DER EINREICHUNG:                    06. NOVEMBER 2005

TAG DER MÜNDLICHEN PRÜFUNG:                    16. FEBRUAR 2006

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>1 Grundlagen</b>	<b>9</b>
1.1 Feldgleichungen . . . . .	10
1.2 Optische Moden in Wellenleitern . . . . .	12
1.2.1 Geführte Leistung . . . . .	14
1.2.2 Skalare Wellengleichung . . . . .	16
1.3 Theorie gekoppelter Moden . . . . .	18
1.4 Nichtlineare Polarisierung . . . . .	20
1.5 Parametrische Verstärkung in der nichtlinearen Optik . . . . .	26
1.6 Phasenanpassung und Domäneninversion . . . . .	31
1.7 Dispersion in Ti:LiNbO <sub>3</sub> -Streifenwellenleitern . . . . .	36
<b>2 Dreiwellen-Frequenzkonversion</b>	<b>38</b>
2.1 Zweite Harmonische und Summenfrequenzzeugung . . . . .	38
2.2 Differenzfrequenzzeugung und parametrische Verstärkung . . . . .	54
<b>3 Kaskadierte Vierwellen-Frequenzkonversion</b>	<b>58</b>
3.1 Zweite Harmonische und Differenzfrequenzzeugung . . . . .	59
3.2 Summenfrequenz- und Differenzfrequenzzeugung . . . . .	66
<b>4 Optisch Parametrische Fluoreszenz</b>	<b>72</b>
4.1 Quantentheorie optischer Wellenleiter . . . . .	73

4.2	Spektrale Leistungsdichte der spontanen Fluoreszenz . . . . .	77
4.3	Analytisches Modell . . . . .	78
4.4	Prinzip des numerischen Modells . . . . .	80
4.5	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Optisch Parametrische Oszillation</b>	<b>86</b>
5.1	Abstimmverhalten . . . . .	88
5.1.1	Lineare Resonatoreigenschaften . . . . .	89
5.1.2	Konzept zur numerischen Beschreibung des Abstimmverhaltens	92
5.1.3	Diskussion . . . . .	94
5.2	Synchron gepumpte parametrische Oszillatoren . . . . .	103
5.2.1	Einfachresonanter OPO . . . . .	104
5.2.2	Doppeltresonanter OPO . . . . .	107
	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>112</b>
	<b>Anhang</b>	<b>114</b>
<b>A</b>	<b>Wellenleitermodell</b>	<b>115</b>
<b>B</b>	<b>GHG-Approximation</b>	<b>117</b>
<b>C</b>	<b>Numerisches Verfahren</b>	<b>119</b>
<b>D</b>	<b>Sellmeiergleichungen in <math>\text{LiNbO}_3</math></b>	<b>121</b>

# Einleitung

Ihren großen Aufschwung erlebte die nichtlineare Optik mit der Erfindung des Lasers als kohärente monochromatische Strahlungsquelle hoher Leistungsdichte im Jahr 1960 [Mai60]. Eine hohe optische Leistungsdichte hat in einem Dielektrikum zur Folge, dass der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld und der mikroskopischen Polarisierung nicht weiter linear ist. Das führt dazu, dass neben der in das Dielektrikum eingestrahlten Welle optische Partialwellen anderer Frequenzen entstehen und sich ausbreiten. Mit Hilfe dieser Partialwellen kann unter bestimmten Voraussetzungen ein effektiver Energietransfer zwischen Wellen verschiedener Frequenz (Wellenlängen) erreicht werden. Dieses Phänomen nennt man auch  $\lambda$ -Konversion.

Nichtlinear optische Prozesse klassifiziert man dabei nach der „Ordnung“ der nichtlinearen Polarisierung. Sehr vereinfacht drückt die Ordnung aus, ob die nichtlineare Polarisierung in zweiter oder in dritter Potenz mit dem elektrischen Feld skaliert. In Materialien ohne Inversionssymmetrie kann sehr effizient die nichtlineare Polarisierung zweiter Ordnung verwendet werden. Typische Materialien sind hier Kaliumniobat ( $\text{KNbO}_3$ ), Potassiumtitanylphosphat ( $\text{KTiOPO}_4$ , KTP), Lithiumtantalat ( $\text{LiTaO}_3$ ) und schließlich das dieser Arbeit zugrunde liegende Substrat Lithiumniobat ( $\text{LiNbO}_3$ ).

Eine effektive Konversion kann jedoch nur dann stattfinden, wenn Partialwellen gleicher Frequenz konstruktiv interferieren. In dispersiven Medien ist das im allgemeinen nicht der Fall. Durch die Wahl eines bestimmten Arbeitspunktes — bestimmt durch Temperatur, Wellenlängen und Polarisierung der beteiligten Wellen — kann die Doppelbrechung ausgenutzt werden, um eine sogenannte Phasenanpassung zu realisieren [HS88]. Durch die Wahl einer bestimmten Temperatur können dann die Wellenlängen über einen gewissen Bereich eingestellt werden. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass aufgrund der Wechselwirkung von Wellen verschiedener Polarisierung nicht der grösste nichtlineare Koeffizient (Abschnitt 1.4) verwendet werden kann, der Wellen gleicher Polarisierung miteinander verknüpft. Auch ist man bei der Wahl des Arbeitspunktes durch die Materialdispersion und die erforderliche Temperaturstabilisierung eingeschränkt.

Schon Armstrong et. al. [ABDP62] haben die Methode der Quasi-Phasenanpassung<sup>1</sup> vorgestellt. Die QPM beruht auf einer periodischen Änderung der Kristallachse, die der optischen Achse entspricht [Hec87]. Das Vorzeichen der nichtlinearen Polarisation ist korreliert mit der Richtung der optischen Achse. Mikroskopisch bedeutet Phasenanpassung, dass die von den Hertz'schen Dipolen der nichtlinearen Polarisation emittierten Partialwellen konstruktiv interferieren. Das Prinzip der QPM ist es, eine maximale Phasendifferenz zwischen Hertz'schen Dipol und Partialwelle von  $\Delta\phi \in [-\pi/2, \pi/2]$  zuzulassen. Durch die Inversion der optischen Achse gelangt man von  $\Delta\phi = \pi/2$  zu  $\Delta\phi = -\pi/2$  und im Mittel können die Partialwellen konstruktiv interferieren. ABBILDUNG 1 veranschaulicht das Prinzip. Als Beispiel wird hier die Leistung einer frequenzverdoppelten Welle — auch zweite Harmonische — innerhalb der ersten 5 Mikrodomänen gezeigt. Die eingestrahlte Leistung sei 10 mW. Die Kohärenzlänge  $L_c$  ist die Länge, nach der sich zwischen den Partialwellen emittierender Dipole eine Phasendifferenz von  $\pi$  akkumuliert. Ohne periodische Inversion der optische Achse oder auch periodische

<sup>1</sup>engl.: Quasi Phase Matching (QPM)

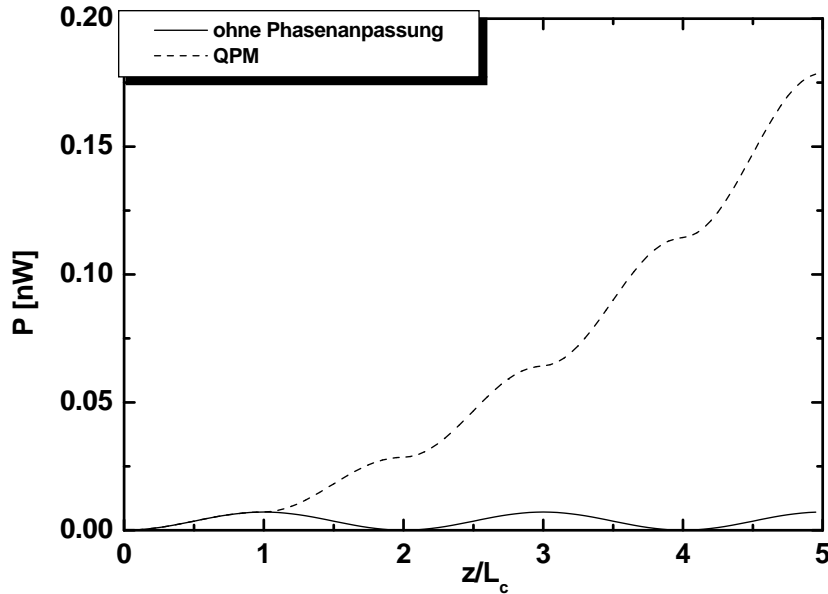


ABBILDUNG 1: Entwicklung der zweiten Harmonischen während der ersten 5 Mikrodomänen. Ohne Phasenanpassung beginnt nach der Strecke  $z = L_c$  destruktive Interferenz und die Leistung der zweiten Harmonischen wird wieder abgebaut. Invertiert man das Vorzeichen der nichtlinearen Polarisation bzw. invertiert die optischen Achse, kommt es wieder zu konstruktiver Interferenz. Im Mittel ergibt sich somit näherungsweise eine quadratische Abhängigkeit der Leistung der zweiten Harmonischen mit der Wechsehwirkungslänge.

Domäneninversion erkennt man eine Oszillation der Leistung mit kleiner Amplitude. Das Maximum wird jeweils nach einem ungerade Vielfachen der Kohärenzlänge erreicht. Die physikalische Ursache der Oszillation ist eine alternierende konstruktive und destruktive Interferenz der durch die Dipole der nichtlinearen Polarisation generierten Partialwellen bei der Frequenz der zweiten Harmonischen. Invertiert man aber nach einer Kohärenzlänge das Vorzeichen der nichtlinearen Polarisation durch eine Inversion der Domänenrichtung, kommt es im Mittel wieder zu konstruktiver Interferenz.

Dieser Methode hat gegenüber der Phasenanpassung durch Doppelbrechung wesentliche Vorteile:

1. Die Wahl des Arbeitspunktes ist prinzipiell beliebig und wird nur durch die technologische Realisierbarkeit der notwendigen Mikrostrukturierung beschränkt. Demgegenüber ist die Durchstimmbarkeit bei der Phasenanpassung durch Doppelbrechung auf einen relativ kleinen Bereich beschränkt.
2. Es besteht die Möglichkeit der Wechselwirkung zwischen Wellen gleicher Polarisation; dadurch kann der größte nichtlineare Koeffizient verwendet werden.
3. Durch die Überlagerung verschiedener Gitter ergibt sich ein Schwebungsmuster, was die gleichzeitige Phasenanpassung mehrerer Prozesse ermöglicht.

Gleichwohl konnte das Problem der reproduzierbaren Strukturierung der Kristallorientierung erst Ende der 80er Jahre gelöst werden. Mittlerweile ist die Inversion der optischen Achse zu einem Standardverfahren gereift (z.B. [Jan98][Sch02][KFSN98]), mit dem Substrate von bis zu 9 cm Länge periodisch gepolt werden können.

Entscheidend für eine signifikant nutzbare nichtlinearen Polarisation ist vor allem eine sehr große Intensität der Wellen in dem optischen Medium. Das kann in Volumen-kristallen durch eine sehr starke Fokussierung erreicht werden; jedoch hat eine starke Fokussierung eine sehr große Strahldivergenz zur Folge. Das schränkt die mögliche nutzbare Wechselwirkungslänge stark ein. Wellenleitende Strukturen ermöglichen durch die divergenzfreie Ausbreitung optischer Wellen im Prinzip eine beliebige Verlängerung der Wechselwirkungslänge. Allerdings wird die Wellenleitung erkauft durch eine Erhöhung der Streuverluste, was insbesondere in resonanten Strukturen von großem Nachteil ist. Mittels Titandiffusion lassen sich jedoch in Lithiumniobat Wellenleiter mit sehr geringen Streuverlusten ausbilden [LSS80]. Auf der Basis dieser optischen Wellenleiter können in Lithiumniobat integriert optische Frequenzkonverter mit extrem hoher Konversion realisiert werden. In ABBILDUNG 2 ist ein  $\text{Ti:LiNbO}_3$ -Streifenwellenleiter zusammen mit dem in dieser Arbeit verwendeten Labor-Koordinatensystem skizziert.

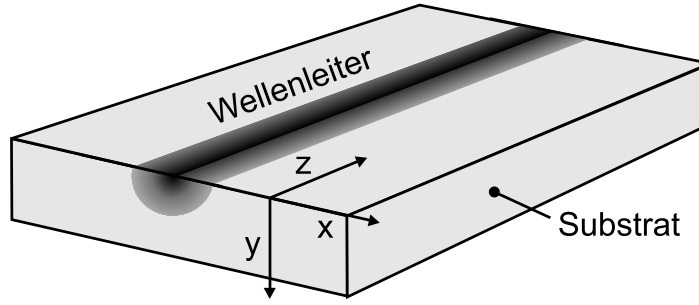


ABBILDUNG 2: Skizze eines  $\text{Ti:LiNbO}_3$ -Streifenwellenleiters und die spezielle Wahl der Laborkoordinaten.

Die Orientierung des Kristalls ist so gewählt, dass die kristallographische  $Z$ -Achse mit der  $y$ -Achse (kurz:  $Z$ -Cut) und die kristallographische  $X$ -Achse mit der  $z$ -Achse (kurz:  $X$ -Propagation) zusammenfällt. In Verbindung mit der periodischen Strukturierung konnten nichtlinear-optische Frequenzkonverter mit sehr guten Eigenschaften realisiert werden [Haa98][Hof01][Sch02].

Je nach Anfangsbedingung bzw. experimenteller Voraussetzung kann der Energiefluss dabei grundsätzlich sowohl hin zu höheren als auch zu tieferen Frequenzen stattfinden. In Kapitel 1 wird gezeigt, dass die Phase zwischen den drei beteiligten Wellen die bestimmende Größe ist. Beispiele für den ersten Fall sind die Erzeugung der zweiten Harmonischen und die Erzeugung der Summenfrequenz. ABBILDUNG 3 skizziert die Erzeugung der Summenfrequenz: aus zwei Wellen ( $\omega_c, \omega_s$ ) kleinerer Frequenz entsteht eine Welle, deren Frequenz der Summe ( $\omega_{sf}$ ) der beiden eingestrahlt Frequenzen

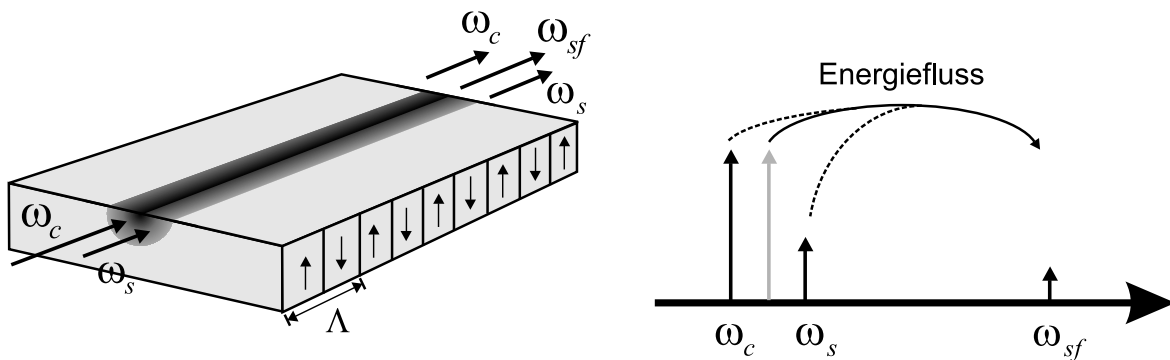


ABBILDUNG 3: Schema der Summenfrequenzerzeugung. Der Energiefluss geht hin zur höheren Frequenz. In der Entartung spricht man von der Erzeugung der zweiten Harmonischen.



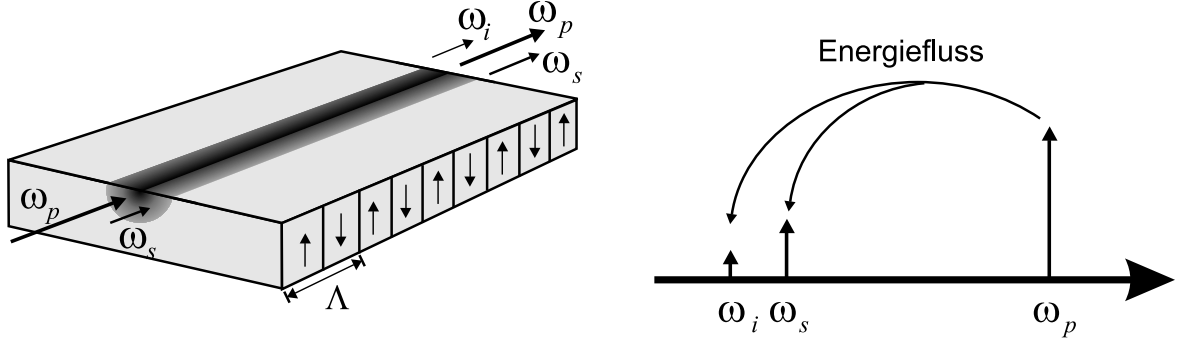


ABBILDUNG 4: Schema der Differenzfrequenzerzeugung. Es wird sowohl eine Welle mit der Frequenz  $\omega_i$  erzeugt als auch die eingestrahlte Welle der Frequenz  $\omega_s$  verstärkt.

entspricht. Die Erzeugung der zweiten Harmonischen ist der entartete Fall — die Frequenzen der zwei erzeugenden Wellen sind identisch — der Summenfrequenzerzeugung. Demgegenüber steht die Erzeugung der Differenzfrequenz. Bei diesem Prozess werden zwei Wellen mit unterschiedlicher Frequenz in den periodisch gepolten Wellenleiter eingestrahlt; die nichtlineare Wechselwirkung führt dann zu einer Verstärkung bzw. Generation der niederfrequenten Welle. In den letzten Jahren wurden verstärkt auch kaskadierte Frequenzkonversionen demonstriert, bei denen simultan mehrere Prozesse stattfinden [SLQ<sup>+</sup>01][al.02][MLL<sup>+</sup>03].

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der theoretischen Beschreibung der Dynamik nichtlinearer Wechselwirkungen in periodisch gepolten Wellenleitern. Eine Modellierung dieser Prozesse ist für ein gutes Design integriert optischer nichtlinearer Bauelemente unumgänglich. Im ersten Kapitel werden die erforderlichen mathematische Methoden und das physikalische Prinzip vorgestellt. Ausgehend von den Maxwellgleichungen wird das Konzept der gekoppelten Moden eingeführt, das sich in der Methodik an die zeitabhängige Störungsrechnung anlehnt. Als Störung wird die nichtlineare Polarisierung eingeführt und das Konzept der Quasi-Phasenanpassung wird mathematisch beschrieben. Im zweiten bzw. dritten Kapitel werden nichtlineare Konversionsprozesse in verschiedenen Konfigurationen modelliert. Der Schwerpunkt liegt hier insbesondere auf der Analyse der Dynamik und des Einflusses der Laufzeitunterschiede der beteiligten Pulse. Im Rahmen dieser Arbeit sind hierzu Software-Pakete entwickelt worden, die eine sehr effiziente und flexible Berechnung dieser Prozesse ermöglichen. Im vierten Kapitel wird ein semiklassisches Modell zur Beschreibung der optisch parametrischen Fluoreszenz im Bereich hoher Konversion vorgestellt. Die parametrische Fluoreszenz beruht auf spontanen Zerfällen von Photonen in nichtlinearen Medien und ist demnach

nur quantenmechanisch zu beschreiben. Diese spontanen Zerfälle werden inkohärent überlagert und die nichtlineare Konversion wird dann mit den unter Kapitel 1 vorgestellten Methoden berechnet. Es konnte gezeigt werden, dass sehr hohe Leistungen der Pumpwelle und damit eine sehr hohe Konversion zu einer inkohärenten Verbreiterung des Spektrums der parametrischen Fluoreszenz führen. Dabei ist es gelungen, die Kluft zwischen quantenmechanischer Beschreibung und der klassischen Behandlung der Prozesse im Bereich sehr hoher Leistung ein gutes Stück zu schließen. Im letzten Kapitel wird das Verhalten optisch parametrischer Oszillatoren (OPO) modelliert. Optisch parametrische Oszillatoren basieren auf einer nichtlinearen Frequenzkonversion innerhalb eines Farby-Perot-Resonators (FBR). Insbesondere wird ein rigoroses Verfahren zur Beschreibung des Abstimmverhaltens vorgestellt. Abschließend wird auf der Basis der in Kapitel 4 vorgestellten parametrischen Fluoreszenz das dynamische Verhalten der OPOs im gepulsten Betrieb simuliert. Durch die fundierte Beschreibung der spontanen Fluoreszenz können mit der entwickelten Methode realistische Annahmen über das Anschwingverhalten integriert optischer parametrischer Oszillatoren gemacht werden.

# Kapitel 1

## Grundlagen

Die Führung optischer Wellen basiert in klassischen Wellenleitern<sup>1</sup> auf einer lokalen Erhöhung des Brechungsindex. Im strahlenoptischen Bild kann Wellenführung verstanden werden als fortgesetzte Totalreflexion. Die Maxwellgleichungen bilden die zugrundeliegende Axiomatik zur Beschreibung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. In Abschnitt 1.1 werden Eigenwertgleichungen hergeleitet, deren Lösungen ein vollständiges Orthonormalsystem bilden, nach denen jede Feldverteilung entwickelt werden kann. Die Eigenwerte dieser Feldverteilungen sind die Wellenzahlen  $\beta$ , mit der sich die Phasenfronten harmonisch entwickeln. Die formale Struktur dieser Gleichungen erinnert stark an die Schrödingergleichung der Quantenmechanik [Str91]. Wie hier finden sich gebundene diskrete und „strahlende“ kontinuierliche Lösungen.

Die Analogie hat zur Folge, dass wesentliche Konzepte der Quantenmechanik übernommen werden können. Die in Abschnitt 1.3 beschriebene Theorie gekoppelter Moden basiert auf der zeitabhängigen Störungsrechnung, die formale Rolle der Zeit wird durch die Ausbreitungscoordinate  $z$  übernommen.

Die Ursache der Kopplung zwischen den Moden — die Störung — ist in der nichtlinearen Optik die nichtlineare Polarisierung, welche in Abschnitt 1.4 näher beschrieben wird. Damit ein effizienter Energietransfer zwischen den optischen Wellen stattfindet, müssen die durch die nichtlineare Polarisierung erzeugten Partialwellen konstruktiv interferieren. Diese Phasenanpassung kann durch Ausnutzung der Doppelbrechung in  $\text{LiNbO}_3$  [Her91] oder durch periodische Modulation der nichtlinearen Eigenschaften des Sub-

---

<sup>1</sup>Ein neues und sehr modernes Feld der Optik sind die sogenannten photonischen Kristalle, in denen periodische Variationen des Brechungsindex zur Führung und Manipulation optischer Wellen ausgenutzt werden. In diesen periodischen Strukturen können Wellenleiter hergestellt werden, die im Mittel einen geringeren Brechungsindex haben als die Umgebung.

strats [ABDP62][Hof01][Sch02] erreicht werden. Auf diesen Punkt wird in Abschnitt 1.6 näher eingegangen.

## 1.1 Feldgleichungen

James C. Maxwell (1831 bis 1879) beschrieb in den Jahren 1861 bis 1864 alle damals bekannten Phänomene in einer einzigen Axiomatik, den Maxwellgleichungen. Im Dielektrikum lauten diese:

$$\nabla \cdot \hat{\vec{D}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \hat{\vec{B}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \hat{\vec{B}}(\vec{r}, t) \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \hat{\vec{H}}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, \omega) \quad (1.4)$$

Es folgt unmittelbar die Fouriertransformierte der Maxwellgleichungen<sup>2</sup>:

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.6)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \vec{B}(\vec{r}, \omega) \quad (1.7)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) = i\omega \vec{D}(\vec{r}, \omega) \quad (1.8)$$

$\vec{E}(\vec{r}, \omega)$  ist das elektrische und  $\vec{H}(\vec{r}, \omega)$  das magnetische Feld. Die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}(\vec{r}, \omega)$  und die magnetische Induktion  $\vec{B}(\vec{r}, \omega)$  sind mit den Feldgrößen über die Materialgleichungen verknüpft und beschreiben die Antwort eines Mediums auf ein elektromagnetisches Feld. In Dielektrika ist der Zusammenhang zwischen  $\vec{H}(\vec{r}, \omega)$  und  $\vec{B}(\vec{r}, \omega)$  in der Regel sehr einfach und ergibt sich durch eine skalare Multiplikation mit einer reellen Konstanten  $\mu_0$ . Die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}(\vec{r}, \omega)$  ist schwerer zu beschreiben und im allgemeinen ist das Materialverhalten weder isotrop noch linear. Für kleinere Feldintensitäten kann das Verhalten jedoch näherungsweise linear beschrieben werden. Dann lauten die Materialgleichungen:

$$\vec{B}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, \omega) \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}, \omega) &= \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \vec{P}(\vec{r}, \omega) \\ &= \varepsilon_0 \left( \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\vec{r}, \omega) \right) \vec{E}(\vec{r}, \omega). \end{aligned} \quad (1.10)$$

---

<sup>2</sup> $\omega = 2\pi f$  ist die Kreisfrequenz und  $f$  die eigentliche Frequenz. Im folgenden werden beide Größen jedoch Frequenz genannt und parallel verwendet.

$\underline{\underline{\chi}}^{(1)}$  heisst Suszeptibilität. Zeit- und Frequenzbereich sind über die Fouriertransformation verbunden. Im Zeitbereich sind die Felder reelle Größen. Daher gilt:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{E}^*(\vec{r}, -\omega) \quad \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\vec{r}, \omega) = \underline{\underline{\chi}}^{(1)*}(\vec{r}, -\omega) \quad (1.11)$$

Die Fouriertransformation lässt sich dann mittels <sup>3</sup>

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\omega \exp(i\omega t) \vec{E}(\vec{r}, \omega) + c.c. \quad (1.12)$$

$$\hat{\vec{H}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\omega \exp(i\omega t) \vec{H}(\vec{r}, \omega) + c.c. \quad (1.13)$$

ausdrücken.

Eine genaue Analyse der Maxwellgleichungen ergibt, dass von den sechs Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes vier linear unabhängig sind. Im allgemeinen bedient man sich der beiden Potentialen  $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$  und  $\phi(\vec{r}, \omega)$ , aus denen dann die Felder bestimmt werden. Alternativ lässt sich die Analyse der elektromagnetischen Felder auch auf eine Betrachtung von vier der sechs Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes reduzieren. Bei der Beschreibung der Feldgrößen in Wellenleitern wählt man oft die transversalen Feldgrößen. Mit der Geometrie aus ABBILDUNG 2 lassen sich die Feldgrößen in transversale und longitudinale Komponenten aufteilen:

$$\vec{E}_t = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{E}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix}, \quad \vec{H}_t = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{H}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Lithiumniobat ist ein optisch einachsiger Kristall. In Hauptachsenform finden sich bei dem dielektrischen Tensor nur Einträge auf der Hauptdiagonalen:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{\varepsilon}}_t} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{\varepsilon}}_z}. \quad (1.15)$$

Die relative Dielektrizitätszahl kann auch durch den optischen Brechungsindex ausgedrückt werden<sup>4</sup>:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 n_x^2, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_0 n_y^2, \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 n_z^2.$$

<sup>3</sup>Die Abhängigkeiten  $(\vec{r}, \omega)$  bzw.  $(\vec{r}, t)$  werden im folgenden nicht weiter aufgeführt.  $\hat{\cdot}$  bezeichnet den Zeitbereich.

<sup>4</sup>Die Brechungsindizes hängen von den Lateralkoordinaten ab.

Der Nablaoperator lässt sich in einen transversalen und einen longitudinalen Teil aufspalten:

$$\nabla_t = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \nabla_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Mit diesen Definitionen ergibt sich schließlich aus den Maxwellgleichungen:

$$\nabla_z \times \vec{E}_t - \frac{i}{\omega} \nabla_t \times \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \nabla_t \times \vec{H}_t + i\omega\mu_0 \vec{H}_t = \vec{0} \quad (1.17)$$

$$\nabla_z \times \vec{H}_t + \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla_t \times \nabla_t \times \vec{E}_t - i\omega\underline{\varepsilon}_t \vec{E}_t = \vec{0}. \quad (1.18)$$

Die Longitudinalkomponenten berechnen sich dann leicht aus den Transversalkomponenten.

$$\vec{E}_z = -\frac{i}{\omega\varepsilon_{zz}} \nabla_t \times \vec{H}_t \quad (1.19)$$

$$\vec{H}_z = \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla_t \times \vec{E}_t. \quad (1.20)$$

Bisher wurden die Maxwellgleichungen (1.5) - (1.8) auf eine alternative Form (1.17) und (1.18) reduziert. Im nächsten Abschnitt wird nun näher auf den speziellen Fall im Wellenleiter eingegangen.

## 1.2 Optische Moden in Wellenleitern

Liegt Translationsinvarianz in einer Koordinate — in diesem Fall in  $z$ -Richtung des Laborsystems — vor, erhält man Lösungen mit harmonischer  $z$ -Abhängigkeit<sup>5</sup>. Diese Lösungen werden als Moden bezeichnet. Zur Berechnung der Moden bietet sich der folgende Ansatz an:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{\mathcal{E}}(x, y, \omega) \exp(-i\beta(\omega)z) \quad (1.21)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \vec{\mathcal{H}}(x, y, \omega) \exp(-i\beta(\omega)z) \quad (1.22)$$

Setzt man diesen Ansatz in (1.17) und (1.18) ein, so erhält man nach kurzer Rechnung:

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_t - \frac{i}{\omega} \nabla_t \times \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \nabla_t \times \vec{\mathcal{H}}_t + i\omega\mu_0 \vec{\mathcal{H}}_t = 0 \quad (1.23)$$

$$-i\beta\vec{e}_z \times \vec{\mathcal{H}}_t + \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla_t \times \nabla_t \times \vec{\mathcal{E}}_t - i\omega\underline{\varepsilon}_t \vec{\mathcal{E}}_t = 0. \quad (1.24)$$

Es handelt sich um eine gekoppelte Eigenwertgleichung. Der Eigenwert  $\beta$  mit der Einheit  $1/\text{m}$  definiert die Periode der harmonischen Abhängigkeit, während  $\vec{\mathcal{E}}_t$  und  $\vec{\mathcal{H}}_t$  die Feldverteilungen und somit die Phasenfronten und relativen Amplitudenverteilungen definieren. Die Wellenzahl  $\beta$  liegt in der Regel zwischen der Wellenzahl ebener Wellen der unmittelbaren Wellenleiterumgebung und der des maximalen Brechungsindex des Wellenleiters. Daher bietet es sich an, den effektiven Brechungsindex einzuführen:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{eff}}. \quad (1.25)$$

---

<sup>5</sup>In  $z$ -Richtung wird das Verhalten durch  $\exp(-i\beta z)$  beschrieben.

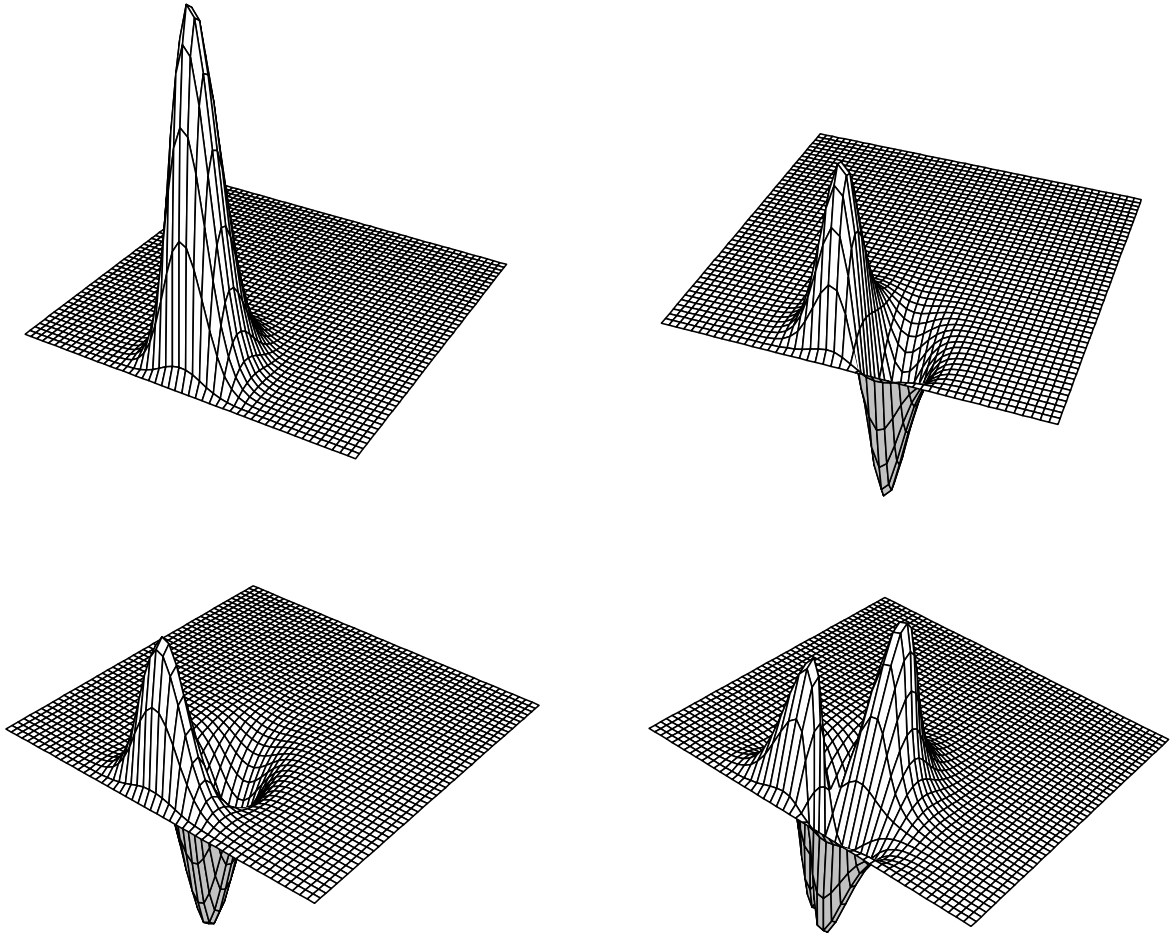


ABBILDUNG 1.1: Beispiele für Feldverteilungen in einem Titan-diffundierten Wellenleiter für das mittlere Infrarot bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 1500 \text{ nm}$ . Die Grundmode ist oben links gezeigt. Dann folgen die ersten höheren Moden in einer bzw. in beiden lateralen Koordinaten. Die Breite des gezeigten Bereichs beträgt  $70 \text{ }\mu\text{m}$  und die Tiefe beträgt  $35 \text{ }\mu\text{m}$ .

Diese Eigenlösungen — Moden — bilden ein vollständiges Orthogonalsystem mit diskreten gebundenen und kontinuierlichen ungebundenen Lösungen aus [Mar91]. Jede beliebige Feldverteilung lässt sich danach mit<sup>6</sup>

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} a_{\mu}(\omega) \vec{\mathcal{E}}_{\mu}(x, y, \omega) \exp(-i\beta_{\mu}z) + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \, a(\rho, \omega) \vec{\mathcal{E}}(\rho, x, y, \omega) \exp(-i\beta(\rho)z) \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}, \omega) &= \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\mu} a_{\mu}(\omega) \vec{\mathcal{H}}_{\mu}(x, y, \omega) \exp(-i\beta_{\mu}z) + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \, a(\rho, \omega) \vec{\mathcal{H}}(\rho, x, y, \omega) \exp(-i\beta(\rho)z) \end{aligned} \quad (1.27)$$

entwickeln. Die Orthogonalitätsrelation folgt nach einigen algebraischen Schritten direkt aus den Maxwellgleichungen [Tam79]<sup>7</sup>:

$$\iint dx dy \left\{ \vec{\mathcal{E}}_{\mu} \times \vec{\mathcal{H}}_{\nu}^* + \vec{\mathcal{E}}_{\nu}^* \times \vec{\mathcal{H}}_{\mu} \right\} \cdot \vec{e}_z = 4P_0 \delta_{\mu\nu} \quad (1.28)$$

$\delta_{\mu\nu}$  steht im Fall zweier Strahlungsmoden für die Dirac'sche Deltafunktion, im Fall zweier gebundener Moden und im gemischten Fall für das Kronecker-Symbol.

### 1.2.1 Geführte Leistung

Eine sich ausbreitende Welle hat einen stetigen Energietransport zur Folge. Die Energiestromdichte des elektromagnetischen Feldes wird durch den nach John Henry Poynting (1852-1914) benannten Poynting-Vektor bestimmt [Hec87]:

$$\hat{S}(\vec{r}, t) = \hat{E}(\vec{r}, t) \times \hat{H}(\vec{r}, t). \quad (1.29)$$

Die Einheit des Poynting-Vektors ist  $[\hat{S}] = \text{W/m}^2$ . Drückt man die zeitabhängigen Felder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  via (1.12) und (1.13) durch ihre spektralen Komponenten aus, so

---

<sup>6</sup>An dieser Stelle ist der Faktor  $\frac{1}{2}$  erst einmal willkürlich. Er wird eingeführt um eine Konsistenz mit den in der Literatur häufig verwendeten Felddefinitionen zu erreichen.

<sup>7</sup> $P_0 = 1 \text{ W}$  ist die Normierungsleistung.



erhält man<sup>8</sup>:

$$\hat{S}(\vec{r}, t) = \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty d\omega' \frac{1}{2\pi} \exp(i(\omega + \omega')t) \cdot \left\{ \vec{E} \times \vec{H} + \vec{E} \times \vec{H}^* + \vec{E}^* \times \vec{H} + \vec{E}^* \times \vec{H}^* \right\} \quad (1.30)$$

Die gesamte geführte Energie ist bestimmt durch das Integral über die Zeit und über den Wellenleiterquerschnitt.

$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^\infty dt \iint dx dy \hat{S}(\vec{r}, t) \cdot \vec{e}_z \quad (1.31)$$

Im Fall einer kontinuierlichen Quelle oder einer unendlichen Pulsfolge wird dieses Integral divergieren. Die Darstellung ist jedoch sinnvoll, da sich die Dirac'sche Deltadistribution verwenden lässt. Eine Definition der Dirac'schen Deltadistribution ist [Del]

$$\delta(\omega + \omega') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty dt \exp\{i(\omega + \omega')t\}.$$

Mit den Eigenschaften der Distribution [BSMM95], den Feldentwicklungen (1.26), (1.27) und der Orthogonalitätsrelation (1.28) folgt schließlich:

$$\mathbf{E} = P_0 \sum_\mu \int_0^\infty d\omega |a_\mu(z, \omega)|^2 \quad (1.32)$$

Mit (1.32) lässt sich die im gesamten Spektrum geführte Energie innerhalb eines — im obigen Fall unendlichen — zeitlichen Integrationsfensters ermitteln. In der Praxis ist man jedoch häufig an anderen Größen interessiert. Zum einen ist es wichtig, die geführte Energie zeitlich aufzulösen. In den Fällen digitaler Informationsübertragung ist die zeitliche Pulslänge und deren Auflösbarkeit ein wichtiges Kriterium zur Bestimmung der maximalen Datendichte. Zum anderen ist das Spektrum der geführten Energie häufig auf einen Bereich eng um eine Trägerfrequenz beschränkt. Nimmt man an, dass die Modenform  $\vec{\mathcal{E}}_\mu(x, y; \omega_k)$  innerhalb dieses engen Spektrums konstant ist, so folgt mit der Abkürzung  $\beta_\mu^k = \beta_\mu(\omega_k)$  und mit

$$\hat{a}_\mu(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\omega \exp\{i(\omega - \omega_k)t\} a_\mu(z, \omega) \exp\{-i(\beta_\mu(\omega) - \beta_\mu^k)z\} \quad (1.33)$$

---

<sup>8</sup> $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, \omega)$ ,  $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}, \omega')$

aus (1.12) und (1.13):

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} \left\{ \hat{a}_{\mu}(z, t) \exp \{ i(\omega_k t - \beta_{\mu}^k z) \} \vec{\mathcal{E}}_{\mu}(x, y; \omega_k) + c.c. \right\} \quad (1.34)$$

$$\hat{\vec{H}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} \left\{ \hat{a}_{\mu}(z, t) \exp \{ i(\omega_k t - \beta_{\mu}^k z) \} \vec{\mathcal{H}}_{\mu}(x, y; \omega_k) + c.c. \right\}. \quad (1.35)$$

Mit der Rücktransformation von (1.33) folgt aus (1.32) nach kurzer Rechnung:

$$\mathbf{E} = P_0 \sum_{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} dt |\hat{a}_{\mu}(z, t)| \quad (1.36)$$

Man erkennt leicht, dass die von einer Mode geführte Leistung dann wie folgt berechnet wird:

$$\boxed{P(t) = P_0 \sum_{\mu} |\hat{a}_{\mu}(z, t)|^2} \quad (1.37)$$

An dieser Stelle sei erwähnt, dass die Amplituden im Zeitbereich bei dieser Normierung einheitenlos sind. Die Amplituden im Frequenzbereich haben somit die Einheit s.

$$[\hat{a}_{\mu}(z, t)] = 1$$

$$[a_{\mu}(z, \omega)] = s$$

### 1.2.2 Skalare Wellengleichung

Im allgemeinen ist das System gekoppelter Differentialgleichungen (1.17) und (1.18) aufwendig zu lösen. Hat man aber — wie im planaren Wellenleiter — Translationsinvarianz in einer lateralen Koordinate ( $\partial/\partial x \rightarrow 0$ ), so entkoppelt das System in zwei Gleichungen jeweils für eine nichtverschwindende Komponente des magnetischen bzw. elektrischen Feldes. Die Lösungen heißen *transversal magnetisch* (TM) oder *transversal elektrisch* (TE) [Mar91].

In Titan-diffundierten Wellenleitern findet sich eine ähnliche Situation. Zwar verschwindet keine der partiellen Ableitungen, jedoch ist der Indexhub — typischerweise im Bereich  $10^{-3}$  — sehr klein. Die Folge ist, dass es Lösungen mit einer dominierenden Komponente des elektrischen bzw. magnetischen Feldes gibt. Man spricht von *quasi transversal elektrisch* (QTE) oder *quasi transversal magnetisch* (QTM)<sup>9</sup>. Zur Lösung

---

<sup>9</sup>In der Literatur wird häufig auf die Bezeichnung „Quasi-“ verzichtet.

der Feldgleichungen wählt man den plausiblen Ansatz<sup>10</sup>

$$\vec{\mathcal{E}} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_x \\ 0 \\ \mathcal{E}_z \end{bmatrix}, \quad \vec{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_y \\ \mathcal{H}_z \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

für QTE und

$$\vec{\mathcal{E}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{E}_y \\ \mathcal{E}_z \end{bmatrix}, \quad \vec{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_x \\ 0 \\ \mathcal{H}_z \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

für QTM-Moden. Mit dieser Näherung entkoppeln (1.17) und (1.18) wieder. Nach einigen Umformungen findet man schließlich zwei nichtgekoppelte Eigenwertgleichungen<sup>11</sup> [Str91].

$$\boxed{\begin{aligned} \left\{ \frac{n_x^2}{n_z^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 (n_x^2 - n_{\text{eff}}^2) \right\} \mathcal{E}_x &= 0 & \text{QTE} & (1.40) \\ \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n_y^2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{n_x^2} \frac{\partial}{\partial y} + k_0^2 (n_y^2 - n_{\text{eff}}^2) \right\} \mathcal{H}_x &= 0 & \text{QTM} & (1.41) \end{aligned}}$$

Die übrigen Komponenten lassen sich dann mittels

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_z &= -\frac{i}{\beta} \frac{n_x^2}{n_z^2} \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{E}_x, & \mathcal{H}_y &= \frac{\beta}{\mu_0 \omega} \mathcal{E}_x, & \mathcal{H}_z &= \frac{i}{\mu_0 \omega} \frac{\partial}{\partial y} \mathcal{E}_x & \text{QTE} \\ \mathcal{H}_z &= -\frac{i}{\beta} \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{H}_x, & \mathcal{E}_y &= -\frac{\beta}{\varepsilon_0 n_y^2 \omega} \mathcal{H}_x, & \mathcal{E}_z &= \frac{i}{\varepsilon_0 n_z^2 \omega} \frac{\partial}{\partial y} \mathcal{H}_x & \text{QTM} \end{aligned}$$

bestimmen. Häufig verwendet man in (1.41) die Näherung

$$n_y^2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{n_x^2} \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{n_y^2}{n_z^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Diese Näherung ist wegen des „seichten“ Verlaufs des Indexprofils zulässig. Die Eigenwertgleichungen (1.40) und (1.41) werden damit symmetrisch und unterscheiden sich nur durch einen reellen Faktor vor den partiellen Ableitungen und durch ein anderes Indexprofil (Anhang A). Zur Lösung dieser Gleichungen finden verschiedene Verfahren Verwendung. Ein genaues, aber numerisch aufwendiges Verfahren ist die *Methode der Finiten Elemente* (FEM) [Str], [SBM88]. Ein weiteres bekanntes Verfahren ist das

<sup>10</sup>Für QTE-Moden gilt  $\mathcal{E}_x \gg \mathcal{E}_z \gg \mathcal{E}_y$ . Analoges gilt für QTM. D.h., dass die jeweilige  $y$ -Komponente nicht exakt Null ist.

<sup>11</sup>Die Abhängigkeiten der Brechungsindizes von den Lateralkoordinaten werden hier nicht explizit aufgeführt.

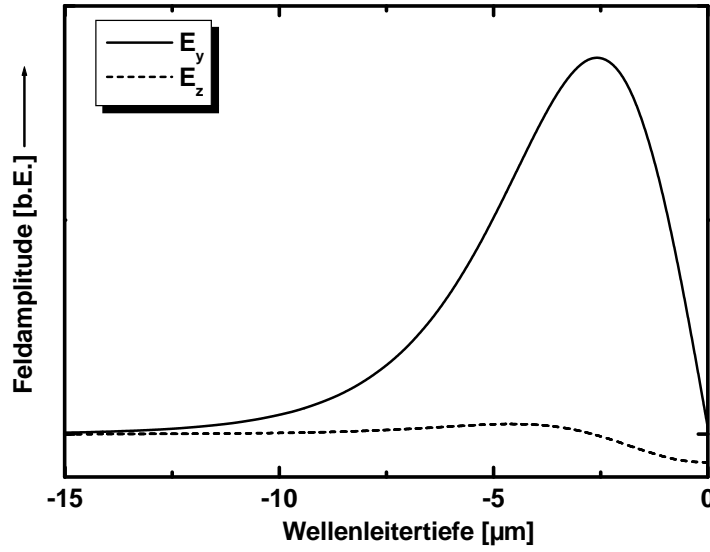


ABBILDUNG 1.2: Feldverteilung einer QTM-Mode in einem Standardwellenleiter für das nahe Infrarot. Die Wellenlänge beträgt 1550 nm. Deutlich erkennt man, dass die optische Leistung im wesentlichen in der lateralen Komponente geführt wird.

*Effektiv-Index-Verfahren* (EIM) [HB77]. Ein Ritz-Ansatz führt auf die *Gauß-Hermite-Gauß*-Approximation [KMB<sup>+</sup>82] (Anhang B). Je nach Problemstellung wurde eines dieser Verfahren verwendet. Die meisten Ergebnisse basieren auf dem GHG-Verfahren, welches sich sehr effizient auswerten lässt.

### 1.3 Theorie gekoppelter Moden

Wie bereits oben erwähnt, besteht eine formale Analogie zwischen der Quantenmechanik und der Theorie optischer Wellenleiter. Den skalaren Wellengleichungen (1.40), (1.41) sieht man die Ähnlichkeit zur zeitunabhängigen Schrödingergleichung unmittelbar an. Unter (1.1) wurde gezeigt, dass auch die Moden optischer Wellenleiter ein vollständiges Orthonormalsystem (1.26), (1.27) bilden. Diese Analogie bietet die Möglichkeit, die zeitabhängige Störungsrechnung [Nol03] entsprechend der Beschreibung optischer Wellen anzupassen. Das führt zur Theorie gekoppelter Moden<sup>12</sup>.

Im Folgenden sollen die wesentlichen Konzepte der Theorie gekoppelter Moden dargestellt werden [Rus00], [Mar91], [Str91]. Eine beliebige geführte Feldverteilung lässt sich an jeder Stelle  $z$  unter Vernachlässigung der strahlenden Moden<sup>13</sup> mit  $z$ -abhängigen

<sup>12</sup>engl.: Coupled Mode Theory (CMT)

<sup>13</sup>Die Berücksichtigung eines kontinuierlichen Modenspektrums ist in der Störungstheorie sehr auf-

Entwicklungskoeffizienten  $a_\mu$  entwickeln:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} a_{\mu}(z, \omega) \vec{\mathcal{E}}_{\mu}(x, y, \omega) \exp(-i\beta_{\mu}z) \quad (1.42)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} a_{\mu}(z, \omega) \vec{\mathcal{H}}_{\mu}(x, y, \omega) \exp(-i\beta_{\mu}z) \quad (1.43)$$

Die Vernachlässigung des strahlenden Anteils ist möglich, da es sich hier um eine kleine Störung handelt und die Ausbreitungsform der Moden nicht signifikant beeinflusst wird. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass die in der Literatur oft erwähnte Näherung langsam veränderlicher Amplituden<sup>14</sup> in den folgenden Ausführungen nicht unmittelbar zu erkennen ist. Sie steckt implizit in (1.42) und (1.43). Wie man leicht nachrechnet, ist die Maxwell'sche Gleichung (1.7) nur unter Vernachlässigung der partiellen  $z$ -Ableitung der explizit ortsabhängigen Entwicklungskoeffizienten  $a_{\mu}$  erfüllt.

Die Störung wird in Form einer Störpolarisation angesetzt. Eine Störpolarisation beeinflusst die dielektrische Verschiebung:

$$\vec{D}_t = \underline{\underline{\varepsilon}}_t \vec{E}_t + \vec{P}_t^{st} \quad (1.44)$$

Setzt man diese Störung in die, für das zugrunde liegende Substrat  $\text{LiNbO}_3$ <sup>15</sup> bereits vereinfachten, Feldgleichungen (1.17) und (1.18) ein und berücksichtigt man man (1.23) und (1.24), so folgt nach einigen algebraischen Schritten:

$$\sum_{\mu} \left\{ \nabla_z \times a_{\mu} \vec{\mathcal{E}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) - \frac{i}{\omega} \nabla_t \times \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \nabla_t \times a_{\mu} \vec{\mathcal{H}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) + \right. \\ \left. i\omega\mu_0 a_{\mu} \vec{\mathcal{H}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) \right\} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mu} \frac{\partial a_{\mu}}{\partial z} \cdot \left( \vec{e}_z \times \vec{\mathcal{E}}_{\mu t} \right) \cdot \exp(-i\beta_{\mu}z) = \vec{0} \quad (1.45)$$

$$\sum_{\mu} \left\{ \nabla_z \times a_{\mu} \vec{\mathcal{H}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) + \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla_t \times \nabla_t \times a_{\mu} \vec{\mathcal{E}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) - \right. \\ \left. i\omega\underline{\underline{\varepsilon}}_t a_{\mu} \vec{\mathcal{E}}_{\mu t} \exp(-i\beta_{\mu}z) \right\} - 2i\omega \vec{P}_t^{st} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \sum_{\mu} \frac{\partial a_{\mu}}{\partial z} \cdot \left( \vec{e}_z \times \vec{\mathcal{H}}_{\mu t} \right) \exp(-i\beta_{\mu}z) = 2i\omega \vec{P}_t^{st} \quad (1.46)$$

---

wendig, jedoch grundsätzlich möglich.

<sup>14</sup>slowly varying amplitude approximation  $\rightarrow$  SVAA

<sup>15</sup>optisch einachsig, orthogonale Basis

Ziel ist es nun, Entwicklungsgleichungen für die Feldamplituden  $a_\mu(z, \omega)$  zu erhalten. Dazu multipliziert man (1.45) mit  $\mathcal{H}_{\nu t}^*$ , (1.46) mit  $-\mathcal{E}_{\nu t}^*$ , integriert über den Wellenleiterquerschnitt und verwendet schließlich (1.28):

$$\frac{\partial a_\mu(z, \omega)}{\partial z} = -i \frac{\omega}{2P_0} \exp(i\beta_\mu z) \sum_\nu \iint dx dy \vec{\mathcal{E}}_{\nu t}^* \cdot \vec{P}_t^{st} \quad (1.47)$$

In der Regel sind die optischen Spektren — beispielsweise die eines Lasers — um eine Trägerfrequenz  $\omega_k$  konzentriert und nur in einem engen Bereich von Null verschieden. Um die rechte Seite weiter zu vereinfachen, werden neue Entwicklungskoeffizienten eingeführt:

$$b_\mu(z, \omega - \omega_k) = a_\mu(z, \omega) \exp(-i\beta_\mu(\omega)z) \quad (1.48)$$

Somit folgt schließlich:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i\beta_\mu(\omega) \right\} b_\mu(z, \omega - \omega_k) = -i \frac{\omega}{2P_0} \sum_\nu \iint dx dy \vec{\mathcal{E}}_{\nu t}^* \cdot \vec{P}_t^{st} \quad (1.49)$$

Bei der Herleitung wurde die Kopplung über die Longitudinalkomponenten des Feldes vernachlässigt. Da sich die Feldamplituden der dominanten und der nichtdominanten Komponenten um mindestens eine Größenordnung unterscheiden (siehe ABBILDUNG 1.2) und auch die im nächsten Kapitel eingeführten nichtlinearen Koeffizienten für diese Kopplung sehr klein sind, ist der Beitrag dieser Kopplung zur Konversion sehr gering.

## 1.4 Nichtlineare Polarisation

Bisher wurde angenommen, dass das Medium bzw. das Substrat des Wellenleiters linear auf das elektrische Feld reagiert. Dann wurde eine Störpolarisation eingeführt, um eine störungstheoretische Behandlung der Wechselwirkungen herzuleiten. Im Fall linearer Wechselwirkungen, wie beispielsweise bei Bragg-Reflektoren oder gekoppelten Wellenleitern [Str91], handelt es sich um eine einfache Variation des Brechungsindex bzw. um eine phasenrichtige Anregung mittels eines evaneszenten Feldes. Die zugrunde liegende Basis der in dieser Arbeit beschriebenen Wechselwirkungen ist die nichtlineare Polarisation zweiter Ordnung. Als Ursprung der modernen nichtlinearen Optik kann sicher eine bahnbrechende Arbeit aus dem Jahr 1962 [ABDP62] (Bloembergen, Nobelpreis 1981) angesehen werden. ABBILDUNG 1.3 veranschaulicht auf vereinfachte Weise die physikalische Ursache der nichtlinearen Polarisation. Das anharmonische interatomare Elektronenpotential hat ein nichtlineares Kraftgesetz zur Folge, somit ist

sind Auslenkungen der Elektronen im elektrischen Feld nicht proportional zur elektrischen Feldstärke.

Die nichtlineare Polarisation<sup>16</sup> lässt sich im Frequenzbereich mit der folgenden Reihe beschreiben<sup>17</sup>:

$$\vec{P}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_{n-1} \underline{\chi}^{(n)}(\omega; \omega_1, \dots, \omega_n) : \vec{E}(\vec{r}, \omega_1) : \dots : \vec{E}(\vec{r}, \omega_n) \quad (1.50)$$

$$\omega = \sum_{i=1}^n \omega_i$$

Der Index  $n$  bestimmt die Ordnung der nichtlinearen Polarisation. Es wird deutlich, dass die Polarisation  $n$ -ter Ordnung durch einen Tensor  $n + 1$ -ter Stufe beschrieben wird. Bei der Behandlung optisch nichtlinearer Probleme beschränkt man sich in der

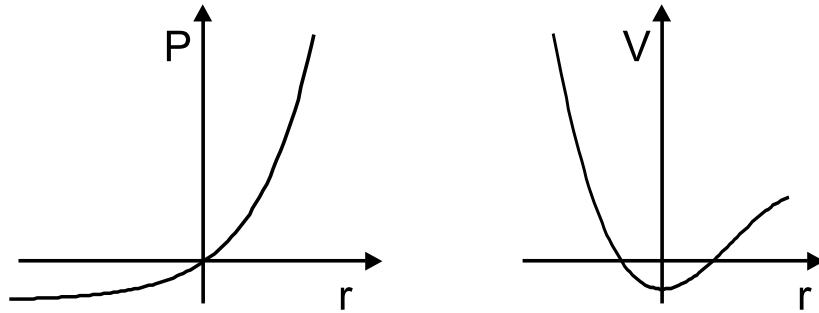


ABBILDUNG 1.3: *Physikalische Ursache der nichtlinearen Polarisation. Die Elektronen befinden sich interatomar nur näherungsweise in einem harmonischen Potential. Die Folge ist ein unproportionales Auslenken der Elektronen beim Anlegen eines elektrischen Feldes.*

Regel auf die erste höhere nicht verschwindende Ordnung, da die Polarisationsbeiträge verschiedener Ordnungen sich um Größenordnungen unterscheiden [BMST90]. In Materialien mit Inversionssymmetrie (viele Halbleiter) ist das der Tensor vierter Stufe, der Wechselwirkung dritter Ordnung beschreibt. Dieser Tensor „mischt“ vier Wellen miteinander und Prozesse wie der quadratische Starkeffekt oder die Selbstfokussierung werden dadurch beschrieben.

<sup>16</sup>An dieser Stelle sei erwähnt, dass in der Elektrodynamik der Begriff Polarisation doppelt belegt ist. Zum einem wird eine spezielle Feldorientierung (TE, TM) als Polarisation bezeichnet. Zum anderen auch die Reaktion eines Dielektrikums auf ein externes elektrisches Feld. Aus dem Zusammenhang wird jedoch in der Regel leicht ersichtlich, was gemeint ist.

<sup>17</sup>: bezeichnet die jeweilige Tensorverknüpfung

$\text{LiNbO}_3$  besitzt keine Inversionssymmetrie. Daher beschränkt sich die weitere Betrachtung auf die nichtlineare Polarisation zweiter Ordnung  $\vec{P}^{(2)}$ . Die Komponenten der nichtlinearen Polarisation ergeben sich nun wie folgt<sup>18</sup>:

$$P_k^{(2)}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} E_l(\vec{r}, \omega') E_m(\vec{r}, \omega - \omega') \quad (1.51)$$

(1.51) beschreibt die nichtlineare Polarisation für beliebige Feldverteilungen und Spektren. Im weiteren Verlauf soll jedoch die Wechselwirkung geführter Wellen beschrieben werden. Des weiteren sollen die Wellenleiter derart dimensioniert sein, dass es nur eine gebundene Lösung für den langwelligen Bereich gibt<sup>19</sup>. Geht man ferner wieder von schmalbandiger Laserstrahlung aus, kann näherungsweise eine konstante Modenform über das Spektrum der optischen Wellen angenommen werden. Das liefert folgenden Ansatz für das elektrische Feld:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = & \frac{1}{2} \left\{ b_i(\omega - \omega_i) \vec{\mathcal{E}}^{(\omega_i)} + b_i^*(-\omega - \omega_i) \vec{\mathcal{E}}^{*(\omega_i)} \right\} + \\ & \frac{1}{2} \left\{ b_j(\omega - \omega_j) \vec{\mathcal{E}}^{(\omega_j)} + b_j^*(-\omega - \omega_j) \vec{\mathcal{E}}^{*(\omega_j)} \right\} \end{aligned} \quad (1.52)$$

Bei dieser Darstellung wurde bereits die spezielle Symmetrie der Felder (1.11) verwendet. ABBILDUNG 1.4 veranschaulicht die Antisymmetrie der imaginären Spektralkomponenten und die Orientierung auf der Frequenzachse. Dieser Ansatz soll jetzt im

---

<sup>18</sup> $k, l, m \in [1, 2, 3]$

<sup>19</sup>engl. single mode

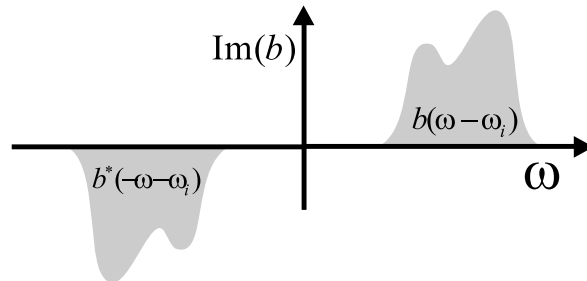


ABBILDUNG 1.4: *Imaginärteil eines Beispielspektrums. Während der Imaginärteil punktsymmetrisch ist, verhält sich der Realteil achsensymmetrisch.*



Folgenden in (1.53) eingesetzt und analysiert werden<sup>20</sup>:

$$\begin{aligned}
P_k^{(2)}(\vec{r}, \omega) = & \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i(\omega' - \omega_i) b_i(\omega - \omega' - \omega_i) + & (\omega = 2\omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i(\omega' - \omega_i) b_i^*(-\omega + \omega' - \omega_i) + & (\omega = 0) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i(\omega' - \omega_i) b_j(\omega - \omega' - \omega_j) + & (\omega = \omega_i + \omega_j) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i(\omega' - \omega_i) b_j^*(-\omega + \omega' - \omega_j) + & (\omega = \omega_i - \omega_j) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i^*(-\omega' - \omega_i) b_i(\omega - \omega' - \omega_i) + & (\omega = 0) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i^*(-\omega' - \omega_i) b_i^*(-\omega + \omega' - \omega_i) + & (\omega = -2\omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i^*(-\omega' - \omega_i) b_j(\omega - \omega' - \omega_j) + & (\omega = -\omega_i + \omega_j) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_i)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_i^*(-\omega' - \omega_i) b_j^*(-\omega + \omega' - \omega_j) + & (\omega = -\omega_i - \omega_j) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j(\omega' - \omega_j) b_i(\omega - \omega' - \omega_i) + & (\omega = \omega_j + \omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j(\omega' - \omega_j) b_i^*(-\omega + \omega' - \omega_i) + & (\omega = \omega_j - \omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j(\omega' - \omega_j) b_j(\omega - \omega' - \omega_j) + & (\omega = 2\omega_j) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j(\omega' - \omega_j) b_j^*(-\omega + \omega' - \omega_j) + & (\omega = 0)
\end{aligned}$$

---

<sup>20</sup>Gemäß der Einstein'schen Summenkonvention wird über doppelt auftretende Indizes summiert.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j^*(-\omega' - \omega_j) b_i(\omega - \omega' - \omega_i) + & (\omega = -\omega_j + \omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_i)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j^*(-\omega' - \omega_j) b_i^*(-\omega + \omega' - \omega_i) + & (\omega = -\omega_j - \omega_i) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j^*(-\omega' - \omega_j) b_j(\omega - \omega' - \omega_j) + & (\omega = 0) \\
& \frac{1}{4} \varepsilon_0 \mathcal{E}_l^{*(\omega_j)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_j)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \chi_{klm}^{(2)} b_j^*(-\omega' - \omega_j) b_j^*(-\omega + \omega' - \omega_j) & (\omega = -2\omega_j).
\end{aligned} \tag{1.53}$$

Die Koeffizienten  $b$  sind nur von Null verschieden, wenn die Funktionsargumente in einem engen Bereich um Null liegen. In der rechten Spalte ist notiert, bei welcher Frequenz  $\omega$  die jeweiligen Integrale nicht verschwindende Werte liefern. Hier lassen sich verschiedene Klassen ausmachen.

**Optische Gleichrichtung** oder auch *optical rectification* (OR). Dieser Beitrag bildet im Kristall ein statisches elektrisches Feld aus.

**Frequenzverdopplung** oder auch *second harmonic generation* (SHG).

**Summenfrequenzerzeugung** oder auch *sum frequency generation* (SFG). Dieser Beitrag hat eine treibende nichtlineare Polarisation bei der Summe beider Frequenzen zur Folge.

**Differenzfrequenzerzeugung** oder auch *difference frequency generation* (DFG). In der quantenmechanischen Betrachtung ist dieser Beitrag auch verantwortlich für die parametrische Fluoreszenz.

Dazu einige Anmerkungen: Bei der Betrachtung der rechtsseitig notierten Frequenzen erkennt man, dass jede Frequenz sowohl positiv als auch negativ vorhanden ist. Da die Spektralkomponenten bei positiven und negativen Frequenzen eindeutig miteinander verknüpft sind (1.11) ist im Weiteren eine Betrachtung nur der Beiträge positiver Frequenzen hinreichend. Analoge Gleichungen erhält man für die negativen Spektralkomponenten.

Es treten sowohl Summen- als auch Differenzfrequenzen auf. Optische Gleichrichtung entspricht einer Differenz zweier gleicher Frequenzen. Die Erzeugung der Differenzfre-

quenz entspricht im quantenmechanischen Bild dem stimulierten Zerfall eines Pump-photons über ein virtuelles Niveau und die Bedingung

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (1.54)$$

wird auch gemeinhin als Energieerhaltung interpretiert.

Terme der Frequenzverdopplung treten einmal auf, Differenzen bzw. Summen jedoch zweimal. Da die Reihenfolge der Felder keine Rolle spielen darf, permutieren  $l$  und  $m$ . Daher lassen sich die Integrale bei doppelt auftretenden Frequenzen zusammenfassen. Die Permutation der hinteren Indizes lässt sich in der Voigt-Notation<sup>21</sup> ausdrücken.

$k_{11}$	$k_{22}$	$k_{33}$	$k_{32} = k_{23}$	$k_{31} = k_{13}$	$k_{12} = k_{21}$
$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$

TABELLE 1.1: *Voigt-Notation*

Daraus folgt unmittelbar, dass sich die 27 Elemente des Tensors dritter Stufe auf die Darstellung als  $3 \times 6$ -Matrix reduzieren lässt. Unabhängig davon ist es allgemein üblich,  $d_{klm} = \frac{1}{2}\chi_{klm}^{(2)}$  zu definieren. Berücksichtigt man ferner die spezielle Kristallsymmetrie  $3m$  von  $\text{LiNbO}_3$ , verbleiben drei unabhängige Tensorelemente [Yar91], [DGN91]:

$$d_{31} = d_{32} = d_{15} = d_{24}, \quad d_{22} = -d_{21} = -d_{16} \quad \text{und} \quad d_{33} \quad (1.55)$$

Somit werden die nichtlinearen Koeffizienten in  $\text{LiNbO}_3$  durch folgenden  $d$ -Tensor beschrieben:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{31} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

Die Elemente des  $d$ -Tensors sind frequenzabhängig [Ser01]. Miller [Mil64] entwickelte schon früh auf der Basis eines anharmonischen Oszillators ein Modell für den Frequenzgang der Suszeptibilitäten. Dabei führte er die frequenzunabhängigen Miller'schen  $\Delta$ 's ein:

$$\Delta_{klm} = \frac{d_{klm}(-\omega_p, \omega_s, \omega_i)}{(n^2(\omega_p) - 1) \cdot (n^2(\omega_s) - 1) \cdot (n^2(\omega_i) - 1)}. \quad (1.57)$$

---

<sup>21</sup>Die Indizes des Tensors dritter Ordnung können mittels der Voigt-Notation zusammengefasst werden. Entscheidend ist der zweite Index der zweiten Reihe, der die letzten beiden Indizes des Tensors zusammenfasst. Komponenten gleicher Orientierung werden durch Koeffizienten mit den Indizes 1-3 verknüpft. Der Index gibt in diesem Fall die Raumrichtung der Komponenten an. Komponenten unterschiedlicher Orientierung werden durch Koeffizienten mit den Indizes 4-6 verknüpft. Der Index gibt in dem Fall die verbleibende Raumrichtung an.

Mit Hilfe eines Messwertes in einem beliebigen Arbeitspunkt ließe sich dann mit (1.57) die Suszeptibilität extrapolieren. In der Praxis erweist sich jedoch die Annahme eines einzelnen anharmonischen Oszillators als sehr grobe Näherung, so dass in realen Materialien die Miller'schen  $\Delta$ 's nicht konstant sind.

Shoji et. al. [SKK<sup>+</sup>97] haben im Jahr 1997 eine Arbeit veröffentlicht, in der die Frequenzabhängigkeit der Suszeptibilitäten und der Miller'schen  $\Delta$ 's näher untersucht wurden. TABELLE 1.2 zeigt die in dieser Arbeit ermittelten Werte der Koeffizienten  $d_{31}$  und  $d_{33}$  in  $\text{LiNbO}_3$  für verschiedene Wellenlängen. Der Wert des  $d_{22}$  ist aus [MEF<sup>+</sup>95] entnommen. Angegeben ist die Wellenlänge der Fundamentalwelle. Die Suszeptibilitäten zeigen eine sehr starke Wellenlängenabhängigkeit, insbesondere zwischen 1064 nm und 1331 nm ist eine große Differenz zu erkennen:

	1331 nm	1064 nm	852 nm
$d_{33}$ [pm/V]	19.5	25.2	25.7
$d_{31}$ [pm/V]	3.2	4.6	4.8
$d_{22}$ [pm/V]	2.1		

TABELLE 1.2: *Experimentell ermittelte Werte der nichtlinearen Koeffizienten in  $\text{LiNbO}_3$ .*

## 1.5 Parametrische Verstärkung in der nichtlinearen Optik

Allgemein bezeichnet man den Energietransfer zwischen zwei Schwingungen aufgrund einer periodischen Modulation von Parametern als parametrische Verstärkung [RSW86]. Ein einfaches und sehr anschauliches Beispiel parametrischer Verstärkung findet man in der Mechanik. Nimmt man an, dass die Länge eines mathematischen Pendels periodisch verändert wird (ABBILDUNG 1.5), so ergibt sich die folgende linearisierte Bewegungsgleichung [Dem98]:

$$\ddot{x} + \omega_0 \{1 + h \cos(\Omega t)\} x = 0. \quad (1.58)$$

Eine genauere Analyse liefert ein exponentielles Anwachsen der Schwingungsamplitude, wenn  $\Omega$  in einem engen Intervall um  $2\omega_0$  liegt.

In der nichtlinearen Optik kommt es zu einer induzierten periodischen Änderung des optischen Mediums. Je nach Phasenlage kann es so zu der Verstärkung bzw. Ab-

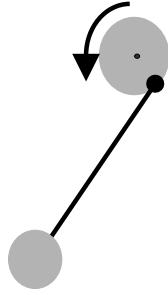


ABBILDUNG 1.5: Wird bei einem Pendel periodisch die Pendellänge variiert, kann es zu einem effektiven Energietransfer zum Pendel kommen.

schwächung einer sich ausbreitenden Welle kommen. Im Folgenden wird bis auf weiteres davon ausgegangen, dass die wechselwirkenden Wellen in der Grundmode geführt werden. Das Design der Wellenleiter ist so gewählt, dass die niederfrequenten Wellen einmodig geführt werden. Setzt man ferner zur Analyse drei Spektren<sup>22</sup> an, deren Schwerpunkte die Bedingung (1.54) erfüllen und ordnet man die Terme (1.53) entsprechend der rechts aufgetragenen Frequenzen, um dann die Störpolarisation für die CMT-Analyse (1.49) zu finden, ergibt sich schließlich das folgende Integro-Differentialgleichungssystem<sup>23</sup>:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i\beta(\omega) + \frac{\alpha_0}{2} \right\} b_0(z, \omega - \omega_0) = -iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_0 \chi_{klm}^{(2)}}{4P_0} \iint dx dy \mathcal{E}_k^{*(\omega_0)} \mathcal{E}_l^{(\omega_1)} \mathcal{E}_m^{(\omega_2)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' b_1(z, \omega' - \omega_1) b_2(z, \omega - \omega' - \omega_2) \quad (1.59)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i\beta(\omega) + \frac{\alpha_1}{2} \right\} b_1(z, \omega - \omega_1) = -iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_1 \chi_{klm}^{(2)}}{4P_0} \iint dx dy \mathcal{E}_k^{*(\omega_1)} \mathcal{E}_l^{(\omega_0)} \mathcal{E}_m^{*(\omega_2)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' b_0(z, \omega' - \omega_0) b_2^*(z, -\omega + \omega' - \omega_2) \quad (1.60)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i\beta(\omega) + \frac{\alpha_2}{2} \right\} b_2(z, \omega - \omega_2) =$$

<sup>22</sup>In der Literatur wird die kurzwellige Welle als Pump-, die langwelligen willkürlich als Signal- bzw. Idlerwelle bezeichnet

<sup>23</sup>Es gilt wieder die Einstein'sche Summenkonvention.

$$-iD(z)\frac{\varepsilon_0\omega_2\chi_{klm}^{(2)}}{4P_0}\iint dxdy\mathcal{E}_k^{*(\omega_2)}\mathcal{E}_l^{(\omega_0)}\mathcal{E}_m^{*(\omega_1)}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}d\omega'b_0(z,\omega'-\omega_0)b_1^*(z,-\omega+\omega'-\omega_1) \quad (1.61)$$

$D(z)$  bezeichnet die Orientierung der kristallographischen  $c$ -Achse (optische Achse) relativ zum Laborsystem. Eine Modulation der optischen Achse dient der im Folgenden noch zu diskutierenden Quasi-Phasenanpassung. Je nach Richtung der optischen Achse — entweder parallel oder antiparallel zur  $z$ -Achse des Laborsystems — gilt  $D(z) = \pm 1$ . Heuristisch werden zudem die Streuverluste  $\alpha_i$ <sup>24</sup> berücksichtigt. In dieser Arbeit werden Wechselwirkungen zwischen Wellen beschrieben, die allesamt QTM-polarisiert sind. Im Laborkoordinatensystem (ABBILDUNG 2) sind somit die dominanten elektrischen Feldkomponenten die  $y$ -Komponenten. Die Wechselwirkung über andere Komponenten kann an dieser Stelle vernachlässigt werden, da sich diese um mindestens eine Größenordnung von der dominierenden Komponente unterscheiden. Das Koppelintegral<sup>25</sup> reduziert sich somit auf

$$\kappa = \iint dxdy\mathcal{E}_y^{(\omega_0)}\mathcal{E}_y^{(\omega_1)}\mathcal{E}_y^{(\omega_2)} \quad (1.62)$$

und ist für alle Gleichungen identisch und reell. Zur Berechnung der Modenverteilungen und damit auch der Koppelintegrale wird zumeist die GHG-Approximation verwendet [KMB<sup>+</sup>82]. Ein Vergleich der mit dieser Methode ermittelten Koppelintegrale mit denen mittels genauerer FEM [Str91] ermittelten, liefert eine Abweichung von 1-3 %. Der Ritz'sche Ansatz (GHG) unterdrückt zwar das evaneszente Feld der Mode, da die Hermite-Gauss-Funktion an der Grenzfläche zur Luft identisch Null ist, jedoch spielt das bei Wechselwirkungen wie in der nichtlinearen Optik, die sich über den ganzen Wellenleiterquerschnitt verteilen, keine große Rolle.

Zur besseren Auswertbarkeit sollen noch schnelle Oszillationen extrahiert werden. Sei  $\omega_i$  die Trägerfrequenz, definiert

$$c_i(z, \omega - \omega_i) = b_i(z, \omega - \omega_i) \exp \{i\beta(\omega_i)z\}. \quad (1.63)$$

langsam veränderliche Amplituden. Verwendet man die in der Literatur für die Erzeugung der Differenzfrequenz übliche Bezeichnung pump, signal und idler, definiert man  $\beta_i = \beta(\omega_i)$  und die Phasenfehlانpassung

$$\Delta\beta_{DFG} = \beta_p - \beta_s - \beta_i, \quad (1.64)$$

<sup>24</sup>Experimentell werden die Streuverluste in dB/cm angegeben.

<sup>25</sup>Die Definition des Koppel- oder auch Überlappintegral ist in der Literatur nicht konsistent. Je nach Normierung der Feldbeschreibungen ändern sich Einheit und Betrag. Hier hat das Überlappintegral die Einheit  $[\kappa] = \text{V}^3/\text{m}$ .

so ergibt sich schließlich:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_p) + \frac{\alpha_p}{2} \right\} c_p(z, \omega - \omega_p) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_p d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(i\Delta\beta_{DFG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_s(z, \omega' - \omega_s) c_i(z, \omega - \omega' - \omega_i)$$
(1.65)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_s) + \frac{\alpha_s}{2} \right\} c_s(z, \omega - \omega_s) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_s d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_p(z, \omega' - \omega_p) c_i^*(z, -\omega + \omega' - \omega_i)$$
(1.66)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_i) + \frac{\alpha_i}{2} \right\} c_i(z, \omega - \omega_i) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_i d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_p(z, \omega' - \omega_p) c_s^*(z, -\omega + \omega' - \omega_s)$$
(1.67)

Diese Gleichungen beschreiben sowohl die Summen- als auch die Differenzfrequenzerzeugung oder optisch parametrische Verstärkung. Die Richtung des Energietransfers wird bestimmt durch die relative Phasenbeziehung und das Vorzeichen des nichtlinearen Koeffizienten:

$$\phi_{DFG} = \arg(c_p) - \arg(c_s) - \arg(c_i) - \pi \cdot D(z) = \phi_{SFG} + \pi \quad (1.68)$$

Auf die besondere Rolle von  $D(z)$  wird bei der Diskussion der Phasenanpassung genau eingegangen.

Auf die gleiche Weise findet man die Gleichungen für die Erzeugung der zweiten Harmonischen. Der wesentliche Unterschied ist, dass in (1.53) die Terme der nichtlinearen Polarisation bei der doppelten Frequenz nur einfach auftreten.

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_{fh}) + \frac{\alpha_{fh}}{2} \right\} c_{fh}(z, \omega - \omega_{fh}) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_{fh} d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{SHG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{fh}^*(z, -\omega' - \omega_{fh}) c_{sh}(z, \omega - \omega' - \omega_{sh})$$
(1.69)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_{sh}) + \frac{\alpha_{sh}}{2} \right\} c_{sh}(z, \omega - \omega_{sh}) =$$

$$-iD(z)\frac{\varepsilon_0\omega_{sh}d_{33}\kappa}{2P_0}\cdot\exp(i\Delta\beta_{SHG}z)\cdot\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega'c_{fh}(z,\omega'-\omega_{fh})c_{fh}(z,\omega-\omega'-\omega_{fh}) \quad (1.70)$$

fh steht hier für *fundamental harmonic* und sh für *second harmonic*. Zudem gilt  $\Delta\beta_{SHG} = \beta_{sh} - 2\beta_{fh}$  und natürlich  $\omega_{sh} = 2\omega_{fh}$ . Diese beiden Gleichungssysteme bilden das Gerüst für sämtliche kaskadierten nichtlinearen optischen Wechselwirkungen zweiter Ordnung. Durch eine Kombination beider Gleichungen lässt sich unter anderem die Erzeugung der dritten Harmonischen<sup>26</sup> beschreiben, die auf der Summenfrequenzerzeugung der Fundamentalwelle mit der zweiten Harmonischen beruht.

Erstmals tritt an dieser Stelle der Faktor  $\exp(i\Delta\beta z)$  auf.  $\Delta\beta$  ist ein Maß, inwieweit eine propagierende Welle und eine in ihrer Frequenz oszillierende Polarisation in der Phase auseinanderlaufen. Den größtmöglichen Energietransfer erhält man, wenn sich die emittierten Partialwellen der schwingenden Dipole der nichtlinearen Polarisation konstruktiv überlagern. Das ist allerdings nur in Ausnahmefällen und oft nur näherungsweise möglich. Ursache ist die Dispersion des Materials, die verschiedene Phasengeschwindigkeiten für verschiedene Wellenlängen zur Folge hat. Hierauf soll im nächsten Kapitel genauer eingegangen werden.

Um die Gleichungen numerisch auswerten zu können, werden die Gleichungssysteme in ein mitbewegtes Koordinatensystem überführt. Dazu wird zuerst die retardierte Zeit eingeführt:

$$\eta = t - \frac{z}{v_r} \quad (1.71)$$

$v_r$  ist die Retardierungsgeschwindigkeit, also die Geschwindigkeit, mit der sich das retardierte Bezugssystem fortbewegt. In der Regel wählt man eine der Gruppengeschwindigkeiten der am Prozess teilnehmende Wellen. Im Frequenzbereich hat das zur Folge, dass die Terme der Wellenvektoren auf der linken Seite der Gleichung modifiziert werden. Zum Beispiel transformiert die linke Seite der Gleichung für die Fundamentale Harmonische wie folgt:

$$\beta(\omega) - \beta_{fh} \rightarrow \beta(\omega) - \beta_{fh} - \frac{\omega - \omega_{fh}}{v_r} \quad (1.72)$$

Im Folgenden wird diese Retardierung nicht weiter explizit erwähnt und vorausgesetzt.

---

<sup>26</sup> *Third Harmonic Generation* THG



## 1.6 Phasenanpassung und Domäneninversion

Einen effektiven Energietransfer beobachtet man nur, wenn der Betrag von (1.64) kleine Werte annimmt. Große Werte der Phasenfehlanpassung  $\Delta\beta$  führen zu einem stark oszillierenden Term vor den Faltungsintegralen und somit zu keinem Nettoeffekt. Zum Vergleich: während der Betrag der Wellenzahl der in ABBILDUNG 1.2 skizzierten Mode im Bereich  $9 \cdot 10^6$  1/m liegt, findet effektiver Energietransfer nur in einem Bereich  $\Delta\beta L = \pm 2\pi$  statt.  $L$  bezeichnet die Länge der Wechselwirkungsstrecke. Für eine 6 cm lange Struktur bedeutet das  $|\Delta\beta_{SHG}| < 100$  1/m. Es ist leicht einzusehen, dass es sich um eine sehr kritische Bedingung handelt und so die Erfordernisse an die Herstellungstechnologie ausserordentlich hoch sind. In der Einleitung wurde eine mikroskopische Interpretation der Phasenanpassung gegeben und die Möglichkeit der Phasenanpassung durch eine periodische Inversion der optischen Achse vorgestellt. ABBILDUNG 1.6 zeigt ein Photo der Oberfläche eines periodisch gepolten Wellenleiters in Ti:LiNbO<sub>3</sub>. Der Wellenleiter verläuft horizontal. Die Domänen wurden durch ein selektives ätzen sichtbar gemacht. Dabei wird ausgenutzt, dass die +Z und die -Z-Seite ein unterschiedliches Ätzverhalten haben. Die Orientierung der Domäne ist jeweils angedeutet.

Mathematisch lässt sich die periodische Inversion mittels einer Fourierreihe darstellen [Yar73]. In dem Fall einer konstanten Periode und bei gleichen Domänenbreiten für beide Orientierungen lautet sie ( $s \in \mathcal{N}_0$ ):

$$D(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_m \exp\left(i2\pi m \frac{z}{2L_C}\right) = \begin{cases} +1 & \text{für } 2s \leq z/L_c < 2s+1 \\ -1 & \text{für } 2s-1 \leq z/L_c < 2s \end{cases}$$

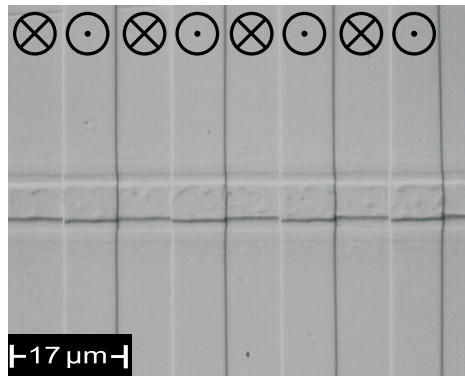


ABBILDUNG 1.6: Photo der Oberfläche eines periodisch gepolten, Titan-diffundierten Streifenwellenleiters für das nahe Infrarot. Die invertierten Domänen wurden durch ein Ätzverfahren sichtbar gemacht. Dabei wird ausgenutzt, dass das Ätzverhalten beider Polaritäten des Kristalls (+Z, -Z) unterschiedlich sind.

$$\text{mit } D_m = \begin{cases} i \frac{2 \operatorname{sign}(m)}{m \pi} & \text{für } m \text{ ungerade} \\ 0 & \text{für } m \text{ gerade.} \end{cases} \quad (1.73)$$

Das Verhältnis einer invertierten Domäne zur Periode bezeichnet man als Tastverhältnis oder auch als Duty-Cycle. Ausgedrückt wird das durch den prozentualen Anteil der beiden Domänen an der gesamten Periode. Beispielsweise ist der Duty-Cycle für eine homogene Struktur mit gleichen Breiten der inversen Domänen 50:50. ABBILDUNG 1.7 zeigt typische Abstimmkurven der nichtlinearen Frequenzkonversion. Diese Abstimmkurven sind wie folgt zu lesen: wählt man auf der Abszisse eine Wellenlänge aus (Pumpwellenlänge), so markieren die beiden Schnittpunkte mit einer vertikalen Linie jeweils die Wellenlänge von Signal- und Idlerwelle.

Ersetzt man in den Gleichungen für die nichtlinearen Wechselwirkungen  $D(z)$  durch die Fourierreihe (1.73), so lassen sich die reale Phasenfehlanpassung und die Gittervektoren der Fourierreihe zu einer QPM-Phasenfehlanpassung zusammenfassen:

$$\Delta\beta^m = \Delta\beta - \frac{2\pi}{m\Lambda} \quad (1.74)$$

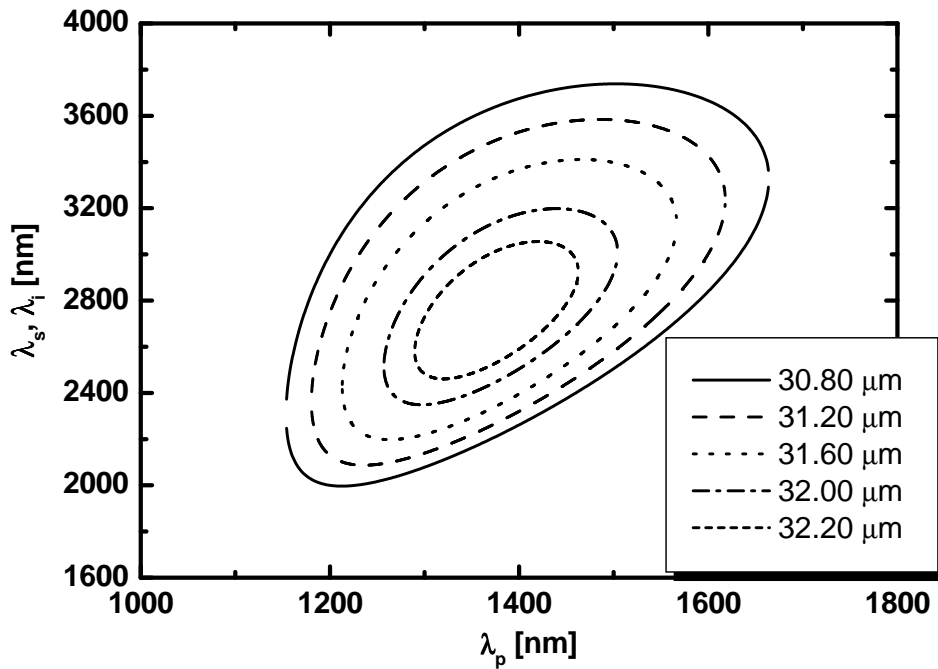


ABBILDUNG 1.7: Phasenanpasskurven für verschiedene Perioden  $\Lambda$  in einem Standardwellenleiter für das mittlere Infrarot. Wählt man einen Punkt auf der Abszisse, so werden dem zwei Punkte auf der Ordinate zugeordnet bei denen Phasenanpassung herrscht.

$\Lambda = 2L_C$  wird die Periode des Gitters genannt.  $|m|$  bestimmt die Ordnung der Phasen Anpassung. Da Phasen Anpassung nur im Mittel gefunden wird, reduziert sich der nichtlineare Koeffizient gegenüber echter Phasen Anpassung um den Betrag der Fourierkomponente. Das drückt man durch die effektiven nichtlinearen Koeffizienten  $d_{\text{eff}}$  aus. Im Fall der Quasi-Phasen Anpassung in  $Z$ -Schnitt Wellenleitern mit  $X$ -Ausbreitungsrichtung ergibt sich:

$$d_{\text{eff}} = \frac{2}{\pi} d_{33} \quad (1.75)$$

Bei einem nichtidealen Verhältnis der Halbperioden ändern sich die Koeffizienten in der Reihenentwicklung der Gitterfunktion. Technologisch ist es schwer, exakt gleiche Halbperioden herzustellen, da zu dem Wachstum in die Tiefe stets ein laterales Wachstum hinzukommt [Sch02]. Da jedoch die Periode von einer sehr exakten Maske vorgegeben ist, muss hier nur eine Änderung des Duty-Cycle in Betracht gezogen werden. ABBILDUNG 1.8 veranschaulicht die Situation. Der Parameter  $\xi$  gibt die Verschiebung der Domänenwand gegenüber der idealen Situation an.  $\xi = 0$  entspricht demzufolge ein Duty-Cycle von 50:50 und  $\xi = \Lambda/4$  entspricht 25:75.

Legt man diese Geometrie zu Grunde und definiert man weiterhin

$$\delta = \frac{2\xi}{\Lambda}, \quad (1.76)$$

so erhält man nach kurzer Rechnung für das Betragsquadrat der Fourierkoeffizienten:

$$|D_m(\delta)| = \frac{2}{m^2\pi^2} \{1 - (-1)^m \cos(m\pi\delta)\} \quad (1.77)$$

ABBILDUNG 1.9 veranschaulicht die Abhängigkeit der ersten vier Fourierkoeffizienten von der Verschiebung  $\delta$ . Man erkennt im Wesentlichen zwei Dinge: zum einen ist der Koeffizient für  $m = \pm 1$  sehr robust gegen eine Verschiebung der Domänenwand. Selbst

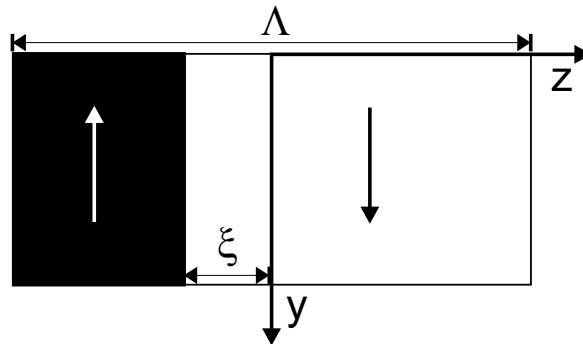


ABBILDUNG 1.8: Veranschaulichung der Situation bei einer um  $\xi$  verschobenen Domänenwand.

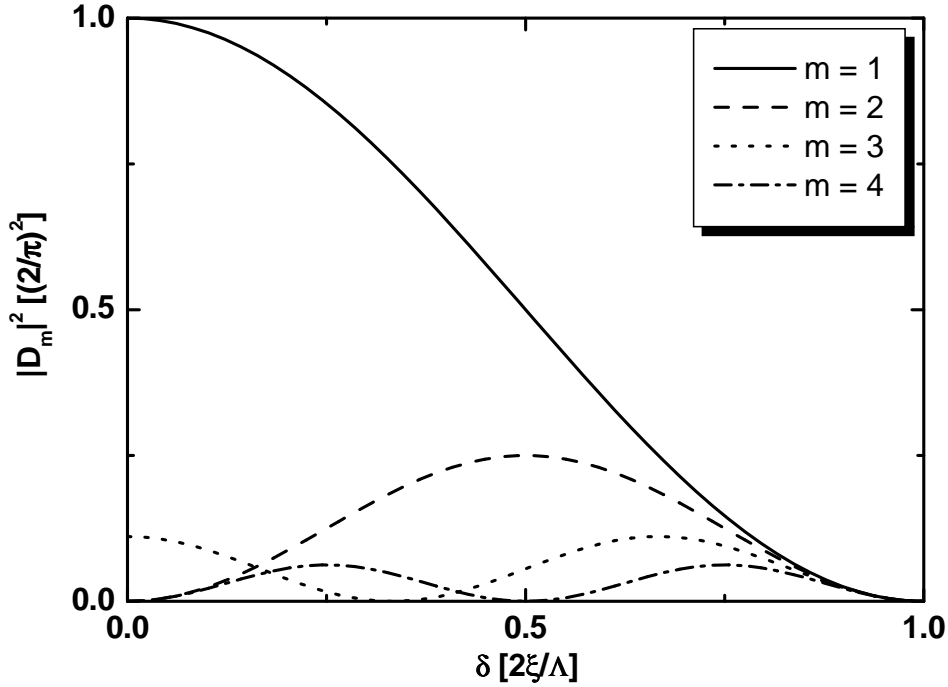


ABBILDUNG 1.9: Verlauf der Fourierkoeffizienten der Ordnung  $m$  als Funktion von  $\delta$ . Bemerkenswert ist, dass bereits für  $\delta = 0.1$  — das entspricht einem Duty-Cycle von 40:60 — die Effizienz der Wechselwirkungen, die in zweiter Ordnung phasenangepasst sind, bereits 10 % der maximal möglichen beträgt.

bei  $\delta = 0.25$  (25:75) ist das Betragsquadrat des effektiven nichtlinearen Koeffizienten immer noch ungefähr 80 % der idealen Situation. Zum anderen erkennt man, dass die Phasen Anpassung gerader Ordnung eine Rolle spielen kann.

Ein weiterer wesentlicher Vorteil der QPM gegenüber der Phasen Anpassung durch Doppelbrechung ist die Möglichkeit, Phasen Anpassung für mehrere Prozesse gleichzeitig zu realisieren. Dazu müssen verschiedene Gitter überlagert werden; das Inversionsgitter ergibt sich dann aus einer Schwebung dieser Untergitter. Mathematisch beschrieben wird ein solches Gitter durch [NS04]

$$D(z) = \text{sign} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} w_k \sin(\Delta\beta_k z + \phi_k) \right\}. \quad (1.78)$$

Der Einfluss einer Streuung der Domänenbreite auf die Konversionseffizienz und die Verstärkungskurve wird ausführlich sowohl semi-analytisch [HA91] als auch numerisch [Wer99] analysiert. Im Wesentlichen ist zwischen zwei Streuungstypen zu unterscheiden:

**Korreliert** Streuung der Position der Domänenwand. Wird eine Domäne breiter, so reduziert sich die Breite der benachbarten Domäne. Dieser Typ liegt vor, wenn

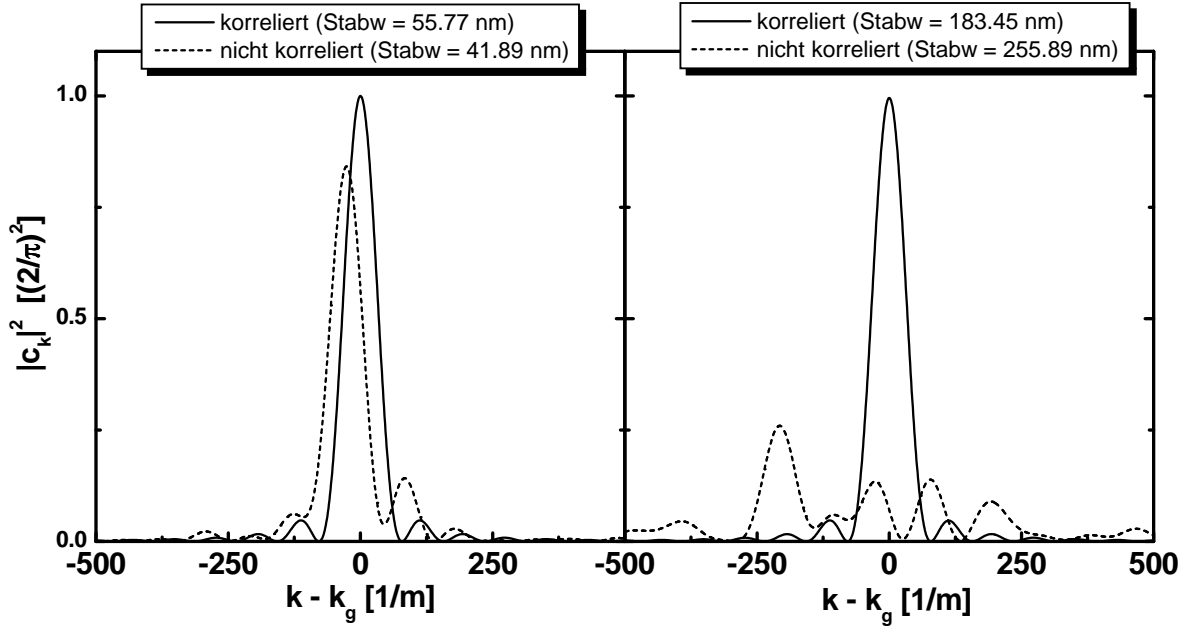


ABBILDUNG 1.10: *Fouriertransformierte des Gitters für eine korrelierte und eine nichtkorrelierte Streuung der Position der Domänenwand.*

bei einer perfekten Maske Inhomogenitäten im Substratmaterial das Domänenwachstum beeinflussen.

**Nichtkorreliert** Direkte Streuung der Domänenbreite.

ABBILDUNG 1.10 zeigt die Fourierkoeffizienten  $c_k$  von Gittern mit unterschiedlichen Statistiken. Normiert sind die Koeffizienten auf den maximal möglichen Werte  $2/\pi$  eines ungestörten Gitters mit einem Duty-Cycle von 50:50. Die Amplitude der Fourierkoeffizienten sind im Kleinsignalbetrieb proportional zur Effizienz der Erzeugung der zweiten Harmonischen. Man erkennt, dass die Effizienz und insbesondere die Bandbreite bei einer korrelierten Streuung sehr robust ist. Hingegen kommt es bei einer nichtkorrelierten Streuung zu einer starken Deformation und besonders zu einer starken Abnahme der Effizienz.

Streuungen bei per Lithographie hergestelltem Domänengitter entsprechen weitgehend dem korrelierten Typ. Die zur Herstellung verwendeten Masken können mit einer extrem guten Homogenität hergestellt werden. Es ist daher zu erwarten, dass die Gitterinhomogenitäten in periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern einen sehr geringen Einfluss auf das Konversionsverhalten haben.

## 1.7 Dispersion in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern

Wesentlich zur dynamischen Beschreibung der optisch nichtlinearen Wechselwirkungen ist das Dispersionsverhalten im Wellenleiter. LiNbO<sub>3</sub> ist ein Substrat mit einer normalen Dispersion<sup>27</sup> über den ganzen transparenten Spektralbereich. Die Brechungsindizes der ordentlichen und der ausserordentlichen Polarisation<sup>28</sup> für den in dieser Arbeit maßgeblichen Bereich sind in ABBILDUNG 1.11 dargestellt. Über den gesamten relevanten Bereich ist der ordentliche Brechungsindex größer als der ausserordentliche. Das rechte Diagramm zeigt den Verlauf des Gruppenindex. Der Gruppenindex ist über das Verhältnis von Vakuum-Lichtgeschwindigkeit zur Gruppengeschwindigkeit definiert:

$$n^g = \frac{c_0}{v^g}. \quad (1.79)$$

Der Gruppenindex kann auch direkt aus dem Brechungsindex gewonnen werden:

$$n^g(\lambda) = n(\lambda) - \lambda \frac{\partial n(\lambda')}{\partial \lambda'} \Big|_{\lambda'=\lambda} \quad (1.80)$$

<sup>27</sup>Normale Dispersion:  $\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$ . Anormale Dispersion:  $\frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$

<sup>28</sup>In optisch einachsigen Kristallen bezeichnet „ordentlich“ die Richtung orthogonal zur optischen Achse.

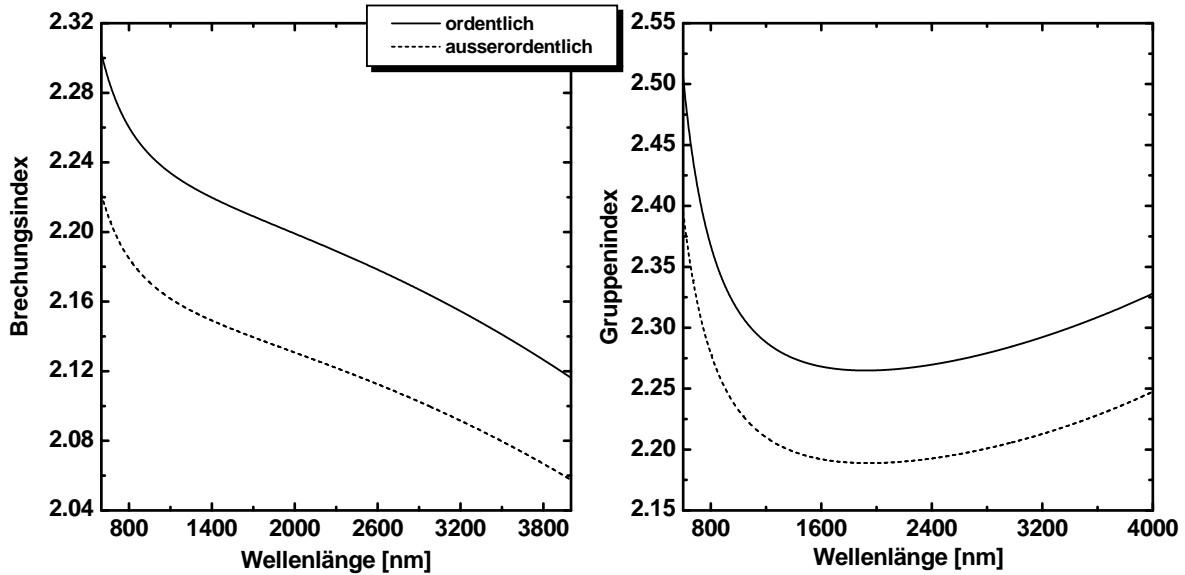


ABBILDUNG 1.11: Verlauf von Brechungs- (links) und Gruppenindex für die ordentliche und die ausserordentliche Polarisation. Die Orientierung des Substrats ist Z-Schnitt und X-Ausbreitungsrichtung. Die ordentliche Polarisation entspricht einer QTE-Mode, die ausserordentliche einer QTM-Mode.

Der Gruppenindex zeigt qualitativ ein anderes Verhalten. Bei  $\lambda = 1925$  nm hat der Gruppenindex ein Minimum; hin zu kürzeren und längeren Wellenlänge wächst er streng monoton. Beispielsweise werden die später noch beschriebenen Konversionsbandbreiten nichtlinearer Prozesse durch die Differenzen der reziproken Gruppengeschwindigkeiten bestimmt. Auch die zur Beschreibung der in Kapitel 5 maßgeblichen freien Spektralbereiche sind unmittelbar mit der Gruppengeschwindigkeit korreliert. Das extreme Verhalten des Gruppenindex hat zur Folge, dass beispielsweise die Bandbreite der optisch parametrischen Verstärkung (Kapitel 2) sehr groß wird.

# Kapitel 2

## Dreiwellen-Frequenzkonversion

In Kapitel 1 wurden die notwendigen Formalismen hergeleitet, um nichtlineare Wechselwirkungen in Streifenwellenleitern zu beschreiben. In diesem Kapitel sollen die Prozesse der Dreiwellenmischung klassifiziert, analysiert und mit dem Experiment verglichen werden. Der Schwerpunkt soll hier insbesondere auf den Einfluss der Gruppengeschwindigkeit auf die Dynamik der Wechselwirkung gelegt werden. Der Prozess der optischen Gleichrichtung wird bei dieser Analyse nicht berücksichtigt, da in dieser Arbeit der Schwerpunkt auf der Konversion liegt.

Bei der Erzeugung der zweiten Harmonischen handelt es sich letztlich um eine entartete Summenfrequenzerzeugung. Das heisst, dass auch die Frequenzverdopplung formal als Dreiwellen-Prozess angesehen werden muss. Im klassischen Bild der Maxwelltheorie unterscheidet sich die Erzeugung der Summenfrequenz nur durch eine Phase von der Erzeugung der Differenzfrequenz. Beide Prozesse treten alternierend auf, wenn die Wechselwirkung zwischen drei Wellen nicht phasenangepasst stattfindet.

### 2.1 Zweite Harmonische und Summenfrequenzerzeugung

Die Erzeugung der zweiten Harmonischen ist sicher der bekannteste Prozess in der nichtlinearen Optik. Neben effizienter interner Erzeugung kohärenter Strahlung zur Kaskadierung nichtlinearer Prozesse (Abschnitt 2.2) dient sie vor allem auch der Charakterisierung der nichtlinearen Eigenschaften optischer Frequenzkonverter. Auch lassen sich durch eine Untersuchung der Wellenlängenabhängigkeit der SHG wesentliche



Informationen hinsichtlich der Homogenität sowohl der linearen als auch der nichtlinearen Eigenschaften der Proben gewinnen.

Im Fall monochromatischer Wechselwirkung lassen sich die beschreibenden Gleichungen stark vereinfachen. Setzt man in (1.69) und (1.70) für die Spektren jeweils Dirac'sche Deltafunktionen an, so folgen direkt die Gleichungen für den Dauerstrichbetrieb:

$$\frac{\partial}{\partial z} c_{\text{fh}} = -\frac{\alpha_{\text{fh}}}{2} c_{\text{fh}} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{fh}} d_{33} \kappa}{2P_0} c_{\text{fh}}^* c_{\text{sh}} \exp(-i\Delta\beta_{SHG}z) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_{\text{sh}} = -\frac{\alpha_{\text{sh}}}{2} c_{\text{sh}} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{sh}} d_{33} \kappa}{4P_0} c_{\text{fh}}^2 \exp(i\Delta\beta_{SHG}z) \quad (2.2)$$

Eine genaue Analyse dieser Gleichungen auch im Fall einer nichtverschwindenden Phasenfehlanpassung findet sich in [Wer99]. Hier soll nur kurz die Lösung für den verlustfreien Fall bei ausschließlich eingestrahlter Fundamentalwelle und im Fall der Phasenanpassung diskutiert werden. Da während des Konversionsprozesses die Energie erhalten bleibt, ist die Summe der Amplitudenquadrate von erster<sup>1</sup> und zweiter Harmonischer eine Konstante. Diese Bedingung liefert in Verbindung mit der zweiten Gleichung (2.2) eine gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichung, die sich durch einen plausiblen Ansatz lösen lässt. Die Gleichung für die Fundamentalwelle lässt sich dann leicht integrieren. Es ergibt sich:

$$c_{\text{fh}} = c_{\text{fh},0} \text{sech}(gz) \quad (2.3)$$

$$c_{\text{sh}} = -i c_{\text{fh},0} \tanh(gz) \quad (2.4)$$

$$g = \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{fh}} d_{33} \kappa}{2P_0} |c_{\text{fh},0}|$$

Oder für die Leistungen:

$$P_{\text{sh}}(z) = P_{\text{fh}}(0) \tanh^2(gz) = P_{\text{fh}}(0) (gz - \frac{1}{3}g^3 z^3 + \dots)^2 \approx P_{\text{fh}}(0) g^2 z^2 \quad (2.5)$$

Demzufolge ist die Leistung der zweiten Harmonischen im Grenzfall kleiner Konversion proportional zum Quadrat der Pumpleistung<sup>2</sup> und zum Quadrat der Wechselwirkungslänge. Die quadratische Abhängigkeit von der Pumpleistung findet Berücksichtigung in der Definition der normierten Konversionseffizienz

$$\eta_{SHG} = 100 \cdot \frac{P_{\text{sh}}(z=L)}{P_{\text{fh}}(z=0)^2}, \quad (2.6)$$

---

<sup>0</sup> $\text{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)}$

<sup>1</sup>erste oder fundamentale Harmonische.

<sup>2</sup>Da  $g^2 \sim P_{\text{fh}}(0)$  gilt.

welche ein wichtiger Parameter zur Charakterisierung nichtlinearer Frequenzkonverter ist. Die Einheit der normierten Effizienz ist  $\%/W$ . Beispielsweise wurde in 78 mm langen periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern bei einer eingekoppelten Fundamentalleistung von 1.16 mW eine Leistung von 12.6  $\mu W$  bei der Frequenz der zweiten Harmonischen gemessen, was einer Effizienz von 935  $\%/W$  und 85 % des theoretischen Wertes entspricht [Sch02]. In ABBILDUNG 2.1 ist die Effizienz eines typischen Wellenleiters für das nahe Infrarot (Anhang A) als Funktion der Wechselwirkungs-länge<sup>3</sup> dargestellt. Bei dem numerischen Resultat wurden die internen Streuverluste<sup>4</sup>

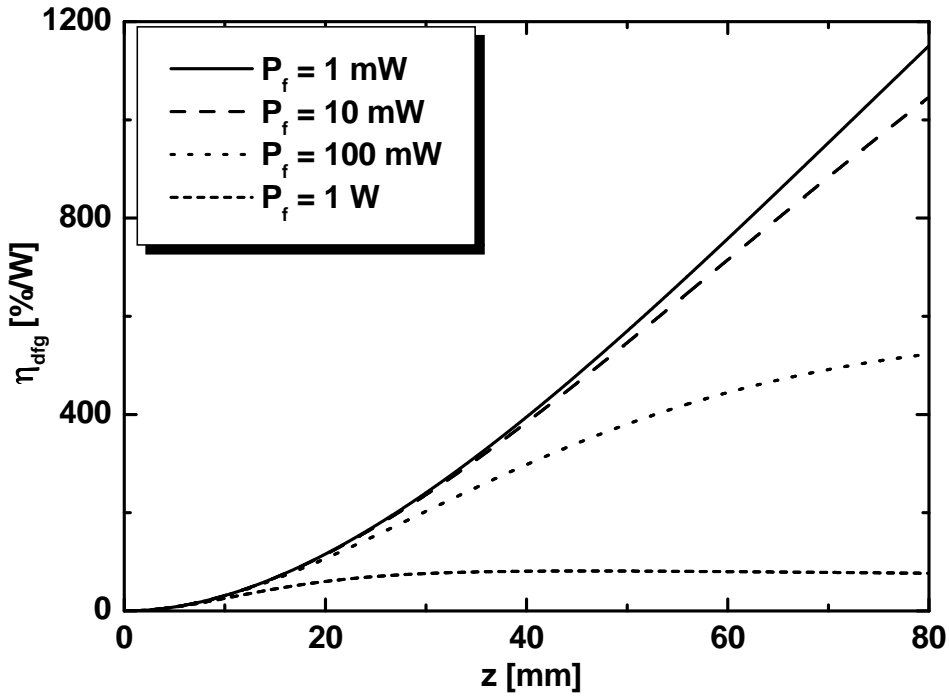


ABBILDUNG 2.1: Effizienz der Erzeugung der zweiten Harmonischen als Funktion der Wechselwirkungsstrecke  $z$  für verschiedene Fundamentalleistungen. Die Wellenlänge ist  $\lambda_f = 1560$  nm. Streuverluste sind berücksichtigt (siehe Text).

berücksichtigt. Bis zu einer eingekoppelten Fundamentalleistung<sup>5</sup> von 10 mW kann

<sup>3</sup>Periodisch gepolte Titan-diffundierte Wellenleiter in LiNbO<sub>3</sub> wurden mit Längen von 3-9 cm hergestellt.

<sup>4</sup>Streuverluste in integriert optischen Wellenleitern werden in dB/cm angegeben. Titan-diffundierte Wellenleiter in LiNbO<sub>3</sub> können mit außerordentlich geringen Streuverlusten realisiert werden, typischerweise um 0.03-0.05 dB/cm für Wellenlängen um 3000 nm. Durch ihre größere Lokalisierung an der Oberfläche und damit den größeren evaneszenten Feldern im Bereich der natürlichen Oberflächenrauigkeiten haben Wellen kürzerer Wellenlängen höhere Streuverluste. Im Bereich um 780 nm liegen sie um 0.2-0.3 dB/cm.

<sup>5</sup>Die Effizienz der Einkopplung wird bestimmt durch die Reflexion an der Stirnfläche des Wellen-

man in guter Näherung davon ausgehen, dass die Fundamentalleistung nicht von dem nichtlinearen Prozess beeinflusst wird. Danach führt der Abbau der Fundamentalwelle aufgrund der nichtlinearen Wechselwirkung zu einer deutlichen Reduzierung der Effizienz.

Im mittleren Infrarot um 3000 nm beobachtet man qualitativ das gleiche Konversionsverhalten. Jedoch führt die geringere Fokussierung in den größeren MIR-Wellenleitern zu geringeren Intensitäten und somit zu kleineren nichtlinearen Polarisationen. Mathematisch äußert sich das durch ein kleineres Überlappintegral (1.62). Eine Auswertung zeigt, dass in guter Näherung die Überlappintegrale im nahen Infrarot um den Faktor 2 größer sind. Da der Koppelfaktor zudem linear mit der Frequenz skaliert, ergibt sich insgesamt näherungsweise ein Faktor vier bei der Amplitudenkopplung. Berücksichtigt man die kleineren Streuverluste im mittleren Infrarot<sup>6</sup> ergibt sich in grober Näherung

$$\frac{\eta^{\text{NIR}}}{\eta^{\text{MIR}}} \approx 12 \quad (2.7)$$

Ein weiteres wichtiges Kriterium bei der Beschreibung der Konversionsprozesse ist die Bandbreite. Im Falle einer monochromatischen Wechselwirkung lässt sich die gewöhnliche Differentialgleichung (2.2) mit der Annahme einer konstanten Pumpleistung<sup>7</sup> und nichtverschwindender Phasenfehlanpassung leicht lösen. Eine Analyse der Gleichungen im Frequenzbereich ermöglicht hingegen ein tieferes Verständnis der Konversion endlicher Spektren. Dazu werden die Wellenzahlen in (1.69) und (1.70) bis zum linearen Glied entwickelt:

$$\beta(\omega) - \beta_{\text{fh}} = \left. \frac{\partial}{\partial \omega} \beta(\omega) \right|_{\omega=\omega_{\text{fh}}} \cdot (\omega - \omega_{\text{fh}}) = \frac{1}{v_{\text{fh}}^g} \cdot (\omega - \omega_{\text{fh}}) \quad (2.8)$$

$$\beta(\omega) - \beta_{\text{sh}} = \left. \frac{\partial}{\partial \omega} \beta(\omega) \right|_{\omega=\omega_{\text{sh}}} \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}}) = \frac{1}{v_{\text{sh}}^g} \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}}). \quad (2.9)$$

$v^g$  ist die Gruppengeschwindigkeit. Definiert man die Schreibweisen

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega_{\text{fh,sh}}} &= \beta'_{\text{fh,sh}} = \frac{1}{v_{\text{fh,sh}}^g} \\ C_{\text{fh,sh}}(z, \omega - \omega_{\text{fh,sh}}) &= c_{\text{fh,sh}} \exp \left( i \beta'_{\text{fh,sh}} \cdot (\omega - \omega_{\text{fh,sh}}) z \right) \end{aligned}$$

---

leiters, die sich im Fall einer polierten Stirnfläche mit den Fresnel-Gleichungen bestimmen lässt und durch das Überlappintegral zwischen dem Gauss'schen Strahl des Lasers und der Wellenleitermode. Das Überlapp der Grundmode mit dem Gauss'schen Strahl beträgt im optimalen Fall ungefähr 0.95. Experimentell werden Werte von 0.7-0.8 erreicht.

<sup>6</sup>Kürzere Wellenlänge erfahren höhere Oberflächennahe Streuverluste.

<sup>7</sup> $\frac{\partial}{\partial z} c_{\text{fh}} = 0$

$$K = \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{fh}} d_{33} \kappa}{2P_0}$$

$$\delta = \beta'_{\text{fh}} - \beta'_{\text{sh}},$$

so folgt nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\partial}{\partial z} C_{\text{fh}}(z, \omega - \omega_{\text{fh}}) = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} C_{\text{sh}}(z, \omega - \omega_{\text{sh}}) = -iK \exp \{-i\Delta\beta_{\text{SHG}}z\} \cdot \exp \{i\delta \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}})z\} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' C_{\text{fh}}(z, \omega' - \omega_{\text{fh}}) C_{\text{fh}}(z, \omega - \omega' - \omega_{\text{fh}})}_{I(\omega)}. \quad (2.11)$$

Die Größe  $\delta$  ist die Differenz der reziproken Gruppengeschwindigkeiten und wird auch als group velocity mismatch (GVM) bezeichnet. Sie bestimmt wesentlich den Konversionsprozess im Fall gepulster Wechselwirkung. ABBILDUNG 2.2 zeigt die Gruppenlaufzeitdifferenz  $\delta$  eines typischen MIR-Wellenleiters. Die Einheit ps/cm bedeutet, dass sich die Schwerpunkte der Einhüllenden zweier Pulse nach einer Ausbreitungsstrecke von einem Zentimeter im Zeitbereich um den jeweiligen Wert entfernt haben. Aufgrund des speziellen Verlaufs der Gruppengeschwindigkeit (ABBILDUNG 1.11) verschwindet die Gruppenlaufzeitdifferenz jedoch bei  $\lambda_{v_0} = 2739$  nm, um bei höheren Wellenlängen

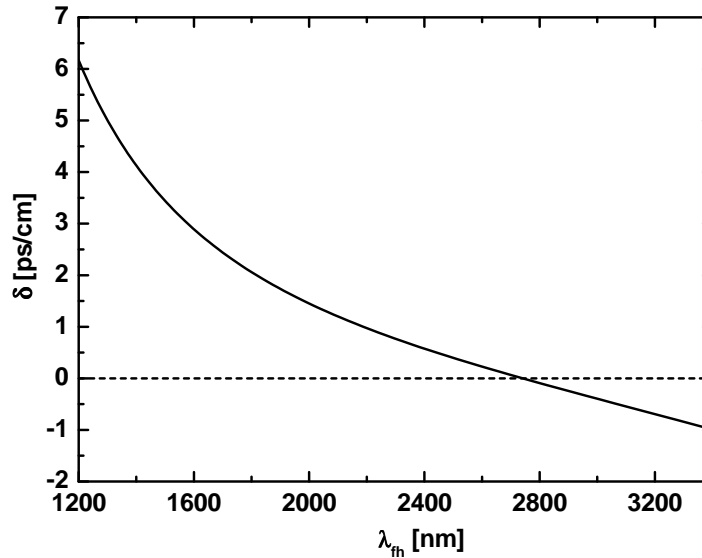


ABBILDUNG 2.2: Gruppenlaufzeitdifferenz der Grundmode als Funktion der Wellenlänge für einen typischen MIR-Wellenleiter.

das Vorzeichen zu wechseln. Die Folge ist, dass bei Wellenlängen größer als  $\lambda_{v_0}$  der Puls der zweiten Harmonischen dem Puls der erzeugenden Fundamentalwelle vorausseilt, obwohl sich Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleiter über den sichtbaren Spektralbereich normal dispersiv verhalten.

Das Faltungsintegral  $I(\omega)$  lässt sich unter der Annahme eines Gauß'schen Pumpspektrums

$$C_{\text{fh}}(z, \omega - \omega_{\text{fh}}) = \frac{C_0}{\sqrt{\pi}\Delta\omega} \exp \left\{ - \left( \frac{\omega - \omega_{\text{fh}}}{\Delta\omega} \right)^2 \right\} \quad (2.12)$$

zu

$$I(\omega) = \frac{C_0^2}{\sqrt{2\pi}\Delta\omega} \exp \left\{ - \left( \frac{\omega - \omega_{\text{sh}}}{\sqrt{2}\Delta\omega} \right)^2 \right\} \quad (2.13)$$

vereinfachen.  $C_0$  ist an dieser Stelle eine einheitenlose Konstante. Es gilt die Normierung

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega C_{\text{fh}}(z, \omega - \omega_{\text{fh}}) = C_0 \quad (2.14)$$

Man erkennt, dass das erzeugende Spektrum auf der rechten Seite der Gleichung eine um  $\sqrt{2}$  größere spektrale Breite hat. Eine direkte Folge ist, dass die erzeugte zweite Harmonische im phasenangepassten Fall und unter der Annahme  $\delta \cdot \Delta\omega \cdot z \ll 1$  im Zeitbereich um den gleichen Faktor schmaler wird. Des Weiteren rechnet man leicht nach, dass

$$\lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} I(\omega) = |C_0|^2 \delta(\omega - \omega_{\text{sh}}) \quad (2.15)$$

gilt. Auf der rechten Seite der Gleichung tritt eine  $z$ -Abhängigkeit ausschließlich in den oszillierenden Termen auf. Daher findet man die Lösung durch einfache Integration:

$$C_{\text{sh}}(z, \omega - \omega_{\text{sh}}) = -iK \frac{i}{\Delta\beta - \delta \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}})} [\exp \{ -i(\Delta\beta - \delta \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}})) \cdot z \} - 1] \cdot I(\omega). \quad (2.16)$$

Für die parametrisch erzeugte Energie eines Pulses der zweiten Harmonischen folgt mit (1.32) unmittelbar:

$$\mathbf{E}_{\text{sh}}(z) = \frac{P_0 K^2 |c_0|^4}{2\pi \Delta\omega^2} z^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \text{sinc}^2 \left\{ \frac{\Delta\beta - \delta \cdot (\omega - \omega_{\text{sh}})}{2} z \right\} \exp \left\{ - \left( \frac{\omega - \omega_{\text{sh}}}{\Delta\omega} \right)^2 \right\} \quad (2.17)$$

Der erste Teil des Integranden lässt sich interpretieren als spektrale Filterfunktion. Es kann nur der Teil des Spektrums der Fundamentalwelle am Konversionsprozess teilnehmen, bei dem der dazugehörige Wert der  $\text{sinc}^2$ -Funktion signifikant von Null verschieden

ist. Eine große Gruppenlaufzeitdifferenz  $\delta$  hat eine schmalbandige Filterung zur Folge. Durch diese schmalbandige Filterung des Spektrums der Fundamentalwelle kommt es zu einer Reduzierung der Konversionseffizienz. Eine weitere Folge ist die Zunahme der Verstärkungsbandbreite. ABBILDUNG 2.3 veranschaulicht diesen Effekt: Eine schmale

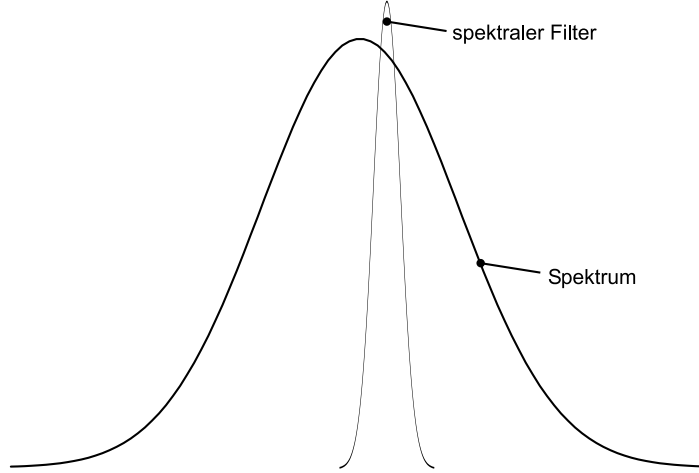


ABBILDUNG 2.3: Während der Durchstimmung der Phasenanpassbedingung im gepulsten Betrieb wird die Filterfunktion über das Spektrum des Fundamentalpulses geschoben.

Filterfunktion bewirkt, dass immer nur ein Ausschnitt des Fundamentalspektrums am Prozess der Frequenzverdopplung teilnimmt. Im Bereich der zentralen Wellenlänge ist die Faltung von Spektrum und Filterfunktion eine Funktion mit kleiner Variation. Im Fall einer monochromatischen Anregung ergibt sich die wohlbekannte Akzeptanzbandbreite der Erzeugung der zweiten Harmonischen

$$\mathbf{E}_{\text{sh}}(z) \sim z^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta\beta}{2} z \right). \quad (2.18)$$

Mit  $\text{sinc}^2(1.39) \approx 1/2$  folgt dann analog zu [FMJB92] für die Bandbreite im Fall monochromatischer Wechselwirkung:

$$\Delta\omega_{\text{SHG}}^{\text{FWHM}} = \frac{2 \cdot 1.39}{L} \cdot \left| \frac{1}{v_{\text{fh}}^g} - \frac{1}{v_{\text{sh}}^g} \right|^{-1} = \frac{2 \cdot 1.39}{L} \frac{1}{|\delta|} \quad (2.19)$$

Die Bandbreite der SHG ist somit reziprok zur Gruppengeschwindigkeitsdifferenz  $\delta$ .

ABBILDUNG 2.4 zeigt die auf eins normierten Leistungen der zweiten Harmonischen im Dauerstrichbetrieb als Funktion der Wellenlänge für zwei verschiedene Arbeitspunkte. Im linken Diagramm ist der Prozess bei  $\lambda_f = 1560$  nm phasenangepasst. Die Wellenleiterlänge beträgt jeweils  $L = 80$  mm, es wurden typische Wellenleiter (Anhang A) für

das nahe bzw. mittlere Infrarot verwendet. Die Fundamentalleistung beträgt jeweils 100 mW. Es besteht ein großer Unterschied zwischen den Gruppengeschwindigkeiten der ersten und zweiten Harmonischen; die Folge ist eine schmale Konversionsbandbreite.

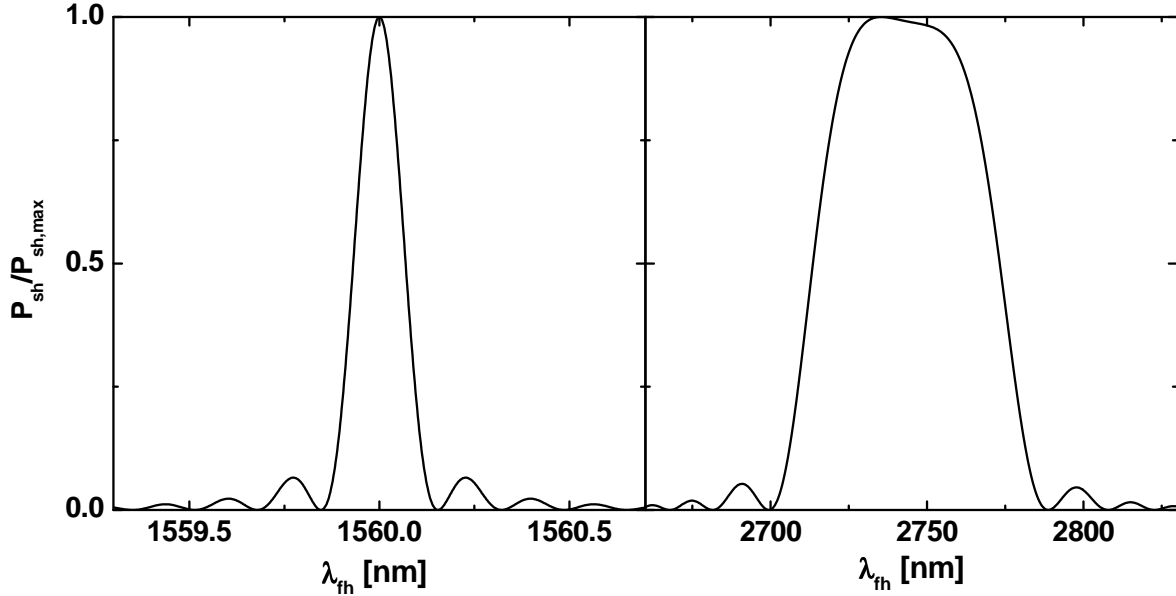


ABBILDUNG 2.4: Konversionsbandbreiten der Erzeugung der zweiten Harmonischen in einem 80 mm langen Wellenleiter im Dauerstrichbetrieb bei verschiedenen Arbeitspunkten. Es wurden jeweils typische Wellenleiter für das nahe (links) bzw. mittlere (rechts) Infrarot verwendet (Anhang A). Wellenleiterverluste wurden berücksichtigt. Im linken Diagramm besteht ein großer Unterschied in der Gruppengeschwindigkeit zwischen der ersten und der zweiten Harmonischen. Im rechten Diagramm ist der Arbeitspunkt so gewählt, dass die Gruppenlaufzeitdifferenz  $\delta$  verschwindet. Die Folge ist eine sehr große Bandbreite.

te. Im rechten Diagramm ist der Arbeitspunkt  $\lambda_{\text{fh}} = 2739$  nm gewählt. Wie bereits erwähnt, verschwindet für diesen Arbeitspunkt die Differenz der Gruppengeschwindigkeiten:  $v_{\text{fh}}^g = v_{\text{sh}}^g$  und  $\delta \rightarrow 0$ . Die Folge ist, dass es zu einer sehr großen Konversionsbandbreite kommt. Da sich die Energie der Pumpwelle im Verhältnis der Frequenzen auf Signal- bzw. Idlerwelle aufteilt, kann man bei großer Bandbreite eine Asymmetrie erkennen.

ABBILDUNG 2.5 zeigt deutlich den Einfluss der Gruppenlaufzeitdifferenz auf die Konversionsbandbreiten im nahen (um 1550 nm) und mittleren (um 3100 nm) Infrarot bei verschiedenen Pulslängen. Die Pulse haben jeweils eine Spitzenleistung von 100 mW. Die Wechselwirkungslänge beträgt wiederum  $L = 80$  mm. Während die Konversionsbandbreite im mittleren Infrarot gegenüber der Bandbreite im Dauerstrichbetrieb nur

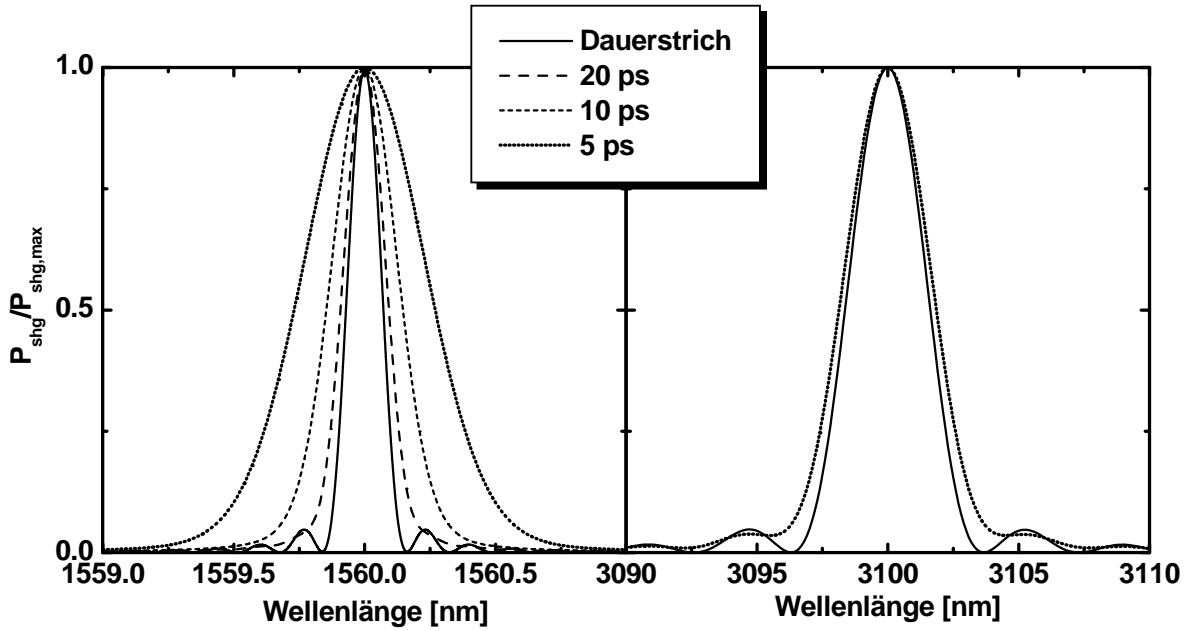


ABBILDUNG 2.5: Konversionsbandbreiten der Erzeugung der zweiten Harmonischen im Dauerstrich- und im gepulsten Betrieb für verschiedene Pulslängen. Die Wechselwirkungslänge beträgt wiederum  $L = 80$  mm. Die Pulsenergie ist jeweils derart gewählt, dass die Spitzenleistung 100 mW beträgt. Die Verbreiterung der Bandbreite ist im Bereich um 1560 nm sehr viel größer als im Bereich um 3100 nm.

leicht verbreitert ist, ist sie im nahen Infrarot extrem von der Pulslänge abhängig.

ABBILDUNG 2.6 zeigt die Situation im Zeitbereich. Die retardierten Gleichungen beschreiben ein Zeitfenster der Breite  $T_D$ , dass sich mit der Retardierungsgeschwindigkeit  $v_r$ , die in der Regel der Gruppengeschwindigkeit eines Pulses entspricht, durch den Bereich der Wechselwirkung bewegt. Man transformiert dadurch die Gleichungen in ein mitbewegtes Koordinatensystem. Nach einer Propagationsstrecke von  $z$  werden die Schwerpunkte um die Differenz  $\Delta t = z \cdot (1/v_r - 1/v^g)$  relativ zum Ursprung verschoben. Ein transformationsbegrenzter<sup>8</sup> Puls bei einer Wellenlänge von 1560 nm und einer Länge von 5 ps mit einer Pulsenergie von 1 pJ<sup>9</sup> erzeugt phasenangepasst über eine Wechselwirkungslänge von 80 mm einen Puls bei der Wellenlänge der zweiten Har-

<sup>8</sup>Transformationsbegrenzt heisst, dass das Produkt der spektralen Breite und die Breite im Zeitbereich, das sogenannte Bandbreitenprodukt, eines Pulses minimal ist. Im Fall eines Gauss'schen Pulses beträgt das Produkt dann  $\Delta f \cdot \Delta t = 0.441$ . In diesem Fall sind  $\arg(\hat{c}(z, t))$  und  $\arg(c(z, \omega))$  lineare Funktionen der Zeit bzw. der Frequenz. Verhalten sich die Phasen der komplexen Amplituden nicht linear, so spricht man von „chirp“.

<sup>9</sup>Die Pulsspitzenleistung berechnet sich im Fall eines Gauß'schen Pulses exakt durch  $P^{\text{Spitze}} = E^{\text{Puls}} / FWHM \cdot 2\sqrt{\ln(2)/\pi}$ . Jedoch gilt in hinreichend guter Näherung  $2\sqrt{\ln(2)/\pi} = 0.93943 \dots \approx 1$ .



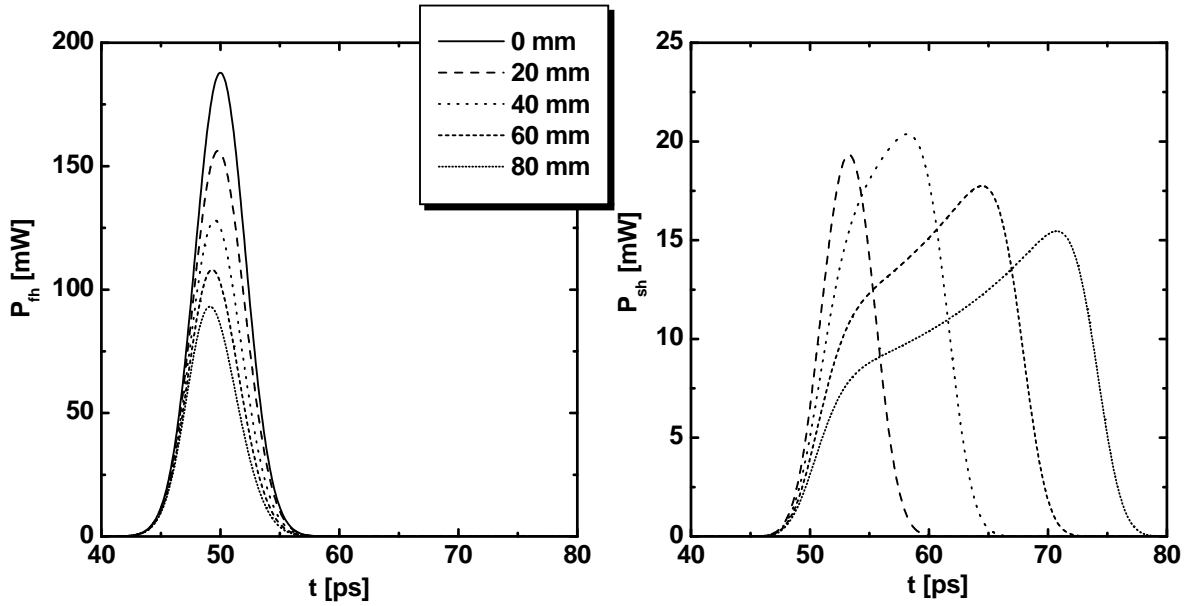


ABBILDUNG 2.6: Erzeugung der zweiten Harmonischen im gepulsten Betrieb. Die Verbreiterung des erzeugten Pulses ist näherungsweise proportional zur GVD, die im mittleren Infrarot in etwa 3 ps/cm beträgt.

monischen. Die Differenz der Gruppengeschwindigkeiten führt im Zeitbereich zu einer Verbreiterung des erzeugten Pulses. Im Fall kleiner Verstärkung ist diese Verbreiterung näherungsweise proportional zum Produkt aus der Gruppenlaufzeitdifferenz  $\delta$  und der Wechselwirkungsstrecke. Die Vergrößerung der Bandbreite bei kleinerer Pulslänge des Fundamentpulses lässt sich im Zeitbereich so erklären, dass die Differenz der Gruppengeschwindigkeit zu einer Separation des erzeugenden und des generierten Pulses führt und somit die Wechselwirkungslänge effektiv verkürzt wird. Zur Bestimmung der Pulslänge eines generierten Pulses wird experimentell häufig die Autokorrelation

$$I(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt P_i(t) \cdot P_i(t + \Delta t). \quad (2.20)$$

verwendet [MSLK]. Um Rückschlüsse auf die Pulslänge zu erhalten, muss eine plausible Annahme für die Pulsform gemacht werden. ABBILDUNG 2.7 zeigt die Entwicklung der Autokorrelation und des Bandbreitenprodukts<sup>10</sup> des parametrisch erzeugten Pulses der zweiten Harmonischen für verschiedene eingekoppelte Pulsenergien des Fundamen-

<sup>10</sup>Mit Bandbreitenprodukt ist das Produkt der Halbwertsbreiten der Intensitätsprofile im Frequenz- und Zeitbereich  $B = \Delta f \cdot \Delta t$  gemeint. Im Falle eines transformationsbegrenzten, gaussförmigen Pulses gilt  $B = 0.441$ .

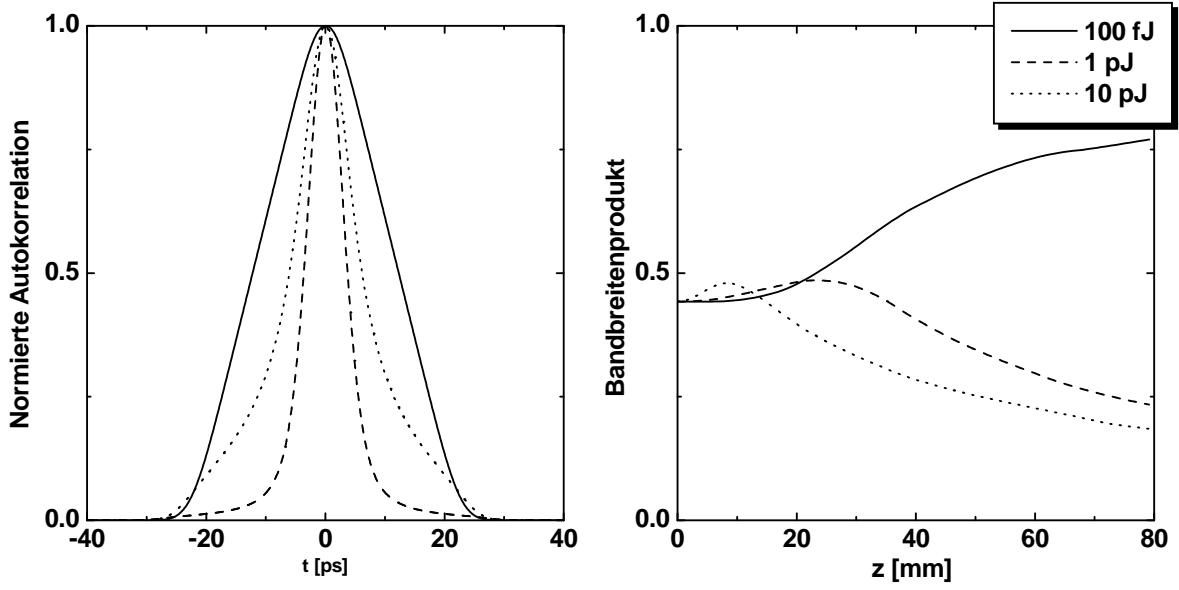


ABBILDUNG 2.7: Autokorrelationsfunktion und Bandbreitenprodukt der zweiten Harmonischen für verschiedene Energien des Fundamentalpulses. Die Pulsbreite des eingekoppelten Fundamentalpulses beträgt 5 ps und die Wechselwirkungslänge 80 mm.

talpulses als Funktion der Wechselwirkungslänge. Für 100 fJ und kurzer Wechselwirkungslänge beträgt das Bandbreitenprodukt 0.441 und entspricht somit dem Bandbreitenprodukt eines transformationsbegrenzten Gausspulses. Mit Zunahme der Wechselwirkungslänge nähert sich der Wert dem Bandbreitenprodukt eines rechteckförmigen Pulses  $\Delta f \cdot \Delta t = 0.885$ . Die Autokorrelation eines Rechtecks ergibt ein Dreieck, dessen untere Seite dem doppelten Wert der Pulsbreite entspricht. Aus der Skizze lässt sich entnehmen, dass bei geringer Leistung ein Rechteck mit einer Breite von ungefähr 24 ps entsteht. Mit steigender Pulsenergie und somit größerer Verstärkung wird der eingekoppelte Fundamentalpuls signifikant abgebaut. Das führt zu einer starken Asymmetrie. Diese Asymmetrie hat zur Folge, dass die Breite der Autokorrelation abnimmt. Das Bandbreitenprodukt nähert sich dem Wert eines dreieckförmigen Pulses.

Aus physikalischer Sicht sehr ähnlich ist die Erzeugung der Summenfrequenz. Auch hier kommt es zu einem Energietransfer zur kürzeren Wellenlänge. Monochromatische Wechselwirkungen werden durch das folgende System gekoppelter Differentialgleichungen beschrieben:

$$\frac{\partial}{\partial z} c_{sf} = -\frac{\alpha_{sf}}{2} c_{sf} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{sf} d_{33} \kappa}{2 P_0} c_s c_c \exp(i \Delta \beta_{SFG} z) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_s = -\frac{\alpha_s}{2} c_s - i \frac{\varepsilon_0 \omega_s d_{33} \kappa}{2 P_0} c_{sf} c_c^* \exp(-i \Delta \beta_{SFG} z) \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_c = -\frac{\alpha_s}{2} c_c - i \frac{\varepsilon_0 \omega_c d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sf} c_s^* \exp(-i\Delta\beta_{SFG} z) \quad (2.23)$$

Mathematisch ist die Beschreibung identisch zur Beschreibung der Erzeugung der Differenzfrequenz. Die DFG wird weiter unten noch ausführlich diskutiert. Eher willkürlich werden die treibenden Wellen als Signal ( $c_s$ )- und Kontrollwelle ( $c_c$ ) bezeichnet. Eine analytische Lösung lässt sich für (2.21)-(2.23) nur finden, wenn die Differentialgleichungen linearisiert werden. Wenn man annimmt, dass die Leistung der Kontrollwelle mindestens eine Größenordnung über der Leistung der Signalwelle liegt und wenn man die Streuverluste vernachlässigt, so kann man die Leistung der Kontrollwelle in guter Näherung als konstant betrachten. Im phasenangepassten Fall ergibt sich dann mit der Definition

$$g = \frac{\varepsilon_0 d_{33} \omega_{sf} \kappa}{2P_0} c_c$$

für die Leistung von Signal- und Summenfrequenz:

$$P_s(z) = P_s(0) \cos^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_{sf}}} |g| z \right) \quad (2.24)$$

$$P_{sf}(z) = P_s(0) \frac{\omega_{sf}}{\omega_s} \sin^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_{sf}}} |g| z \right) \quad (2.25)$$

Die Leistung oszilliert während der Ausbreitung zwischen dem Signal und der Summenfrequenz. Mit der Periode

$$z_{sf} = \frac{\pi}{|g|} \sqrt{\frac{\omega_s f}{\omega_{ss}}} \quad (2.26)$$

erfahren beide Wellen einen Phasensprung von  $\pi$ , wobei die Richtung des Energieflusses umgekehrt wird. Die Strecke nach der das Signal erschöpft ist, hängt folglich nur ab von der Leistung der Kontrollwelle und dem Verhältnis der Frequenzen.

Im gepulsten Betrieb ist die Situation komplexer. Je nach Arbeitspunkt und Gruppenlaufzeitdifferenz kommt es zu einer Reduzierung der Konversionseffizienz. Der Grund ist, dass Anteile des Spektrums der Signalwelle ähnlich wie bei der Erzeugung der zweiten Harmonischen (Integrand in (2.17)) „gefiltert“ werden. Betrachtet man das Problem im Zeitbereich, führt die Differenz in den Gruppengeschwindigkeiten zum Auseinanderlaufen der Pulse und somit zu Rückkonversionen.

Die SFG kann zu sehr effizientem TDM-Demultiplex<sup>11</sup> eingesetzt werden [LSM<sup>+</sup>03]. Ein Puls mit hoher Energie wird einem Signalpuls überlagert und durch phasenangepasste Summenfrequenzерzeugung wird der Kanal ausgelesen<sup>12</sup>. Definiert ist die Signalunterdrückung als das Verhältnis der Signaltransmission für  $E_c = 0$  (keine Kontrollwelle)

---

<sup>11</sup>engl.: Time Division Multiplex

<sup>12</sup>engl.: channel dropping

und  $E_c = E$ :

$$\eta_{\text{depl}} = 10 \cdot \log \left( \frac{E_s(E_c = E)}{E_s(E_c = 0)} \right). \quad (2.27)$$

ABBILDUNG 2.8 zeigt die auf eins normierte transmittierte mittlere Leistung eines Signals mit einer Wiederholrate von  $R = 10$  GHz als Funktion der mittleren Leistung der Kontrollwelle. Signal- und Kontrollpulse haben eine Länge von 5 ps. Die Pulsenergie des Signals beträgt ungefähr  $E_s = 100$  fJ. Die Wellenlängen sind  $\lambda_s = 1557.08$  nm und  $\lambda_c = 1550.66$  nm, was zu einer Wellenlänge der Summenfrequenz von  $\lambda_{\text{sf}} = 776.93$  nm führt. Experimentell konnte mit einer Pulsenergie von 10.75 pJ (2 W Spitzenleistung) der Kontrollwelle eine Signalunterdrückung von -15 dB erreicht werden [LSM<sup>+</sup>03].

Dieser Wert ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Resultat von -15.1 dB. Wie im Fall der analytischen Lösung der SFG kann man auch hier davon ausgehen, dass die nichtlinearen Gleichungen nahezu linearisieren, denn die maximale Energie, die vom Kontrollpuls konvertiert werden kann, wird bestimmt durch die viel kleinere Energie des Signalpulses. Daher sind die Ergebnisse in guter Näherung unabhängig von der Signalenergie. ABBILDUNG 2.9 links zeigt die Unterdrückung des

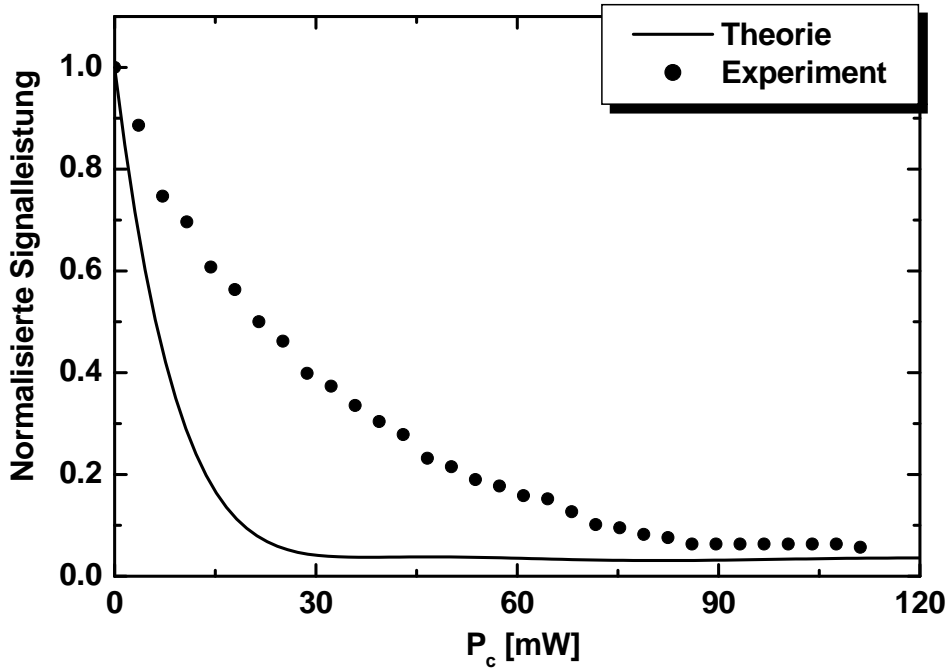


ABBILDUNG 2.8: Normalisierte transmittierte Signalleistung nach 80 mm als Funktion der mittleren Leistung der Kontrollwelle ( $P_c$ ) im gepulsten Betrieb. Die Wiederholrate ist  $R = 10$  GHz. Die Länge der Pumpulse ist 5 ps. Der Arbeitspunkt ist  $\lambda_s = 1557.08$  nm,  $\lambda_c = 1550.66$  nm und  $\lambda_{\text{sf}} = 776.93$  nm. Je höher die Leistung der Kontrollwelle ist, desto effizienter wird die Signalwelle abgebaut.

Signals in dB. Im linken Bild ist  $\eta_{\text{depl}}$  als Funktion der Wechselwirkungslänge aufgetragen. Nach ungefähr 75 mm wird ein Minimum erreicht, danach findet eine Rückkonversion zum Signal mittels DFG statt. Bei der Berechnung wurde die bestmöglichen Zeitdifferenz zwischen dem Signal- und dem Kontrollpuls angenommen. ABBILDUNG 2.9 rechts zeigt die Signalunterdrückung in dB als Funktion der Zeitdifferenz. Man sieht, dass größtmögliche Konversion erreicht wird, wenn die Kontrollwelle 2 ps vor der Signalwelle eingekoppelt wird. Der Grund für dieses Verhalten ist, dass die Gruppengeschwindigkeit der Summenfrequenzwelle deutlich kleiner ist als die von Signal und Idlerwelle.

Durch die Gruppenlaufzeitdifferenz kommt es zur Rückkonversion von Summenfrequenz zu Signal- und Kontrollwelle, wodurch letztlich die maximale Konversion beschränkt wird. Dieser Effekt ist in ABBILDUNG 2.10 gezeigt. Bei  $z = 0$  sind beide Pulse transformationsbegrenzt und gaussförmig mit einer Halbwertsbreite von 5 ps. Bei der Berechnung wurde angenommen, dass der Kontrollpuls  $\tau = 2$  ps vor dem Signalpuls eingekoppelt wird, um bestmöglich die Effekte der Gruppenlaufzeitdifferenzen zu kompensieren. Die Pulsenergien betragen 10 pJ für den Kontrollpuls bzw. 100 fJ für den Signalpuls. Die Ordinate für die Leistung des Kontrollpulses ist auf der rechten Seite

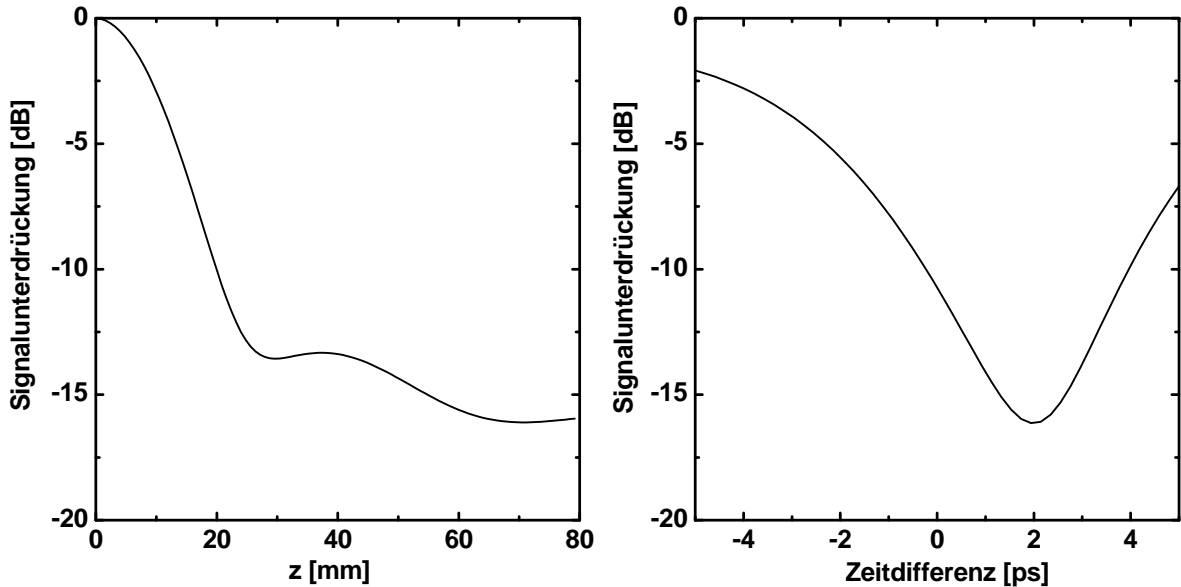


ABBILDUNG 2.9: Effizienz der Signalunterdrückung mittels SFG . Das linke Bild zeigt die Abhängigkeit der Signalunterdrückung von der Wechselwirkungsstrecke für die jeweils optimal Zeitdifferenz  $\tau$  zwischen dem zu unterdrückenden Signal und dem Kontrollpuls. Das rechte Bild zeigt den Verlauf der Signalunterdrückung für eine Wechselwirkungsstrecke von 80 mm als Funktion der Zeitdifferenz  $\tau$ .

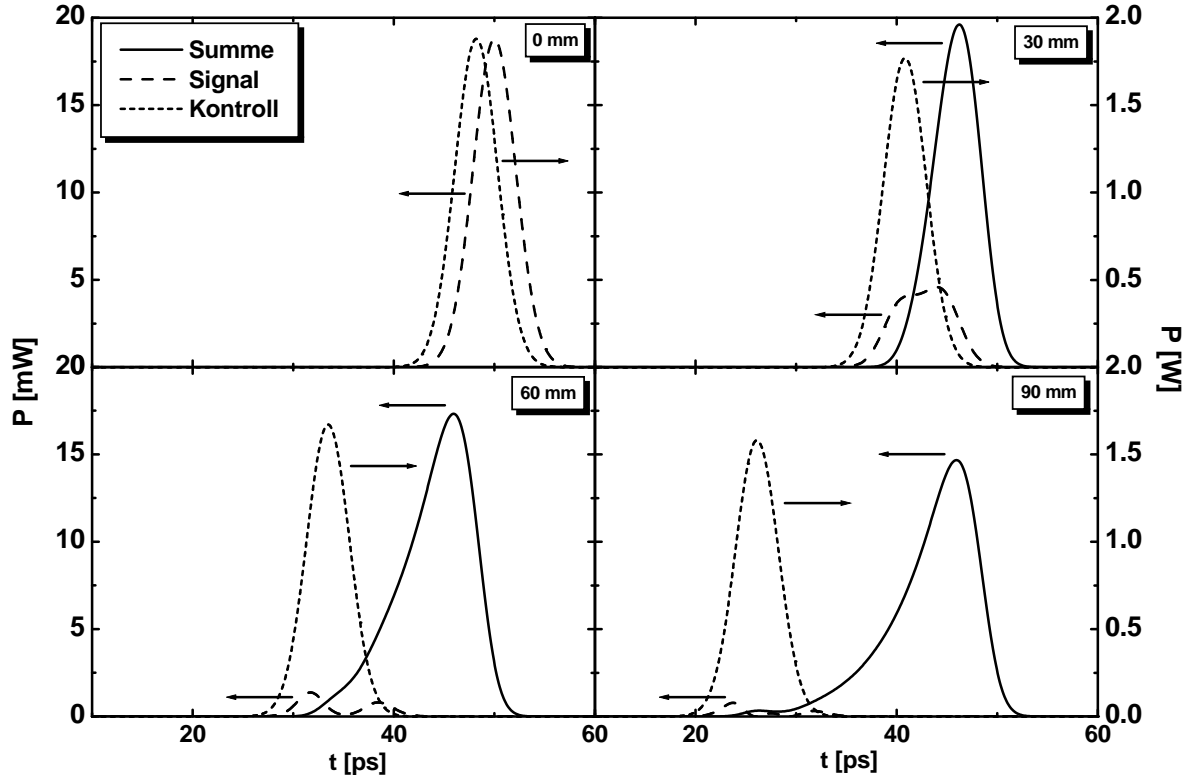


ABBILDUNG 2.10: Entwicklung der Pulse bei der Kontroll- ( $\lambda_c = 1550.66$ ), Signal- ( $\lambda_s = 1557.08$ ) und Summenfrequenz-Wellenlänge ( $\lambda_{sf} = 776.93$ ) im Zeitbereich während der Propagation. Die Energie des Kontrollpulses ist 10 pJ, die des Signalpulses 100 fJ. Beide Pulse haben bei  $z = 0$  eine Breite von 5 ps.

aufgetragen, die des Signals auf der linken Seite. Die Gruppengeschwindigkeiten sind

$$v_p^g = 0.437306 \cdot c_0$$

$$v_c^g = 0.456257 \cdot c_0$$

$$v_s^g = 0.456293 \cdot c_0$$

Daraus ergibt sich ein GVM von jeweils

$$\frac{1}{v_p^g} - \frac{1}{v_s^g} = 3.174 \frac{\text{ps}}{\text{cm}}$$

$$\frac{1}{v_c^g} - \frac{1}{v_s^g} = 5.815 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ps}}{\text{cm}}.$$

Die Gruppenlaufzeitdifferenz zwischen dem Signal und der Kontrollwelle kann vernachlässigt werden. Nach einer Wechselwirkungsstrecke von 30 mm ist ein nahezu gaussförmiger Puls bei der Summenfrequenz entstanden, der in etwa die Energie des Signalpulses besitzt. Der Kontrollpuls ist von der Form unverändert und lediglich durch die

Streuverluste abgebaut. Nach 60 mm ist der Signalpuls sehr stark abgebaut und der Summenfrequenzpuls stark deformiert. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Puls bei der Summenfrequenz langsamer propagiert. Qualitativ gleich ist das Bild nach 90 mm.

ABBILDUNG 2.11 zeigt das Spektrum von Signal- und Summenfrequenzpuls nach 0, 30, 60, und 90 mm. Die Einheit ist die logarithmierte Energiedichte bezogen auf  $J_s$ . Nach 30 mm ist der Großteil der Energie der Signalwelle zur Summenfrequenz konvertiert. Das Spektrum des Summenfrequenzpulses ist näherungsweise gaussförmig, in guter Näherung ist der Puls transformationsbegrenzt. Bei längeren Wechselwirkungsstrecken

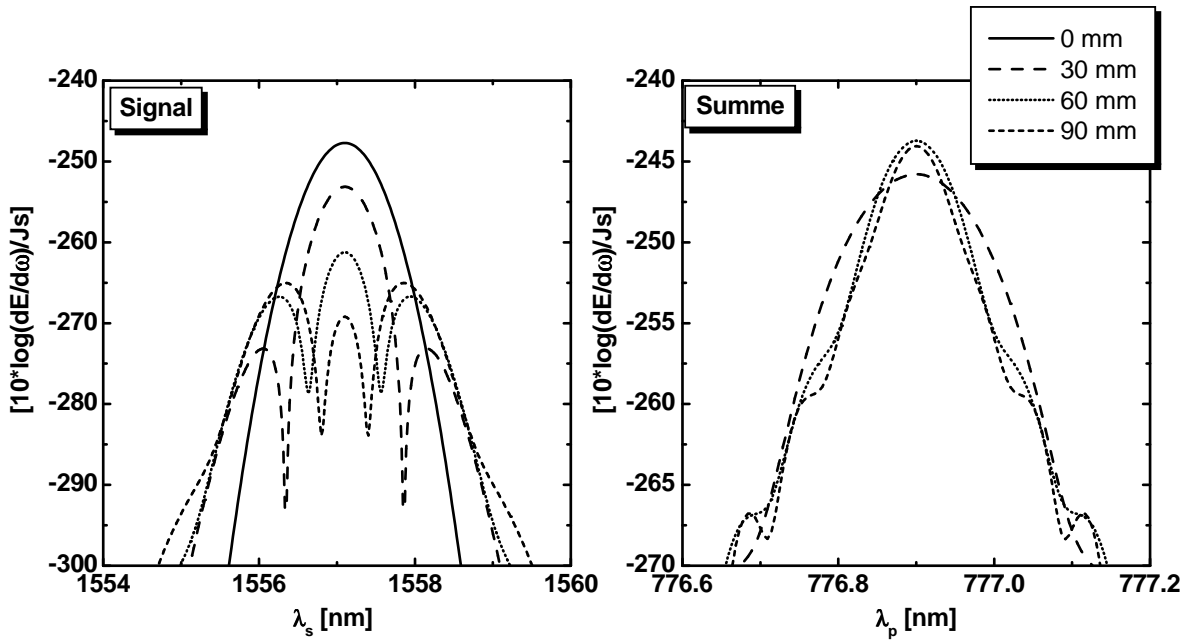


ABBILDUNG 2.11: Spektren von Signal- und Summenfrequenzpuls nach 0, 30, 60 und 90 mm.

kommt es analog zur Erzeugung der zweiten Harmonischen zu einer spektralen Filterung des Summenfrequenzspektrums. Vernachlässigt man den Abbau der Kontrollwelle und die Streuverluste und nimmt man ferner an, dass die Gruppengeschwindigkeiten von Kontrollwelle und Signal identisch sind,  $v_c^g = v_s^g = v^g$ , und dass  $\Delta\beta_{SFG} = 0$  gilt, so lassen sich analog zur Analyse der SHG die Gleichungen der Summenfrequenz reduzieren ( $\delta = 1/v_{sf}^g - 1/v^g$ ):

$$\frac{\partial}{\partial z} C_{sf}(z, \omega - \omega_{sh}) = -iK \exp \{i\delta \cdot (\omega - \omega_{sf})z\} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' C_s(z, \omega' - \omega_s) C_c(z, \omega - \omega' - \omega_c) \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} C_s(z, \omega - \omega_s) = \dots \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} C_c(z, \omega - \omega_c) = 0 \quad (2.30)$$

Die Bandbreite der Rückkonversion wird näherungsweise umgekehrt proportional zur Gruppenlaufzeitdifferenz zwischen Signal- und Summenfrequenzwellen und zur Wechselwirkungslänge  $z$ . Immer längere Strukturen führen dann zwangsläufig zu einem Übersprechen der Kanäle.

Ein Lösung des Problems könnte sein, die Quasi-Phasenanpassung mit der Doppelbrechung zu kombinieren [YKK<sup>+</sup>03]. Dann kann erreicht werden, dass bei Verwendung des  $d_{33}$  die Gruppenlaufzeitdifferenz zwischen der Summenfrequenz und jeweils Signal- und Kontrollwelle sehr klein wird.

## 2.2 Differenzfrequenzerzeugung und parametrische Verstärkung

Im Gegensatz zu den bisher diskutierten Prozessen kommt es zu einer Verstärkung<sup>13</sup> bzw. Generation (DFG, Abschnitt 1.4) zweier Wellen kleinerer Frequenz unter dem Abbau einer Welle größerer Frequenz [HHH<sup>+</sup>99][Haa98][HS88][FSSN98]. Die experimentelle Situation der DFG ist zumeist die, dass neben einer Pumpwelle mit (zumeist) hoher Leistung eine Signalwelle eingestrahlt wird. Die freie Phase der Idlerwelle<sup>14</sup> stellt sich so ein, dass der Energiefluss hin zur kleineren Frequenz (down conversion) stattfindet.

Reduziert man das Integro-Differentialgleichungssystem wieder auf den Fall monochromatischer Wechselwirkung und vernachlässigt man den Abbau der Pumpleistung, kann das linearisierte System gewöhnlicher Differentialgleichungen wieder gelöst werden [ABDP62]. Im Fall verlustfreier Ausbreitung ergibt sich im Fall der Phasenanpassung:

$$P_s(z) = P_s(0) \cosh^2(gz) \quad (2.31)$$

$$P_i(z) = P_s(0) \frac{\omega_i}{\omega_s} \sinh^2(gz) \quad (2.32)$$

Der Verstärkungskoeffizient lautet dann  $g = \sqrt{\omega_s \omega_i} d_{33} |c_p(0)| \kappa / 2P_0$ . Im Bereich kleiner

---

<sup>13</sup>engl.: optical parametric amplification, OPA

<sup>14</sup>Das englische Wort idler bedeutet Faulenzer. Sie wurde ursprünglich als Nebenprodukt der optisch parametrischen Verstärkung betrachtet.



Verstärkung ergibt sich hier näherungsweise:

$$P_i(z) \approx P_s(0) \frac{\omega_i}{\omega_s} g^2 z^2. \quad (2.33)$$

Die Effizienz der Frequenzkonversion ist somit näherungsweise proportional zum Produkt aus Pump- und Signalleistung und zum Quadrat der Wechselwirkungslänge. Auch für die DFG wird häufig eine normierte Effizienz definiert:

$$\eta_{DFG} = 100 \cdot \frac{P_i(z=L)}{P_p(z=0)P_s(z=0)} \quad (2.34)$$

Wie bei der SHG ist die Einheit der normierten Effizienz %/W. ABBILDUNG 2.12 zeigt die normierte Effizienz  $\eta_{DFG}$  als Funktion der Wechselwirkungslänge für zwei verschiedene Wellenlängenbereiche und den entsprechenden Wellenleitern. Die Pumpleistung

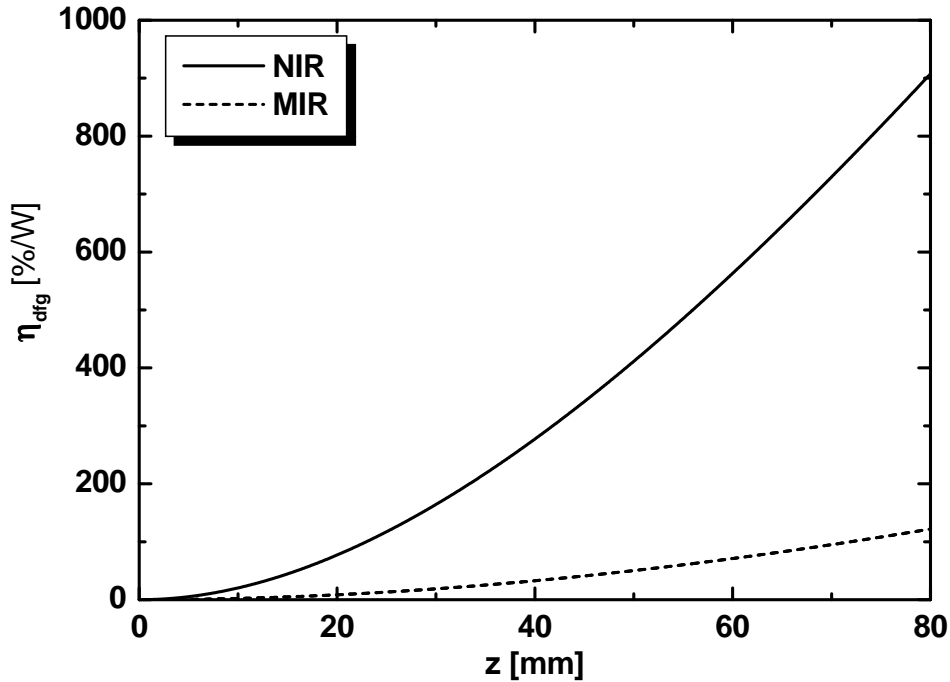


ABBILDUNG 2.12: Normierte Effizienz der DFG für das nahe und das mittlere Infrarot. Die Pumpleistung beträgt in beiden Fällen 10 mW. Im nahen Infrarot (NIR) sind die Wellenlängen  $\lambda_p = 780$  nm,  $\lambda_s = 1550$  nm und  $\lambda_i = 1570.1$  nm. Im mittleren Infrarot sind die Wellenlängen  $\lambda_p = 1562$  nm,  $\lambda_s = 3391$  nm und  $\lambda_i = 2896$  nm.

ist in beiden Fällen  $P_p(0) = 10$  mW, die Signalleistung ist  $P_s(0) = 1$   $\mu$ W. Im nahen Infrarot (NIR) sind die Wellenlängen  $\lambda_p = 780$  nm,  $\lambda_s = 1550$  nm und  $\lambda_i = 1570.1$  nm. Im mittleren Infrarot sind die Wellenlängen  $\lambda_p = 1562$  nm,  $\lambda_s = 3391$  nm und  $\lambda_i = 2896$  nm. Die Streuverluste sind 0.3 (0.1) dB/cm für die Pumpe bzw. 0.1 (0.03)

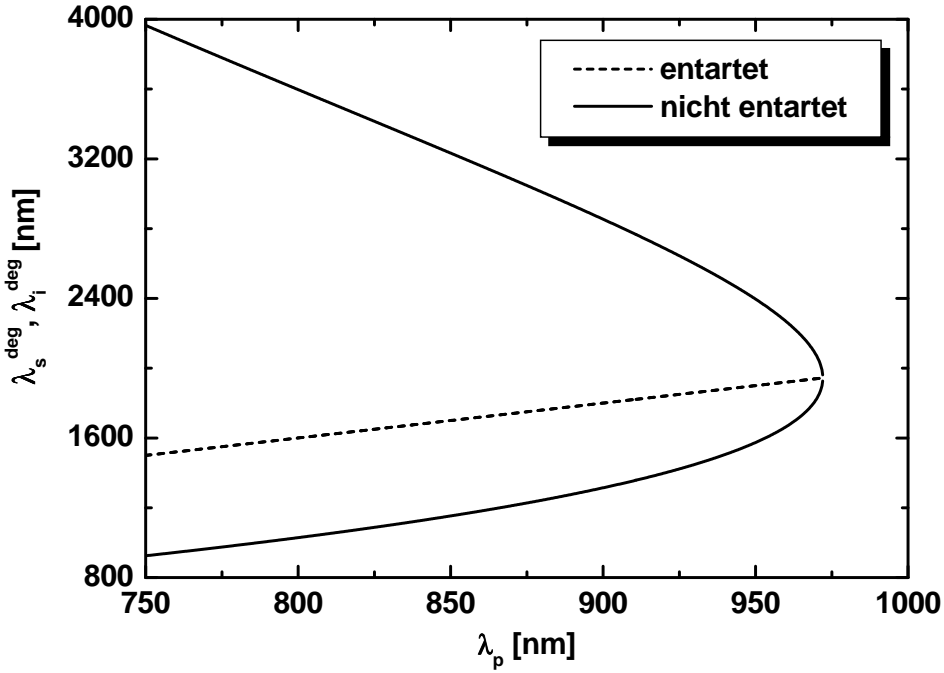


ABBILDUNG 2.13: Arbeitspunkte, in denen die Gruppenlaufzeitdifferenz (siehe AB-BILDUNG 1.11) zwischen Signal- und Idlerwelle verschwindet.

dB/cm für Signal- und Idlerwelle für das NIR (MIR). Die Effizienz zwischen den Wechselwirkungen im nahen und im mittleren Infrarot unterscheiden sich auch hier deutlich. Im Wesentlichen gilt hier die gleichen Abschätzung wie für den Fall der SHG (2.7), es muß jedoch berücksichtigt werden, dass der Leistungstransfer zur niederfrequenten Welle geringer ist als zur Welle mit der höheren Frequenz (2.32).

Die Bandbreite der Differenzfrequenzzeugung wird bei kleiner Verstärkung bestimmt durch die Phasenfehlanpassung. Bei konstanter Pumpwellenlänge ergibt sich analog zu (2.19):

$$\Delta\omega_{DFG}^{FWHM} = \frac{4 \cdot 1.39}{L} \cdot \left| \frac{1}{v_s^g} - \frac{1}{v_i^g} \right|^{-1} \quad (2.35)$$

Bei der DFG wird die Akzeptanzbandbreite sehr groß, wenn die Differenz der Gruppengeschwindigkeit der Signal- und Idlerwelle verschwindet. Klarerweise ist das der Fall, wenn der Prozess in der Entartung — also wenn die Idler- der Signalwellenlänge entspricht — stattfindet. Der spezielle Verlauf der Dispersion in  $\text{LiNbO}_3$  ermöglicht es jedoch, diese Situation auch ausserhalb der Entartung zu realisieren. In ABBILDUNG 2.13 sind die Arbeitspunkte aufgetragen, in denen die Gruppengeschwindigkeiten von Signal- und Idlerwelle gleich sind und die Bandbreite sehr groß wird. Die Daten wurden für einen typischen Wellenleiter für das mittlere Infrarot ermittelt. Die gestrichelte Line

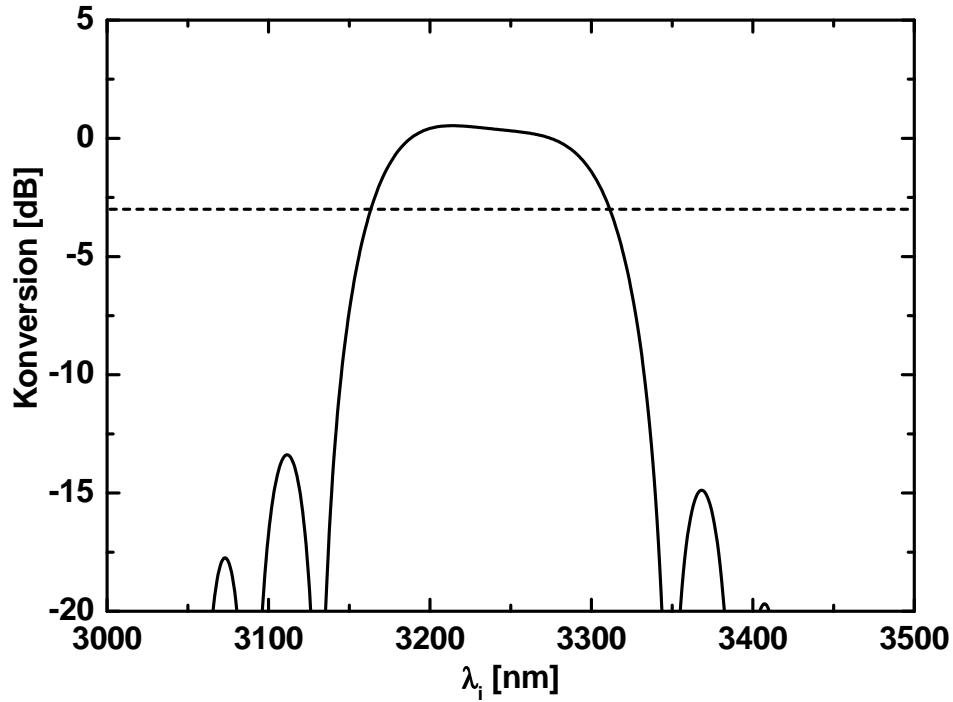


ABBILDUNG 2.14: DFG Konversions-Bandbreite im Arbeitspunkt  $\lambda_p = 850 \text{ nm}$  und  $\lambda_s = 1153.16 \text{ nm}$ . In diesem Arbeitspunkt ist die Bedingung  $v_s^g = v_i^g$  exakt erfüllt. Die Pumpleistung ist  $200 \text{ mW}$ , die Signalleistung  $1 \mu\text{W}$ .

markiert jeweils den Punkt der Entartung, in dem natürlich die Gruppengeschwindigkeiten gleich sind. Die Kurve ist zu lesen wie die Phasenanpasskurven in ABBILDUNG 1.7.

ABBILDUNG 2.14 zeigt die Bandbreite der DFG in einem Arbeitspunkt weit außerhalb der Entartung, in dem die Bedingung  $v_s^g = v_i^g$  exakt erfüllt ist. Der Arbeitspunkt ist der ABBILDUNG 2.13 entnommen und die Wellenlängen sind  $\lambda_p = 850 \text{ nm}$ ,  $\lambda_s = 1153.16 \text{ nm}$  und  $\lambda_i = 3233.23 \text{ nm}$ . Die Leistung der Pumpwelle ist  $200 \text{ mW}$ , für das Signal wird eine eingekoppelte Leistung von  $1 \mu\text{W}$  angenommen. Die maximale Konversion

$$\eta_{DFG} = 10 \cdot \log \left( \frac{P_i(L)}{P_s(0)} \right) \quad (2.36)$$

ist  $\eta_{DFG} = 0.5 \text{ dB}$ . Die gestrichelte Linie gibt die 3 dB Bandbreite an. Die Bandbreite beträgt  $143 \text{ nm}$ . Mit der DFG lassen sich sehr breitbandige Verstärker von um  $800 \text{ nm}$  bis  $4000 \text{ nm}$  realisieren, wenn der Arbeitspunkt geschickt gewählt wird.

# Kapitel 3

## Kaskadierte Vierwellen-Frequenzkonversion

Aus theoretischer und experimenteller Sicht sehr interessant ist die Kombination verschiedener Prozesse der Dreiwellen-Mischung. Man bezeichnet diese Kombination auch als Kaskadierung<sup>1</sup> oder kurz als  $\underline{\chi}^{(2)} : \underline{\chi}^{(2)}$ -Prozess. Schon in den Anfängen der nichtlinearen Optik war bekannt, dass solche Kaskadierungen eine Vierwellen-Mischung, also eine nichtlineare Wechselwirkung dritter Ordnung, mit sehr großer Effizienz imitieren können [BZ82][TBT93]. ABBILDUNG 3.1 zeigt schematisch das Prinzip der kaskadier-

---

<sup>1</sup>Die Kaskadierung der SHG und der DFG wird im Folgenden als cSHG/DFG bezeichnet. Analoges gilt für die cSFG/DFG.

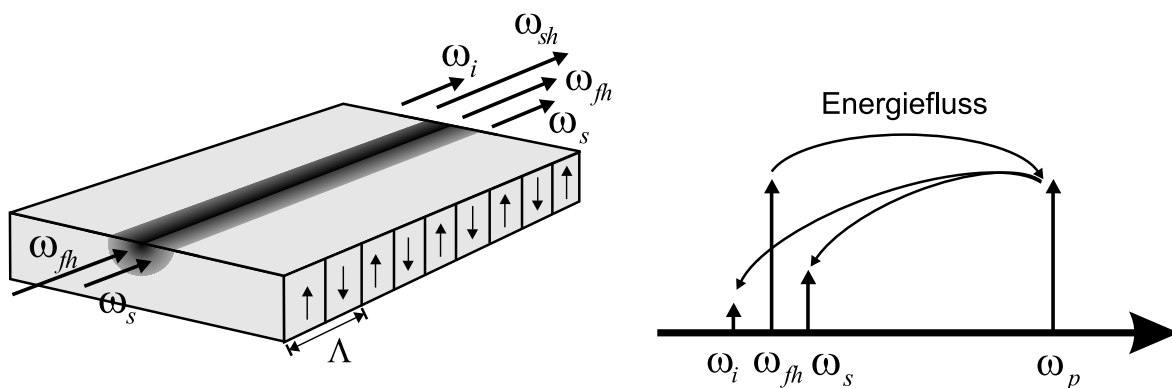


ABBILDUNG 3.1: Schema der kaskadierten Differenzfrequenzerzeugung. Nach der Frequenzverdopplung wird die zweite Harmonische verwendet, um den Prozess der Differenzfrequenzerzeugung anzutreiben.

ten Frequenzkonversion: nachdem eine starke Fundamentalwelle effizient eine Welle bei der doppelten Frequenz erzeugt hat, dient die zweite Harmonische als Pumpe für den Prozess der Differenzfrequenzerzeugung.

Aus experimenteller Sicht sind Frequenzkonverter basierend auf kaskadierten nichtlinearen Wechselwirkungen zweiter Ordnung vorteilhaft, da für den Aufbau nur Komponenten eines Spektralbereichs verwendet werden müssen. Weiterhin entfällt das selektive Anregen der Grundmode in mehrmodigen Wellenleitern, wie es bei der auf der DFG basierenden Frequenzkonversion erforderlich ist, da die Wellenleiter bei kaskadierten Wechselwirkungen für die eingestrahltten Wellen in der Regel einmodig sind.

### 3.1 Zweite Harmonische und Differenzfrequenzerzeugung

Erstmals wurde die Kaskadierung der zweiten Harmonischen mit der Differenzfrequenzerzeugung im kontinuierlichen und im gepulsten Betrieb in periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern im Jahr 2001 von Gerhard Schreiber [SSL<sup>+</sup>01] demonstriert. In den darauf folgenden Jahren konnte mit dieser Methode eine simultane Konversion vieler Wellenlängen mit gepulsten und mit kontinuierlichen Quellen erreicht werden [SLQ<sup>+</sup>02], [SLQ<sup>+</sup>01].

Die kaskadierten nichtlinearen Prozesse zweiter Ordnung lassen sich durch sukzessives Verknüpfen der Gleichungen (1.5) beschreiben. Im Fall der cSHG/DFG findet man die Gleichungen:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_{\text{fh}}) + \frac{\alpha_{\text{fh}}}{2} \right\} c_{\text{fh}}(z, \omega - \omega_{\text{fh}}) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{fh}} d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{\text{SHG}} z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{\text{fh}}^*(z, -\omega' - \omega_{\text{fh}}) c_{\text{sh}}(z, \omega - \omega' - \omega_{\text{sh}})$$
(3.1)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_{\text{sh}}) + \frac{\alpha_{\text{sh}}}{2} \right\} c_{\text{sh}}(z, \omega - \omega_{\text{sh}}) =$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{sh}} d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(i\Delta\beta_{\text{SHG}} z) \cdot \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{\text{fh}}(z, \omega' - \omega_{\text{fh}}) c_{\text{fh}}(z, \omega - \omega' - \omega_{\text{fh}})$$

$$- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_{\text{sh}} d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(i\Delta\beta_{\text{DFG}} z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{\text{s}}(z, \omega' - \omega_{\text{s}}) c_{\text{i}}(z, \omega - \omega' - \omega_{\text{i}})$$
(3.2)

$$\begin{aligned}
\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_s) + \frac{\alpha_s}{2} \right\} c_s(z, \omega - \omega_s) = \\
- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_s d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{sh}(z, \omega' - \omega_{sh}) c_i^*(z, -\omega + \omega' - \omega_i)
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + i(\beta(\omega) - \beta_i) + \frac{\alpha_i}{2} \right\} c_i(z, \omega - \omega_i) = \\
- iD(z) \frac{\varepsilon_0 \omega_i d_{33} \kappa}{2P_0} \cdot \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' c_{sh}(z, \omega' - \omega_{sh}) c_s^*(z, -\omega + \omega' - \omega_s)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

In dieser Beschreibungsform sind nur Wechselwirkungen berücksichtigt, deren Phasenanpassbedingung näherungsweise erfüllt ist. Daher ist eine eingehende Analyse der Dispersion und der jeweiligen Phasenfehlanspassungen erforderlich, um nicht wesentliche Wechselwirkungen unberücksichtigt zu lassen.

Das lässt sich mit einer alternativen Beschreibungsmethode umgehen. Sowohl die Fundamentalwelle als auch Signal- und Idlerwelle liegen in einem engen Frequenzband. Die Frequenzverdopplung dieses Frequenzbandes lässt sich mit Hilfe von (1.69) und (1.70) berechnen. So werden sämtlichen Mischterme der nichtlinearen Polarisation mit der entsprechenden Phasenfehlanspassung berücksichtigt. Bei dieser Methode muss man eine sehr viel feinere Diskretisierung wählen, denn im Zeitbereich treten die Oszillationen  $\exp(i(\omega_s - \omega_i)t)$  und  $\exp(i(\omega_s + \omega_i)t)$  auf, daher ist der Rechenaufwand deutlich höher bei geringerer numerischer Stabilität. Grundsätzlich wurden in dieser Arbeit beide Formen verwendet. Insbesondere bei der Beschreibung der simultanen Frequenzkonversion bietet die zweite Methode entscheidende Vorteile, wohingegen einfache kaskadierte Prozesse sehr effizient mit der ersten Methode beschrieben werden.

Im Dauerstrichbetrieb lässt sich die Beschreibung auf ein System von vier gewöhnlichen Differentialgleichungen reduzieren [GAS97]:

$$\frac{\partial}{\partial z} c_{fh} = -\frac{\alpha_{fh}}{2} c_{fh} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{fh} d_{33} \kappa}{2P_0} c_{fh}^* c_{sh} \exp(-i\Delta\beta_{SHG}z) \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} c_{sh} = & -\frac{\alpha_{sh}}{2} c_{sh} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{sh} d_{33} \kappa}{4P_0} c_{fh}^2 \exp(i\Delta\beta_{SHG}z) - \\
& i \frac{\varepsilon_0 \omega_p d_{33} \kappa}{2P_0} c_s c_i \exp(i\Delta\beta_{DFG}z)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_s = -\frac{\alpha_s}{2} c_s - i \frac{\varepsilon_0 \omega_s d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sh} c_i^* \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_i = -\frac{\alpha_s}{2} c_i - i \frac{\varepsilon_0 \omega_i d_{33} \kappa}{2P_0} c_{\text{sh}} c_s^* \exp(-i\Delta\beta_{DFG} z). \quad (3.8)$$

Setzt man Phasenanpassung voraus und nimmt man an, dass nur Fundamental- und Signalwelle eingestrahlt werden, so erhält man einen analytischen Ausdruck für die Entwicklung der internen Leistungen von Signal und Idler<sup>2</sup> [Wer99]:

$$P_s(z) = \frac{1}{4} P_s(0) \{ \cosh(gz) + \text{sech}(gz) \}^2 \quad (3.9)$$

$$P_i(z) = \frac{1}{4} P_s(0) \{ \cosh(gz) - \text{sech}(gz) \}^2 \quad (3.10)$$

Des Weiteren wird angenommen, dass der Modenüberlapp beider Prozesse identisch ist. Diese Annahme ist legitim, da Fundamental-, Signal- und Idlerwelle ähnliche Wellenlängen haben. Der Verstärkungsfaktor  $g$  ist wie oben definiert. Bei der Herleitung dieses analytischen Ausdrucks wurde angenommen, dass sowohl die DFG als auch die SHG vollständig phasenangepasst sind. Diese Bedingung kann nur im Punkt der Entartung exakt erfüllt werden. Nimmt man an, dass die SHG exakt phasenangepasst ist und definiert man  $\beta(\omega_s) = \beta(\omega_f + \Delta\omega)$  und  $\beta(\omega_i) = \beta(\omega_f - \Delta\omega)$ , so folgt näherungsweise für die Verstimmung  $\Delta\Delta\beta$  der DFG :

$$\begin{aligned} \Delta\Delta\beta &= \left. \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right|_{\omega_f} \cdot \Delta\omega + \left. \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} \right|_{\omega_f} \cdot \Delta\omega^2 - \left. \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right|_{\omega_f} \cdot \Delta\omega + \left. \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} \right|_{\omega_f} \cdot \Delta\omega^2 \\ \rightarrow \Delta\Delta\beta &= 2 \left. \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} \right|_{\omega_f} \cdot \Delta\omega^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Die Phasenfehlانpassung der DFG ändert sich folglich in zweiter Ordnung mit der Frequenz. Unmittelbare Folge ist eine große Bandbreite der Frequenzkonversion. Mit den Taylorreihen

$$\begin{aligned} \cosh(x) &= 1 + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 + \dots \\ \text{sech}(x) &= 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{5}{4!}x^4 - \dots, \end{aligned}$$

folgt für den Grenzfall kleiner Leistungen

$$P_i(z) \approx \frac{1}{4} P_s(0) g^4 z^4. \quad (3.12)$$

Die Effizienz der kaskadierten Frequenzkonversion skaliert in vierter Ordnung mit der Wechselwirkungslänge. Das ist plausibel, da sich sowohl der DFG-Prozess als auch der SHG-Prozess mit dem Quadrat der Wechselwirkungslänge entwickeln. Lange Strukturen sind somit für die Effizienz kaskadierter Prozesse besonders wichtig. Dies wird

---

<sup>2</sup> $\text{sech}(x) = 1/\cosh(x)$

besonders deutlich, wenn man die Effizienz der DFG und der cSHG/DFG miteinander vergleicht. Hierzu wird

$$\eta_{\text{CAS}} = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{\text{i,cSHG/DFG}}}{P_{\text{i,DFG}}} \right) \quad (3.13)$$

definiert und in ABBILDUNG 3.2 aufgetragen. Die angegebene Leistung bezieht sich auf die Pump- bzw. Fundamentalleistung.  $P_{\text{i}}$  steht für die jeweils generierte Idlerleistung. Für kurze Wechselwirkungslängen findet nahezu keine kaskadierte Konversion statt. Der Grund dafür ist, dass über den Prozess der Frequenzverdopplung eine Pumpwelle parametrisch erst erzeugt werden muss, bevor der Prozess der Differenzfrequenzerzeugung stattfinden kann. Mit zunehmender Wechselwirkungslänge findet signifikant kaskadierte Frequenzkonversion statt. Wenn die Pumpleistung um eine Größenordnung steigt, verschiebt sich das Verhältnis näherungsweise um 10 dB nach oben. Das ist leicht zu verstehen, da die Effizienz der DFG mit der Pumpleistung skaliert (2.33), die der cSHG/DFG jedoch mit dem Quadrat der Pumpleistung (3.12). ABBILDUNG 3.3 zeigt die Entwicklung der internen Leistungen im Dauerstrichbetrieb. Einkoppelt wurde

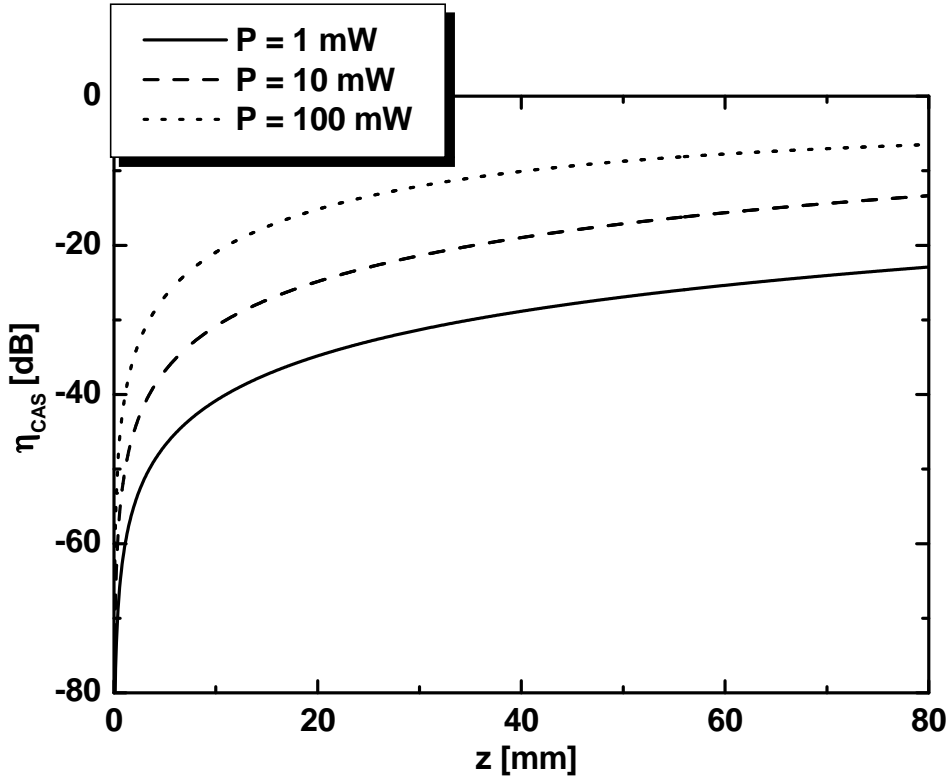


ABBILDUNG 3.2: Vergleich der Effizienz der DFG und der cSHG/DFG für jeweils 1 mW, 10 mW und 100 mW Pumpleistung. Die Wellenlängen sind  $\lambda_{\text{fh}} = 1560 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\text{s}} = 1550 \text{ nm}$  und  $\lambda_{\text{fh}} = 1570.1 \text{ nm}$ .



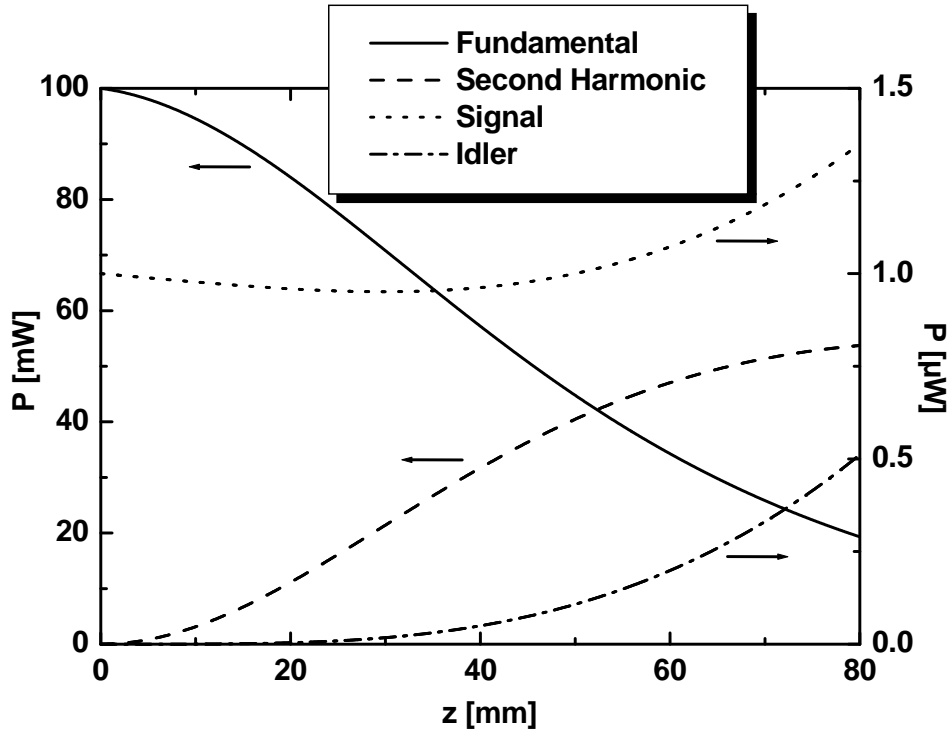


ABBILDUNG 3.3: Interne Leistungen von erster und zweiter Harmonischer und von Signal- und Idlerwelle bei der kaskadierten Frequenzkonversion im kontinuierlichen Betrieb. Die eingekoppelte Pumpleistung beträgt 100 mW. Die Wellenlängen sind  $\lambda_{\text{fh}} = 1560 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\text{s}} = 1550 \text{ nm}$  und  $\lambda_{\text{fh}} = 1570.1 \text{ nm}$ .

eine Pumpleistung von 100 mW und eine Signalleistung von 1  $\mu\text{W}$ . Man erkennt gut, dass erst eine Idlerwelle generiert wird, nachdem eine zweite Harmonische signifikant erzeugt wurde. Das lässt sich vor allem gut an dem Verlauf der Signalleistung erkennen. Erst nach einer Wechselwirkungsstrecke von ungefähr 30 mm halten sich nichtlineare Verstärkung und Streuverluste in etwa die Waage. Die Idlerleistung skaliert in etwa mit  $z^4$ .

Die Idee ist es nun, einen sehr schnellen, rein optischen<sup>3</sup> und breitbandigen Wellenlängenkonverter und parametrischen Verstärker zu realisieren. Die nichtlineare Wellenlängenkonversion gibt das nahezu ideale Werkzeug an die Hand. Im Idealfall wird der Konverter mit einer kontinuierlichen Fundamentalquelle realisiert, um eine konstante Verstärkung zu gewährleisten. Zusätzlich eingestrahlte Signalpulse (Bits) sollen dann in der Wellenlänge versetzt werden. Der wesentliche Vorteil dieses Ansatzes ist es, dass die Gruppenlaufzeitdifferenz zwischen der zweiten Harmonischen und den parametrisch erzeugten bzw. verstärkten Signal- und Idlerwellen keine Rolle spielt, sofern die Konver-

<sup>3</sup>engl.: all optical

sion moderat ist, also die zweite Harmonische nicht signifikant abgebaut wird. ABBILDUNG 3.4 zeigt den parametrisch erzeugten Idlerpuls nach 20, 40, 60 und 80 mm Wechselwirkungslänge. Als Fundamentalleistung wurde  $P_{\text{th}} = 175$  mW gewählt. Die Energie des Signalpulses beträgt  $E_s = 30$  fJ bei einer Pulslänge von 5 ps. Das entspricht in etwa einer Puls-Spitzenleistung von 6 mW. Koppelt man gleichzeitig weitere Signale ein, so

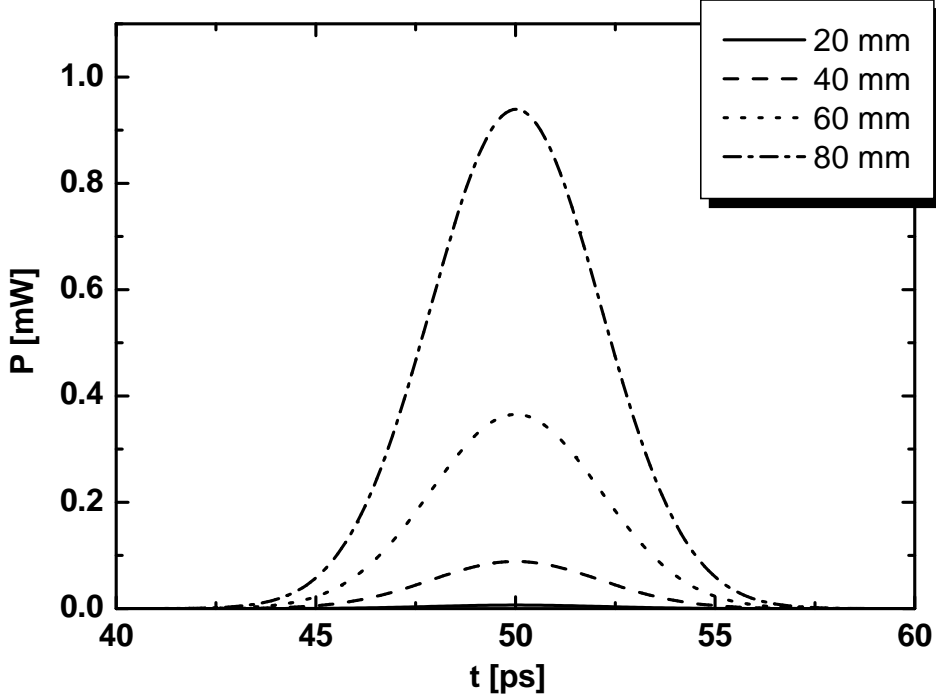


ABBILDUNG 3.4: Parametrisch erzeugter Idlerpuls bei einer Wellenlänge von  $\lambda_i = 1570.1$  nm nach 20, 40, 60 und 80 mm Wechselwirkungslänge. Die Wellenlänge der Fundamentalwelle ist  $\lambda_f = 1560$  nm. Die kontinuierliche Fundamentalleistung ist 175 mW, die Pulsenergie beträgt bei einer Pulsbreite von 5 ps 30 fJ ( $\approx 6$  mW Spitzenleistung).

beobachtet man eine simultane Konversion mehrerer Quellen. Grundsätzlich muss die Erzeugung der Summenfrequenz der verschiedenen Signalquellen berücksichtigt werden. Es wurde gezeigt, dass die Bandbreite der Differenzfrequenzerzeugung nahe der Entartung sehr groß ist, da in der Taylorreihe der Phasenfehlpassfunktion das erste Glied verschwindet (3.11). Das gilt für die Erzeugung der Summenfrequenz nur, wenn die Frequenz der Summe konstant bleibt. Das ist jedoch nur der Fall, wenn die Signale untereinander bzw. ein Signal mit der Idlerwelle eines anderen Signals wechselwirkt.

ABBILDUNG 3.5 zeigt die Modellierung einer simultanen Frequenzkonversion von drei kontinuierlichen und einem gepulsten Signal. Zusätzlich ist der Vergleich mit dem Experiment eingetragen [SLQ<sup>+</sup>02]. Die theoretische Effizienz beträgt ungefähr -3.3 dB

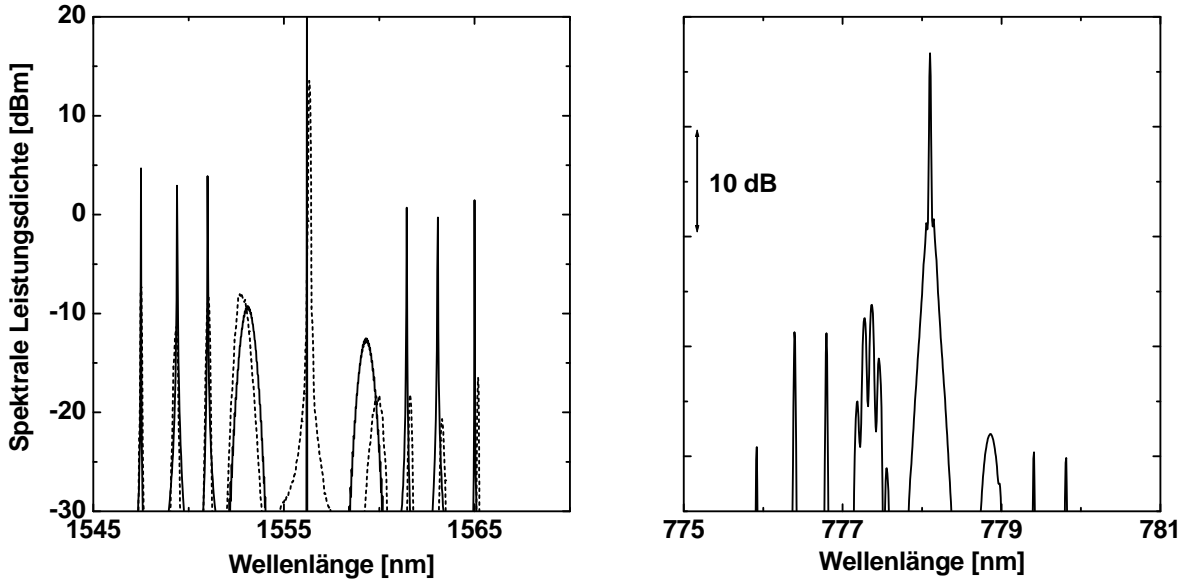


ABBILDUNG 3.5: *Spektrum der simultanen kaskadierten Wellenlängenkonversion mit 175 mW interner Fundamentalleistung. Die durchgezogene Linie zeigt die Theorie, die gestrichelte Linie zeigt das Experiment. Die theoretischen Werte sind an das Experiment angepasst, bei dem eine absolute Leistung gemessen wird, die von der Auflösung des Spektrometers abhängig ist. Das Spektrum im Bereich der zweiten Harmonischen wurde experimentell nicht ermittelt.*

gegenüber dem experimentellen Ergebnis von -10 dB. Zur Diskussion sollen die Spektralkomponenten von links wie folgt bezeichnet werden:  $\lambda_{s1}$ ,  $\lambda_{s2}$ ,  $\lambda_{s3}$ ,  $\lambda_{s4}$ ,  $\lambda_{fh}$ ,  $\lambda_{i1}$ ,  $\lambda_{i2}$ ,  $\lambda_{i3}$  und  $\lambda_{i4}$  im Spektrum der Fundamentalwelle und  $\lambda_{sf1}$ ,  $\lambda_{sf2}$ ,  $\lambda_{sf3}$ ,  $\lambda_{sf4}$ ,  $\lambda_{sh}$ ,  $\lambda_{sf5}$ ,  $\lambda_{sf6}$  und  $\lambda_{sf7}$  im Spektrum der zweiten Harmonischen. Man erkennt das Phänomen der spektralen Inversion. Es erscheint, als ob das komplette Signalspektrum an der Spektralkomponente der Fundamentalwelle gespiegelt wird. Die spektrale Inversion kann ausgenutzt und zur Dispersionskompensation eingesetzt werden [JvC<sup>+</sup>05]. Das rechte Diagramm zeigt das theoretische Spektrum der zweiten Harmonischen. Neben der starken zweiten Harmonischen  $\lambda_{sh}$  treten auch die Summenfrequenzen von  $\lambda_{s1} - \lambda_{s4}$ ,  $\lambda_{i1} - \lambda_{i4}$  mit der Fundamentalfrequenz  $\lambda_{fh}$  auf. Die Struktur auf dem Spektrum bei der Wellenlänge  $\lambda_{s4}$  ist Folge der Superposition von Frequenzverdopplung des gepulsten Signals  $\lambda_{s4}$  mit der Summenfrequenzerzeugung von  $\lambda_{s3}$  und  $\lambda_{fh}$ .

Die cSHG/DFG bietet eine hervorragende Möglichkeit, einen breitbandigen, rauscharmen und extrem schnellen Frequenzkonverter zu implementieren. Der wesentliche Nachteil dieses Ansatzes ist, dass die Frequenz der konvertierten Idlerwelle von der Signal- und Fundamentalfrequenz eindeutig determiniert und nicht durchstimmbare ist.

Einen weiteren Freiheitsgrad bekommt man, wenn man die DFG mit der SFG kaskadiert (CSFG/DFG ).

## 3.2 Summenfrequenz- und Differenzfrequenzerzeugung

Y. H. Min et. al [MLL<sup>+</sup>03] demonstrierten 2003 die Kaskadierung von Summenfrequenz und Differenzfrequenz in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern. . Der wesentliche Vorteil dieser Anordnung ist, dass durch einen weiteren Freiheitsgrad bei fester Signalwellenlänge die Wellenlänge der erzeugten Welle durchgestimmt werden kann. Dieser Prozess bietet die Möglichkeit, selektiv ein Signal mittels Summenfrequenzerzeugung zu konvertieren. Die Idlerwelle wird dann über einen Differenzfrequenzprozess durchstimmbare erzeugt. Serielle Kaskadierung beider Prozesse wurde zum optischen Schalten eingesetzt [Lee02], [LMG<sup>+</sup>02].

Im Fall monochromatischer Wechselwirkung lautet das zugehörige Gleichungssystem wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial z} c_s = -\frac{\alpha_s}{2} c_s - i \frac{\varepsilon_0 \omega_s d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sf} c_p^* \exp(-i\Delta\beta_{SFG}z) \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_p = -\frac{\alpha_p}{2} c_p - i \frac{\varepsilon_0 \omega_p d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sf} c_s^* \exp(-i\Delta\beta_{SFG}z) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} c_{sf} = & -\frac{\alpha_{sf}}{2} c_{sf} - i \frac{\varepsilon_0 \omega_{sf} d_{33} \kappa}{2P_0} c_s c_p \exp(i\Delta\beta_{SFG}z) - \\ & i \frac{\varepsilon_0 \omega_{sf} d_{33} \kappa}{2P_0} c_c c_i \exp(i\Delta\beta_{DFG}z) \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_c = -\frac{\alpha_c}{2} c_c - i \frac{\varepsilon_0 \omega_c d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sf} c_i^* \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} c_i = -\frac{\alpha_i}{2} c_i - i \frac{\varepsilon_0 \omega_i d_{33} \kappa}{2P_0} c_{sf} c_c^* \exp(-i\Delta\beta_{DFG}z) \quad (3.18)$$

Das Signal (Index s) und die Pumpe (Index p) erzeugen die Summenfrequenz (Index sf). Die Summenfrequenz dient dann als Pumpe zur Erzeugung der Differenzfrequenz. Der Energiefluss geht in Richtung der Kontrollwelle (Index c) und der Idlerwelle (Index i). Im quantenmechanischen Bild lautet die Energiebilanz wie folgt:

$$\omega_s + \omega_p = \omega_{sf} = \omega_c + \omega_i \quad (3.19)$$

ABBILDUNG 3.6 zeigt die Leistungen von Summenfrequenz-, Signal- und Idlerwelle für den Grenzfall, dass sowohl die Leistung der Pumpwelle als auch die Leistung der Kontrollwelle viel größer ist als die Leistung der Signalwelle. Die Kopplung von Signal- und

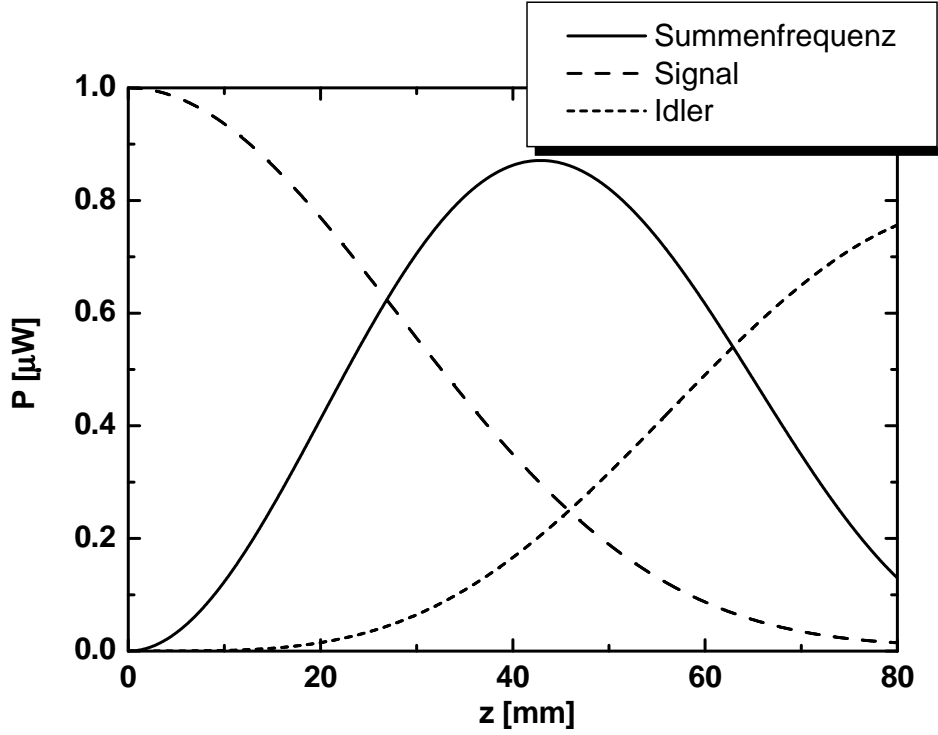


ABBILDUNG 3.6: Interne Leistungen von Summen-, Signal- und Idlerwelle bei der Kaskadierung von SFG und DFG für die Situation  $P_p = P_c = 100 \text{ mW}$  und  $P_s = 1 \mu\text{W}$ . Die Wellenlängen sind  $\lambda_p = 1542.72 \text{ nm}$ ,  $\lambda_s = 1549.02 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\text{sf}} = 772.93 \text{ nm}$ ,  $\lambda_c = 1550.80 \text{ nm}$  und  $\lambda_i = 1540.96 \text{ nm}$ .

Idlerwelle geschieht über die Summenfrequenz, die gleichzeitig auf- und abgebaut wird. Die mögliche Idlerleistung ist beschränkt durch die maximal mögliche Leistung bei der Summenfrequenz. Die obere Grenze der Summenfrequenzleistung wird bestimmt durch die Signalleistung:

$$P_{\text{sf,max}} = \frac{\omega_{\text{sf}}}{\omega_s} P_s(0) \quad (3.20)$$

Daraus lässt sich die maximal mögliche Idlerleistung bestimmen:

$$P_{\text{i,max}} = \frac{\omega_i}{\omega_s} P_s(0). \quad (3.21)$$

Definiert man die Konversionseffizienz gemäß

$$\eta_{\text{conv}}(z) = 10 \log \left( \frac{P_i(z)}{P_s(0)} \right), \quad (3.22)$$

folgt unmittelbar die maximale Effizienz:

$$\eta_{\text{conv,max}} = 10 \log \left( \frac{\omega_i}{\omega_s} \right). \quad (3.23)$$

Im wesentlichen gibt es also zwei Unterschiede zur cSHG/DFG :

- Das Signal wird abgebaut und nicht verstärkt (siehe ABBILDUNG 3.6).
- Die maximale Ausgangsleistung wird bestimmt durch die eingekoppelte Signalleistung und nicht durch die Pumpleistungen.

Bei der Frequenzkonversion eines gepulsten Signals tritt ein weiteres prinzipielles Problem auf: das gepulste Signal hat einen Puls bei der Summenfrequenz zur Folge. Die große Gruppenlaufzeitdifferenz führt zur Verbreiterung des Summenfrequenzpulses und somit auch der Idlerwelle. Bei Wahl der Wechselwirkungslänge eines Frequenzkonverters auf der Basis der CSFG/DFG muss der bestmögliche Kompromiss zwischen hoher Konversion und Pulsqualität gefunden werden.

ABBILDUNG 3.7 zeigt die Autokorrelation des Idlerpulses in einem normierten logarithmischen Maßstab nach verschiedenen Wechselwirkungslängen. Die Autokorrelation eines Gauss'schen Pulses ist wieder ein Gausspuls mit der  $\sqrt{2}$ -fachen Breite des Ur-

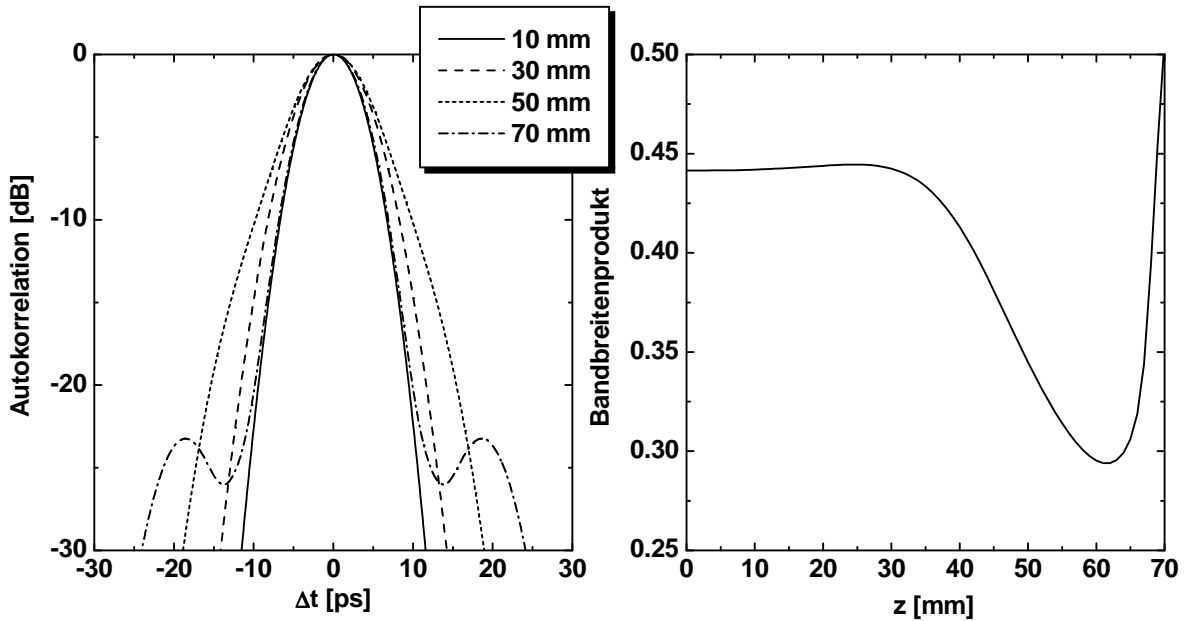


ABBILDUNG 3.7: Autokorrelation des generierten Idlerpulses nach verschiedenen Wechselwirkungslängen. Pump- und Kontrollwelle sind jeweils kontinuierlich mit  $P_p = P_c = 275\text{mW}$ . Das eingekoppelte Signal hat eine zeitliche Breite von 5 ps bei einer Pulsenergie von 160 fJ.

sprungpulses. Nach 10 mm Wechselwirkungslänge sieht man eine Autokorrelation mit einer 3 dB Breite von ungefähr  $\sqrt{2} \cdot 5$  ps. Im rechten Bild ist das Bandbreitenprodukt des Idlerpulses aufgetragen. Nach 10 mm beträgt das Bandbreitenprodukt ungefähr

0.44. Das lässt auf einen Gauss'schen Puls einer Breite von 5 ps schließen. Mit steigender Wechselwirkungsstrecke kommt es zu einer Verbreiterung des Autokorrelationspulses und schließlich zu einer Verringerung des Bandbreitenproduktes. Die Ursache sind Rückmischungen zum Summenfrequenzpuls nicht exakt phasenangepasster Spektralkomponenten, oder — im Zeitbild — die Gruppenlaufzeitdifferenz zwischen dem Summenfrequenzpuls und dem Idlerpuls. Die Verringerung des Bandbreitenproduktes auf 0.3 in Verbindung mit einer Pulsverbreiterung bedeutet, dass der entstehende Puls deutlich von einer Gaussform abweicht. Weitere Rückmischprozesse führen dazu, dass die Länge des generierten Idlerpulses wieder abnimmt. Man sieht jedoch an der Autokorrelation, dass es zu einem deutlichen Übersprechen kommt. In dieser Konfiguration sind Bauteillängen um 30 mm ein guter Kompromiss zwischen hoher Konversion und guter Pulsqualität. ABBILDUNG 3.8 zeigt den Vergleich einer Autokorrelationsmessung mit dem theoretischen Ergebnis. Man erkennt sehr gut die Verbreiterung des generierten Idlerpulses. Theorie und Experiment stimmen dabei überein.

In einem 30 mm langen, periodisch gepolten Wellenleiter wurde die Frequenzkonversion mittels CSFG/DFG demonstriert [MLL<sup>+</sup>03]. ABBILDUNG 3.9 zeigt den Vergleich der experimentellen Spektren mit der theoretischen Vorhersage nach einer Wechselwirkungslänge von 30 mm. Die Wellenlängen im Bereich der Signalfrequenz seien von links  $\lambda_i$ ,  $\lambda_p$ ,  $\lambda_s$  und  $\lambda_c$ . Die Wellenlängen sind  $\lambda_i = 1541.10$  nm,  $\lambda_p = 1542.75$  nm,

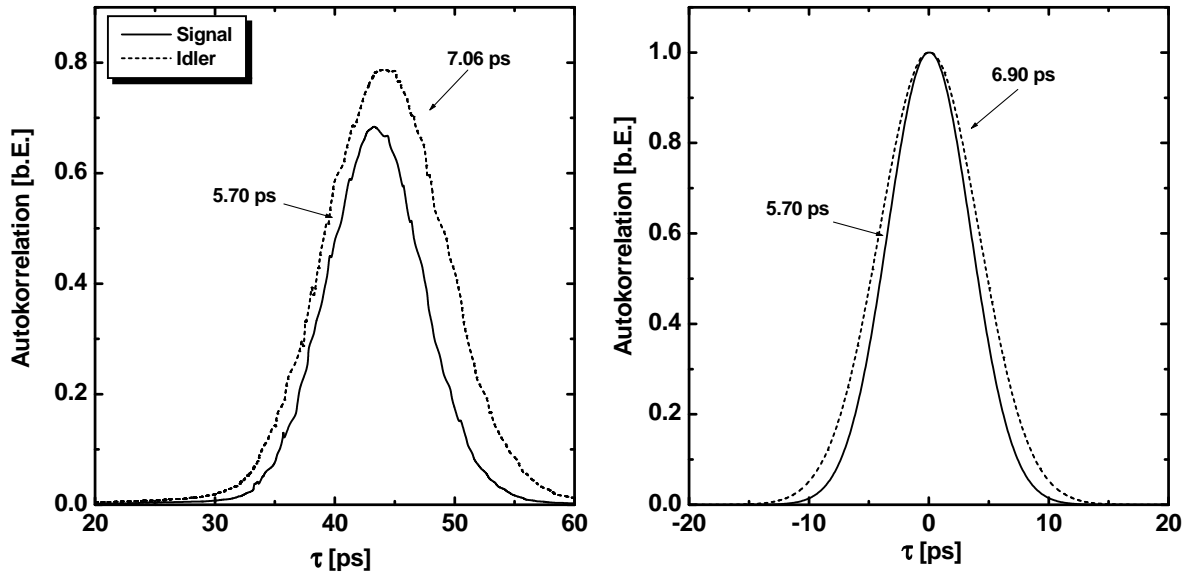


ABBILDUNG 3.8: Experimentell ermittelte Autokorrelation des generierten Idlerpulses und des Signals im Vergleich zur Theorie nach einer Wechselwirkungslänge von 30 mm.

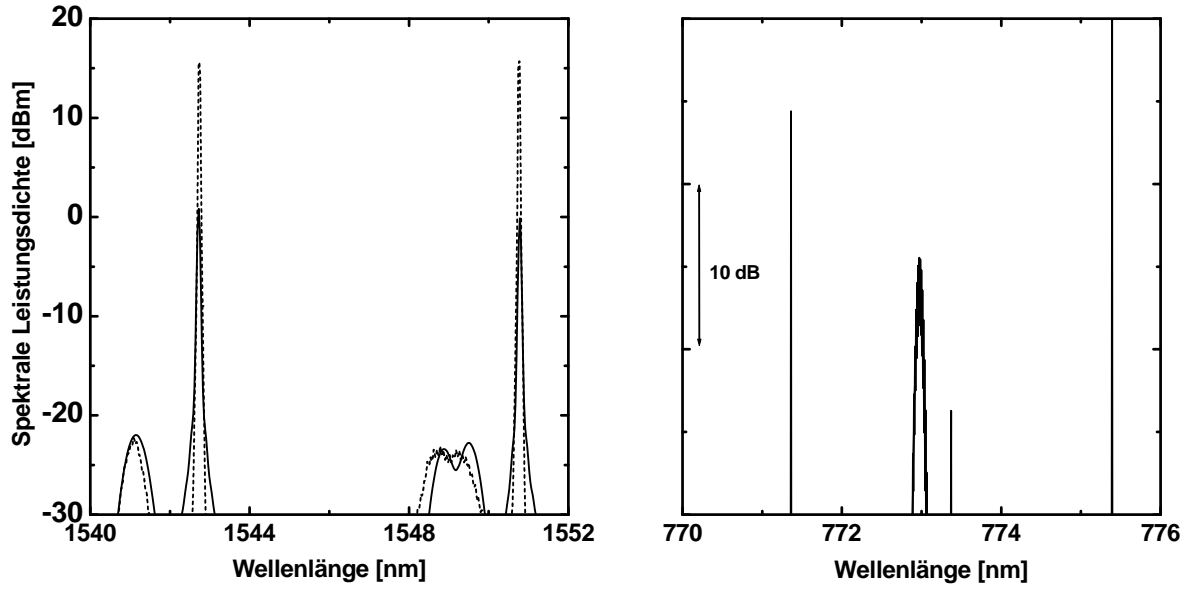


ABBILDUNG 3.9: Spektrale Leistungsdichte einer CSFG/DFG -Frequenzkonversion im spektralen Bereich der Summenfrequenz (rechts) und von Signal- und Idlerwelle (links). Die gestrichelte Linie zeigt zum Vergleich das Experiment. Die Leistungen von Pump- und Kontrollwelle sind jeweils 275 mW. Der eingekoppelte Signalpuls hatte eine Länge von 5 ps bei einer Pulsenergie von 160 fJ.

$\lambda_s = 1549.11$  nm und  $\lambda_c = 1550.77$  nm. Daraus folgt eine Wellenlänge der Summenfrequenzwelle von  $\lambda_{sf} = 772.96$  nm. Die Leistungen der kontinuierlichen Pump- und Kontrollwelle sind jeweils  $P_p = P_c = 275$  mW. Zur Erzeugung des gepulsten Signals wurde ein integriert optischer modengekoppelter Wellenleiterlaser mit einer Wiederholrate von 10 GHz eingesetzt [Wes00]. Die Pulslänge ist 5 ps bei einer Pulsenergie von 160 fJ. Neben dem Spektrum der Summenfrequenz aus  $\lambda_s$  und  $\lambda_p$  treten zudem die Frequenzverdopplungen von  $\lambda_p$  und  $\lambda_c$  auf. Die Energie dieser frequenzverdoppelten Wellen oszilliert stark, da der Prozess nicht phasenangepasst ist. Eine weitere kontinuierliche Welle wird bei der Summe von Pump- und Kontrollfrequenz generiert. Im Spektrum der Signalwelle ist ein Tal zu erkennen. Die physikalische Ursache dieses „Lochbrennens“ ist die große Differenz der Gruppengeschwindigkeiten, die zu einer schmalen Bandbreite führt.

ABBILDUNG 3.10 zeigt die Effizienz der Frequenzkonversion als Funktion der Leistungen von Pump- und Kontrollwelle. Wenn keine Kontrollwelle eingestrahlt wird, wird auch keine Idlerwelle parametrisch erzeugt. Es kommt somit zu einer normalen Erzeugung der Summenfrequenz unter Abbau der Signalwelle. Die Energie des Signalpulses durchläuft ein Minimum, wird aber nicht komplett abgebaut. Die Ursache sind Rück-



konversionsprozesse während der Propagation. Die minimale Transmission beträgt in

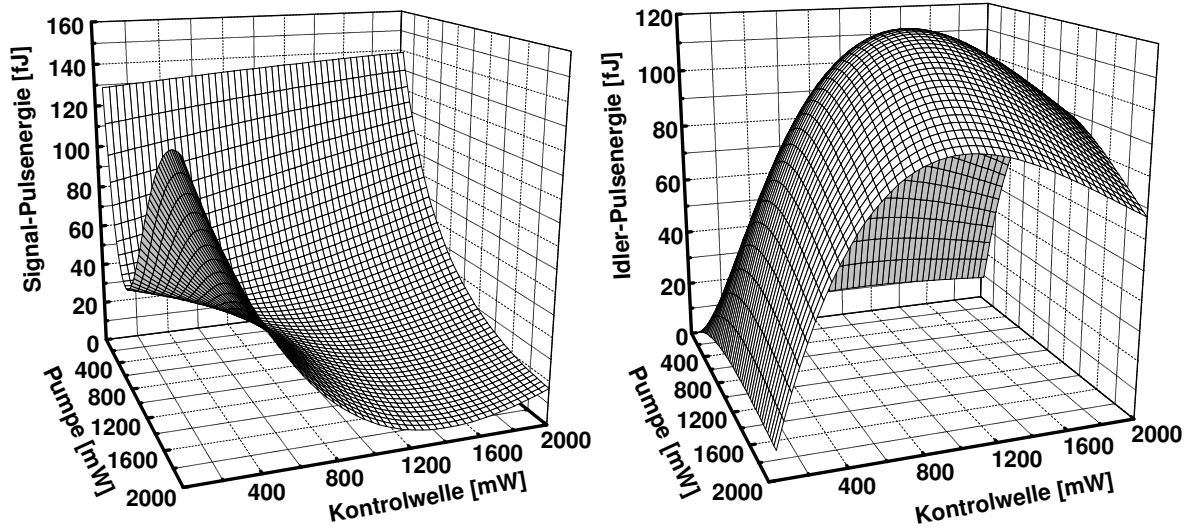


ABBILDUNG 3.10: Effizienz der Signalunterdrückung (links) und der Frequenzkonversion (rechts) in der cSFG/DFG Anordnung als Funktion der Pump- und Kontrollwelle. Pumpe und Kontrollwelle sind jeweils kontinuierlich, das Signal ist gepulst mit einer Pulslänge von 5 ps und einer Pulsenergie von 160 fJ.

etwa  $T = 0.25$  bei einer Pumpleistung von etwa  $P_p = 500$  mW. Die Pumpleistung baut das Signal über die Erzeugung der Summenfrequenz ab. Mit steigender Pumpleistung kommt es zu einer starken Rückkonversion. Mit steigender Leistung der Kontrollwelle nimmt die minimale Transmission der Signalwelle ab. Die Ursache ist, dass der Rückkonversionsprozess von der parametrisch erzeugten Summenfrequenz zur Signalwelle unterdrückt wird. Durch die eingestrahlte Kontrollwelle wird eben diese Welle bei der Summenfrequenz über die Erzeugung der Differenzfrequenz parametrisch abgebaut. Dadurch steht dem Rückkonversionsprozess weniger Energie im Summenfrequenzpuls zur Verfügung. Auch bei der Energie des Idlerpulses lässt sich ein Extremum beobachten. Die nichtlineare Kopplung von Idlerpuls und Summenfrequenzpuls skaliert mit der Leistung der Kontrollwelle. Wird diese Kopplung zu stark, finden auch hier Rückkonversionsprozesse statt. Die maximale Konversion von  $\eta_{\text{conv}} = -0.93$  dB wird erreicht für  $P_p = P_c = 1100$  W.

Die Kaskadierung von Summen- und Differenzfrequenz bietet die Möglichkeit einer optischen durchstimmbaren Frequenzkonversion. Während die Frequenzen der Signal- und Pumpwelle die Summenfrequenz bestimmen, wird die Durchstimmung durch die Frequenz der Kontrollwelle erreicht. Die Bandbreite ist bestimmt durch den Ausdruck (2.35). In dem konkreten Beispiel beträgt sie ungefähr 47 nm.

## Kapitel 4

# Optisch Parametrische Fluoreszenz

Die optisch parametrische Fluoreszenz (OPF) wurde im Jahr 1961 [LAES61] in einem theoretischen Artikel vorhergesagt und einige Jahre später in ersten Arbeiten in Volumenkristallen<sup>1</sup> experimentell bestätigt [HOB67]. Mit der Entwicklung neuer Technologien, wie verlustarmen Wellenleitern und periodischer Inversion der optischen Achse, geriet die OPF Anfang der neunziger Jahre wieder in den Fokus des Interesses und wurde 1993 in periodisch gepolten Wellenleitern demonstriert [BNM<sup>+</sup>93].

Die ersten Experimente zur OPF wurden entweder wie bei den oben zitierten Arbeiten bei kleinen nichtlinearen Verstärkungen oder in  $\text{Ti:LiNbO}_3$  bei vergleichsweise kleinen Leistungen [Ham86][SHSS85] realisiert, so dass die Fluoreszenzleistung bei diesen Experimenten klein war gegen die Pumpleistung. Mittlerweile konnte jedoch sowohl im Bulk [GAF<sup>+</sup>97] als auch im Wellenleiter [XSL<sup>+</sup>04] eine Fluoreszenzleistung in der Größenordnung der Pumpleistung erreicht werden. Bisherige Modelle zur Beschreibung der OPF gehen davon aus, dass die Pumpwelle während des Prozesses nicht abgebaut wird. Mathematisch führt das zu einer Linearisierung der Gleichungen. Zur Modellierung der OPF bei sehr hoher Pumpleistung musste ein nichtlineares Modell entwickelt werden, welches sowohl den Abbau der Pumpleistung als auch die Rückmischung beschreibt [Gru05].

Die physikalische Ursache der OPF ist ein spontaner Zerfall eines Photons, wobei die Relation (1.54) erfüllt wird. Diese Bedingung lässt sich quantenmechanisch als Energieerhaltung interpretieren. Diese spontan zerfallenden Photonen stimulieren einen erneuten Zerfall von den Pumpphotonen in Signal- und Idlerphotonen<sup>2</sup>. Im Rahmen der klas-

---

<sup>1</sup>z.B. Lithiumniobat, Ammoniumdihydrogenphosphat (ADP)

<sup>2</sup>Die Bezeichnung Signal und Idler wird von der Beschreibung der Differenzfrequenzerzeugung übernommen.

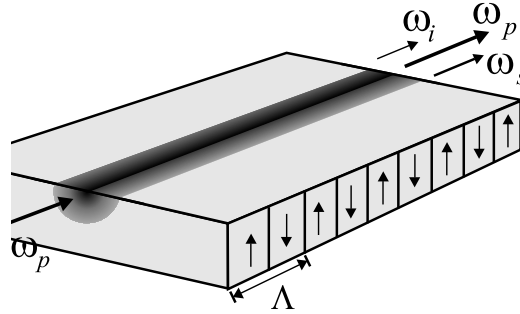


ABBILDUNG 4.1: Schematische Darstellung der optisch parametrischen Fluoreszenz. Eine Pumpwelle erzeugt parametrisch aus der spontanen Fluoreszenz Signal- und Idlerwelle. Verstanden werden kann dieser Prozess nur im quantenmechanischen Bild.

sischen Maxwelltheorie ist demnach eine Beschreibung der OPF nicht möglich, daher muss eine quantisierte Beschreibung verwendet werden. Das hier vorgestellte semiklassische Modell verbindet diese quantenmechanische mit der klassischen Beschreibung der optisch parametrischen Verstärkung.

## 4.1 Quantentheorie optischer Wellenleiter

Ein wesentlicher Bestandteil der Modellierung parametrischer Fluoreszenz sind die schon beschriebenen Gleichungen der klassischen Wechselwirkungen (1.5). Allerdings muss noch ein plausibler quantenmechanischer Ansatz motiviert werden. Die ausführliche quantenoptische Behandlung stammt aus den sechziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts. Yariv [LAES61] und Tang [GT67] seien hier stellvertretend für die wesentlichen Arbeiten auf diesem Gebiet genannt.

Das Interesse an der Fluoreszenz wurde mit neuen technologischen Methoden der Wellenleiterherstellung und der Domäneninversion neu entfacht. Neue Ansätze verwendeten einen durch Quantenfluktuationen erzeugten Hintergrund, um die klassischen analytischen Lösungen zu „impfen“. An dieser Stelle soll kurz das quantenmechanische Konzept, basierend auf der zweiten Quantisierung des elektromagnetischen Feldes, vorgestellt werden.

Die quantenmechanische Beschreibung der parametrischen Fluoreszenz erklärt das Entstehen der Wechselwirkung. Da die weitere Verstärkung im Rahmen des Modells klassisch beschrieben wird, kann bei der quantenmechanischen Beschreibung in sehr guter

Näherung angenommen werden, dass die Leistung der Pumpwelle und die Fluoreszenzleistung sich um mehrere Größenordnungen unterscheiden. Das motiviert eine klassische Beschreibung der Pumpwelle. Quantisiert werden somit Signal- und Idlerwelle.

Im Rahmen der zweiten Quantisierung wird die Besetzung der Zustände mittels eines harmonischen Oszillators beschrieben [Lou],[Sch82].

Der Hamiltonoperator für den harmonischen Oszillator lautet:

$$\check{H}_0 = \sum_{\nu} \hbar \omega_{\nu} (\check{a}_{\nu}^{\dagger} \check{a}_{\nu} + \frac{1}{2}) \quad (4.1)$$

$\check{a}_{\nu}^{\dagger}$  und  $\check{a}_{\nu}$  sind die quantenmechanischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für ein Photon der Energie  $\omega_{\nu}$ . Aus den klassischen Poisson-Klammern folgen die quantenmechanischen Kommutatoren:

$$[\check{a}_{\nu}, \check{a}_{\mu}] = 0 \quad (4.2)$$

$$[\check{a}_{\nu}^{\dagger}, \check{a}_{\mu}^{\dagger}] = 0 \quad (4.3)$$

$$[\check{a}_{\nu}, \check{a}_{\mu}^{\dagger}] = \delta_{\nu\mu} \quad (4.4)$$

$\delta_{\nu\mu}$  ist das Kronecker-Symbol. Der Anzahloperator  $\check{n}_{\nu} = \check{a}_{\nu}^{\dagger} \check{a}_{\nu}$  angewendet auf einen Eigenzustand  $|n_{\nu}\rangle$  des Hamilton-Operators liefert als Eigenwert die Photonenzahl mit der ein Zustand besetzt ist:

$$\check{n}|n_{\nu}\rangle = n_{\nu}|n_{\nu}\rangle \quad (4.5)$$

Weiterhin gelten die folgenden Rechenregeln:

$$\check{a}_{\nu}^{\dagger}|n_{\nu}\rangle = \sqrt{n_{\nu}+1}|n_{\nu+1}\rangle \quad (4.6)$$

$$\check{a}_{\nu}|0\rangle = 0 \quad (4.7)$$

$$\check{a}_{\nu}|n_{\nu}\rangle = \sqrt{n_{\nu}}|n_{\nu-1}\rangle \quad (4.8)$$

$$\langle n_{\nu} || n_{\mu} \rangle = \delta_{\nu\mu} \quad (4.9)$$

$\langle \cdot || \cdot \rangle$  ist das Skalarprodukt im Vektorraum der Eigenzustände. Es folgen unmittelbar die Bewegungsgleichungen im Heisenberg-Bild:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \check{a}_{\nu} = [\check{a}_{\nu}, \check{H}_0] = \hbar \omega_{\nu} \check{a}_{\nu} \quad (4.10)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \check{a}_{\nu}^{\dagger} = [\check{a}_{\nu}^{\dagger}, \check{H}_0] = -\hbar \omega_{\nu} \check{a}_{\nu}^{\dagger} \quad (4.11)$$

Das elektromagnetische Feld entwickelt sich harmonisch in der Zeit mit der Frequenz  $\omega_{\nu}$ . Ein reiner Zustand ändert sich nicht mit der Zeit.

Die nichtlineare Wechselwirkung wird auch quantenmechanisch störungstheoretisch berücksichtigt. Das modifiziert den Hamilton-Operator zu

$$\check{H} = \check{H}_0 + \check{H}^{\text{nl}}. \quad (4.12)$$

Nimmt man gleiche Polarisierung für alle drei Wellen an, so ergibt sich mit quantisierter Signal- und Idlerstrahlung [Ham86][Yar89]:

$$\check{H}^{\text{nl}} = \hbar \cdot \Gamma \cdot \cos(\omega_p t) \cdot (\check{a}_s^\dagger - \check{a}_s) \cdot (\check{a}_i^\dagger - \check{a}_i). \quad (4.13)$$

Der Verstärkungsfaktor  $\Gamma$  folgt aus dem Integral über das Quantisierungsvolumen:

$$\Gamma = \frac{2}{\pi} \frac{d_{33} \sqrt{\omega_s \omega_i}}{\varepsilon_0 n_s n_i} \int dV E_p(\vec{r}) \cdot E_s(\vec{r}) \cdot E_i(\vec{r}) \quad (4.14)$$

Mit dem modifizierten Hamilton-Operator ergeben sich im Heisenberg-Bild mit

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \check{a}_s^\dagger = [\check{a}_s^\dagger, \check{H}_0] + [\check{a}_s^\dagger, \check{H}^{\text{nl}}] \quad (4.15)$$

die folgenden Bewegungsgleichungen (analog für  $\check{a}_i^\dagger$ ):

$$\frac{\partial}{\partial t} \check{a}_s^\dagger = i\omega_s \check{a}_s^\dagger - \frac{i}{2} \Gamma \{ \exp(i\omega_p t) + \exp(-i\omega_p t) \} \cdot (\check{a}_i^\dagger - \check{a}_i). \quad (4.16)$$

Als Randbedingung muss der Energiesatz  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$  erfüllt sein. Aus der zeitabhängigen Störungstheorie ist bekannt, dass Beiträge, die den Energiesatz verletzen, gemäß

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (4.17)$$

verschwinden. Das führt dazu, dass nichtsynchrone Terme vernachlässigt werden können [LAES61]. Das liefert schließlich die Bewegungsgleichungen

$$\frac{\partial}{\partial t} \check{a}_s^\dagger = i\omega_s \check{a}_s^\dagger + \frac{i}{2} \Gamma \check{a}_i \exp(i\omega_p t) \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \check{a}_i^\dagger = -i\omega_i \check{a}_i^\dagger - \frac{i}{2} \Gamma \check{a}_s^\dagger \exp(-i\omega_p t). \quad (4.19)$$

Aus diesen Gleichungen folgt unmittelbar die Manley-Rowe-Relation:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\check{a}_s^\dagger \check{a}_s) = \frac{\partial}{\partial t} (\check{a}_i^\dagger \check{a}_i) \quad (4.20)$$

Das bedeutet, dass die Zahl der generierten Signal- und Idlerphotonen identisch ist. Es lässt sich leicht nachrechnen, dass die Differentialgleichungen (4.18) und (4.19) durch

$$\check{a}_s^\dagger(t) = \left\{ \check{a}_s^\dagger(0) \cosh\left(\frac{\Gamma t}{2}\right) + i\check{a}_i(0) \sinh\left(\frac{\Gamma t}{2}\right) \right\} \exp(i\omega_s t) \quad (4.21)$$

$$\check{a}_i(t) = \left\{ \check{a}_i(0) \cosh\left(\frac{\Gamma t}{2}\right) - i\check{a}_s^\dagger(0) \sinh\left(\frac{\Gamma t}{2}\right) \right\} \exp(-i\omega_i t) \quad (4.22)$$

gelöst werden. Es folgt unmittelbar die Entwicklung des Photonenzahl-Operators:

$$\begin{aligned} \check{n}_s(t) = \check{n}_s(0) \cosh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + [1 + \check{n}_i(0)] \sinh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + \\ i \sinh \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \cosh \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \cdot [\check{a}_s^\dagger(0) \check{a}_i^\dagger(0) - \check{a}_s(0) \check{a}_i(0)] \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \check{n}_i(t) = n_i(0) \cosh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + [1 + n_s(0)] \sinh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + \\ i \sinh \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \cosh \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \cdot [\check{a}_s^\dagger(0) \check{a}_i^\dagger(0) - \check{a}_s(0) \check{a}_i(0)] \end{aligned} \quad (4.24)$$

Die zeitliche Entwicklung des Erwartungswertes eines quantenmechanischen Operators  $\check{A}$  berechnet sich im Heisenbergbild mittels:

$$A = \langle \Psi(0) | \check{A} | \Psi(0) \rangle. \quad (4.25)$$

Für den hier betrachteten Fall lautet die Wellenfunktion

$$| \Psi(0) \rangle = | n_s(0) \rangle | n_i(0) \rangle. \quad (4.26)$$

Mit

$$\langle n_\nu | \check{a}_\nu | n_\nu \rangle = \langle n_\nu | \check{a}_\nu^\dagger | n_\nu \rangle = 0 \quad (4.27)$$

folgt schließlich für den Erwartungswert  $n_\nu$  der Photonenzahl:

$$n_s(t) = \check{n}_s(0) \cosh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + [1 + \check{n}_i(0)] \sinh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \quad (4.28)$$

$$n_i(t) = \check{n}_i(0) \cosh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) + [1 + \check{n}_s(0)] \sinh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \quad (4.29)$$

Das bemerkenswerte der quantenmechanischen Beschreibung ist, dass entgegen der klassischen Lösung eine Konversion stattfindet, wenn nur eine Pumpwelle eingestrahlt wird. Ursache dieser Fluoreszenz ist, dass die Erzeugung und die Vernichtung eines Photons nicht vertauscht. Demnach folgt für die spontane Fluoreszenz:

$$n_s(t) = n_i(t) = \sinh^2 \left( \frac{\Gamma t}{2} \right) \quad (4.30)$$

Es lässt sich eine kritische Zeit

$$t^{\text{kr}} = \frac{2}{\Gamma} \cdot \ln \left( 1 + \sqrt{2} \right) \quad (4.31)$$

definieren nach der der Erwartungswert der Photonenzahl genau 1 ist.

## 4.2 Spektrale Leistungsdichte der spontanen Fluoreszenz

Periodische Randbedingungen bei der quantenmechanischen Beschreibung führen zu diskreten Zuständen (Frequenzen) in dem Quantisierungsvolumen, die im Sinne der klassischen Optik als resonante Moden zu verstehen sind (Abschnitt 5.1.1). Die laterale Beschreibung in einem Wellenleiter geschieht mittels der klassischen Modenbeschreibung. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Wellen in der Grundmode geführt werden und strahlende Anteile werden vernachlässigt. Longitudinal sind nur Zustände erlaubt, deren Betrag an den Grenzen des Volumens verschwindet. Die semiklassische Beschreibung der OPF beruht auf der klassisch beschriebenen Verstärkung der quantenmechanisch beschriebenen spontanen Fluoreszenz [BNM<sup>+</sup>93][BSH<sup>+</sup>96]. Die Energiedichte der spontanen Fluoreszenz ist proportional zur quantenmechanischen Zustandsdichte. Man spricht auch schlicht von „einem Photon pro Mode“. Die Zustandsdichte ist umgekehrt proportional zum Zustands(Moden)abstand oder auch zum freien Spektralbereich (5.5) des linearen Fabry-Perot-Resonators der klassischen Optik (Abschnitt 5.1.1):

$$\frac{\partial N^V}{\partial \omega} \approx \frac{1}{\Delta \omega} = \frac{L}{\pi} \frac{1}{v^g} \quad (4.32)$$

Aus der Zustandsdichte folgt unmittelbar die Leistungsdichte der spontanen parametrischen Fluoreszenz:

$$\frac{\partial \mathbf{E}^V}{\partial \omega} \approx \hbar \frac{L}{\pi} \frac{\omega}{v^g} \quad (4.33)$$

Nun beschreibt die Quantenmechanik Zustände des gesamten Quantisierungsvolumens. Klassisch betrachtet berechnet sich der zeitlich gemittelte Energiefluss aus der Energie eines Zustandes bezogen auf die Umlaufzeit  $T_R$  innerhalb des Quantisierungsvolumens. Die Umlaufzeit ergibt sich unmittelbar aus der Phasengeschwindigkeit:

$$T_R = \frac{2n_{\text{eff}}L}{c_0}. \quad (4.34)$$

Insgesamt ergibt sich dann:

$$\frac{\partial P}{\partial \omega} = \frac{1}{T_R} \frac{\partial \mathbf{E}^V}{\partial \omega} = \hbar \frac{L}{\pi} \frac{\omega}{v^g} \cdot \frac{c_0}{2Ln_{\text{eff}}}. \quad (4.35)$$

Näherungsweise kann man annehmen, dass Gruppen- und Phasengeschwindigkeit identisch sind. Dann gilt  $v^g \cdot n_{\text{eff}}/c_0 \approx 1$ . Es folgt unmittelbar ein vereinfachter Ausdruck für die Leistungsdichte der spontanen Fluoreszenz:

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial \omega} = \hbar \frac{\omega}{2\pi}} \quad (4.36)$$

Die gesamte Energie der spontanen Fluoreszenz ist somit proportional zur Breite des gewählten Zeitfensters  $T_D$ :

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial \omega} = \hbar \frac{\omega}{2\pi} \cdot T_D.} \quad (4.37)$$

### 4.3 Analytisches Modell

Eine analytische Beschreibung der OPF vernachlässigt immer den Abbau der Pumpleistung und basiert letztlich auf der analytischen Lösung der Erzeugung der Differenzfrequenz. Für verlustfreie Wellenausbreitung lautet die Lösung im allgemeinen Fall, wenn drei Wellen eingestrahlt werden [BSH<sup>+</sup>96]:

$$\begin{aligned} P_s(z) = & P_s^0 \left\{ \cosh^2(\Gamma z) + \left( \frac{\Delta\beta}{2\Gamma} \right)^2 \sinh^2(\Gamma z) \right\} + \\ & \frac{\omega_s}{\omega_i} \left( \frac{g}{\Gamma} \right)^2 P_i^0 \sinh(\Gamma z) - 2 \frac{g}{\Gamma} \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_i} P_s^0 P_i^0} \cdot \sinh(\Gamma z) \cdot \\ & \left\{ \cosh(\Gamma z) \sin(\phi_s + \phi_i) + \frac{\Delta\beta}{2\Gamma} \sinh(\Gamma z) \cos(\phi_s + \phi_i) \right\} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$\phi_s$  und  $\phi_i$  sind die Phasen der langsam veränderlichen Amplitude  $c_s$  und  $c_i$  von Signal- und Idlerwelle bei  $z = 0$  unter der Annahme, dass  $\arg(c_p(0)) = 0$  gilt. Die obige Lösung gilt für die Bedingung  $g > \Delta\beta/2$ . Für den anderen Fall gilt

$$\begin{aligned} \cosh(\Gamma z)^2 & \rightarrow \cos^2(\Gamma z) \\ \sinh(\Gamma z)^2 & \rightarrow \sin^2(\Gamma z) \\ \sinh(\Gamma z) \cosh(\Gamma z) & \rightarrow -\sin(\Gamma z) \cos(\Gamma z). \end{aligned}$$

Permutiert man in der Lösung s und i, so erhält man die Lösung für die Idlerleistung. Diese Gleichungen beschreiben die Entwicklung der Leistung von Signal und Idler im Grenzfall konstanter Pumpe, wenn alle drei Wellen bei  $z = 0$  eingestrahlt werden. Im Fall der optisch parametrischen Fluoreszenz ist die Eingangsleistung die unter (4.2) hergeleitete Leistungsdichte. Allerdings muss der phasensensitive Teil von (4.38) gesondert betrachtet werden. Ein spontaner Zerfall eines Pumpphotons in Signal und Idler ist ein kohärenter Prozess und auch die stimulierten Prozesse sind kohärent. Eine Messung ist jedoch grundsätzlich eine Mittelung über die Zeit, oder — wie hier — eine Überlagerung mehrerer Prozesse. Diese Überlagerung geschieht mit stochastischer Phase von Signal- und Idlerwelle. Dem wird Rechnung getragen, indem über die relative Phase  $\phi_s + \phi_i$  gemittelt wird. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann  $\phi_p = 0$



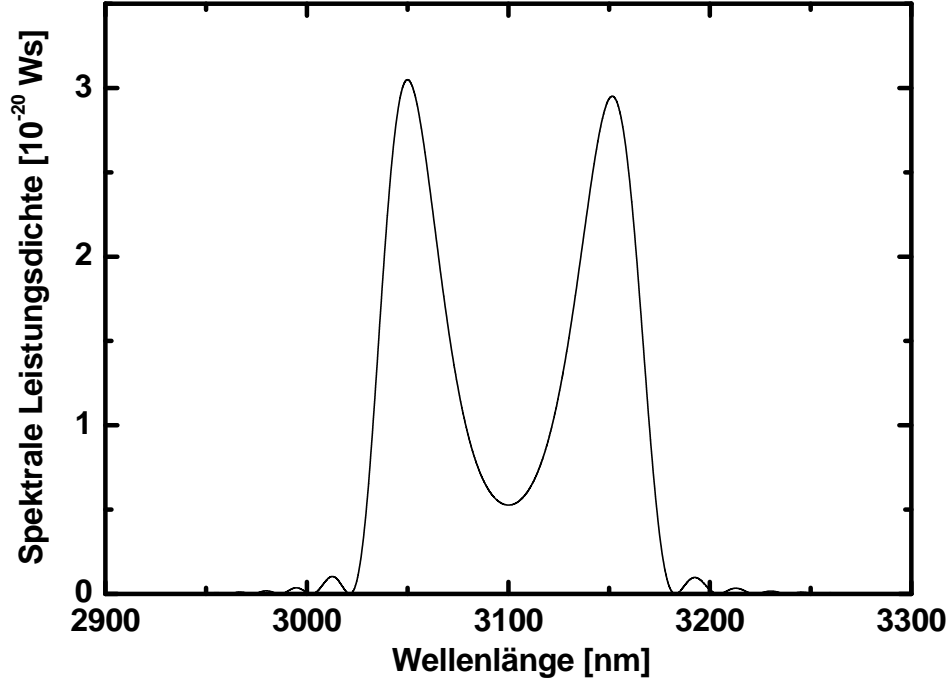


ABBILDUNG 4.2: Analytisch berechnete parametrische Fluoreszenz im mittleren Infrarot bei einer Pumpleistung von 1 W nahe der Entartung. Die Pumpwellenlänge beträgt  $\lambda_p = 1550$  nm. Phasenanpassung herrscht bei  $\lambda_s = 3050$  nm und  $\lambda_i = 3151$  nm. Die Wechselwirkungslänge ist 80 mm. Streuverluste sind in dem Modell vernachlässigt.

angenommen werden:

$$\overline{P_s(z)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d(\phi_i + \phi_s) P_s(z) \quad (4.39)$$

Als Konsequenz verschwindet der letzte Term in (4.38), der jeweils  $\sin(\phi_s + \phi_i)$  und  $\cos(\phi_s + \phi_i)$  als Faktoren enthält. Als Startwert wird nunmehr die spektrale Leistungsdichte der spontanen Fluoreszenz angenommen. Setzt man (4.36) in (4.39) ein, so erhält man nach kurzer Rechnung

$$dP_{\text{Fluor}}(z, \omega) = \hbar\omega \left\{ C^2(\Gamma z) + \left[ \left( \frac{\Delta\beta}{2\Gamma} \right)^2 + \left( \frac{g}{\Gamma} \right)^2 \right] S^2(\Gamma z) - 1 \right\} d\omega \quad (4.40)$$

$$C(\Gamma z), S(\Gamma z) = \begin{cases} \cosh(\Gamma z), \sinh(\Gamma z) & \text{für } g^2 - \Delta\beta^2/4 > 0 \\ \cos(\Gamma z), \sin(\Gamma z) & \text{für } g^2 - \Delta\beta^2/4 < 0 \end{cases}$$

Das Rufzeichen markiert den zusätzlichen Term minus eins. Das Modell soll die verstärkte spontane Fluoreszenz beschreiben, daher wird die Eingangsleistung subtrahiert.

ABBILDUNG 4.2 zeigt die Berechnung der spektralen Leistungsdichte der OPF bei einer internen Pumpleistung von 1 W. Phasenanpassung herrscht im Arbeitspunkt bei  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 3050$  nm und  $\lambda_i = 3151$  nm, also nahe an der Entartung. Die Wechselwirkungslänge ist  $L = 80$  mm. Die im Experiment ermittelte Gesamtleistung der parametrischen Fluoreszenz entspricht dem Integral unter der Kurve.

## 4.4 Prinzip des numerischen Modells

Das semiklassische Modell verknüpft die quantenmechanische Analyse optisch parametrischer Prozesse mit der klassischen Beschreibung der parametrischen Verstärkung (1.65). Diese Gleichungen werden mit der Energiedichte der spontanen Fluoreszenz (4.37) „geimpft“. Da die spontanen Zerfälle der Pumpphotonen in Signal- und Idlerphoton inkohärent stattfinden, ist die Phase der Spektralkomponenten stochastisch.

Das deterministische Modell der klassischen Beschreibung liefert für einen bestimmten Satz stochastischer Phasen ein eindeutig determiniertes Fluoreszenzspektrum. In anderen Worten, das Spektrum hängt eindeutig von der bestimmten Wahl der gleichverteilten stochastischen Phase ab. Die experimentelle Situation ist eine andere. Eine Messung ist immer eine Mittelung über die gleichverteilten Phasen der spontanen Fluoreszenz. Spontane und stimulierte Fluoreszenz treten parallel auf.

Um das zu modellieren, wird ein Monte-Carlo-Ansatz verfolgt. ABBILDUNG 4.3 zeigt das Flussdiagramm des Konzepts zur Modellierung der parametrischen Fluoreszenz bei hoher Verstärkung. Das Spektrum der inkohärenten spontanen Fluoreszenz wird generiert und mit einem Satz von Zufallsphasen versehen. Nach der Propagation werden die Felder überlagert. Das Ergebnis beschreibt dann das im Experiment zu erwartende Spektrum. Die Zahl der notwendigen Überlagerungen  $N_U$  hängt dabei im Wesentlichen von der Pumpleistung ab. Bei kleinen Leistungen entkoppeln die Gleichungen nahezu und Rückmischung zur Pumpe spielt keine Rolle. Dann liefert oft schon  $N_U = 1$  ein

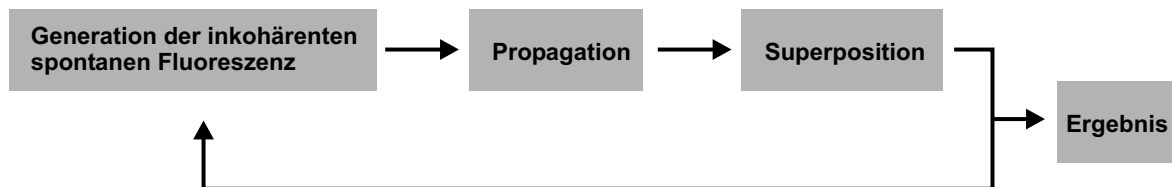


ABBILDUNG 4.3: Flussdiagramm zur Modellierung der parametrischen Fluoreszenz bei hoher Pumpleistung.

gutes Ergebnis. Bei sehr hoher und spektral breiter Pumpleistung ist mitunter  $N_U = 200$  notwendig.

## 4.5 Diskussion der Ergebnisse

ABBILDUNG 4.4 zeigt im linken Diagramm in einem doppelt logarithmischen Maßstab die Leistung der spontanen Fluoreszenz als Funktion der Pumpleistung für eine kontinuierliche Quelle. Der Arbeitspunkt ist  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 2849$  nm und  $\lambda_i = 3400$  nm und die Wechselwirkungslänge liegt bei  $L = 94$  mm. Für Leistungen bis 30 dBm<sup>3</sup> (1 W) erkennt man einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen der Fluoreszenzleistung und der Pumpleistung. Es folgt dann ein Bereich mit einer stark überproportionalen Abhängigkeit. Bei sehr großer Verstärkung zeigt die Fluoreszenzleistung

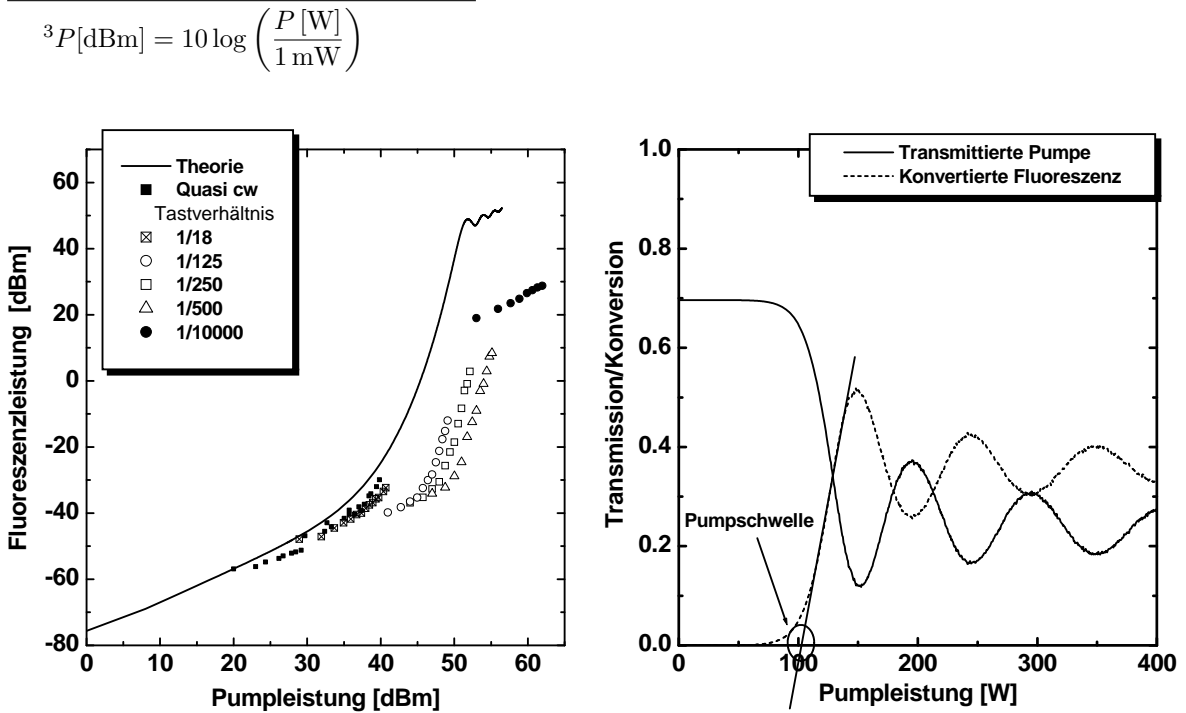


ABBILDUNG 4.4: **Links:** Theoretische und experimentelle Fluoreszenzleistung als Funktion der Pumpleistung in doppelt logarithmischer Auftragung. Der Arbeitspunkt liegt bei  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 2849$  nm und  $\lambda_i = 3400$  nm. Die Wechselwirkungslänge beträgt  $L = 94$  mm. **Rechts:** Für die gleiche Rechnung wurde ein linearer Maßstab gewählt und die Transmission bzw. die Konversion wurde aufgetragen. Als Pumpschwelle ist der Schnittpunkt der Tangente an die Kurve der Transmission mit der Abszisse bezeichnet. Die Pumpschwelle gibt an, ab welcher Pumpleistung der Pumpabbau durch die parametrische Fluoreszenz eine signifikante Rolle spielt.

ein oszillatorisches Verhalten um eine gesättigte Konversion, deren Ursache eine starke Rückmischung der Fluoreszenzspektren via SFG ist. Zudem sind verschiedene experimentelle Ergebnisse aufgetragen [OKG<sup>+</sup>05]. Quasi-cw<sup>4</sup> meint, dass die Pulslängen sehr groß sind gegenüber der Transmissionszeit durch das Bauteil und dass Gruppenlaufzeitdifferenzen keine Rolle spielen. Die Pulslängen liegen dabei im Bereich  $> 25$  ns. Die Transmissionszeiten liegen typischerweise im Bereich um mehrere hundert ps. Zudem sind Messwerte der Fluoreszenz im gepulsten Betrieb aufgetragen. Es wurde ein modengekoppelter Laser [Wes00] mit Pulslängen um 6.4 ps verwendet, die Pulse wurden faseroptisch verstärkt. Als Tastverhältnis oder auch Duty-Cycle wird hier das Verhältnis der Pulslänge  $\tau$  zu den Pulsabständen  $\Delta t$  bezeichnet. Aufgetragen sind die Werte über die maximale Pulsleistung:

$$P_{\max} \approx \overline{P} \cdot \frac{\Delta t}{\tau} \quad (4.41)$$

Die mit schwarzen Punkten eingezeichneten Messwerte wurden in der Arbeitsgruppe von A. Barthelemey in Limoges gemessen [Orl]. Im quasi-kontinuierlichen Betrieb und bis zu einer Pulsspitzenleistung von ungefähr 42 dBm (15.9 W) zeigt sich eine gute bis sehr gute Übereinstimmung der Messwerte mit den berechneten Werten. Für größere Pulsspitzenleistungen kommt es zu Abweichungen. Mehrere physikalische Ursachen sind für die Abweichungen vorstellbar. Für sehr hohe Pulsspitzenleistungen kann die Photorefraktion in LiNbO<sub>3</sub> einen Einfluss auf den Arbeitspunkt haben und dadurch die Konversion beeinflussen. Die Ursache der Photorefraktion ist letztlich die Anregung freier Ladungsträger; die Ladungstrennung erzeugt dann über den elektrooptischen Effekt eine Änderung des Brechungsindex (z.B. [Sch02]). In der Theorie wurde angenommen, dass es sich um transformationsbegrenzte Pulse handelt. Dies scheint bei großen Zeitabständen zwischen den Pulsen mit vergleichsweise kurzen Pulsdauern nicht mehr der Fall zu sein.

Das rechte Diagramm zeigt die Ergebnisse der Rechnung in einem linearen Maßstab, aufgetragen sind die Transmission der Pumpleistung und die auf die Pumpleistung normierte Konversion. Als Schwelle ist der Wert definiert, bei dem der Abbau der Pumpleistung durch die parametrische Fluoreszenz eine signifikante Rolle spielt. Ermittelt wird die Pumpschwelle, wie skizziert, durch eine Tangente an die Konversionskurve und den Schnittpunkt der Tangente mit der Abszisse. Der ermittelte Wert ist  $P = 103$  W eingekoppelter Pumpleistung im kontinuierlichen Betrieb. Bei  $P \approx 150$  W erreicht die Konversion einen maximalen Wert, danach kommt es zur Rückmischung. Mit größer werdender Pumpleistung kommt es dann zu einem oszillatorischen Verhalten. Überras-

---

<sup>4</sup>engl.: continuous wave (cw)

schend ist, dass es zur Umkehr der Konversion kommt, obwohl noch ungefähr 12 % der Pumpleistung transmittiert werden.

ABBILDUNG 4.5 zeigt die berechneten Fluoreszenzspektren für verschiedene Pumpleistungen im kontinuierlichen Betrieb. Zentral ist noch einmal zur Veranschaulichung das rechte Diagramm von ABBILDUNG 4.4 gezeigt. Bei einer Pumpleistung von  $P = 1$  W erhält man ein Spektrum, dessen Form exakt der Verstärkungskurve der DFG entspricht. Mathematisch gesprochen: die Differentialgleichungen linearisieren, da die Pumpe so

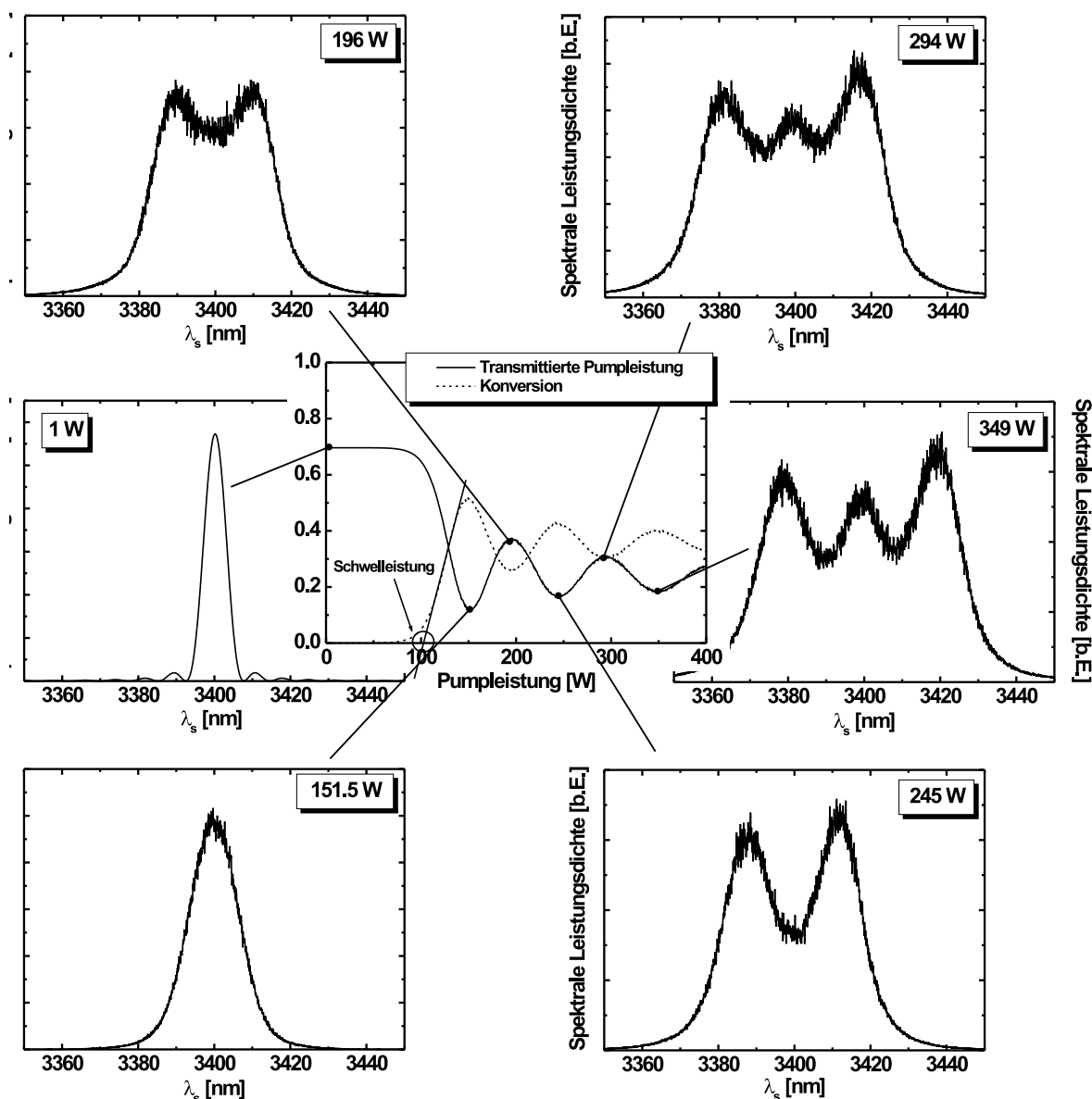


ABBILDUNG 4.5: Signal-Fluoreszenzspektren bei steigender Pumpleistung. Zusätzlich ist die Schwelleistung eingetragen.

gut wie nicht abgebaut wird. Auch die Rückmischung spielt in diesem Bereich keine signifikante Rolle. Mit steigender Pumpleistung verbreitert sich das Fluoreszenzspektrum. Im zweiten Maximum bei  $P = 196$  W ist das Spektrum stark verbreitert und in der Mitte durch Rückmischung abgebaut. Diese Rückmischung verursacht im Spektrum der Pumpe eine starke inkohärente Verbreiterung, die letztlich Ursache dafür ist, dass die Pumpe durch den nichtlinearen Prozess nicht komplett abgebaut werden kann. Mit weiter steigender Pumpleistung kommt es zu einer weiteren Verbreiterung und ein drittes Maximum bildet sich im Spektrum der Fluoreszenz aus.

ABBILDUNG 4.6 veranschaulicht das Prinzip. Eine kohärente monochromatische Pumpwelle erzeugt parametrisch generierte Fluoreszenzspektren, die durch die Akzeptanzbandbreite der Differenzfrequenzerzeugung bestimmt sind. Die Spektralkomponenten bei der Signal- und Idlerwelle erzeugen dann untereinander Summenfrequenzkomponenten im Band der Pumpwelle. Die Rückkonversions-Bandbreite in  $\text{LiNbO}_3$  kann aufgrund der speziellen Dispersion der Gruppengeschwindigkeit (ABBILDUNG 1.11) besonders groß sein.

Der Arbeitspunkt der parametrischen Fluoreszenz wird bestimmt durch die Phasenfehlانpassung (1.64), die abhängig ist von den Frequenzen  $\omega_s$ ,  $\omega_i$  und  $\omega_s + \omega_i = \omega_p$  und der korrespondierenden Periode der Domäneninversion  $\Lambda$ . Die Phasenfehlانpassung  $\Delta\Delta\beta$  für die Rückkonversion mittels SFG berechnet sich demnach mit:

$$\Delta\Delta\beta(\Delta\omega_s, \Delta\omega_i) = \beta(\omega_p + \Delta\omega_s + \Delta\omega_i) - \beta(\omega_s + \Delta\omega_s) - \beta(\omega_i + \Delta\omega_i) - \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (4.42)$$

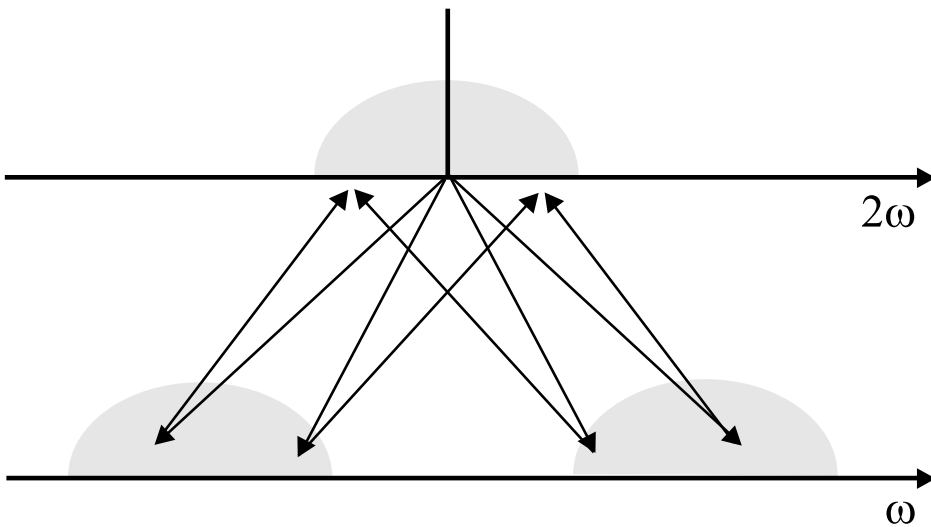


ABBILDUNG 4.6: Schema der Rückkonversion.

Dieser Ausdruck lässt sich linearisieren:

$$\Delta\Delta\beta(\Delta\omega_s, \Delta\omega_i) = \left(\frac{1}{v_p^g} - \frac{1}{v_s^g}\right) \Delta\omega_s + \left(\frac{1}{v_p^g} - \frac{1}{v_i^g}\right) \Delta\omega_i \quad (4.43)$$

Man sieht, dass die Phasenfehlanpassung der Rückkonversion und somit die Bandbreite maßgeblich bestimmt wird durch die Differenz der reziproken Gruppengeschwindigkeiten. Für die Gruppengeschwindigkeiten bei den Wellenlängen des Beispiels erhält man:

$$\begin{aligned} v_p^g &= 0.45590 \cdot c_0 \\ v_s^g &= 0.45428 \cdot c_0 \\ v_i^g &= 0.45042 \cdot c_0 \end{aligned}$$

Die Gruppengeschwindigkeit der Signalwelle und der Pumpwelle sind sehr ähnlich. Das ist eine Folge des besonderen Verlaufs der Gruppengeschwindigkeit bzw. des Gruppenindex in  $\text{LiNbO}_3$  (ABBILDUNG 1.11). Das heisst, dass eine große Änderung der Signalfrequenz  $\Delta\omega_s$  nur eine sehr kleine Phasenfehlanpassung zur Folge hat, sofern die Idlerfrequenz konstant gehalten wird. Demzufolge ist die Bandbreite der Rückkonversion sehr groß.

Verglichen mit Wechselwirkungen im Volumenmaterial sind die Schwellleistungen der OPF im Wellenleitern um Größenordnungen niedriger. Beispielsweise konnte die Schwelle im Volumenmaterial mit 300 fs Pumpimpulsen bei einer Pulsenergie von 54 nJ erreicht werden, das entspricht ungefähr einer Pulsspitzenleistung von 18 kW [GAF<sup>+</sup>97].

## Kapitel 5

# Optisch Parametrische Oszillation

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass entgegen der klassischen Voraussage eine optische Frequenzkonversion stattfindet, wenn nur eine Welle eingestrahlt wird. Das Phänomen der optisch parametrischen Fluoreszenz ist der physikalische Ursprung der optisch parametrischen Oszillation. Mittels rückgekoppelter Verstärkung der parametrischen Fluoreszenz innerhalb eines Resonators bilden sich stehende Wellen aus. Optisch pa-

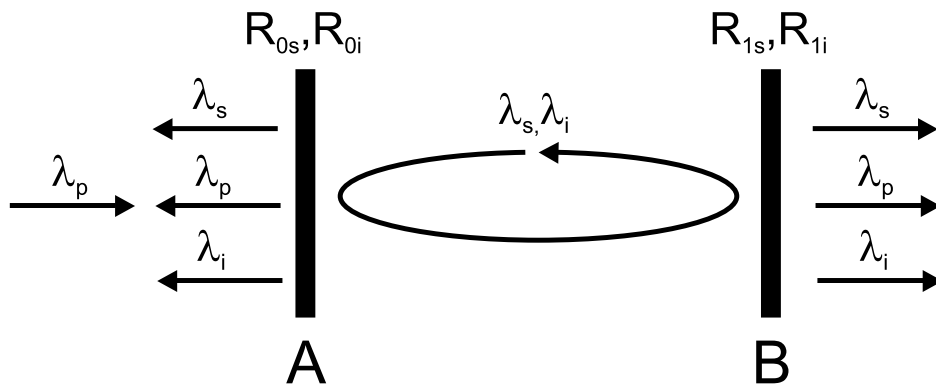


ABBILDUNG 5.1: Skizze eines optisch parametrischen Oszillators. Die Seite, an der eingekoppelt wird, sei die Seite A. Die gegenüber liegende Seite sei die Seite B.

rametrische Oszillatoren (OPO) dienen zum Beispiel als durchstimbare kohärente Strahlungsquellen hoher Qualität in schwer zugänglichen Spektralbereichen. Zum Beispiel können OPOs als schmalbandige Lichtquellen zur spektroskopischen Spurengasanalyse im Bereich um  $3 \mu\text{m}$  eingesetzt werden [FKHM<sup>+</sup>98], [MPSK04].



Ähnlich dem Verhalten eines Lasers kann sich innerhalb eines OPOs eine stehende Welle nur dann ausbilden, wenn die Verstärkung die internen Resonatorverluste<sup>1</sup> nach einem Umlauf kompensiert. Die dazu nötige Leistung nennt man auch hier Pumpschwelle. Zur Berechnung der Pumpschwelle verwendet man die analytischen Lösungen der Differenzfrequenzerzeugung (4.38). Mit Hilfe der linearen Algebra lässt sich die Verstärkungsbedingung dann auf eine Determinante reduzieren, die als Funktion der Pumpleistung verschwinden muss.

OPOs lassen sich je nach Verspiegelung in entsprechende Kategorien unterteilen. Je nachdem, ob der Wellenleiter für eine bzw. beide parametrisch erzeugten Wellen (Signal und Idler) resonant verspiegelt ist, unterscheidet man zwischen einfach resonanten<sup>2</sup> und doppelt resonanten<sup>3</sup> Oszillatoren. Wenn der Wellenleiter für die Pumpwelle bis auf die Streuverluste transparent ist, spricht man von einfachem Pumpdurchgang<sup>4</sup>. Ist der Wellenleiter für die Pumpwelle gegenüber der Einkoppelseite verspiegelt, heißt es doppelter Pumpdurchgang<sup>5</sup>. ABBILDUNG 5.2 zeigt im linken Diagramm die Pumpschwelle

<sup>1</sup>Die Resonatorverluste bestimmen sich aus Auskopplung an den Spiegeln und aus den Streuverlusten.

<sup>2</sup>engl. singly resonant oscillator (SRO)

<sup>3</sup>engl. doubly resonant oscillator (DRO)

<sup>4</sup>engl. single pass (SP)

<sup>5</sup>engl. double pass (DP)

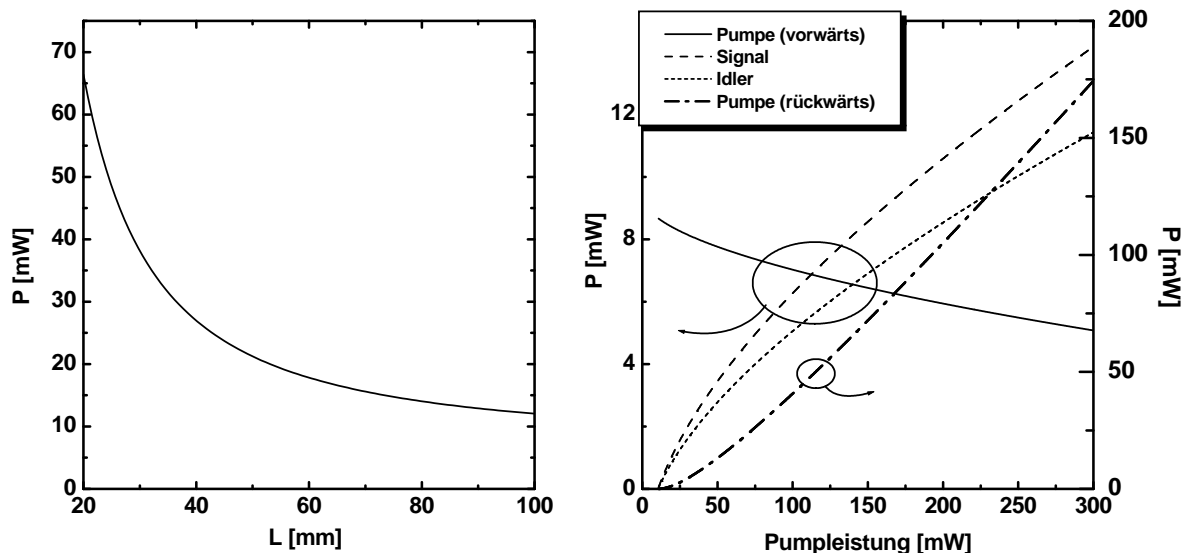


ABBILDUNG 5.2: Pumpschwelle (links) und Leistungscharakteristik eines SP-DRO im Arbeitspunkt  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 2800$  nm und  $\lambda_i = 3472$  nm. Weiter Erklärungen im Text.

eines OPOs im Arbeitspunkt  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 2800$  nm und  $\lambda_i = 3472$  nm. Die Wellenleiterverluste für die Pumpwelle sind 0.1 dB/cm, die von Signal- und Idlerwelle jeweils 0.03 dB/cm. Für die Pumpwelle sind beide Seiten transparent, für Signal- und Idlerwelle ist der Resonator beidseitig zu 95 % verspiegelt. Es ist also folglich ein SP-DRO. Ein Länge von 80 mm - 100 mm für OPOs auf der Basis von periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern hat sich als günstiger Kompromiss herausgestellt, da in diesem Bereich eine niedrige Schwelle mit einem günstigen Leistungsverhalten kombiniert wird. Das rechte Diagramm zeigt die transmittierte Pumpleistung und die erzeugte Signal- und Idlerleistung in Vorwärtsrichtung als Funktion der Pumpleistung. Man erkennt ein Verhalten, das dem eines Lasers sehr ähnlich ist. Nachdem die Pumpschwelle erreicht ist, kommt es mit starken Abhängigkeit der emittierten Leistung von der Pumpleistung. Man erkennt aber auch ein großes Problem der SP-DRO Anordnung. Es kommt zu einer sehr großen nichtlinearen Reflektion (Pumpe, rückwärts). Ursache ist eine sehr effiziente Rückmischung von den intern stark überhöhten Signal- und Idlerwellen zur Pumpwelle.

Insbesondere in Resonatoren ist eine verlustarme Wellenausbreitung von entscheidender Bedeutung. Gerade hier eröffnen die titandiffundierten Wellenleiter mit ihrer Kombination aus geringen Streuverlusten und hoher Fokussierung und demzufolge einer starken nichtlinearen Kopplung große Möglichkeiten. Beispielsweise konnte in einem Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleiter im mittleren Infrarot ein SP-DRO (siehe Fußnote) mit einer extrem niedrigen externen Pumpschwelle von  $P^{\text{thres}} \approx 14$  mW realisiert werden [HHS<sup>+</sup>99][Hof01].

## 5.1 Abstimmverhalten

Eine Oszillation kann nur stattfinden, wenn die nichtlineare Frequenzkonversion von Pumpwelle zu Signal- und Idlerwelle phasenangepaßt stattfindet, da es sonst zu keinen effektiven Energietransfer kommt. Folgerichtig entsprechen die groben Abstimmkurven exakt den im Abschnitt 1.6 vorgestellten Phasenangepasskurven (ABBILDUNG 1.7). Das sehr komplexe feine Abstimmverhalten wird jedoch bestimmt zum einen durch die lineare Umlaufphase (Fabry-Perot) und die nichtlineare Phase der Wechselwirkung.

Ältere Modelle zur Simulation und Berechnung des Abstimmverhaltens gehen aus von einer linearisierten Beschreibung der nichtlinearen Wechselwirkung [DSGF93] und bieten dann weitgehend analytische Lösungen der Resonatorzustände. Dieser Ansatz beschreibt gut viele Phänomene innerhalb der IOPOs wie zum Beispiel das sehr spezielle

spektrale Sprungverhalten. Ein wesentlicher Nachteil ist jedoch, dass sowohl der Einfluss der nichtlinearen Wechselwirkung auf die Phase der beteiligten Wellen als auch die Rückmischung von Signal- und Idlerwelle zur Pumpe mittels Summenfrequenzerzeugung — auch nichtlineare Reflexion genannt — nur unvollständig beschrieben werden. Andere analytische Modelle basieren auf der Annahme einer konstanten Signalwelle [CRBM92]. In Resonatoren mit hoher Güte und schwacher nichtlinearer Kopplung ist das eine gute Näherung. In IOPOs mit deutlich höheren Streuverlusten und größerer nichtlinearer Kopplung gegenüber der Freistrahloptik ist diese Annahme nicht weiter zulässig. Das Modell, das hier vorgestellt wird, ist eine vollständige numerische Beschreibung des nichtlinearen Resonators unter Berücksichtigung der kritischen Resonanzbedingung.

### 5.1.1 Lineare Resonatoreigenschaften

Die Eigenschaften des linearen Fabry-Perot-Resonators gehören zur Grundlage der Optik und sind in der Literatur sowohl im Fall ebener Wellen [Hec87] als auch im Wellenleiter [KM91] ausführlich diskutiert. Die Partialwellen innerhalb des Resonators werden in Form einer geometrischen Reihe beschrieben, deren Grenzwert analysiert wird. Alternativ kann man die Resonanzbedingung auch finden, indem ein selbstkonsistenter Resonatorumlauf gefordert wird. Im folgenden werden kurz die wesentlichen Aspekte dieser Methode diskutiert.

ABBILDUNG 5.3 zeigt schematisch das Prinzip des stationären Zustandes des Fabry-Perot-Resonators. Die innere Amplitude  $c_i$  muss sich nach einem Umlauf exakt in Phase und Amplitude reproduzieren. Das Medium wird beschrieben durch die Wellenzahl  $\beta$  und die Ausbreitungsverluste  $\alpha$ . Die Resonatorlänge sei  $L$ . Die Verspiegelungen werden

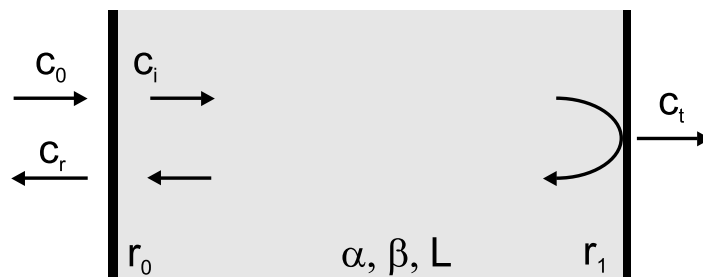


ABBILDUNG 5.3: Skizze des linearen Fabry-Perot-Resonators. Die innere Amplitude  $c_i$  muss sich nach einem Umlauf reproduzieren.

beschrieben durch die Reflexionskoeffizienten der Amplituden<sup>6</sup>  $r_i$ . Diese sind mit den Transmissionen<sup>7</sup> über

$$|r_i|^2 + |t_i|^2 = 1. \quad (5.1)$$

verknüpft. Die Forderung nach Selbstkonsistenz der Feldamplituden lässt sich leicht formulieren:

$$\begin{aligned} c_i &= c_i \exp(-i2\beta L) \exp(-\alpha L) r_1 r_0 + c_0 t_0 \\ \Rightarrow c_i &= c_0 \frac{t_0}{1 - r_0 r_1 \exp(-i2\beta L) \exp(-\alpha L)} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Aus dieser Bedingung folgt unmittelbar das Übertragungsverhalten des Resonators:

$$\begin{aligned} c_t &= c_0 \frac{t_0 t_1 \exp(-i\beta L) \exp\left(-\frac{\alpha}{2}L\right)}{1 - \exp(-i2\beta L) \exp(-\alpha L) r_0 r_1} \\ \Rightarrow \left| \frac{c_t}{c_0} \right|^2 &= \frac{(1 - R_0)(1 - R_1) \exp(-\alpha L)}{1 - 2\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L) + R_0 R_1 \exp(-2\alpha L) \cos(2\beta L)} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} c_r &= c_0 \frac{t_0 t_0 r_1 \exp(-i2\beta L) \exp(-\alpha L)}{1 - \exp(-i2\beta L) \exp(-\alpha L) r_0 r_1} - r_0 c_0 \\ \Rightarrow \left| \frac{c_r}{c_0} \right|^2 &= \frac{R_0 + R_1 \exp(-2\alpha L) - 2\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L) \cos(2\beta L)}{1 - 2\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L) + R_0 R_1 \exp(-2\alpha L) \cos(2\beta L)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Die Quotienten  $|c_t/c_0|^2$  und  $|c_r/c_0|^2$  werden Transmission  $T$  und Reflexion  $R$  des Resonators genannt. Ein Resonator ist in Resonanz wenn sich die Phase der umlaufenden Welle bis auf ein Vielfaches von  $2\pi$  reproduziert. In diesem Fall ist die Transmission maximal und die Reflexion minimal. Man nennt die Welle dann auch schlicht resonant.

Das linke Diagramm in ABBILDUNG 5.4 zeigt die Transmission eines integriert optischen Fabry-Perot-Resonators als Funktion der Wellenlängenverstimmung  $\Delta\lambda$  um den Arbeitspunkt  $\lambda = 2915$  nm. Die Länge des Resonators ist  $L = 80$  mm und die Streuverluste betragen 0.03 dB/cm. Zusätzlich ist der freie Spektralbereich<sup>8</sup> eingezeichnet.

<sup>6</sup>Der Reflexionskoeffizient der Leistung berechnet sich gemäß  $R_i = |r_i|^2$ .

<sup>7</sup>Es werden verlustfreie Verspiegelungen angenommen.

<sup>8</sup>engl.: Free Spectral Range (FSR)

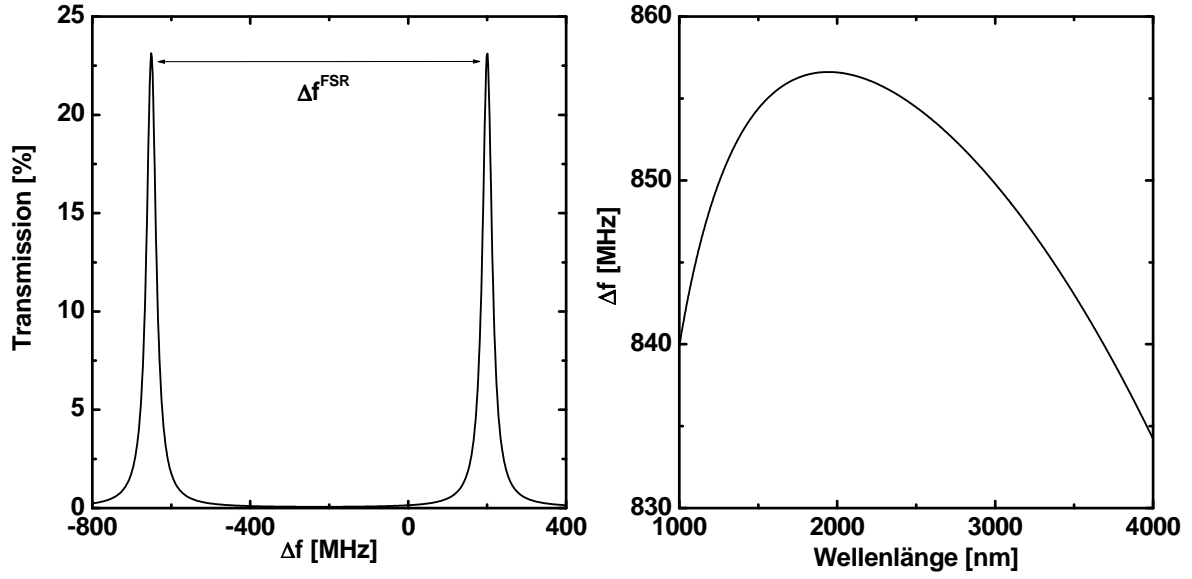


ABBILDUNG 5.4: **Links:** Transmission eines  $\text{Ti:LiNbO}_3$ -Wellenleiterresonators mit  $R_0 = R_1 = 95\%$  und einer Länge von  $L = 80$  mm als Funktion der Frequenzverstimung um den Arbeitspunkt  $f_s = 102.91$  THz (2915 nm). Die Streuverluste sind 0.03 dB/cm. **Rechts:** Verlauf des FSR eines 80 mm langen Wellenleiterresonators als Funktion der Wellenlänge.

Als freien Spektralbereich bezeichnet man den Frequenzabstand zweier longitudinaler Moden:

$$2 \{ \beta(f_0 + \Delta f^{\text{FSR}}) - \beta(f_0) \} L \approx 2 \left. \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right|_{2\pi f_0} \cdot 2\pi \Delta f^{\text{FSR}} L = 2\pi$$

$$\rightarrow \Delta f^{\text{FSR}} = \frac{1}{2L} v^g. \quad (5.5)$$

Das rechte Diagramm in ABBILDUNG 5.4 zeigt den freien Spektralbereich eines  $\text{Ti:LiNbO}_3$ -Streifenwellenleiters als Funktion der Wellenlänge. Die Resonatorlänge beträgt 80 mm. Der freie Spektralbereich hat ein Maximum bei  $\lambda = 1946$  nm und  $\Delta f^{\text{FSR}} = 857$  MHz. Mit steigender und fallender Wellenlänge verhält sich der FSR streng monoton.

Ein weiteres wesentliches Kriterium zur Beschreibung von Fabry-Perot-Resonatoren ist die Finesse [KM91]. Die Finesse ist das Verhältnis des freien Spektralbereichs  $\Delta f^{\text{FSR}}$  zur Halbwertsbreite der Transmission des Resonators  $\Delta f^{\text{HB}}$ :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta f^{\text{FSR}}}{\Delta f^{\text{HB}}} \quad (5.6)$$

Die Halbwertsbreite ergibt sich nach kurzer Rechnung aus (5.3) aus der Bedingung

$$\left| \frac{c_t(f_R + \Delta f^{\text{HB}}/2)}{c_t(f_R)} \right|^2 = \frac{1}{2} \quad (5.7)$$

$f_R$  sei die Frequenz einer resonanten Welle am Arbeitspunkt. Es folgt:

$$\Delta f^{\text{HB}} = -\frac{c_0}{\lambda^2} \Delta \lambda^{\text{HB}} = \frac{v^g}{2\pi L} \arccos \left\{ \frac{4\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L) - R_0 R_1 \exp(2\alpha L) - 1}{2\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L)} \right\} \quad (5.8)$$

Es folgt dann für die Finesse:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{\arccos \left\{ \frac{4\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L) - R_0 R_1 \exp(2\alpha L) - 1}{2\sqrt{R_0 R_1} \exp(-\alpha L)} \right\}} \quad (5.9)$$

Eine hohe Finesse bedeutet immer auch geringe Umlaufverluste und damit eine geringe Pumpschwelle. Typische gute Werte in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Resonatoren liegen zwischen 20 (nahes Infrarot) und 30 (mittleres Infrarot).

### 5.1.2 Konzept zur numerischen Beschreibung des Abstimmverhaltens

Zur Berechnung der stationären Zustände der Resonatoren im nichtlinearen Fall der parametrischen Oszillation wird das Konzept des selbstkonsistenten Feldes eingesetzt. Als Basis zur Berechnung eines Resonatorumlaufts dient hier das numerisch leicht auswertbare DGL-System (2.21)-(2.23). Im allgemeinen hat die nichtlineare Wechselwirkung Einfluss auf die Phase der beteiligten Wellen. Der Anteil an der Phase aufgrund der nichtlinearen Wechselwirkung sei  $\phi^{\text{nl}}$ . Im selbstkonsistenten Fall muß nach einem Resonatorumlauf für die Phase einer Welle mit der Wellenzahl  $\beta$  gelten:

$$\phi^{\text{nl}} + 2\beta L = 2\pi N \quad (5.10)$$

$N$  sei eine ganze Zahl und  $L$  die Resonatorlänge.

Zwei Mechanismen haben eine nichtlineare Phase zur Folge. Eine nichtverschwindende Phasenfehlanpassung  $\Delta\beta$  führt zu einer Phasenverschiebung der treibenden nichtlinearen Polarisation gegenüber der sich ausbreitenden Welle. Wenn die Periode der Domäneninversion so gewählt wird, dass die Phasenfehlanpassung im Arbeitspunkt  $f_p^0$  (Frequenz der Pumpwelle),  $f_s^0$  (Frequenz der Signalwelle) und  $f_p^0 - f_s^0$  (Frequenz der Idlerwelle) verschwindet, wird die Phasenfehlanpassung bei fester Pumpfrequenz letztlich bestimmt durch die Verstimmung  $\Delta f_s$  der Signalfrequenz. Wie bereits in Kapitel 2 diskutiert, unterscheidet sich die DFG ( $\phi^{\text{rel}} = -\pi/2$ ) nur durch die relative Phase

$$\phi^{\text{rel}} = \arg(c_p) - \arg(c_s) - \arg(c_i) \quad (5.11)$$

von der SFG ( $\phi^{\text{rel}} = \pi/2$ ). Für eine beliebige relative Phase kommt es zu einem Mischprozess, der auf die Phase der beteiligten Wellen rückwirkt.

Neben der Phase müssen sich die Amplituden während eines Umlaufs reproduzieren. Die Konsistenz von Phase und Amplitude zweier Wellen lässt sich zusammenfassen zu einem Vektor des  $\mathbb{R}^4$ :

$$\vec{F}(|c_s^0|, |c_i^0|, \phi^{\text{rel}}, \Delta f_s) = \begin{pmatrix} 10 \cdot \log \left\{ \frac{|c_s^{\text{Umlauf}}|^2}{|c_s^0|^2} \right\} \\ \sin \left\{ \frac{1}{2} (\arg(c_s^{\text{Umlauf}}) - 2\beta(f_s^0 + \Delta f_s)L) \right\} \\ 10 \cdot \log \left\{ \frac{|c_i^{\text{Umlauf}}|^2}{|c_i^0|^2} \right\} \\ \sin \left\{ \frac{1}{2} (\arg(c_i^{\text{Umlauf}}) - \phi^{\text{rel}} - 2\beta(f_p - f_s^0 - \Delta f_s)L) \right\} \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (5.12)$$

Die erste und dritte Komponente des Vektors sind die Umlaufverstärkungen beider Wellen in dB. Die Darstellung in dB hat sich bewährt, da sie numerisch sehr stabil ist. Die zweite und vierte Komponente stellen sicher, dass sich die Phasen beider resonanter Wellen nach dem Umlauf nur um ein Vielfaches von  $2\pi$  von den Phasen vor dem Umlauf unterscheiden.  $|c_{s,i}^0|$  sind die Amplituden von Signal- und Idlerwelle vor einem Resonatorumlauf. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann angenommen werden, dass  $\arg(c_p^0) = \arg(c_s^0) = 0$  gilt. Die Frequenz der Idlerwelle bestimmt sich dann zu

$$f_i = f_p^0 - f_s^0 - \Delta f_s. \quad (5.13)$$

Lösungen für (5.12) lassen sich mit bekannten mathematischen Methoden<sup>9</sup> finden. Man erhält einen Satz möglicher Zustände für diskrete Frequenzverstimungen  $\Delta f_s$ . AB-BILDUNG 5.5 zeigt ein Lösungsspektrum für eine feste Pumpfrequenz. Gezeigt wird die generierte Idlerleistung als Funktion der Frequenzverstimung  $\Delta f_s$  bei einer Pumpleistung von 50 mW und einer festen Pumpwellenlänge von  $\lambda_p = 1540$  nm. Zu jedem Punkt gibt es ein Frequenztriple, für das eine selbstkonsistente Lösung existiert. Das rechte Diagramm zeigt einen Ausschnitt dieser Lösungsmenge. Zusätzlich sind die Fabry-Perot-Resonanzen von Signal- und Idlerwelle eingetragen. Die Resonanzen sind so aufgetragen, dass zu einer bestimmten Signalfrequenz die Transmission der Signalwelle und die der zugehörigen Idlerwelle unter Erfüllung der Bedingung (1.54) bei einer festen Pumpfrequenz gezeigt wird. Wie man leicht erkennt sind selbstkonsistente Lösungen nur möglich, wenn sowohl Signal- als auch Idlerwelle eine leichte Frequenzverstimung

<sup>9</sup>Als Basis dient hier das wohlbekannte Standard-Newtonverfahren [PTVF93] in Kombination mit Monte-Carlo Startpunkten. Ein modernes Verfahren ist z.B. [DSS02].

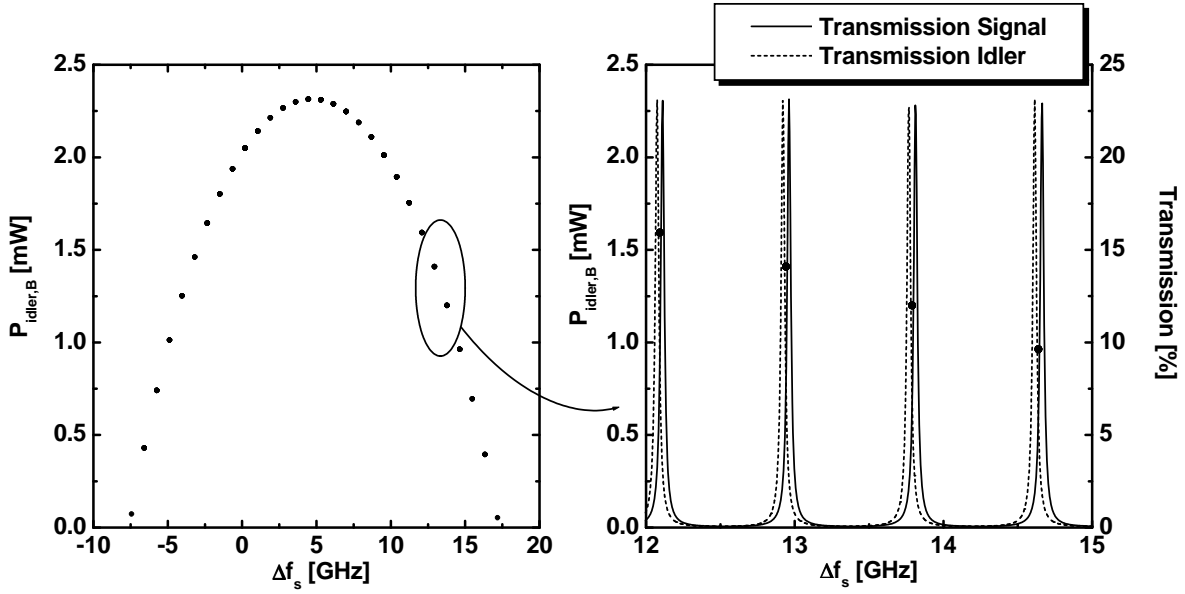


ABBILDUNG 5.5: **Links:** Ein typisches Lösungsbild eines symmetrischen DRO mit  $R = 95\%$ ,  $0.1\text{ dB/cm}$  bzw.  $0.03\text{ dB/cm}$  Streuverlusten für die Pumpe bzw. für Signal und Idler bei einer Resonatorlänge von  $L = 80\text{ mm}$ . Der Index B bezeichnet wie in der Einleitung beschrieben die Seite, an der die Pumpwelle nicht eingekoppelt wird. Aufgetragen ist die emittierte Idlerleistung als Funktion der Signalverstimmung  $\Delta f_s$ . Die Pumpleistung beträgt  $50\text{ mW}$ . **Rechts:** Ein Ausschnitt der Lösungsmenge ist mit den Transmissionen für Signal- und Idlerwelle hinterlegt. Die Frequenzen von Signal und Idler sind diametral aufgetragen, d. h. die Frequenzen von Signal- und Idlerwelle genügen in jedem Punkt Bedingung (1.54).

von  $\delta f_{s,i}$  gegenüber der Resonanz haben. Dieser Punkt wird im Folgenden noch genauer analysiert.

Ähnlich dem Prinzip des Lasers wird der OPO auf den Moden oszillieren, deren Verstärkung und damit Ausgangsleistung maximal ist. Bei kleinen Pumpleistungen knapp oberhalb der Schwelle ist das genau das Paar mit der geringsten Verstimmung gegenüber Resonanz und dem kleinsten Abstand von der idealen Phasenanpassung. Bei großen Pumpleistungen und somit einer großen internen Verstärkung wird ein anderes Verhalten beobachtet. Das soll ausführlich in dem kommenden Abschnitt diskutiert werden.

### 5.1.3 Diskussion

Wegen (1.54) kann die Bedingung gleichzeitiger Resonanz nur für bestimmte Frequenztriple erfüllt werden. ABBILDUNG 5.6 zeigt schematisch die Überlagerung der longitu-



dinalen Resonatormoden von Signal- und Idlerwelle. Die Transmissionen beider Wellen sind gegenläufig aufgetragen (wie in ABBILDUNG 5.5), so dass die Summe zweier übereinander angeordneter Frequenzen stets der Pumpfrequenz entspricht. Zusätzlich ist die Verstärkungskurve des nichtlinearen Konversionsprozesses angedeutet. Aufgrund der Dispersion des FSR (ABBILDUNG 5.4) haben Signal- und Idlerwelle unterschiedliche longitudinale Modenabstände  $\Delta f^{\text{FSR}}$ , welche im Vergleich zur Verstärkungsbandbreite klein sind. Durch die unterschiedlichen Modenabstände kommt es zu einer Schwebung der Resonanzverstimmung. Durch diese Schwebung findet man innerhalb der Verstärkungsbandbreite Arbeitspunkte, an denen die Resonanzen von Signal- und Idlerwelle nahezu übereinstimmen. Den Abstand zwischen zwei Übereinstimmungen nennt man Clusterfrequenz. Die Clusterfrequenz  $\Delta f^{\text{Cluster}}$  lässt sich leicht abschätzen [TH94]:

$$\begin{aligned}\Delta f^{\text{CL}} &= n \cdot \Delta f_s^{\text{FSR}} \\ \Delta f^{\text{CL}} &= (n \pm 1) \cdot \Delta f_i^{\text{FSR}} \\ \Rightarrow \Delta f^{\text{CL}} &= \left| \frac{1}{1/\Delta f_s^{\text{FSR}} - 1/\Delta f_i^{\text{FSR}}} \right|\end{aligned}\quad (5.14)$$

Mit (5.5) folgt unmittelbar:

$$\Delta f^{\text{CL}} = \frac{1}{2L} \left| \frac{v_s^g \cdot v_i^g}{v_s^g - v_i^g} \right| \quad (5.15)$$

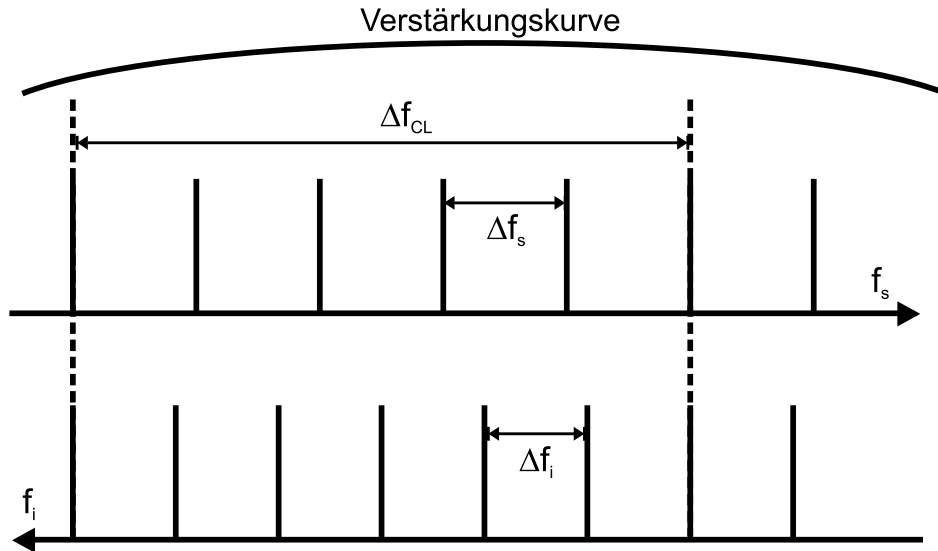


ABBILDUNG 5.6: Schematische Darstellung der longitudinalen Modenüberlagerung im DRO. Schematisch ist angedeutet, dass die Verstärkungskurve sehr breit im Vergleich zum longitudinalen Modenabstand ist.

Der Clusterabstand  $\Delta f^{\text{CL}}$  divergiert im entarteten Fall  $v_s^g \rightarrow v_i^g$ .

Sowohl Signal- als auch Idlerwelle müssen Bedingung (5.10) erfüllen. In einem symmetrischen Resonator<sup>10</sup> entspricht in jedem Punkt  $z$  das Verhältnis der Leistungen von Signal- und Idlerwelle dem Verhältnis der Frequenzen:

$$\frac{P_s}{P_i} = \frac{f_s}{f_i} \quad (5.16)$$

In diesem Fall kann man leicht zeigen, dass für die nichtlinearen Phasen von Signal und Idler gilt:

$$\phi_s^{\text{nl}} = \phi_i^{\text{nl}} = \delta \quad (5.17)$$

Das heißt, dass Signal- und Idlerwelle um die gleiche Phase  $\delta$  aus der idealen Resonanz verstimmt sein müssen, um die nichtlineare Phase zu kompensieren. Die Verstimmung  $\delta$  lässt sich durch das erste Glied der Taylorreihe der Wellenzahl ausdrücken:

$$\delta = 2 \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \Big|_{\omega_s, \omega_i} L \cdot \delta \omega_{s,i} = \frac{2L}{v_{s,i}^g} \cdot 2\pi \delta f_{s,i} \quad (5.18)$$

$\delta f_{s,i}$  ist die Frequenzverstimmung der Signal- bzw. Idlerwelle gegenüber der passiven Resonanz. Es folgt unmittelbar, dass sich das Verhältnis der Frequenzverstimmungen in einem symmetrischen Resonator proportional zum Verhältnis der Gruppengeschwindigkeiten verhält:

$$\frac{\delta f_s}{\delta f_i} = \frac{v_s^g}{v_i^g}. \quad (5.19)$$

Mit dieser Voraussetzung lässt sich der Frequenzabstand  $\Delta f^{\text{OPO}}$  stationärer Lösungen abschätzen. Nimmt man an, dass die Signalwelle eine kleinere Gruppengeschwindigkeit besitzt als die Idlerwelle, so folgt die Bedingung

$$\Delta f^{\text{OPO}} - \Delta f_s^{\text{FSR}} = \delta f_s^N - \delta f_s^{N+1} \quad (5.20)$$

$$\Delta f_i^{\text{FSR}} - \Delta f^{\text{OPO}} = \delta f_i^N - \delta f_i^{N+1}. \quad (5.21)$$

Die Differenz zwischen dem Frequenzabstand  $\Delta f^{\text{OPO}}$  und den freien Spektralbereichen muss der Differenz der Frequenzverstimmungen der  $N$ -ten und der  $N+1$ -ten Resonanz entsprechen. Die Bedingung  $\Delta f_s^{\text{FSR}} < \Delta f^{\text{OPO}} < \Delta f_i^{\text{FSR}}$  ist eine plausible Annahme. Verwendet man (5.19), folgt unmittelbar:

$$\frac{1}{v_s^g} \cdot \{\Delta f^{\text{OPO}} - \Delta f_s^{\text{FSR}}\} = \frac{1}{v_i^g} \cdot \{\Delta f_i^{\text{FSR}} - \Delta f^{\text{OPO}}\} \quad (5.22)$$

---

<sup>10</sup>Sowohl Streuverluste als auch Reflektivitäten sind identisch für Signal- und Idlerwelle.

Setzt man (5.5) ein, folgt schließlich ein Ausdruck für den Frequenzabstand longitudinaler DRO-Moden:

$$\Delta f^{\text{OPO}} = \frac{1}{L} \frac{v_s^g \cdot v_i^g}{v_s^g + v_i^g} \quad (5.23)$$

Der Modenabstand wurde unter der Annahme einer festen Pumpfrequenz hergeleitet. Diese Bedingung ist nicht erfüllt, wenn der OPO durchgestimmt wird. Da jedoch der Frequenzabstand groß ist gegenüber der Frequenzverstimmung der Pumpwelle,<sup>11</sup> ist es eine sehr gute Näherung für die beobachtbaren Modensprünge. Als Abstimmsteilheit wird die Steigung der Signalfrequenz als Funktion der Pumpfrequenz innerhalb eines Frequenz-Clusters bezeichnet [TH94][Hof01]:

$$s = \left. \frac{\partial f_s}{\partial f_p} \right|_{\text{CL}} = 1 - \left. \frac{\partial f_i}{\partial f_p} \right|_{\text{CL}} \approx \frac{\Delta f_s^{\text{FSR}}}{\Delta f_s^{\text{FSR}} - \Delta f_i^{\text{FSR}}} = \frac{v_s^g}{v_i^g - v_s^g} \quad (5.24)$$

Wie der Clusterabstand divergiert auch die Abstimmsteilheit, wenn die Gruppengeschwindigkeiten von Signal- und Idlerwelle identisch sind.

ABBILDUNG 5.7 zeigt das Verhalten eines symmetrischen SP-DRO unter Durchstimmung der Pumpfrequenz. Die Resonatorlänge beträgt  $L = 80$  mm und der Arbeitspunkt

<sup>11</sup>Modensprünge um 1 GHz treten auf, wenn die Pumpfrequenz im Bereich um 10 MHz verändert wird.

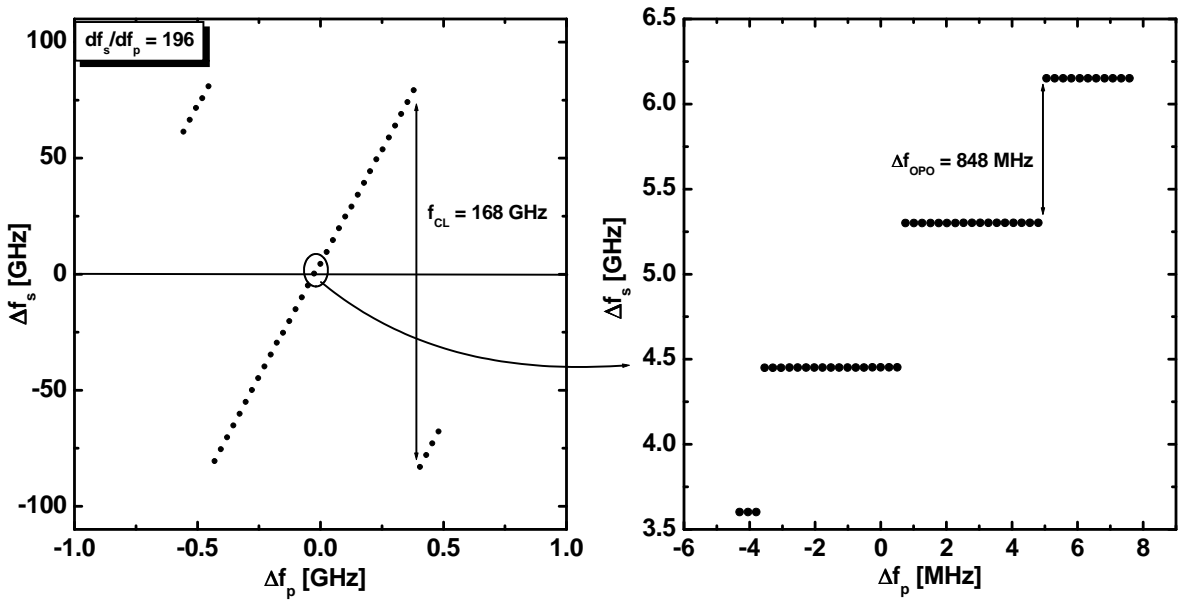


ABBILDUNG 5.7: Feinabstimmverhalten eines DRO mit  $R_i = R_s = 95$  %. Der Arbeitspunkt ist  $f_p = 194.80$  THz (1540 nm),  $f_s = 102.91$  THz (2915 nm) und  $f_i = 91.89$  THz (3264.8 nm). Das rechte Bild zeigt explizit die Modensprünge des Resonators.

liegt bei  $f_p = 194.80$  THz (1540 nm),  $f_s = 102.91$  THz (2915 nm) und  $f_i = 91.89$  THz (3264.8 nm). Die Pumpleistung ist  $P_p = 50$  mW, was ungefähr dem 5-fachen der Pumpschwelle entspricht. Mit einem Verlust von 0.03 dB/cm für Signal und Idler ergibt sich eine Finesse von  $\mathcal{F} = 27.5$ . Das linke Bild zeigt die Abstimmsteilheit  $s = 196$ . Im Experiment wurde eine Abstimmsteilheit von  $s = 163$  ermittelt [Hof01]. Der Clusterabstand beträgt  $\Delta f^{\text{CL}} = 168$  GHz. Der experimentelle Wert war  $\Delta f^{\text{CL}} = 180$  GHz. Das Verhalten entspricht dem erwarteten Schwebungsverhalten, welches oben nur unter Einbeziehung linearer Optik erklärt wurde. Das Vorzeichen der Steigung innerhalb eines Clusters wird bestimmt durch das Verhältnis der freien Spektralbereiche. In dem gewählten Arbeitspunkt ist die besondere Situation, dass  $n_{\text{eff},s} > n_{\text{eff},i}$ , aber  $n_s^g < n_i^g$  gilt. Das rechte Bild zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der Feinabstimmkurve. Die einzelnen longitudinalen Modensprünge sind aufgelöst und es ergibt sich eine treppenförmige Durchstimmung. In dem Diagramm hat es den Anschein, als sei die Signalfrequenz konstant zwischen den Modensprüngen. Man muss jedoch beachten, dass die Skalen von Ordinate und Abszisse sich um drei Größenordnungen unterscheiden. Die Frequenzsprünge entsprechen (5.23).

An dieser Stelle sei erwähnt, dass das experimentelle Abstimmverhalten [Her91] eines DRO nicht bis ins Detail erklärt werden konnte. Im Experiment wurde beobachtet, dass die Abstimmsteilheit während des Durchstimmens nicht konstant ist. Die Ursache

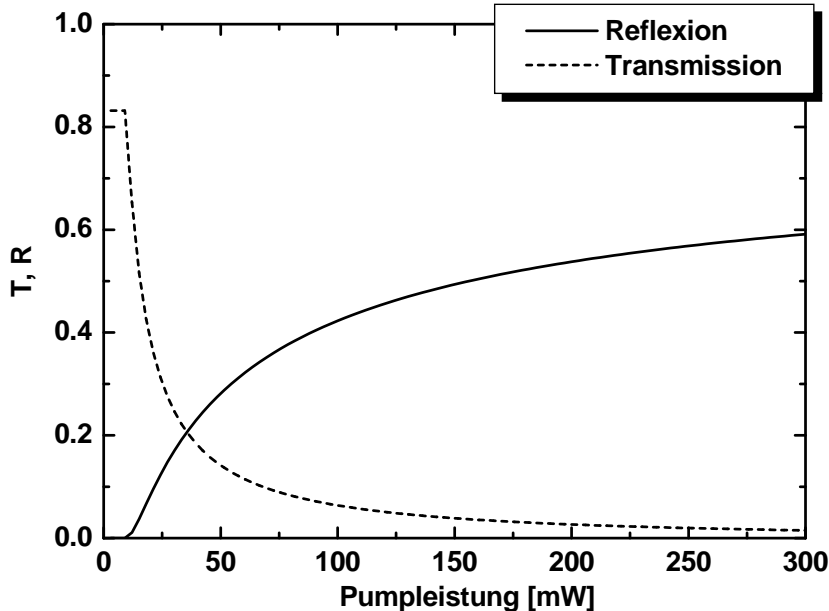


ABBILDUNG 5.8: Transmission und nichtlineare Reflexion des DRO als Funktion der Pumpleistung.

dieses Verhaltens kann demnach nicht eine nichtlinear aufgeprägte Phase sein, da der Einfluß der nichtlinearen Wechselwirkung auf die Phase in dem Modell exakt beschrieben wird.

Das bisher beschriebene Feinabstimmverhalten ist bekannt und — wie bereits erwähnt — eine unmittelbare Folge der Schwebung der Resonanzen von Signal- und Idlerwelle [ENKB91]. Mit steigender Pump- und damit mit steigender Signal- und Idlerleistung ändert sich das Abstimmverhalten. ABBILDUNG 5.8 zeigt die Leistung der via Summenfrequenzerzeugung generierten Pumpwelle als Funktion der eingestrahlichten Pumpleistung. Zudem ist die transmittierte Leistung aufgetragen. Die Leistung ist normiert auf die eingestrahlte Leistung, es ergeben sich also Werte für Transmission und Reflexion. Bei dieser Berechnung ist der Arbeitspunkt so gewählt, dass sowohl Signal- als auch Idlerwelle resonant sind und dass die Phasenfehlانpassung verschwindet. Hohe interne Leistungen von Signal- und Idlerwelle haben eine starke Rückmischung zur Folge. Zum Beispiel werden bei einer Pumpleistung von 100 mW ungefähr 40 % der Pumpleistung auf diese Weise nichtlinear reflektiert. Das hat zur Folge, dass die Umlaufverstärkung deutlich reduziert wird. ABBILDUNG 5.9 zeigt die emittierte Idlerleistung der möglichen selbstkonsistenten Zustände als Funktion der Frequenzverstimmung  $\Delta f_s$  für eine Pumpleistung von 100 mW. Der Arbeitspunkt entspricht dem vorherigen Fall. Hin-

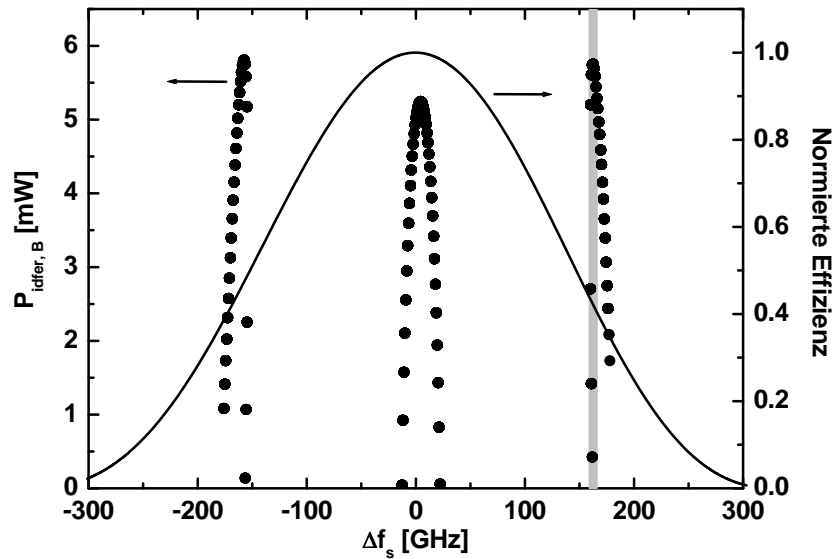


ABBILDUNG 5.9: Idler-Ausgangsleistung an der Transmissionsseite selbstkonsistenter Resonatorzustände aufgetragen über die Signalfrequenzverstimmung. Hinterlegt ist die normierte Verstärkungskurve der Differenzfrequenzerzeugung. Der grau hinterlegte Bereich wird unten näher analysiert.

terlegt ist die normierte Konversionseffizienz der Differenzfrequenzerzeugung. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Umlaufverstärkung bei einer signifikanten Phasenfehl-anpassung größer ist als im Arbeitspunkt bei  $\Delta\beta = 0$ . Das verwundert umso mehr, da die normierte Konversionseffizienz auf ungefähr 30 % abgefallen ist. Die normierte Konversionseffizienz wird jedoch berechnet unter der Annahme, dass nur zwei Wellen — Signal und Idler — eingestrahlt werden. Damit ist die Phase der Idlerwelle ein freier Parameter. Die Situation im Resonator ist eine andere. Im stationären Zustand sind Pump-, Signal- und Idlerwelle bei  $z = 0$  bestimmt. In diesem Fall hängt der Verlauf der

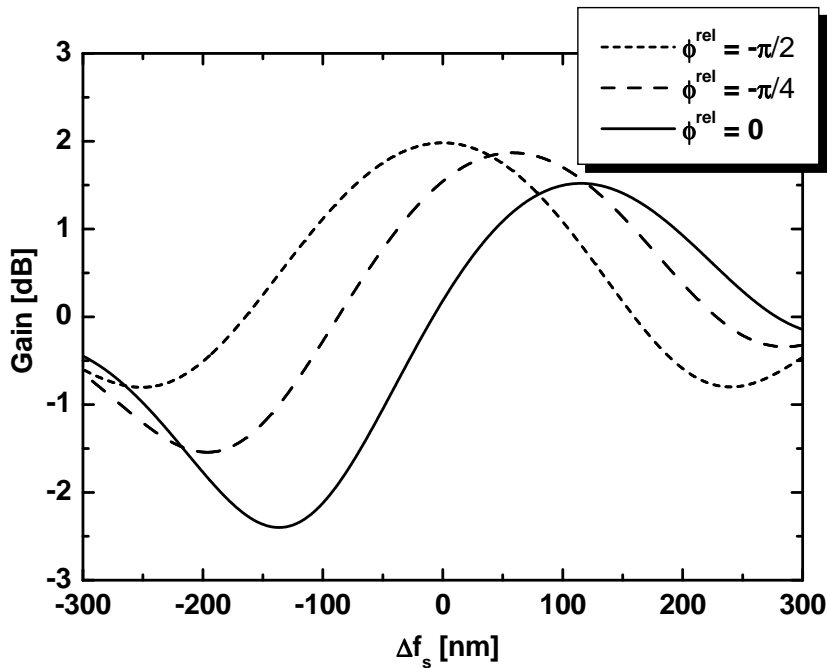


ABBILDUNG 5.10: Verstärkung als Funktion der Frequenzverstimmung bei einer Wechselwirkungsstrecke von 80 mm bei 100 mW Pumpleistung und jeweils 50 mW Eingangsleistung von Signal und Idler. Als Parameter dient die relative Phase  $\phi^{\text{rel}}$  (1.68).

Verstärkungskurve von der relativen Phase  $\phi^{\text{rel}}$  oder wie hier von der Phase der Idlerwelle bei  $z = 0$  ab. Im Fall  $\phi^{\text{rel}} = -\pi/2$  kommt es zur reinen Differenzfrequenzerzeugung, im Fall  $\phi^{\text{rel}} = 0$  findet in der Phasen Anpassung keine Konversion statt, da sich dann die konstruktiv und destruktiv interferierenden Partialwellen der nichtlinearen Polarisat-ion aufheben, oder, es findet gleichermassen Differenz- und Summenfrequenzerzeugung statt. Wenn sich in diesem Fall die Phasenfehl-anpassung (bzw. die Frequenzverstim-mung) ändert, bekommt entweder die DFG oder die SFG eine höhere Gewichtung; die Folge ist eine asymmetrische Verstärkung. In Rückwärtsrichtung sind anfangs nur die

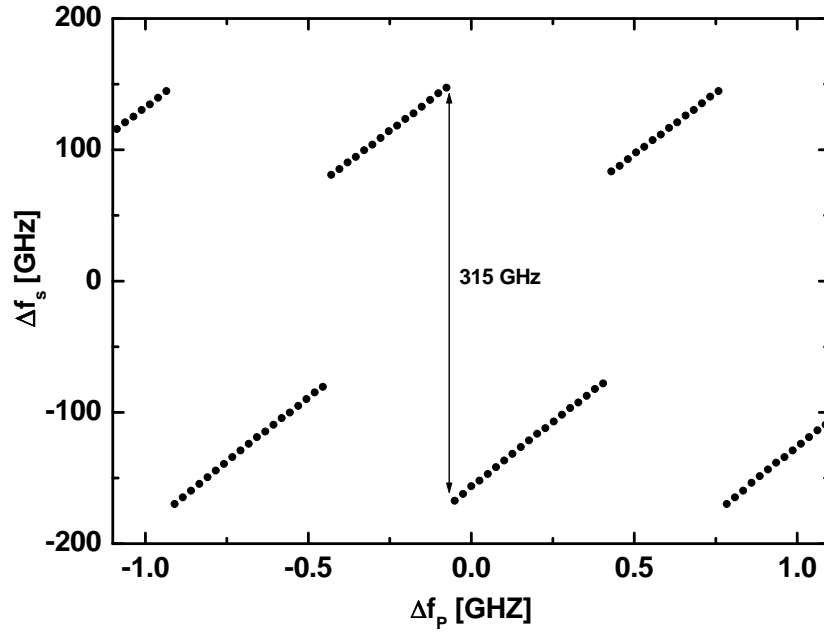


ABBILDUNG 5.11: *Feinabstimmverhalten des DRO bei einer Pumpleistung von 100 mW. Der Arbeitspunkt ist identisch mit dem in ABBILDUNG 5.7.*

Signal- und Idlerwelle vorhanden, die Phase der Pumpwelle ist demnach unbestimmt. Die Rückmischung ist immer im Fall  $\Delta\beta = 0$  maximal.

ABBILDUNG 5.11 zeigt das Feinabstimmverhalten des OPOs im gleichen Arbeitspunkt wie im vorherigen Fall bei einer Pumpleistung von 100 mW. Eine Emission im Bereich  $\Delta\beta = 0$  findet nicht statt. Je nach Phasenlage bzw. Pumpfrequenz findet die Oszillation in Bereichen mit positiver bzw. negativer Phasenfehlanpassung statt. Das hat zur Folge, dass die Oszillationsfrequenz über zwei Clusterabstände springt, die Sägezahnstruktur spaltet auf in eine Doppelstruktur.

ABBILDUNG 5.12 veranschaulicht dieses Abstimmverhalten. Bereiche rechts (positive Phasenfehlanpassung) und links (negative Phasenfehlanpassung) der Phasen Anpassung weisen eine größere Umlaufverstärkung auf, da die nichtlineare Rückmischung zur Pumpwelle durch die Phasenfehlanpassung reduziert ist.

Eine genaue Analyse ergibt, dass die Oszillationsfrequenz nicht exakt über zwei Cluster springt:

$$\frac{315 \text{ GHz}}{168 \text{ GHz}} = 1.875 \quad (5.25)$$

Emission tritt bei der Frequenz auf, bei der die relative Phase  $\phi^{\text{rel}}$  und die Phasenfehlanpassung (reduzierte Rückmischung) die größte Umlaufverstärkung haben. Bei großen internen Leistungen hat das eine signifikante nichtlineare Phase zur Folge. Die-

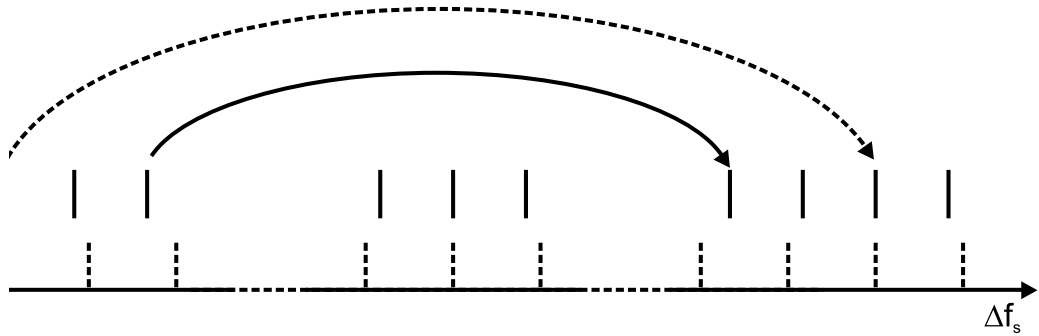


ABBILDUNG 5.12: Skizze des Sprungverhaltens im Zweicluster-Betrieb. Die gestrichelte Linie markiert den Abstand zweier übereinstimmender Resonanzen. Die durchgezogene Linie zeigt den Sprung unter Berücksichtigung der Korrektur. Eine signifikante Verstimmung der Resonanzen von Signal- und Idlerwelle wird bevorzugt. Die OPO weicht jeweils in Richtung kleinerer Phasenfehlanpassung aus. In der Mitte befindet sich der Bereich um  $\Delta\beta = 0$ .

se nichtlineare Phase muss im stationären Zustand durch eine Resonanzverstimmung kompensiert werden. Dies wird sehr anschaulich in ABBILDUNG 5.13. Es wird jeweils die emittierte Idlerleistung der stationären Zustände des DRO als Funktion der Frequenzverstimmung  $\Delta f_s$  gezeigt. Hinterlegt sind die Transmissionen von Signal- und Idlerwelle für den linearen Resonator. Die Transmissionen von Signal- und Idlerwelle sind diametral aufgetragen, so dass die Summe aus Signal- und Idlerfrequenz konstant ist. Der Arbeitspunkt mit der geringsten Verstimmung von Signal- und Idlerresonanz zueinander befindet sich am rechten Rand des Diagramms. Maximale Konversion lässt sich aber bei einer Resonanz mit größerer Verstimmung beobachten (fünfte von links). Dadurch wird der effektive Clusterabstand verkleinert.



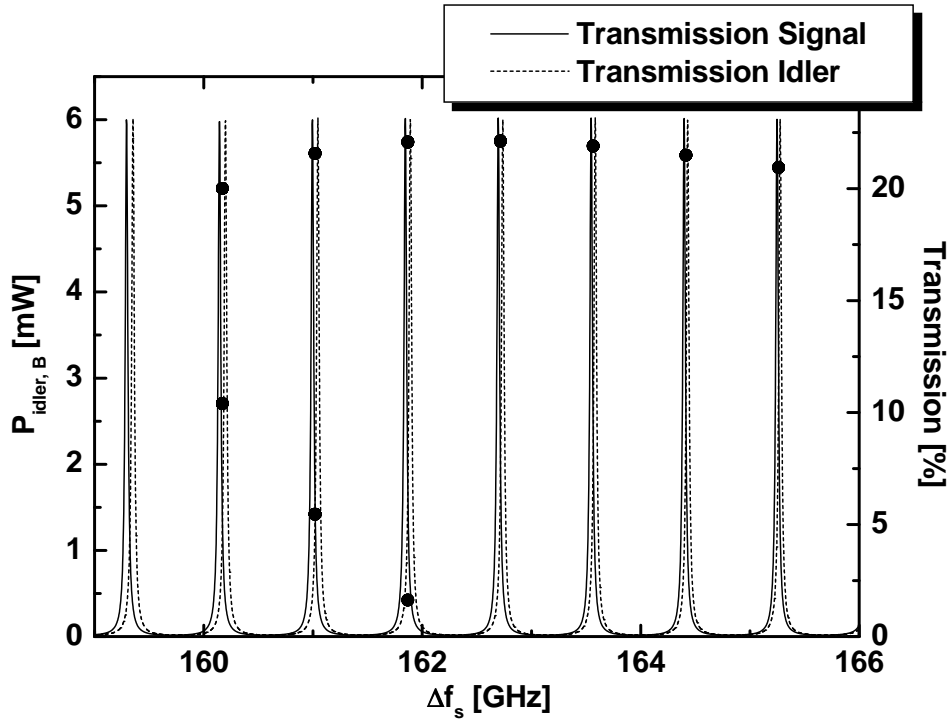


ABBILDUNG 5.13: Emittierte Idlerleistung stationärer Lösungen des DRO für verschiedene Frequenzverstimungen  $\Delta f_s$  bei einer Pumpleistung von 100 mW. Hinterlegt sind jeweils die Transmissionen für Signal- und Idlerwelle des passiven Resonators. Signal- und Idlerfrequenz sind diametral aufgetragen, so dass die Summe aus Signal- und Idlerfrequenz konstant ist. Am rechten Rand erkennt man den Arbeitspunkt mit der geringsten Resonanzverstimung von Signal- und Idlerwelle zueinander. Maximale Konversion wird erreicht bei  $\Delta f_s \approx 162.7$  GHz.

## 5.2 Synchron gepumpte parametrische Oszillatoren

Neben dem kontinuierlichen Betrieb lassen sich auch gepulste Quellen verwenden, um optisch parametrische Oszillatoren zu betreiben. Man spricht von synchronem Pumpen, wenn die Umlaufzeit innerhalb des Resonators einem ganzzahligen Vielfachen des zeitlichen Abstandes der Pumppulse entspricht.

Die Basis der Modellierung des dynamischen Verhaltens synchron gepumpter OPOs ist das Verfahren zur Modellierung optisch parametrischer Fluoreszenz. Die Verstärkung der spontanen Fluoreszenz wird iterativ durchlaufen, bis sich ein stationärer Zustand einstellt. Als stationär wird angesehen, wenn sich die Energie des generierten Pulses nach einem weiteren Umlauf nur um eine bestimmte Toleranz (z.B.  $10^{-8}$ ) ändert [RNW98]. ABBILDUNG 5.14 veranschaulicht dieses Prinzip. Die Synchronisation der Pumppulse mit den Resonatorumläufen geschieht über die Retardierungsgeschwin-

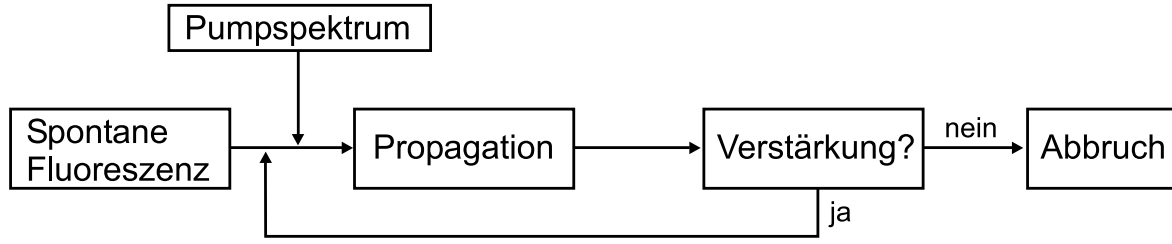


ABBILDUNG 5.14: Algorithmus zur Berechnung synchron gepumpter OPOs.

digkeit  $v_r$  (1.71).  $v_r$  bestimmt die Geschwindigkeit, mit der das gewählte Zeitfenster mitbewegt wird. Unterschiedliche Gruppengeschwindigkeiten machen sich dann durch eine Verschiebung relativ zu diesem Zeitfenster bemerkbar. Als Beispiel, will man eine Verstimmung von  $\Delta t$  gegenüber einem Signal berücksichtigen, welches sich mit der Gruppengeschwindigkeit  $v^g$  ausbreitet, berechnet sich  $v_r$  wie folgt:

$$v_r = \left\{ \frac{1}{v^g} + \frac{\Delta t}{2L} \right\}^{-1} \quad (5.26)$$

Damit folgt für den zeitlichen Abstand  $T$  der Pumppulse:

$$T = \frac{2L}{v_r} \quad (5.27)$$

Die Wiederholrate ist definiert als Pumppulse pro Zeiteinheit:

$$R = \frac{1}{T} \quad (5.28)$$

Es wird bei den Berechnungen vorausgesetzt, dass jeweils die zentralen Frequenzen von Signal- und Idlerwelle resonant sind. Ansonsten wird die Dispersion vollständig durch die beschreibende Gleichungen erfasst. Des weiteren handelt es sich hier eine Einzelpuls-Analyse. Die Auflösung wird bestimmt durch die Breite des Zeitfensters. Eine Auflösung des Spektrums eines gepulsten Signals würde eine Fensterbreite von einem Vielfachen des Pulsabstandes und eine sehr feine Diskretisierung bedeuten, was zu extrem langen Rechenzeiten führen würde. Die Faltungsintegrale im Frequenzbereich führen jedoch eine Art Mittelung durch, daher wäre ein Erkenntnisgewinn gering.

In den folgenden Beispielen werden Verluste von 0.1 dB/cm für die Pumpwelle und jeweils 0.03 dB/cm für Signal- und Idlerwelle angenommen.

### 5.2.1 Einfachresonanter OPO

Synchrones Pumpen im einfachresonanten Fall bedeutet, dass die Umlaufzeit der Signalwelle einem ganzzahligen Vielfachen des Pulsabstandes der Pumppulse entspricht.

Bei den Beispielen in dieser Arbeit ist der Arbeitspunkt so gewählt, dass gilt:

$$\lambda_s < \lambda_i \quad (5.29)$$

$$v_p^g > v_s^g > v_i^g. \quad (5.30)$$

Die Gruppengeschwindigkeit von  $\text{LiNbO}_3$  zeigt im Bereich  $\lambda > 1925$  nm anormale Dispersion. Daher ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit des kurzwelligen Pumppulses größer als die Geschwindigkeit von Signal- und Idlerpuls. Im einfachresonanten OPO sei die Verstimmung  $\Delta t$  definiert als die Differenz des zeitlichen Abstandes  $T$  der Pumppulse und der Umlaufzeit  $T_s^R$  des resonanten Signals:

$$\Delta t = T - T_s^R. \quad (5.31)$$

Positive  $\Delta t$  bedeuten demnach, dass ein Pumpuls immer etwas „zu spät“ eingekoppelt wird, also nach einem Umlauf des Signalpulses. Ebenso bedeuten negative  $\Delta t$  zu frühes Einkopplern bzw. eine zu große Wiederholrate der Pumppulse.

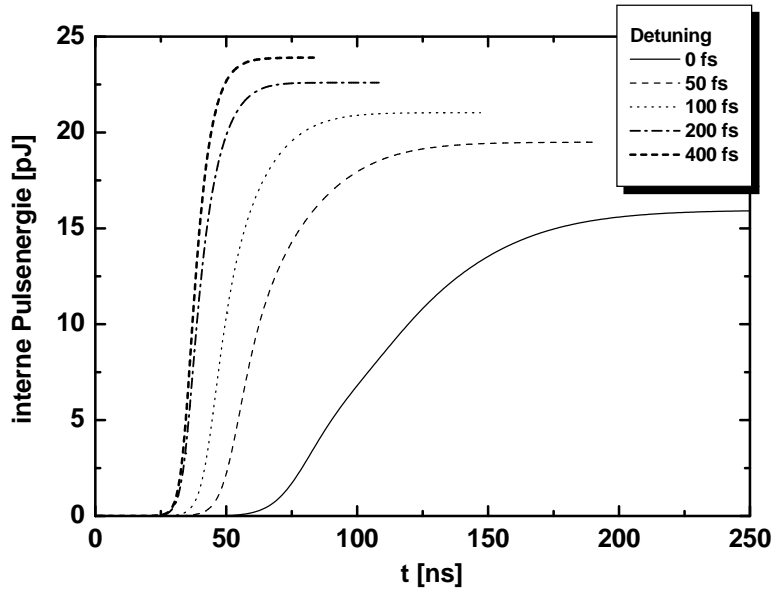


ABBILDUNG 5.15: Aufbau der intern erzeugten Pulsenergie des resonanten Pulses eines einfach resonanten OPOs im synchron gepumpten Betrieb als Funktion der Zeit. Auffallend ist, dass mit einer leichten Verstimmung der Wiederholrate der Pumppulse gegenüber der Umlaufzeit der Signalpulse eine höhere interne Verstärkung erreicht wird (Erklärung im Text). Die Energie des Pumppulses beträgt 10 pJ bei einer Pulslänge von 5 ps, die Wechselwirkungslänge ist 60 mm. Die Umlaufzeit des resonanten Signals ist  $T_R = 891$  ps, das entspricht einer Wiederholrate von  $f = 1.135$  GHz.

ABBILDUNG 5.15 zeigt die Dynamik eines SROs während der ersten 250 ns. Die Dynamik wird maßgeblich durch Form und Energie der Pumppulse beeinflusst, qualitativ lässt sich das Verhalten jedoch auf andere Situationen übertragen. Der Arbeitspunkt ist so gewählt, dass bei  $\lambda_p = 1550$  nm,  $\lambda_s = 2800$  nm und  $\lambda_i = 3472$  nm Phasenanpassung herrscht, die Breite des Pumppulses ist 5 ps, die Pulsenergie ist 10 pJ. Die Wechselwirkungslänge ist 60 mm, die Reflektivität für die resonante Signalwelle ist beidseitig  $R = 95$  %. Für Idler- und Pumpwelle wird jeweils eine Verspiegelung von 0 % angenommen. Der Zusammenhang zwischen der Umlaufverstärkung und  $\Delta t$  ist gut erkennbar. Ein negatives  $\Delta t$  bedeutet in diesem Fall, dass der Abstand zwischen zwei Pumppulsen zu klein ist. Das heißt, dass der Umlauf des Signals noch nicht beendet ist, wenn ein weiterer Pumppuls eingekoppelt wird. Da die Gruppengeschwindigkeit des Pumppulses höher ist als die des Signalpulses, kommt es in diesem Fall zu keinen zeitlichen Überlapp, der Pumppuls „flieht“ vor dem Signalpuls. Bei exakt synchronem Pumpen kommt es zu einem Aufbau eines internen Signalpulses. Für positives  $\Delta t$  erkennt man, dass es zu einer verkürzten Aufbauzeit und eine größeren Konversion kommt. Das ist leicht zu verstehen. Da gilt  $v_p^g > v_s^g$ , kann es zu keinem zeitlichen Überlapp zwischen dem im vergangenen Umlauf aus den spontanen Zerfällen generierten Signalpuls und dem Pumppuls kommen. Während der Propagation wird der „Vorsprung“ des Pumpulses vergrößert. Erst wenn nahezu synchron gepumpt wird, setzt eine rückgekoppelte

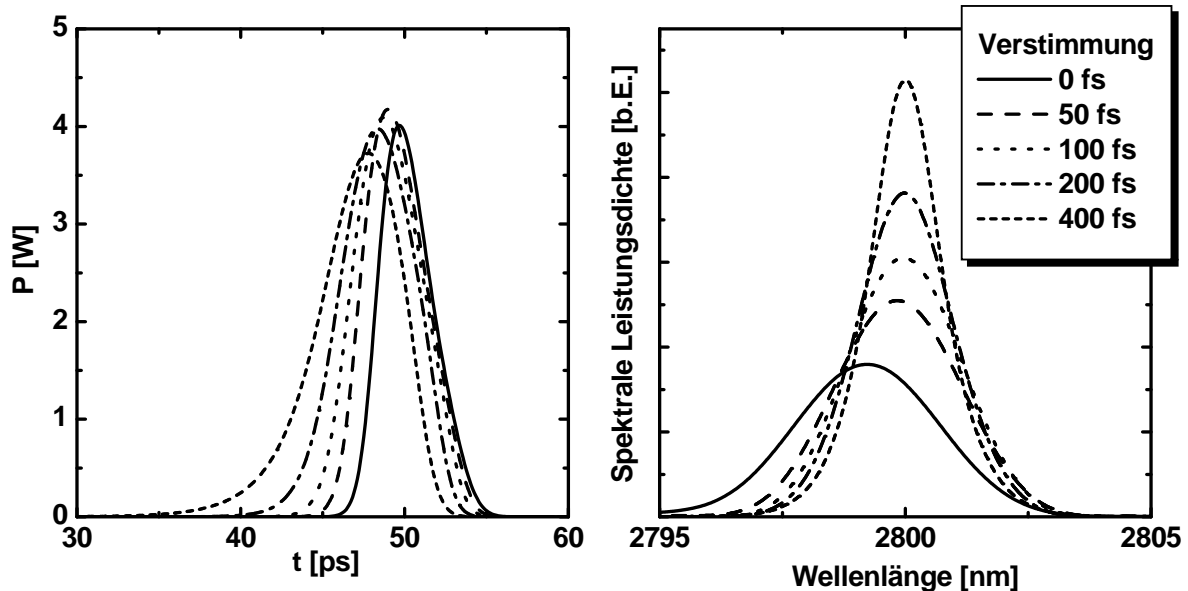


ABBILDUNG 5.16: Zeit- und Wellenlängenbereich des erzeugten resonanten Signalpulses. Als Parameter ist die Verstimmung des zeitlichen Abstandes der Pumppulse gegenüber der Umlaufzeit des Signalpulses angegeben.

Verstärkung ein. Mit steigendem  $\Delta t$  wird die interne Verstärkung vergrößert, da in diesen Fällen der Pumpimpuls während der Wechselwirkung den Signalpuls „überholen“ muss und somit der zeitliche Überlapp vergrößert wird. Im Fall  $\Delta t = 0$  ist die Aufbauzeit ungefähr 250 ns, das entspricht 280 Umläufen der Signalwelle. Eine positive Verstimmung hat eine deutliche Reduzierung der Aufbauzeit zur Folge.

ABBILDUNG 5.16 zeigt den Zeit- und Frequenzbereich des generierten Pulses für die verschiedenen Verstimmungen im eingeschwungenen Zustand nach einer Aufbauzeit von  $t > 250$  ns. Die maximale Pulsleistung ist nahezu identisch in allen Fällen, die zusätzlich konvertierte Energie verursacht eine Verbreiterung der Pulse. Mit steigender Verstimmung und einer daraus folgenden Vergrößerung des zeitlichen Überlapps kommt es zu einer Verbreiterung des Pulses und somit zu einer größeren Konversion. Das Spektrum der generierten Pulse wird mit steigender Verstimmung schmaler. Für exakt synchrones Pumpen — also für  $\Delta t = 0$  — kann eine Verschiebung des Schwerpunktes des Signalspektrums zu kürzeren Wellenlängen beobachtet werden.

### 5.2.2 Doppeltresonanter OPO

Im doppeltresonanten Fall ist synchrones Pumpen nicht eindeutig definiert, da Signal- und Idlerpuls unterschiedliche Umlaufzeiten  $T_{s,i}^R$  haben. Als Bezugspunkt  $T_S$  wird daher das arithmetische Mittel aus Umlaufzeit von Signal- und Idlerwelle definiert:

$$T_S = \frac{L}{v_s^g} + \frac{L}{v_i^g} \quad (5.32)$$

Das linke Diagramm in ABBILDUNG 5.17 zeigt die interne Energie des Signalpulses als Funktion der Verstimmung  $\Delta t = T - T_S$ . Die Energie des Pumpimpulses ist 10 pJ, die Pulsbreite beträgt 5 ps. Der Arbeitspunkt ist der des vorherigen Beispiels. Für Signal- und Idlerwelle wird jeweils eine symmetrische Verspiegelung angenommen. Da gleiche Streuverluste für Signal- und Idlerwelle angenommen werden, sind die Umlaufverluste identisch. Daher gilt für die generierten Pulsenergien:

$$\frac{E_s}{E_i} = \frac{f_s}{f_i} \quad (5.33)$$

Wenn der Pulsabstand der Pumpimpulse  $T$  der Umlaufzeit von Signal- bzw. Idlerwelle entspricht, ist die Konversion und damit die Signalpulsenergie jeweils maximal. Man erkennt gut das schwellenartige Verhalten der Konversion, wenn der Pulsabstand der Pumpimpulse kleiner ist als die Umlaufzeit der Signalwelle, bzw. die kleinere Umlaufzeit beider resonanter Wellen. Der Grund ist wie bereits erwähnt, dass es keinen zeitlichen

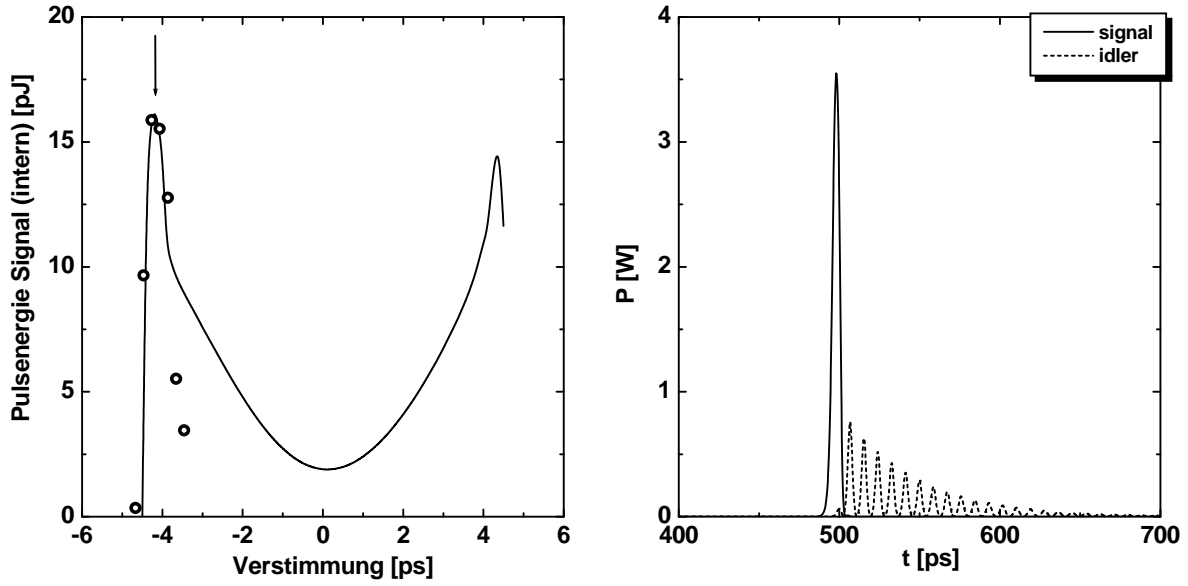


ABBILDUNG 5.17: **Rechts:** Resonatorinterne Energie des generierten Signalpulses bei  $\lambda_s = 2800 \text{ nm}$  als Funktion der Verstimmung  $\Delta t = T - T_s$  gegenüber dem arithmetischen Mittel aus Umlaufzeit von Signal- und Idlerpuls. Die zwei Maxima treten jeweils auf, wenn synchron mit dem Signal- bzw. Idlerpuls gepumpt wird. Die Wellenlänge der Pumpwelle ist  $1550 \text{ nm}$ . Der Pumpimpuls hat eine Pulslänge von  $5 \text{ ps}$  bei einer Pulsenergie von  $10 \text{ pJ}$ . Der Pfeil bei  $\Delta t = -4.2 \text{ ps}$  markiert den Punkt, der unten dargestellt wird. **Links:** Signal- und Idlerpuls im Zeitbereich. Der Arbeitspunkt ist  $f_p = 193.41 \text{ THz}$  ( $\lambda_p = 1550 \text{ nm}$ ),  $f_s = 107.07 \text{ THz}$  ( $\lambda_s = 2800 \text{ nm}$ ) und  $f_i = 86.35 \text{ THz}$  ( $\lambda_i = 3472 \text{ nm}$ ). Der Puls des synchron gepumpten Signals ist näherungsweise gaussförmig. Die Schwebungsstruktur des Idlerpulses ist Folge der Verstimmung, die den Abständen der Maxima entspricht.

Überlapp zwischen dem Pumpimpuls und den generierten Pulsen gibt. Grundsätzlich ist in einem Bereich von

$$T = \frac{1}{2} (T_s^R + T_i^R) \pm 4 \text{ ps}$$

eine Oszillation möglich. Das entspricht in dem gewählten Arbeitspunkt bei einer Länge von  $60 \text{ mm}$  einem Intervall für die Wiederholrate von  $\Delta R = \pm 5 \text{ MHz}$ . Der Pfeil in dem Diagramm markiert den Arbeitspunkt bei  $\Delta t = -4.2 \text{ ps}$ , der näher analysiert werden soll. In diesem Punkt wird synchron mit dem Umlauf der Signalwelle gepumpt, also  $T - T_s^R \approx 0$ , während die Wiederholrate gegenüber der Umlaufzeit der Idlerwelle um  $T - T_i^R \approx 9.2 \text{ ps}$  verstimmt ist. Das rechte Diagramm in ABBILDUNG 5.17 zeigt den Zeitbereich im eingeschwungenen Zustand bei  $z = L$  innerhalb des Resonators. Der synchron gepumpte Signalpuls ist näherungsweise gaussförmig, während der Idlerpuls eine kammartige Struktur ausbildet. Der Abstand zwischen den Maxima ent-

spricht der Verstimmung  $\Delta t_i$ . Die Form des Idlerpulses ist leicht zu verstehen. Während der Propagation in Vorwärtsrichtung wird parametrisch ein kleiner Idlerpuls erzeugt. Durch die Gruppenlaufzeitdifferenz kommt es zur Verschiebung der Schwerpunkte von Signal- und Idlerpuls. Wenn synchron mit der Signalwelle gepumpt wird, entspricht diese Verschiebung eben genau der Verstimmung  $\Delta t_i$ . Ist die Verstimmung größer als die Pulsbreite des Pumpimpulses (5 ps), kommt es zu einer vollständigen Separation der Idlerwelle. Im nächsten Durchgang wird ein neuer, kleiner Idlerpuls erzeugt. Der vorher erzeugte Puls zerfällt gemäß der Umlaufverluste. Zusätzlich sind im linken Diagramm experimentelle Werte eingetragen. Zum besseren Vergleich sind die gemessenen Energien an die theoretischen Ergebnisse angepasst. Es lässt sich gut erkennen, dass die experimentelle Breite der ersten Oszillation sehr gut mit dem theoretischen Ergebnis übereinstimmt. Im Experiment konnte keine Oszillation bei deutlicher Verstimmung gegenüber der Signalumlaufzeit beobachtet werden, da nicht genügend Pumpleistung zur Verfügung stand.

ABBILDUNG 5.18 zeigt das Spektrum von Signal- und Idlerwelle. Das Spektrum der Signalwelle ist gaussförmig. Im Spektrum der Idlerwelle treten neben der phasenange-

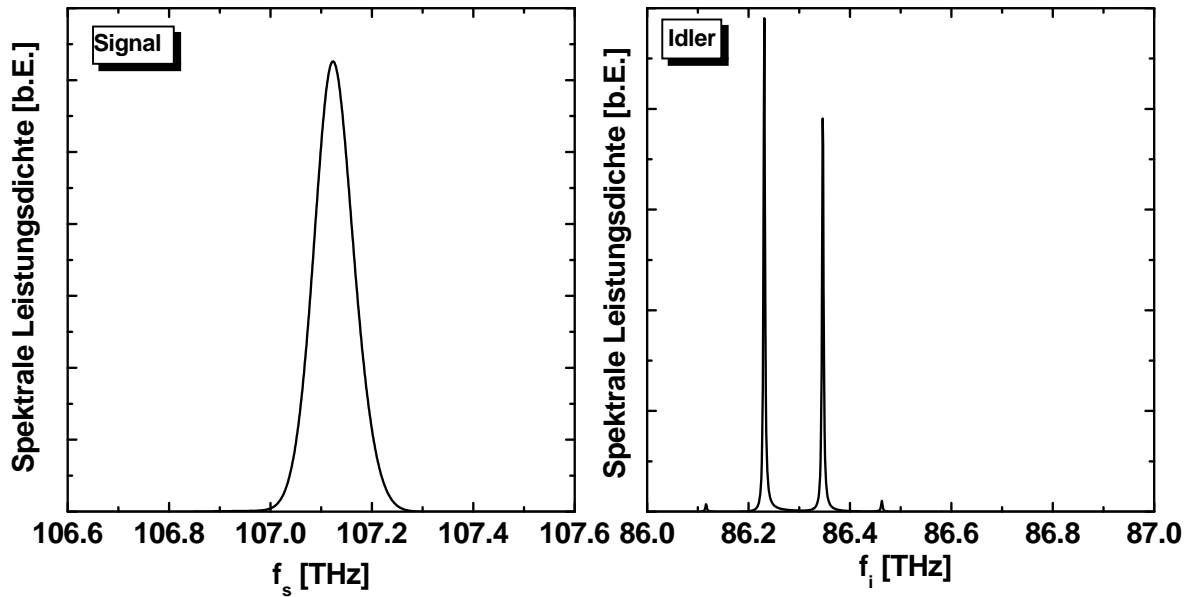


ABBILDUNG 5.18: Spektren von Signal (links) und Idlerwelle. Der Arbeitspunkt ist  $f_p = 193.41 \text{ THz}$  ( $\lambda_p = 1550 \text{ nm}$ ),  $f_p = 107.07 \text{ THz}$  ( $\lambda_s = 2800 \text{ nm}$ ) und  $f_p = 86.35 \text{ THz}$  ( $\lambda_p = 3472 \text{ nm}$ ). Das Spektrum der synchron gepumpten Signalwelle ist näherungsweise gaussförmig. Im Spektrum der Idlerwelle treten Seitenbänder auf, deren Abstand  $f_B = 116 \text{ GHz}$  durch die Differenz von Pulsabstand der Pumpimpulse und der Umlaufzeit der Idlerpulse bestimmt wird.

passten Komponente bei  $f_i = 86.34$  THz Seitenbänder im Abstand

$$f_B = \left| \frac{1}{T - T_s^R} \right| \approx 116 \text{ THz} \quad (5.34)$$

auf. Trotz des unterschiedlichen Zeitverhaltens und der unterschiedlichen Spektren (5.18) erfüllen die Pulsenergien die Bedingung (5.33).

Abschließend zeigt ABBILDUNG 5.19 die berechnete Leistungscharakteristik eines synchron gepumpten DRO. Gezeigt ist jeweils die mittlere emittierte Signalleistung als Funktion der mittleren Pumpleistung. Als Wiederholrate wird  $R = 10$  GHz angenommen. Bei einer angenommenen Resonatorlänge von 68 mm entspricht das arithmetische

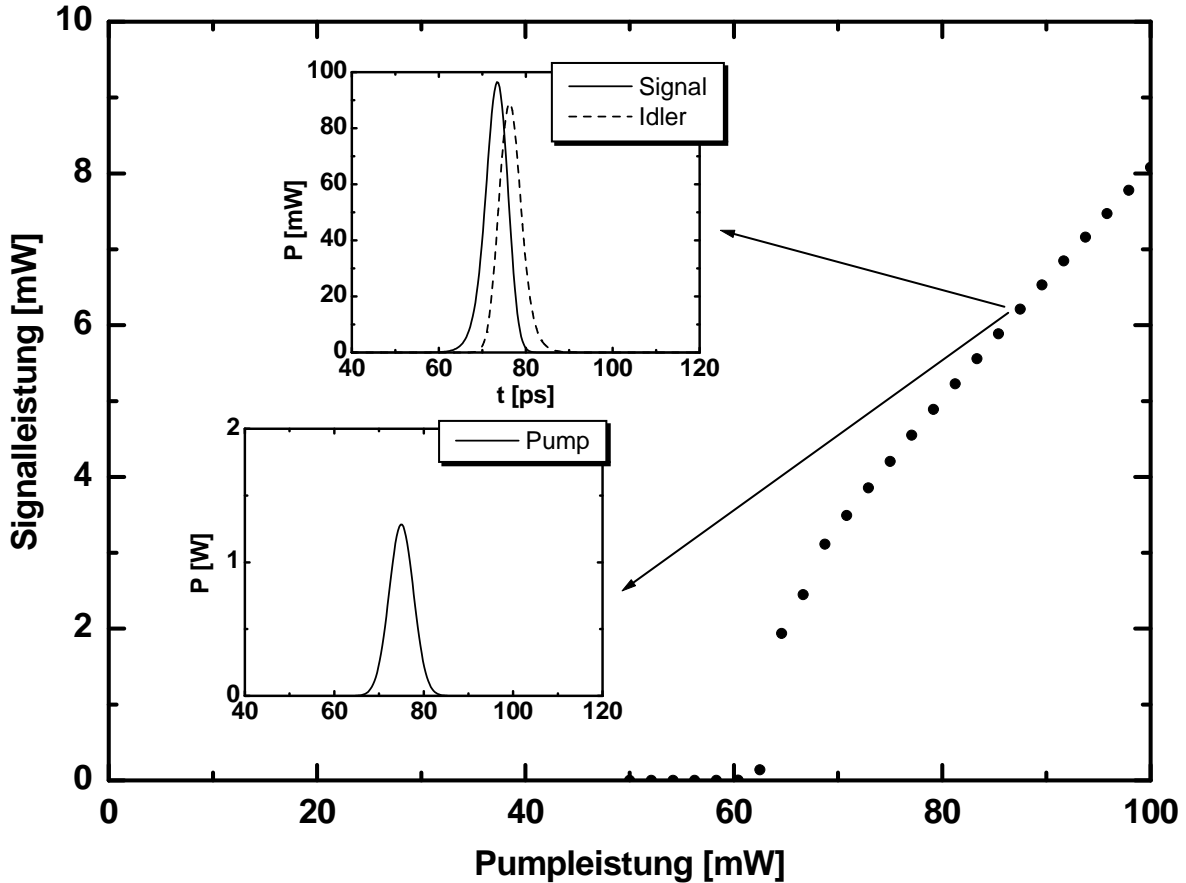


ABBILDUNG 5.19: Signal- und Idlerpuls im Zeitbereich. Der Arbeitspunkt ist  $f_p = 193.41$  THz ( $\lambda_p = 1550$  nm),  $f_p = 107.07$  THz ( $\lambda_s = 2800$  nm) und  $f_p = 86.35$  THz ( $\lambda_p = 3472$  nm). Der Puls des synchronen Signals ist näherungsweise gaussförmig. Die Schwebungsstruktur des Idlerpulses ist Folge der Verstimmung, die den Abständen der Maxima entspricht.



Mittel der Umlaufzeiten ungefähr dem zehnfachen des Pulsabstandes:

$$\frac{1}{2} (T_s^R + T_i^R) = \frac{10}{R} \quad (5.35)$$

Der Arbeitspunkt ist  $\lambda_p = 1554.75\text{nm}$ ,  $\lambda_s = 2985\text{ nm}$  und  $\lambda_i = 3254\text{ nm}$ . Zudem werden die erzeugten Signal- und Idlerpulse und der eingekoppelte Pumppuls des markierten Punktes gezeigt. Es läßt sich feststellen, dass synchron gepumpte OPOs in den verschiedenen Konfigurationen ein sehr großes Potential als Quellen in den verschiedenen Spektralbereichen haben.

# Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Dynamik nichtlinearer Wechselwirkungen in Titan-diffundierten Streifenwellenleitern ausführlich analysiert. Dabei lag der Schwerpunkt auf der Erzeugung kohärenter Strahlung bzw. auf der Frequenzkonversion.

Dazu wurden zunächst die theoretischen Grundlagen auf der Basis der Maxwellgleichungen hergeleitet. Aus den Maxwellgleichungen folgt für monochromatische Wellen eine zeitunabhängige Helmholtz-Gleichung, die eine Beschreibung der Amplituden- und Phasenfronten einer sich in einem Wellenleiter ausbreitenden Welle ermöglicht. Die Lösungen dieser Helmholtz-Gleichung bilden ein vollständiges Orthogonalsystem aus, nach dem beliebige Phasenfronten entwickelt werden können. Unter der Annahme „hinreichend schmaler“ Spektren bzw. „hinreichend großer“ Pulsdauern der beteiligten Wellen kann diese Phasenfront für sich ausbreitende Pulse angenommen werden. Das führt weiter zu einer Beschreibung sich ausbreitender optischer Wellen, die stark an die Schrödingergleichung der Quantenmechanik erinnert. In Analogie zur zeitabhängigen Störungsrechnung wird die Theorie gekoppelter Moden eingeführt, mit der optische Wechselwirkungen in Streifenwellenleitern störungstheoretisch behandelt werden können.

Als Störung wird die nichtlineare Polarisierung zweiter Ordnung eingeführt. Die Polarisierung zweiter Ordnung tritt in jeder Permutation als Summe bzw. Differenz zweier Frequenzen auf. Da zwei Wellen bestimmter Frequenz eine dritte generieren, spricht man auch von Dreiwellen-Mischung. Ein wesentliches Kriterium, um die Gleichungen weiter zu reduzieren, ist die Phasenanpassung. Mit Phasenanpassung ist im Wesentlichen gemeint, dass die Hertz'schen Dipole einer bestimmten Frequenz Partialwellen aussenden, die allesamt mit einer sich ausbreitenden Welle konstruktiv interferieren. Dazu müssen die Wellenvektoren der drei beteiligten Wellen in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen. Neben der Möglichkeit die Doppelbrechung in  $\text{LiNbO}_3$  zu nutzen, kann diese Bedingung auch im Mittel erfüllt werden. Da es sich hier nicht um eine eigentliche Phasenanpassung handelt, spricht man auch von Quasi-Phasenanpassung. Dabei wird ausgenutzt, dass die Phase der nichtlinearen Polarisierung mit der Richtung der

optischen Achse korreliert ist. Deshalb kann durch periodische Inversion der optischen Achse Phasenanpassung erreicht werden.

Quasi-Phasenanpassung vorausgesetzt wurde in Kapitel 2 die Summen- und Differenzfrequenzerzeugung und die Erzeugung der zweiten Harmonischen in  $\text{Ti:LiNbO}_3$ -Streifenwellenleitern berechnet. Durch die verlustarme Ausbreitung und durch die hohe Fokussierung in den Wellenleitern können diese Wechselwirkungen sehr effizient realisiert werden. Dazu wurde in einer objektorientierten Entwicklungsumgebung ein windowsfähiges Programm entwickelt, dass diese Wechselwirkungen sehr effizient berechnet. Dabei wurde auch Wert darauf gelegt, den Experimentatoren ein einfach bedienbares Programm an die Hand zu geben, mit dem in Zukunft die Experimente schnell und bequem verglichen werden können.

In Kapitel 3 wurden weiterführend kaskadierte Wechselwirkungen analysiert. Mit den zugrunde liegenden Methoden kann eine simultane nichtlineare Wechselwirkung von prinzipiell unendlich vielen optischen Wellen simuliert werden. Hier bietet vor allem die Kaskadierung von der Erzeugung der zweiten Harmonischen mit der Erzeugung der Differenzfrequenz große Möglichkeiten, sehr breitbandige und rauscharme Verstärker und Frequenzkonverter zu realisieren. Eine weitere Möglichkeit der Kaskadierung ist die Verknüpfung von Summen- und Differenzfrequenzerzeugung, was die Durchstimmbarkeit der Frequenzkonverter verbessert, allerdings die Bandbreiten einschränkt.

In Kapitel 4 wird ein semiklassisches Modell zur numerischen Beschreibung der parametrischen Fluoreszenz entwickelt, dass eine Berechnung der spektralen Charakteristik und der Ausgangsleistung der parametrischen Fluoreszenz im Bereich sehr starker Wechselwirkung erlaubt. Es konnte gezeigt werden, dass der spezielle Verlauf der Gruppengeschwindigkeit in  $\text{LiNbO}_3$  die Bandbreite der parametrischen Rückkonversion der Fluoreszenzspektren zur Pumpe stark vergrößert. Der Grund ist, dass die Differenz der Gruppengeschwindigkeit der Pumpwelle zu den Gruppengeschwindigkeiten von Signal- und Idlerwelle sehr klein ist. Diese Rückkonversion führt zu einer starken inkohärenten Verbreiterung des Spektrums der Pumpwelle. Durch diesen Prozess können bis zu 20 % der Leistung der Pumpwelle inkohärent rückkonvertiert werden. Diese Kreuzkonversion führt dann weiter zu sehr breiten, inkohärenten Fluoreszenzspektren.

Im letzten Kapitel werden schließlich optisch parametrische Oszillatoren analysiert, die als durchstimbare kohärente Strahlungsquellen in vielen Spektralbereichen verwendet werden können. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird ein rigoroses Modell vorgestellt, welches entgegen früherer seminanalytischer Modelle eine exakte numerische Beschreibung des Abstimmverhaltens ermöglicht. Mit diese Beschreibung konnte gezeigt werden, dass die nichtlineare Rückkonversion der resonanten Signal- und Id-

lerwellen zur Pumpwelle eine Aufspaltung des sogenannten Fein-Abstimmverhaltens zur Folge hat. Es konnte auch gezeigt werden, dass die nichtlineare Phase nicht Ursache des Abweichens des experimentellen Fein-Abstimmverhaltens von den theoretisch zu erwartenden ist. Diese Abweichung konnte in diesem Modell nicht gefunden werden. Im zweiten Abschnitt wird auf der Basis der Verfahren des dritten Kapitels das Verhalten synchron gepumpter OPO's analysiert. Dieses Modell ermöglicht insbesondere auch Aussagen über das zeitliche Verhalten integriert optischer Oszillatoren. Es zeigt sich, dass aufgrund der Unterschiede der Gruppengeschwindigkeiten eine leichte Verstimmung der Pulsabstände der Pumppulse die Verstärkung und die Effizienz der Konversion vergrößert, da durch dieses „Vorhalten“ der zeitliche Überlapp zwischen dem Pumppuls und den generierten Pulsen vergrößert wird.

# Anhang A

## Wellenleitermodell

Seit 1974 ist bekannt, dass durch Ti-Eindiffusion verlustarme Wellenleiter in  $\text{LiNbO}_3$  ausgebildet werden können [SK74]. Seither wurde die Herstellungstechnologie optimiert und ist mittlerweile ein Standardverfahren der integrierten Optik (z.B. [Her91], [Hof01]). Mittels einer lithographisch hergestellte Maske werden Ti-Streifen auf den Wellenleiter aufgebracht, die dann eindiffundiert werden. Die Eindiffusion wird durch das Fick'sche Diffusionsgesetz beschrieben. Mit einem Produktansatz ergibt sich ein Profil gemäß

$$c_{\text{Ti}}(x, y) = c_0 \cdot X(x) \cdot Y(y) \quad (\text{A.1})$$

mit<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} X(x) &= \frac{1}{2\text{erf}\left(\frac{W}{2D_x}\right)} \left\{ \text{erf}\left(\frac{x + \frac{W}{2}}{D_x}\right) - \text{erf}\left(\frac{x - \frac{W}{2}}{D_x}\right) \right\} \\ Y(y) &= \exp\left(-\frac{y^2}{D_y^2}\right) \end{aligned}$$

Die Proportionalitätskonstante  $c_0$  gibt die Ti-Konzentration im Koordinatenursprung an und lässt sich aus der Teilchenzahlerhaltung bestimmen:

$$c_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{D_y} \tau \rho \text{erf}\left(\frac{W}{2D_x}\right). \quad (\text{A.2})$$

$\tau$  und  $W$  sind jeweils die Dicke und Breite des aufgetragenen Ti-Streifens und  $\rho = 5.67 \cdot 10^{22} \text{ 1/cm}^3$  die Teilchenzahldichte des Titans.

Der Zusammenhang zwischen der Brechungsindexerhöhung und der lokalen Ti-Konzentration ist durch einen Vergleich von SIMS-Messungen mit dem mit der Hilfe der inversen WKB-Methode gefundenen Brechungsindexprofil untersucht worden [LSS80]. Es

---

<sup>1</sup> $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$

wurde ein linearer Zusammenhang des ausserordentlichen Indexhubs und der Ti-Konzentration gefunden. Demgegenüber war der Zusammenhang im Fall des ordentlichen Brechungsindex nichtlinear. Für  $\lambda = 633$  gilt:

$$\Delta n_{e,633} = E c_{\text{Ti}} \quad \text{mit} \quad E = 1.2 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3 \quad (\text{A.3})$$

$$\Delta n_{o,633} = [F c_{\text{Ti}}]^{0.55} \quad \text{mit} \quad F = 1.3 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^3 \quad (\text{A.4})$$

Bei niedrigen Konzentrationen ist die Erhöhung des ordentlichen Indexes größer als die des ausserordentlichen Indexes. Beide Kurven schneiden sich ungefähr bei  $c_{\text{Ti}} = 4.5 \cdot 10^{20} \text{ 1/cm}^3$ . Typische maximale Ti-Konzentrationen für Standardwellenleiter liegen im Bereich  $1.1 \cdot 10^{21} \text{ 1/cm}^3$ . In diesem Bereich ist die Erhöhung des ausserordentlichen Brechungsindex größer, daher sind ausserordentlich polarisierte Moden stärker lokalisiert.

In [LSS80] konnte unter anderem im UV-Bereich durch Reflexionsmessungen die Ti-Absorptionsresonanz bestimmt werden. Unter der Annahme eines einfachen Lorentz-Oszillators kann der Indexhub extrapoliert werden [Din94], [Str91]:

$$\Delta n_e = \frac{0.839 \cdot (\lambda \cdot 10^6)^2}{(\lambda \cdot 10^6)^2 - 0.0645} \Delta n_{e,633} \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta n_e = \frac{0.670 \cdot (\lambda \cdot 10^6)^2}{(\lambda \cdot 10^6)^2 - 0.1300} \Delta n_{e,633} \quad (\text{A.6})$$

Somit steht ein Modell zur Verfügung, dass eine Berechnung der modalen Feldverteilungen erlaubt. Es muß jedoch erwähnt werden, dass die einfache Extrapolation des Modells bis in das mittlere Infrarot bis 4000 nm fehlerbehaftet ist. Bisher steht aber kein besseres Modell zur Verfügung. Die abschließende Tabelle zeigt typische Wellenleiter-Herstellungsdaten. Dabei wird im wesentlichen zwischen Wellenleitern für das nahe (NIR) bzw. mittlere (MIR) Infrarot unterschieden.

		NIR	MIR
$W$	(Ti-Streifenbreite) $[\mu\text{m}]$	7.0	20
$d$	(Ti-Streifendicke) $[\text{nm}]$	98	160
$T_d$	(Diffusionstemperatur) $[\text{°C}]$	1060	1060
$t_d$	(Diffusionszeit) $[\text{h}]$	7.5	31

# Anhang B

## GHG-Approximation

Das Gauss-Hermite-Gauss-Verfahren basiert auf dem Ritz'schen Variationsprinzip. Mit der Operatoridentität

$$n_y^2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{n_x^2} \frac{\partial}{\partial y} \approx \frac{n_y^2}{n_z^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (\text{B.1})$$

haben beide skalaren Wellengleichungen (1.40) und (1.41) die gleiche Struktur:

$$\left\{ f \frac{\partial^2}{\partial x^2} + g \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 (n^2(x, y) - n_{\text{eff}}^2) \right\} \Phi(x, y) = 0. \quad (\text{B.2})$$

Das Problem lässt sich in einen Variationsansatz überführen [KMB<sup>+</sup>82], indem für das Funktional

$$\mathcal{L}(\Phi) = \iint dx dy \left\{ f \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + g \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 - k^2 (n^2(x, y) - n_{\text{eff}}^2) \Phi^2 \right\} \quad (\text{B.3})$$

eine stationäre Lösung gesucht wird.

$$d\mathcal{L} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Zur Formulierung wurden die folgenden Abkürzungen verwendet:

	$f$	$g$	$n(x, y)$	$\Phi$
TE	$n_x^2/n_z^2$	1	$n_x$	$\mathcal{E}_x$
TM	1	$n_y^2/n_y^2$	$n_y$	$\mathcal{H}_z$

Zur Lösung des Problems verwendet man einen Produktansatz aus einer Gaussfunktion und einer Hermite-Gaussfunktion:

$$\Phi(x, y) = X(x) \cdot Y(y) \quad (\text{B.5})$$

mit

$$X(x) = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{\pi}w}} \exp\left(-\frac{2x^2}{w^2}\right)$$

$$Y(y) = \frac{2}{\sqrt{d}\sqrt{\pi}} \frac{y}{d} \exp\left(-\frac{y^2}{2d^2}\right)$$

Eine detaillierte Beschreibung der Auswertung des Funktional findet sich in [Her91].

Insbesondere das evaneszenten Feld der Mode wird durch diesen Ansatz nicht beschrieben, da die Lösung unter der Randbedingung

$$\Phi(x, 0) = 0 \tag{B.6}$$

gefunden wird. Oberflächennahe Wechselwirkungen könne mit dieser Methode somit nur sehr unzulänglich beschrieben werden. Die Wechselwirkungen in der nichtlinearen Optik erstrecken sich aber über den ganzen Wellenleiterquerschnitt. Randfehler spielen somit nur eine unwesentliche Rolle.



# Anhang C

## Numerisches Verfahren

Zur numerischen Auswertung werden die Gleichungen in der retardierten Form (1.71), (1.72) verwendet. Eine Möglichkeit der der Auswertung der Gleichungen wäre es, einen bekannten Löser (z.B. Runge Kutta, Burlirsch-Stoer [PTVF93]) für gewöhnliche Differentialgleichungen zu verwenden und die Faltungsintegrale in jedem Schritt zu berechnen. Dieses Verfahren führt allerdings zu sehr langen Rechenzeiten [Sch] und ist nicht praktikabel. Die spezielle Struktur der Gleichungen<sup>1</sup> ermöglicht jedoch, die nichtlinearen Wechselwirkungen nach einer Fouriertransformation<sup>2</sup> im Zeitbereich zu berechnen, während Dispersion und Streuung weiterhin im Frequenzbereich berücksichtigt werden [Agr95]. Diese Verfahren nennt sich „FFT-Split Step Beam Propagation Method“.

In ABBILDUNG C.1 ist das Berechnungsverfahren illustriert. Die wechselwirkenden Wellen werden repräsentiert im Frequenzbereich durch ihre spektralen Komponenten. Die Schrittweite für die Berechnung ist  $h$ . Zu Beginn des Schrittes bei  $z = 0$  wird unter Ver-

<sup>1</sup>Auf der rechten Seite treten ausschließlich Faltungsintegrale auf. Eine Faltung im Frequenzbereich entspricht einer einfachen Multiplikation im Zeitbereich.

<sup>2</sup>Eingesetzt wird die sehr effiziente Fast Fourier Transformation (FFT) [PTVF93].

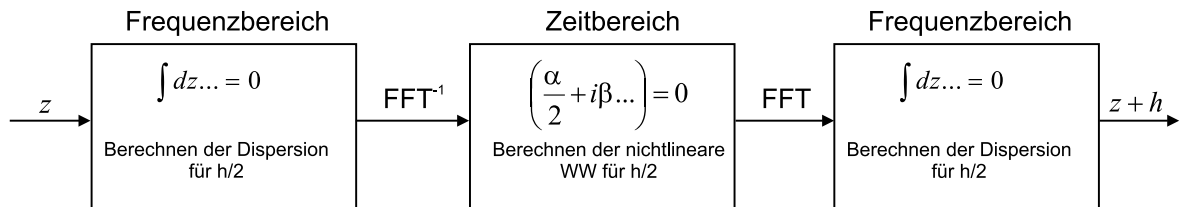


ABBILDUNG C.1: Schematische Darstellung des Berechnungsverfahrens. Die Dispersion wird im Frequenzbereich berechnet, nach einer Fouriertransformation wird die nichtlineare Wechselwirkung im Zeitbereich berechnet.

nachlässigung der nichtlinearen Wechselwirkung die Dispersion für eine halbe Schrittweite berechnet. Dann wird via inverser FFT in den Zeitbereich gewechselt. Mit Hilfe eines gewöhnlichen Löser (s.o.) wird dann die nichtlineare Wechselwirkung berechnet und die Dispersion vernachlässigt. Nach einem Wechsel zurück in den Frequenzbereich wird der Schritt vervollständigt.

Bei einer konstanten Domänenperiode —  $D(z)$  ist streng periodisch — kann  $D(z)$  durch das erste Glied der Fourierreihe (1.73) ersetzt werden. Höhere Glieder oszillieren stark und liefern dann keinen Nettobeitrag zur konvertierten Leistung bzw. zur Pulsenergie. In diesem Fall ist der Wert der effektiven Phasenfehlanspassung klein und die oben erwähnten Lösungsverfahren zur Berechnung gewöhnlicher Differentialgleichungen können verwendet werden. So kann mit Schrittweiten zwischen 1/10 mm und 1 mm gearbeitet werden.

Innerhalb einer Domäne ändert sich die Amplitude einer Welle nur sehr schwach. Dispersion und Streuverluste sind im Zeitbereich nicht zu berücksichtigen. Somit lautet beispielsweise die gewöhnliche Differentialgleichung für die Pumpwelle im Zeitbereich<sup>3</sup>

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{C}_p(z, t) = \pm i \frac{\varepsilon_0 \omega_p d_{33} \kappa}{2P_0} \hat{C}_s(z, t) \hat{C}_i(z, t) \exp(i\Delta\beta_{DFG}z) \quad (\text{C.1})$$

Nimmt man an, dass innerhalb eines Integrationsintervalls die Änderung der Amplitude von Signal- und Idlerwelle vernachlässigbar ist, so gilt näherungsweise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \hat{C}_p(z_{i+1}, t) \approx \frac{\partial}{\partial z} \hat{C}_p(z_i, t) \pm \frac{\varepsilon_0 \omega_p d_{33} \kappa}{2P_0} \hat{C}_s(z_i, t) \hat{C}_i(z_i, t) \cdot \\ \frac{i}{\Delta\beta_{DFG}} \{ \exp(i\Delta\beta_{DFG}z_i) - \exp(i\Delta\beta_{DFG}z_{i+1}) \} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Mit dieser Methode kann der nichtlineare Schritt im Zeitbereich sehr effizient ausgewertet werden. Zur Erhöhung der Rechengeschwindigkeit können zudem mehrere Schritte im Frequenzbereich zusammengefasst werden.

---

<sup>3</sup>± je nach Orientierung der Domäne.

# Anhang D

## Sellmeiergleichungen in LiNbO<sub>3</sub>

Zur Berechnung des ordentlichen [EL84] und des außerordentlichen [Jun97] Brechungsindex werden folgende Gleichungen benutzt:

$a_{1e}$	$a_{2e}$	$a_{3e}$	$a_{4e}$	$a_{5e}$
5.35583	0.100473	0.20692	100	11.34927
$a_{6e}$	$b_{1e}$	$b_{2e}$	$b_{3e}$	$b_{4e}$
$1.5334 \cdot 10^{-2}$	$4.629 \cdot 10^{-7}$	$3.862 \cdot 10^{-8}$	$-0.89 \cdot 10^{-8}$	$2.657 \cdot 10^{-5}$
$a_{1o}$	$a_{2o}$	$a_{3o}$	$a_{4o}$	$b_{1o}$
4.9048	0.11775	0.21802	$2.7153 \cdot 10^{-2}$	$2.2314 \cdot 10^{-8}$
$b_{2o}$	$b_{3o}$			
$-2.9671 \cdot 10^{-8}$	$2.1429 \cdot 10^{-8}$			

$$\begin{aligned}
 F_e(T) &= (T - 24.5)(T + 570.82) \\
 N_e(l, T) &= a_{1e} + b_{1e}F_e(T) + \frac{a_{2e} + b_{2e}F_e(T)}{\lambda^2 - (a_{3e} + b_{3e}F_e(T))^2} + \frac{a_{4e} + b_{4e}F_e(T)}{\lambda^2 - a_{5e}^2} - a_{6e}\lambda^2 \\
 n_e(l, T) &= \sqrt{N_e(l, T)}
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

$$\begin{aligned}
 F_o(T) &= (T - 24.5)(T + 570.5) \\
 N_o(l, T) &= a_{1o} + \frac{a_{2o} + b_{1o}F_o(T)}{\lambda^2 - (a_{3o} + b_{2o}F(T))^2} + b_{3o}F(T) - a_{4o}\lambda^2 \\
 n_o(l_T) &= \sqrt{N_o(l, T)}
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

Die Temperatur  $T$  ist in C° und die Wellenlänge  $\lambda$  ist in  $\mu\text{m}$  einzusetzen.

# Literaturverzeichnis

- [ABDP62] ARMSTRONG, J. A. ; BLOEMBERGEN, N. ; DUCUNING, J. ; PERSHAN, P. S.: „Interactions between light waves in a nonlinear dielectric“. In: *Phys. Rev.* 127 (1962), S. 1918ff
- [Agr95] AGRAWAL, G. P.: „*Nonlinear Fiber Optics*“. Academic Press San Diego, 1995. – ISBN 0–12–045142–5
- [al.02] AL., Jie Hyun L.: All optical wavelength shifting and tuning in Ti:PPLN channel waveguide using cascaded sum and difference frequency generation. In: *conference paper, ECOC* (2002)
- [ASSBS93] ASSANTO, G. ; STEGEMAN, G. ; SHEIK-BAHAE, M. ; STRYLAND, E. van: „All-optical switching devices based on large nonlinear phase shifts from second harmonic generation“. In: *Appl. Phys. Letters* 62 (1993), Nr. 12, S. 1323–5
- [BMST90] BÖRNER, M. ; MÜLLER, R. ; SCHIEK, R. ; TROMMER, G.: „*Elemente der integrierten Optik*“. B. G. Teubner Stuttgart, 1990. – ISBN 3–519–06130–9
- [BNM<sup>+</sup>93] BALDI, P. ; NOUH, S. ; MICHELI, M. de ; OSTROWSKY, D. B. ; DELACOURT, D. ; BANTI, X. ; PAPUCHON, M.: „Modelling and experimental observation of parametric fluorescence in periodically poled lithium niobate waveguides“. In: *Elec. Lett.* 29 (1993), S. 1539
- [BSH<sup>+</sup>96] BALDI, P. ; SUNDHEIMER, M. ; HADI, K. E. ; MICHELI, M. P. ; OSTROWSKY, D. B.: „Comparison between difference-frequency generation and parametric fluorescence in quasi phasematched lithium niobate stripe waveguides“. In: *IEEE J. Sel. Topics Quantum. Electron.* 2 (1996), S. 385

- [BSMM95] BRONSTEIN ; SEMENDJAJEW ; MUSIOL ; MÜHLIG: „*Taschenbuch der Mathematik*“. BSBB. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1995. – ISBN 3–8171–2002–8
- [BZ82] BARANOVA, N. B. ; ZELDOVICH, B. Y.: „Efficient wavelength shifting over the erbium amplifier bandwidth via cascaded second order processes in lithium niobate waveguides“. In: *Soviet Physics - Doklady* 27 (1982), Nr. 3, S. 221ff
- [CRBM92] COLUCCI, G. ; ROMANO, D. ; BAVA, G. P. ; MONTROSSET, I.: „Analysis of Integrated Optics Parametric Oscillators“. In: *J. Quantum Electron.* 28 (1992), Nr. 3, S. 729–738
- [Del] *Online-Recherche*
- [Dem98] DEMTRÖDER, W.: „*Experimentalphysik I: Mechanik und Wärme*“. Springer Verlag, 1998. – ISBN 3–540–64292–7
- [DGN91] DMITRIEV, V. G. ; GURZADYAN, G. G. ; NIKOGOSYAN, D. N.: „*Handbook of Nonlinear Crystals*“. SPRINGER, 1991. – ISBN 0–387–53547–0
- [Din94] DINAND, M.: *Modellierung erbiumdotierter integriert optischer Verstärker und Laser in LiNbO<sub>3</sub>*, Universität Paderborn, Diss., 1994
- [DSGF93] DEBUISSCHERT, T. ; SIZMANN, A. ; GIACOBINO, E. ; FARBE, C.: Type-II continuous-wave optical parametric oscillator: oscillation and frequency-tuning characteristics. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 10 (1993), Nr. 9, S. 1668–1680
- [DSS02] DELLNITZ, M. ; SCHÜTZE, O. ; SERTL, St.: „Finding Zeros by Multilevel Subdivision Techniques“. In: *Journal of Numerical Analysis* 22 (2002), Nr. 2, S. 167–185
- [EL84] EDWARDS, G. J. ; LAWRENCE, M.: „A temperature-dependent dispersion equation for congruently grown lithium niobate“. In: *Opt. Quant. Elect.* 20 (1984), Nr. 4, S. 373–5
- [ENKB91] ECKHARDT, R. C. ; NABORS, C. D. ; KOZLOVSKY, W. J. ; BYER, R. L.: „Optical parametric oscillator frequency tuning and control“. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 8 (1991), Nr. 3, S. 646–67

- [FKHM<sup>+</sup>98] F. KUEHNEMANN, K. S. ; HECKER, A. ; MARTIS, A. A. E. ; URBAN, W. ; SCHILLER, S. ; MLYNEK, J.: „Photoacoustic trace-gas detection using a CW single-frequency parametric oscillator“. In: *Appl. Phys. B* B66 (1998), Nr. 6, S. 741–5
- [FMJB92] FEJER, M. M. ; MAGEL, G. A. ; JUNDT, D. H. ; BYER, R. L.: „Quasi-phase matched second harmonic generation: Tuning and Tolerance“. In: *J. Quantum Electron.* 28 (1992), S. 2631ff
- [FSSN98] FUJIMURA, M. ; SHIRATSUKI, A. ; SUHARA, T. ; NISHIHARA, H.: „Wavelength conversion in LiNbO<sub>3</sub> waveguide difference-frequency generation devices with domain-inverted gratings fabricated by voltage application“. In: *Japanese Journal of Applied Physics* 37 (1998), Nr. 6A, S. 659–62
- [GAF<sup>+</sup>97] GALVANAUSKAS, A. ; ARBORE, M. A. ; FEJER, M. M. ; FERMAN, M. E. ; HARTE, D.: „Fiber-laser-based femtosecond parametric generator in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>“. In: *Optics Letters* 22 (1997), Nr. 2, S. 105–7
- [GAS97] GALLO, K. ; ASSANTO, G. ; STEGEMAN, G. I.: „Efficient wavelength shifting over the erbium amplifier bandwidth via cascaded second order processes in lithium niobate waveguides“. In: *Appl. Phys. Letters* 71 (1997), Nr. 8, S. 3388–3390
- [Gru05] GRUNDKÖTTER, W.: Quantitative Model for high Power Optical Parametric Fluoreszenz in Ti:PPLN channel waveguides. In: *12th European Conference on Integrated Optics, Book of Abstracts* (2005), S. 630ff
- [GT67] GIALLORENZI, T. G. ; TANG, C. L.: „Quantum Theory of Spontaneous Parametric Scattering of Intense Light“. In: *Phys. Rev.* 166 (1967), Nr. 2, S. 225–33
- [HA91] HELMFRIED, S. ; ARVIDSSON, G.: „Influence of randomly varying domain lengths and nonuniform effective index on second-harmonic generation in quasi-phase-matching waveguides“. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 8 (1991), Nr. 4, S. 797–804
- [Haa98] HAASE, Christian: „Erzeugung kohärenter Strahlung im mittleren Infrarot durch quasi-phasenangepaßte nichtlineare Wechselwirkungen in optischen Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern“. Universität Paderborn, Diplomarbeit, 1998

- [Ham86] HAMPEL, B.: „*Optisch parametrische Fluoreszenz in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern*“, Universität Paderborn, Diss., 1986
- [HB77] HOCKER, G. B. ; BURNS, W. K.: „Mode Dispersion in diffused Channel Waveguides by the effektive Index Method“. In: *Appl. Optics* 16 (1977), Nr. 1, S. 113–118
- [Hec87] HECHT, E.: „*OPTICS, second edition*“. ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1987. – ISBN 0–201–11609–X
- [Her91] HERRMANN, H.: „*Optisch nichtlineare Differenzfrequenzerzeugung abstimmbarer, kohärenter Strahlung im mittleren Infrarotbereich in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Sreifenwellenleitern*“, Universität Paderborn, Diss., 1991
- [HHH<sup>+</sup>99] HOFMANN, D. ; HAASE, C. ; HERRMANN, H. ; GRUNDKÖTTER, W. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W.: „Quasi-phase-matched difference-frequency generation in periodically poled Ti:LiNbO<sub>3</sub> channel waveguides“. In: *Optics Letters* 24 (1999), Nr. 13, S. 896–8
- [HHS<sup>+</sup>99] HOFMANN, D. ; HERMANN, H. ; SCHREIBER, G. ; GRUNDKÖTTER, W. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W.: „Continuous-wave mid-infrared optical parametric oscillators with periodically poled Ti:LiNbO<sub>3</sub> waveguide“. In: *OSA Annual Meeting, Santa Clara/USA, paper WP3 (invited)* (1999)
- [HOB67] HARRIS, S. E. ; OSHMAN, M. K. ; BYER, R. L.: „Observation of tunable Optical Parametric Fluorescence“. In: *Phys. Rev. Lett.* 18 (1967), S. 732ff
- [Hof01] HOFMANN, D.: „*Nichtlineare, integriert optische Frequenzkonverter für das mittlere Infrarot mit periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern*“, Universität Paderborn, Diss., 2001
- [HS88] HERRMANN, H. ; SOHLER, W.: „Difference-frequency generation of tunable, coherent mid-infrared radiation in Ti:LiNbO<sub>3</sub> channel waveguides“. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 5 (1988), Nr. 2, S. 278–84
- [Jan98] JANZEN, G.: „*Ferroelektrische Mikrodomänen in Y-Schnitt Lithiumniobat für quasi-phasenangepaßte optische Frequenzverdopplung*“, Universität Paderborn, Diss., 1998
- [Jun97] JUNDT, D.H.: „Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction,  $n_e$ , in congruent Lithium Niobate“. In: *Optics Letters* 22 (1997), Nr. 20, S. 1553–5

- [JvC<sup>+</sup>05] JANSSEN, S. L. ; VAN DEN BORNE, D. ; CLIMENT, C. ; SERBAY, M. ; WEISKE, C. J. ; SUCHE, H. ; KRUMMERICH, P. M. ; SPÄLTER, S. ; CALABRO, S. ; HECKER-DENSCHLAG, N. ; LEISCHING, P. ; ROSENKRANZ, W. ; SOHLER, W. ; KHOE, G. D. ; KOONEN, T. ; DE WAARDT, H.: „10200 km 22x2x10 Gbit/s RZ-DQPSK Dense WDM Transmission without Inline Dispersion Compensation through Optical Phase Conjunction“. In: *Optical Fiber Communication Conference, Post Deadline Paper* (2005)
- [KA87] KOROTKY, S. K. ; ALFERNESS, R. C.: „*Integrated optical circuits and technology*“. Marcel Dekker, Inc., 1987
- [Kad] KADETOV, I.: „Persönliche Mitteilung“.
- [KFSN98] KINTAKA, K. ; FUJIMURA, M. ; SUHARA, T. ; NISHIHARA, H.: „Fabrication of ferroelectric-domain-inverted gratings in LiNbO<sub>3</sub> by applying voltage using etched-Si stamper electrode“. In: *Elec. Lett.* 34 (1998), Nr. 9, S. 880–1
- [KM91] KARTHE, W. ; MÜLLER, R.: „*Integrierte Optik*“. Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig, 1991. – ISBN 3-321-00080-6
- [KMB<sup>+</sup>82] KOROTKY, S. K. ; MINFORD, W. J. ; BUHL, L. L. ; DIVINO, M. D. ; ALFERNESS, R. C.: „Mode Size and Method for Estimating the Propagation Constant of single mode Ti:LiNbO<sub>3</sub> strip waveguides“. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, USA MTT-30* (1982), Nr. 10, S. 1784–9
- [LAES61] LOUISELL, W. H. ; A. E. SIEGMANN, A. Y.: „Quantum Fluctuations and Noise in Parametric Prozesses I.“. In: *Phys. Rev.* 124 (1961), Nr. 6, S. 1646–54
- [Lee02] LEE, Jie H.: „*Ultrafast All Optical Switching and Wavelength Converting by cSFG/DFG in Ti:PPLN Channel Waveguides*“. Universität Paderborn, Diplomarbeit, 2002
- [LMG<sup>+</sup>02] LEE, J. H. ; MIN, Y. H. ; GRUNDKOTTER, W. ; QUIRING, V. ; SOHLER, W.: „All-optical wavelength selective switching exploiting the nonlinear phase shift induced by cascaded sum and difference frequency generation (cSFG/DFG) in a Ti:PPLN channel waveguide“. In: *11th European Conference on Integrated Optics, Prague 1* (2002), S. 101–4



- [Lou] LOUISELL, W. H.: „*Quantum statistical properties of radiation*“. John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto. – ISBN 0-471-54785-9
- [LSM<sup>+</sup>03] LEE, Y. L. ; SUCHE, H. ; MIN, Y. H. ; LEE, J. H. ; GRUNDKOTTER, W. ; QUIRING, V. ; SOHLER, W.: „Wavelength- and Time-Selective All-Optical Channel Dropping in Periodically Poled Ti:LiNbO<sub>3</sub> Channel Waveguides“. In: *Phot. Tech. Lett.* 15 (2003), Nr. 7, S. 978–80
- [LSS80] LÜDTKE, H. ; SOHLER, W. ; SUCHE, H.: „Characterization of Ti:LiNbO<sub>3</sub> Optical Waveguides“. In: *Digest Workshop Integrated Optics, TU Berlin* (1980), S. 122ff
- [Mai60] MAIMAN, T. H.: „Stimulated optical radiation in ruby“. In: *Nature* 187 (1960), S. 436ff
- [Mar91] MARCUSE, D.: „*Theory of Dielectric Optical Waveguides*“. ACADENIC PRESS, INC., San Diego, 1991. – ISBN 0-12-470951-6
- [MEF<sup>+</sup>95] MYERS, L. E. ; ECKHARDT, R. C. ; FEJER, M. M. ; BYER, R. L. ; BOSENBERG, W. R. ; PIERCE, J. W.: „Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>“. In: *Optics Letters* 12 (1995), Nr. 11, S. 2102–16
- [Mil64] MILLER, R. C.: „Optical Second Harmonic Generation in Piezoelectric Crystals“. In: *Appl. Phys. Letters* 5 (1964), Nr. 1, S. 17–19
- [MLL<sup>+</sup>03] MIN, Y. ; LEE, J. ; LEE, Y. ; GRUNDKOETTER, W. ; QUIRING, V. ; SOHLER, W.: „Tunable all-optical control of wavelength conversion of 5 ps pulses by cascaded sum-and difference frequency generation (cSFG/DFG) in a Ti:PPLN Waveguide“. In: *OFC 2003 - Optical Fiber Communication Conference and Exhibition. Technical Digest 2* (2003), S. 767–8
- [MPSK04] MÜLLER, F. ; POPP, A. ; SCHILLER, S. ; KUEHNEMANN, F.: „Cw-OPO-based photoacoustic spectrometer for highly sensitive detection of ethane and other volatile organic compounds“. In: *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering, USA* 53209 (2004), Nr. 1, S. 138–44
- [MSLK] MIN, Y. H. ; SUCHE, H. ; LEE, L. ; KADETOV, I.: „Diskussion mit den Experimentatoren“.

- [Nol03] NOLTING, W.: „*Grundkurs Theoretische Physik 5/2. Quantenmechanik*“. Springer Verlag, 2003. – ISBN 3–540–40072–9
- [NS04] NORTON, Andrew H. ; STERKE, C. M.: „Aperiodic 1-dimensional structures for quasi phase matching“. In: *Opt. Exp.* 12 (2004), Nr. 5, S. 841–45
- [OKG<sup>+</sup>05] ORLOV, S. ; KADETOV, I. ; GRUNDKÖTTER, W. ; QUIRING, V. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W.: MIR-Optical Parametric Fluorescence: From Photon Pairs to Pump Depletion. In: *12th European Conference on Integrated Optics, Book of Abstracts* (2005), S. 237ff
- [Orl] ORLOV, S.: „Persönliche Mitteilung“.
- [PTVF93] PRESS, William H. ; TEUKOLSKY, Saul A. ; VETTERLING, William T. ; FLANNERY, Brian P.: „*Numerical Recipes in C: The art of Scientific Computing*“. Cambridge University Press, 1993. – ISBN 0–521–43720–2
- [RNW98] RUFFING, B. ; NEBEL, A. ; WALLENSTEIN, R.: „All-solid-state cw mode-locked picosecond KTiOAsO<sub>4</sub> (KTA) optical parametric oscillator“. In: *Appl. Phys. B* 67 (1998), Nr. 5, S. 537–44
- [RSW86] RENNERT, P. ; SCHMIEDEL, H. ; WEISSMANTEL, C.: „*Kleine Enzyklopädie der Physik*“. VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 1986. – ISBN 3–323–00011–0
- [Rus00] RUST, U.: „*Modellierung integriert akustischer Bauelemente in Lithium-niobat*“, Universität Paderborn, Diss., 2000
- [SBM88] STRAKE, E. ; BAVA, G. P. ; MONTROSSET, I.: „Guided modes of Ti:LiNbO<sub>3</sub> Channel Waveguides: A Novel Quasi-Analytical Technique in Comparison with the Scalar Finite-Element Method“. In: *J. Lightw. Techn.* 6 (1988), Nr. 6, S. 1126–35
- [Sch] SCHIEK, R.: „Persönliche Mitteilung“.
- [Sch82] SCHRÖDER, B.: Optical Parametric Amplification from quantum noise. In: *Optical and Quantum Electronics* 15 (1982), S. 57–63
- [Sch02] SCHREIBER, G.: „*Quasi-phasenangepaßte Frequenzkonversion mit periodisch gepolten Ti:LiNbO<sub>3</sub> Wellenleitern*“, Universität Paderborn, Diss., 2002

- [Ser01] SERES, J.: „Dispersion of nonlinear coefficients“. In: *Appl. Phys. B* 73 (2001), S. 705–9
- [SHSS85] SUCHE, H. ; HAMPEL, B. ; SEIBERT, H. ; SOHLER, W.: Parametric Fluorescence, Amplification and Oscillation in Ti:LiNbO<sub>3</sub> Optical Waveguides. In: *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering, USA* 578 (1985), S. 156–61
- [SK74] SCHMIDT, R. V. ; KAMINOW, I. P.: „Metal-diffused optical waveguides in LiNbO<sub>3</sub>“. In: *Appl. Phys. Letters* 25 (1974), S. 458ff
- [SKK<sup>+</sup>97] SHOJI, Ichiro ; KONDO, Takahashi ; KITAMOTO, Ayako ; SHIRANE, Masayuki ; ITO, Ryoichi: „Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients“. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 14 (1997), Nr. 9, S. 2268–2294
- [SLQ<sup>+</sup>01] SCHREIBER, G. ; LEE, Y. L. ; QUIRING, V. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W. ; PAOLETTI, A. ; CARBONE, F. ; CACCIOLI, D. ; SCHIFFINI, A.: „Efficient Ti:PPLN multi-wavelength converter for high bitrate WDM-transmission systems“. In: *Proceedings 27th European Conference on Optical Communication, Amsterdam, Netherlands* 6 (2001), S. 42–3
- [SLQ<sup>+</sup>02] SUCHE, H. ; LEE, Y. L. ; QUIRING, V. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W.: „All optical wavelength conversion and switching in Ti:PPLN waveguides“. In: *Technical Digest 2002 Intern. Topical Meeting on Photonics in Switching (invited)* (2002), S. 34–36
- [SSBSA93] STEGEMAN, G. ; SHEIK-BAHAEE, M. ; STRYLAND, E. van ; ASSANTO, G.: „Large nonlinear phase shifts in second-order nonlinear-optical processes“. In: *Optics Letters* 18 (1993), Nr. 1, S. 13–5
- [SSL<sup>+</sup>01] SCHREIBER, G. ; SUCHE, H. ; LEE, Y. L. ; GRUNDKÖTTER, W. ; QUIRING, V. ; RICKEN, R. ; SOHLER, W.: „Efficient cascaded difference frequency conversion in periodically poled Ti:LiNbO<sub>3</sub> waveguides using pulsed and cw pumping“. In: *Appl. Phys. B* 73 (2001), Nr. 5-6, S. 501–4
- [Str] STRAKE, E.: „FOCUS“, In Borland Pascal implementiertes Programm zur Berechnung optischer Moden in Ti:LiNbO<sub>3</sub>-Streifenwellenleitern, 1991.
- [Str91] STRAKE, E.: „Numerische Analyse optischer Komponenten in LiNbO<sub>3</sub> mit der Theorie gekoppelter Moden“, Universität Paderborn, Diss., 1991

- [Tam79] TAMIR, T.: „*Integrated Optics*“. SPRINGER, 1979. – ISBN 3-540-09673-6
- [TBT93] TAN, H. ; BANFI, G. P. ; TOMASELLI, A.: „Optical frequency mixing through cascaded second-order processes in  $\beta$ -barium borate“. In: *Appl. Phys. Letters* 63 (1993), Nr. 18, S. 2472
- [TH94] TEICHMANN-HIEPE, H.: „*Absorptions-Spektrometer/Gasanalysesystem mit integriert optischem parametrischen Oszillator als abstimmbare Strahlungsquelle*“, Universität Paderborn, Diss., 1994
- [Wer99] WERNER GRUNDKÖTTER: „*Theoretische Beschreibung quasiphasenangepaßter optischer Frequenzkonversion in periodisch gepolten Wellenleitern*“. Universität Paderborn, Diplomarbeit, 1999
- [Wes00] WESSELS, R.: „*Modelocked Waveguide Lasers in Lithium Niobate*“, Universität Paderborn, Diss., 2000
- [XSL<sup>+</sup>04] XIE, Xiuping ; SCHÖBER, Andrew M. ; LANGROCK, Carsten ; ROUSSEV, Rostislav V. ; KURZ, Jonathan R. ; FEJER, Martin M.: „Picojoule Threshold, Picosecond Optical Parametric Generation in reverse proton-exchanged Lithium Niobate Waveguides. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 21 (2004), Nr. 7, S. 1397–1402
- [Yar73] YARIV, A.: „Coupled-mode Theory for Guided-mode Optics“. In: *J. Quantum Electron.* 9 (1973), S. 916ff
- [Yar89] YARIV, A.: „*Quantum Electronics*“. WILEY & SONS, 1989. – ISBN 0-471-61771-7
- [Yar91] YARIV, A.: „*Optical Electronics*“. Saunders College Publishing, 1991. – ISBN 0-03-04744-2
- [YKK<sup>+</sup>03] YU, N. E. ; KURIMURA, S. ; KITAMURA, K. ; RO, J. H. ; CHA, M. ; ASHIHARA, S. ; SHIMURA, T. ; KURODA, K. ; TAIRA, T.: „Efficient frequency doubling of a femtosecond pulse with simultaneous group-velocity matching and phase matching in periodically poled, MgO-doped lithium niobate“. In: *Appl. Phys. Letters* 82 (2003), Nr. 20, S. 3388–3390



# Danksagung

Herrn Prof. Dr. W. Sohler danke ich für die Aufnahme in seiner Arbeitsgruppe und für die Möglichkeit, mich mit dem sehr interessanten Gebiet der nichtlinearen Optik zu befassen. Als „Modellierer“ in einer Arbeitsgruppe der angewandten Physik war der Vergleich mit dem Experiment auf beiden Seiten eine stete Herausforderung. Sein plastisches Verständnis der Physik war immer eine sehr hilfreiche Ergänzung zu meiner formalen Auffassung und hat so manchen „vorschnellen“ Berechnungsfehler aufgedeckt. Insbesondere bedanke ich mich auch für die Geduld seinerseits, die sicher manches mal notwendig war.

Ganz besonders habe ich mich auch bei Herrn Dr. Harald Herrmann und Herrn Dr. Hubertus Suche zu bedanken. Beide waren sehr wertvolle Diskussionspartner und konnten mit ihrer großen Erfahrung im Gebiet der integrierten Optik oft wesentliche Hinweise liefern. Die Ideen und Probleme von Herrn Dr. Suche waren vor allem für den Diplomanden und junge Doktoranden so manches mal große Motivation und es ist ein großartiges Erlebnis, wenn man das erste Mal einfach Recht hat.

Ein weiterer ganz besonderer Dank geht an Frau Irmgard Zimmermann. Neben der Übersetzung meiner Arbeit zur neuen Rechtschreibung war sie immer auch ein Ansprechpartner bei Problemen, die sich nicht in Gleichungen und Axiomen erfassen lassen. Auch durch ihre Hilfe habe ich ein Stück weit begriffen, dass nur gut für uns ist, was uns gut tut.

Herrn Dr. Yoo Hong Min danke ich für die sehr gute Zusammenarbeit im Rahmen des ROSA-Projektes und für die sehr angenehme Gesellschaft während der gemeinsamen Dienstreisen. Er ermöglichte mir vor allem auch einen tieferen Einblick in die asiatische Kultur und Mentalität.

Herrn Dr. Gerhard Schreiber und Herrn Dr. Dirk Hofmann und ihren Nachfolgern Herrn Dipl. Phys. Sergey Orlov und Frau Dipl. Phys. Irina Kadetova sowie Dr. Yeung Lak Lee und Jie Hyun Lee danke ich für die vielen experimentelle Daten, die es zu analysieren galt.

Allen nicht namentlich aufgeführten ehemaligen und aktuellen Mitglieder der Arbeitsgruppe meiner Ära danke ich für das sehr angenehme Umfeld, in dem ich mich sehr wohl gefühlt habe.

Zuletzt — und das hat sicher nichts mit der Wertigkeit des Dankes zu tun — bedanke ich mich bei meinen Geschwistern Karl und Ina und ihren Familien. Die letzten Jahre waren für mich oft nicht leicht und voller emotionaler Tiefen. Es war sehr wichtig für

mich zu wissen, dass ich immer willkommen bin. Ihrer pragmatische Art konnte ich immer viel abgewinnen.

Ich werde diese Arbeit schließen mit dem Bewusstsein, beruflich den Weg gegangen zu sein, den ich mir schon als Kind erträumt habe.

---

WERNER GRUNDKÖTTER

November 2005