

Average and Smoothed Complexity of Geometric Structures

Dissertation von Valentina Damerow

Dezember 2005

Viele Methoden und Ergebnisse aus dem Bereich der algorithmischen Geometrie finden Anwendung in sehr unterschiedlichen Bereichen, so etwa im Computer-Aided Design, Operations Research, in der kombinatorischen Optimierung, Computergrafik oder bei geographischen Informationssystemen. In diesen Anwendungen stammen die Eingabedaten in der Regel aus physikalischen Messungen und Beobachtungen, weshalb die Daten oft ungenau und mit Meßfehlern behaftet sind. In der Physik wird die Verteilung solcher Meßfehler üblicherweise durch eine Gaussche Normalverteilung modelliert.

Bei der geglätteten Analyse (Smoothed Analysis) werden die Eingabeinstanzen durch Addieren einer kleinen Zufallsvariable auf jeden Eingabepunkt perturbiert. Ist diese Zufallsvariable nun nach Gauss verteilt, so können damit unpräzise oder verrauschte Eingabedaten modelliert werden. Andererseits möchte man den Effekt von Rundungsfehlern untersuchen, wenn Rechnungen nur mit beschränkter Präzision ausgeführt werden. Nimmt man nun an, dass die Zufallsvariable uniform in einem Hyperwürfel um die eigentliche, exakte Position des Eingabepunkts verteilt ist, so können mit der geglätteten Analyse diese Rundungsfehler modellieren werden. Für solche Klassen von gestörten Eingaben erhält man durch die geglättete Analyse dann Aussagen über die erwartete Worst Case Komplexität.

In dieser Arbeit ist die geglättete Analyse auf einige grundlegende Probleme aus dem Bereich der algorithmischen Geometrie angewendet worden. Die Anzahl der Ecken der konvexen Hülle einer Punktmenge im d -dimensionalen Raum wird umfassend untersucht. Für sich bewegende Objekte wird der Begriff der Bewegungskomplexität im Worst Case und im geglätteten Fall (Smoothed Case) eingeführt. Bewegungskomplexität spielt unter anderem eine Rolle bei der Entwicklung effizienter Datenstrukturen, um gewisse kombinatorische Eigenschaften von Objekten unter Bewegung effizient aufrecht zu erhalten.