Transferoperatoren and Zetafunktionen for Spinketten

Zusammenfassung: Wir studieren eindimensionale, einseitige Matrixshifts mithilfe der Transferoperatorenmethode. Dieser Ansatz geht auf Arbeiten von E. Ising, H. Kramers, G. Wannier und D. Ruelle zurück und besteht darin, einen linearen Operator zu finden, dessen Spektrum gewisse asymptotische Eigenschaften der Zustandssumme der Spinkette beschreibt. Später fanden D. Mayer, K. Viswanathan, B. Moritz und J. Hilgert Beispiele von Ising-Wechselwirkungen, für die eine sogenannte dynamische Spurformel gilt, d.h. es gibt einen Spurklasseoperator, den Ruelle-Mayer'schen Transferoperator, so dass die Zustandssumme sich mithilfe der Spuren von Potenzen des Operators ausdrücken läßt. Wir fragen, für welche Wechselwirkungen eine dynamische Spurformel gilt.
Eine Analyse der bekannten Beispiele liefert eine Klasse von sogenannten Ising-Typ-Wechselwirkungen, die neben den Ising-Modellen auch Stanley's M-vector model und das Potts-Modell enthält. Unsere Klasse von Wechselwirkungen erlaubt unter anderem die Behandlung von Abstandsfunktionen mit endlicher Reichweite, superexponentiellem Abfall sowie polynomiell-exponentiellem Abfall. Für diese Klasse können wir ein einheitliches Konstruktionsprinzip für den Ruelle-Mayer'schen Transferoperator angeben und eine dynamische Spurformel beweisen. Wir benutzen diese für die Untersuchung von Ruelle's dynamischer Zetafunktion. Wir zeigen, dass diese eine meromorphe Fortsetzung auf diese gesamte komplexe Ebene mittels eines Quotienten von regularisieren Fredholmdeterminanten des Transferoperators besitzt. Ferner berechnen wir für polynomiell-exponentiell abfallende sowie für Wechselwirkungen mit endlicher Reichweite den unter der Bargmann-Transformation zum Ruelle-Mayer'schen Transferoperator konjugierten Operator. Dieser Integraloperator agiert auf auf dem Raum der quadratintegrierbaren Funktionen auf dem n-dimensionalen euklidischen Raum und seine spektralen Eigenschaften können gut analysiert werden. Aufgrund von Vorläuferarbeiten von M. Kac, M. Gutzwiller, D. Mayer, and J. Hilgert nennen wir diesen Integraloperator einen Kac-Gutzwiller Transferoperator.