

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden neue algorithmische Methoden zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen (kurz ODEs) vorgestellt. Ziel der Arbeit ist die Darstellung von praktischen und effizienten Algorithmen und Heuristiken für ODEs sowie die dafür nötigen algebraischen Grundlagen, die sich auch praktisch in einem Computeralgebra System implementieren lassen. Die Betonung liegt auf “praktisch und effizient”. Zur Realisierung dieser Verfahren werden neue algebraische Strukturen definiert und die für die Algorithmen notwendigen theoretischen Grundlagen entwickelt. Es werden Verallgemeinerungen der von E. S. Cheb-Terrab et. al. in den 1990er Jahren entwickelten Verfahren für ODEs vorgestellt. Diese können zur Berechnung von integrierenden Faktoren für nicht-lineare ODEs dritter und höherer Ordnung verwendet werden. Ferner werden neue effiziente Verfahren zur Berechnung von integrierenden Faktoren vorgestellt, die durch Anwendung schiefsymmetrischer Operatoren entstehen. Anwendungen eines neuen und bisher nicht publizierten Integrabilitätsresultats von B. Fuchssteiner werden diskutiert und es wird gezeigt, wie sich die von Cheb-Terrab entwickelten Symmetriemethoden in den allgemeineren Kontext dieses neuen Resultats einbetten lassen. Schließlich wird durch Einführung eines neuen Symmetrietyps (nicht-lokale Symmetrien) eine Verbindung zwischen zwei bis dato völlig disjunkten Theorien (Differentialgaloistheorie und Symmetrieanalyse) hergestellt. Technisch gesehen wird durch die Kombination von Symmetriemethoden und der Theorie nilpotenter Flüsse ein neuer Zugang zur Berechnung der wichtigen symmetrischen Potenzen von linearen Differentialoperatoren entwickelt.