

Mächtigkeit und Komplexität von Berechnungen mit der ganzzahligen Division

In dieser Arbeit werden Berechnungen mit dem Einheitskostenmaß über einer Operationsmenge, die die ganzzahlige Division DIV einschließt, betrachtet. Es werden die Sprachklassen $CC_n(S)$ der Sprachen $L \subset \mathbb{Z}^n$, die durch S-Berechnungsbäume mit $S \subset \{+, -, *, \div, \text{DIV}, \text{DIV}_c\}$ erkannt werden, charakterisiert, sie werden für $S=\{+, -, \text{DIV}_c\}$ und $S=\{+, -, *, \text{DIV}_c\}$ vollständig, für $S=\{+, -, \text{DIV}\}$ und $S=\{+, -, *, \text{DIV}\}$, $n=1$ vollständig und für $S=\{+, -, \text{DIV}\}$ und $S=\{+, -, *, \text{DIV}\}$, $n>1$ teilweise charakterisiert. Die Beziehungen zwischen den Sprachklassen $CC_n(S)$ werden vollständig bewiesen und es werden untere Schranken für solche S-Berechnungsbäume bewiesen.

Die erste untere Schranke für $(\{+, -, *, \text{DIV}\}, \mathbb{Q})$ -CTs führt zu einer doppellogarithmischen Lücke zwischen Polynomauswertung über $\{+, -, *\}$ und $\{+, -, *, \text{DIV}\}$. Daher stellt sich die Frage, ob Polynome über $\{+, -, *, \text{DIV}\}$ in $o(d)$ berechenbar sind. Dies ist mit einem Algorithmus von N.Bshouty in konstant vielen Schritten für endliche Eingabemengen möglich oder für Eingaben aus \mathbb{Z}^n , wenn als weitere Operation die bitweise Konjunktion hinzugenommen wird. Diese Ergebnisse werden zur Beschleunigung der Matrixmultiplikation, der Determinantenberechnung über $\{+, -, *, \text{DIV}\}$ und der Potenzierung von Matrizen über $\{+, -, *, \text{DIV}, \text{ggT}\}$ benutzt.