



Universität Paderborn
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Department 3: Wirtschaftsinformatik

Aggregierte Produktionsplanung in der Automobilindustrie unter besonderer Berücksichtigung von Personalflexibilität

**Dissertation zu Erlangung der Würde eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaften (Dr. rer. pol.)
der Universität Paderborn**

vorgelegt von
Dipl.-Wirt.-Inf. Thomas Sillekens
Albinstr. 6
33098 Paderborn

Paderborn, im November 2008

Erstprüferin: Prof. Dr. Leena Suhl
Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier

Abstract: Der Wettbewerbsdruck in der Automobilindustrie ist unverändert hoch. Die effiziente Nutzung von Produktions- und Personalkapazitäten im Rahmen der aggregierten Produktionsplanung ist ein entscheidender Wettbewerbsvorteil für die Hersteller. Diese Arbeit enthält einen neuen gemischt-ganzzahligen Ansatz der linearen Programmierung, um das Problem für Fließproduktionslinien zu lösen. Dabei wird sowohl der einstufige Fall einer Fließproduktionslinie als auch der mehrstufige Fall mehrerer Fließproduktionslinien adressiert, die über Puffer verbunden sind. In beiden Kontexten ist es von entscheidender Wichtigkeit, die Anpassungsmöglichkeiten zu berücksichtigen, welche insbesondere durch die Personalflexibilität gegeben sind. Darunter fallen unter anderem unterschiedliche Schichtmodelle, Arbeitszeitkonten und die Struktur der eingestellten Arbeitskräfte. Um gültige und durchführbare Produktionspläne zu erhalten, muss zusätzlich eine Vielzahl von Regeln mit Bezug auf Wechsel in der Produktions- und Personalkapazität eingehalten werden. Modelle, welche diese Problemcharakteristika abbilden können, werden entwickelt. Um die Probleme effizient lösen zu können, erfolgt die Implementation eines Frameworks, welches unterschiedliche Modellverbesserungen und primale Heuristiken enthält. Die Umsetzung und Bereitstellung der Lösungsmethode erfolgt im Rahmen eines Entscheidungsunterstützungssystem (EUS). Das EUS erzeugt Laufzeitergebnisse für unterschiedliche Testinstanzen. Abschließend erfolgt eine Analyse, um die Anwendbarkeit und Grenzen des Ansatzes zu demonstrieren.

Stichworte: Automobilindustrie, Aggregierte Produktionsplanung (APP), Entscheidungsunterstützungssystem (EUS), gemischt-ganzzahlige Programmierung, Personalflexibilität

Abstract: Competition in the automotive industry is still high. The efficient utilization of production and workforce capacity in the context of aggregate production planning is an important competitive advantage. In this work a new mixed integer linear programming approach to solve the problem for flowshop production lines is presented. The case of a single stage flowshop production line is considered as well as the multi stage case with several production lines connected by buffers. In this context it is important to consider adaptation possibilities arising from workforce flexibility such as different shiftmodels, working time accounts and the structure of the workforce. To gain feasible production plans regulations regarding the change of production and workforce capacity have to be considered. A model which can cope with these problem characteristics is presented. Moreover a framework containing different model improvements and primal heuristics to solve these problems efficiently is developed. The entire solution method is implemented as a Decision Support System (DSS). With the help of the DSS runtime results for different test instances are generated and analyzed to demonstrate the successful applicability and limits of the approach.

Keywords: Automotive Industry, Aggregate Production Planning (APP), Decision Support System (DSS), Mixed Integer Programming (MIP), labour flexibility

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen einer Kooperation zwischen der International Graduate School Paderborn, dem Decision Support and Operations Research Lab der Universität Paderborn und der Forschung der Daimler AG.

Ich möchte mich bei meiner Doktormutter Frau Prof. Dr. Leena Suhl für den vielseitigen fachlichen Rat, die vertrauensvolle Zusammenarbeit und die viele Zeit bedanken, die sie in die Betreuung dieser Arbeit investiert hat. Weiterer Dank gebührt meinem Zweitkorrektor Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier sowie Herrn Jun.-Prof. Dr. Achim Koberstein. Beide haben mir immer mit Rat und Tat zur Seite gestanden.

Ich bedanke mich bei den Leitern des Forschungsbereichs Vehicle Manufacturing Herrn Prof. Dr. Heinrich Flegel und Herrn Dr. Stefan Kienzle, meinem Abteilungsleiter Herrn Dr. Gerhard Jünemann, meinen Teamleitern Herrn Thomas Sommer-Dittrich und Herrn Dr. Stephan Bürkner sowie meinem Teilprojektleiter Herrn Dr. Marcus Ziegler für die Möglichkeit, meine theoretischen Ansätze in der Praxis zur Anwendung zu bringen. Die vertrauensvolle Atmosphäre und die interessanten Gespräche werden mir in Erinnerung bleiben.

Der International Graduate School Paderborn und ihrem Leiter Herrn Prof. Dr. Eckhard Steffen danke ich für die Förderung als Stipendiat, die Betreuung und die Organisation vieler interessanter Veranstaltungen im Kreis der Stipendiaten.

Allen Kollegen des Teams Produktionsmanagement am Forschungszentrum Ulm und den Kollegen am DS&OR Lab in Paderborn danke ich für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre und die interessanten Diskussionen. Neben Gazi Askar, Sebastian Köffer und Thomas Siebers sind dabei insbesondere Jens Peter Kempkes, Jan Erik Gans, Simon Altemeier, Marcel Helmdach und Kostja Siefen hervorzuheben, die den gleichen Weg mit mir gegangen sind und dabei sowohl Freunde als auch Kollegen waren. Darüber hinaus danke ich all denen, die mich während der Studienzeit begleitet haben und diesen Lebensabschnitt zu einer wundervollen Zeit gemacht haben.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich ein Leben lang gefördert haben und mich immer und in jeder Situation unterstützt haben.

Als letztes möchte ich meiner Freundin Sonja für das Verständnis und die fortwährende, bedingungslose Unterstützung danken. Ohne sie wäre all dies nicht möglich gewesen. Ihr widme ich diese Arbeit.

Thomas Sillekens

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xi
Tabellenverzeichnis	xiii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung	3
1.3 Aufbau der Arbeit	4
1.4 Notation	5
2 Grundlagen und Einführung in die Problemstellung	7
2.1 Aufbau einer Automobilproduktion	7
2.2 Hierarchische Produktionsplanung	12
2.2.1 Einführung	12
2.2.2 Produktionsplanung in der Automobilindustrie	15
2.3 Problem der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie	16
2.3.1 Begriffe	16
2.3.2 Flexibilität und Flexibilitätsbedarf	19
2.3.3 Allgemeiner Wirkungszusammenhang der aggregierten Produktionsplanung	22
2.3.4 Produktnachfrage und Produktionskapazität	22
2.3.5 Personalbedarf und Personalkapazität	24
2.3.6 Planungsablauf	26
2.4 Entscheidungsunterstützungssysteme	27
2.5 Methoden des Operations Research	28
2.5.1 Allgemeine Einführung	29
2.5.2 Lineare Programmierung	31
2.5.3 Gemischt-ganzzahlige Programmierung	31
3 Stand der Technik und Diskussion der vorgestellten Ansätze	33
3.1 Einführung und Definitionen der aggregierten Produktionsplanung	33
3.2 Einordnung und Kategorisierung der aggregierten Produktionsplanung	35
3.2.1 Einordnung in die Hierarchische Produktionsplanung	35
3.2.2 Kategorisierung innerhalb der aggregierten Planung	36
3.3 Exakte Verfahren	38
3.3.1 Lineare Entscheidungsregel	38

3.3.2	Lineare Programmierung	43
3.3.3	Gemischt-ganzzahlige Programmierung	47
3.3.4	Losgrößenmodelle	51
3.4	Heuristische Verfahren	55
3.4.1	Produktionswechselheuristik	55
3.4.2	Management-Koeffizienten-Modell	60
3.4.3	Simulationsmodelle	63
3.4.4	Such-Entscheidungsregel	65
3.4.5	Dynamische Programmierung	70
3.4.6	Metaheuristiken	74
4	Forschungsbedarf und Anforderungen an die zu entwickelnde Methodik	77
4.1	Kritik an bestehenden Ansätzen	77
4.2	Handlungsbedarf	78
5	Abstrakte mathematische Modelle	81
5.1	Allgemeines Modell	81
5.2	Dekomponiertes Modell	85
5.3	Komplexität	89
6	Spezifische mathematische Modelle	91
6.1	Übergreifende Modellbestandteile	92
6.2	Modell zur Produktionskapazitätsplanung	94
6.2.1	Reale Produktionskapazität	95
6.2.2	Produktion mit angeschlossenem Puffer	96
6.2.3	Produktion ohne angeschlossenem Puffer	98
6.2.4	Schichtabsagereihenfolge	99
6.2.5	Kosten und Zielfunktion	101
6.3	Modell zur Wechselplanung der Produktionskapazität	102
6.3.1	Schichtmodellwechsel	102
6.3.2	Taktzeitwechsel	105
6.3.3	Konfigurations- und Plattformbelegungswechsel	106
6.3.4	Kosten und Zielfunktion	107
6.4	Modell zur Personalkapazitätsplanung	108
6.4.1	Arbeitskräftebedarf	108
6.4.2	Schichtzuschlag	111
6.4.3	Kosten und Zielfunktion	112
6.5	Modell zur Wechselplanung der Personalkapazität	113
6.5.1	Einstellungen und Entlassungen	114
6.5.2	Kosten und Zielfunktion	115
6.6	Modell zur Arbeitszeitkontoplanung	115
6.6.1	Problematik der aggregierten Arbeitszeitkontoplanung	116
6.6.2	Formulierung 1: Gewichteter Durchschnitt	118

6.6.3	Alternative Formulierung 2: Ungewichteter Durchschnitt	129
6.6.4	Alternative Formulierung 3: Kumulierte Arbeitszeit	129
6.7	Modellerweiterungen für linienübergreifende Optimierung	131
6.7.1	Modellübergreifende Bestandteile	131
6.7.2	Modell zur Produktionskapazitätsplanung	133
6.7.3	Modell zur Kapazitätswechselplanung in der Produktion	138
6.7.4	Modell zur Arbeitskräftekapazitätsplanung	138
6.7.5	Modell zur Wechselplanung der Personalkapazität	139
6.7.6	Modell zur Arbeitszeitkontoplanung	141
7	Lösungsmethodik und Implementierung	143
7.1	Lösungsablauf und -methodik	143
7.2	Modellverbesserungen	145
7.2.1	Preprocessing	145
7.2.2	Valide Ungleichungen	147
7.3	Lösungsräume	149
7.3.1	Standardlösungsraum	149
7.3.2	Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum	150
7.3.3	Nachfragefenster-Lösungsraum	151
7.4	Primale Heuristiken	152
7.4.1	Lösungsraum-Heuristik	153
7.4.2	LP-and-Fix	153
7.4.3	Relax-and-Fix	154
7.4.4	Kopplungsheuristik	155
7.5	Prototypische Implementierung als EUS	157
8	Ergebnis- und Laufzeitanalyse	159
8.1	Definition von Testszenarien	159
8.2	System- und Solvareinstellungen	161
8.3	Analyse der Modellverbesserungen und des Arbeitzeitkontos	163
8.3.1	Wirkung der Modellverbesserungen	163
8.3.2	Genauigkeit der Arbeitzeitkonto-Formulierung	165
8.4	Analyse der Testszenarien	168
8.4.1	Laufzeitanalyse des Gewerks Montage	169
8.4.2	Laufzeitanalyse des Gewerks Oberfläche	172
8.4.3	Laufzeitanalyse der integrierten Mehrlinienoptimierung	176
8.4.4	Vergleich von sequentieller und integrierter Mehrlinienoptimierung	178
8.4.5	Zusammenfassung der Laufzeitergebnisse	180
9	Fazit und Ausblick	183
	Literaturverzeichnis	185

A	Geradengleichung der linearen Approximation des Arbeitszeitkontos	201
B	Beschreibung der Testszenarien und Laufzeitergebnisse	203
B.1	Beschreibung der Testszenarien	203
B.2	Gewerk Montage	206
B.2.1	Geringe Entkopplung	206
B.2.2	Mittlere Entkopplung	208
B.2.3	Hohe Entkopplung	209
B.3	Gewerk Rohbau und Oberfläche	210
B.3.1	Geringe Entkopplung	210
B.3.2	Mittlere Entkopplung	211
B.3.3	Hohe Entkopplung	213
B.4	Integrierte Betrachtung	214
B.4.1	Geringe Entkopplung	214
B.4.2	Mittlere Entkopplung	215

Abbildungsverzeichnis

1.1	Lohnkostenanteile großer deutscher Automobilhersteller	3
2.1	Grundstruktur getaktete Fließproduktionslinien	8
2.2	Grundstruktur eines Automobilwerks	8
2.3	Grundstruktur eines Fischgräten-Rohbaus	9
2.4	Beispielhafte Struktur eines Oberflächengewerks	10
2.5	Grundstruktur einer hierarchischen Planung	13
2.6	Hierarchische Produktions- und Personalplanung	15
2.7	Beispiel eines Zweischichtmodells	18
2.8	Zulassungen von Personenkraftwagen im Jahresverlauf 2005-2007 . .	19
2.9	Zusammenhang von Nachfrage, Produktions- und Personalkapazität .	23
2.10	Grundschemata der Arbeitskräfteberechnung	25
2.11	Grundschemata eines Entscheidungsunterstützungssystems	28
2.12	Beziehung zwischen MIP und LP-Lösung	32
3.1	Zustandsübergang in der Dynamischen Programmierung	71
6.1	Einlinienoptimierung: Sequentielle Optimierung der Linien	91
6.2	Mehrlinienoptimierung: Integrierte Optimierung der Linien	92
6.3	Auswirkungen einer Schichtabsage auf die durchschnittliche Arbeitszeit	117
6.4	Lineare Approximierung des Arbeitskräfteverhältnisses	120
6.5	Herleitung von LA^Y bei unterschiedlicher Anzahl Netto-AK	122
6.6	Approximationsfehler der Arbeitszeitkontoformulierung 1	128
6.7	Beispielhafte Definition der Linien- und Puffer-Indexmengen	132
7.1	Ablaufdiagramm	144
7.2	Valide Ungleichung in der gemischt-ganzzahligen mathematischen Pro- grammierung	148
7.3	Darstellung Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum für eine Periode .	150
7.4	Darstellung des Nachfragefenster-Lösungsraums für eine Periode . . .	152
7.5	Ablauf der Relax-and-Fix-Heuristik	155
7.6	Spezialfälle der Kopplungs-Heuristik	156
7.7	Nutzung des Entscheidungsunterstützungssystems	158
8.1	Werksstruktur Testszenario	161
8.2	Verlauf des Arbeitszeitkontos in den 52-Wochen-Szenarien	166
8.3	Gesamtabweichung der AZK-Formulierungen	167
8.4	Beschreibung der Vergleichspiktogramme	179

Tabellenverzeichnis

2.1	Überblick über verschiedene Zeithorizonte der hierarchischen Planung	14
2.2	Flexibilitätsinstrumente in der aggregierten Produktionsplanung . . .	21
3.1	Verschiedene Kategorisierungsansätze zur aggregierten Produktionsplanung	37
3.3	Überblick über die Entwicklung der Linearen Entscheidungsregeln . .	43
3.6	Überblick über die Entwicklung der Linearen Programmierung	46
3.9	Überblick über die Entwicklung der gemischt-ganzzahligen Programmierung	50
3.12	Überblick über die Entwicklung bei Losgrößenmodellen	54
3.15	Überblick über Erweiterungen und Verbesserungen für das Modell der Produktionswechselheuristik	59
3.17	Überblick über die Entwicklung des Management-Koeffizienten-Modells	62
3.18	Überblick über Entwicklungen bei Simulationsmodellen	65
3.21	Überblick über die Entwicklung der Such-Entscheidungsregel	69
3.23	Überblick über Veröffentlichungen im Bereich Dynamische Programmierung	73
6.11	Eingabe der Schichtabsagereihenfolge im Planungswerkzeug	100
6.28	Abbildungseigenschaften der Arbeitszeitkonto-Formulierungen	118
8.1	Deterministische Nachfrageszenarien	159
8.2	Entkopplungsstufen im Gewerk Montage	160
8.3	Entkopplungsstufen in den Gewerken Oberfläche und Rohbau	160
8.4	Unter- und Obergrenzen der Arbeitszeitkonten	161
8.5	Solver-Einstellungen der Testläufe	162
8.6	Ergebnisse für die Montage, 52 Wochen, mittlere Entkopplung, ohne Modellverbesserungen, bei AZK-Formulierung 1	164
8.7	Ergebnisse für die Montage, 52 Wochen, mittlere Entkopplung, mit Modellverbesserungen, bei AZK-Formulierung 1,	164
8.8	Duality Gap bzw. Lösungszeiten der AZK-Formulierungen	165
8.9	Summierte Einzelabweichung der AZK-Formulierungen in Stunden .	168
8.10	Anzahl der Nichtnullelemente in Modellen des Gewerks Montage . .	169
8.11	Ergebnisse Montage, geringe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1	170
8.12	Ergebnisse Montage, mittlere Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1	171
8.13	Ergebnisse Montage, hohe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1	172
8.14	Anzahl der Nichtnullelemente in Modellen des Gewerks Oberfläche .	173
8.15	Ergebnisse Oberfläche, geringe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1 . . .	173
8.16	Ergebnisse Oberfläche, mittlere Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1 . . .	174
8.17	Ergebnisse Oberfläche, hohe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1	175
8.18	Anzahl der Nichtnullelemente in Merhlinienmodellen	176

8.19	Übersicht aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, geringe Entkopplung	177
8.20	Übersicht aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, mittlere Entkopplung	178
8.21	Vergleich der verschiedenen Mehrlinienlösmethoden gegenüber der sequentiellen Einlinienoptimierung	179
8.22	Erfolgreiche Heuristiken und Lösungsräume	181
B.1	In Testszenerarien definierte Schichtmodelle	204
B.2	In Testszenerarien definierte Kostensätze	205
B.3	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, geringe Entkopplung	207
B.4	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, mittlere Entkopplung	208
B.5	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, hohe Entkopplung	209
B.6	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, geringe Entkopplung	211
B.7	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, mittlere Entkopplung	212
B.8	Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, hohe Entkopplung	213
B.9	Duality Gap aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, geringe Entkopplung	214
B.10	Duality Gap aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, mittlere Entkopplung	215

1 Einleitung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die aggregierte Produktionsplanung in der Automobilindustrie unter Berücksichtigung von Personalflexibilität.

Dieses Kapitel erklärt die Beweggründe für die Arbeit. Danach wird auf die Zielsetzung und den Aufbau der Arbeit eingegangen. Abschließend erfolgt die Erläuterung einiger Aspekte mit Hinblick auf die mathematische Notation.

1.1 Motivation

Der Kostendruck auf die Automobilunternehmen wird durch aktuelle Trendthemen verschärft. Dazu gehören beispielsweise der Verkauf von Billig-PKW¹, die Erforschung neuer Umwelttechnologien sowie die steigende Notwendigkeit der Anpassungsfähigkeit an individuelle Kundenwünsche (vgl. Hüttenrauch und Baum [HB08], S. 1 und Radtke et al. [RAZ04], S. 17 ff.).

Diesen neuen Entwicklungen der Kundenpräferenzen begegneten die Automobilhersteller in den letzten Jahren mit einer Erhöhung der Variantenvielfalt durch „endlose Modelloffensiven, ... und Innovationen im Grenzbereich des Kundennutzens“ (s. Becker [Bec07], S. 1). Gepaart mit den Herausforderungen der Globalisierung führt dies zu einer gestiegenen technischen und organisatorischen Komplexität des Produktes Automobil und stellt damit Produktionsplaner in Automobilunternehmen vor schwierige Entscheidungen. Ferner ist die Automobilindustrie ständig von schwankenden Auftragseingängen und Produktionsstückzahlen betroffen.²

Vor diesem Hintergrund ist es eine wichtige Planungsaufgabe, die Produktionskapazitäten bestehender Produktionsstrukturen im Rahmen einer mittelfristigen Planung unter Berücksichtigung der dabei entstehenden Kosten zu adaptieren. Eine kostengünstige Anpassung trägt zur Wettbewerbsfähigkeit bei. Dabei lassen sich für Fließproduktionslinien zwei bedeutende Ziele bzw. Trends ableiten:³

- Durch den hohen Kostendruck ist die Minimierung der Produktionskosten eine wesentliche Herausforderung. Nur so kann eine hohe Rentabilität gewährleistet werden. Dazu zählen insbesondere die Minimierung der

¹Am 10.01.2008 stellte der indische Konzern Tata das bisher billigste Auto der Welt für umgerechnet 1.700 Euro vor. Experten sprechen von einem Boom für Billigautos vor allem in Schwellenländern (vgl. Spiegel-Online [Spi08]).

²Auf Gründe für dieses Phänomen wird in Abs. 2.3.2, S. 19f. eingegangen.

³Eine empirische Studie von Dudenhöffer und Büttner [DB06] führt die genannten Trends als Hauptmotive für den Einsatz von Zeitarbeitskräften auf.

Personalaufwendungen sowie eine möglichst hohe Auslastung der Automobilwerke (vgl. Westkämper und Roscher [WR05], S. 182, Radtke et al. [RAZ04], S. 89, Askar et al. [ASSZ07], S. 235). Dabei gibt es eine positive Korrelation von Auslastung und Umsatzrentabilität (vgl. Warburton [War04], S. 23).

- Um trotz dynamischer Märkte, kurzer Produktlebenszyklen und hoher Variantenvielfalt langfristig eine effiziente Produktion zu gewährleisten, ist die Verbesserung und Nutzung der Anpassungsfähigkeit, bzw. die Flexibilität der Produktion⁴ ein strategischer Erfolgsfaktor (vgl. Schweitzer [Sch94], S. 722, Kaluza und Blecker [KB05], S. 3 ff.).

Als Mittel zur Erreichung der Ziele dienen in der mittelfristigen Planung aufgrund der bereits installierten Fließproduktionslinien flexibler Personaleinsatz und die Anpassung der Jahresarbeitszeit (vgl. Meyr [Mey04]), z.B. in Form von Arbeitszeitkonten, variablen Schichtmodellen und Zeitarbeit.⁵ Vor dem Hintergrund der hohen Lohnkosten in Deutschland ist die flexible Nutzung der Personalkapazität unumgänglich und wird von allen führenden Automobilbauern genutzt (vgl. Lehndorf [Leh01], S.382, Dudenhöffer und Büttner [DB06]). Das Problem betrifft nicht nur die deutsche Automobilindustrie, sondern das produzierende Gewerbe in ganz Europa, welches umfangreichen Gebrauch von unterschiedlichsten flexiblen Personalmaßnahmen zur Anpassung an Marktschwankungen macht (vgl. Bauer et al. [BGM⁺07], S. 54ff). Es stellt sich demnach nicht die Frage, ob überhaupt Personalflexibilität genutzt wird, sondern in welcher Form und in welchem Umfang. Das Ziel hoher Produktionsauslastung bei gleichzeitig geringen Produktionskosten erfordert, Produktions- und Personalkapazität integriert zu betrachten, da die Personalkosten ein entscheidender Kostenfaktor sind. Dies erhöht die Komplexität der Fragestellung. Aufgrund der integrierten Betrachtung liegt sie für den mittelfristigen Planungshorizont im Themenfeld der aggregierten Produktionsplanung.⁶

Es gibt unterschiedliche Untersuchungen, um das ungefähre Kostenpotenzial und damit die Relevanz von flexiblen Personalstrategien zu klären. Die Automobilhersteller gehen mit konkreten Zahlen aus diesem Bereich vorsichtig um, um Rückschlüsse auf ihre eigene Produktionseffizienz bzw. den effizienten Personaleinsatz zu verhindern. Eine Untersuchung von Dudenhöffer und Büttner [DB03] ermittelte einen Anteil der Fertigungslöhne von 22% an den Gesamt-Produktionskosten der Automobilzuliefererindustrie. Becker ([Bec07], S. 44 f.) schreibt, dass der kumulierte Lohnkostenanteil der Automobilproduktion unter Berücksichtigung der Zuliefererindustrie bei 50% und mehr liege, und beruft sich dabei auf Expertenschätzungen.

⁴Der Begriff der Flexibilität in der Produktion wird umfangreich in den Arbeiten von Roscher ([Ros08], S. 25 ff.) und Wemhöner ([Wem05], S.28f.) diskutiert.

⁵Eine Übersicht über die für diese Arbeit wichtige Personalflexibilität folgt in Abs. 2.3.2.

⁶In Kapitel 3 erfolgt die Darstellung der aggregierten Produktionsplanung.

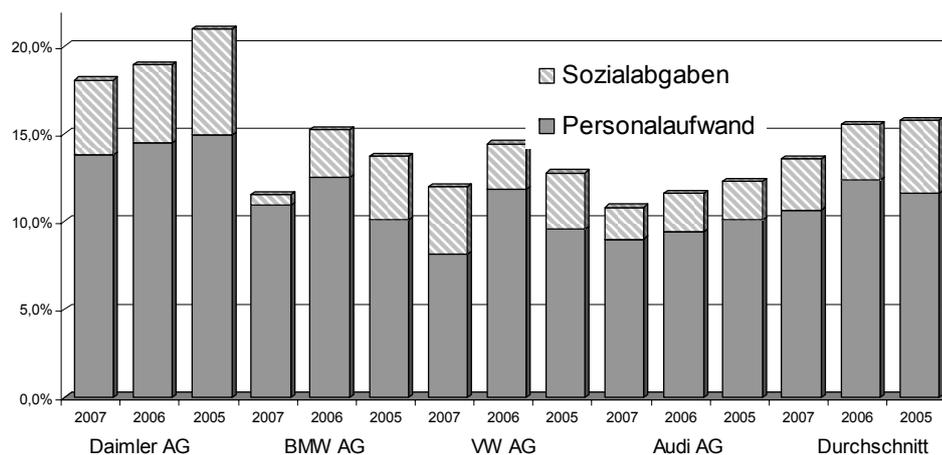


Abbildung 1.1: Anteil der Lohnkosten an den Umsatzkosten großer deutscher Automobilhersteller (Quellen: Jahresabschlüsse⁷, eigene Darstellung)

Abbildung 1.1 zeigt den Lohnkostenanteil an den Gesamtkosten des Umsatzes aus der Gewinn- und Verlustrechnung großer deutscher Automobilkonzerne. Demnach liegt der durchschnittliche Lohnkostenanteil der aufgeführten Unternehmen im Geschäftsjahr 2007 bei 13,3 %. Der Anteil der Fertigungslöhne kann daraus nur näherungsweise ermittelt werden, da sowohl die Lohnkosten als auch die Gesamtkosten Kostenanteile enthalten, die nicht unmittelbar in die Fertigung eingehen. Diese machen etwa einen Anteil von circa 10 bis 20 % der Gesamtkosten aus.⁸ Es fällt auf, dass der Lohnkostenanteil der untersuchten Unternehmen im Durchschnitt in den letzten Jahren zurückgegangen ist.⁹ BMW führt den eigenen starken Rückgang um 18,5 % seit dem Jahr 2005 auf „Effizienzsteigerungen insbesondere im Produktionsbereich“ zurück. Dazu nutze das Unternehmen in enger Abstimmung mit der Arbeitnehmervertretung alle Möglichkeiten zur Flexibilisierung. Trotz der bereits erzielten Einsparung sagt BMW auch für die Zukunft eine „wachsende Bedeutung der Steuerung des Personalaufwands“ voraus (s. BMW AG [BMW08], S. 69 f.).

1.2 Zielsetzung

Die Arbeit untersucht das Problem der aggregierten Produktionsplanung¹⁰ in der Automobilindustrie unter besonderer Berücksichtigung von Personalflexibi-

⁷Jahresabschlüsse der Audi AG ([Aud07],[Aud08]), BMW AG ([BMW06],[BMW08]), Daimler AG (bzw. DaimlerChrysler AG) ([Dai07],[Dai08]) und Volkswagen AG ([Vol07],[Vol08]).

⁸Dazu zählen u. a. Kosten für Forschungs- und Entwicklung, Vertriebskosten sowie allgemeine Verwaltungskosten. Bei der Daimler AG machen diese Kosten 20 % der Gesamtkosten aus, bei der VW AG rund 11 % (Stand 2006).

⁹Die absolute Personalaufwand aller genannten Hersteller sank von 23,6 Mrd. Euro im Jahr 2006 um 10,1 % auf 21,2 Mrd. Euro im Jahr 2007

¹⁰siehe Abs. 3.1

lität. Dies bedeutet eine gleichzeitige Betrachtung von Produktions- und Personalkapazität sowie Lagerbeständen von Fließproduktionslinien über einen Zeitraum von 12-24 Monaten. Ziel ist eine kostenoptimale Planung, wobei als Kosten Produktions- und Lagerhaltungskosten sowie Personal- und Wechselkosten betrachtet werden. Für die Untersuchung stehen insbesondere die Fließproduktionslinien in den Bereichen Endmontage, Lackierung und Karrosseriebau im Vordergrund. Gegenstand der Betrachtung ist sowohl eine einstufige, sequentielle Optimierung der einzelnen Bereiche als auch eine integrierte, mehrstufige Optimierung aller Bereiche jeweils unter Berücksichtigung von Puffern. Dabei wird von einer dynamischen Nachfrage ausgegangen, eine stochastische Nachfrage wird nicht betrachtet.

Das Problem soll modelliert und die Modelle mit Hilfe von Methoden des Operations Research untersucht werden. Personalflexibilität in ihren unterschiedlichen Ausprägungsformen muss explizit in die Modellierung einfließen. Das heißt insbesondere, dass eine Betrachtung von unterschiedlichen Schichtmodellen, Zeitarbeitskräften und Arbeitszeitkonten wichtig ist.

Ziel ist darüber hinaus die Entwicklung einer Methode, welche basierend auf einer entsprechenden mathematischen Modellierung das Problem entweder optimal löst oder Aussagen über die Qualität der Lösung zulässt. Eine prototypische Implementierung der Methode in einem Entscheidungsunterstützungssystem ist notwendig, um unterschiedliche Betrachtungen durchführen zu können. Die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Methode erfolgt anhand von Laufzeituntersuchungen unterschiedlicher Nachfrageszenarien.

Aufgrund des betrachteten Planungshorizonts von 12-24 Monaten werden bereits installierte Fließproduktionslinien vorausgesetzt. Investitionen zur technischen Anpassung der Linie werden nicht betrachtet. Im Sinne von hierarchischer Produktionsplanung¹¹ ist die strategische Planung nicht Gegenstand dieser Arbeit, sondern wird als gegeben vorausgesetzt. Die operative Planung wird antizipiert, um die Realisierbarkeit von Plänen zu gewährleisten, jedoch nicht selber durchgeführt. Die Beschreibung der Planungsabläufe und des Problems erfolgt nur in Hinsicht auf die vorliegende Arbeit. An wichtigen Stellen werden Verweise auf weiterführende Literatur gegeben.

1.3 Aufbau der Arbeit

Im Anschluss an die Einleitung, erläutert Kapitel 2 die Grundlagen der Automobilproduktion sowie der hierarchischen Produktionsplanung. Es erfolgt eine Vorstellung der Problemstellung der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie. Das Ende des Kapitels beschreibt Entscheidungsunterstützungssysteme sowie Verfahren des Operations Research, welche geeignet sind, bei der Lösung des vorstellten Problems zu unterstützen.

¹¹siehe Abs. 2.2

Kapitel 3 untersucht und diskutiert das Themenfeld der aggregierten Produktionsplanung im Allgemeinen und der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie im Besonderen. Zwecks dessen werden unterschiedliche Definitionen und Kategorisierungsansätze betrachtet. Danach erfolgt eine Darstellung verschiedener exakter und heuristischer Verfahren, um das Problem zu lösen. Die Kritik an den bestehenden Verfahren sowie die Ableitung des Handlungsbedarfs hinsichtlich der Problemstellung bilden zusammengefasst Kapitel 4.

Gegenstand von Kapitel 5 ist die Entwicklung eines allgemeinen, abstrakten Modellierungskonzepts, um das Problem adäquat abzubilden. Ein Dekompositionsschema für die unterschiedlichen Entscheidungen des Problems wird erläutert. In Kapitel 6 erfolgt die Anwendung des Konzepts auf das spezifische Problem. Kapitel 7 enthält eine Beschreibung der Implementierung des Lösungsverfahrens und der Anbindung an ein Entscheidungsunterstützungssystem.

Kapitel 8 besteht aus unterschiedliche Laufzeituntersuchungen anhand von typischen Nachfrageszenarien. Dabei wird auf unterschiedliche Modellierungsaspekte sowie auf die entwickelten Lösungsansätze eingegangen. Das letzte Kapitel zieht ein Fazit und gibt einen Ausblick.

1.4 Notation

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die in dieser Arbeit verwendete Notation gegeben werden. Dabei steht der Versuch, eine möglichst einheitliche und konsistente Darstellung zu gewährleisten, im Vordergrund. Für den Fall, dass Modelle anderer Autoren angeführt oder erklärt werden, wurde im Sinne der Einheitlichkeit die Ursprungsnotation angepasst.

Alle Parameter und Konstanten, welche extern vorgegeben sind und nicht Entscheidungen in einer Modellbeschreibung darstellen, werden groß geschrieben. Die Indizierung erfolgt in der Gestalt, dass zwischen tiefgestellten Indizes und hochgestellten Beschreibungen unterschieden wird. Die tiefgestellten Indizes stellen Laufindizes aus Indexmengen dar. Gibt es mehrere Indizes, so erfolgt eine Ordnung nach zeitlicher Dimension, kapazitiver Dimension und Produktdimension von links nach rechts. Die einzelnen Dimensionen können in weitere Unterdimensionen aufgeteilt werden, so dass die zeitliche Dimension z.B. in Wochen und Tage separiert wird. Fehlt eine Dimension, so wird diese ausgelassen. Hochgestellte Beschreibungen stellen eine weitere Präzisierung oder Differenzierung des Parameters dar. Dies führt zu folgendem Beispielparameter:

$B_{t,i,j}^{Beschreibung}$:= Parameter für Periode t , Kapazitätsstufe i und
Produkt j

$B_{t,i,j}^{Beschreibung} \in R^+$.

$t \in \text{Zeitindexmenge}$, $i \in \text{Kapazitätsindexmenge}$, $j \in \text{Produktindexmenge}$

Alle Entscheidungsvariablen des Modells werden klein geschrieben. Die Indizierung ist analog zu der von Parametern und Konstanten. Binäre Entscheidungsvariablen werden mit \mathbf{y} bezeichnet. Ein Ausnahme stellen Binärvariablen dar, welche einen Wechsel symbolisieren, diese werden mit \mathbf{q} bezeichnet. Eine weitere Ausdifferenzierung erfolgt durch die hochgestellten Beschreibungen. Alle anderen, kontinuierlichen Variablen werden aus den kleinen Buchstaben des römischen Alphabets gewählt. Dies führt zu folgender Beispielvariable:

$\mathbf{b}_{t,i,j}^{Beschreibung}$:= Entscheidungsvariable für Periode t , Kapazitätsstufe i und Produkt j

$\mathbf{b}_{t,i,j}^{Beschreibung} \in \{0, 1\}$.

$t \in \text{Zeitindexmenge}, i \in \text{Kapazitätsindexmenge}, j \in \text{Produktindexmenge}$

Indexmengen, Parameter und Konstanten sowie Entscheidungsvariablen werden vor ihrer Nutzung deklariert und Geltungsbereichen zugewiesen. Die Reihenfolge bei der Entwicklung oder Erläuterung von Modellen ist: Indexmengen, mathematischen Funktionen, Parameter, Entscheidungsvariablen und Restriktionen. Je nach Umfang des Modells erfolgt die Angabe der Zielfunktion vor oder nach den Restriktionen.

2 Grundlagen und Einführung in die Problemstellung

Dieses Kapitel erläutert die Grundlagen sowie die Problemstellung der vorliegenden Arbeit. Es wird davon ausgegangen, dass der Leser mit grundlegenden Konzepten der Automobilproduktion, hierarchischer Produktionsplanung und mathematischer Programmierung bereits vertraut ist. Es erfolgt ein kurzer Überblick über den Aufbau der Automobilproduktion sowie das Konzept der hierarchischen Produktionsplanung. Im Anschluss daran wird die genaue Problemstellung beschrieben. Zur Lösung von Problemstellungen dieser Art bietet sich die Nutzung von Entscheidungsunterstützungssystemen an. Eine Beschreibung der mathematischen Methoden, welche in solchen Systemen zum Einsatz kommen, schließt das Kapitel ab.

2.1 Aufbau einer Automobilproduktion

Dieser Abschnitt geht auf den allgemeinen Aufbau und die einzelnen Teilbereiche eines Automobilwerks ein. Die Automobilproduktion kann in drei Produktionsbereiche eingeteilt werden, die so genannten *Gewerke*. Diese Gewerke sind der *Rohbau*, die *Oberfläche* sowie die *Endmontage*. Im Rohbau wird die Rohkarosse zusammengefügt. In der Oberfläche erfolgt die Lackierung der Rohkarosse. In der Endmontage wird schließlich das Fahrzeug fertig gestellt, indem Motor, Achsen, Getriebe und Inneneinrichtung montiert werden. Vor dem Rohbau liegt noch das Presswerk, dieses ist nicht Betrachtungsgegenstand der Untersuchung.

Innerhalb eines Gewerks können mehrere parallele Produktionsbereiche existieren, in denen jeweils ein oder mehrere Fahrzeugmodelle hergestellt werden. Diese Bereiche werden auch als *Produktionslinien* bezeichnet. Zwischen den Gewerken sind diese in der Regel durch einen oder mehrere Puffer miteinander verbunden (vgl. Park et al. [PMM98]). Zusammengefasst ergeben die drei Gewerke ein Werk. Meistens werden die Fahrzeuge auf getakteten Fließproduktionslinien hergestellt (vgl. Kistner und Steven [KS01], S. 21f. und Günther und Tempelmeier [GT05], S. 16). Die Struktur eines solchen Systems ist in Abbildung 2.1 (angelehnt an Scholl [Sch95] und Mollemer [Mol97]) dargestellt.

In einer Produktionslinie wird eine Folge von zeitlich aufeinander abgestimmten Stationen durchlaufen, an denen das unfertige Fahrzeug durch Werker oder mit Hilfe von Robotern zusammengebaut wird. Das Fahrzeug steht dabei auf einem

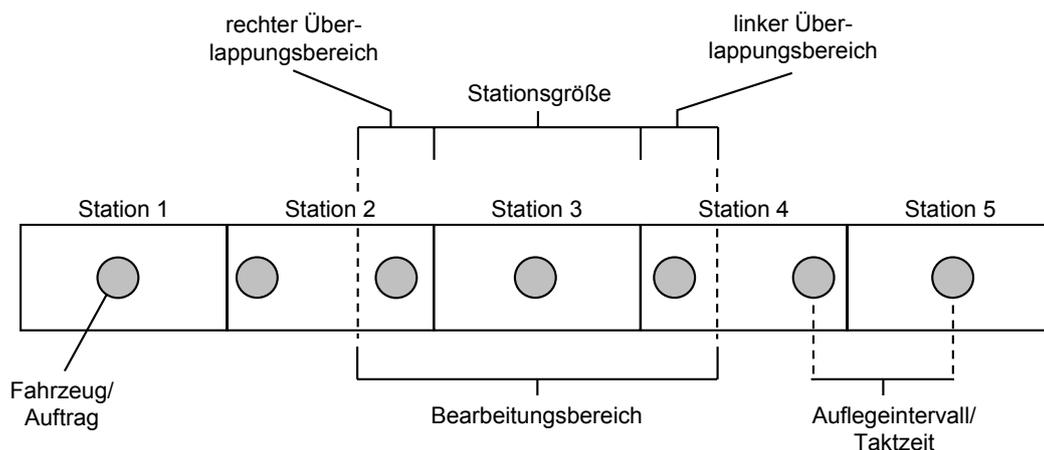


Abbildung 2.1: Grundstruktur getaktete Fließproduktionslinien

so genannten *Plattformträger*. Die Ausbringungsmenge pro Stunde, d.h. die Anzahl produzierter Fahrzeuge, hängt primär von der Bandgeschwindigkeit und dem Auflegeintervall ab. Die Länge des Auflegeintervalls wird *Taktzeit* genannt.

Der Automatisierungsgrad der einzelnen Gewerke ist sehr unterschiedlich. Das Zusammenschweißen der Karosserie geschieht im Rohbau fast vollkommen automatisiert. Die Oberfläche hat ebenfalls einen hohen Automatisierungsgrad. Lediglich in der Montage ist er geringer. Die Anzahl der menschlichen Arbeitskräfte, die direkt am Zusammenbau des Fahrzeuges beteiligt sind, ist am höchsten. Abbildung 2.2 zeigt den allgemeinen Aufbau eines Automobilwerks. Im weiteren Verlauf werden die einzelnen Gewerke genauer beschrieben und es wird auf die Rolle und Aufgabe von Puffern eingegangen. Weiterführende Informationen zum Aufbau einer Automobilproduktion finden sich z.B. bei Ihme [Ihm06].

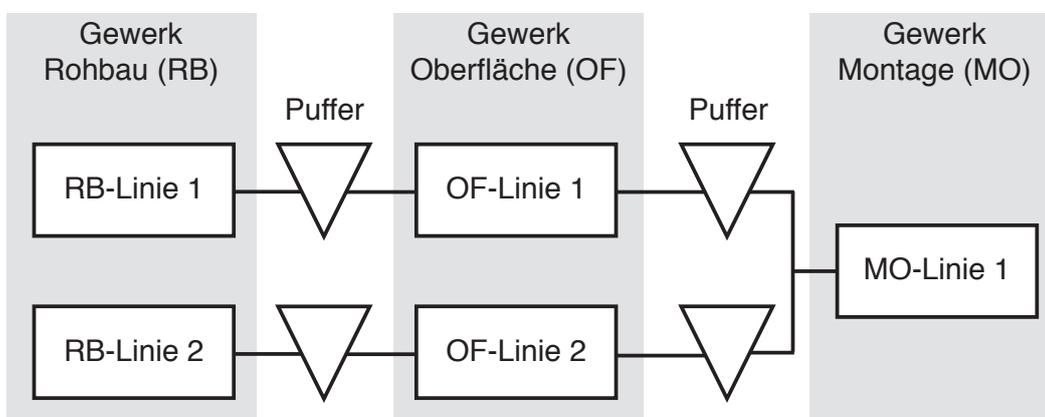


Abbildung 2.2: Grundstruktur eines Automobilwerks

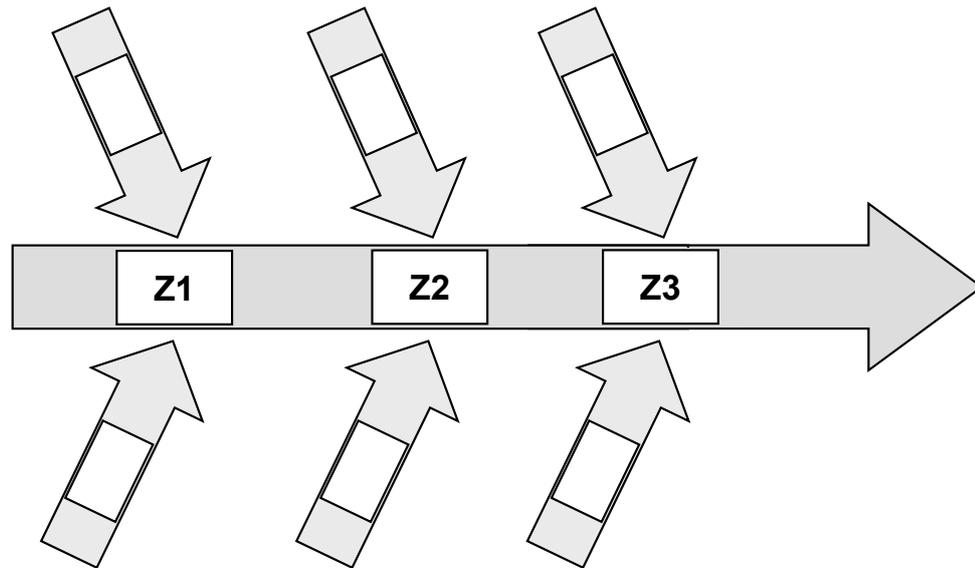


Abbildung 2.3: Grundstruktur eines Fischgräten-Rohbaus

Rohbau

Das Gewerk Rohbau befindet sich im Materialfluss zwischen Presswerk und dem Gewerk Oberfläche. Im Rohbau werden die angelieferten Bleche in der Regel in Linien, die nach dem Fischgrätenprinzip angeordnet sind, zur Rohkarosserie verarbeitet. Abbildung 2.3 zeigt ein Beispiel. Die Hauptlinie besteht aus der sequentiellen Anordnung der Hauptaufbaustufen, den so genannten Zusammenbaubereichen, welche die Karosseriekomponenten aus den Seitenlinien in einem mehrstufigen Prozess zur Karosserie zusammenfügen und verschweißen. Im Zusammenbau 1 (Z1) erfolgt die Fertigung der Bodengruppe. Die Weiterverarbeitung der Bodengruppe zum Karossengerippe durch Anbringen von Seitenrahmen, Dach und Rückwand geschieht im Zusammenbau 2 (Z2). Abschließend erfolgt im Zusammenbau 3 (Z3) das Komplettieren der Rohkarosserie durch das Anbringen der noch fehlenden Anbauteile. Der im Rohbau geforderte hohe Präzisionsgrad beim Zusammenfügen der einzelnen Komponenten wird durch einen hohen Automatisierungsgrad erreicht. Weitere detaillierte Informationen zum Gewerk Rohbau findet man z.B. bei Patchong et al. [PLK03] oder bei Wemhöner [Wem05].

Die Taktzeit ist in der Regel konstant und wird auch über längere Zeiträume nicht gewechselt. Sollte eine niedrigere Ausbringungsmenge erwünscht sein, werden ggf. Plattformträger nach einem bestimmten Muster freigelassen, man spricht in diesem Zusammenhang von *Plattformbelegung*. Auf diese Art und Weise kann die Ausbringungsmenge pro Stunde in diskreten Stufen variiert werden. Die Anzahl benötigter Arbeitskräfte ist von allen vorgestellten Gewerken am geringsten. Das Personal wird hauptsächlich bei Wartungen, Ausfällen von Robotern und zur Prozessüberwachung sowie für Materialeinlegearbeiten eingesetzt. Der Personal-

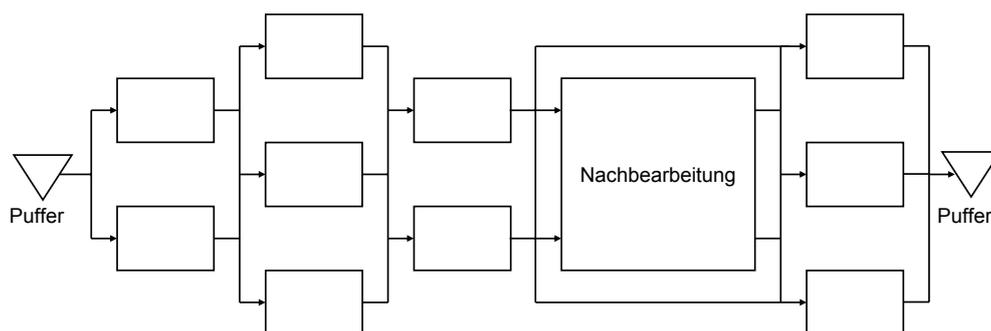


Abbildung 2.4: Beispielhafte Struktur eines Oberflächengewerks

bedarf an der Linie ist von der Taktzeit und der Plattformbelegung abhängig.

Oberfläche

Die fertiggestellten Rohkarosserien gelangen über einen Puffer vom Rohbau in das Gewerk Oberfläche. Hier bekommen die Rohkarossen beim Durchlaufen mehrerer Bearbeitungsstufen ihre Lackierung. Nach einer Vorbehandlung und Kontrolle werden sie im nächsten Schritt geschliffen, um Unebenheiten die durch das Schweißen entstanden sind zu entfernen. Anschließend gelangen die Karossen in Becken, wo sie mittels Kathodischer-Tauchlackierung ihre Grundierung und andere Lack-schichten bekommen. Nach der Trocknung werden an einer weiteren Station die Qualitätskontrolle und Polierarbeiten durchgeführt. Falls eine lackierte Karosse nicht den Qualitätsansprüchen genügt, wird sie in eine separate Nacharbeitungs-linie geleitet, in der die nötigen Korrekturen vorgenommen werden. Abschließend erfolgt eine Hohlraumkonservierung. Danach werden die lackierten Karossen wie-der in einen Puffer befördert, um von dort in das letzte Gewerk, die Montage, zu gelangen. Viele der oben beschriebenen Arbeitsschritte werden parallel auf mehreren gleichartigen Bandabschnitten ausgeführt (vgl. Park et al. [PMM98]). Eine beispielhafte Darstellung der Struktur eines Oberflächengewerks erfolgt in Abbildung 2.4.

Die Ausbringungsmenge pro Stunde hängt unmittelbar von der Anzahl der paral-
 lel genutzten Linienbereiche ab und kann in diskreten Schritten bestimmt werden.
 Eine solche Kombination der unterschiedlichen Linienbereiche im Gewerk Ober-
 fläche wird auch *Konfiguration* genannt. Ähnlich wie im Rohbau ist der Anteil
 der Arbeitskräfte durch den hohen Automatisierungsgrad gering. Aufgrund ma-
 nueller Nacharbeiten ist er jedoch größer als im Rohbau. Der Personalbedarf kann
 direkt von der Wahl der Konfiguration abgeleitet werden.

Endmontage

Das letzte Gewerk ist die Endmontage. Die aus einem Puffer angelieferten, lackierten Karosserien werden vorab nach angefordertem Modelltyp sowie Farbe und weiteren Merkmalen sortiert und gelangen in dieser Sequenz (Perlenkette) zur Fertigstellung in die Montage. Dazu durchlaufen die einzelnen Fahrzeuge auf einer Hauptlinie mehrere Arbeitsstationen. In einigen Nebenlinien werden komplexere Module des Fahrzeuges, wie z.B. Cockpit und Antriebsstrang, zusammengebaut und an die Hauptlinie zum Einbau geliefert. Die Montage der einzelnen Komponenten wird hauptsächlich von Arbeitskräften manuell vorgenommen. Für Präzisionsaufgaben wie den Einbau der Frontscheibe kommen aber auch hier Roboter zum Einsatz. Werden in einem Werk mehrere unterschiedliche Baureihen produziert, existieren oftmals verschiedene Produktionslinien, die eine parallele Produktion ermöglichen. Der Trend in der Automobilproduktion geht jedoch zu einer produktflexiblen Fertigung, welche eine Bearbeitung verschiedener Baureihen auf einer Linie zulässt.

Die Ausbringungsmenge pro Stunde im Gewerk Endmontage hängt von der Taktzeit ab. Diese kann, wenn überhaupt, in diskreten Taktzeitsprüngen variiert werden. Das liegt an der Vielzahl von taktzeitabhängigen Einflussfaktoren, wie der Materialandienung am Band und der Arbeitsverordnungszuweisung der Montageinhalte auf die Montagestationen. Die Endmontage ist das personalintensivste Gewerk. Der Personalbedarf an der Linie hängt grundsätzlich von der Taktzeit und der durchschnittlichen Fertigungszeit der Fahrzeuge ab. Zusätzlich müssen Springer berücksichtigt werden.

Karosspuffer

Die Karosspuffer stellen in einem Automobilwerk eine wichtige Schnittstelle zwischen den einzelnen Gewerken dar. Insbesondere bei der gewerkeübergreifenden Planung nehmen sie eine zentrale Rolle ein. Sie helfen einen stetigen Karosspufferfluss in den Gewerken zu gewährleisten. Es befindet sich jeweils ein Puffer zwischen Rohbau und Oberfläche, sowie zwischen Oberfläche und Endmontage. Im Ersteren werden nur Rohkarossen gelagert, im Letzteren nur die lackierte Karossen. In der Realität sind die Puffer oftmals örtlich nicht voneinander getrennt, lediglich die Aufteilung zwischen den unterschiedlichen Karossenarten wird dann bestimmt. Der Puffer mit den lackierten Karossen hat zusätzlich die Eigenschaft, eine Resequenzierung der Karossen vor dem Einlauf in die Montage vorzunehmen und wird deshalb auch als *Karossensortierpuffer* bezeichnet. Die Thematik der Resequenzierung wird in dieser Arbeit ausgespart. Abseits der Sequenzbildung erfüllen die Puffer zwei Hauptaufgaben (vgl. Wemhöner [Wem05], S. 18f.): Durch einen ausreichenden Pufferbestand können Kapazitätsunterschiede zwischen den Gewerken ausgeglichen werden. Diese können z.B. durch unterschiedliche Arbeitszeiten oder Taktzeiten auftreten. Darüber hinaus sollen sie eine Störungsentkopplung gewährleisten. D.h. sollte in einem Gewerk der Produktionsablauf unterbro-

chen sein, so können die nachgelagerten Gewerke trotz der Störung eine Zeit lang mit Hilfe des Pufferbestandes weiter produzieren. Ebenso können vorgelagerte Gewerke weiter produzieren, wenn ein Gewerk aus Störungsgründen keine Fahrzeuge aus dem Puffer abziehen kann.

Für den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Planungszeitraum spielt die Funktion des Kapazitätsausgleichs eine wichtige Rolle, um eine realistische Produktionsplanung und durchführbare Produktionspläne gewährleisten zu können. Die Antizipation des mengenmäßigen Karossenflusses erfordert eine gewisse Abbildungsgenauigkeit hinsichtlich der Zeitdiskretisierung. Zwecks dessen erfolgt eine Betrachtung des Pufferstandes an Schichtanfang und Schichtende.

2.2 Hierarchische Produktionsplanung

In diesem Unterkapitel erfolgt eine Beschreibung der Hierarchischen Produktionsplanung (HPP). Dabei wird zuerst eine Einführung in das Themenfeld mit seinen unterschiedlichen zeitlichen Ebenen gegeben. Abschließend wird darauf eingegangen wie das Planungskonzept in der Automobilindustrie genutzt wird.

2.2.1 Einführung

Planung ist eine zielgerichtete Festlegung zukünftigen Handelns. Sie erstreckt sich in einem produzierenden Betrieb auf sämtliche Bereiche. Da oft viele Personen zu unterschiedlichen Zeitpunkten an bestimmten Planungsabläufen beteiligt sind, spricht man von einem Entscheidungsprozess (vgl. Schneeweiß [Sch02]). Um solch einen Entscheidungsprozess zu verstehen, visualisieren und zum richtigen Zeitpunkt die richtigen Entscheidungen treffen zu können, ist es wichtig, diesen Prozess zu strukturieren und anhand dieser Struktur zu planen. Ziel ist es, Entscheidungen an den richtigen Stellen zu treffen und den Prozess in einem kontrollierbaren Status zu halten. Hierfür bietet sich eine hierarchische Ordnung an. In fast jedem Betrieb gibt es ein hierarchisches Führungs- und Organisationskonzept. Dies erleichtert das Verständnis und die innerbetriebliche Akzeptanz für ein solches Planungsmodell.

Allgemein spricht man von hierarchischer Planung, wenn ein Entscheidungsprozess in mindestens zwei Planungsebenen stattfindet. Prinzipiell kann die Hierarchisierung sowohl in vertikalen als auch in horizontalen Ebenen stattfinden (vgl. Betge [Bet06]). Bei horizontaler Hierarchisierung werden parallele Entscheidungsklassen gebildet, meist charakterisiert durch unterschiedliche Funktionen oder Zielsetzungen, vertikal unterscheiden sich die Ebenen im Zeithorizont. Mischformen sind möglich. Der Kerngedanke ist, ein komplexes Entscheidungsproblem durch Dekomposition in einfache, handhabbare Teilprobleme zu zerlegen (vgl. Kistner und Steven [KS91]).

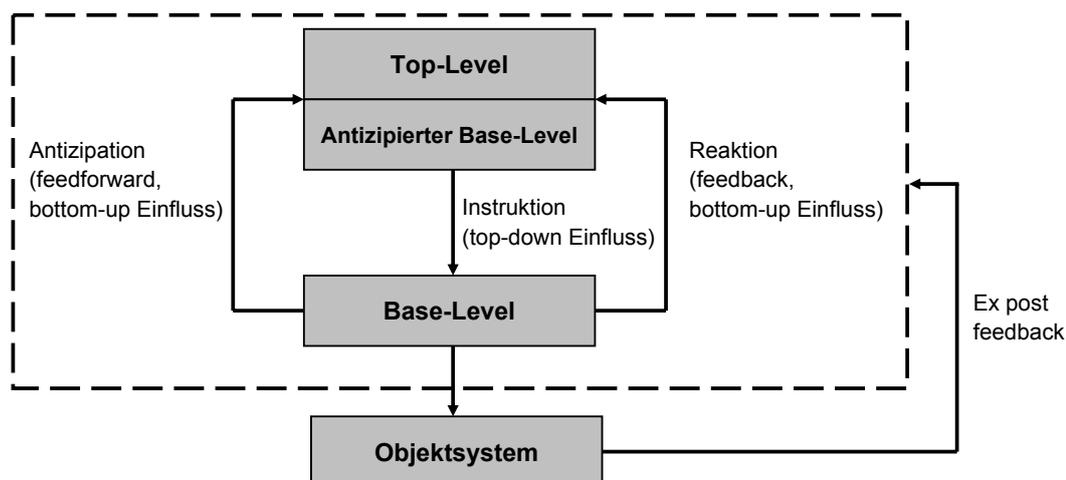


Abbildung 2.5: Grundstruktur der hierarchischen Planung nach Schneeweiß [Sch03b]

Unabhängig von der Anzahl der Entscheidungsebenen wird davon ausgegangen, dass sich vor- und nachgelagerte Ebenen bei der Erfüllung der Planungsaufgabe gegenseitig beeinflussen. Um dieses Prinzip zu verdeutlichen sei auf das allgemeine Grundmodell zur hierarchischen Planung von Schneeweiß [Sch03b] verwiesen, welches zwischen einem Planungs- und einem Objektsystem unterscheidet (vgl. Abbildung 2.5). Während das Objektsystem einen planungsbedürftigen Gegenstand widerspiegelt, gibt es im Planungssystem zwei Hierarchieebenen, Top- und Base-Level, welche im Rahmen der Planung aufeinander abgestimmt werden müssen. Das geschieht durch unterschiedliche Steuerungs-, Antizipations- und Feedback-Kanäle. Der Aggregationsgrad der Planungsdaten nimmt dabei von einer übergeordneten zu einer untergeordneten Ebene ab, die Detaillierung zu. Der eigentliche Aggregationsbegriff und die Frage nach dem richtigen Grad der Aggregation, werden unter anderem bei Manz ([Man83], S. 12ff) und Westbrook [Wes84] diskutiert.

Aus wissenschaftlicher Sicht fand eine genaue Untersuchung und Begriffsbestimmung der hierarchischen Planung vor allem in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts statt. Eine erste Erwähnung des Konzepts findet sich bei Anthony [Ant65]. Diese Arbeit bezog sich aber nicht explizit auf die Produktion, sondern auf die Dekomposition von allgemeinen Entscheidungsproblemen hinsichtlich des betrachteten Zeitraums. Für die hierarchische Produktionsplanung bilden die Arbeiten von Sven Axsäter [Axs76] sowie von Hax und Meal [HM75] wichtige Grundlagen. Letztere beschreiben, wie man die Produktionsplanung auf mehrere zeitliche Ebenen aufgliedern kann. Dabei werden vier Ebenen unterschieden, die im Laufe der Zeit von den meisten Autoren auf drei oder weniger Ebenen reduziert wurden. Über die genaue Anzahl der Ebenen gibt es in der Literatur abweichende,

Autor(en)	Strategisch	Taktisch	Operativ
[HC84]	lang	mittel	kurz
[Sta88]	2 bis 10 Jahre	6 bis 18 Monate	wenige Tage bis 1 Monat
[KS01]	langfristig	bis zu einem Jahr	wenige Tage
[GT95]	langfristig	mittelfristig	kurzfristig
[VN98]	5 bis 10 Jahre	3 bis 4 Jahre	1 bis 2 Jahre
[WD02]	5 bis 10 Jahre	mehrere Jahre	max. ein Jahr
[Sch03b]	nicht definiert	2 bis 5 Jahre	1 Monat bis 2 Jahre
[FMW08]	mehrere Jahre	6 bis 24 Monate	wenige Tage bis 3 Monate

Tabelle 2.1: Überblick über verschiedene Zeithorizonte der hierarchischen Planung

aber in ihrer Tendenz doch ähnliche Meinungen. Manche Autoren, z.B. Stadler [Sta86], unterscheiden nur die mittelfristige aggregierte Planung von der kurzfristigen operativen Planung. Andere Autoren, wie Schneeweiß [Sch03b], nehmen eine strategische Ebene bei der Produktionsplanung als gegeben hin und beschränken sich bei ihren Ausführungen auf die folgende taktische und die operative Ebene. In dieser Arbeit wird von einer Dreiteilung der Ebenen nach Fristigkeiten ausgegangen, wie sie auch von den meisten Autoren (siehe z.B. Wöhe und Döring [WD02], Kistner und Steven [KS01], S. 11ff., Hax und Candea [HC84], etc.) vertreten wird. Danach unterscheidet man die langfristige strategische Planung von der mittelfristigen taktischen Planung und von der kurzfristigen operativen Planung. Das Rahmenmodell der Supply Chain Planning Matrix wie es z.B. bei Fleischmann et al. [FMW08] beschrieben wird und welches als Teilmenge auch die Produktionsplanung enthält, geht ebenfalls von dieser Dreiteilung aus. Einige Autoren, z.B. Günther [Gün89] und Dangelmaier [Dan03] beschreiben darüber hinaus noch eine Vollzugs- und Steuerungsebene unterhalb der operativen Planungsebene.

Bei der Festlegung der Zeitspannen für die drei Ebenen gibt es heterogene Ansichten in der Literatur (siehe Tabelle 2.1). Außerdem wird die Fristigkeit der Planungshorizonte, d.h. langfristig, mittelfristig und kurzfristig, oftmals synonym zu den Begriffen der Planungsebenen strategisch, taktisch und operativ verwendet. Diese Arbeit geht davon aus, dass sich die strategische Planung auf ca. fünf bis zehn Jahre, die taktische Planung auf ein bis fünf Jahre und die operative Planung auf einen Tag bis ein Jahr erstreckt. Inhaltlicher Gegenstand der strategischen Planung sind langfristige Entscheidungen, wie z.B. Standort- und Investitionsplanung und der Aufbau von Anlagenkapazitäten. Im Verlauf der taktischen Planung wird über die Nutzung vorhandener Personal- und Betriebsmittelkapazitäten entschieden. In der operativen Planung werden abschließend Aufgaben wie Bestellmengenplanung und die Planung der Maschinenbelegungen durchgeführt. Einen Überblick über die Entscheidungen im Bereich Produktions- und Personalplanung gibt Günther [Gün89], Abbildung 2.6 ist an diese Einteilung angelehnt.

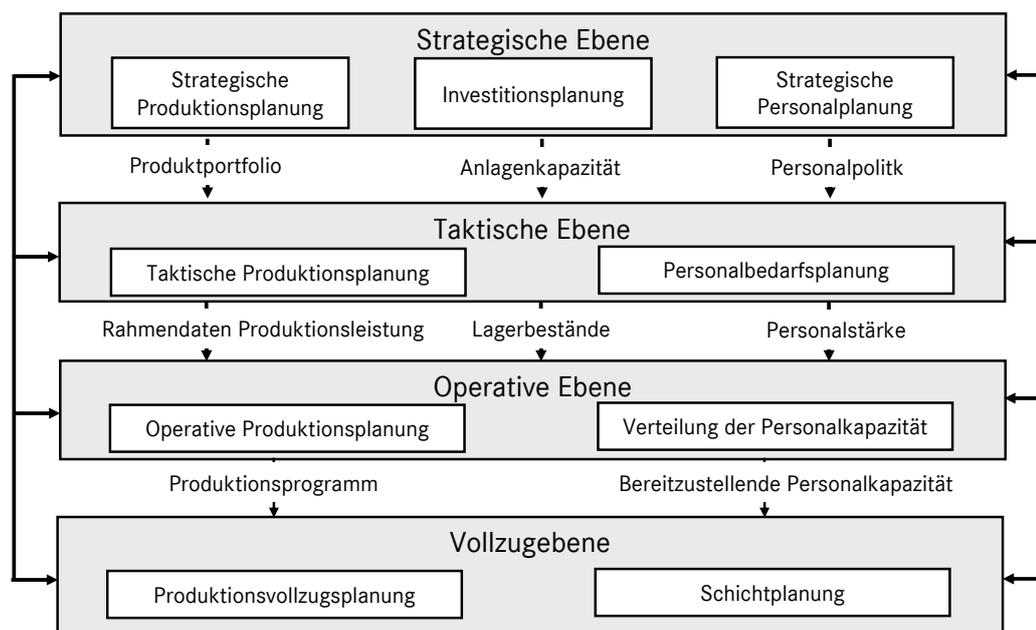


Abbildung 2.6: Hierarchische Produktions- und Personalplanung (in Anl. an Günther [Gün89])

Die von Günther beschriebene Vollzugebene ist zusätzlich enthalten.

Im Rahmen dieser Arbeit liegt ein besonderer Fokus auf der Aggregierten Produktionsplanung (APP)¹. Diese ist Teil der taktischen Planung. Nach Stockton und Quinn [SQ95] hat die APP einen Planungshorizont von 12 bis 24 Monaten. Es werden aggregierte Produktdaten genutzt, um Produktions- und Personalkapazitäten sowie Lagerbestände bei gegebener Nachfrage unter Minimierung der Kosten, zu bestimmen. Das Problem der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie wird in Abschnitt 2.3 beschrieben.

2.2.2 Produktionsplanung in der Automobilindustrie

In der Automobilindustrie finden sich unterschiedliche Planungsaufgaben, die auf den einzelnen Planungsebenen im Sinne einer hierarchischen Produktionsplanung erfüllt werden müssen. Im Weiteren wird insbesondere auf Planungsgebiete eingegangen, welche für diese Arbeit relevant sind. Andere Aspekte, wie z.B. die Planung logistischer Prozesse, werden nicht betrachtet.

Im Rahmen der strategischen Planung werden Standortentscheidungen sowie Entscheidungen über die eigentlichen Produktionslinien in den Standorten getroffen. Es wird über die initiale Kapazitätsauslegung der einzelnen Produktionslinien

¹In Kapitel 3 erfolgt eine genaue Darstellung der aggregierten Produktionsplanung sowie eine Einordnung in das Konzept der hierarchischen Produktionsplanung.

entschieden. Diese wird über den Produktlebenszyklus meist nicht verändert. Damit verbunden ist ein grundsätzlicher Arbeitskräftebedarf, welcher unter anderem durch die Länge der Linie, d.h. die Anzahl der Stationen, bestimmt wird. Darüber hinaus wird entschieden, welche Fahrzeuge auf einer Produktionslinie produziert werden können. Auf strategischer Ebene wird auch über die Dimensionierung der Puffer entschieden. Entscheidungen der strategischen Ebene werden auch bei Mollemeier [Mol97] diskutiert.

In der taktischen Planung werden Entscheidungen über die Nutzung der installierten Kapazitäten getroffen. Es wird entschieden, wie das Automobilwerk betrieben wird. Insbesondere die Frage, welche Ausbringung wann und mit welcher Belegschaft erzielt werden soll, steht im Vordergrund. Die flexible Nutzung von Personal zur Kapazitätsanpassung ist dabei Teil der Planung (vgl. Meyr [Mey04]). In der operativen Planung werden die Vorgaben der taktischen Planung umgesetzt. Es findet eine konkrete Zuordnung von Arbeitskräften zu Arbeitsstationen statt und eine Reihenfolgeplanung der zu produzierenden Fahrzeuge wird erstellt. Eine allgemeine Auflistung der Planungsaufgaben für getaktete Fließproduktionslinien wird bei Boysen et al. [BFS06] gegeben. Ein Überblick über die Planungsaufgaben in der Automobilindustrie mit Fokus auf den taktischen und operativen Bereich findet sich bei Meyr [Mey04].

2.3 Problem der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie

Im Verlauf dieses Unterkapitels soll das Problem der aggregierten Produktionsplanung für Fließproduktionslinien in der Automobilindustrie erläutert werden. Die Problembeschreibung baut dabei auf den Problembeschreibungen für das Gewerk Montage von Roscher ([Ros08], S. 18ff.) sowie der Beschreibung aller Gewerke von Askar et al. [ASSZ07] und Askar ([Ask08], S. 5ff.) auf.

Zuerst werden grundlegende Begrifflichkeiten des Planungsproblems beschrieben. Daran anschließend erfolgt eine Darstellung von Flexibilität und Flexibilitätsbedarf sowie eine allgemeine Beschreibung des Problems und seiner Wirkungszusammenhänge. Abschließend werden einzelne Bereiche der Problematik erklärt und der Planungsablauf erläutert.

2.3.1 Begriffe

Zum besseren Verständnis werden wichtige Begriffe für die folgende Problembeschreibung erklärt.

Arbeitskräfte Als Arbeitskräfte (AK) werden all diejenigen Personen bezeichnet, die direkt oder indirekt an der Produktion des Fahrzeuges beteiligt sind. Sie

werden in unterschiedliche Gruppen aufgeteilt. Unter dem Gesichtspunkt ihrer Tätigkeit an der Linie können sie in *Linienarbeitskräfte* und *Gemeinkostenarbeitskräfte* aufgeteilt werden. Alle direkt an den Stationen arbeitenden Arbeitskräfte zählen zu den Linienarbeitskräften. Zu dieser Gruppe zählen auch die *Pausenablöser*, welche es ermöglichen, trotz tariflicher Pausen die Produktion aufrecht zu erhalten. Dies geschieht durch eine Arbeitskräftero-rotation. Die Arbeitskräfte, welche nicht unmittelbar am Fahrzeug tätig sind, jedoch unterstützende Tätigkeiten erfüllen, wie z.B. Qualitätssicherer, Gabelstaplerfahrer, Nacharbeiter, Meister, etc. werden zu den Gemeinkostenarbeitskräften zusammengefasst. Aus tariflicher und arbeitsrechtlicher Sicht erfolgt eine Unterteilung in *Stammarbeitskräfte* und *temporäre Arbeitskräfte*. Zu den Stammarbeitskräften zählen die langfristig eingepflanzten Arbeitskräfte, die direkt beim Unternehmen unbefristet angestellt sind. Die Anzahl dieser Arbeitskräfte kann aus tariflichen Gründen (Standortsicherungsvereinbarungen und Beschäftigungsgarantien) nur unter hohem finanziellem Aufwand verringert werden. Zum kurzfristigen Ausgleich von Schwankungen des Personalbedarfs dient die Gruppe der temporären Arbeitskräfte. Dies sind Arbeitskräfte, die in der Regel über Zeitarbeitsfirmen angestellt werden oder einen befristeten Arbeitsvertrag mit dem Unternehmen haben.

Betriebsnutzungszeit Die Betriebsnutzungszeit (BNZ) ist die vom Arbeitgeber vorgegebene Zeit, in der die Arbeitnehmer im Betrieb im Sinne ihres Arbeitsauftrages die Betriebsmittel nutzen. Sie errechnet sich aus der verfügbaren Arbeitszeit einer Schicht abzüglich der Pausen, in denen nicht produziert wird.

Anwesenheitszeit Die Anwesenheitszeit ist die Zeit, die der Arbeitnehmer im Betrieb anwesend ist. Es wird zwischen bezahlter und gesamter Anwesenheitszeit differenziert. Erstere setzt sich aus der Betriebsnutzungszeit der Schicht und den bezahlten Pausen zusammen und ist für die Kostenrechnung wichtig, für die Letztere werden noch die unbezahlten Pausen addiert.

Schichtmodell Ein Schichtmodell wird durch die Anzahl und Länge der eingeplanten Schichten pro Woche definiert. Eine Schicht gehört zu einer *Schichtgruppe* (Früh-, Spät- oder Nachtschicht). Ein Schichtmodell definiert also, wann an welchem Tag der Woche in welchen Schichtgruppen wie lange gearbeitet werden soll, und ob dabei ein Bedarf an Pausenablösern entsteht. Abbildung 2.7 zeigt die schematische Darstellung eines Schichtmodells einschließlich der Betriebsnutzungs- und der unterschiedlichen Anwesenheitszeiten. Bis in die 90er Jahre des vorigen Jahrhunderts waren in der Automobilindustrie Zweischichtmodelle die Regel. Heutzutage sind auch Ein- und Dreischichtmodelle gebräuchlich (vgl. Lehndorf [Leh00], S. 19-21). In der Praxis gibt es für eine Fließproduktionslinie zwischen acht und 40 unterschiedliche Schichtmodelle.

ID6	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So			
FS	7,5h	7h	7,5h	7,5h	7,5h	0	0	<i>Betriebs- nutzungszeit</i>		
SS	7,5h	7h	7,5h	7,5h	7,5h	0	0			
NS	0	0	0	0	0	0	0	Sa	So	
	FS	8h	8h	8h	8h	8h	0	0	<i>bezahlte Anwesenheitszeit</i>	
	SS	8h	8h	8h	8h	8h	0	0		
	NS	0	0	0	0	0	0	0	Sa	So
	FS	8,5h	8,5h	8,5h	8,5h	8,5h	0	0	<i>gesamte Anwesenheitszeit</i>	
	SS	8,5h	8,5h	8,5h	8,5h	8,5h	0	0		
	NS	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Abbildung 2.7: Beispiel eines Zweischichtmodells

Arbeitszeitkonto Ein besonderer Aspekt der Personalkapazitätsplanung ist das Arbeitszeitkonto. Jede Arbeitskraft hat eine reguläre Arbeitszeit, die durch einen Tarifvertrag festgelegt wird. Im Gegensatz dazu gibt es eine wöchentliche Arbeitszeit, die aus der realen Anwesenheitszeit resultiert und vom gewählten Schichtmodell abhängig ist. Übersteigt die wöchentliche Anwesenheitszeit die vertraglich vereinbarte, so entstehen Überstunden, die auf dem Arbeitszeitkonto gutgeschrieben werden. Wird die vertraglich vereinbarte Arbeitszeit unterschritten, so fließen diese Stunden negativ in das Konto ein und werden gesammelt. Dieser Vorgang verursacht keine Kosten. Wenn nicht genau die vertraglich vereinbarte Arbeitszeit abgerufen wird, erlaubt es das Arbeitszeitkonto auf diese Weise, kostenneutral Unter- und Überkapazitäten auszugleichen, ohne dass direkt Arbeitskräfte eingestellt bzw. entlassen werden müssen. Das Arbeitszeitkonto bewegt sich dabei in fest vorgegeben Grenzen. Es wird meist als Durchschnitt über alle Arbeitskräfte einer Produktionslinie betrachtet. Weitere Informationen zu unterschiedlichen Formen und der Funktion des Arbeitszeitkontos findet man unter anderem bei Holenweger [Hol01], Hoff und Weidinger [HW01] sowie Schieferdecker ([Sch03a], S. 35f.).

Schichtabsage(reihenfolge): Um die geforderte Produktionsmenge anpassen zu können, ist es möglich, bestimmte Schichten abzusagen, deren Betriebsnutzungszeit nicht benötigt wird. Dadurch kann die Auslastung der verbleibenden Schichten erhöht werden. Um die Reihenfolge, in der Schichten abgesagt werden, kontrollieren zu können, kann vorher eine Schichtabsage-reihenfolge definiert werden. Konkret werden anhand einer Tabelle grundsätzliche Absagestrategien festgelegt, so dass beispielsweise zunächst die Freitag-Nachtschicht, anschließend Freitag-Spätschicht, usw. abgesagt werden². Der Gebrauch solcher Schichtabsagereihenfolgen ist besonders im Gewerk Montage gebräuchlich.

²Ein Beispiel für eine solche Tabelle findet sich in Abschnitt 6.2.4 auf S. 100.

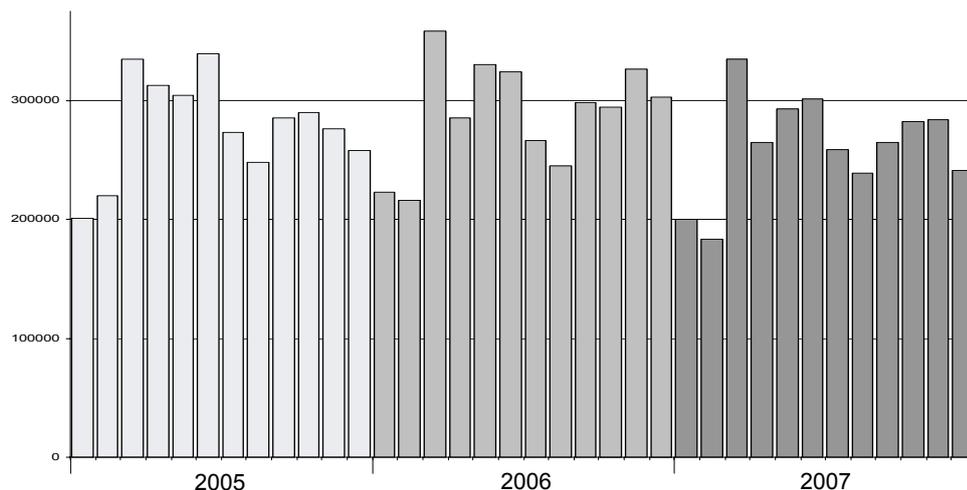


Abbildung 2.8: Zulassungen von Personenkraftwagen in Stück in Deutschland im Jahresverlauf 2005-2007 (Quelle: Kraftfahrtbundesamt [Kra07])

2.3.2 Flexibilität und Flexibilitätsbedarf

Der Begriff der Flexibilität wird in der betriebswirtschaftlichen Literatur sehr unterschiedlich wahrgenommen. Sethi und Sethi [SS90] stellen fest, dass mehr als 50 unterschiedliche Definitionen zu finden sind. Auf eine umfangreiche Diskussion des Begriffs wird an dieser Stelle verzichtet, es wird auf Pibernik ([Pib01], S. 5ff.), Roscher ([Ros08], S. 35ff.) und Askar ([Ask08], S. 5ff.) verwiesen. Für den in dieser Arbeit betrachteten Planungshorizont von 12 bis 24 Monaten spielen insbesondere die dort erklärten Begriffe Volumen- und Personalflexibilität eine wichtige Rolle, andere Flexibilitätsarten werden nicht weiter untersucht. Volumenflexibilität bezieht sich auf die Fähigkeit, eine unterschiedliche Menge an Produkten über einen gewissen Zeitraum ohne zusätzliche Investitionen bearbeiten zu können. Personalflexibilität ist die Fähigkeit, das Personal mit variablen Arbeitszeiten einzusetzen und die Personalstruktur zu variieren.

Es existiert eine positive Korrelation von Umsatzrentabilität und Auslastung (vgl. Warburton [War04], S. 23). Deshalb gibt es in der kurz- und mittelfristigen Planung einen Bedarf an Volumen- und Personalflexibilität, um eine kostengünstige Anpassung der Kapazitäten an Schwankungen der Marktnachfrage durchführen zu können (vgl. Schieferdecker [Sch03a], S. 45ff.). Die Anzahl der PKW-Neuzulassungen ist ein Indikator für die Automobilnachfrage. Die Abbildung 2.8 illustriert den wellenförmigen Verlauf der Nachfrage nach Personenkraftwagen in den letzten Jahren.

Es gibt unterschiedliche Ursachen für die Marktschwankungen. Der Produktlebenszyklus hat Einfluss auf die Nachfrage. Im Regelfall nimmt die Nachfrage eines Produktes nach der Markteinführung stetig bis zu einem Höhepunkt zu. Anschließend beginnt das Produkt zu veralten, die Nachfrage sinkt und schließlich muss das Produkt vom Markt genommen werden (vgl. Kotler et al. [KKB07],

S. 1001 f. und Radtke et al. [RAZ04], S. 22). Als Folge der gestiegenen Variantenvielfalt durch die stärkere Berücksichtigung individueller Kundenwünsche haben sich die Produktlebenszyklen in den letzten Jahren verkürzt, wodurch sich weitere Nachfrageschwankungen ergeben, die eine Prognose der Stückzahlen erschweren (vgl. Morales [Mor03], S. 3f. und Askar et al. [ASSZ07], S.235).

Neben langfristigen Konjunkturschwankungen unterliegt die Automobilmachfrage zusätzlichen saisonalen Schwankungen durch unterjährige Einflüsse. Abbildung 2.8 verdeutlicht, dass die Nachfrage über den Jahresverlauf erheblich variiert.

Zusätzlich zu den genannten prognostizierbaren Ursachen treten Sondereffekte auf, die die Nachfrage ebenfalls erheblich beeinflussen können. Im Bereich der Automobilindustrie sind dabei insbesondere Effekte durch Testberichte in Automobilzeitschriften³, Abgasnormen, Steuererhöhungen oder Benzinpreisschocks zu nennen. Weitere Sondereffekte, die Produktionsplanung im Allgemeinen erschweren werden bei Stöppler beschrieben ([Stö84], S. 13 ff.).

All diese Schwankungen in der Nachfrage werden durch deterministische Stückzahlprognosen abgebildet, die Grundlage für die weitere Produktionsplanung sind⁴. Weil eine Vorhersage der Schwankungen, insbesondere durch Sondereffekte, schwierig ist, werden diese regelmäßig neu erstellt und eine Anpassungsplanung wird erforderlich.

Zur Anpassung der Produktion für den Zeithorizont der nächsten 12 bis 24 Monate stehen den Automobilherstellern verschiedene Maßnahmen zur Verfügung, die nachfolgend als *Flexibilitätsinstrumente* oder *Anpassungsmöglichkeiten* bezeichnet werden. Nach Askar et al. ([ASSZ07], S. 238 ff.) kann zwischen technischen, organisatorischen und personellen Flexibilitätsinstrumenten unterschieden werden. Diese sind die konkreten Maßnahmen um Volumen- oder Personalflexibilität umzusetzen bzw. zu nutzen. Diese Arbeit übernimmt die Auswahl und Kategorisierung der Flexibilitätsinstrumente, jedoch geschieht eine andere Zuordnung zu den einzelnen Gruppen. Ein Großteil der organisatorischen Flexibilitätsinstrumente wird den personellen Instrumenten zugeordnet, da sie direkte Auswirkungen auf das Personal haben, lediglich die technischen Flexibilitätsinstrumente bleiben bestehen. Einige der Instrumente sind gewerkeübergreifend, andere nur gewerkespezifisch anwendbar. Einen Überblick liefert Tabelle 2.2.

Unter den *technische Flexibilitätsinstrumenten* werden alle Maßnahmen verstanden, welche eine technische Anpassung der Fließproduktionslinien erfordern und in einer Änderung der Ausbringungsmenge resultieren. In der Montage ist dies eine Änderung der Takzeit, in Oberfläche und Rohbau die der Konfiguration bzw. Plattformbelegung.

Als *organisatorisches Flexibilitätsinstrument* ist die Möglichkeit der Produktionsprogrammverschiebung zu nennen. Durch sie ist es in der Montage möglich

³Zum Beispiel der negative Bericht über den im Oktober 1997 durchgeführten Elch-Test mit der Mercedes-Benz A-Klasse.

⁴Gründe für eine deterministische Stückzahlprognosen werden in Abs .2.3.4 genannt.

	Rohbau	Oberfläche	Montage
technisch	Plattformbelegung	Konfiguration	Taktzeit
organisatorisch	Produktionsprogrammverschiebung	Enkoppelung durch Puffer	
personell	Wahl des Schichtmodells Anzahl der Schichtgruppen Schichtlänge Anzahl der Schichten pro Woche Wochenendschichten Zeitarbeitskräfte Arbeitszeitkonten Arbeitskräfte-Pooling		

Tabelle 2.2: Flexibilitätsinstrumente in der aggregierten Produktionsplanung

in geringen Umfängen, in der Regel zwischen einer halben und zwei Schichtproduktionsmengen, eine Glättung des Produktionsprogramms zu erreichen. In den Gewerken Oberfläche und Rohbau ist bei Vorhandensein eines Puffers ebenfalls eine Entkopplung vom Produktionsprogramm möglich.

Die *personellen Flexibilitätsinstrumente* werden in allen drei Gewerken im gleichen Maße verwendet und zielen darauf ab, die Betriebsnutzungszeit zu beeinflussen bzw. Einfluss auf Personalstruktur und Arbeitszeitkonten zu nehmen. Maßnahmen wie die Veränderung des Schichtmodells, der Schichtlänge, der Produktionszeit pro Schicht und die Einführung von Wochenendschichten fallen hierunter. Dabei wird zwischen chronologischer und chronometrischer Variation unterschieden (vgl. Marr [Mar01]). Erstere bezieht sich auf die Platzierung der Arbeitszeit innerhalb eines Zeitraum, letztere auf Varianz in der Arbeitszeitlänge. Eine weitere Möglichkeit der Einflussnahme auf die Produktionskapazität ergibt sich durch den Auf- und Abbau von Schichtgruppen. Dabei entsteht ein hoher organisatorischer Aufwand für den Fall, dass zahlreiche Arbeitskräfte eingestellt oder entlassen werden müssen. Bei Anpassung der Produktionskapazität durch die bisher vorgestellten Flexibilitätsinstrumente kann sich der Arbeitskräftebedarf ändern. Die Anpassung der Anzahl der beschäftigten Arbeitskräfte an den benötigten Arbeitskräftebedarf ist mitunter schwierig, denn die Anzahl der Arbeitskräfte, die eingestellt werden können, ist begrenzt. Ferner dürfen fest angestellte Arbeitskräfte im Normalfall überhaupt nicht entlassen werden. Durch Maßnahmen wie die Einstellung von Zeitarbeitskräften oder die Einführung von Arbeitszeitkonten⁵ kann dieser Problematik begegnet werden. Die Verfügbarkeit und Nutzung der personellen Flexibilitätsinstrumente wird unter dem Begriff bzw. Konzept der *Personalflexibilität* zusammengefasst. Ein Überblick über den Einsatz von Personalflexibilität in den großen Industrienationen Europas wird bei Bauer et al.

⁵Zur Begriffsklärung siehe Abschnitt 2.3.1 auf Seite 18

([BGM⁺07], S. 41ff) sowie Dudenhöffer und Büttner [DB06] gegeben.

2.3.3 Allgemeiner Wirkungszusammenhang der aggregierten Produktionsplanung

Das dieser Arbeit zugrunde liegende Problem ist die gleichzeitige, kostenoptimale Bestimmung von Produktions- und Personalkapazitäten sowie der Lagerbestände einer bestehenden Fließproduktionslinie in der Automobilindustrie. Ein Zeithorizont von 12 bis 24 Monaten soll wochengenau, unter genauer Antizipation der Schichtplanung, geplant werden. Für das Planungsproblem ist eine dynamische Produktnachfrage für mehrere Produkte gegeben, welche es zu befriedigen gilt. Zwecks dessen muss ausreichend Produktionskapazität bereitgestellt werden. Durch die Kapazitätsbereitstellung entsteht ein bestimmter Personalbedarf, der als Faktoreinsatz für die Produktion benötigt wird. Der Personalbedarf muss von der vorhandenen Personalkapazität gedeckt werden. Das Ziel ist die Befriedigung der Produktnachfrage möglichst kostenoptimal zu gestalten. Als Kosten werden dabei Produktions- und Lagerkosten sowie Personal- und Wechselkosten betrachtet. Wechselkosten sind die Kosten, welche anfallen wenn technische oder organisatorische Gegebenheiten geändert werden.

Die Produktionskapazität und die Personalkapazität lassen sich durch die in Unterkapitel 2.3.2 beschriebenen Flexibilitätsinstrumente beeinflussen. Der grundsätzliche Zusammenhang zwischen Produktions- und Personalkapazitätsplanung wird in Abbildung 2.9 dargestellt. Dort sind auch die wichtigsten Anpassungsmöglichkeiten und Parameter aufgeführt, die einen Einfluss auf die Planung haben. Im Folgenden wird auf die einzelnen Teilbereiche inklusive der entstehenden Kosten eingegangen.

2.3.4 Produktnachfrage und Produktionskapazität

Die Produktnachfrage für mehrere Produkte ist als Stückzahlprognose vorgegeben und dynamisch. Im Fall einer Endmontage für Automobile ist es die Stückzahlprognose der geplanten Verkaufsstückzahlen auf Wochenbasis. In den Gewerken Rohbau und Oberfläche ist es die Nachfrage aus der nachgelagerten Produktionsstufe. Diese liegt schichtgenau vor. Eine schichtgenaue Betrachtung des Problems ist in diesem Zusammenhang wichtig, um eine eventuell vorhandene Entkopplung durch Puffer berücksichtigen zu können. Angenommen, eine Endmontage fertigt im Dreischichtbetrieb und ein vorgelagertes Oberflächengewerk hat die Kapazität den Bedarf dieser Endmontage in einem Zweischichtbetrieb zu befriedigen. Dann ist es entscheidend, dass ein genügend großer Puffer zwischen den Gewerken besteht, damit das Oberflächengewerk nur zwei von drei möglichen Schichtgruppen nutzen muss. Da diese Form der Entkopplung nicht immer gegeben ist, ist eine schichtgenaue Betrachtung wichtig. Nur so kann die reale Durchführbarkeit

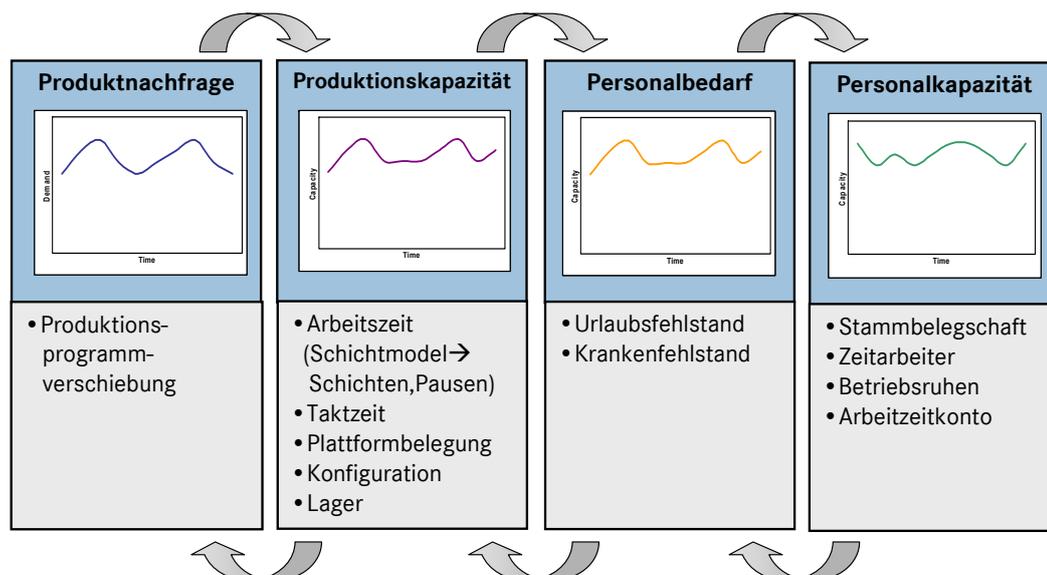


Abbildung 2.9: Zusammenhang von Nachfrage, Produktions- und Personalkapazität

einer Produktionsprogrammplanung hinsichtlich der zu fertigenden Stückzahlen gewährleistet werden.

Eine stochastische Nachfrage wird aus unterschiedlichen Gründen nicht betrachtet. Zum einen erfordert die betriebliche Realität eine genaue Planung für einen Stückzahlverlauf und entsprechende Vereinbarungen mit dem Betriebsrat werden für genau diesen Verlauf abgeschlossen. Zum anderen ist es meist nicht möglich, die den Schwankungen zugrunde liegende Verteilung und Einflussfaktoren sauber zu ermitteln. Darüber hinaus würde die Planung unter Unsicherheit noch komplexer Betrachtungen erfordern und dadurch unübersichtlicher und fehleranfälliger. In der Endmontage gibt es die Möglichkeit der Produktionsprogrammverschiebung. Das bedeutet, eine Produktnachfrage entweder vorzuproduzieren, d.h. das Produktionsprogramm vorzuziehen, oder die Produktnachfrage erst zu einem späteren Zeitpunkt zu befriedigen. Im Falle einer Vorproduktion wird ein Puffer bzw. ein Lager benötigt. Eine Befriedigung der Produktnachfrage zu einem späteren Zeitpunkt hingegen entspricht bildlich beschrieben der Möglichkeit negativer Pufferstände und kann in einem Modell so abgebildet werden.

Die Produktnachfrage muss durch die bereitgestellte Produktionskapazität abgedeckt werden. Falls eine Entkopplung der Produktion von der Nachfrage durch Puffer oder Lager möglich ist, haben diese in der Regel einen Sicherheitsbestand und einen Maximalbestand. Die Produktionskapazität wird einerseits durch die Betriebsnutzungszeit und andererseits durch die Ausbringungsmenge pro Stunde gesteuert.

Die Betriebsnutzungszeit resultiert direkt aus der Wahl eines Schichtmodells. Ein Schichtmodell wird immer für eine Woche bestimmt. Oftmals gibt es bei der Wahl eines Schichtmodells Beschränkungen durch Tarifverträge oder Betriebsvereinba-

rungen, z.B. wie oft Schichtmodelle genutzt bzw. wie häufig sie gewechselt werden dürfen. Bei der Betriebsnutzungszeit kann man zwischen der theoretischen und der realen Betriebsnutzungszeit einer Schicht unterscheiden. Durch die Wahl eines Schichtmodells wird die maximale Betriebsnutzungszeit einer Schicht vorgegeben, welche im Folgenden auch *theoretische Betriebsnutzungszeit* genannt wird. Den tatsächlich für die Produktion genutzten Anteil der Zeit wird *reale Betriebsnutzungszeit* genannt. Dieser hängt davon ab, ob eine Schicht, welche laut Schichtmodell theoretisch zur Verfügung steht, real eingeplant wird. Es erfolgt also zuerst die Wahl eines Schichtmodells für die Woche und danach wird über die Nutzung einzelner Schichten in diesem Schichtmodell entschieden.

Die Ausbringungsmenge ist von den technischen und organisatorischen Gegebenheiten eines Gewerks abhängig. Es wird pro Woche für jede Schichtgruppe eine Entscheidung über die Ausbringung getroffen. In jedem Gewerk gibt es meist mehrere diskrete Ausbringungsmengen, mindestens jedoch eine. Die Ausbringungsmenge wird in Einheiten pro Stunde gemessen. In der Endmontage ist die Ausbringungsmenge von der jeweiligen Takzeit abhängig. Im Gewerk Oberfläche wird die Ausbringungsmenge durch unterschiedliche Konfigurationen, im Gewerk Rohbau durch die gewählte Plattformbelegung variiert. Die Bestimmung der diskreten Ausbringungsmengen wird in den Abschnitten 2.1 bis 2.1 erläutert.

Die Kombination von Schichtmodell und gewerkespezifischer Ausbringungsmenge bestimmt die Produktionskapazität einer Schicht. Auch hier kann analog zu den Betriebsnutzungszeiten zwischen theoretischer und realer Produktionskapazität unterschieden werden. Die reale Produktionskapazität bestimmt die maximale Produktion während einer Schicht. Die produzierten Mengen dienen im Zusammenspiel mit dem Lager der Befriedigung der Nachfrage.

Die Kosten, die bei der Produktion anfallen, sind die Kosten pro produzierter Einheit sowie die Lagerkosten. Darüber hinaus können Kosten für die Wahl bzw. den Wechsel eines Schichtmodells auftreten. Bei den Wechselkosten wird differenziert hinsichtlich des Wechsels zwischen zwei beliebigen, sowie dem Wechsel zwischen zwei Schichtmodellen mit einer unterschiedlichen Anzahl an Schichtgruppen. Weiterhin können Kosten pro genutzter Schicht anfallen.

2.3.5 Personalbedarf und Personalkapazität

Nach Festlegung der Produktionskapazität kann man den Personalbedarf ableiten. Er ergibt sich aus der Kombination von Schichtmodell und Ausbringungsmenge und kann für jede Woche bestimmt werden. Das grundlegende Schema der Arbeitskräfterechnung ist in Abbildung 2.10 dargestellt.

Es gibt einen Grundbedarf an Arbeitskräften, die direkt an der Linie arbeiten (AK-Linie). Dieser Bedarf ist abhängig vom jeweiligen Gewerk, der Ausbringungsmenge und dem Schichtmodell. Im Rohbau und in der Oberfläche kann er anhand einer Sprungtabelle, welche jeder möglichen Ausbringungsmenge einem Bedarf an

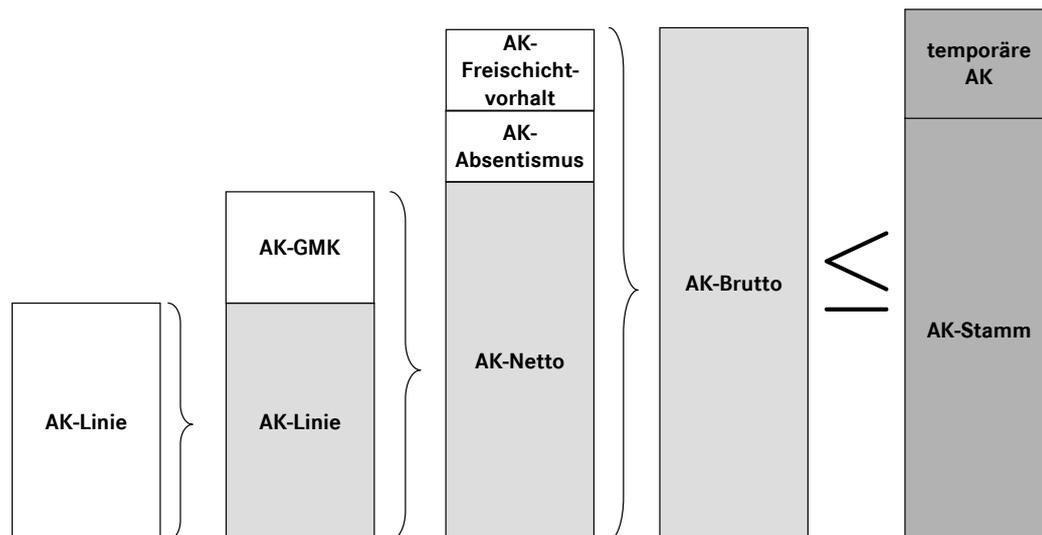


Abbildung 2.10: Grundschemata der Arbeitskräfteberechnung

Liniendarbeitskräften zugeordnet, bestimmt werden. Diese stellt jeder Plattformbelegung bzw. Konfiguration einen Bedarf an Arbeitskräften gegenüber. In der Montage wird der Grundbedarf durch die gewählte Taktzeit und die durchschnittliche Fertigungszeit eines Fahrzeugs bestimmt. Darüber hinaus kann die Wahl eines bestimmten Schichtmodells einen Zusatzbedarf an Liniendarbeitskräften in Form von Pausenablösern zur Folge haben. Im Anschluss daran werden die AK-Linie um die Gemeinkostenarbeitskräfte (AK-GMK) ergänzt und ergeben den Nettobedarf an Arbeitskräften (AK-Netto). Der Anteil der Gemeinkostenarbeitskräfte ist abhängig von einem prozentualen Zuschlagssatz pro Woche, welcher auf die AK-Linie Bezug nimmt. Die Nettoarbeitskräfte sind der Teil der Belegschaft, welcher konkret in einer Woche bei einem gewählten Schichtmodell und einer Ausbringungsmenge während der Schichten arbeitet.

Nach der Ermittlung des Nettobedarfs an Arbeitskräften wird der Bruttobedarf an Arbeitskräften (AK-Brutto) ermittelt. Dazu werden die Nettoarbeitskräfte um die Gruppe der Absentismus-Arbeitskräfte (AK-Absentismus) und der des Freischichtvorhalts (AK-Freischichtvorhalt) ergänzt. Die Absentismus-Arbeitskräfte stellen eine Reserve dar, welche aufgrund von Erfahrungswerten vergangener Absentismusraten für Urlaub und Krankheit bestimmt werden. Der Freischichtvorhalt ist eine im Voraus eingeplante Reserve an Arbeitskräften für eine zusätzliche Schichtrotation. Diese ermöglicht es den Arbeitskräften, Freischichten zu nehmen, welche ihnen laut Tarifvertrag zustehen und den Stand des Arbeitszeitkontos beeinflussen. Der Freischichtvorhalt hängt vom gewählten Schichtmodell ab. In der Summe ergibt sich der Bruttobedarf an Arbeitskräften. Wenn Schichtmodell und Ausbringungsmenge bekannt sind können im Vorfeld die Werte der obigen Arbeitskräfteberechnung für alle Wochen bestimmt werden.

Der Personalbedarf muss von der Personalkapazität befriedigt werden. Dafür müs-

sen genügend temporäre und Stammarbeitskräfte zur Verfügung stehen. Der Bedarf an AK-GMK kann nur durch Stammarbeitskräfte befriedigt werden, der an AK-Linie lässt sich sowohl durch Stammarbeitskräfte als auch durch temporäre Arbeitskräfte abdecken. Oftmals gibt es Beschränkungen für den Anteil temporärer Arbeitskräfte an der Gesamtbelegschaft. Zusätzlich gibt es mengenmäßige Einschränkungen über die Anzahl an Neueinstellungen bzw. Entlassungen bei beiden Personalgruppen. Falls mehrere Produktionslinien gleichzeitig betrachtet werden, gibt es darüber hinaus die Möglichkeit der Arbeitskräfteverschiebung zwischen den Linien. Diese ist allerdings in der Regel begrenzt, da nicht jeder Arbeiter jede Aufgabe wahrnehmen kann.

Die Bilanz des Arbeitszeitkontos wird gebildet, indem von den geleisteten Arbeitsstunden der Nettoarbeitskräfte die zu leistenden Arbeitsstunden laut Tarifvertrag aller eingestellten Arbeitskräfte abgezogen werden. Der Wert der eingestellten Arbeitskräfte muss vorher um die Absentismus-Arbeitskräfte bereinigt werden. Diese sind nicht wirksam für das Arbeitszeitkonto. Eine Durchschnittsbildung erfolgt dadurch, dass die Differenz in Stunden durch die Gesamtzahl der Arbeitskräfte geteilt wird. Es ist sicherzustellen, dass das Arbeitszeitkonto sich in gewissen Ober- und Untergrenzen bewegt. Obwohl das Arbeitszeitkonto kostenneutral ist, kann es vorkommen, dass der Anteil an Arbeitskräften für den Freischichtvorhalt erhöht werden muss, wenn das Arbeitszeitkonto gegen seine Obergrenze läuft. Dies äußert sich konkret in höheren Beschäftigtenzahlen.

Die Kosten, die bei der Personalkapazitätsplanung anfallen, sind die Lohnkosten pro Woche sowie die Schichtzuschläge. Hierbei wird zwischen den Gemeinkosten sowie den Linienarbeitskräften unterschieden. Bei Letzteren wird zusätzlich differenziert, ob der Personalbedarf durch temporäre oder Stammarbeitskräfte abgedeckt wird. Darüber hinaus können Wechselkosten für die Einstellung bzw. das Entlassen von temporären oder Stammarbeitskräften anfallen.

2.3.6 Planungsablauf

Der Planungsablauf kann auf zwei Arten und Weisen geschehen, die sich ihrer Vorgehensweise grundlegend unterscheiden.

Auf der einen Seite kann eine sequentielle Planung der einzelnen Linien erfolgen. In diesem Fall wird ausgehend von der Nachfrage an fertigen Produkten erst die Montage geplant. Dabei ist eine mögliche Produktionsprogrammverschiebung zu beachten. Anschließend erfolgt die Betrachtung für die Gewerke Oberfläche und Rohbau. Die Planung der Oberfläche wird unter der Berücksichtigung des vorgelagerten Puffers und des Abgangs aus dem Puffer, der durch die Planung der Montage bereits bekannt ist, durchgeführt. Analog ist das Vorgehen beim Rohbau. Sollte eine Planungsstufe nicht lösbar sein, muss die vorgelagerte Stufe angepasst werden.

Auf der anderen Seite kann eine gleichzeitige integrierte Planung aller Linien erfolgen. Dies hat den Vorteil, dass die Arbeitskräfteverschiebung mit berücksichtigt werden kann. Darüber hinaus wird bei diesem Vorgehen vermieden, dass nachgelagerte Produktionsstufen ungültige Vorgaben für nachgelagerte Produktionsstufen machen. Im Sinne einer Kostenoptimierung hat die zweite Vorgehensweise mehr Potential. Allerdings ist eine integrierte Planung viel schwerer zu bewerkstelligen, weil alle Einflussfaktoren gleichzeitig betrachtet werden müssen.

2.4 Entscheidungsunterstützungssysteme

Um Entscheider bei der Lösung von Problemen der hierarchischen Produktionsplanung im Allgemeinen oder des Problems der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie im Speziellen zu unterstützen bietet sich die Nutzung eines *Entscheidungsunterstützungssystems (EUS)* (engl.: Decision Support System (DSS)) an. Der Ursprung des Begriffs *Decision Support System* kann auf die Arbeit von Gorry und Scott Morton [GS71] zurückgeführt werden, die ihn als „System zur Unterstützung des betrieblichen Entscheidungsträgers bei semistrukturierten und unstrukturierten Problemsituationen“⁶ definieren. Diese Definition ist sehr allgemein gehalten und führte in der Folge zu einer regen Diskussion des Begriffs, die z.B. bei Silver ([Sil91], S. 12ff) nachverfolgt werden kann. Für diese Arbeit wird die Definition von Turban und Aronson ([TA98], S.77) genutzt, wonach ein DSS ein interaktives, computergestütztes Informationssystem ist, welches bei der Entscheidung unstrukturierter Managementprobleme unterstützt. Ein DSS in seiner Grundstruktur beinhaltet vier Komponenten (vgl. Turban und Aronson [TA98], S.78f), von denen in dieser Arbeit zwei zusammengefasst werden. Die *Datenkomponente* beinhaltet gespeicherte Informationen die als Grundlage des Entscheidungs- und Problemlösungsprozesses dienen. Die eigentliche Entscheidungshilfe wird von der *Modell-/Methodenkomponente* geleistet. In ihr enthalten sind eine oder mehrere problemspezifische und formalisierte Modelle sowie Lösungsmethoden. Ferner gibt es eine Nutzeroberfläche sowie eine Applikationslogik die zur *Dialogkomponente* zusammengefasst werden. Sie stellt die visuelle Schnittstelle zum Benutzer dar, welche die Nutzung von Daten, Modellen und Methoden ermöglicht. Eine schematische Darstellung eines Entscheidungsunterstützungssystems und die Interaktion der einzelnen Komponenten findet sich in Abbildung 2.11.

In der Datenkomponente hinterlegt der Benutzer die zur Entscheidungsfindung benötigten Daten. Die eigentliche Entscheidungsunterstützung findet durch die Modell- und Methodenkomponente statt. Dort werden die anwendungsspezifischen Modelle als formalisierte und ggf. vereinfachte Abbildung des realen Sachverhalts gelöst bzw. Kennzahlen zur Entscheidungsunterstützung generiert. Oftmals werden zu diesem Zweck Methoden des Operations Research genutzt. Ope-

⁶Übersetzung des Autors

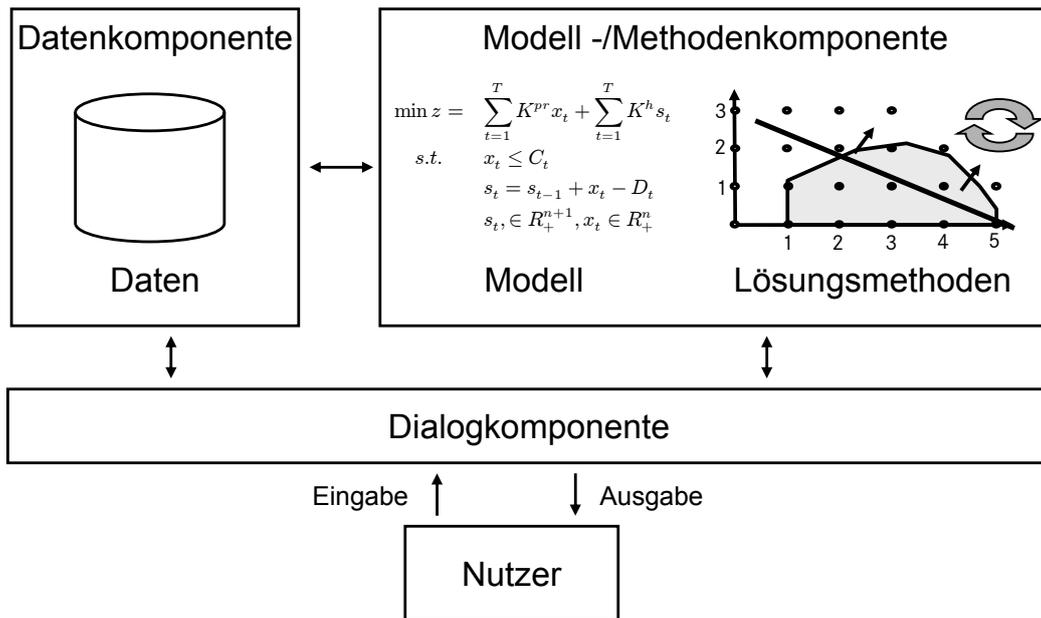


Abbildung 2.11: Grundschema eines Entscheidungsunterstützungssystems (in Anl. an [TA98], S.99)

Operations Research (OR) ist nach Suhl und Mellouli ([SM06], S.5f) die Entwicklung und der Einsatz quantitativer Modelle und Methoden zur Entscheidungsunterstützung in Unternehmen und Organisationen. Da die Entscheidungen nicht immer vollautomatisiert geschehen können oder bei komplexen Problemen nicht vollständig möglich sind, sollen die Erfahrung und das Urteilsvermögen der Entscheidungsträger mit einfließen. Dazu bietet die Dialogkomponente dem Benutzer die Möglichkeit, interaktiv in das Problemlösungsverfahren einzugreifen oder es zu steuern. Der Prozess der Problemlösung stellt somit einen mehrstufigen Prozess dar, in dem es dem Nutzer ermöglicht wird, mehrere Lösungsvorschläge zu generieren, zu modifizieren und zu bewerten. Dies verdeutlicht die Intention eines EUS, das die Entscheidungsfindung nicht ersetzen, sondern unterstützen soll. Entscheidungsunterstützungssysteme, welche insbesondere exakte Lösungsmethoden des Operations Research⁷ nutzen, werden auch *Optimierungssysteme* genannt. Eine genaue Erläuterung und Abgrenzung des Begriffs findet sich bei Suhl und Mellouli ([SM06], S.1 und S.17ff).

2.5 Methoden des Operations Research

In Entscheidungsunterstützungssystemen werden Methoden des Operations Research eingesetzt. Daher erfolgt eine allgemeine Einführung in den Begriff und unterschiedliche Methoden des Operations Research. Aus der Vielzahl der Methoden werden zwei näher erläutert, welche im weiteren Verlauf dieser Arbeit

⁷s. Abs. 2.5

eine wichtige Rolle spielen. Es sind die lineare Programmierung und die gemischt-ganzzahlige Programmierung.

2.5.1 Allgemeine Einführung

Suhl und Mellouli ([SM06], S.5f) beschreiben Operations Research (OR) als die Entwicklung und den Einsatz quantitativer Modelle und Methoden zur Entscheidungsunterstützung in Unternehmen und Organisationen. Domschke und Drexel ([DD05], S. 1f) führen an, dass das Erstellen von mathematischen Modellen, die Nutzung von Algorithmen und Softwareunterstützung ebenfalls zentrale Aspekte des OR sind. An dieser Stelle soll ein kurzer Überblick über unterschiedliche Methoden gegeben werden. Dabei wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben. Für formalisierte Darstellungsformen und weiterführende Literatur zum Thema wird auf Domschke und Drexel [DD05] sowie Suhl und Mellouli [SM06] verwiesen.

Ein wichtige Methode des Operations Research ist die der *Mathematischen Programmierung (MP)*. Ziel der MP ist die Minimierung oder Maximierung einer Zielfunktion von Entscheidungsvariablen unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen auf diesen Variablen (vgl. [SM06], S.20). Die Gestalt der Zielfunktion und Restriktionen sowie der Wertebereiche der Entscheidungsvariablen erlauben eine weitere Kategorisierung innerhalb der MP. Für den Fall, dass die Zielfunktion eine Linearkombination der Entscheidungsvariablen ist, die Restriktionen lineare Gleichungen oder Ungleichungen und die Geltungsbereiche der Variablen durch einen Bereich der reellen Zahlen mit Ober- und Untergrenzen gegeben sind spricht man von *Linearer Programmierung (LP)* oder engl. *Linear Programming (LP)*. Sollten die Domänen aller Variablen nur über den ganzen Zahlen definiert sein spricht man von *ganzzahliger Programmierung (GP)* oder engl. *Integer Programming (IP)*. Ist ein Teil der Geltungsbereiche ganzzahlig und die restlichen Bereiche sind über den reellen Zahlen definiert spricht man von *gemischt-ganzzahliger Programmierung (GGP)* oder engl. *Mixed Integer Programming (MIP)*. Für den Fall, dass Zielfunktion oder Restriktionen Nichtlinearitäten beinhalten, spricht man von *nichtlinearer Programmierung (NLP)* oder engl. *Nonlinear Programming (NLP)*. Für die Methoden der LP, IP und MIP gibt es Algorithmen, welche eine beweisbar optimale Lösung des Problems finden. Dies kann jedoch viel Lösungszeit in Anspruch nehmen. Für gewisse Teilmengen der NLP, bei denen Zielfunktion und Nebenbedingungen zusätzlich gewissen Anforderungen genügen, ist dies ebenfalls der Fall.

Heuristische Suchverfahren können ebenfalls auf die Problemstellungen der MP angewandt werden. Es handelt sich oftmals um lokale Suchverfahren, die problembasiert arbeiten und versuchen, durch vertretbaren Rechenaufwand eine möglichst gute Lösung für ein Problem zu finden. Dabei gibt es allerdings weder eine Optimalitätsgarantie für die gefundenen Lösungen noch kann über die Qualität der

Lösung hinsichtlich eines globalen Optimums eine Aussage getroffen werden. Metaheuristiken sind Methoden zur Steuerung von Suchverfahren und nehmen oft Anleihen in der Natur. Bekannte Beispiele für Metaheuristiken sind genetische Algorithmen, Simulated Annealing und Ameisenalgorithmen. Eine gute Einführung in unterschiedliche heuristische Suchverfahren und Metaheuristiken findet sich bei Michalewics und Fogel [MF04].

Eine weitere Methode ist die der *Dynamischen Programmierung (DP)*. Sie ist anwendbar auf Optimierungsprobleme in denen eine Reihe voneinander abhängiger Entscheidungen getroffen werden. Diese Sequenz von Entscheidungen unterliegt dabei einer bestimmten Abfolge, oftmals zeitlicher Natur. Ausgehend von einem gegebenen Zustand wird mit Hilfe einer Transformationsfunktion und den unterschiedlichen Entscheidungsmöglichkeiten in diesem Zustand eine Reihe von Folgezuständen erzeugt und mit Hilfe einer Kostenfunktion bewertet. Die Transformationsfunktion überführt also einen Ausgangszustand unter Berücksichtigung einer Entscheidung in einen Folgezustand. Die Lösung des Problems erfolgt dann durch eine rekursive Optimierung entlang der einzelnen Stufen der Abfolge, bei der Teillösungen zu einer Gesamtlösung zusammengesetzt werden. Bei geeigneten Annahmen hinsichtlich der möglichen Entscheidungen auf einer Stufe, der Transformationsfunktion und der dadurch entstehenden Folgezustände ist die Dynamische Programmierung ein Verfahren welches eine beweisbar optimale Lösung für ein Problem findet. Jedoch gibt es auch Probleme bei denen die Anzahl der Folgezustände in Abhängigkeit der möglichen Entscheidungen und der Transformationsfunktion zu groß wird um das Problem in annehmbarer Zeit zu lösen. Dort wird das Prinzip der DP oftmals genutzt und als heuristisches Suchverfahren angewendet. Dies geschieht einerseits, indem nicht alle möglichen Entscheidungen einer Stufe berücksichtigt werden und andererseits, indem mehrere eigentlich unterschiedliche Folgezustände zu einem einzelnen zusammengefasst werden. Einen guten Überblick über die Dynamische Programmierung und ihre Einsatzmöglichkeiten wird bei Bertsekas ([Ber00], S. 2ff) gegeben.

Ferner gibt es experimentelle Lösungsverfahren. Als wahrscheinlich bekannteste seien die *Simulationsverfahren* an dieser Stellen angeführt. Sie können je nach Vorgehensweise in weitere Unterkategorien aufgeteilt werden, wie z.B. Monte-Carlo-Simulation und Discrete-Event-Simulation. Unterschiedlichen Formen der Simulation werden umfangreich bei Law und Kelton [LK00] diskutiert.

Hinsichtlich der Qualität der gefundenen Lösungen wird zwischen *exakten* und *heuristischen Verfahren* unterschieden. Exakte Verfahren finden das globale Optimum und können dessen Optimalität beweisen. Sollte ein Problem nicht lösbar sein, so wird dieses im Rahmen des Verfahrens festgestellt. Die Verfahren LP, IP und MIP fallen in diese Kategorie. Heuristische Verfahren geben keine Garantie für das Finden des globalen Optimums. Darüber hinaus ist die Qualität der gefundenen Lösung im Bezug auf ein globales Optimum nicht ermittelbar. Beispiele für diese Verfahren sind lokale Suchverfahren, Metaheuristiken und die Simulation.

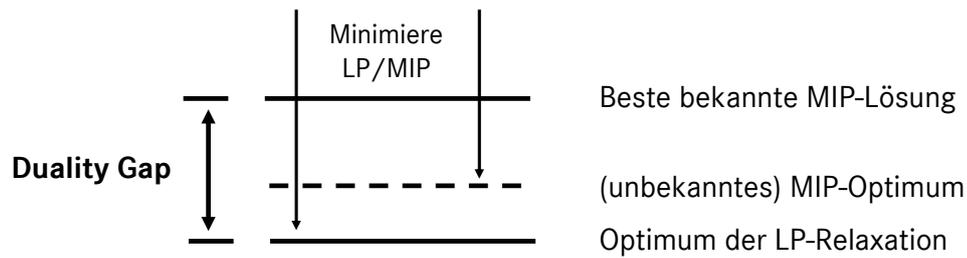


Abbildung 2.12: Beziehung zwischen MIP und LP-Lösung (in Anl. an Suhl und Mellouli ([SM06], S. 134))

\mathbb{Z} stellen die P ganzzahligen Entscheidungsvariablen des Problems dar. Wenn $UY_p, OY_p \in \{0, 1\}$ gilt, werden die \mathbf{y}_p auch *Binärvariablen* genannt. Analog zur LP gibt es Lösungen, gültige Lösungen und optimale Lösungen.

Um Probleme der gemischt-ganzzahligen Programmierung zu lösen kommt in der Regel ein Branch-and-Bound-Verfahren zur Anwendung (vgl. Suhl und Mellouli [SM06], S. 134). Das Branch-and-Bound-Verfahren unterteilt das Gesamtproblem in Unterprobleme, die effizient gelöst werden können. Für jedes Unterproblem wird jeweils eine LP-Relaxation gelöst. Bei einer LP-Relaxation werden die Ganzzahligkeitsbedingungen auf den Entscheidungsvariablen entfernt. Durch das wiederholte Lösen von Unterproblemen kann die optimale Lösung des Gesamtproblems bestimmt werden. Im Verlauf des Lösungsprozess werden nach und nach ungültige bzw. schlechte Lösungen ausgeschlossen. Zur detaillierten Funktionsweise des Branch-and-Bound-Verfahrens sei an dieser Stelle auf Wolsey ([Wol98], S. 91 ff.) und Kallrath ([Kal02], S. 65ff.) verwiesen.

Bereits vor dem Ende des Branch-and-Bound-Verfahrens kann die Güte der aktuell besten gefundenen ganzzahligen Lösung (Best MIP) abgeschätzt werden, indem diese mit der besten gefundenen untere Schranke (Best LB) in Beziehung gesetzt wird (siehe Abbildung 2.12). Dieser Abstand wird als *Duality Gap* bezeichnet und errechnet sich für ein Minimierungsproblem wie folgt (vgl. Pochet und Wolsey [PW06], S. 92):

$$Duality\ Gap = \frac{Best\ MIP - Best\ LB}{Best\ LB} \cdot 100[\%].$$

Dabei ist *Best LB* die im Rahmen des Branch-and-Bound aktuell beste gefundene untere Schranke und *Best MIP* die aktuell beste gefundene ganzzahlige Lösung des gemischt-ganzzahligen Programms.

Einen umfangreichen Überblick über gemischt-ganzzahlige Programmierung, ihre Anwendung und die verwendeten Algorithmen findet man z.B. bei Wolsey [Wol98] oder Pochet und Wolsey [PW06].

3 Stand der Technik und Diskussion der vorgestellten Ansätze

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über aktuelle und vergangene Entwicklungen im Forschungsbereich der Aggregierten Produktionsplanung (APP). Das Themenfeld korrespondiert inhaltlich zu dem in Abschnitt 2.3 vorgestellten Planungsproblem der Automobilindustrie. Allerdings erfolgt eine breitere, abstraktere Vorstellung des Themas, welche auch unterschiedliche Industriezweige berücksichtigt. Zuerst erfolgt eine kurze Einführung in den Themenkomplex und unterschiedliche Kategorisierungsansätze werden erläutert. Darauf folgt die Vorstellung konkreter Modelle und Lösungsansätze untergliedert nach exakten und heuristischen Verfahren.

3.1 Einführung und Definitionen der aggregierten Produktionsplanung

Es gibt viele unterschiedliche Definitionen von aggregierter Produktionsplanung. Der Begriff der Aggregation selbst bezieht sich auf unterschiedliche Planungsspekte. Das Zusammenfassen von Produkten zu Produktgruppen sowie von unterschiedlichen Arbeitnehmertypen zu Einzelgruppen sind hierfür zwei Beispiele. Auch wenn die Grundzüge der Definitionen bei allen Autoren ähnlich sind, unterscheiden sie sich in den detaillierten Ausführungen. Deshalb sollen im Folgenden kurz Definitionen anderer Autoren vorgestellt werden, bevor abschließend eine eigene Definition aufgestellt wird.

Die Autoren Nam und Logendran [NL92] schreiben in ihrer Arbeit, bei der aggregierten Produktionsplanung gehe es darum, die Kapazitäten der Mitarbeiter, aber auch die der maschinellen Anlagen optimal zu nutzen. Dabei wird aufgrund von vergangenen Daten eine Nachfrage geschätzt, die befriedigt werden muss. Ziel ist, die Kosten für die Produktion, die Lagerhaltung und für die Arbeitskräfte zu minimieren. Die Optimierung bezieht sich nicht auf einzelne, sondern auf alle betrachteten Produkte. Bei der Optimierung des gesamten Produktionsplans werden Produkte, die dieselben Ressourcen benötigen, zusammengefasst, also aggregiert.

Bei Buffa [Buf67] wird aggregierte Produktionsplanung mit dem Erstellen eines Zeitplans für die Produktion gleichgesetzt. Es wird entschieden, welches Produktionsprogramm wann produziert wird, wieviele Kapazitäten dafür eingesetzt

werden und wie lange dieses Programm läuft. Die Aufgaben der aggregierten Planung gehören zu denen des Managements.

Eine Definition der aggregierten Produktionsplanung von Oliff et al. [OLM89] lautet: „*Aggregierte Produktionsplanung berechnet die mittelfristigen Kapazitäten, die benötigt werden, um die schwankende Nachfrage zu befriedigen. Gegeben ist eine Nachfrageprognose für jede Periode in einem begrenzten Planungshorizont. Der aggregierte Produktionsplan spezifiziert Produktionsgröße, Arbeitnehmerlevel und Lagerhaltungslevel für jede Periode, so dass die erwartete Nachfrage bedient werden kann und die relevanten Kosten über den Planungszeitraum minimiert werden.*“¹

Die Ziele der aggregierter Produktionsplanung werden in der Literatur teilweise unterschiedlich definiert. Auf der einen Seite gilt der Ausgleich von fluktuierender Nachfrage oft als Ziel der Planung. Andere definieren dagegen die effektive Nutzung der Ressourcen als Zielsetzung, und wieder andere streben Kombinationen aus beidem an. Ein weiteres Ziel ist es, die erwarteten Kosten für die gesamte Produktion zu minimieren. Das Problem dabei ist, dass der Zeithorizont ein bis zwei Jahre umfasst und es besonders über das Ende dieser Zeitspanne nicht möglich ist, sichere Aussagen zu treffen. Insbesondere die Nachfrage, aber auch andere Parameter der Planung sind von Unsicherheiten beeinflusst. Abseits dessen ist der Datenbestand für die gesamte Planungsperiode so groß, dass die Daten teilweise unter Verlust von Informationen aggregiert werden müssen, um mit ihnen arbeiten zu können. Eine typische Aggregation ist die von mehreren Produkten zu einer Gruppe (vgl. Silva Filho [Sil99]). Die aggregierte Produktionsplanung betrifft querschnittlich andere Managementaufgaben, wie die der Finanzierung und der Personalentscheidung.

Folgende Charakterisierungen sind nach Pan und Kleiner [PK95] typisch für aggregierte Produktionsplanung²:

1. Der Zeithorizont beträgt in der Regel ein bis zwei Jahre. Die Planungsperioden, für die ein Produktionsplan erstellt werden soll, sind dabei ca. einen Monat lang.
2. Es wird die Nachfrage für eine einzelne Kategorie oder eine geringe Anzahl an Kategorien von Produkten betrachtet. Diese ist dynamisch, saisonal oder schwankend, also nicht sicher prognostizierbar.
3. Sowohl Nachfrage als auch Angebot können verändert werden.
4. Die Möglichkeit, Management-Entscheidungen wie Beschäftigungsrate, Veränderungen in der Ausbringungsmenge, etc. zu beeinflussen.
5. Faktoren, die fest stehen und nicht verändert werden können.

¹Übersetzung des Autors

²Übersetzung des Autors

Die Entscheidungen, die getroffen werden müssen, beziehen sich auf die Beeinflussung von Nachfrage und Angebot. Die Nachfrage lässt sich durch Werbung, Preis, etc. beeinflussen, das Angebot dagegen durch Beschäftigungsgrad, Ausschöpfung der Kapazitäten, etc. Die Freiheitsgrade der Entscheidung werden aufgrund von maximal vorhandenen Kapazitäten beschränkt.

An dieser Stelle soll eine eigene Definition der aggregierten Produktionplanung gegeben werden, welche an die Beschreibung von Stockton und Quinn [SQ95] angelehnt ist³. Die aggregierte Produktionsplanung geht von einer dynamischen Nachfrage für eine oder mehrere Produktgruppen aus. Sie trifft Aussagen über die zukünftige Nutzung von Produktions- und Personalkapazitäten sowie Lagern, um die gegebene Nachfrage zu befriedigen. Dabei werden ganze Produktionspläne für einen bestimmten Planungshorizont, der in der Regel ein bis zwei Jahre beträgt, erstellt. Dieser Planungshorizont besteht im Allgemeinen aus monatlichen oder wöchentlichen Perioden. Ziel ist eine kostenoptimale Planung der Arbeitnehmerlevel, Lagerbestände und Produktionsraten für die einzelnen Perioden. Kosten fallen dabei für die Produktion, die Lagerhaltung und das Personal an. Darüber hinaus sollen die Daten der aggregierten Produktionsplanung Vorgaben für die operative Planung liefern.

3.2 Einordnung und Kategorisierung der aggregierten Produktionsplanung

Die aggregierte Produktionsplanung ist nur ein Ausschnitt des gesamten Planungsprozesses eines Unternehmens. Daher erfolgt eine kurze Einordnung und Abgrenzung der aggregierten Produktionsplanung in die in Abschnitt 2.2 vorgestellte hierarchische Produktionsplanung. Um die unterschiedlichen Methoden und Modelle innerhalb des Themenfeldes miteinander vergleichen zu können, wird zudem ein Kategorisierungsansatz vorgestellt.

3.2.1 Einordnung in die Hierarchische Produktionsplanung

Die hierarchische Produktionsplanung unterscheidet die strategische, taktische und operative Planungsebene. Innerhalb dieser Kategorisierung wird die aggregierte Produktionsplanung fast ausschließlich der taktischen, also mittelfristigen Planung zugeordnet. So wird bei Hax und Candea ([HC84], S. 4) eindeutig die Einordnung der aggregierten Kapazitätsplanung in den taktischen Planungshorizont beschrieben. Kistner und Steven [KS91] heben in ihrem Artikel hervor, dass auf der mittelfristigen, taktischen Ebene Entscheidungen über aggregierte Pläne im Bereich der Kapazitätsfestlegung getroffen werden. Fleischmann et al. [FMW08] sehen die Produktions- und Personalkapazitätsplanung ebenfalls als

³Ihre Definition wird bereits am Ende von Abs. 2.2.1 angeführt.

Teil des mittelfristigen Planungshorizonts von 6-24 Monaten. Voß und Woodruff ([VW06], S. 4f) ordnen die APP oberhalb der Auftragsdisposition ebenfalls in den Bereich der taktischen Planung ein. Da die meisten Autoren aggregierte Pläne unter der Planung der allgemeinen Unternehmensstrategie und über den täglichen Planungsentscheidungen wie z.B. Maschinenbelegungen anordnen, entspricht dies der Einordnung der aggregierten Produktionsplanung in den taktischen Bereich. Nach diesen Vorüberlegungen wird der Bereich der aggregierten Produktionsplanung, so wie er in Abschnitt 3.1 definiert ist, in den Bereich der taktischen Planung eingeordnet. Auch der Planungshorizont fällt mit ein bis zwei Jahren in die Zeitspanne, die für die taktische Planung definiert wurde.

3.2.2 Kategorisierung innerhalb der aggregierten Planung

Das Ziel der aggregierten Produktionsplanung ist es, kostenminimale Arbeitnehmerlevel, Lagerbestände und Produktionsraten für die einzelnen Perioden festzulegen. Zwecks dessen werden entsprechende Optimierungsmodelle und Lösungsansätze entwickelt. In der Literatur wird dabei oftmals zwischen exakten und heuristischen Methoden zur Lösung der erstellten Modelle unterschieden⁴.

Ein anderer Ansatz ist die Unterscheidung zwischen deskriptiven und normativen Lösungsmethoden (vgl. Saad [Saa82]). Deskriptive Methoden bauen darauf auf, dass die Manager in der Vergangenheit gute Entscheidungen getroffen haben und man mit diesen Erfahrungen arbeiten kann. Aus diesen Erfahrungen werden Methoden und Regeln hergeleitet, die auch in Zukunft gelten. Normative Methoden dagegen arbeiten mit der Kostenstruktur des Unternehmens, da noch keine Erfahrungswerte vorliegen, auf die Bezug genommen werden kann. Aus der Kostenstruktur sollen mittels analytischer Techniken Entscheidungen abgeleitet werden, die einen möglichst optimalen Produktionsplan liefern.

Von Buffa [Buf67] wurde 1967 eine Kategorisierung zwischen mathematischen Verfahren, heuristischen Methoden und Suchmethoden angewandt. Letztere sind eine Form heuristischer Methoden, bei denen ein durch Restriktionen aufgespannter Suchraum mit Hilfe eines lokalen Suchverfahrens und einer Zielfunktion von einem Computer durchsucht wird. Ähnlich wurde 1972 von Silver [Sil72] zwischen heuristischen Methoden, exakten mathematischen Verfahren und nichtmathematischen Verfahren unterschieden. Dabei stellen nichtmathematische Verfahren eine Planung durch eine Person dar, welche dabei nicht auf mathematische Verfahren und Modelle zurückgreift. Die Autoren Nam und Logendran [NL92] beschränken sich auf die Unterscheidung zwischen exakten und heuristischen Methoden. Eine feinere Kategorisierung nutzen Pan und Kleiner [PK95]. Sie unterscheiden zusätzlich noch die dynamischen Verfahren. Dies sind Ansätze, welche eine Planung anhand eines vorgegebenen Regelwerks unterstützen. Eine Kategorisierung, die nicht auf der Art der erreichbaren Lösungsqualität, sondern auf der Methode zur

⁴vgl. Abs. 2.5

Autor	Kategorisierungsansatz
[Buf67]	Mathematische Optimierung, heuristische Methoden, Suchmethoden
[Sil72]	Nichtmathematische, exakte und heuristische Methoden
[Saa82]	Deskriptive und normative Methoden
[BS87]	Grafische, mathematische Methoden und Suchmethoden
[OLM89]	Optimierung, heuristische Methoden, Suchmethoden
[NL92]	Exakte und heuristische Methoden
[PK95]	Optimierung, heuristische Methoden, Suchmethoden, dynamische Verfahren

Tabelle 3.1: Verschiedene Kategorisierungsansätze zur aggregierten Produktionsplanung

Lösungssuche aufbaut, ist die von Buffa und Sarin [BS87]. Sie kategorisieren nach Methoden, welche eine grafische Lösung des Problems anstreben, mathematischen Methoden und Suchmethoden mit Hilfe des Computers. In Tabelle 3.1 befindet sich eine Übersicht der verschiedenen Autoren und ihrer Kategorisierungsansätze. Die vorliegende Arbeit orientiert sich an der Kategorisierung von Nam und Logendran [NL92]. Diese eignet sich, weil sich alle untersuchten Modelle differenziert darin einordnen lassen und man einen guten Überblick über die Verfahren und ihre Möglichkeiten erhält. Die Suchmethode, welche manche Autoren separat aufführen, wird hier als eine heuristische Methode aufgefasst und ist deswegen in diesem Punkt inbegriffen. Auch die dynamischen Verfahren werden entsprechend ihrer Eigenschaft, exakte oder heuristische Ergebnisse zu erzeugen, eingegliedert. Unterscheidungen zwischen dem Ansatz von Nam und Logendran und der Kategorisierung in dieser Arbeit gibt es lediglich bei der weiteren methodischen Aufteilung von exakten und heuristischen Verfahren. Dabei werden als exakte Verfahren die Methoden der linearen Entscheidungsregel, der linearen Programmierung und der gemischt-ganzzahligen Programmierung aufgeführt. Darüber hinaus wird separat auf Losgrößenmodelle eingegangen, welche Schnittpunkte mit der LP und der MIP haben, inhaltlich jedoch keinen Fokus auf die Betrachtung der Arbeitskräftekapazitäten legen. Die detaillierte Untersuchung der Themenkomplexe Kapazitäts- und Lagerplanung im Rahmen der Modelle ist aber auch für diese Arbeit relevant. Bei den heuristischen Verfahren werden die Produktionswechselheuristiken sowie die Such-Entscheidungsregel vorgestellt, auch Simulationsmodelle finden Berücksichtigung. Ein besonderes Verfahren auf Basis der dynamischen Programmierung wird dargelegt. Obwohl die dynamische Programmierung ein exaktes Verfahren sein kann, wird sie in der Literatur zur aggregierten Produktionsplanung hauptsächlich zur Erzeugung heuristischer Lösungen⁵ eingesetzt und an dieser Stelle dementsprechend kategorisiert. Abschließend werden Metaheuristiken behandelt.

⁵vgl. Abs. 2.5.1 S. 29f.

3.3 Exakte Verfahren

In diesem Unterkapitel werden unterschiedliche exakte Verfahren vorgestellt. Dabei wird kurz auf die Annahmen sowie die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren eingegangen. Abschließend erfolgt jeweils ein Literaturüberblick.

3.3.1 Lineare Entscheidungsregel

Bei dem Ansatz der linearen Entscheidungsregel werden sämtliche Produkte eines Unternehmens zu einem Gesamtbestand aggregiert. Man hat nur noch einen Produktions-, einen Lager- und einen Nachfragewert. Voraussetzung, um diesen Ansatz durchführen zu können, ist die Möglichkeit eine solche Aggregation aller Produkte vornehmen zu können. Der Kerngedanke des Ansatzes ist die Bestimmung eines Bestandes an Arbeitnehmern und einer Produktionsrate, die zusammen kostenminimal sind. Dazu müssen nicht nur sämtliche Kosten (materielle, immaterielle, kalkulatorische, usw.) betrachtet werden, sondern sie müssen auch in einer Art und Weise vorliegen, die weiterführende Berechnungen mit ihnen erlauben. Bei diesem Ansatz geht man von quadratischen Kostenfunktionen für die einzeln anfallenden Kostenarten aus. Aus den Kostenfunktionen und den Nebenbedingungen werden dann sog. lineare Entscheidungsregeln abgeleitet. Dies sind lineare Terme welche zur Bestimmung der kostenoptimalen Arbeitnehmeranzahl und einer Produktionsrate genutzt werden. In der Praxis treten die Kostenkurven, sofern sie überhaupt bestimmbar sind, zumeist in sehr komplizierten Formen auf. Holt et al. [HMS55] haben 1955 erste einen Ansatz formuliert, wie man solch komplexe Strukturen sinnvoll approximieren könnte und zählen damit zu den Vätern der aggregierten Produktionsplanung. Im Folgenden soll deshalb kurz ihr Modell vorgestellt werden, welches für viele Autoren richtungweisend war bzw. nach wie vor ist.

Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und folgenden Parametern.

- $K_{1..13}$:= Im Vorfeld zu ermittelnde Kostenkoeffizienten.
- D_t := Erwartete aggregierte Nachfrage in Periode t .
- C_i := Gewichtung für die Nachfrageprognose in Periode $t+i$ hinsichtlich des Produktionsniveaus.
- A_i := Gewichtung für die Nachfrageprognose in Periode $t+i$ hinsichtlich des Arbeitskräfteniveaus.
- A^{ag} := Legt in der Entscheidungsregel fest, welchen Einfluss die Änderungsrate des Arbeitnehmerlevels auf das Arbeitskräfteniveau hat.
- A^{pg} := Legt in der Entscheidungsregel fest, welchen Einfluss die Änderungsrate des Arbeitnehmerlevels auf das Produktionsniveau hat.

- D^g := Legt in der Entscheidungsregel die Gewichtung des Nettolagerbestandes einer Vorperiode auf Arbeitnehmerlevel und Produktionsniveau fest.
- P^{lg} := Legt in der Entscheidungsregel fest, ab welchem Wert der gewichtete Lagerbestand Einfluss auf das Produktionsniveau hat.
- A^{lg} := Legt in der Entscheidungsregel fest, ab welchem Wert der gewichtete Lagerbestand Einfluss auf das Arbeitnehmerlevel hat.

Folgende Werte sollen durch die Entscheidungsregeln determiniert werden:

- \mathbf{a}_t := Arbeitnehmerlevel in Periode t
(\mathbf{a}_0 := Anfangslevel).
- \mathbf{p}_t := Aggregiertes Produktionsniveau der Periode t
(\mathbf{p}_0 := Anfangsniveau).
- \mathbf{s}_t := Lagerbestand am Ende der Periode t
(\mathbf{s}_0 := Anfangsbestand).

Zunächst werden vier Hauptkostenarten definiert und durch lineare und quadratische Terme approximiert. Dabei können die Kosten einer Periode in mehrere Gruppen aufgliedert werden.

$$\text{Normale Gehaltskosten} := K_1 * \mathbf{a}_t + K_{13} \quad (3.1)$$

$$\text{Entlassungs-/Einstellungskosten} := K_2 * (\mathbf{a}_t - \mathbf{a}_{t-1} - K_{11})^2 \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Überstunden-/Bummelkosten} := & K_3 * (\mathbf{p}_t - K_4 * \mathbf{a}_t)^2 + \\ & K_5 * \mathbf{p}_t - K_6 * \mathbf{a}_t + \\ & K_{12} * \mathbf{p}_t * \mathbf{a}_t \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{Lager-/Lieferrückstandskosten} := K_7 * [\mathbf{s}_t - (K_8 + K_9 - D_t)]^2 \quad (3.4)$$

Die Autoren unterstellen einen konvexen, U-förmigen Kurvenverlauf der Kostenfunktionen. Sie argumentieren, dass ab einer gewissen Produktionsrate Überstundenkosten, und bei einer Rate darunter so genannte Bummelkosten durch geringe Auslastung anfallen. Dies wird in Gleichung (3.3) zum Ausdruck gebracht. Der oben nicht aufgeführte Kostensatz $K_{10} = K_1 - K_6$ funktioniert als Hilfskostensatz bei der späteren Lösung des Modells. Die Annahmen zu diesen Kostenfunktionen treffen sie aufgrund ihrer Beobachtungen in einem untersuchten Unternehmen. Jedes Unternehmen muss selbst entscheiden, im welchen Umfang welche Kosten zu berücksichtigen sind. Ein Unternehmen, welches den saisonalen Nachfrageschwankungen eher durch ständige Anpassung seiner Produktionsraten begegnet, wird höhere Koeffizienten in (3.2) und (3.3) haben, wohingegen ein anderes Unternehmen, welches eher Lagerbestände auf- und abbaut, höhere Koeffizienten in (3.4) haben wird. Evtl. müssen Terme ergänzt werden, die in diesem einfachen Modell nicht berücksichtigt werden. Wie genau die Koeffizienten aussehen, können beispielsweise statistische Analysen der Unternehmensdaten hervorbringen.

Die verschiedenen Kostenteile können zu einer Gesamtkostenfunktion zusammengefasst werden, welche es zu minimieren gilt:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{z} = & \sum_{t=1}^T [(K_1 - K_6) * \mathbf{a}_t + K_2 * (\mathbf{a}_t - \mathbf{a}_{t-1} - K_{11})^2 + & (3.5) \\ & K_3 * (\mathbf{p}_t - K_4 * \mathbf{a}_t)^2 + K_5 * \mathbf{p}_t + K_{12} * \mathbf{p}_t * \mathbf{a}_t + \\ & K_7 * (\mathbf{s}_t - K_8 - K_9 * D_t)^2 + K_{13}]. \end{aligned}$$

Unter den Nebenbedingungen:

$$\mathbf{p}_t + \mathbf{s}_{t-1} - \mathbf{s}_t = D_t \quad \text{für alle } 1 \leq t \leq T \quad (3.6)$$

$$\mathbf{a}_t, \mathbf{p}_t \geq 0 \quad \text{für alle } 1 \leq t \leq T. \quad (3.7)$$

Die erste Nebenbedingung (3.6), auch Lagerbilanzgleichung genannt, sorgt für einen Ausgleich zwischen Produktion der aktuellen Periode zuzüglich des Lagerbestands am Ende der aktuellen Periode und dem Lagerbestand am Ende der Folgeperiode zuzüglich Nachfragemenge. Des Weiteren unterliegen das Arbeitnehmerlevel \mathbf{a}_t und die Produktionsrate \mathbf{p}_t der Nichtnegativitätsbedingung.

Um aus dieser Gesamtkostenfunktion die linearen Entscheidungsregeln zu erhalten, leitet man zuerst die Gesamtkostenfunktion nach jeder Entscheidungsvariable partiell ab. Dadurch erhält man eine Menge linearer Gleichungen. Durch Invertieren der Gleichungsmatrix erhält man die Gewichtungskoeffizienten über den Zeitverlauf für folgende, lineare Entscheidungsregeln (dies ist nur eine verkürzte Beschreibung des Lösungsverfahrens, eine ausführliche Beschreibung findet sich in Holt et al. [HMM56]):

$$\mathbf{p}_t = C_t * D_t + C_{t+1} * D_{t+1} + \dots + C_T * D_T + A^{pg} * \mathbf{a}_{t-1} + P^{lg} - D^g * \mathbf{s}_{t-1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{a}_t = A_t * D_t + A_{t+1} * D_{t+1} + \dots + A_T^* D_T + A^{ag} * \mathbf{a}_{t-1} + A^{lg} - D^g * \mathbf{s}_{t-1}. \quad (3.9)$$

Diese bestimmen optimale Parameter für die Produktionsrate und die Arbeitnehmeranzahl. Die Parameter C_{t+i} und A_{t+i} sind dabei schon vor der Anwendung des Lösungsverfahrens bestimmte Gewichte, mit denen die Nachfrageprognose zukünftiger Perioden gewichtet wird. Diese nehmen im Normalfall mit der Zeit rapide ab.

Die beiden Entscheidungsregeln stehen in einer engen Verbindung zueinander. Produktionsentscheidungen vergangener Perioden haben Einfluss auf die Lagerbestände am Ende dieser Perioden. Diese haben wiederum Einfluss auf die Entscheidungen bezüglich des Arbeitnehmerlevels der nächsten Perioden, die wiederum die Produktionsrate folgender Perioden bestimmen usw. Es besteht also eine dynamische Interaktion zwischen den beiden Entscheidungsregeln. Da sich der Lagerbestand durch die anderen beiden Variablen deterministisch bestimmen lässt, wird er nur implizit in die Entscheidungsregeln aufgenommen. Holt et al. beschreiben, wie mit Hilfe der Entscheidungsregeln die Entscheidungen für die nächste Periode optimal gefällt werden können, wobei für die nachfolgenden Perioden dann Anpassungen bei den Nachfrageprognosen zu machen sind.

Kritikpunkte an diesem ursprünglichen Modell führten über die Zeit zu diversen Anpassungen. Dabei wurde wenig an dem eigentlichen Modell und den Entscheidungsregeln geändert. Selbst neuere Arbeiten wie Silva et al. [SLH00] verwenden noch dieselben Kostenfunktionen wie das Ursprungsmodell und die Ableitung der Entscheidungsregeln hat sich auch nicht geändert. Es wurden jeweils lediglich zusätzliche Annahmen in das Modell integriert. So wurde beispielsweise die Berücksichtigung von mehreren Produkten von Bergstrom und Smith [BS70], stochastischer Nachfrage von Hausman und McClain [HM71], dynamischen Produktivitäten von Ebert [Ebe76], der Möglichkeit einer externen Auftragsvergabe von Kamien und Li [KL90] und zusätzlicher Variablen für Marketing und Betriebskapital von Damon und Schram [DS72] und Leitch [Lei74] im Verlauf der Zeit in das Modell integriert. Außerdem wurde durch innovative Verfahren die Lösungstechnik verbessert. So nutzt Welam [Wel75] die Eigenheiten des Mehr-Produkt-Problems, um einen kürzeren Lösungsweg vorzustellen. Außerdem wird von ihm ein simultaner Lösungsansatz vorgeschlagen, damit die Quantifizierung der Personalkosten von den Managern übernommen werden kann. In Tabelle 3.3.1 erfolgt eine Übersicht über die wichtigsten Anpassungen bzw. Erweiterungen des Modells.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[BS70]	Bergstrom und Smith 1970	Erweitern das Modell von [HMS55] zu einem Mehr-Produkt-Modell und maximieren darin den Gewinn pro Periode.
[HM71]	Hausman und McClain 1971	Ersetzen die deterministische Nachfrage des Mehr-Produkt-Modells von [BS70] durch eine stochastische Nachfrage.
[Pet71]	Peterson 1971	Ergänzt Modell um die Annahme, dass der Produzent durch zusätzliche Kosten die Auslieferungen glätten kann, um kostspielige Anpassungen der Produktion bzw. des Arbeitnehmerlevels zu vermeiden.
[DS72]	Damon und Schramm 1972	Erweitern das bisherige Modell zu einem simultanen Modell, indem sie zusätzliche Variablen für Marketing und Betriebskapital in einer Cash-Flow-Formulierung einbringen.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Lei74]	Leitch 1974	Erstellt kombiniertes Marketing- und Produktions-Modell, indem er Werbemaßnahmen berücksichtigt, um saisonale Nachfrage umzuschichten und so die Produktion zu glätten.
[Wel75]	Welam 1975	Verbessert die Lösungstechnik für Mehr-Produkt-Modelle und untersucht die Abhängigkeit der optimalen Lösungen von den Parametern des Modells.
[Ebe76]	Ebert 1976	Hebt die Annahme der konstanten Produktivität auf. Dazu konstruiert er ein computergestütztes Modell mit dynamischen Produktivitäten.
[Wel78]	Welam 1978	Da Personalkosten schwerer zu quantifizieren sind als Produktions- und Lagerkosten, entwickelt er ein interaktives Modell, in welchem Manager Restriktionen für Teile der zu berechnenden Kosten vorgeben und verfeinern. Dieses sind dann Vorgaben für die Optimierung.
[OB85a]	O'Grady und Byrne 1985	Kombinieren die lineare Entscheidungsregeln mit einem Produktionswechsel-Algorithmus für eine Multi-Produkt-Umgebung mit Kapazitätsbeschränkung, liefern aber keine optimale Lösung.
[KL90]	Kamien und Li 1990	Zeigen, wie man die Koordination von externer Auftragsvergabe in dem ursprünglichen Modell [HMS55] integrieren kann.
[SLH00]	Silva, Lisboa und Huang 2000	Erweitern das Standardmodell um die Annahme eines konstanten Arbeitnehmerlevels.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Hol02]	Holt 2002	Betrachtet nach 40 Jahren im Nachhinein den Einfluss des von ihm entwickelten Ansatzes der linearen Entscheidungsregeln. Er beschreibt Hindernisse bei der Einführung, aber auch den bis heute gültigen Einfluss seiner Arbeit.
[SS07]	Singhal und Singhal 2007	Beschreiben aus heutiger Sicht, wie die Arbeit von Holt, Modigliani und Simon zur aggregierten Produktionsplanung die Renaissance des Operations- und Supply-Chain-Management bewirkt bzw. verstärkt hat.

Tabelle 3.3: Überblick über die Entwicklung der Linearen Entscheidungsregeln

Die Vorteile des Verfahrens der linearen Entscheidungsregeln liegen in der Einfachheit der Umsetzung. Sind die passenden Konstanten für die Zielfunktion und die Restriktionen erst einmal bestimmt ist es einfach daraus die Entscheidungsregeln abzuleiten. Eine Erweiterung des Grundmodells erlaubt es sowohl deterministische als auch stochastische Nachfrageprognosen zu berücksichtigen.

Trotz der zahlreichen Erweiterungen bzw. Verbesserungen weist das Modell auch Nachteile auf. Nach der Modelldefinition können alle Variablen und Konstanten kontinuierliche Werte annehmen. Dadurch sind diskrete Werte, wie sie z.B. durch Kapazitätsanpassungsstufen entstehen, durch das Modell nicht handhabbar. Ein weiteres Manko ist die geringe Anzahl an Nebenbedingungen. Wechselbedingungen und detailliertere Kapazitätsbetrachtungen sind nicht oder nur sehr schwer abbildbar. Andere Autoren üben an unterschiedlichen Modellaspekten weitere Kritik. So kritisieren z.B. Krajewski et al. [KMT73] die unzureichende Implementierung der Lagerkosten und Lagerrestriktionen.

Abschließend ist zu sagen, dass die lineare Entscheidungsregel die Arbeit vieler Autoren beeinflusst hat und oftmals zitiert wird. Die Möglichkeit der Betrachtung von zusätzlichen Restriktionsgruppen wie Wechselrestriktionen ist allerdings begrenzt.

3.3.2 Lineare Programmierung

Die lineare Programmierung macht sich zu Nutze, dass Produktionszusammenhänge oft linear sind und vorkommende nichtlineare Zusammenhänge linearisiert werden können. Ein Produktionsplanungsproblem, welches als lineares Programm formulierbar ist, besteht aus einer Zielfunktion, Entscheidungsvariablen und Nebenbedingungen, die erfüllt werden müssen. Diese können sich zum Beispiel auf die Produktionsmenge beziehen, auf die Lagerhaltung und auch auf die Anzahl

an Mitarbeitern. Die in der linearen Programmierung verwendeten reellen Zahlenbereiche für Entscheidungsvariablen stellen oftmals eine adäquate Annäherung an die realen Gegebenheiten dar.

Im Weiteren wird ein Modell von Schneeweiß ([Sch02], S. 168ff) vorgestellt, das die Möglichkeiten der linearen Programmierung aufzeigt. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und J Produkttypen (mit einem Laufindex $j \in \{1, \dots, J\}$). Zusätzlich besteht die Möglichkeit, Mehrarbeit in Form von Überstunden zu erlauben. Es gibt folgende Parameter

- D_{tj} := Prognostizierte Nachfrage von Produkttyp j in Periode t .
 λ_j := Benötigte Produktionskapazität in Stunden um eine Einheit von Produkt j zu fertigen.
 A^{st} := Verfügbare Arbeitszeit (in Stunden) pro Arbeiter und Periode.
 O_t^{max} := Maximal erlaubte Anzahl an Überstunden in Periode t .
 A_t^V := Anzahl an Arbeitskräften, welche das Unternehmen freiwillig zu Beginn von Periode t verlassen.
 K^a := Arbeitslohn für die reguläre Arbeitszeit je Arbeitskraft.
 K^o := Arbeitslohn pro Überstunde.
 K_j^s := Lagerkosten für eine Einheit von Produkttyp j pro Periode.
 K^{ein} := Kosten für die Neueinstellungen je Arbeitskraft.
 $D_t, A^{st}, O_t, A_t^V, K^a, K^o, K_j^s, K^{ein} \in \mathbb{R}^+$.

und folgende Entscheidungsvariablen:

- \mathbf{x}_{tj} := Produktionsmenge von Produkttyp j in Periode t .
 \mathbf{o}_t := Anzahl Überstunden in Periode t .
 \mathbf{s}_{tj} := Lagerbestand von Produkttyp j am Ende der Periode t
 (\mathbf{s}_{0j} := Anfangsbestand von Produkttyp j .)
 \mathbf{a}_t := Arbeitskräfteanzahl am Anfang von Periode t
 (\mathbf{a}_0 := Anfangsbestand an Arbeitskräften).
 \mathbf{a}_t^{ein} := Einzustellende Anzahl Arbeitskräfte am Anfang der Periode t .
 $\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{o}_t, \mathbf{s}_{tj}, \mathbf{a}_t, \mathbf{a}_t^{ein} \in \mathbb{R}^+$.

Das Modell hat folgende Zielfunktion

$$\min \sum_t^T \left(\sum_j^J K_j^s \mathbf{s}_{tj} + K^a \mathbf{a}_t + K^{ein} \mathbf{a}_t^{ein} + K^o \mathbf{o}_t \right) \quad (3.10)$$

und die Restriktionen

$$\sum_{j=1}^J \lambda_j \mathbf{x}_{tj} \leq A^{st} \mathbf{a}_t + \mathbf{o}_t \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{o}_t \leq O_t^{max} \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{s}_{t-1j} + \mathbf{x}_{tj} - D_{tj} = \mathbf{s}_{tj} \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{a}_{t-1} + \mathbf{a}_t^{ein} - A_t^V = \mathbf{a}_t \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{o}_t, \mathbf{s}_{tj}, \mathbf{a}_t, \mathbf{a}_t^{ein} \geq 0 \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\}.$$

Die Restriktion (3.11) und (3.12) beziehen sich auf die Bereitstellung von ausreichend Produktionskapazität in Form von Arbeitskräften und Überstundenarbeit. Die Bilanzen des Lagers und die der Arbeitskräfte sind in (3.13) und (3.14) aufgeführt.

Im Jahre 1960 haben Hannsmann und Hess [HH60] eines der ersten linearen Optimierungsmodelle zur aggregierten Produktionsplanung aufgestellt. Ihr Modell ist angelehnt an das Modell der linearen Entscheidungsregeln von Holt et al. (siehe Unterkapitel 3.3.1). Aufbauend auf Modellen wie diesem gab es im Bereich der linearen Programmierung eine Reihe von Weiterentwicklungen, die bis heute anhalten. Günther [Gün89] stellt unterschiedliche lineare Modelle zur Betrachtung von Personalflexibilität vor. Dabei erfolgt die Betrachtung von Überstunden und summierten Jahresarbeitszeiten. Ähnliche Modelle finden sich auch bei Günther und Tempelmeier ([GT95], S. 196ff). Faißt et al. [FSW92] betrachten die Möglichkeit eines Ausgleichs der Arbeitsstunden über den Planungszeitraum falls Überstunden möglich sind. Als weiteres Beispiel seien Piper und Vacheron [PV01] genannt, welche in ihrer Arbeit von 2001 kritisieren, dass die Auswirkungen von Entlassungen und Neueinstellungen oft nur sehr oberflächlich betrachtet werden und diesen Punkt in ihrem Modell aufgreifen. Die Autoren Techawiboonwong und Yenradee [TY03] stellen ein lineares Programm zur Bestimmung einer optimalen Strategie für die Arbeitskräfteverschiebung über mehrere Produktionslinien im Rahmen der aggregierten Produktionsplanung vor.

Zahlreiche Forschungsaktivitäten im Umfeld des Ansatzes der linearen Programmierung beziehen sich auf die Modellierung von stochastischen Einflüssen. So stellen Thompson et al. [TWD93] ein Modell zur APP vor, das mit einer Kombination aus Monte-Carlo-Simulation und linearer Programmierung Unsicherheitsbetrachtungen erlaubt. Abseits dessen gibt es noch andere Methoden zur Berücksichtigung stochastischer Zusammenhänge. Die stochastische lineare Programmierung (SLP) (siehe auch Kall und Wallace [KW94] und Bai et al. [BCM97]) ermöglicht die Betrachtung von Unsicherheiten in den Eingabeparametern. Die Anwendung der Methode im Kontext der aggregierten Produktionsplanung erfolgt z.B. in der Arbeit von Leung und Wu [LW04]. Ein weiterer Ansatz, die Methode des Possibilistic Linear Programming (PLP), wird zur Lösung des Modells von Wang und Liang [WL05] eingesetzt. Ihr Modell berücksichtigt bei kontinuierlichen Anpassungsmöglichkeiten Unsicherheiten in der Nachfrage sowie in den verfügbaren Personal- und Produktionskapazitäten.

In der folgenden Tabelle wird eine Übersicht über Veröffentlichungen zur linearen Programmierung im Kontext der aggregierten Produktionsplanung gegeben.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[HH60]	Hannsmann und Hess 1960	Eines der ersten LP-Modelle zur APP mit der Berücksichtigung von Überstunden.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Gün89]	Günther 1989	Sammlung unterschiedlicher Modelle zur Berücksichtigung von Personalflexibilität in der Produktionsplanung.
[FSW92]	Faißt et al. 1989	Modell um Arbeitszeit über einen Zeitverlauf auszugleichen falls Überstunden möglich sind. Bewertung lediglich anhand von Lager- und Überstundenkosten. Weitere Disaggregation in Wochenarbeitszeitfolgen im Anschluss an die Lösung.
[TWD93]	Thompson, Watanabe und Davis 1993	Kombination von Monte-Carlo-Simulation und linearer Programmierung in einem iterativen Ansatz um stochastische Einflüsse in der APP zu berücksichtigen.
[GT95]	Günther und Tempelmeier 1995	Modell zur Berücksichtigung der Jahresarbeitszeit in der Produktionsplanung.
[PV01]	Piper und Vachon 2001	Lineares Modell, welches die Auswirkungen von Mitarbeiterfluktuation in der APP hinsichtlich von Produktivitätsverlusten berücksichtigt.
[TY03]	Techawiboonwong und Yenradee 2003	Modell, welches die Möglichkeit von Arbeitskräfteverschiebung über mehrere Produktionslinien hinweg abbildet.
[LW04]	Leung und Wu 2004	Modell zur robusten Optimierung in der APP durch stochastische lineare Programmierung. Berücksichtigung von Nachfrageschwankungen und schwankenden Ein- und Ausstellkosten.
[WL05]	Wang und Liang	Modell zur robusten Optimierung in der APP durch Possibilistic Linear Programming. Berücksichtigung von Nachfrageschwankungen und Schwankungen in der Produktions- und Personalkapazität.

Tabelle 3.6: Überblick über die Entwicklung der Linearen Programmierung

Ein Vorteil der linearen Programmierung ist die gute Lösbarkeit und Verständlichkeit der Modelle. Es gibt effiziente Algorithmen wie z.B. die Interior-Point-Methode, welche die meisten LP-Modelle schnell lösen können. Auch Sensitivitätsanalysen lassen sich durchführen.

Ein Nachteil ist, dass die Berücksichtigung von diskreten Werten wie Kapazitätsanpassungsstufen nicht erfolgen kann. So werden Produktionskapazitäten entweder fest vorgegeben oder es ist nur eine kontinuierliche Anpassung möglich. Die Robustheit der Lösungen ist nicht immer gewährleistet. Ein weiterer Kritikpunkt der Modelle ist die geforderte Linearität der Kostenfunktion.

3.3.3 Gemischt-ganzzahlige Programmierung

Die gemischt-ganzzahlige Programmierung bietet eine Vielzahl von Modellierungsmöglichkeiten, um unterschiedliche Sachverhalte abzubilden. Insbesondere ist sie auch geeignet, durch Binärvariablen Kapazitätssprünge, Rüstkosten und besondere Einflussfaktoren zu berücksichtigen.

Es gibt eine Vielzahl von gemischt-ganzzahligen Modellen, die unterschiedlichste Aspekte der aggregierten Planung speziell berücksichtigen. An dieser Stelle soll exemplarisch das Modell von Oliff et al. [OLM89] vorgestellt werden. Es bezieht sich speziell auf Produktionsplanung in Betrieben in denen nach dem Schichtprinzip gearbeitet wird und basiert auf der Idee der Produktionswechselheuristiken⁶. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und I diskreten Produktionskapazitätsstufen (mit einem Laufindex $i \in \{1, \dots, I\}$), welche zusätzlich die Möglichkeit von Mehrarbeit in Form von Überstunden erlauben. Es gibt folgende Parameter

- D_t := Prognostizierte Nachfrage in Periode t .
- C_i := Reguläre Produktionskapazität bei Produktionskapazitätsstufe i .
- OC_i := Maximale Produktionskapazität mit Überstundenarbeit bei Produktionskapazitätsstufe i .
- A_i := Arbeitnehmerlevel, wenn Produktionsrate C_i oder OC_i gewählt wird.
- K^a := Kostenkoeffizient für Arbeitskräfte.
- K^o := Kostenkoeffizient für Überstunden.
- K^s := Kostenkoeffizient für Lagerhaltung.
- K^{ein} := Kostenkoeffizient für Neueinstellungen.
- K^{aus} := Kostenkoeffizient für Entlassungen.
- $D_t, C_i, OC_i, A_t, K^a, K^o, K^s, K^{ein}, K^{aus} \in R_+$

und folgende Entscheidungsvariablen

- \mathbf{p}_t := Gesamte Produktionsrate in Periode t .
- \mathbf{o}_t := Produktionsrate durch Überstunden in Periode t .

⁶vgl. Abs. 3.4.1

- \mathbf{s}_t := Lagerbestand am Ende der Periode t .
 \mathbf{a}_t := Arbeitnehmerlevel in Periode t .
 \mathbf{a}_t^{ein} := Wachstum des Arbeitnehmerlevels am Anfang der Periode t .
 \mathbf{a}_t^{aus} := Verkleinerung des Arbeitnehmerlevels am Anfang der Periode t .
 \mathbf{y}_{ti}^C := Binärvariable, die anzeigt, ob die reguläre Produktionskapazität i in Periode t gewählt wurde oder nicht.
 \mathbf{y}_{ti}^{OC} := Binärvariable, die anzeigt, ob die maximale Produktionskapazität i in Periode t gewählt wurde oder nicht.
 $\mathbf{p}_t, \mathbf{o}_t, \mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{a}_t^{ein}, \mathbf{a}_t^{aus} \in R_+, \mathbf{y}_{ti}^C, \mathbf{y}_{ti}^{OC} \in \{0, 1\}$.

Das Modell hat folgende Zielfunktion

$$\min \sum_t^T (K^a \mathbf{a}_t + K^{ein} \mathbf{a}_t^{ein} + K^{aus} \mathbf{a}_t^{aus} + K^o \mathbf{o}_t + K^s \mathbf{s}_t) \quad (3.15)$$

und die Restriktionen

$$\mathbf{p}_t - \sum_i^I (C_i \mathbf{y}_{ti}^C + OC_i \mathbf{y}_{ti}^{OC}) = 0 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{a}_t - \sum_i^I (A_i \mathbf{y}_{ti}^C + A_i \mathbf{y}_{ti}^{OC}) = 0 \quad (3.17)$$

$$\mathbf{o}_t = \sum_i^I [(OC_i - C_i) \mathbf{y}_{ti}^{OC}] = 0 \quad (3.18)$$

$$\sum_i^I (\mathbf{y}_{ti}^C + \mathbf{y}_{ti}^{OC}) = 1 \quad (3.19)$$

$$\mathbf{a}_{t-1} + \mathbf{a}_t^{ein} - \mathbf{a}_t^{aus} = \mathbf{a}_t \quad (3.20)$$

$$\mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{p}_t - D_t = \mathbf{s}_t \quad (3.21)$$

$$\mathbf{p}_t, \mathbf{o}_t, \mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{a}_t^{ein}, \mathbf{a}_t^{aus} \geq 0$$

für alle $t \in 1, \dots, T$

Im Modell sind Arbeitnehmerlevel und Produktionsraten aneinander gekoppelt. Die Autoren des Modells nehmen weiterhin an, dass:

$$C_1 < OC_1 < C_2 < OC_2 < \dots < C_n < OC_n$$

und analog

$$A_1 < A_2 < \dots < A_n$$

gilt. Die Restriktionen (3.16) bis (3.18) legen die Produktionsmenge und das benötigte Arbeitskräftelevel sowie den Bedarf an Kapazität durch Überstunden fest. Restriktion (3.19) sorgt dafür, dass genau eine Kapazitätsstufe angewählt wird. Die Restriktionen (3.20) bis (3.21) stellen die Bilanzgleichungen für die

Arbeitskräfte und das Lager dar. Bei dem Modell ist hervorzuheben, dass immer die volle Kapazität, die eingeplant wird auch zur Produktion genutzt werden muss.

Die Anfänge gemischt-ganzzahliger Modelle in der aggregierten Planung reichen zurück in die Mitte des letzten Jahrhunderts. Die Berücksichtigung von Rüstzeiten und Kosten in einem APP-Modell wurden bei Manne 1958 [Man58] aufgegriffen. Der Ansatz beruht darauf, alle möglichen Produktionsreihenfolgen von Produkten über den Zeitverlauf im Vorfeld zu bilden und dann diese zu betrachten. Allerdings löst Manne lineare Programme, um daraus gemischt-ganzzahlige Lösungen zu konstruieren. Weiterentwicklungen dieses Ansatzes hinsichtlich der Lösbarkeit fanden durch Dzielinski und Gomory [DG65] sowie durch Lasdon und Terjung [LT71] statt.

Mit der Weiterentwicklung der Lösungsmethoden für gemischt-ganzzahlige Probleme (siehe z.B. [Bal65] und [CJP83] und [VW87]) wurde es möglich, diese Probleme auch exakt zu lösen. So stellt Graves 1982 [Gra82] ein Modell für die APP auf, welches neben Überstunden auch Rüstkosten berücksichtigt und löst dieses Modell für Fallbeispiele optimal.

Aktuelle Entwicklungen in der Literatur betrachten unterschiedliche Aspekte der aggregierten Produktionsplanung. So betrachtet Aghezzaf [Agh00] ein Modell, in dem er neben Rüstzeiten und der Möglichkeit von Überstunden auch externe Zulieferung von Produkten berücksichtigt. Die Autoren da Silva et al. [dFLB06] stellen in ihrer Arbeit ein Decision Support System vor, welches das Problem der aggregierten Planung mit Berücksichtigung von drei verschiedenen Zielen auf Basis eines gemischt-ganzzahligen linearen Problems löst. Die Ziele, die berücksichtigt werden, sind: Maximierung des Profits, Minimierung der verspäteten Aufträge und Minimierung der Arbeitnehmerlevel-Wechsel. Die Autoren Corominas et al. gehen in ihrer Arbeit [CLP07] auf zahlreiche Nebenbedingungen ein, die bei der Planung von Arbeitskräften beachtet werden müssen, wie z.B. Gesetze. Sie stellen zur Lösung ein gemischt-ganzzahliges lineares Modell auf, welches eine fixe Anzahl von regulären Jahresarbeitsstunden beinhaltet und die Arbeitskräfteplanung für jede Woche vornimmt.

Im Folgenden erfolgt eine Darstellung vielfach zitierter und aktuelle Publikationen im Bereich der gemischt-ganzzahligen Optimierung.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Man58]	Manne 1958	Löst ein APP-Problem, welches eigentlich ein MIP ist, mit Hilfe einer LP-Annäherung. Funktioniert nur, wenn die Anzahl der Produkte signifikant größer ist als die Anzahl der Zeitperioden.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[DG65]	Dzielinski und Gomory 1965	Wenden Dantzig-Wolfe-Dekomposition auf das Problem von Manne an, um größere Instanzen zu lösen.
[LT71]	Lasdon und Terjung 1971	Modell von Manne wird mit Hilfe von Column Generation gelöst. Methode funktioniert auch, wenn die Anzahl der Produkte nicht signifikant größer ist als die Anzahl der Perioden.
[OLM89]	Oliff, Lewis und Markland 1989	Stellen ein allgemeines MIP-Modell zu aggregierter Produktionsplanung unter Berücksichtigung von Schichtgruppen vor. Vergleichen die Qualität der Lösung mit der einer linearen Entscheidungsregel und einer Produktionswechselheuristik.
[Gra82]	Graves 1982	Modell zur aggregierten Produktionsplanung als MIP. Berücksichtigung von Überstunden und Rüstkosten.
[Agh00]	Aghezzaf 2000	Entwickelt ein Modell, das neben Rüstzeiten und Überstunden auch externe Zulieferung berücksichtigt.
[dFLB06]	da Silva et al. 2006	Entwickeln ein gemischt-ganzzahliges lineares Programm mit mehreren Zielen für ein Decision Support System zur Lösung eines aggregierten Produktionsplanungssystems. Berücksichtigen detailliert Arbeitskräftefluktuation.
[CLP07]	Corominas et al. 2007	Entwickeln ein gemischt-ganzzahliges Modell, welches unterschiedliche gesetzliche Restriktionen hinsichtlich der Jahresarbeitszeit berücksichtigt. Dies lösen sie mit Standardsoftware.

Tabelle 3.9: Überblick über die Entwicklung der gemischt-ganzzahligen Programmierung

Ein Vorteil der gemischt-ganzzahligen Programmierung ist die mögliche Modellierung von Kosten und Restriktionen über ganzzahlige bzw. logische Variablen. Darüber hinaus gibt es Standardsoftware zur Lösung der Probleme, welche zumindest Probleme bis zu einer gewissen Größe schnell löst. Es ist möglich, die Qualität von gefundenen, gültigen Lösungen zu bestimmen. Auch eine Kombination von Heuristiken und Standardsoftware ist möglich.

Ein Nachteil ist, dass es nicht möglich ist, Kostenstrukturen oder Restriktionen abzubilden, die nicht linear (auch nicht im Sinne von stückweise linear), also z.B. quadratisch sind. Darüber hinaus gibt es eine Reihe von Problemen, die mit Standardsoftware schlecht oder überhaupt nicht lösbar sind. In diesem Fall gibt es unterschiedliche Techniken um dennoch zu Lösungen zu gelangen.

3.3.4 Losgrößenmodelle

Ziel der Losgrößenplanung ist es, unter der Berücksichtigung von Nebenbedingungen, eine Entscheidung für einen kostenoptimalen Produktionsplan bei einer gegebenen Nachfrage zu treffen. Dabei gibt es in der Regel Kapazitätsbeschränkungen in der Produktion durch knappe Ressourcen. Die Losgrößenmodelle möchten unter Berücksichtigung der Kapazitätsbeschränkungen eine optimale Balance zwischen Lagerhaltungs- und Rüstkosten erzielen und dabei die gegebene Nachfrage befriedigen. Anders als beim Problem der aggregierten Produktionsplanung spielt der Aspekt der Arbeitskräfte dabei oftmals keine eigene Rolle. Die Ressource Arbeit ist meist eine von vielen und wird nicht eigenständig in die Zielfunktion mit aufgenommen. Sie wird lediglich wie die anderen Ressourcen benutzt, um durch ihre evtl. vorgegebene Maximalkapazität den Lösungsraum einzuschränken. Generell erfolgt aber keine explizite Berücksichtigung des Arbeitnehmerlevels in Losgrößenmodellen. Man geht davon aus, die nötigen Arbeitsstunden nach Festlegung des Produktionsplans einfach berechnen zu können. Dinge wie Arbeitskräftefluktuation werden nicht berücksichtigt. Dennoch ist es sinnvoll, wegen der vorhandenen Schnittmengen zur APP, Losgrößenmodelle zu betrachten. Beide Themenfelder haben gemeinsame Wurzeln (siehe z.B. Manne [Man58]) und haben sich immer wieder gegenseitig beeinflusst.

Im Laufe der Zeit haben sich sehr viele Varianten von Losgrößenmodellen etabliert. Eine Kategorisierung der Modelle findet anhand der unterschiedlichen berücksichtigten Gegebenheiten statt. Es ist üblich, zwischen Modellen zu unterscheiden, welche kapazitätsbeschränkte Ressourcen betrachten und solchen, die es nicht tun sowie zwischen ein und mehrstufigen Modellen. Darüber hinaus wird insbesondere im Mehrproduktfall differenziert inwieweit Rüstzeiten, Rüstkosten und die periodenübergreifende Übernahme von Rüstzuständen berücksichtigt werden. Für die Berücksichtigung der letzten drei Aspekte benötigt man logische Variablen, dementsprechend gibt es MIP-Formulierungen. Die reinen kapazitiv beschränkten Modelle lassen sich als LP-Modell darstellen. Einen Überblick und eine ausführliche Kategorisierung der gängigsten Losgrößenmodelle findet sich z.B. bei Karmimi et al. [KFW03] oder Pochet und Wolsey ([PW06], S. 128ff).

An dieser Stelle soll ein Losgrößenmodell vorgestellt werden, das am ehesten Parallelen zu dem in Abschnitt 2.3.4 vorgestellten Teilproblem der Produktionskapazitätsplanung für die einzelne Linie hat. Es handelt sich um die allgemeine

Modellformulierung eines kapazitiv beschränkten Losgrößenmodells mit Rüstzeiten und Rüstkosten, wie es z.B. Suerie ([Sue05], S. 14ff) beschreibt. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und J Produkten (mit einem Laufindex $j \in \{1, \dots, J\}$). Es gibt folgende Parameter:

- D_t := Prognostizierte Nachfrage in Periode t .
- C_t := Produktionskapazität in Periode t .
- λ_j := Benötigte Produktionskapazität um eine Einheit von Produkt j zu fertigen.
- β_j := Benötigte Rüstzeit für Produkt j .
- M := Sehr große Zahl, um Rüstzeiten und Rüstkosten in Restriktionen abbilden zu können.
- K_{tj}^s := Kostenkoeffizient für Lagerhaltung von Produkt j in Periode t .
- K_j^r := Kostenkoeffizient für die Rüstkosten von Produkt j .
- $D_t, C_t, \lambda_j, \beta_j, M, K_{tj}^s, K_j^r \in \mathbb{R}^+$

und folgende Entscheidungsvariablen

- \mathbf{x}_{tj} := Produktionsmenge von Produkt j in Periode t .
- \mathbf{s}_{tj} := Lagerbestand von Produkt j am Ende der Periode t
($\mathbf{s}_{0j} := 0$ Anfangsbestand).
- \mathbf{y}_{tj}^R := Binärvariable die 1 ist, wenn für Produkt j in Periode t gerüstet wird, sonst 0.
- $\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{s}_{tj} \in \mathbb{R}_+, \mathbf{y}_{tj}^R \in \{0, 1\}$

Das Modell hat folgende Zielfunktion

$$\min \mathbf{z} = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J (K_{tj}^s \mathbf{s}_{tj} + \beta_j \mathbf{y}_{tj}^R) \quad (3.22)$$

und Restriktionen

$$\mathbf{s}_{t-1j} + \mathbf{x}_{tj} - D_t = \mathbf{s}_{tj} \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\} \quad (3.23)$$

$$\sum_{j=1}^J (\lambda_j \mathbf{x}_{tj} + \beta_j \mathbf{y}_{tj}^R) \leq C_t \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}_{tj} \leq M \mathbf{y}_{tj}^R \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{s}_{tj} \geq 0 \quad \text{für alle } t \in \{1, \dots, T\}, j \in \{1, \dots, J\} \quad (3.26)$$

Dieses Modell minimiert die gesamten über den Planungshorizont anfallenden Kosten der Lagerhaltung und der Rüstoperationen für alle Produkte (3.22) bei der Beplanung einer Ressource. Die Restriktion (3.23) formuliert die Lagerbilanzgleichung und stellt die Befriedigung der Nachfrage sicher. Die Kapazität der Ressource kann für die Produktion eines Produkts oder für Rüstoperationen benutzt werden (3.24). Durch die Bedingung (3.25) wird die Produktionsmenge \mathbf{x}_{tj} an die entsprechende Rüstoperation \mathbf{y}_{tj}^R gebunden. Dabei muss der Wert von M so gewählt werden, dass er den Wert der Produktionsmenge im Fall von $\mathbf{y}_{tj}^R = 1$ nicht einschränkt. Restriktion (3.26) stellt die Nichtnegativitätsbedingung dar. Für den Fall einer integrierten Betrachtung mehrerer Linien im Sinne

der Problembeschreibung aus Abschnitt 2.3.4 gibt es Parallelen zur mehrstufigen Variante des obigen Losgrößenmodells.

Die intensive Untersuchung von Losgrößenmodellen reicht zurück bis in die 50er Jahre des letzten Jahrhunderts. Beispielhaft seien an dieser Stelle die Arbeiten von Wagner und Whitin [WW58] erwähnt, welche ein Modell ohne Kapazitätsbeschränkungen, aber mit dynamischer Nachfrage untersuchen, sowie von Florian und Kleiner [FK71], welche darüber hinaus dynamische Kapazitätsbeschränkungen berücksichtigen. Auch im Bereich der Losgrößenmodelle wurde es mit der Entwicklung der gemischt-ganzzahligen Programmierung möglich, immer mehr Restriktionen und Sachverhalte wie Rüstkosten und Rüstzeiten zu berücksichtigen. So stellen Barany et al. 1984 [BVW84] eine verbesserte Modellformulierung vor, um den Mehrproduktfall des kapazitierten Losgrößenmodells mit Rüstkosten besser lösen zu können. Weitere Verbesserungen für das gleiche Problem stellen auch Leung et al. [LMV89] vor.

Aktuelle Untersuchungen in der Literatur zielen in zwei Richtungen. Die eine ist die Betrachtung von Rüstzeiten und der periodenübergreifenden Übernahme von Rüstzuständen. Die Arbeiten von Suerie und Stadler [SS03] und von Suerie [Sue05] erweitern bekannte Modelle um diesen Aspekt und stellen Methoden für eine effiziente Lösung solcher Probleme vor. Die andere Richtung versucht, mit Hilfe von unterschiedlichen heuristischen Verfahren möglichst gute Lösungen für die Losgrößenmodelle zu erzielen, die ggf. als Startlösung für eine Standardsoftware verwendet werden können. Als Beispiel sei hier die Arbeit von Levi et al. [LLS07] genannt, in der ein 2-Approximatives Verfahren für den Mehrproduktfall des kapazitierten Losgrößenmodells mit Rüstkosten vorgestellt wird.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über wichtige Publikationen im Bereich der Losgrößenmodelle und ihrer Lösung.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[WW58]	Wagner und Whitin 1958	Lösen ein unkapazitiertes Losgrößenmodell mit dynamischer Nachfrage und lösen es durch Dynamische Programmierung.
[FK71]	Florian und Klein 1971	Stellen ein kapazitiertes Losgrößenproblem mit zeitvariablen Kapazitätsrestriktionen und dynamischer Nachfrage vor und lösen dieses Problem bei konstanten Kapazitäten durch Dynamische Programmierung.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[BVW84]	Barany et al. 1984	Stellen eine verbesserte Formulierung des Mehrproduktfalls des kapazitierten Losgrößenmodells mit dynamischer Nachfrage und Rüstkosten als MIP-Modell vor und lösen es mit Hilfe von Standardsoftware.
[LMV89]	Leung et al. 1989	Untersuchen den Einproduktfall des kapazitierten Losgrößenmodells mit dynamischer Nachfrage und Rüstkosten, um daraus eine bessere Lösungsprozedur für den Mehrproduktfall abzuleiten.
[KFW03]	Karimi et al. 2003	Übersicht des Forschungsstandes zu kapazitativ beschränkten und unbeschränkten Losgrößenmodellen.
[SS03]	Suerie und Stadler 2003	Erweiterung und Lösung eines kapazitativ beschränkten Losgrößenmodells um periodenübergreifenden Übernahme von Rüstzuständen.
[Sue05]	Suerie 2005	Breite Untersuchung kapazitiv beschränkter Losgrößenmodelle mit Rüstkosten und Rüstzeiten unter besonderer Berücksichtigung der periodenübergreifenden Übernahme von Rüstzuständen.
[PW06]	Pochet und Wolsey 2006	Untersuchung unterschiedlicher Losgrößenmodelle mit Hilfe von MIP. Vorstellung alternativer Modellformulierungen zur Verbesserung der Lösungszeit
[LLS07]	Levi, Lodi und Svirdenko 2007	Stellen einen 2-Approximations-Algorithmus für den Mehrproduktfall des kapazitierten Losgrößenmodells mit Rüstkosten vor.

Tabelle 3.12: Überblick über die Entwicklung bei Losgrößenmodellen

Ein Vorteil der Losgrößenplanung ist die sehr umfangreiche Forschung hinsichtlich der Modelle und Lösungsmethoden. Losgrößenmodelle erlauben es heute eine Vielzahl von Aspekten wie Rüstkosten, Rüstzeiten und die periodenübergreifende Übernahme von Rüstzuständen zu berücksichtigen.

Ein Nachteil sind die nach wie vor hohen Lösungszeiten von Losgrößenmodellen mit einem langen Planungshorizont und vielen Produkten. Mit MIP-Standardsoftware lassen sich auch heute noch keine sehr großen Modelle zur Optimalität lösen. Deswegen ist eine Kombination von Heuristiken und Standardsoftware wichtig. Darüber hinaus sind Losgrößenmodelle sehr abstrakt formuliert und oftmals nicht oder nur mit sehr großem Anpassungsbedarf auf reale Probleme anwendbar. Zusammenhänge nichtlinearer Natur (damit sind nicht logische und stückweise lineare Zusammenhänge gemeint) lassen sich bei Losgrößenmodellen nicht oder nur durch lineare Approximation berücksichtigen.

3.4 Heuristische Verfahren

Dieser Abschnitt stellt unterschiedliche heuristische Verfahren zur aggregierten Produktionsplanung vor. Er geht auf die Annahmen sowie die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren ein. Abschließend erfolgt ein Literaturüberblick.

3.4.1 Produktionswechselheuristik

Die Produktionswechselheuristiken versuchen zu berücksichtigen, dass Anpassungen von Produktions- und Personalkapazitäten oftmals nicht kontinuierlich möglich sind. Bei vielen Praxisproblemen kann die Anpassungen nur in diskreten Schritten erfolgen. Dies trifft insbesondere dann zu, wenn in mehreren Schichten produziert wird. Auch die Anpassung der Ausbringungsmenge in der Produktion ist oftmals an viele Restriktionen gebunden und kann nur diskret erfolgen. Ziel des Verfahrens ist nicht die Gesamtkosten zu minimieren, sondern die Wechselkosten, welche bei einer Anpassung der Produktion anfallen. Ausgehend von diesen Überlegungen haben Elmaleh und Eilon 1974 ([EE74]) ein Modell vorgeschlagen, in dem nur diskrete, vordefinierte Anpassungen sowohl am Arbeitnehmerlevel als auch in Bezug auf die Produktionsrate möglich sind. Sie zeigen, wie gut ein Modell mit diskreten Produktionssprüngen in der Lebensmittel- und Chemieindustrie funktionieren kann. Ihr Ansatz basiert dabei auf Überlegungen von Orr [Orr62], der bereits 1962 die Meinung vertrat, dass eigentliche Problem sei nicht, optimale Level zu finden, sondern die Frequenz der Anpassungen zu kontrollieren. Orr versucht dabei die erwarteten Gesamtkosten zu minimieren. Ein erstes allgemeines Modell zur aggregierten Planung mit diskreten Wechselraten wurde 1978 von Melichamp und Love [ML78] vorgestellt. Im Folgenden soll ihr Modell kurz vorgestellt werden. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und K unterschiedliche Kostenarten (mit einem Laufindex $k \in \{1, \dots, K\}$). Das Modell hat folgende Parameter

- S^{min} := Minimal akzeptables Lagerniveau.
- S^{max} := Maximal akzeptables Lagerniveau.

- S^{Ziel} := Ziel-Lagerbestand.
 P^L := Niedrige Produktionsstufe.
 P^M := Mittlere Produktionsstufe.
 P^H := Hohe Produktionsstufe.
 D_t := Prognostizierte Nachfrage in Periode t .
 $S^{min}, S^{max}, S^{Ziel}, P^L, P^M, P^H, D_t \in R_+$

folgende Funktionen

- $A(\mathbf{p}_t, G)$:= Ermittelt das Arbeitnehmerniveau der Periode t , mit Hilfe des Produktionsniveaus der Periode t und der prozentualen Veränderungsrate des Arbeitnehmerniveaus G , welche nötig ist, um diese Produktionsstufe zu erreichen.
 K_{kt} := Kostenfunktion der Kostenart k für die Periode t .

und folgende Entscheidungsvariablen:

- \mathbf{p}_t := Produktionsniveau in Periode t (\mathbf{p}_0 := Anfangsniveau).
 \mathbf{s}_t := Lagerbestand am Ende der Periode t (\mathbf{s}_0 := Anfangsbestand).
 \mathbf{a}_t := Arbeitnehmerlevel in Periode t (\mathbf{a}_0 := Anfangslevel).
 $\mathbf{p}_t, \mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t \in R_+$.

Zunächst müssen drei Produktionsniveaus $P^H > P^M > P^L$ definiert werden. Zur Bestimmung des Produktionsniveaus wird die aktuelle Nachfrageprognose, der vorhandene Lagerbestand und ein vorher zu bestimmender Ziellagerbestand S^{Ziel} genutzt. Dabei wird folgende Beziehung zu Grunde gelegt.

$$D_t - \mathbf{s}_{t-1} = \mathbf{p}_t - S^{Ziel} \quad (3.27)$$

Das Produktionsniveau \mathbf{p}_t wird dann wie folgt bestimmt:

$$\mathbf{p}_t = \begin{cases} P^L & \text{falls } D_t - \mathbf{s}_{t-1} < D_t - S^{max}, \\ P^H & \text{falls } D_t - \mathbf{s}_{t-1} < P^H - S^{min}, \\ P^M & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.28)$$

Die Regel determiniert ein niedriges Produktionsniveau P^L , sobald die Nachfrageprognose der Periode t abzüglich des vorhandenen Lagerbestandes kleiner ist als die Produktionsmenge dieser Stufe abzüglich des maximalen Lagerniveaus. Andererseits wird das Produktionsniveau auf die Stufe P^H geändert, sobald die Nachfrageprognose abzüglich des vorhandenen Lagerbestandes kleiner als die Produktionsmenge auf dieser Stufe abzüglich des minimalen Lagerbestandes ist. Sollte keine der beiden Ungleichungen zutreffen, so wird die mittlere Produktionsstufe P^M gewählt.

Um die Werte für S^{min} , S^{max} und S^{Ziel} sowie für P^L , P^M und P^H festzulegen, so dass optimale Entscheidungen bezüglich eines Arbeitnehmerlevels, eines Produktionsniveaus und eines Lagerniveaus getroffen werden können, benutzen Melichamp und Love eine Simulationsprozedur. Diese wird wie folgt ausgeführt:

1. Schritt: Ermittle folgende Größen:
 - a) Nachfrageprognose D_t für alle $t \in \{1, \dots, T\}$.
 - b) Initialwerte für $\mathbf{p}_0, \mathbf{s}_0, \mathbf{a}_0$.
 - c) Die Produktivitätsfunktion $\mathbf{a}_t = A(\mathbf{p}_t, G)$.
 - d) Die Kostenfunktionen K_{kt} für alle $t \in \{1, \dots, T\}, k \in \{1, \dots, K\}$.
2. Schritt: Identifiziere und generiere mögliche, zu untersuchende Werte für die gesuchten Parameter.
3. Schritt: Belege die gesuchten Parameter mit initialen Werten.
4. Schritt: Berechne $\mathbf{p}_t, \mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t$ anhand der Entscheidungsregel und die Kosten $\mathbf{z}_t = \sum_{k=1}^K K_{kt}$ für alle $t \in \{1, \dots, T\}$.
5. Schritt: Berechne die Gesamtkosten $\mathbf{z}^{Sum} = \sum_{t=1}^T \mathbf{z}_t$.
6. Schritt: Wiederhole die Schritte 4 und 5 für alle Kombinationen der möglichen Parameterbelegungen aus Schritt 2.
7. Schritt: Wähle die Werte für $S^{min}, S^{max}, S^{Ziel}, P^L, P^N$ und P^H , mit denen die Gesamtkosten \mathbf{z}^{Sum} minimal sind.

Diese Prozedur lässt sich gut in einer Simulation bzw. als Suchalgorithmus mit einem Computer automatisieren. Die Ungenauigkeit hinsichtlich der Optimalität der Lösung entsteht, weil in Schritt 2 nicht immer alle mögliche Werte für alle Parameter erzeugt werden. Zur Lösung werden dabei durch Computer automatisierte Suchtechniken benutzt. So benutzen Melichamp und Love in ihrem Modell eine Mustersuche, um die einzelnen gesuchten Parameter zu bestimmen. Sind die Parameter erst einmal bestimmt, kann man ein Computerprogramm benutzen, um mit Hilfe der Regel (3.28) Entscheidungen bezüglich der Produktion treffen zu können.

Aufbauend auf diesem Grundmodell gab es im Laufe der Zeit eine Reihe von Erweiterungen und Verbesserungen. Eine erste Modellerweiterung ist die von Oliff und Leong 1987 [OL87]. Sie gehen davon aus, dass die Produktionskapazität vor allem von der Variation von Arbeitsschichten abhängt. Sie erweitern das Modell daher um die Annahme, dass es mehr als drei Produktionsstufen gibt und betrachten weiterhin die Möglichkeit, jede Produktionsstufe um eine feste Menge von Überstunden zu erweitern. Die Autoren Barman and Burch [BB89] konkretisieren die Regel, welche bei der Anpassung des Arbeitnehmerlevels angewendet werden kann. Sie nutzen außerdem ein lokales Suchverfahren, das sie „Adaptive Grid Search“ nennen, um die Ergebnisse zu verbessern. Oliff et al. [OLM89] betrachten ein gemischt-ganzzahliges Modell auf Basis der Produktionswechselheuristik⁷, welches die Anpassungen der Arbeitnehmerlevel durch Ein- und Ausstellungen explizit und nicht in Abhängigkeit von der Produktionsstufe betrachtet.

⁷s. Abs. 3.3.3

Eine Verbesserung der eigentlichen Produktionswechselregel, welche unter (3.28) beschrieben ist, haben Hwang und Cha [HC95] vorgeschlagen. In ihrer Arbeit stellen sie eine alternative Formulierung dieser Regel vor. Sie benutzen andere Grenzen für die Übergänge der Stufen und zeigen, wie dadurch ein größerer Lösungsraum untersucht werden kann. Umfangreiche Laufzeitanalysen und eine weitere Produktionswechselregel werden in einer Folgearbeit vorgestellt (siehe Cha und Hwang [CH96]). Die Autoren Nam und Logendran [NL95] stellen 1995 einen neuen lokalen Suchalgorithmus vor, um die Parameter der Produktionswechselheuristik zu bestimmen. Dieser berücksichtigt insbesondere Anpassungen des Arbeitskräftelevels. Abseits dessen gab es Versuche, die Produktionswechselheuristik mit exakten Verfahren zu kombinieren, um bessere Ergebnisse zu erzielen. So haben beispielsweise O'Grady and Byrne [OB85a] die Produktionswechselheuristik mit linearen Entscheidungsregeln kombiniert. Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über Publikationen im Bereich der Produktionswechselheuristik.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Orr62]	Orr 1962	Veröffentlicht Überlegungen, wonach nicht die Bestimmung des optimalen Produktionslevels entscheidend ist, sondern die Frequenz der Produktionsanpassungen zu kontrollieren und stellt ein einfaches Verfahren vor, um dem Rechnung zu tragen.
[EE74]	Elmaleh und Eilon 1974	Haben ein Modell vorgeschlagen, in dem nur diskrete, vordefinierte Anpassungen sowohl am Arbeitnehmerlevel als auch in Bezug auf die Produktionsrate möglich sind. Basiert auf [Orr62].
[ML78]	Mellichamp und Love 1978	Bauen auf der Grundlage der Arbeit von [EE74] ein erstes allgemeines Modell mit Produktionswechsel-Heuristik auf.
[OB85a]	O'Grady und Byrne 1985	Kombinieren lineare Entscheidungsregeln mit einem Produktionswechsel-Algorithmus für eine Multi-Produkt-Umgebung mit Kapazitätsbeschränkung, liefern aber keine optimale Lösung.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[OB85b]	Oliff und Bruch 1985	Entwickelt ein Modell für ein Unternehmen der Fiberglas-Industrie. Sein Ansatz basiert dabei auf dem Modell von Mellichamp und Love [ML78]. Wird in ein größeres Planungsmodell eingebettet.
[OL87]	Oliff und Leong 1987	Definieren ein allgemeines Modell der Wechselheuristik mit N diskreten Produktionsstufen. Sie erweitern dieses Grundmodell um die zusätzliche Möglichkeit, bei jeder Produktionsstufe Überstunden in Anspruch nehmen zu können.
[BB89]	Barman und Burch 1989	Betrachten die Anpassung der Arbeitnehmerlevels genauer. Sie stellen eine lernfähige Mustersuche als Lösungstechnik zur Bestimmung der gesuchten Parameter vor.
[HC95]	Hwang und Cha 1995	Beschreiben eine alternative Formulierung der Produktionswechsel-Regel, welche die bisher bekannten dominieren soll.
[NL95]	Nam und Logendran 1995	Stellen einen neuen lokalen Suchalgorithmus vor, um die Parameter der Produktionswechselheuristik zu bestimmen. Dieser berücksichtigt insbesondere Anpassungen des Arbeitskräftelevels.
[CH96]	Cha und Hwang 1996	Führen experimentelle Untersuchungen anhand ihrer modifizierten Wechselheuristik [HC95] durch und stellen eine weitere Modifikation basierend auf einem Lagerbestandsfaktor vor.

Tabelle 3.15: Überblick über Erweiterungen und Verbesserungen für das Modell der Produktionswechselheuristik

Das Verfahren der Produktionswechselheuristik hat seine Vorteile vor allem in Situationen, in denen kontinuierliche Anpassungen in der Produktion nicht möglich sind. Durch die Modellierung von diskreten Produktionsstufen wird dieser Einschränkung Rechnung getragen. Gerade im Hinblick auf Unternehmen mit

Schichtarbeitsmodellen stellt dieser Ansatz eine interessante Alternative dar, um die mit den Schichtmodellen einhergehenden diskreten Veränderungen des Arbeitnehmerlevels zu modellieren. Ein weiterer Vorteil liegt in der Einfachheit der Wechselregel. So ist die unter (3.28) vorgestellte Wechselregel relativ einfach zu interpretieren und auch gut zu implementieren.

Eine Schwierigkeit dieses Verfahrens liegt in der Wahl der zu berücksichtigenden Produktionsstufen. So führt die Wahl vieler Stufen zwar zu besseren Anpassungsmöglichkeiten an schwankende Nachfrage, aber auch zu häufigeren Anpassungen und somit zu höheren Anpassungsaufwendungen. Detaillierte Restriktionen hinsichtlich der Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften werden nicht berücksichtigt. Da es ein heuristisches Verfahren ist, kann die Optimalität einer Lösung nicht garantiert werden. Es gibt eine Entwicklung, Modelle mit ähnlichen Eingangsgrößen durch gemischt-ganzzahlige Programmierung zu lösen⁸.

3.4.2 Management-Koeffizienten-Modell

Der Ansatz des Management-Koeffizienten-Modells ist nicht Gegenstand aktueller Forschung, er hatte aber Einfluss auf unterschiedliche Entwicklungen im Bereich der aggregierten Produktionsplanung und wird der Vollständigkeit halber aufgeführt. Die Idee beruht darauf, Erfahrungswerte aus der Vergangenheit zu nutzen. Das heißt, es werden Entscheidungen, die zuvor von Managern getroffen wurden, herangezogen, um eine neue Entscheidungssituation zu beurteilen. Es wird davon ausgegangen, dass Manager im Durchschnitt sinnvolle Entscheidungen treffen. Das Ziel bei diesem Ansatz ist es, Managementpläne über den Zeitverlauf konstant zu gestalten und sprunghafte Abweichungen zu eliminieren. Die Entscheidungen sollen sich an einem durchschnittlichen Trend orientieren. Die konkreten Entscheidungsregeln können bei diesem Modell sehr unterschiedlich aussehen. Sie können lineare, quadratische oder eine beliebige andere Form annehmen. Es gibt also nicht das eine, allgemeine Modell. Im Folgenden wird ein Beispiel für eine einfache, lineare Entscheidungsregel von Silver 1972 [Sil72] vorgestellt. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$). Das Modell hat folgende Parameter

- P := Gewichtungsfaktor der Produktionsrate.
 - D_t^{gew} := Gewichtungsfaktor der Verkäufe in Periode t .
 - D_t := Angestrebte Verkäufe in Periode t .
 - F := Zusätzlicher konstanter Gewichtungsfaktor der Einfluss nehmen kann.
- $$P, D_t^{gew}, D_t, F \in R_+$$

⁸vgl. Abs. 3.3.3

und die Entscheidungsvariablen

\mathbf{p}_t := Produktionsrate in Periode t .

$\mathbf{p}_t \in R_+$.

Die Entscheidungsregel hat folgende Form:

$$\mathbf{p}_t = P * \mathbf{p}_{t-1} + D_t * D_t^{gew} + D_{t+1} * D_{t+1}^{gew} + F. \quad (3.29)$$

Zur Bestimmung der Parameter werden Werte aus den vorangegangenen Perioden verwendet bzw. wird auf eine Absatzprognose zurückgegriffen. Eine Trendermittlung erfolgt z.B. durch lineare Regression. In jedem Fall hängen die Werte von den bereits getroffenen Entscheidungen der Manager ab. Zusätzlich könnte man an dieser Stelle noch eine Regel für das Arbeitskräftelevel definieren.

Nachdem Bowman [Bow63] das Prinzip des Management-Koeffizienten in seiner Arbeit 1963 erstmals vorstellt und anwendet, wird es von vielen weiteren Autoren als besonders praxisgerechter Ansatz gelobt und wieder aufgegriffen. Zum Beispiel nutzten Hurst und McNamara [HM69] es 1967 zusammen mit einem Simulationsansatz um ein Unternehmen der Textilindustrie zu untersuchen. Kunreuther [Kun69] postuliert die Erfüllung folgender Kriterien, damit das Arbeiten mit der Management-Koeffizienten-Regel sinnvoll ist⁹:

1. Konsistenz über die Zeit – Die Umgebung muss über den Zeitverlauf konstant sein, sonst ist mit den Daten aus der Vergangenheit keine zuverlässige Prognose über die Zukunft durchführbar.
2. Ökonomische Signifikanz – Die Daten müssen ökonomisch signifikant sein.
3. Statistische Signifikanz – Die Daten müssen statistisch signifikant sein.

Weiterhin merkt er an, dass die Regel nur dann eine brauchbare Entscheidungshilfe sei, wenn der Manager nicht im Allgemeinen zu Über- oder Unterproduktion neigt. In diesem Fall würde das Verhalten in der Regel fortgesetzt und ggf. sogar noch verstärkt. Silver [Sil72] geht in seiner Arbeit ebenfalls auf den Management-Koeffizienten als Lösungsansatz für aggregierte Produktionsplanung ein. Moskowitz und Miller gehen in ihrer Arbeit [MM75] auf den Ansatz von Bowman ein und validieren diesen an Beispielen. Sie üben Kritik dahingehend, dass die Vergangenheit oftmals kein gutes Maß für die Zukunft ist. 1978 entwickelt Remus [Rem78] einen erweiterten Ansatz des Bowmanschen Modells. Dieser bezieht zusätzlich Lerneffekte mit ein.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über Veröffentlichungen im Bereich der Management- Koeffizienten-Methode.

⁹Übersetzung des Autors

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Bow63]	Bowman 1963	Entwickelt die Idee des Management-Koeffizienten. Außerdem werden verschiedene Anwendungsbeispiele vorgestellt.
[HM69]	Hurst und McNamara 1967	Nutzen in ihrer Arbeit eine Kombination aus Management-Koeffizienten und Simulation und lösen damit ein Planungsproblem in der Textilindustrie.
[Kun69]	Kunreuther 1969	Orientiert sich stark an dem Ansatz von Bowman [Bow63] und validiert diesen. Stellt Kriterien auf, die gelten müssen, damit man die Management-Koeffizienten-Methode anwenden kann.
[Sil72]	Silver 1972	Geht in seiner Übersicht zu APP auf den Ansatz von Bowman [Bow63] ein; gibt ein Beispiel an und zeigt Vor- und Nachteile auf.
[Ebe72]	Ebert 1972	Nimmt in seiner Arbeit Bezug auf Bowman [Bow63] und vergleicht den Erfolg von Unternehmen mit formellen und informellen Planungsmethoden. Geht dabei auf den Einfluss von Managererfahrung ein.
[MM75]	Moskowitz und Miller 1975	Gehen in ihrer Arbeit auf den Ansatz von Bowman [Bow63] ein und validieren diesen anhand von Beispielen und vergleichen ihn mit anderen Ansätzen
[Rem78]	Remus 1978	Wendet die Theorie von Bowman [Bow63] im Umfeld von Managerspielen an. Er entwickelt den Ansatz um Lerneffekte weiter.

Tabelle 3.17: Überblick über die Entwicklung des Management-Koeffizienten-Modells

Ein Vorteil der Methode ist, dass die Manager kontinuierlich in die Modellierung und Beurteilung des Entscheidungsprozesses eingreifen können. Die Modelle sind leicht verständlich und intuitiv, so dass sie problemlos von den Entscheidungsträgern verstanden werden. Außerdem werden zur Modellierung keine Kostenschätzungen benötigt.

Problematisch ist die subjektive Auswahl der Struktur und Form der Entschei-

dungsregel. Durch die Auswahl der falschen Parameter verliert die Entscheidungsregel ihre Aussagekraft. Zudem wird davon ausgegangen, dass die Vergangenheit ein gutes Maß ist, um Aussagen für die Zukunft zu treffen.

Die Entscheidungsregel findet in neueren Veröffentlichungen, wenn überhaupt, nur noch als Beispiel für vormalige Entwicklungen im Bereich der aggregierten Produktionsplanung Erwähnung.

3.4.3 Simulationsmodelle

Bei Simulationsmodellen wird basierend auf einer Problemstellung aus der Realität ein abstraktes Modell erstellt. Auf diesem werden Experimente durchgeführt, um anschließend die Ergebnisse zurück auf die Wirklichkeit übertragen zu können. Simulationsmodelle können je nach Anwendungszweck sehr unterschiedliche Gestalt haben. Grundsätzlich sind die Modelle nicht auf lineare oder quadratische Zusammenhänge oder Kostenstrukturen beschränkt. Für eine umfangreiche Erklärung der Methode sei auf Law und Kelton [LK00] verwiesen.

Im Laufe der Zeit wurden unterschiedliche Simulationsmodelle im Bereich Produktion und aggregierter Produktionsplanung entwickelt. Dabei bietet die Simulation grundsätzlich sehr viele Möglichkeiten. Ihr Haupteinsatzgebiet liegt oft bei der Beantwortung von operativen Fragestellungen, wie der Betrachtung von Materialflüssen. Personal wird im Rahmen der Simulation oft nur als Ressource betrachtet, die eingeplant wird, jedoch nicht als flexible Kapazität, die durch Ein- und Ausstellprozesse veränderbar ist. Dennoch gibt es einige Ansätze, die Aspekte betrachten, welche für die aggregierte Produktionsplanung relevant sind. Smunt stellt 1986 [Smu86] ein Simulationsmodell auf um Aussagen über den Einfluss von Arbeiter-Lernkurven auf die mittelfristige Kapazitätsplanung treffen zu können. Er macht Aussagen über den benötigten Aggregationsgrad und geht darauf ein, welche Art von Unternehmen Lernkurven in ihrer Planung berücksichtigen sollten. 1987 veröffentlicht Cheng [Che87] eine Simulationsstudie zur Kapazitätsplanung unter Unsicherheiten. Er stellt ein umfangreiches mathematisches Simulationsmodell vor, um den Einfluss von Nachfrageunsicherheit und Verfügbarkeit von Produktionsanlagen auf die Genauigkeit von Produktionsplänen zu untersuchen. Basnet und Ellison [BE98] nutzen Monte-Carlo-Simulation um eine Personalkapazitätsplanung mit drei unterschiedlichen Arbeitnehmerarten und schwankender Arbeitskräftenachfrage zu untersuchen. Friedland und Kühling [FK00] definieren ein Referenzmodell, welches für die Simulation von unterschiedlichen Fertigungssystemen geeignet ist. Dieses Modell funktioniert nach dem Baukastenprinzip und kann so auf spezielle Probleme angepasst werden kann. Mitarbeiter und die Berücksichtigung von Schichtzeiten sind ein Baustein dieses Modells. Es können unterschiedliche Aggregationsebenen betrachtet werden. Tang et al. [TFY03] kombinieren ein Fuzzy-Optimierungsmodell für die aggregierte Produktionsplanung mit Simulation um Unsicherheit zu betrachten. Die Autoren Venkateswaran

et al. [VSJ04] stellen 2004 einen auf Simulation basierenden Ansatz zur Hierarchischen Produktionsplanung vor. Auf der oberen, aggregierten Ebene kommt eine Modellierung basierend auf einem „System Dynamics“-Modell zum Einsatz, auf der unteren Ebene ein Ansatz der diskreten Eventsimulation. Frischke [Fri06] beschreibt in seiner Arbeit, wie mit Hilfe eines System Dynamics Ansatz und Simulation unterschiedlicher Szenarien Aussagen über Flexibilität auf taktischer Ebene getroffen werden können. Dabei werden neben Fragestellungen der Produktionssteuerung und der Sicherheitsbestände auch die Möglichkeit Personaleinstellungen diskutiert und evaluiert.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über Veröffentlichungen im Bereich der Simulationsmodelle.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Smu86]	Smunt 1986	Entwickelt ein Simulationsmodell um Aussagen über die Auswirkungen von Lerneffektkurven in der APP treffen zu können.
[Che87]	Cheng 1987	Stellt ein umfangreiches Simulationsmodell für die Betrachtung von Unsicherheit in der Produktionskapazitätsplanung auf. Er verwendet es für eine Fallstudie.
[BE98]	Basnet und Ellison 1998	Nutzen eine Monte-Carlo-Simulation zur Planung von Arbeitskräften bei schwankendem Arbeitskräftebedarf.
[BB99]	Byrne und Bakir 1999	Verwenden einen hybriden Ansatz aus analytischen Methoden und Simulation zur Produktionsplanung mit Fokus auf Material Requirements Planning.
[FK00]	Friedland und Kühling 2000	Definieren ein Referenzmodell, welches für die Simulation von unterschiedlichen Fertigungssystemen geeignet ist. Sie berücksichtigen optional Mitarbeiter und Schichtpläne.
[TFY03]	Tang et al. 2003	Entwickeln ein Fuzzy-Modell für die APP und kombinieren dies mit einer Simulation um unterschiedliche Parameterkombinationen für das Fuzzy-Modell zu untersuchen.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[V SJ04]	Venkateswaran et al. 2004	Lösen ein Problem der hierarchischen Produktionsplanung mit einer Kombination aus zwei verschiedenen Simulationsansätzen. Für die Entscheidungen auf höherer Ebene wird ein System Dynamics Modell genutzt, danach erfolgt eine diskrete ereignisorientierte Simulation für die nachgelagerten Entscheidungen.
[Fri06]	Frischke 2006	Generiert generelle Aussagen über die Gestaltung flexibler Produktionsbereiche für die taktische Ebene mit Hilfe von Simulation und System Dynamics für ein Beispielsystem. Personaleinstellung ist dabei eine der untersuchten Maßnahmen.

Tabelle 3.18: Überblick über Entwicklungen bei Simulationsmodellen

Ein Vorteil von Simulationsmodellen ist deren breite Anwendbarkeit, weil sie grundsätzlich keiner Beschränkungen hinsichtlich des Aufbaus ihres Lösungsraumes unterliegen. Auch die Betrachtung von Unsicherheiten ist möglich.

Ein Problem bei Simulationen ist, dass sie sehr zeitaufwändig sind. Das Modell muss aufgestellt und validiert werden. Um signifikante Aussagen treffen zu können, ist meistens eine Vielzahl von Simulationsläufen nötig. Eine Abschätzung der Lösungsqualität ist nicht möglich.

3.4.4 Such-Entscheidungsregel

Die Such-Entscheidungsregel war eines der ersten heuristischen Verfahren zur Lösung von Problemen der aggregierten Produktionsplanung. Es steht mittlerweile nicht mehr im Fokus aktueller Veröffentlichungen. Es hatte Einfluss auf andere Verfahren und wird der Vollständigkeit halber aufgelistet. Ausgehend von einem Modell mit linearen Entscheidungsregeln¹⁰ bestimmt man den Lösungsraum, welcher durch die Restriktionen aufgespannt wird. Im Gegensatz zum exakten Lösungsverfahren der linearen Entscheidungsregel versucht man mit geeigneten Suchheuristiken wesentlich schneller zu hinreichend guten Lösungen zu kommen. Für dieses Verfahren gibt es mehrere Ansätze. Einer der beiden bekanntesten, die „Parametrische Produktionsplanung“ von Jones [Jon67], soll kurz vorgestellt werden. Jones geht von zwei linearen Entscheidungsregeln zur Bestimmung des Arbeitnehmerlevels und des Produktionsniveaus aus. Beide Regeln beinhalten dabei

¹⁰vgl. Abs. 3.3.1

Parameter, welche im Rahmen des Modells zu bestimmen sind. Der wichtige Unterschied zum exakten Ansatz der linearen Entscheidungsregeln liegt in der Befreiung der zugrunde liegenden Kostenstruktur von jeglichen Vorgaben hinsichtlich des Aufbaus der Zielfunktion. Es wird versucht, die im jeweiligen Unternehmen beobachteten Kostenstrukturen exakt abzubilden. Anhand der festgelegten Kostenstruktur werden Kombinationen für die Parameter der Entscheidungsregeln bestimmt. Es wird ein Zeitraum von T Perioden betrachtet (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$), sowie ein Vorausschauzeitraum von E Perioden (mit einem Laufindex $e \in \{1, \dots, E\}$). Folgende Parameter sind gegeben:

- E := Anzahl an Perioden, welche im Voraus betrachtet werden.
- D_t := Nachfrage in Periode t .
- D_{te}^A := Gewichtungsfaktor der Nachfrage aus Periode $t + e$ bei der Entscheidung für ein Arbeitskraftebene in Periode t .
- D_{te}^C := Gewichtungsfaktor der Nachfrage aus Periode $t + e$ bei der Entscheidung für ein Produktionsniveau in Periode t .
- S_t := Angestrebter Lagerbestand in Periode t .
- A := Gibt die gewünschte Änderungsrate des Arbeitnehmerlevels für die folgenden Periode wieder.
- C := Gibt die gewünschte Änderungsrate des Produktionsniveaus für die folgenden Periode wieder.
- $E \in N_+$, $D_t, D_{te}^A, D_{te}^C, S_t \in R_+$, $A, C \in [0, 1]$.

Die Entscheidungsvariablen, deren Belegung bestimmt werden soll, sind

- \mathbf{p}_t := Produktionsrate in Periode t .
- \mathbf{s}_t := Lagerbestand am Ende von Periode t .
- \mathbf{a}_t := Arbeitskraftebene in Periode t .
- $\mathbf{p}_t, \mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t \in R_+$

und folgende Funktionen werden verwendet

- $K(D_t)$:= Legt fest, wie viele Arbeiter benötigt werden, um die Nachfrageprognose D_t erfüllen zu können.
- $K(\mathbf{a}_t)^{-1}$:= Legt die mögliche Produktionsmenge für das Arbeitnehmerlevel \mathbf{a}_t fest.

Die beiden Entscheidungsregeln aus dem Grundmodell von Jones sehen wie folgt aus:

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} + A \cdot \left[\sum_{e=1}^E D_{te}^A \cdot K(D_{t-1+e}) - \mathbf{a}_{t-1} + D_{te}^A * K(S_t - \mathbf{s}_{t-1}) \right] \quad (3.30)$$

$$\mathbf{p}_t = K(\mathbf{a}_t)^{-1} + C \cdot \left[\sum_{e=1}^E D_{te}^C \cdot D_{t-1+e} - K(\mathbf{a}_t)^{-1} + D_{te}^C * (S_t - \mathbf{s}_{t-1}) \right] \quad (3.31)$$

Die erste Entscheidungsregel (3.30) bezieht sich auf das Arbeitnehmerlevel, wobei die D_{te}^A Koeffizienten zur Gewichtung der Nachfrageprognosen dienen. Da die

Prognosen, je weiter sie in der Zukunft liegen immer unsicherer werden, sollten diese Koeffizienten mit der Zeit abnehmen. Die Funktion $K(D_{t-1+e})$ legt in diesem Zusammenhang die Anzahl an Arbeitnehmern fest, die D_{t-1+e} Einheiten zu minimalen Kosten produzieren können. Die Koeffizienten A und C sind Parameter, deren Wert für die Entscheidungsregel festgelegt sein müssen. A soll dabei das Ausmaß wiedergeben, in dem das Arbeitnehmerlevel für die nächste Periode geändert werden soll. Sein Wert liegt zwischen null und eins. Man wählt den Wert von A umso höher, je niedriger die Kosten für Einstellungs- und Trainingsprogramme sind. Der Gewichtungsfaktor D_{te}^A wird ebenfalls im Vorfeld bestimmt. Jones schlägt folgende Formel für die Berechnung vor: $D_{te}^A = (D^A)^e / \sum_{n=1}^E (D^A)^n$ für alle $t \in \{1, \dots, T\}$ und $e \in \{1, \dots, E\}$. Die Konstante $D^A \in [0, 1]$ wird so gewählt, dass eine gute Gewichtung der Nachfrageprognose entsteht.

In der zweiten Entscheidungsregel (3.31) werden anstelle der D_{te}^A -Werte analog D_{te}^C -Werte genutzt. Diese erfüllen dieselbe Funktion mit Hinblick auf die Gewichtung der Nachfrageprognose bezüglich des Produktionsniveaus. Jones schlägt vor, sie analog unter Zuhilfenahme einer Konstanten, in diesem Fall die Konstante $D^C \in [0, 1]$, zu berechnen. Das Gegenstück zu A in dieser Regel stellt C dar, welches die gewünschte Anpassung der Produktionsrate für die nächste Periode angibt. Außerdem wird hier die Funktion $K(\mathbf{a}_t)^{-1}$ benutzt. Sie ist die inverse Funktion zu $K(D_t)$ und soll die Anzahl der Einheiten festlegen, welche mit einem Arbeitnehmerlevel von \mathbf{a}_t zu minimalen Kosten produzierbar ist.

Die Parameter A , D^A , C und D^C spannen zusammen mit einer ausgewählten Kostenfunktion, in welche die Entscheidungen über Produktionsniveau, Lagerbestand und Arbeitkräfteniveau eingehen, einen fünfdimensionalen Raum auf. Mit Hilfe von Suchverfahren kann im Vorfeld eine möglichst gute Belegung für die Parameter bestimmt werden. In der Literatur (vgl. [HC84] und [NL92]) findet man als bestes Suchverfahren für dieses Modell die direkte Suchtechnik von Hooke und Jeeves [HJ61]. Sind die vier Parameter einmal bestimmt, müssen sie erst neu berechnet werden, sobald sich die Kostenstruktur des Unternehmens ändert.

Im Laufe der Zeit gab es unterschiedliche Weiterentwicklungen im Bereich der Such-Entscheidungsregel. Ein alternativer Ansatz stammt von Taubert [Tau68] und wurde 1968 veröffentlicht. Der Hauptunterschied zu dem Ansatz von Jones besteht darin, dass Taubert anstelle der Bestimmung von Parametern für eine Regel versucht, für jede Periode das Arbeitnehmerlevel und das Produktionsniveau direkt festzustellen. Die Modellformulierung ist mit dem in Abschnitt 3.3.1 bereits vorgestellten Modell von Holt et al. [HMS55] identisch. Statt eines exakten Lösungsverfahrens untersucht er drei unterschiedliche lokale Suchheuristiken um eine hinreichend gute Lösung zu finden. Abseits der beiden vorgestellten Verfahren von Jones und Taubert wurden im Laufe der Zeit kaum entscheidende Erweiterungen bzw. Verbesserungen hinzugefügt. Etwaige Gründe hierfür werden weiter unten benannt. Die meisten Erwähnungen der Suchentscheidungsregel in der Literatur beziehen sich auf ihren Einsatz für eine konkrete Problemstellung (siehe z.B. Vollmann [Vol73], Lee und Khumawala [LK74], Flowers and Preston [FP77]

und Bhenezhad und Koshnevis[BK88]). Eine Variation der Suchtechnik wird von Goodman [Goo73] vorgeschlagen. Es finden sich auch ähnliche heuristische Ansätze, die Anleihen bei Jones oder Taubert machen, aber im Kern nur noch wenig mit den oben vorgestellten Verfahren zu tun haben. Dabei kommt die Vorgehensweise von Ebert [Ebe76] dem Original von Taubert noch recht nahe. Ähnlichkeiten in der Betrachtungsweise gibt es z.B. auch bei Gilgeous [Gil89].

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über Veröffentlichungen im Bereich der Such-Entscheidungsregel.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Jon67]	Jones 1967	Stellt seinen Ansatz zur „Parametrischen Produktionsplanung“ vor (s.o.).
[Tau68]	Taubert 1968	Aufbauend auf dem Modell von Holt et al. [HMS55] wird eine Suchentscheidungsregel definiert. Dafür werden drei lokale Suchheuristiken vorgestellt um das Problem zu lösen.
[Goo73]	Goodman 1973	Schlägt ein lokales Suchverfahren vor („Sektionensuche“) und wendet dieses wie Taubert [Tau68] auf das Modell von Holt et al. [HMS55] an.
[Vol73]	Vollmann 1973	Hat ein Modell nach dem Ansatz der Suchentscheidungsregel von Taubert für ein reales Unternehmen der Möbelindustrie entwickelt und zur Anwendung gebracht.
[LK74]	Lee und Khumawala 1974	Vergleichen die lineare Entscheidungsregel, die parametrische Produktionsplanung, die Such-Entscheidungsregel und das Management-Koeffizienten-Modell miteinander. Dazu benutzen sie ein simuliertes Unternehmen und vergleichen Entscheidungsvorschläge, welche die Verfahren generieren. Die Such-Entscheidungsregel schneidet dabei am besten ab.
[Ebe76]	Ebert 1976	Entwickelt ein Modell aufbauend auf Holt et al. [HMS55] für die APP und berücksichtigt zusätzlich Lernkurven. Er nutzt die Suchtechnik, welche auch von Taubert [Tau68] genutzt wird.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[FP77]	Flowers und Preston 1977	Präsentieren die Resultate einer Studie bei der die Planung der Arbeiter für ein Produktionsunternehmen durch eine Suchentscheidungsregel durchgeführt wurde.
[BK88]	Bhenezhad und Khoshevis 1988	Lösen ein Modell, welches die Maschinenbedarfsplanung mit der aggregierten Planung kombiniert. Sie nutzen dabei die Suchtechnik der Suchentscheidungsregel von Taubert [Tau68].
[Gil89]	Gilgeous 1989	Implementiert eine Mehrzieloptimierung ausgehend von dem Modell von Holt et al. [HMS55] welche Nichtlinearität und stochastische Nachfrage integrieren kann. Die Lösung erfolgt durch ein lokales Suchverfahren, welches mit der linearen Entscheidungsregel und dem Verfahren von Goodmann [Goo73] verglichen wird.

Tabelle 3.21: Überblick über die Entwicklung der Such-Entscheidungsregel

Ein Vorteil der Verfahren ist ihre Adaptionfähigkeit für Praxisprobleme. So ist man in dem Ansatz der parametrischen Produktionsplanung an keine Beschränkungen hinsichtlich der Kostenfunktionen gebunden. Mit Hilfe von Computern können große Entscheidungsräume untersucht werden.

Ein Nachteil ist, dass durch das Hinzufügen von Restriktionen die Suchräume komplexer werden, was oftmals in einer längeren Lösungszeit resultiert. Erweiterungen in dieser Richtung haben kaum stattgefunden. Außerdem kann die Lösungsgüte nicht bestimmt werden.

Die beiden Ansätze wurden seit ihrer Entwicklung nie revolutionär weiterentwickelt. Dies könnte an den dem Verfahren zugrunde liegenden linearen Entscheidungsregeln liegen. Da sie fast unverändert benutzt werden und nur ein anderer Lösungsweg gewählt wird, gelten auch die Vor- und Nachteile der selbigen. Insbesondere berücksichtigen die linearen Entscheidungsregeln keine Wechselrestriktionen, welche z.B. durch gesetzliche Regeln gegeben sind, um eine Umsetzbarkeit der Lösung zu gewährleisten. Darüber hinaus stehen mittlerweile Suchverfahren wie genetische Algorithmen im Vordergrund¹¹ der wissenschaftlichen Untersuchung. Diese kommen bei entsprechendem Design auch bei vielen Restriktionen und dementsprechend großen Suchräumen zu guten Lösungen, welche älteren lokalen Suchverfahren überlegen sind.

¹¹vgl. Abs. 3.4.6

3.4.5 Dynamische Programmierung

Die Dynamische Programmierung ist eigentlich ein exaktes Verfahren. Die Mehrzahl der relevanten Veröffentlichungen nutzen es nicht als solches, da sie den Lösungsraum des dem Modell zugrunde liegende Problems nicht vollständig abbilden. Dadurch wird die Lösungsqualität der Modelllösungen mit Blick auf das Problem abgeschwächt, d.h. es wird nicht der vollständig relevante Lösungsraum des Problems untersucht. Hinsichtlich des untersuchten Teils lässt sich allerdings festhalten, dass dieser vollständig durchsucht wird. An dieser Stelle wird zuerst auf Arbeiten eingegangen, welche die Dynamische Programmierung als Verfahren nutzen um heuristische Lösungen zu einem gegebenen Problem zu erzeugen. Im Anschluss werden Arbeiten erwähnt, welche die Dynamische Programmierung als exaktes Verfahren nutzen.

Ein Dynamisches Programm hat einen Anfangszustand, eine Transformationsfunktion, Folgezustände, Entscheidungsvariablen, eine Kosten- und eine Zielfunktion. Das Prinzip der Dynamischen Programmierung wird ausführlich bei Bertsekas ([Ber00], S. 2ff) erklärt¹². Im Rahmen der aggregierten Produktionsplanung in der Automobilindustrie ist die Arbeit von Quante [Qua05] zu nennen. Aufbauend auf einer ähnlichen Problembeschreibung wie in Abschnitt 2.3 betrachtet er detailliert das Problem im Gewerk Endmontage mit Hilfe eines Ansatzes zu Dynamischen Programmierung. Er stellt eine Lösung für den Fall einer Endmontage Linie vor. An dieser Stelle soll eine Skizze des Lösungsverfahrens erfolgen, die genauen Details werden bei Quante ([Qua05], S. 57ff) beschrieben. Es wird ein Zeitraum von T Perioden (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) und J Produkten (mit einem Laufindex $j \in \{1, \dots, J\}$) betrachtet. Als Parameter fließen eine dynamische Nachfrage sowie unterschiedliche Kostensätze ein. Letztere werden im Weiteren abstrakt durch zwei Kostenfunktionen in das Modell eingebracht. Darüber hinaus gibt es zwei Mengen

$$\begin{aligned} TZ &= \{TZ_1, \dots, TZ_N\} &:= & \text{Eine Menge von } N \text{ Taktzeiten} \\ SM &= \{SM_1, \dots, SM_M\} &:= & \text{Eine Menge von } M \text{ Schichtmodellen} \end{aligned} \quad .$$

Die Entscheidungen welche getroffen werden können sind

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{tj} &:= \text{Produktionsmenge von Produkttyp } j \text{ in Periode } t. \\ \mathbf{a}_t^s &:= \text{Arbeitskräfteanzahl der Stammarbeitskräfte am Anfang von Periode } t \\ &\quad (\mathbf{a}_0^s := \text{Anfangsbestand an Arbeitskräften}). \\ \mathbf{a}_t^f &:= \text{Arbeitskräfteanzahl der flexiblen Arbeitskräfte am Anfang von Periode } t \\ &\quad (\mathbf{a}_0^f := \text{Anfangsbestand an Arbeitskräften}). \\ \mathbf{sm}_t &:= \text{Gewähltes Schichtmodell in Periode } t \\ &\quad (\mathbf{sm}_0 := \text{Anfangsschichtmodell}). \end{aligned}$$

¹²vgl. auch Abs. 2.5.1

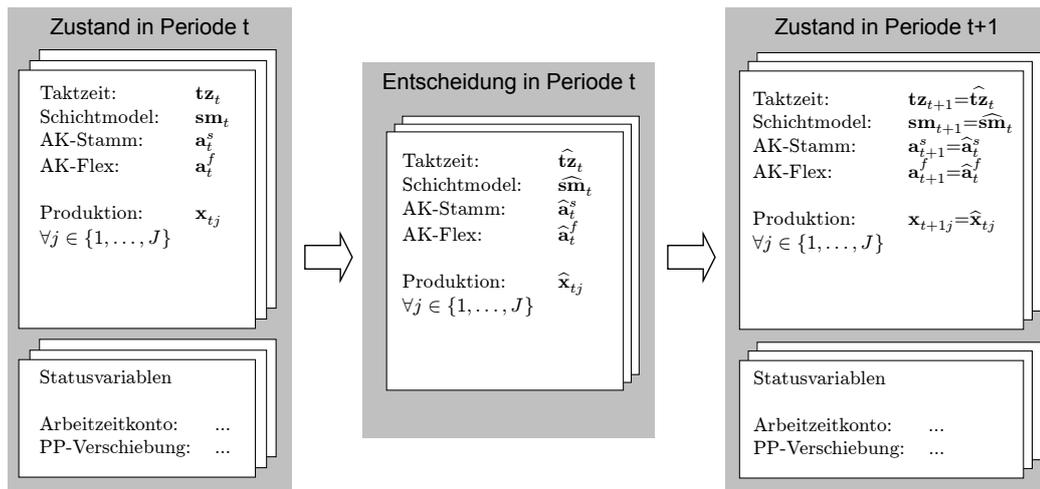


Abbildung 3.1: Zustandsübergang in der Dynamischen Programmierung (in Anl. an [Qua05], S.60)

\mathbf{tz}_t := Gewählte Taktzeit in Periode t
 (\mathbf{tz}_0 := Anfangstaktzeit).

$\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{a}_t^s, \mathbf{a}_t^f \in N_+, \mathbf{tz}_t \in TZ, \mathbf{sm}_t \in SM$

diese können auch zu einem Zustand

$$\mathbf{z}_t = \{\mathbf{a}_t^s, \mathbf{a}_t^f, \mathbf{sm}_t, \mathbf{tz}_t\} \cup \{\mathbf{x}_{tj} | j \in \{1, \dots, J\}\}$$

zusammen gefasst werden. Darüber hinaus gibt es zwei Kostenfunktionen

$K^{BK}(\mathbf{z}_t)$:= Kostenfunktion, die in Abhängigkeit von den Entscheidungen der Periode t die Betriebskosten bestimmt.

$K^{WK}(\mathbf{z}_t)$:= Kostenfunktion, die in Abhängigkeit von den Entscheidungen der Periode t die Wechselkosten bestimmt; die relevanten vorgelagerten Entscheidungen sind im Zustand \mathbf{z}_t bekannt.

In Abbildung 3.1 erfolgt die Darstellung eines beispielhaften Zustandsübergangs von zwei aufeinanderfolgenden Perioden. Aufgrund der folgenden Funktionalgleichung, die als Rekursionsgleichung dienen kann, lässt sich die Dynamische Programmierung durchführen.

$$F^*(\mathbf{z}_t) = \min \{K^{BK}(\mathbf{z}_t) + K^{WK}(\mathbf{z}_t) + F^*(\mathbf{z}_{t-1})\} \quad (3.32)$$

Somit man erhält von der Grundstruktur her ein Dynamisches Programm. Dieses muss um mehrere Aspekte erweitert werden. Um Anforderungen wie Wechselrestriktionen und Wechselkosten richtig abbilden zu können, müssen Statusvariablen eingeführt werden, die Informationen über Vergangenheitsentscheidungen im aktuellen Zustand mitführen. Dies bezieht sich insbesondere auf die Schichtmodelle, die Taktzeit, das Arbeitszeitkonto und den Stand der Produktionsprogrammverschiebung. Die kontinuierlichen Variablen $\mathbf{x}_t, \mathbf{a}_t^s, \mathbf{a}_t^f$ werden im Ansatz

von Quante diskretisiert. D.h., es wird nicht jede mögliche Ausprägung als Eingabezustand erzeugt sondern lediglich eine Teilmenge. Darüber hinaus wird bei Folgezuständen, die hinsichtlich ihrer Ausprägung der kontinuierlichen Größen wie Arbeitszeitkonto, Produktionsprogrammverschiebung und Arbeitskräfteniveau nah beieinander liegen, jeweils nur der zu diesem Zeitpunkt kostengünstigste berücksichtigt. Die konkrete Form der Diskretisierung sowie der Vergleich, wann Folgezustände zusammenfallen, haben sehr starken Einfluss auf die in diesem Zusammenhang konfliktären Ziele Lösungszeit und Lösungsqualität.

Aufbauend auf der Arbeit von Quante [Qua05], gibt es eine Reihe von Folgearbeiten. Dabei steht immer eine einzelne Produktionslinie oder die sequenzielle Optimierung einzelner Produktionslinien im Vordergrund. Askar und Zimmermann [AZ06] beschreiben einen Ansatz, bei dem die Betrachtung auf die vorgelagerten Gewerke ausgeweitet wird. Die Gewerke werden dabei sequentiell ausgehend von der Endmontage beplant. Askar et. al. [ASSZ07] formulieren diesen Ansatz weiter aus. Die Berücksichtigung der Puffer zwischen den Gewerken geschieht dabei über einen regelbasierten Ansatz, welcher möglichst hohe Pufferstände zum Ziel hat. Die Nutzung von gegebenen Flexibilitätsinstrumenten, insbesondere von Personalflexibilität steht bei dieser Arbeit im Mittelpunkt. Es wird eine Fallstudie vorgestellt. Askar [Ask08] beschreibt den Lösungsansatz und das Modell mit Hinblick auf unterschiedliche Arten der Pufferberechnung. Er stellt eine umfangreiche Fallstudie vor. Die Arbeit von Roscher [Ros08] fokussiert sich auf das Gewerk Endmontage und die Auswirkung von Personalflexibilität und Lernkurven auf die Planung. Es wird ein Ansatz ähnlich dem von Quante [Qua05] verfolgt. Hemig und Zimmermann [HZ07] betrachten das Problem paralleler Montagelinien und die Frage wie die Produktionsprogrammverteilung unter Berücksichtigung der Personalflexibilität erfolgen soll.

Es gibt auch Arbeiten, bei der die Dynamische Programmierung als exaktes Verfahren angewandt wird. So stellen Wild et al. [WSF92] einen hierarchischen Planungsansatz für Dienstleistungsunternehmen vor, bei dem die Ein- und Ausstellung von Personal auf oberster Ebene betrachtet wird. Auf den nachgelagerten Ebenen wird über die Jahresarbeitszeit, Springereinsatz und Überstunden entschieden. Die Ebenen werden einzeln modelliert und integriert mit Hilfe eines Dynamischen Programms gelöst.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[WSF92]	Wild et al. 1992	Beschreibung eines mehrstufigen hierarchischen Ansatzes zur Optimierung der Personalkapazität in Dienstleistungsunternehmen. Sie setzen den Ansatz der Dynamischen Programmierung ein um zu einer integrierten Lösung über die Hierarchieebenen zu gelangen.

Quelle	Autor und Jahr	Kritik bzw. Erweiterung
[Qua05]	Quante 2005	Beschreibt einen Ansatz der Dynamischen Programmierung zur APP von Fließproduktionslinien in der Endmontage der Automobilindustrie. Konkrete Beschreibung des Modells und der Lösungsmethode. Grundannahmen wie in Abs. 2.3, jedoch lediglich Betrachtung des Gewerks Endmontage ohne nachgelagerte Gewerke und Puffer.
[AZ06]	Askar und Zimmermann 2006	Skizzieren einen Ansatz der Dynamischen Programmierung zur Optimierung von Fließproduktionslinien in der Automobilindustrie. Abstrakte Vorstellung des Ansatzes ohne Modellformulierung. Grundannahmen der Problemstellung wie in Unterkapitel 2.3 vorgestellt.
[ASSZ07]	Askar et al. 2007	Aufbauend auf [AZ06] und erfolgt eine detaillierte Problembeschreibung sowie Vorstellung des Ansatzes ohne genaue Modellformulierung. Eine Fallstudie wird vorgestellt.
[HZ07]	Hemig und Zimmermann 2007	Aufbauend auf [AZ06] erfolgt eine Betrachtung paralleler Montagelinien vor dem Hintergrund der Produktionsprogrammverteilung unter Berücksichtigung von Personalflexibilität.
[Ros08]	Roscher 2008	Untersucht die Auswirkung von Personalflexibilität und Lernkurven auf die Planung in der Endmontage.
[Ask08]	Askar 2008	Aufbauend auf [AZ06], [ASSZ07], [Ros08] erfolgt eine detaillierte Problembeschreibung sowie Vorstellung des Ansatzes mit Modellformulierung. Unterschiedliche Formen der Pufferberechnung werden diskutiert. Eine Fallstudie wird vorgestellt.

Tabelle 3.23: Überblick über Veröffentlichungen im Bereich Dynamische Programmierung

Die Stärken der Dynamischen Programmierung liegen in ihrer Anpassbarkeit an die Problemstellung und der Möglichkeit nichtlineare Zusammenhänge zu berücksichtigen.

Die Schwächen des Ansatzes treten dann zu Tage, wenn er als approximatives Verfahren genutzt wird. Durch eine Reduktion der betrachteten Entscheidungsmöglichkeiten in einzelnen Zuständen kann die Optimalität der Lösung nicht mehr gewährleistet werden. Darüber hinaus sind Anpassungen sehr aufwändig zu implementieren und erfordern Expertenwissen.

3.4.6 Metaheuristiken

Es gab in den letzten Jahren einen Trend hin zu Metaheuristiken, um schneller bessere Lösungen finden zu können. Im Folgenden sollen kurz Ansätze für den Bereich genetische Algorithmen und Tabu-Suche vorgestellt werden.

Ein neuerer Ansatz zur Lösung von aggregierten Produktionsplanungsmodellen sind genetische Algorithmen. Die Funktion des Algorithmus ist dabei an einen genetischen Evolutionsprozess angelehnt. Ausgehend von einer Startpopulation von Lösungen werden durch Selektion und Mutation sukzessive neue Populationen erzeugt, deren Individuen bessere Lösungen darstellen als die der ursprünglichen Gruppe. Dabei entsteht durch die Kombination guter Lösungen untereinander im Idealfall sehr schnell eine gute Lösung. Im Gegensatz zu anderen Suchheuristiken wird nicht nur in der Nachbarschaft einer Lösung gesucht, sondern es werden gleich mehrere Ausgangslösungen bei der Generierung neuer Lösungen berücksichtigt. Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus und der Zielsetzung von genetischen Algorithmen findet man z.B. bei Man et al. ([MTK99], S. 259ff) oder Michalewicz und Fogel ([MF04], S. 139ff).

Seit Anfang der neunziger Jahre des letzten Jahrhunderts haben zahlreiche Autoren genetische Algorithmen zur Lösung von Produktionsplanungsproblemen genutzt. Beispiele sind u.a. Stockton und Quinn [SQ93] (Bestimmung optimaler Bestellgrößen) sowie [SQ94] (Losgrößenbestimmung in der Materialbedarfsplanung) und Hung et al. [HSC99] (Kapazitiertes Losgrößenproblem mit Rüstkosten und Rüstzeiten). Um den Ansatz für die aggregierte Produktionsplanung nutzen zu können, muss die allgemeine Vorgehensweise auf das Problem angepasst werden. Dabei ist die Darstellung einer Lösung in Genen ein entscheidender Schritt. Um die spätere Kombination von Lösungen zu erleichtern schlagen Stockton und Quinn [SQ95] vor, die unterschiedlichen Kapazitäten und Produktionsmengen binär zu kodieren und die Kosten einer Lösung als Fitnessfunktion zu wählen. So kodiert können die Gene einfach gekreuzt und mutiert werden. Dabei ist darauf zu achten, dass in diesem Prozess gültige Lösungen entstehen. Die Ausgestaltung einer guten Funktion, um die Vertauschungen und Mutationen vornehmen zu können ist stark problemabhängig. Stockton et al. [SQK04a] und [SQK04b] beschreiben anhand von Beispielen Vorgehensweisen, um solche Funktionen für unterschiedliche Probleme der Produktionsplanung zu bestimmen.

Die Vorteile des Verfahrens liegen in der einfachen Verständlichkeit der Methode.

Wenn eine geeignete Darstellungsform für Gene vorhanden ist und die entsprechenden Vertauschungs-, Mutations- und Selektionsfunktionen gefunden sind, ist eine effiziente Lösung meist möglich.

Der wichtigste Nachteil ist, dass die Bestimmung der Gendarstellung und der benötigten Funktionen nicht standardisierbar ist und oftmals keine geeignete Form auffindbar ist. Darüber hinaus gibt es wie bei allen heuristischen Ansätzen keine Optimalitätsgarantie.

Ein weiteres Verfahren stellt die Tabu-Such-Heuristik dar. Eine Einführung in die Thematik ist z.B. bei Glover [Glo90] zu finden. Es handelt es sich um eine Nachbarschaftssuche, bei der eine Liste vorangegangener Lösungen bzw. Lösungsteile mitgeführt wird um lokale Optima als Lösung zu vermeiden. Einen Implementierungsvorschlag für die aggregierte Produktionsplanung haben Mazzola et al. 1998 [MNR98] veröffentlicht. Aufbauend auf einem LP formulieren die Autoren ein nichtlineares gemischt-ganzzahliges Modell, welches um Lerneffekte von Ressourcen erweitert ist. Für die Lösungsfindung schlagen sie ein Suchverfahren vor, welches auf der Tabu-Suche basiert. Ein weiterer Ansatz ist der von Baykasoglu [Bay01]). Dabei handelt sich um einen Goal-Programming-Ansatz zur Berücksichtigung mehrerer Zielsetzungen im Rahmen der aggregierten Produktionsplanung. Baykasoglu nutzt eine Tabu-Suche als Lösungsmethode für ein gemischt-ganzzahliges lineares Modell. Dabei wird die Suche auf die Priorisierung der Ziele angepasst. Eine weitere Anwendung des Ansatzes wurde von Pradenas et al. [PPF04] vorgestellt. In ihrer Arbeit stellen sie einen Algorithmus vor, welcher auf einer Tabu-Suche basiert und auf ein Modell zur aggregierten Produktionsplanung für ein Sägewerk angewandt wird.

Die Vorteile des Verfahrens liegen in der einfachen Verständlichkeit der Methode. Durch die Nutzung einer Tabu-Liste ist die Chance größer, lokale Optima zu umgehen und das globale Optimum zu finden.

Die Tabu-Suche teilt den Nachteil der anderen heuristischen Ansätze, keine Optimalitätsgarantie zu haben.

4 Forschungsbedarf und Anforderungen an die zu entwickelnde Methodik

Im Rahmen dieses Kapitels wird die Kritik an bestehenden Ansätzen erläutert und ein Handlungsbedarf für die aggregierte Produktionsplanung in der Automobilindustrie abgeleitet.

4.1 Kritik an bestehenden Ansätzen

Im Laufe der letzten Jahrzehnte wurden im Bereich der aggregierten Produktionsplanung zahlreiche Arbeiten veröffentlicht. In diesem Rahmen entstand eine Vielzahl an Modellen, die zum Teil auf sehr unterschiedlichen Ansätzen aufbauen. Früh wurde die Beschränktheit dieser Grundmodelle kritisiert. Taubert [Tau68] bemerkt bereits 1968, dass die Annahme einer linearen- bzw. quadratischen Kostenstruktur oftmals nicht gegeben ist und zu einer schlechten Approximation realer Kostenstrukturen führt. Auch in der Praxis wichtige Zusammenhänge, wie Restriktionen bei der Anpassung der Belegschaft, wurden nur selten bei der Modellierung berücksichtigt. Diese Aspekte können für Unternehmen, die arbeitsrechtlich hohen Anforderungen gegenüber stehen, entscheidend sein. Dies kritisiert Welam [Wel78] und schlägt vor, den schlecht quantifizierbaren Bereich der Arbeitnehmer durch Manager „nachjustieren“ zu lassen. Ähnliche Überlegungen finden sich auch bei Aghezzaf [Agh00]. Auch Querbeziehungen zwischen der Produktionsplanung und anderen Unternehmensbereichen, wie zum Beispiel dem Marketing bzw. dem Vertrieb, werden in keinem der gängigen Vorgehensweisen berücksichtigt. Die Autoren Damon und Schramm [DS72], Leitch [Lei74] und Saad [Saa82] halten den gegenseitigen Einfluss dieser Beziehungen allerdings für elementar wichtig. Um alle relevanten Einflussfaktoren der Realität berücksichtigen zu können, wären komplexere Modelle nötig. Jedoch sind schon die bereits entwickelten Modelle selten in der Praxis anzufinden. So stellt Buxey [Bux95] in einer empirischen Untersuchung von Firmen fest, wie wenig mathematische Modelle im Bereich der mittelfristigen Produktionsplanung eingesetzt werden. Im Rahmen seiner Untersuchung befragte Manager gaben zu Protokoll, dass manchen Modellen unrealistische Annahmen zugrunde liegen, während andere viel zu komplex und mathematisch zu anspruchsvoll seien. Ähnliche Gründe für die geringe Verbreitung seines Modells der linearen Entscheidungsregeln vermutet Holt [Hol02]. Es besteht also ein Spannungsfeld zwischen der Abbildungsgenauigkeit und der Komplexität der angewandten Verfahren.

Ein weiterer möglicher Grund für die geringe Verbreitung der entwickelten Verfahren ist nicht den Formulierungen der Modelle, sondern den Gegebenheiten des realen Unternehmensumfeldes geschuldet. Buxey ([Bux88], [Bux95], [Bux03] und [Bux05]) äußert wiederholt Überlegungen, dass aggregierte Pläne in der klassischen Form überhaupt nicht erstell- bzw. einsetzbar sind. Seine empirischen Untersuchungen ([Bux95] und [Bux05]) zeigen, dass nur wenige Firmen ein Modell zur kostenminimalen Erstellung eines aggregierten Plans benutzen. Eine mögliche Ursache sprechen die Autoren Behnezhad und Koshnevis [BK88] in ihrer Arbeit an. Sie kritisieren, dass die aggregierte Produktionsplanung über lange Zeit als eigenständiges Planungsproblem ohne Verbindungen zu anderen Planungsproblemen, insbesondere der nachgelagerten Entscheidungsebene, behandelt wurde. Darüber hinaus sind die Entscheidungsvorgaben sehr restriktiv. Buxey [Bux03] wirft in seiner Arbeit die Frage auf, ob die strategischen Vorgaben die aggregierte Planung nicht überflüssig machen und direkt eine operative Planung durchgeführt werden sollte. Darüber hinaus beschreibt Buxey [Bux95] im Rahmen seiner Untersuchung von dreißig Produktionsfirmen, wie wichtig Freiräume für individuelle Managemententscheidungen sind. Silver und Peterson ([SP85], S. 562ff) bemerken ebenfalls, wie wichtig die Partizipation des Managements am Lösungsprozess ist. Das Management muss in der Lage sein, kurzfristige Anpassungen aufgrund unvorhergesehener Vorfälle in die Modelle und den Lösungsprozess einfließen zu lassen. Solche Anpassungen sind nur möglich, wenn die beteiligten Personen die eingesetzte Methode verstehen und anwenden können.

4.2 Handlungsbedarf

Die transparente Bewertung und Planung vorhandener Flexibilitätsinstrumente in der Automobilindustrie ist sehr wichtig. Die Beherrschung des in Abschnitt 2.3 vorgestellten Problems, die unterschiedlichen Flexibilitätsinstrumente zu nutzen und kostenoptimale Anpassungspläne zu erstellen, ist ein entscheidender Wettbewerbsvorteil.

Anhand der untersuchten Literatur und deren Kritik lässt sich feststellen, dass dieses Themenfeld nicht vollständig untersucht ist. Viele generische Modelle sind auf das vorgestellte Problem nicht anwendbar, bzw. aufgrund der speziellen Rahmenbedingungen besteht nicht die Möglichkeit einer Anpassung der Methoden. Die Hauptursachen liegen in der Struktur und der Berücksichtigung der Personalflexibilität. Die genaue Antizipation der Schichtplanung und die Betrachtung von Puffern um durchführbare Pläne zu erhalten wird oftmals nicht behandelt. Lediglich heuristische Ansätze der dynamischen Programmierung in Abschnitt 3.4.5 würdigen das Problem in seinem vollen Umfang.

Es gibt einen Handlungsbedarf hinsichtlich des Entwurfs von Modellen und exakten Lösungsmethoden für das Problem der aggregierten Produktionsplanung

von Fließproduktionslinien in der Automobilindustrie. Die Methoden sollen möglichst gute, am besten optimale Lösungen für das vorgestellte Planungsproblem generieren. Sollte eine optimale Lösung nicht bestimmbar sein soll eine Aussage über die Qualität der erreichten Lösung möglich sein. Darüber hinaus soll eine einfache Erweiterbarkeit der zugrunde liegenden Modelle gewährleistet sein. Dies liegt im stetigen Wandel von Gesetzen und Richtlinien begründet, welche die Planung beeinflussen. Die Modelle und die Methoden müssen insbesondere die Pufferplanung, Arbeitszeitmodelle sowie Arbeitszeitkonten berücksichtigen. Weiterhin sollen die Probleme der bisher vorhandenen besten heuristischen Ansätze berücksichtigt und behoben werden. Inhaltlich bezieht sich dies auf die schichtgenaue Betrachtung von Puffern und Produktionsmengen sowie die Diskretisierung von Arbeitskräften¹. Darüber hinaus betrachten selbst die Ansätze der dynamischen Programmierung das Problem in seiner sequentiellen Form. Quante [Qua05] und Roscher [Ros08] richten ihren Fokus auf die Montage. Die Arbeiten von Askar et al. [ASSZ07] bzw. Askar [Ask08] führen eine sequentielle Optimierung der einzelnen Produktionsstufen unter Berücksichtigung von Puffern durch. Dementsprechend soll einerseits eine Optimierung der einzelnen Linie mit Hinblick auf die schichtgenaue Betrachtung und die Diskretisierung von Arbeitskräften und andererseits eine integrierte Sicht des Problems Gegenstand der folgenden Untersuchung werden. Ziel ist es, Aussagen über die Lösbarkeit der einzelnen und integrierten Modelle zu gewinnen sowie letztere mit den Ergebnissen einer sequentiellen Optimierung zu vergleichen.

Um dies zu erreichen wird ein Ansatz der gemischt-ganzzahligen Programmierung gewählt. Er hat die nötigen Eigenschaften, das Problem exakt abzubilden bzw. adäquat zu approximieren und kann bei einer bekannten Lösungen Aussagen über ihre Qualität treffen². Es müssen sowohl für den Fall einer Linie als auch für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien neue gemischt-ganzzahlige Modelle entwickelt werden. Eine wichtige Herausforderung ist es, die Modelle beherrschbar, d.h. lösbar zu formulieren. Zu diesem Zweck bietet sich eine Dekompositionsstruktur für die unterschiedlichen Entscheidungen an. Um die den Modellen zugrunde liegenden Probleme zu lösen ist es darüber hinaus wichtig, Lösungsmethoden zu finden, welche die Probleme mit hinreichender Genauigkeit lösen können. D.h., sollte es nicht möglich sein, für Probleminstanzen mit Hilfe von Standardsoftware für gemischt-ganzzahlige Programmierung in weniger als zwei bis drei Stunden zumindest gültige Lösungen zu generieren, müssen Modellverbesserungen sowie primale Heuristiken entwickelt werden. Die gesamten Modelle und Methoden sollen in einem prototypischen Optimierungssystem implementiert werden um eine Entscheidungsunterstützung von Produktionsplanern zu ermöglichen.

¹vgl. Abs. 3.4.5

²s. Duality Gap in Abs. 2.5.3

5 Abstrakte mathematische Modelle

Dieses Kapitel enthält die Entwicklung abstrakter, mathematischer Modelle sowie eine Bestimmung der Berechnungskomplexität. Ziel bei der Modellentwicklung ist eine Dekomposition der Entscheidungsebenen zu finden, welche auf das Problem aus Abschnitt 2.3 anwendbar ist, um die Größe der Modelle beherrschbar zu gestalten.

Die Modelle dieses Kapitels sollen das Problem der aggregierten Produktionsplanung mit diskreten Anpassungsstufen, welche insbesondere Personalflexibilität berücksichtigen, abstrakt abbilden. D.h. die Beschreibungen in diesem Kapitel zeigen lediglich die zugrunde liegende Struktur eines solchen Planungsproblems auf, berücksichtigen aber nicht alle Details und Nebenbedingungen. Zum Zweck der Modellentwicklung wird erst ein allgemeines Modell mit einer Entscheidungsebene betrachtet. Im Anschluss daran erfolgt eine Dekomposition des Modells auf zwei Entscheidungsebenen sowie eine Diskussion der Vorteile eines solchen Vorgehens. In Kapitel 6 geschieht die Übertragung der Ansätze auf das eigentliche Problem für getaktete Fließproduktionslinien in der Automobilindustrie und die dafür vorhandenen Flexibilitätsinstrumente.

5.1 Allgemeines Modell

Dieser Abschnitt stellt ein Grundmodell vor, welches sukzessive um unterschiedliche Aspekte erweitert wird. Die Erweiterungen bauen aufeinander auf. Das erste Modell beschränkt sich auf eine Betrachtung der Produktionskapazitätsplanung. Die erste Erweiterung schließt die Betrachtung von Arbeitskräften ein. Die letzte Erweiterung berücksichtigt zusätzlich eine einfache Form eines Arbeitszeitkontos sowie Wechselrestriktionen bezüglich der Produktionskapazität. Bei der Produktionskapazitätsplanung und der Betrachtung der Arbeitskräfte wird auf dem Modell von Oliff et al. [OLM89]¹ aufgebaut.

Das erste Modell (M1.1) beschränkt sich auf die Produktionskapazitätsplanung unter Berücksichtigung diskreter Kapazitätsstufen für mehrere Produkte. Dabei wird davon ausgegangen, dass ein Planungszeitraum von T Perioden (mit einem Laufindex $t \in \{1, \dots, T\}$) betrachtet wird. In jeder Periode kann eine von I unterschiedlichen diskreten Kapazitätsstufen (mit einem Laufindex $i \in \{1, \dots, I\}$) ausgewählt werden. Ferner gibt es J unterschiedliche Produkte (mit einem Laufindex $j \in \{1, \dots, J\}$) sowie ein Lager. Das Modell enthält folgende Parameter

¹vgl. Abs. 3.3.3

- C_i := Kapazität der Produktionskapazitätsstufe i .
 D_{tj} := Produktnachfrage nach Produkt j in Periode t .
 K^{pr} := Produktionskosten pro produzierter Einheit.
 K^h := Lagerkosten pro Einheit und Periode.
 K_i^{kp} := Kosten für Produktionskapazitätsstufe i .
 $C_i, D_{tj}, K^{pr}, K^h, K_i^{kp} \in \mathbb{R}^+$

und folgende Entscheidungsvariablen

- \mathbf{x}_{ti} := Anzahl produzierter Einheiten von Produkt j in Periode t .
 \mathbf{s}_{tj} := Anzahl gelagerter Einheiten von Produkt j in Periode t
 (\mathbf{s}_{0j} := Anfangsbestand).
 \mathbf{y}_{ti} := Binäre Entscheidungsvariable, die 1 ist falls in Periode t Produktionskapazitätsstufe i genutzt wird, sonst 0.
 $\mathbf{x}_{tj}, \mathbf{s}_{tj} \in \mathbb{R}^+ \quad \mathbf{y}_{ti} \in \{0, 1\}$.

Für Parameter und Entscheidungsvariablen gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Das erste Modell mit seiner Zielfunktion lautet:

$$\min \mathbf{z} \mathbf{f} = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J K^{pr} \mathbf{x}_{tj} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J K^h \mathbf{s}_{tj} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I K_i^{kp} \mathbf{y}_{ti} \quad (5.1)$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^J \mathbf{x}_{tj} \leq \sum_{i=1}^I C_i \mathbf{y}_{ti} \quad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{y}_{ti} \leq 1 \quad (5.3)$$

für alle $1 \leq t \leq T$

$$\mathbf{s}_{tj} = \mathbf{s}_{t-1j} + \mathbf{x}_{tj} - \mathbf{D}_{tj} \quad (5.4)$$

für alle $1 \leq t \leq T, 1 \leq j \leq J$.

Die Zielfunktion setzt sich aus den Kosten pro produzierter und gelagerter Einheit und den Kosten für die Wahl einer Produktionskapazitätsstufe zusammen. Restriktionsgruppe (5.2) beschränkt die maximale Produktion einer Periode auf die gewählte Produktionskapazitätstufe. Die Restriktionen (5.3) können Gleichheitsrestriktionen sein, wenn mindestens eine Kapazitätstufe ausgewählt werden muss. Die Bedingungen (5.4) stellen die Lagerbilanzgleichungen dar. Das Modell kann dahingehend interpretiert werden, dass die diskreten Kapazitätstufen eine Kombination aus Ausbringungsmenge und gewähltem Schichtmodell darstellen.

Die erste Modellerweiterung betrifft eine einfache Betrachtung der Personalkapazität. Zu diesem Zweck wird jeder Produktionskapazitätsstufe ein gewisser Personalbedarf zugeordnet. Dieser muss durch eine Anzahl von Arbeitskräften abgedeckt werden. Dabei ist zu beachten, dass sich die Anzahl an Arbeitskräften von einer Periode zur nächsten nur in einem gewissen Umfang verändern darf. Im Folgenden werden die zusätzlichen Parameter, Entscheidungsvariablen

und Restriktionen sowie die neue Zielfunktion definiert, um (M1.1) die genannten Aspekte zu erweitern. Das Modell benötigt die folgenden weiteren konstanten Parameter:

$$\begin{aligned}
 A_i &:= \text{Personalbedarf bei Produktionskapazitätsstufe } i. \\
 UA_t &:= \text{Maximale Anzahl abbaubarer Arbeitskräfte in Periode } t. \\
 OA_t &:= \text{Maximale Anzahl einstellbarer Arbeitskräfte in Periode } t. \\
 K^{ak} &:= \text{Kosten für eine Arbeitskraft pro Periode.} \\
 A_i, UA_t, OA_t &\in N_+ \quad K^{ak} \in \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$

und folgende Entscheidungsvariablen:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_t &:= \text{Anzahl Arbeitskräfte in Periode } t \\
 &\quad (\mathbf{a}_0 := \text{Anfängliche Anzahl an Arbeitskräften}). \\
 \mathbf{a}_t &\in \mathbb{R}^+.
 \end{aligned}$$

Für Parameter und Entscheidungsvariablen gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Die neue Zielfunktion wird um die Kosten für Arbeitskräfte erweitert und lautet

$$\min \mathbf{z}\mathbf{f}' = \mathbf{z}\mathbf{f} + \sum_{t=1}^T K^{ak} \mathbf{a}_t. \quad (5.5)$$

Die zusätzlichen Restriktionen sind durch

$$\sum_{t=i}^I A_i \mathbf{y}_{ti} \leq \mathbf{a}_t \quad (5.6)$$

$$-UA_t \leq \mathbf{a}_t - \mathbf{a}_{t-1} \leq OA_t \quad (5.7)$$

für alle $1 \leq t \leq T$

gegeben. Die Restriktionen (5.6) besagen, dass genügend Arbeitskräfte vorhanden sein müssen um den Bedarf zu decken. Um nur eine gewisse Schwankung in der Anzahl der Arbeitskräfte zuzulassen, wurde Restriktionsgruppe (5.7) eingeführt. Das so erweiterte Gesamtmodell trägt die Bezeichnung (M1.2).

Die letzte Modellerweiterung unterscheidet sich von dem Modell (M1.2) dadurch, dass eine Betrachtung eines Arbeitszeitkontos erfolgt. Darüber hinaus wird der Wechsel zwischen zwei Produktionskapazitätsstufen erfasst. D.h., die Anzahl der Wechsel kann für den Verlauf des Planungshorizontes eingeschränkt werden. Im Weiteren werden zuerst die zusätzlichen Parameter und Entscheidungsvariablen definiert. Das Modell wird um die folgenden konstanten Parameter

$$\begin{aligned}
 W &:= \text{Anzahl erlaubter Wechsel der Produktionskapazitätsstufe.} \\
 Z_i &:= \text{Anfallende Arbeitszeit für Produktionskapazitätsstufe } i. \\
 V_t &:= \text{Tariflich vereinbarte Arbeitszeit in Periode } t. \\
 UB_t &:= \text{Untergrenze des Arbeitszeitkontos in Periode } t. \\
 OB_t &:= \text{Obergrenze des Arbeitszeitkontos in Periode } t. \\
 K_i^w &:= \text{Kosten für einen Wechsel in Produktionskapazitätsstufe } i. \\
 W \in N_+ \quad Z_i, V_t, OB_t, K_i^w, K_i^w &\in \mathbb{R}^+ \quad UB_t \in \mathbb{R}^-
 \end{aligned}$$

und die folgenden Entscheidungsvariablen

\mathbf{q}_{ti} := Wechsel in die Produktionskapazitätsstufe i am Anfang von Periode t .

\mathbf{b}_t := durchschnittliches Arbeitszeitkonto in Periode t
(\mathbf{b}_0 := Anfangsstand des Arbeitszeitkontos).

$\mathbf{q}_t \in \{0, 1\}$ $\mathbf{b}_t \in \mathbb{R}$

erweitert. Für Parameter und Entscheidungsvariablen, bis auf \mathbf{b}_t , gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Die um Wechselkosten erweiterte Zielfunktion lautet

$$\min \mathbf{z}\mathbf{f}'' = \mathbf{z}\mathbf{f}' + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I K_i^w \mathbf{q}_{ti}. \quad (5.8)$$

Dabei ist hervorzuheben, dass das Arbeitszeitkonto keinen Einfluss auf die Zielfunktion hat. Um das Arbeitszeitkonto abzubilden werden folgende Restriktionen eingeführt:

$$\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} + V_t - \sum_{i=1}^I Z_i \mathbf{y}_{ti} \quad (5.9)$$

$$UB_t \leq \mathbf{b}_t \leq OB_t \quad (5.10)$$

für alle $1 \leq t \leq T$.

Die Restriktionen (5.9) beschreiben die Bilanz des Arbeitszeitkontos. Dabei wird unterstellt, dass lediglich die geleistete Arbeitszeit Einfluss auf den Arbeitszeitkontostand hat und kein Freischichtvorhalt existiert. Die Folgerestriktion stellt die Einschränkung des Arbeitszeitkontos hinsichtlich seiner Ober- und Untergrenzen dar. Die zusätzlichen Restriktionen für die Betrachtung der Produktionswechsel sind gegeben durch

$$-\mathbf{y}_{ti} + \mathbf{y}_{t+1i} \leq \mathbf{q}_{ti} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{y}_{ti} \geq \mathbf{q}_{ti} \quad (5.12)$$

$$1 - \mathbf{y}_{t+1i} \geq \mathbf{q}_{ti} \quad (5.13)$$

für alle $1 \leq t \leq T - 1$, $1 \leq i \leq I$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \mathbf{q}_{ti} \leq W \quad (5.14)$$

Dabei modellieren die Bedingungen (5.11) bis (5.13) den Wechsel der Produktionskapazitätsstufe. Die Restriktionen (5.14) schränken die Anzahl der Wechsel auf W im Planungszeitraum ein. Das so erweiterte Gesamtmodell trägt die Bezeichnung (M1.3).

Die vorgestellten Modelle (M1.1) bis (M1.3) zeigen auf, wie eine aggregierte Produktionsplanung mit diskreten Anpassungsstufen modelliert werden kann. An dieser Stelle wäre es möglich, noch weitere Aspekte wie temporäre Arbeitskräfte, Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften, usw. in das Modell zu integrieren. Darauf wird jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit und des Umfangs der entstehenden Modelle verzichtet.

5.2 Dekomponiertes Modell

In diesem Abschnitt wird eine Dekompositionsstruktur für die vorhergehenden Modelle entwickelt. Angenommen, das in Abschnitt 5.1 beschriebene Problem mit T Perioden hat eine Struktur der Gestalt, dass grundlegende Kapazitätsentscheidungen immer für einen längeren Zeitraum getroffen werden und dass innerhalb dieses Zeitraums nur über die Nutzung der bereitgestellten Kapazitäten entschieden wird. Dann ist es möglich, die T Perioden in *Makro-* und *Mikroperioden* aufzuteilen. Dabei setzt sich eine Makroperiode aus mehreren Mikroperioden zusammen. Diese Dekompositionsstruktur nimmt Anleihen beim Generalized Lot-Sizing and Scheduling Problem (vgl. Fleischmann und Meyr [FM97] und Meyr [Mey99]) mit Big- und Small-Bucket Aufteilung aus dem Bereich der Losgrößenmodelle². Bei dem in dieser Arbeit betrachteten Problem fällt der Hauptanteil der Kosten bei der Entscheidung für die Kapazität der Makroperiode an. In den einzelnen Mikroperioden wird nur noch über die Kapazitätsnutzung entschieden. Dies spiegelt in vielen Fällen die Realität wieder und verringert die Komplexität des Modells (im Falle eines kombinatorischen Entscheidungsproblems die Anzahl der Binärvariablen). Daher sollen an dieser Stelle die Modelle aus Abschnitt 5.1 auf eine Modellierung mit Makro- und Mikroperioden umgestellt werden. Dementsprechend werden für die Modelle (M1.1) bis (M1.3) in diesem Abschnitt die inhaltlich korrespondierenden Modelle (M2.1) bis (M2.3) entwickelt.

Für die Überführung soll es N (mit einem Laufindex $n \in \{1, \dots, N\}$) viele Makroperioden geben mit je M (mit einem Laufindex $m \in \{1, \dots, M\}$) vielen Mikroperioden, so dass $T = N * M$ gilt. Grundsätzlich müssen die Makroperioden nicht unbedingt alle dieselbe Anzahl an Mikroperioden haben, so dass man die Anzahl der Mikroperioden auch von einer Aufteilungsfunktion abhängig machen könnte. Wenn man nun das Modell (M1.1) auf die neue Struktur erweitern möchte ergibt sich folgende Modellformulierung (M2.1) mit den Parametern:

C_{mi}	:=	Kapazität von Produktionskapazitätsstufe i in Mikroperiode m .
D_{nm}	:=	Produktnachfrage in Makroperiode n und Mikroperiode m .
K^{pr}	:=	Produktionskosten pro produzierter Einheit.
K^h	:=	Lagerkosten pro Einheit und Periode.
K_i^{kp}	:=	Kosten für Produktionskapazitätsstufe i pro Makroperiode.
K_m^{kp}	:=	Kosten für Produktion in Mikroperiode m .
$BIGM$:=	Große Konstante zur Modellierung der Kapazitätsnutzung.
$C_{mi}, D_{nm}, K^{pr}, K^h, K_i^{kp}, K_m^{kp}, BIGM \in \mathbb{R}^+$		

und folgende Entscheidungsvariablen:

\mathbf{x}_{nmj}	:=	Anzahl produzierter Einheiten von Produkt j in Makroperiode n und Mikroperiode m .
--------------------	----	--

²vgl. Abs. 3.3.4

- \mathbf{s}_{nmj} := Anzahl gelagerter Einheiten von Produkt j in in Makroperiode n und Mikroperiode m
 (\mathbf{s}_{00j} := Anfangsbestand von Produkt j).
 \mathbf{y}_{ni}^{macro} := Entscheidung, ob in Makroperiode n Produktionskapazitätsstufe i genutzt wird.
 \mathbf{y}_{nm}^{micro} := Entscheidung, ob in Mikroperiode n und Mikroperiode m die zu Verfügung stehende Kapazität genutzt wird.
 $\mathbf{x}_{nmj}, \mathbf{s}_{nmj} \in \mathbb{R}^+$ $\mathbf{y}_{ni}^{macro}, \mathbf{y}_{nm}^{micro} \in \{0, 1\}$.

Für Parameter und Entscheidungsvariablen gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Das Modell (M2.1) mit seiner Zielfunktion lautet

$$\min \mathbf{z}\mathbf{f} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (K^{pr} \mathbf{x}_{nm} + K^h \mathbf{s}_{nm} + K_m^{kp} \mathbf{y}_{nm}^{micro}) \quad (5.15)$$

$$+ \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I K_i^{kp} \mathbf{y}_{ni}^{macro}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^J \mathbf{x}_{nmj} \leq \sum_{i=1}^I C_{mi} \mathbf{y}_{ni}^{macro} \quad (5.16)$$

$$\sum_{j=1}^J \mathbf{x}_{nmj} \leq BIGM \cdot \mathbf{y}_{nm}^{micro} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{y}_{nm}^{micro} \leq \sum_{i=1}^I \mathbf{y}_{ni}^{macro} \quad (5.18)$$

$$\sum_{i=1}^I \mathbf{y}_{ni}^{macro} \leq 1 \quad (5.19)$$

$$\mathbf{s}_{nm} = \mathbf{s}_{nm-1} + \mathbf{x}_{nm} - \mathbf{D}_{nm} \quad (5.20)$$

für alle $1 \leq n \leq N, 1 \leq m \leq M$

Die Zielfunktion setzt sich aus den Kosten für Produktion, Lagerhaltung sowie die Bereitstellung und Nutzung der Kapazitätsstufen zusammen. Die Restriktionen (5.16) stellen die Kapazitätsobergrenze der Mikroperiode in Abhängigkeit von der gewählten Kapazitätsstufe dar. Die Folgerestriktionen (5.17) bis (5.19) modellieren die Abhängigkeit von der Entscheidung der Kapazitätsnutzung³ während (5.20) die Lagerbilanz sicherstellt (dabei stellt \mathbf{s}_{nm-1} immer das Lager der vorherigen Mikroperiode dar, auch wenn sich dieses in einer anderen Makroperiode befindet).

Zu diesem Modell gibt es zwei Anmerkungen. Erstens könnte die Bedingung (5.19) in manchen Fällen durch eine Bedingung $\sum_{i=1}^I \mathbf{y}_{ni}^{macro} = 1$ ersetzt werden. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn immer eine Kapazitätsstufe gewählt werden muss. Über die eigentliche Nutzung wird in jedem Fall erst durch Bedingung (5.17) entschieden. Zweitens sind keine Kosten für die Nutzung einer Kapazitätsstufe

³*BIGM* sollte in diesem Fall als $\max(C_{mi})$ gewählt werden.

i in einer bestimmten Makroperiode vorgesehen, lediglich Kosten für den Fall, dass in einer Makroperiode überhaupt produziert wird. Im weiteren Verlauf wird allerdings gezeigt, dass es auch grundsätzlich möglich ist, Kosten für eine Mikroperiode in Abhängigkeit von der Kapazitätsstufe und der Entscheidung, ob wirklich produziert wird, zu berücksichtigen.

Das Modell (M2.1) soll im Folgenden um die Aspekte des Arbeitskräftebedarfs sowie der Ein- und Ausstellungen erweitert werden. Der Arbeitskräftebedarf tritt dabei nach wie vor in Abhängigkeit von der Kapazitätsstufe i auf und wird durch die Entscheidung der Makroperiode bestimmt. Dies ist insofern realistisch, dass einem Arbeitszeitmodell ein Bedarf für eine Woche zugeordnet werden kann. Über die eigentliche Arbeitszeit und somit auch über den Verlauf des Arbeitszeitkontos wird innerhalb der Mikroperiode entschieden. Es werden im Folgenden lediglich neue Parameter, Entscheidungsvariablen und Restriktionen deklariert. Dies sind für den Arbeitskräftebereich die folgenden Parameter:

$$\begin{aligned} A_i &:= \text{Personalbedarf bei Produktionskapazitätsstufe } i. \\ UA_n &:= \text{Maximale Anzahl abbaubarer Arbeitskräfte in Makroperiode } n. \\ OA_n &:= \text{Maximale Anzahl einstellbarer Arbeitskräfte in Makroperiode } n. \\ K^{ak} &:= \text{Kosten für eine Arbeitskraft pro Periode.} \\ A_i, UA_n, OA_n, K^{ak} &\in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Es gibt folgende zusätzliche Entscheidungsvariable:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n &:= \text{Anzahl Arbeitskräfte in Makroperiode } n \\ &\quad (\mathbf{a}_0 := \text{Anfängliche Anzahl an Arbeitskräften}). \\ \mathbf{a}_n &\in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Für Parameter und Entscheidungsvariablen gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Die erweiterte Zielfunktion lautet

$$\min \mathbf{z}\mathbf{f}' = \mathbf{z}\mathbf{f} + \sum_{n=1}^N K^{ak} \mathbf{a}_n. \quad (5.21)$$

Die Bedingungen, welche ergänzt werden müssen, sind im Folgenden gegeben.

$$\sum_{i=1}^I A_i \mathbf{y}_{ni}^{macro} \leq \mathbf{a}_n \quad (5.22)$$

$$-UA_n \leq \mathbf{a}_n - \mathbf{a}_{n-1} \leq OA_n \quad (5.23)$$

für alle $1 \leq n \leq N$

Durch die Bedingungen (5.22) wird sichergestellt, dass immer genügend Arbeitskräfte für die gewählte Kapazitätsstufe vorhanden sind. Eine Beschränkung in der Schwankung der Anzahl der Arbeitskräfte wird durch (5.23) erreicht. Das so erweiterte Modell ist (M2.2).

Als letzte Modellerweiterung erfolgt die Abbildung der Arbeitszeit und des Arbeitszeitkontos. Zusätzlich wird ein Zuschlag auf die Arbeitszeit, z.B. in Form

eines Schichtzuschlags, in der Zielfunktion berücksichtigt. Es werden wiederum nur zusätzliche Parameter, Entscheidungsvariablen und Restriktionen aufgeführt. Dabei gibt es folgende neue Parameter.

- Z_{mi} := Anfallende Arbeitszeit in Mikroperiode m für Produktionskapazitätsstufe i .
 V_n := Tariflich vereinbarte Arbeitszeit in Makroperiode n .
 UB_n := Untergrenze des Arbeitszeitkontos in Makroperiode n .
 OB_n := Obergrenze des Arbeitszeitkontos in Makroperiode n .
 K^{zs} := Kosten für den Zuschlag auf die reale Arbeitszeit.
 $Z_{mi}, V_n, OB_n, K^{zs} \in \mathbb{R}^+$ $UB_n \in \mathbb{R}^-$

und folgende Entscheidungsvariablen

- \mathbf{z}_{nm}^t := Buchhaltervariable für die theoretisch angefallene Arbeitszeit der Mikroperiode m in Makroperiode n .
 \mathbf{z}_{nm}^r := Die real angefallene Arbeitszeit der Mikroperiode m in Makroperiode n .
 \mathbf{b}_n := Durchschnittlicher Arbeitszeitkontostand in Makroperiode n (\mathbf{b}_0 =Anfangsstand).
 $\mathbf{b}_n \in \mathbb{R}$ $\mathbf{z}_{nm}^t, \mathbf{z}_{nm}^r \in \mathbb{R}^+$

Für Parameter und Entscheidungsvariablen, bis auf \mathbf{b}_n , gilt die Nichtnegativitätsbedingung. Die erweiterte Zielfunktion lautet

$$\min \mathbf{z}\mathbf{f}'' = \mathbf{z}\mathbf{f}' + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M K^{zs} \mathbf{z}_{nm}. \quad (5.24)$$

Um die Arbeitszeit in Abhängigkeit von der Kapazitätsstufe korrekt in die Zielfunktion einfließen zu lassen werden folgende Restriktionen benötigt:

$$\mathbf{z}_{nm}^t = \sum_{i=0}^I Z_{mi} \mathbf{y}_{ni}^{macro} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{z}_{nm}^r \leq \mathbf{z}_{nm}^t \quad (5.26)$$

$$\mathbf{z}_{nm}^r = BIGM \cdot \mathbf{y}_{nm}^{micro} \quad (5.27)$$

$$\mathbf{z}_{nm}^t - \mathbf{z}_{nm}^r + (1 - \mathbf{y}_{nm}^{micro}) \cdot BIGM \geq 0 \quad (5.28)$$

für alle $1 \leq n \leq N, 1 \leq m \leq M$.

Dabei wird die theoretisch anfallende Zeit durch die Restriktionen (5.25) ermittelt. Die Folgerestriktionen stellen sicher, dass die reale Arbeitszeit auch nur dann anfällt, wenn die Schicht auch wirklich eingeplant wird⁴.

Das Arbeitszeitkonto kann unter Berücksichtigung von (5.25) bis (5.28) modelliert

⁴ $BIGM$ sollte in diesem Fall als $\max(Z_{mi})$ gewählt werden.

werden.

$$\mathbf{b}_n = \mathbf{b}_{n-1} + V_n - \sum_{m=1}^M z_{nm}^r \quad (5.29)$$

$$UB_n \leq \mathbf{b}_n \leq OB_n \quad (5.30)$$

für alle $1 \leq n \leq N$

Dabei wird die Bilanz des Arbeitszeitkontos durch Restriktion (5.29) dargestellt, die Beschränkung des Arbeitszeitkontos erfolgt durch (5.30). Grundsätzlich ist zu beachten, dass bei der Arbeitszeit keine Gewichtung durch die Anzahl der Arbeitskräfte geschieht. Eine Differenzierung zwischen der summierten Arbeitszeit aller Arbeitskräfte und der durchschnittlichen Arbeitszeit ist allerdings sinnvoll, genaue Details zu einer solchen Modellierung finden sich in Kapitel 6. Das vollständige dekomponierte Modell ist (M2.3).

Die vorgestellten Modelle spiegeln die reale Entscheidungssituation besser wieder. Insbesondere durch die Lagerbilanzgleichung auf Basis von Mikroperioden und eine Modellierung der Wechselwirkung mit den Makroperioden erfolgt eine Antizipation bzw. ein Feedback zwischen den Planungsstufen. Die Komplexität im Sinne der Anzahl benötigter Binärvariablen zur Modellierung des Problems sinkt beträchtlich. Waren vormals noch $T \cdot I = N \cdot M \cdot I$ viele Binärvariablen nötig, reduziert sich der Aufwand nun auf $N \cdot I + N \cdot M$ viele Variablen. Für Größen von $N = 50$, $M = 20$ und $I = 50$ ist dies ein Unterschied von 50 000 gegenüber 3 500 Binärvariablen.

Obwohl die Modelle die Entscheidungssituation besser reflektieren, werden eine große Reihe an relevanten Problemspezifika nicht beachtet. Dies bezieht sich insbesondere auf die Arbeitskräftestruktur, die Betrachtung des Arbeitszeitkontos und weitere Aspekte. Diese werden detailliert in Kapitel 6 adressiert.

5.3 Komplexität

Die Frage der Berechnungskomplexität entscheidet sich hauptsächlich an der Frage, ob es einen bekannten Algorithmus gibt, der das Problem in polynomieller Zeit lösen kann. Als Einführung in das Themenfeld sei das Buch von Garey und Johnson [GJ79] empfohlen. In diesem Buch werden insbesondere die Komplexitätsklassen P und NP sowie der Unterschied von Entscheidungsproblem und Optimierungsproblem eingeführt und erklärt.

Um die Berechnungskomplexität eines Problems zu bestimmen, ist es üblich, das Problem auf ein bekanntes Problem, dessen Komplexitätseinordnung schon bekannt ist, zurück zu führen. Für das vorliegende Problem der aggregierten Produktionsplanung rücken in diesem Kontext die Produktionskapazitäts- und Lagerrestriktion in den Vordergrund. Es wird das Problem (M1.1) betrachtet und um den Doppelindex ti auf den Einzelindex t vereinfacht. Dabei ist anzumerken,

dass die Kapazitätsanpassungsstufe im neuen Problem nicht konstant sein muss. Die Problemformulierung ist im Folgenden gegeben.

$$\min \mathbf{z} \mathbf{f} = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J K^{pr} \mathbf{x}_{tj} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J K^h \mathbf{s}_{tj} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I K^{kp} \mathbf{y}_t \quad (5.31)$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^J \mathbf{x}_{tj} \leq C_t \mathbf{y}_t \quad \text{für alle } 1 \leq t \leq T \quad (5.32)$$

$$\mathbf{s}_{tj} = \mathbf{s}_{t-1j} + \mathbf{x}_{tj} - \mathbf{D}_{tj} \quad (5.33)$$

für alle $1 \leq t \leq T, 1 \leq j \leq J$

Das so entstandene Problem entspricht von der Struktur dem Mehrproduktfall des kapazitierten Losgrößenproblems mit zeitvariablen Kapazitätsrestriktionen (vgl. [PW06]). Allerdings gibt es weder produktindividuelle Rüstkosten noch Rüstzeiten. Es gibt lediglich Rüstkosten sobald mindestens ein Produkt produziert wird. Der Mehrproduktfall des kapazitierten Losgrößenproblem mit zeitvariablem Kapazitätsrestriktionen ist bei Vorhandensein von produktindividuellen Rüstzeiten und Rüstkosten NP-Schwer im engeren Sinne (vgl. Maes et al. [MMV91]). Chen und Thizy [CT90] haben bewiesen, dass allein das Vorhandensein von produktindividuellen Rüstkosten das Problem NP-Schwer im engeren Sinne macht. Levi et al. [LLS07] behaupten, dass dies auch für den oben gegebenen Fall gilt, bei dem Rüstkosten unabhängig von der Anzahl der produzierten Produkte auftreten. Der Beweis bleibt jedoch in ihrer Arbeit aus.

Reduziert man das Problem auf den Einproduktfall, gibt es eine Reihe von Untersuchungen hinsichtlich der Komplexität. Für den Fall konstanter Kapazitäten über den gesamten Planungshorizont existiert ein Algorithmus, welcher das Problem in polynomieller Laufzeit lösen kann. Ein Beispiel für einen solchen Algorithmus, der auf dynamischer Programmierung beruht und das Problem auf einen minimalen Kostenfluss zurückführt, findet sich bei Florian und Klein [FK71]. Eine genaue Untersuchung der Komplexität wird bei Florian, Lensta und Rinnoy Kan [FLR80] gegeben. Die Autoren beweisen, dass das Problem mit zeitvariablen Kapazitätsrestriktionen NP-Schwer im weiteren Sinne ist. Es wird ein pseudopolynomieller Algorithmus angegeben, dessen Laufzeit von der kumulierten Kapazität und der kumulierten Nachfrage abhängig ist. Weitere Untersuchungen hinsichtlich der Komplexität bei unterschiedlichen Eigenschaften der Lagerkosten, Produktionskosten, Rüstkosten und Kapazitätslevel sind bei Bitran und Yanasse [BY82] zu finden.

Im Hinblick auf die Literatur lässt sich schließen, dass die vorgestellten Modelle zur aggregierten Produktionsplanung mit diskreten Anpassungsschritten mindestens NP-Schwer im weiteren Sinne sind.

6 Spezifische mathematische Modelle

Die spezifischen mathematischen Modelle bauen auf den Ideen aus Kapitel 5 auf. Die Struktur des Problems bleibt bestehen. Allerdings sind die Modelle dieses Kapitels speziell für Produktions- und Personalkapazitätsplanung mit diskreten Anpassungsstufen für getaktete Fließfertigung geeignet. Besondere Rahmenbedingungen dieser Fertigungsform sowie Schichtmodelle als besondere Art der diskreten Anpassungsstufen werden in die Modelle integriert. Es erfolgt eine Berücksichtigung temporärer Arbeitskräfte im Rahmen der Personalkapazitätsplanung. Unterschiedliche Arten für eine Modellierung des Arbeitszeitkontos werden vorgestellt.

Die folgenden Modelle enthalten eine Aufteilung in zwei Entscheidungsebenen. Mit Bezug auf Abschnitt 5.2 wird zwischen Makroperioden, welche den Wochen entsprechen und Mikroperioden, welche die einzelnen Schichten darstellen, unterschieden. Während für die Makroperioden eine Festlegung von Kapazitäten erfolgt, wird in den Mikroperioden nur noch über die Nutzung der selbigen entschieden.

Es werden zwei Modelle entwickelt. Das erste Modell für die Betrachtung einer Linie, das zweite für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien. Abbildungen 6.1 und 6.2 verdeutlichen den Unterschied. Sie beziehen sich auf den Planungsablauf, wie er in Abschnitt 2.3.6 beschrieben wird. Das Modell für die Betrachtung mehrerer Linien baut auf dem Modell für die Betrachtung einer Linie auf. Aufgrund der Größe des Modells ist der Aufbau in mehrere Teile gegliedert. Die Abschnitte 6.1 bis 6.6 erklären das Modell für eine Linie. Zuerst erfolgt eine Definition der allgemeinen und übergreifenden Modellbestandteile. Die nachfolgenden Abschnitte erläutern nacheinander Produktionskapazitätsplanung, Wechsel der Produktionskapazität, Arbeitskräftekapazitätsplanung, Wechsel der Arbeitskräftekapazität,

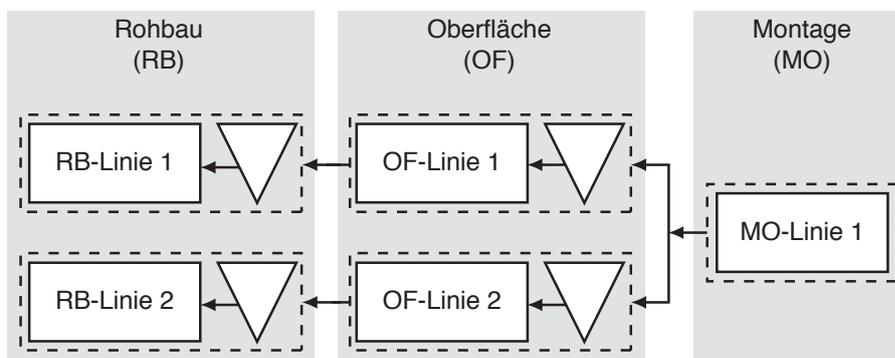


Abbildung 6.1: Einlinienoptimierung: Sequentielle Optimierung der Linien

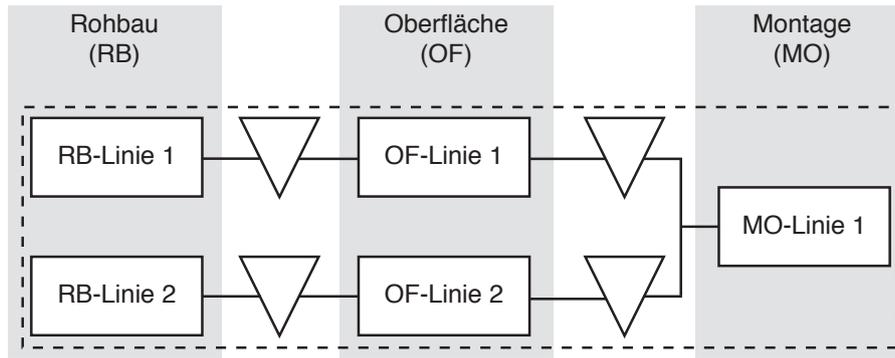


Abbildung 6.2: Mehrlinienoptimierung: Integrierte Optimierung der Linien

tät und Arbeitszeitkontoplanung. Innerhalb der Abschnitte wird zusätzlich nach Parametern, Entscheidungsvariablen und Restriktionen differenziert. Die Auffistung der Kostenparameter erfolgt gesondert mit der Zielfunktion. Abschnitt 6.7 beschreibt die notwendigen Erweiterungen für das Modell einer Linie, um eine integrierte Betrachtung mehrerer Linien zu ermöglichen.

Grundsätzlich können einzelne Teilabschnitte entkoppelt als Teilmodell behandelt und gelöst werden, die anderen Bereiche bleiben dann unberücksichtigt. Die Formulierung als Gesamtmodell führt zu einer höheren Komplexität, bietet dafür aber eine integrierte Gesamtlösung unter Betrachtung aller Randbedingungen.

6.1 Übergreifende Modellbestandteile

Die folgenden Indexmengen und Variablen werden übergreifend für alle oder mehrere Teilbereiche des Modells benötigt und deswegen vorab erläutert. Den Entscheidungsvariablen kommt dabei eine besondere Bedeutung zu, da diese im Gesamtmodell die Verknüpfung zwischen den einzelnen Teilmodellen herstellen.

Für die zeitliche Darstellung des Modells werden Indexmengen über alle Wochen, Tage und Schichten gebildet. Die Wochen entsprechen dabei den Makroperioden, ihre Anzahl WO der Länge des Betrachtungszeitraums. Die Wochen werden in die sieben Wochentage TG aufgeteilt, die einzelnen Tage können den drei Schichttypen bzw. Schichtgruppen nach in Frühschicht (FS), Spätschicht (SS) und Nachtschicht (NS) unterteilt werden. Die Schichten stellen als kleinste zeitliche Einheit die Mikroperioden dar. Für diese wird ein Index eingeführt, der zusammenhängend über die Schichten des Planungszeitraums iteriert.

$$\begin{aligned} \overline{WO} &= \{1, \dots, WO\} & \overline{TG} &= \{1, \dots, 7\} \\ \overline{ST} &= \{1, \dots, 3\} & \overline{ZI} &= \{1, \dots, ZI\} \end{aligned}$$

Die Indizes in \overline{TG} entsprechen den Tagen Montag bis Sonntag und die Indizes in \overline{ST} den Schichtgruppen Frühschicht, Spätschicht und Nachtschicht. Eine weitere

Indexmenge wird für die Schichtmodelle definiert. Die Schichtmodelle lassen sich weiter in die Untermengen der Ein-, Zwei- und Drei-Schichtmodelle aufteilen. Diese Mengen sind paarweise disjunkt.

$$\begin{aligned}\overline{SM} &= \{1, \dots, SM\} \\ \overline{SM}_1 &= \{k \mid \text{Schichtmodell } k \text{ ist ein Ein-Schichtmodell}\} \\ \overline{SM}_2 &= \{l \mid \text{Schichtmodell } l \text{ ist ein Zwei-Schichtmodell}\} \\ \overline{SM}_3 &= \{m \mid \text{Schichtmodell } m \text{ ist ein Drei-Schichtmodell}\} \\ \overline{SM} &= \overline{SM}_1 \cup \overline{SM}_2 \cup \overline{SM}_3 \\ \overline{SM}_i \cap \overline{SM}_j &= \emptyset, \forall i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j\end{aligned}$$

Für die technischen Anpassungsmöglichkeiten der Linie gibt es die Indexmengen der möglichen Taktzeiten \overline{TZ} , Konfigurationen \overline{KO} und Plattformbelegungen \overline{PB} . Alle drei technischen Anpassungsmöglichkeiten haben Einfluss auf die Produktionskapazität und den Arbeitskräftebedarf. Um die Produktion mehrerer Produkte zu betrachten wird eine Indexmenge \overline{PR} über alle Produkte definiert.

$$\begin{aligned}\overline{TZ} &= \{1, \dots, TZ\} & \overline{KO} &= \{1, \dots, KO\} \\ \overline{PB} &= \{1, \dots, PB\} & \overline{PR} &= \{1, \dots, PR\}\end{aligned}$$

In manchen Fällen finden Betrachtungen von aufeinanderfolgenden Schichten statt. An dieser Stelle bedarf der dreidimensionale Woche-Tag-Schicht-Index einer Umformung. Zwecks dessen wird eine entsprechende Funktion definiert.

$$\begin{aligned}f^{ZI}() : \overline{WO} \times \overline{TG} \times \overline{ST} &\rightarrow \overline{ZI} \\ (wo, tg, st) &\rightarrow 21 \cdot wo + 3 \cdot tg + st\end{aligned}$$

An einigen Stellen des Modells ist es von Bedeutung, ob ein Schichtmodell zur Verfügung steht. Außerdem wird zu Modellierungszwecken und um Zusammenhänge zu linearisieren ein konstanter Wert gebraucht. Dies wird durch die folgenden Parameter erreicht:

$$\begin{aligned}Y_{wo,tg,st,sm}^{BNZ} &:= \text{Binärer Parameter, der 1 ist, falls Schichtmodell } sm \text{ in} \\ &\quad \text{Schicht } st \text{ am Tag } tg \text{ in Woche } wo \text{ Betriebsnutzungszeit} \\ &\quad \text{zur Verfügung stellt, sonst 0.} \\ M &:= \text{Große Konstante welche zur Linearisierung von Zusammenhänge} \\ &\quad \text{genutzt wird (genauer Wert wird im jeweiligen Kontext angegeben).} \\ Y_{wo,tg,st,sm}^{BNZ} &\in \{0, 1\}, M \in \mathbb{R}^+.\end{aligned}$$

Es gibt zwei Mengen von Entscheidungsvariablen, die bei der Verknüpfung der Modellbestandteile von Wichtigkeit sind.

Jede Woche wird über die Kombination der unterschiedlichen Anpassungsmöglichkeiten Schichtmodell, Taktzeit, Plattformbelegung und Konfiguration entschie-

den. Dabei wird immer genau eine der diskreten Anpassungsstufen gewählt. Um dies abbilden zu können, wird eine Menge von Binärvariablen für alle Wochen und alle genannten Anpassungsmöglichkeiten eingeführt. Wenn man aus dieser Menge nun die Untermenge der Binärvariablen einer Woche betrachtet, stellt jede Variable eine Kombination der Anpassungsmöglichkeiten für diese Woche dar.

$$\mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} := \text{Binärvariable, welche 1 ist, wenn die Kombination von Schichtmodell } sm, \text{ Taktzeit } tz, \text{ Plattformbelegung } pb \text{ und Konfiguration } ko \text{ gewählt wird, sonst 0.}$$

$$\mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} \in \{0, 1\}$$

Durch die Auswahl eines Schichtmodells und durch den Schichtkalender ergibt sich, welche Schichten für die Produktionsplanung zur Verfügung stehen. Um zu modellieren, welche dieser Schichten wirklich eingeplant bzw. nicht genutzt werden, muss eine weitere Menge an Binärvariablen eingeführt werden.

$$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^S := \text{Binärvariable, welche 1 ist, wenn in Woche } wo \text{ und Tag } tg \text{ der Schichttyp } st \text{ eingeplant wird, sonst 0.}$$

$$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \in \{0, 1\}$$

Abschließend werden Restriktionen definiert. Für jede Woche kann genau eine Kombination der Anpassungsmöglichkeiten Schichtmodell, Taktzeit, Plattformbelegung und Konfiguration ausgewählt werden.

$$\sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} = 1 \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.1)$$

Die Gleichungen (6.1) sorgt dafür, dass aus der Teilmenge der \mathbf{y}^{WK} -Variablen einer Woche immer genau eine Variable ausgewählt wird. Sie stellen damit für jede Woche ein so genanntes Special Ordered Set vom Typ 1 (SOS1)¹ dar. Mit der Auswahl der \mathbf{y}^{WK} -Variable können entsprechende Schichten im Schichtmodell ohne Betriebsnutzungszeit ausgeschlossen werden.

$$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^S + \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq 1 + Y_{wo,tg,st,sm}^{BNZ} \quad (6.2)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall sm \in \overline{SM}$$

Die Ungleichungen (6.2) sorgen bei Auswahl einer entsprechender \mathbf{y}^{WK} -Variable dafür, dass die korrespondierenden \mathbf{y}^S - Variablen auf 0 gesetzt werden.

6.2 Modell zur Produktionskapazitätsplanung

Die Produktionskapazitätsplanung muss bei einer gegebenen Produktnachfrage genügend Produktionskapazität zur Verfügung zu stellen, um die Nachfrage zu

¹Die Idee und die Vorteile solcher Mengen wurden erstmals bei Beale und Tomlin [BT69] beschrieben. Weitere Erklärungen findet man bei Williams [Wil01] S. 165ff.

befriedigen. Die Kapazität errechnet sich dabei als Produkt der Ausbringung pro Stunde und der zur Verfügung stehenden Betriebsnutzungszeit².

6.2.1 Reale Produktionskapazität

Die Produktionskapazität wird in der getakteten Fließfertigung von vielen unterschiedlichen Faktoren beeinflusst. Ihre Anpassung erfolgt in diskreten Stufen.

Eine Reihe von Parametern wird benötigt. Es gibt eine theoretische Ausbringungsmenge in Einheiten pro Stunde, die bestimmt, wie viele Einheiten bei voller Plattformbelegung gefertigt werden können. Multipliziert man die Ausbringungsmenge mit der Betriebsnutzungszeit und der technischen Verfügbarkeit ($Verf^{techn}$) erhält man die Produktionskapazität C pro Schicht. Die technische Verfügbarkeit liegt zwischen 0 und 1 und gibt an, für welchen Anteil der Betriebsnutzungszeit BNZ ³ die Fließproduktion zur Verfügung steht. So können durchschnittliche Ausfallzeiten durch Bandstillstände (Qualitätsstopps, Wartung, etc.) berücksichtigt werden.

$C_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}$:= Produktionskapazität in Stück bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko , Plattformbelegung pb in Woche wo am Tag tg in Schicht st .

$C_{wo,sm,tz,pb,ko,tg,st} = Ausbringungsmenge \cdot BNZ_{wo,tg,st,sm} \cdot Verf^{techn}$
 $C_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} \in \mathbb{R}^+$

Außerdem werden neue Entscheidungsvariablen benötigt. Bei der Betrachtung der Produktionskapazitäten wird zwischen theoretischer und realer Produktionskapazität unterschieden. Die theoretische Kapazität zeigt an, wie viel Kapazität theoretisch in einer Schicht zur Verfügung steht. Die reale Produktionskapazität ergibt sich daraus, dass diese Kapazität auch wirklich genutzt wird.

$c_{wo,tg,st}^t$:= Theoretische Produktionskapazität in Woche wo am Tag tg in Schicht st .

$c_{wo,tg,st}^r$:= Reale Produktionskapazität in Woche wo am Tag tg in Schicht st .

$c_{wo,tg,st}^t, c_{wo,tg,st}^r \in \mathbb{R}^+$

Die Variable c^t stellt eine Buchhaltervariable dar, welche in den Restriktionen die Verknüpfung der realen und theoretischen Produktionskapazität erleichtert.

Abschließend müssen dem Modell Restriktionen hinzugefügt werden. Unter Berücksichtigung von (6.1), zur Auswahl der Wochenkombination aus Abschnitt 6.1, wird eine Menge von Restriktionen benötigt, um das Verhältnis von realer und

²siehe Abs. 2.3.4

³Zur Begriffsklärung siehe Abs. 2.3.1.

theoretischer Produktionskapazität korrekt abzubilden.

$$\mathbf{c}_{wo,tg,st}^t = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (C_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad (6.3)$$

$$\mathbf{c}_{wo,tg,st}^r \leq \mathbf{c}_{wo,tg,st}^t \quad (6.4)$$

$$\mathbf{c}_{wo,tg,st}^r \leq M \cdot \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \quad (6.5)$$

$$\mathbf{c}_{wo,tg,st}^r - \mathbf{c}_{wo,tg,st}^t + (1 - \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S) \cdot M \geq 0 \quad (6.6)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{TG}$$

Die Gleichungen (6.3) weisen aufgrund einer Auswahl von Anpassungsmöglichkeiten eine theoretische Kapazität zu. Die Restriktionsmengen (6.4) bis (6.6) bilden folgenden Sachverhalt ab⁴.

$$\mathbf{c}_{wo,tg,st}^r = \begin{cases} \mathbf{c}_{wo,tg,st}^t & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 1 \\ 0 & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 0. \end{cases}$$

Reale und theoretische Kapazität sind genau dann gleich wenn die entsprechende Schicht eingeplant wird.

6.2.2 Produktion mit angeschlossenem Puffer

Dieser Abschnitt modelliert die Produktion der Produkte bei angeschlossenem Puffer. D. h. es gibt ein vorgelagertes Gewerk, welches über den Puffer verbunden ist und bei sequentieller Planung eine schichtgenaue Nachfrage hat. Für die Indizierung der Puffervariablen über die einzelnen Schichten wird an dieser Stelle der Mikroperioden-Index zi verwendet und über die entsprechende Funktion⁵ umgebrochen. Die Modellierung der Produktion ohne angeschlossenem Puffer wird in Abschnitt 6.2.3 behandelt.

Mit Hinblick auf die Parameter gibt es für jedes Produkt eine Nachfrage D , die schichtgenau bekannt ist. Für den Fall, dass Produktionskapazität bei einer Bereitstellung mindestens zu einem bestimmten Grad genutzt werden soll, ist ein weiterer Parameter, der der Mindestschichtauslastung MSA , definiert.

$D_{wo,tg,st,pr}$:= Produktnachfrage von Produkt pr in Stück in Woche wo am Tag tg in Schicht st .

MSA_{wo} := Mindestschichtauslastung in Prozent in Woche wo .

$D_{wo,tg,st,pr} \in \mathbb{Z}^+, MSA_{wo} \in \mathbb{R}^+ \cap (0, 1]$

Für den Puffer werden feste Ober- und Untergrenzen bestimmt. Diese existieren sowohl für den Gesamtpuffer über alle Produkte hinweg als auch für die einzelnen

⁴ M sollte in diesem Fall als $\max(C_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb})$ gewählt werden.

⁵siehe Definition auf S. 93

Produkte. Die Parameter werden für jede Schicht und für jedes Produkt einzeln bestimmt.

$$\begin{aligned}
SS_{zi,pr} &:= \text{Sicherheitsbestand für Produkt } pr \text{ in Stück in Mikroperiode } zi. \\
MS_{zi,pr} &:= \text{Maximalbestand für Produkt } pr \text{ in Stück in Mikroperiode } zi. \\
SS_{zi}^{sum} &:= \text{Aggregierter Sicherheitsbestand über alle Produkte in Stück in Mikroperiode } zi. \\
MS_{zi}^{sum} &:= \text{Aggregierter Maximalbestand über alle Produkte in Stück in Mikroperiode } zi. \\
SS_{zi,pr}, MS_{zi,pr}, SS_{zi}^{sum}, MS_{zi}^{sum} &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Die Entscheidungen, welche getroffen werden müssen, beziehen sich auf die Anzahl produzierter Einheiten sowie auf Lagerbestände.

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{wo,tg,st,pr} &:= \text{Anzahl produzierter Einheiten von Produkt } pr \text{ in Woche } wo \text{ an Tag } tg \text{ in Schicht } st. \\
\mathbf{s}_{zi,pr} &:= \text{Anzahl eingelagerter Einheiten von Produkt } pr \text{ am Ende der Schicht } zi \\
&\quad (\mathbf{s}_{0,pr} = \text{Anfangsbestand}). \\
\mathbf{s}_{zi}^{sum} &:= \text{Summierte Anzahl eingelagerter Einheiten aller Produkte am Ende der Schicht } zi \\
&\quad (\mathbf{s}_0^{sum} = \text{Anfangsbestand}). \\
\mathbf{x}_{wo,tg,st,pr}, \mathbf{s}_{zi,pr}, \mathbf{s}_{zi}^{sum} &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Zur Verringerung der Komplexität wurde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^+$ anstelle von \mathbb{Z}^+ gewählt. Die schichtgenaue Betrachtung des Puffers ist nötig, um einen detaillierten Produktfluss berücksichtigen zu können. Es wird sowohl der Lagerstand pro Produkt als auch ein summierter Lagerbestand erfasst.

Weitere Restriktionen bilden die Produktionsmengen und Mindestschichtauslastungen ab.

$$\sum_{pr=1}^{nPR} \mathbf{x}_{wo,tg,st,pr} \leq \mathbf{c}_{wo,tg,st}^r \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned}
\sum_{pr=1}^{nPR} \mathbf{x}_{wo,tg,st,pr} &\geq MSA_{wo} \cdot \mathbf{c}_{wo,tg,st}^r \quad (6.8) \\
\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}
\end{aligned}$$

Die Restriktionsmenge (6.7) stellt sicher, dass die Anzahl der produzierten Einheiten kleiner als die reale Produktionskapazität ist. Die Ungleichungen (6.8) modellieren, dass nur im Falle der vorgegeben Mindestschichtauslastung produziert wird. Abschließend gibt es Restriktionen für die Lagerbilanzgleichungen sowie die

Ober- und Untergrenzen der Lager.

$$\mathbf{s}_{zi,pr} = \mathbf{s}_{zi-1,pr} + \mathbf{x}_{wo,tg,st,pr} - D_{wo,tg,st,pr} \quad (6.9)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall pr \in \overline{PR}, zi = f^{ZI}(wo, tg, st)$$

$$\sum_{pr=1}^{nPR} \mathbf{s}_{zi,pr} \leq \mathbf{s}_{zi}^{sum} \quad \forall zi \in \overline{ZI} \quad (6.10)$$

$$SS_{zi,pr} \leq \mathbf{s}_{zi,pr} \leq MS_{zi,pr} \quad \forall zi \in \overline{ZI}, \forall pr \in \overline{PR} \quad (6.11)$$

$$SS_{zi}^{sum} \leq \mathbf{s}_{zi}^{sum} \leq MS_{zi}^{sum} \quad \forall zi \in \overline{ZI} \quad (6.12)$$

Die Restriktionenmenge (6.9) stellt die Lagerbilanzgleichung der einzelnen Produkte dar. Durch (6.10) erfolgt eine Aggregation über alle Lagerbestände. Die Mengen (6.11) und (6.12) bilden die Ober- und Untergrenzen ab. Bei Umrechnung des $wo - tg - st$ -Index auf Mikroperioden kommt die Umrechnungsfunktion zum Einsatz⁶.

6.2.3 Produktion ohne angeschlossenen Puffer

Dieser Abschnitt modelliert die Produktion der verschiedenen Produkte ohne angeschlossenen Puffer. Dies ist der typische Fall für das Gewerk Endmontage. Der Hauptunterschied zu der Planung mit angeschlossenem Puffer ist die Modellierung der Nachfrage und der Lagerbilanz. Die Berücksichtigung erfolgt auf Basis von Makroperioden, also auf Wochenbasis. Bei der Produktion ohne angeschlossenen Puffer kann durch Produktionsprogrammverschiebung eine Anpassung der Produktion an die Nachfrage erfolgen. Im Folgenden werden nur die notwendigen Änderungen hinsichtlich der Nachfrage und der Lagerbilanzen dargestellt.

Die Nachfrage nach einem Produkt wird im Parameter D^{Week} gespeichert. Die Modellierung der Produktionsprogrammverschiebung erfolgt wie bei Nachfrage und Lagerbilanz auf Wochenbasis. Der Parameter PPV speichert die Menge der möglichen Vorproduktion für jede Woche. Ein Teil der Nachfrage kann manchmal in späteren Perioden nachproduziert werden. Die Obergrenze hierfür stellt der Parameter PPN dar. Die Parameter gibt es sowohl für jedes Produkt als auch für die Summe aller Produkte.

$D_{wo,pr}^{Week}$:=	Produktnachfrage von Produkt pr in Stück in Woche wo .
$PPV_{wo,pr}$:=	Mögliche Vorproduktion für Produkt pr in Stück in Woche wo .
PPV_{wo}^{Sum}	:=	Aggregierte mögliche Vorproduktion über alle Produkte in Stück in Woche wo .
$PPN_{wo,pr}$:=	Mögliche Nachproduktion für Produkt pr in Stück in Woche wo .

⁶siehe Definition auf Seite 93

PPN_{wo}^{Sum} := Aggregierte mögliche Nachproduktion über alle Produkte in Stück in Woche wo .

$$D_{wo,pr}^{Week} \in \mathbb{Z}^+ \quad PPV_{wo,pr}, PPV_{wo}^{Sum} \in \mathbb{R}^+ \quad PPN_{wo,pr}, PPN_{wo}^{Sum} \in \mathbb{R}^-$$

Von einer Mindestschichtauslastung wird nicht ausgegangen. Dieses ließe sich jedoch ohne weiteres analog zur Modellierung im Abschnitt 6.2.2 abbilden.

Es werden zusätzlich zwei Mengen von Entscheidungsvariablen benötigt. Die Modellierung des Puffers erfordert die Einrichtung der Lagervariable \mathbf{s}^{mak} und es werden für jedes Produkt individuelle Produktpuffer bestimmt.

$\mathbf{s}_{wo,pr}^{mak}$:= Anzahl eingelagerter Einheiten von Produkt pr am Ende der Woche wo

($\mathbf{s}_{0,pr}^{mak}$ = Anfangsbestand).

\mathbf{s}_{wo}^{makSum} := Summierte Anzahl eingelagerter Einheiten aller Produkte am Ende der Woche wo

(\mathbf{s}_0^{makSum} = Anfangsbestand).

$$\mathbf{s}_{wo,pr}^{mak}, \mathbf{s}_{wo}^{makSum} \in \mathbb{R}^+$$

Die Restriktionsmenge (6.7) aus Abschnitt 6.2.2 für die Modellierung mit angeschlossenem Puffer gilt unverändert. Es ergeben sich folgende neue Lagerbilanzgleichungen sowie Ober- und Untergrenzen für die Puffer.

$$\mathbf{s}_{wo,pr}^{mak} = \mathbf{s}_{wo-1,pr}^{mak} + \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \mathbf{x}_{wo,tg,st,pr} - D_{wo,pr}^{Week} \quad (6.13)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall pr \in \overline{PR}$$

$$\sum_{pr=1}^{PR} \mathbf{s}_{wo,pr}^{mak} = \mathbf{s}_{wo}^{makSum} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.14)$$

$$PPN_{wo,pr} \leq \mathbf{s}_{wo,pr}^{mak} \leq PPV_{wo,pr} \quad \forall wo \in \overline{WO}, \forall pr \in \overline{PR} \quad (6.15)$$

$$PPN_{wo}^{Sum} \leq \mathbf{s}_{wo}^{makSum} \leq PPV_{wo}^{Sum} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.16)$$

Die Gleichungen (6.13) definieren die Lagerbilanzgleichungen pro Produkt über den Zeitverlauf, (6.14) stellt eine aggregierte Verschiebung über alle Produkte dar. Die Ungleichungen in (6.15) und (6.16) grenzen die möglichen Verschiebungsmengen ein.

6.2.4 Schichtabsagereihenfolge

Die vorliegende Modellierung der Schichtabsage sorgt dafür, dass die möglichen Schichtabsagen entsprechend der definierten Schichtabsagereihenfolge⁷ abgesagt werden, d. h. es müssen die \mathbf{y}^S -Variablen in der korrekten Reihenfolge auf 0 gesetzt werden.

⁷Zur Erläuterung der Schichtabsagereihenfolge siehe Abs. 2.3.1, S. 18.

	Frühschicht							Spätschicht							Nachtschicht						
	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
1	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓		
2	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓			
3	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓				
4	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓					
...																					
ABS	✓	✓						✓													

Tabelle 6.11: Eingabe der Schichtabsagereihenfolge im Planungswerkzeug

Die Tabelle 6.11 zeigt, wie eine Absagereihenfolge für alle Perioden des Planungshorizontes definiert wird. Der Planer gibt für eine bestimmte Menge von Schichten $\{1 \dots ABS\}$ an, in welcher Reihenfolge diese abzusagen sind. In der ersten Zeile sind alle Schichten angehakt, die im Planungshorizont zur Verfügung stehen. In jeder weiteren Zeile verliert eine Schicht ihr Häkchen. Dies ist jeweils die Schicht, die abgesagt werden kann. Die erste abzusagende Schicht verliert in der zweiten Zeile ihr Häkchen und wird für die Modellierung im Optimierungsmodell an die letzte Stelle eines Indexbereichs $\{1 \dots AR\}$ gesetzt, welcher die Absagereihenfolge indiziert. In der letzten Zeile sind nur noch solche Schichten angehakt, unter denen die Schichtabsagereihenfolge egal ist. Dies sind die letzten abzusagenden Schichten, somit können sie am Anfang des Indexbereichs randomisiert hinzugefügt werden.

Um die Reihenfolge, nach der die Schichten abzusagen sind, abzubilden, wird eine Indexmenge

$$\overline{AR} = \{1 \dots AR\}$$

definiert. Mit ihr ist die Reihenfolge der abzusagenden Schichten rekonstruierbar. Die Reihenfolge der Schichtabsagen ist unabhängig von der Woche. Der Index AR gibt die erste abzusagende Schicht an.

Um die Schichtabsagereihenfolge abzubilden, wird eine injektive Funktion definiert, welche jeder Position der Absagereihenfolge genau eine Schicht (tg und st) zuordnet. Der Definitionsbereich der Funktion ist die Indexmenge der Absagereihenfolge, der Wertebereich ist die Menge der Schichten dargestellt als Tupel (tg, st) . Jeder Index der Absagereihenfolge muss im Definitionsbereich vorkommen und einer Schicht des Wertebereichs zugeordnet werden. Aber nicht jede Schicht aus dem Wertebereich muss einem Index zugeordnet werden. Das heißt, dem Index AR der Absagereihenfolge wird der Tag und der Schichttyp der ersten abzusagenden Schicht zugeordnet, usw. bis bei dem Index von 1 der Tag und der Schichttyp der letzten abzusagenden Schicht zugeordnet wird. Diese Funktion ist

nötig, um später die Bildung von Restriktionen zu ermöglichen.

$ARFG(ar)$:= Funktion, welche einem Index ar der Absagereihenfolge eindeutig ein Schichttupel (tg, st) zuordnet.

$ARFG: \overline{AR} \rightarrow \overline{TG} \times \overline{ST} \quad ar \rightarrow (tg, st)$

Zur Modellierung der Schichtabsagereihenfolge wird eine zusätzliche binäre Buchhaltervariable eingeführt, welche anzeigt, ob für die jeweilige Schicht in dem ausgewählten Schichtmodell Betriebsnutzungszeit zur Verfügung steht.

$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^{NBZ}$:= Binärvariable, welche 1 ist, falls im gewählten Schichtmodell für die Schicht st am Tag tg in Woche wo keine Betriebsnutzungszeit zur Verfügung steht, sonst 0.

$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^{NBZ} \in \{0, 1\}$

Um die Schichtabsagereihenfolge korrekt abzubilden, sind zwei Restriktionsmengen nötig.

$$\sum_{sm=1}^{SM} [(1 - Y_{wo,tg,st,sm}^{BNZ}) \cdot (\sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK})] = \mathbf{y}_{wo,tg,st}^{NBZ} \quad (6.17)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

Die erste Menge (6.17) setzt die Buchhaltervariable in Abhängigkeit der Betriebsnutzungszeiten der gewählten Anpassungsmöglichkeiten für die Woche. Die folgende Menge sorgt dafür, dass die nutzbaren Schichten in der vorgesehenen Reihenfolge abgesagt werden:

$$\mathbf{y}_{wo,ARFG(ar)}^S + \mathbf{y}_{wo,ARFG(ar)}^{NBZ} \geq \mathbf{y}_{wo,ARFG(ar+i)}^S - \mathbf{y}_{wo,ARFG(ar+i)}^{NBZ} \quad (6.18)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall ar \in \{1..nAR\}, \forall i \in \{1..nAR - ar\}.$$

Die Ungleichungen (6.18) bilden für jede Schicht aus der Absagereihenfolge mit Index ar genau $(AR - ar)$ Restriktionen, damit für jede Schicht, welche vor der entsprechenden Schicht abzusagen ist, eine Restriktion aufgestellt wird. Restriktionen, deren Schichten in dem gewählten Schichtmodell der Woche nicht zur Verfügung stehen, werden mit Hilfe der $\mathbf{y}_{wo,tg,st}^{NBZ}$ -Variable relaxiert.

6.2.5 Kosten und Zielfunktion

In der Produktionskapazitätsplanung entstehen Kosten für Produktion, Lagerhaltung und Schichteinplanung.

K^{prod} := Produktionskosten pro produzierter Einheit.
 K^{lager} := Lagerkosten pro gelagerter Einheit pro Periode.
 $K^{schicht}$:= Kosten pro genutzter Schicht.
 $K^{prod}, K^{lager}, K^{schicht} \in \mathbb{R}^+$

Es ergibt sich die folgende Zielfunktion:

$$\begin{aligned}
 \min \mathbf{z}^p = & \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \sum_{pr=1}^{PR} (K^{prod} \cdot \mathbf{x}_{wo,tg,st,pr}) \\
 & + \sum_{zi=0}^{ZI} \sum_{pr=1}^{PR} (K^{lager} \cdot \mathbf{s}_{zi,pr}) \\
 & + \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} (K^{schicht} \cdot \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S).
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

6.3 Modell zur Wechselplanung der Produktionskapazität

Wenn zwischen zwei Wochen ein Kapazitätswechsel in Form eines Ausbringungs- oder Schichtmodellwechsels stattfindet, dann erfolgt dies meist nicht ohne zusätzlichen organisatorischen Aufwand, durch den weiteren Kosten entstehen. Das Ziel dieses Abschnittes ist es, diese Wechselkosten im Optimierungsmodell zu integrieren.

6.3.1 Schichtmodellwechsel

Ein Schichtmodellwechsel findet immer dann statt, wenn Schichtgruppen auf- oder abgebaut werden oder wenn sich die Arbeitszeit einer Schichtgruppe ändert. Bei der Modellierung eines Schichtmodellwechsels wird zwischen zwei Fällen unterschieden. Einerseits ist zu prüfen, ob sich das Schichtmodell geändert hat (ohne Berücksichtigung einer veränderten Schichtgruppenanzahl) und andererseits, ob sich die Anzahl der Schichtgruppen geändert hat.

Es ist möglich, durch einen Parameter ein Schichtmodell als Anfangszustand zu definieren, welches in der Woche vor Beginn des Planungszeitraums gewählt wurde. Falls bereits in der ersten Woche das Schichtmodell gewechselt wird, fallen Wechselkosten an. Darüber hinaus gibt es einen Parameter, welcher die Anzahl der Schichtmodellwechsel beeinflusst.

- WSM := Mindestzeitraum in Wochen, der zwischen zwei Schichtmodellwechseln liegen muss.
 Y_{sm}^{SM-Anf} := Binärer Parameter, der 1 ist, falls zu Beginn des Planungszeitraums Schichtmodell sm als Anfangszustand vorliegt, sonst 0.
 $Y^{SM1-Anf}$:= Binärer Parameter, der 1 ist, falls zu Beginn des Planungszeitraums ein Einschichtmodell als Anfangszustand vorliegt, sonst 0.

Y^{SM3_Anf} := Binärer Parameter, der 1 ist, falls zu Beginn des Planungszeitraums ein Dreischichtmodell als Anfangszustand vorliegt, sonst 0.

$$WSM \in \mathbb{Z}^+ \quad Y_{sm}^{SM_Anf} \in SM, Y^{SM1_Anf}, Y^{SM3_Anf} \in \{0, 1\}$$

Dabei wird hinsichtlich des eigentlichen Schichtmodells, welches durch den Parameter $Y_{sm}^{SM_Anf}$ erfasst wird, sowie den Schichtgruppen, welche durch Y^{SM1_Anf} und Y^{SM3_Anf} abgebildet werden, differenziert.

Die Werte der Entscheidungsvariablen der Kapazitätswechselplanung hängen direkt von den Werten der Binärvariable \mathbf{y}^{WK} zur Auswahl der Wochenkombination ab. Für jeden Wechseltyp müssen zusätzliche Entscheidungsvariablen definiert werden.

\mathbf{q}_{wo}^{WSM} := Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche wo ein Wechsel des Schichtmodells stattfindet, sonst 0.

$\mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Auf}$:= Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche wo durch Umstellung von Einschichtbetrieb auf einen Zwei- oder Dreischichtbetrieb der Aufbau einer Schichtgruppe erfolgt, sonst 0.

$\mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Ab}$:= Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche wo durch Umstellung von Zwei- oder Dreischichtbetrieb auf einen Einschichtbetrieb der Abbau einer Schichtgruppe erfolgt, sonst 0.

$\mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Auf}$:= Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche wo durch Umstellung von Ein- oder Zweischichtbetrieb auf eine Dreischichtbetrieb der Aufbau einer Schichtgruppe erfolgt, sonst 0.

$\mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Ab}$:= Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche wo durch Umstellung von Dreischichtbetrieb auf einen Ein- oder Zweischichtbetrieb der Abbau einer Schichtgruppe erfolgt, sonst 0.

$$\mathbf{q}_{wo}^{WSM}, \mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Auf}, \mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Ab}, \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Auf}, \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Ab} \in \{0, 1\}$$

Eine Reihe von Restriktionen ist notwendig, um alle Wechsel zu erfassen. Für einen Wechsel des Schichtmodells sind dies die Folgenden:

$$-\sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} + \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WSM}$$

$$\text{mit } -Y_{sm}^{SM_Anf} + \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_1^{WSM} \text{ für } wo = 1 \quad (6.20)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}.$$

Die Menge (6.20) sorgt dafür, dass die Binärvariable \mathbf{q}_{wo}^{WSM} gleich 1 ist, wenn das

Schichtmodell zwischen Woche wo und $wo - 1$ gewechselt wird.

$$\sum_{l=1}^{WSM-1} \mathbf{q}_{wo+l}^{WSM} \leq 1 \quad \forall wo \in \overline{WO} \text{ und } wo < WO - 1 - WSM \quad (6.21)$$

Die Ungleichungen (6.21) erzwingen für gültige Lösungen, dass mindestens WSM viele Wochen zwischen einem Schichtmodellwechsel liegen.

Um einen Wechsel der Schichtgruppe zu erfassen und gleichzeitig festzustellen, ob es sich dabei um einen Aufbau oder Abbau einer Schichtgruppe handelt, sind vier Restriktionsmengen notwendig.

$$\begin{aligned} & - \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \\ & + \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WSG1-Ab} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.22) \\ \text{mit} \quad & \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{0,sm,tz,pb,ko}^{WK} = Y^{SM1-Anf} \text{ für } wo = 1 \end{aligned}$$

Die Menge (6.22) sorgt dafür, dass die Binärvariable $\mathbf{q}_{wo}^{WSG1-Ab}$ gleich 1 ist, wenn zwischen Woche wo und $wo - 1$ von einem Zwei- oder Dreischichtmodell auf ein Einschichtmodell gewechselt wird. Es ist zu beachten, dass in der ersten Summe nur über die Anzahl der Einschichtmodelle aggregiert wird. In der ersten Periode wird zudem die Summe der Woche 0 durch den Parameter $Y^{SM1-Anf}$ ersetzt.

$$\begin{aligned} & - \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \\ & + \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WSG1-Auf} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.23) \\ \text{mit} \quad & \sum_{sm \in \overline{SM}_1} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{0,sm,tz,pb,ko}^{WK} = Y^{SM1-Anf} \text{ für } wo = 1 \end{aligned}$$

Die Restriktionsmenge (6.23) sorgt dafür, dass die Binärvariable $\mathbf{q}_{wo}^{WSG1-Auf}$ gleich 1 ist, wenn zwischen Woche wo und $wo - 1$ von einem Einschichtmodell auf ein Zwei- oder Dreischichtmodell gewechselt wird. Auch hier wird nur über die Anzahl der Einschichtmodelle aggregiert, der Wochenindex kehrt sich im Vergleich zur vorherigen Restriktion um. Die beiden Restriktionsmengen für die Wechsel in

Dreischichtmodelle werden analog zu den ersten beiden gebildet.

$$\begin{aligned}
& - \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \\
& + \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Auf} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.24)
\end{aligned}$$

$$\text{mit } \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{nTZ} \sum_{pb=1}^{nPB} \sum_{ko=1}^{nKO} \mathbf{y}_{0,sm,tz,pb,ko}^{WK} = Y^{SM3_Auf} \text{ f\"ur } wo = 1$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \\
& + \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Ab} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.25)
\end{aligned}$$

$$\text{mit } \sum_{sm \in \overline{SM}_3} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \sum_{ko=1}^{KO} \mathbf{y}_{0,sm,tz,pb,ko}^{WK} = Y^{SM3_Ab} \text{ f\"ur } wo = 1$$

In den Restriktionsmengen (6.24) und (6.25) wird über die Dreischichtmodelle iteriert und festgestellt, ob ein Wechsel zu einem Dreischichtmodell oder von einem Dreischichtmodell weg zwischen Woche wo und $wo - 1$ stattfindet. Die Restriktionen für den Ab- und Aufbau von Zweischichtmodellen sind nicht notwendig, da dies implizit durch die Modellierung der vier anderen Restriktionen für einen Schichtgruppenwechsel geschieht. Findet beispielsweise von Woche drei auf vier ein Wechsel von einem Dreischichtmodell auf ein Einschichtmodell statt, dann werden die Variablen wie folgt belegt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}_4^{WSG1_Auf} &= 0 & \mathbf{q}_4^{WSG1_Ab} &= 1 \\
\mathbf{q}_4^{WSG3_Auf} &= 0 & \mathbf{q}_4^{WSG3_Ab} &= 1
\end{aligned}$$

Insgesamt werden so also zwei Variablen auf 1 gesetzt, dies entspricht in dem Beispiel der Anzahl der abgebauten Schichtgruppen.

6.3.2 Taktzeitwechsel

Ist die Taktzeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Perioden unterschiedlich, so liegt ein Taktzeitwechsel vor.⁸

Um die Taktzeitwechsel richtig erfassen zu können, sind weitere Parameter notwendig. Die Anzahl der möglichen Wechsel ist oftmals eingeschränkt. Analog zur

⁸Bei Veränderung der Taktzeit im einstelligen Sekundenbereich ist es möglich, dass keine Veränderungen am Fließband anfallen. In diesem Fall liegt kein Taktzeitwechsel im Sinne dieses Modells vor.

Schichtmodellwechsel-Modellierung in Abschnitt 6.3.2 ist es möglich einen Anfangszustand zu definieren. Das heißt, eine Taktzeit, welche in der Woche vor Beginn des Planungszeitraums vorliegt.

$$\begin{aligned}
 WTZ &:= \text{Mindestzeitraum, welcher zwischen zwei Taktzeitwechseln liegen muss.} \\
 Y_{tz}^{Anf-TZ} &:= \text{Binärer Parameter, der 1 ist, falls zu Beginn des Planungszeitraums Taktzeit } tz \text{ als Anfangszustand vorliegt, sonst 0.} \\
 WTZ \in \mathbb{Z}^+, Y_{tz}^{Anf-TZ} \in \overline{TZ}
 \end{aligned}$$

Zur Modellierung wird eine Entscheidungsvariable benötigt, die einen eventuellen Taktzeitwechsel zu Beginn einer Periode abbildet.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}_{wo}^{WTZ} &:= \text{Binärvariable, welche 1 ist, falls am Beginn von Woche } wo \text{ ein Wechsel der Taktzeit stattfindet, sonst 0.} \\
 \mathbf{q}_{wo}^{WTZ} &\in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

Um einen generellen Wechsel einer Taktzeit zu erfassen, sind die folgenden Mengen von Restriktionen nötig:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko}^{WK} + \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_{wo}^{WTZ} \\
 \text{mit } & - Y_{tz}^{TZ-Anf} + \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{1,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq \mathbf{q}_1^{WTZ} \text{ für } wo = 1 \\
 & \forall wo \in \overline{WO}, \forall tz \in \overline{TZ}.
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Die Ungleichungen (6.26) zwingen die \mathbf{q}_{wo}^{WTZ} -Variable im Falle eines Taktzeitwechsels auf eins. Zur Beschränkung der Zeit zwischen zwei Taktzeitwechseln werden weitere Restriktionen benötigt:

$$\sum_{l=1}^{WTZ-1} \mathbf{q}_{wo+l}^{WTZ} \leq 1 \quad \forall wo \in \overline{WO} \text{ und } wo < WO - 1 - WTZ. \tag{6.27}$$

Die Restriktionsmenge (6.27) sorgt dafür, dass zwischen \mathbf{q}^{WTZ} -Variablen, welche den Wert 1 haben, jeweils mindestens WTZ Planungswochen liegen.

6.3.3 Konfigurations- und Plattformbelegungswechsel

Bei Veränderung der Konfiguration im Gewerk Oberfläche bzw. der Plattformbelegung im Gewerk Rohbau müssen diese vom Modell berücksichtigt werden, weil sie in die Zielfunktion einfließen. Da die Wechselrestriktionen von der Struktur gleich sind, wird an dieser Stelle nur der Konfigurationswechsel erläutert.

Die Betrachtung der Konfigurationswechsel erfordert, dass als Parameter ein Ausgangszustand bekannt ist.

$$Y_{ko}^{KO-Anf} := \text{Binärer Parameter welcher 1 ist, falls vor Beginn des Planungszeitraums Konfiguration } ko \text{ als Anfangszustand ausgewählt ist, sonst 0.}$$

$$Y_{ko}^{KO-Anf} \in \{0, 1\}$$

Da im Sinne einer späteren Kostenbetrachtung wichtig ist, von welcher Konfiguration in welche Konfiguration gewechselt wurde, werden entsprechende Entscheidungsvariablen benötigt.

$$\mathbf{q}_{wo,ko_1,ko_2}^{WKO} := \text{Binärvariable, welche 1 ist, falls am Anfang von Woche } wo \text{ ein Wechsel von Konfiguration } ko_1 \text{ zu Konfiguration } ko_2 \text{ stattfindet, sonst 0 } (ko_1 \neq ko_2).$$

$$\mathbf{q}_{wo,ko_1,ko_2}^{WKO} \in \{0, 1\}$$

Um die Wechsel korrekt zu erfassen, ist eine Restriktionsgruppe notwendig.

$$\sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo-1,sm,tz,pb,ko_1}^{WK} + \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko_2}^{WK} \leq 1 + \mathbf{q}_{wo,ko_1,ko_2}^{WKO}$$

$$\text{mit } -Y_{ko_1}^{KO-Anf} + \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko_2}^{WK} \leq 1 + \mathbf{q}_1^{WKO} \text{ für } wo = 1$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall ko_1, ko_2 \in \overline{KO}, ko_1 \neq ko_2. \tag{6.28}$$

Die Restriktionsgruppe (6.28) stellt sicher, dass bei einem Wechsel der Konfiguration die entsprechende $\mathbf{q}_{wo,ko_1,ko_2}^{WKO}$ -Variable auf 1 gesetzt wird.

6.3.4 Kosten und Zielfunktion

Es entstehen jeweils fixe Kosten für den Wechsel eines Schichtmodells oder einer Schichtgruppe. Selbiges gilt für Taktzeitwechsel und Wechsel in der Konfiguration. Die Plattformbelegungswechsel werden wie in Abschnitt 6.3.3 erläutert, nicht angegeben.

$$K^{WSM} := \text{Kosten für den Wechsel des Schichtmodells.}$$

$$K^{WSG_Auf} := \text{Kosten für den Aufbau einer Schichtgruppe.}$$

$$K^{WSG_Ab} := \text{Kosten für den Abbau einer Schichtgruppe.}$$

$$K^{WTZ} := \text{Fixe Kosten für einen Taktzeitwechsel.}$$

$$K_{ko_1,ko_2}^{WKO} := \text{Fixe Kosten bei einem Wechsel von Konfiguration } ko_1 \text{ zu Konfiguration } ko_2.$$

$$K^{WSM}, K^{WSG_Auf}, K^{WSG_Ab}, K^{WTZ}, K_{ko_1,ko_2}^{WKO} \in \mathbb{R}^+$$

Es ergibt sich die folgende Zielfunktion der Kapazitätswechselplanung in der Produktion:

$$\begin{aligned}
\min \mathbf{z}^{pw} = & \min \sum_{wo=1}^{WO} (K^{WSM} \cdot \mathbf{q}_{wo}^{WSM}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} (K^{WTZ} \cdot \mathbf{q}_{wo}^{WTZ}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{ko_1=1}^{KO} \sum_{ko_2 \neq ko_1}^{KO} (K_{ko_1, ko_2}^{WKO} \cdot \mathbf{q}_{wo, ko_1, ko_2}^{WKO}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} (K^{WSG_Auf} \cdot (\mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Auf} + \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Auf})) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} (K^{WSG_Ab} \cdot (\mathbf{q}_{wo}^{WSG1_Ab} + \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Ab})).
\end{aligned} \tag{6.29}$$

Die Zielfunktion der Kapazitätswechselplanung wird mit der Zielfunktion der Produktionskapazitätsplanung zu einer Gesamt-Zielfunktion verknüpft.

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}^p + \mathbf{z}^{pw} \tag{6.30}$$

6.4 Modell zur Personalkapazitätsplanung

Das Modell zur Personalkapazitätsplanung hat die Aufgabe, die optimale Anzahl an Stamm- und Zeitarbeitskräften für jede Woche zu ermitteln. Der Bedarf an Arbeitskräften lässt sich direkt aus der bereitgestellten Produktionskapazität ableiten.

6.4.1 Arbeitskräftebedarf

In Abschnitt 2.3.5 erfolgt eine genaue Erläuterung der Berechnung des Arbeitskräftebedarfs. Dort wird auch in Abbildung 2.10 eine schematische Darstellung gegeben. Aufbauend auf dem Arbeitskräftebedarf einer Linie wird der Bruttobedarf an Arbeitskräften errechnet. Die vorgestellte Berechnung des Arbeitskräftebedarfs ist exemplarisch, kann jedoch beliebig angepasst werden für alle Fälle, in denen sich einer Kombination von Flexibilitätsinstrumenten ein fester Arbeitskräftebedarf zuordnen lässt.

Die Berechnung der Nettoarbeitskräfte erfolgt aus einer Reihe von Parametern.

$A_{wo, sm, tz, ko, pb}^{Linie}$:= Grundbedarf an Arbeitskräften in Woche wo bei Schichtmodell sm mit Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb .

$$\begin{aligned}
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{GMK} &:= \text{Grundbedarf an Gemeinkosten-Arbeitskräften in Woche } wo \\
&\text{ bei Schichtmodell } sm \text{ mit Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und} \\
&\text{ Plattformbelegung } pb. \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{GMK} &:= A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Linie} \cdot Anteil_{wo}^{GMK} + Einmalbedarf_{wo}^{GMK} \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} &:= \text{Nettobedarf an Arbeitskräften in Woche } wo \text{ bei Schichtmodell} \\
&\text{ } sm \text{ mit Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und Plattformbelegung} \\
&\text{ } pb. \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} &:= A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Linie} + A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{GMK} \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Linie}, A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{GMK}, A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Die Linienarbeitskräfte werden durch den Parameter A^{Linie} erfasst. Der Wert enthält auch die Anzahl der benötigten Pausenablöser. Die Anzahl der Gemeinkosten-Arbeitskräfte A^{GMK} kann mittels eines Zuschlags- bzw. Anteilssatzes aus A^{Linie} errechnet werden oder als absoluter Einmalbedarf pro Woche angegeben werden. Der Nettobedarf an Arbeitskräften ergibt sich als Summe des Bedarfs an Linienarbeitskräften A^{Linie} und der Gemeinkosten-Arbeitskräfte A^{GMK} .⁹

Aufbauend auf dem Bedarf an Nettoarbeitskräften wird der Bedarf an Bruttoarbeitskräften bestimmt.

$$\begin{aligned}
A_{wo}^{Fehl} &:= \text{Anteil an den gesamten Arbeitskräften, die durch Krankheit} \\
&\text{ und Urlaub in Woche } wo \text{ an keinem Tag anwesend sind.} \\
A_{wo,sm}^{FSV} &:= \text{Anteil an den gesamten Arbeitskräften, die durch individuelle} \\
&\text{ Freischichten in Schichtmodell } sm \text{ und Woche } wo \text{ ggf. nicht} \\
&\text{ anwesend sind.} \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{brutto} &:= \text{Bruttobedarf an Arbeitskräften in Woche } wo \text{ bei Schichtmo-} \\
&\text{ dell } sm \text{ mit Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und Plattformbele-} \\
&\text{ gung } pb. \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{brutto} &:= \left[A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}} \right] \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{brutto} \in \mathbb{R}^+ &\quad A_{wo}^{Fehl}, A_{wo,sm}^{FSV} \in \mathbb{R}^+ \cap [0, 1)
\end{aligned}$$

Diese Bestimmung erfolgt aus dem Nettobedarf A^{netto} unter Berücksichtigung der Fehlzeiten durch Krankheit und Urlaub im Parameter A^{Fehl} und durch den Freischichtvorhalt A^{FSV} . Der resultierende Wert wird aufgerundet. Außerdem gilt es, Ober- und Untergrenzen bei den Stammarbeitskräften und den temporären Arbeitskräften zu berücksichtigen.

$$\begin{aligned}
AKS_{wo}^{OG} &:= \text{Maximale Anzahl Stammarbeitskräfte in Woche } wo. \\
AKS_{wo}^{UG} &:= \text{Minimale Anzahl Stammarbeitskräfte in Woche } wo. \\
AKT_{wo}^{OG} &:= \text{Maximale Anzahl Zeitarbeitskräfte in Woche } wo. \\
AKT_{wo}^{UG} &:= \text{Minimale Anzahl Zeitarbeitskräfte in Woche } wo. \\
AKS_{wo}^{OG}, AKS_{wo}^{UG}, AKT_{wo}^{OG}, AKT_{wo}^{UG} &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Abschließend gibt es Parameter für das Verhältnis zwischen Stamm- und Zeitarbeitskräften und einen aggregierten Wochenbedarf.

⁹Die Beschreibung der unterschiedlichen Arbeitskräftetypen erfolgt in Abs. 2.3.1 auf S. 16.

$$\begin{aligned}
ATA_{wo} &:= \text{Maximaler Anteil an Zeitarbeitskräften in Woche } wo. \\
A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Sum} &:= \text{Aggregierter Bruttobedarf an Arbeitskräften über alle Schichten einer Schichtgruppe in Woche } wo \text{ bei Schichtmodell } sm \\
&\quad \text{mit Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und Plattformbelegung } pb. \\
ATA_{wo} \in \mathbb{R}^+ \cap [0, 1] \quad &A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Sum} \in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Multipliziert man den Brutto-Arbeitskräftebedarf mit der Anzahl der Arbeitstage einer Woche erhält man den über alle Schichten einer Schichtgruppe aggregierten Wochenbedarf A^{Sum} an Arbeitskräften bzw. Manntagen. Dieser Wert fließt in die Berechnung der variablen Kosten ein, die pro Schicht und Arbeitskraft anfallen.

Es werden eine Reihe von Buchhaltervariablen sowie Variablen für die Entscheidung der eingestellten Arbeitskräfte benötigt.

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_{wo}^{bb} &:= \text{Buchhaltervariable für den Bruttobedarf an Arbeitskräften in Woche } wo. \\
\mathbf{a}_{wo}^{gmk} &:= \text{Buchhaltervariable für den Bedarf an Gemeinkosten-Arbeitskräften in Woche } wo. \\
\mathbf{a}_{wo}^{sum} &:= \text{Buchhaltervariable für die Anzahl der aggregierten Arbeitskräfte einer Schichtgruppe in Woche } wo. \\
\mathbf{a}_{wo}^{st} &:= \text{Anzahl Stammarbeitskräfte in Woche } wo \\
&\quad (\mathbf{a}_0^{st} = \text{Anfangsbestand}). \\
\mathbf{a}_{wo}^{tmp} &:= \text{Anzahl Zeitarbeitskräfte in Woche } wo \\
&\quad (\mathbf{a}_0^{tmp} = \text{Anfangsbestand}). \\
\mathbf{a}_{wo}^{gmk}, \mathbf{a}_{wo}^{bb}, \mathbf{a}_{wo}^{sum}, \mathbf{a}_{wo}^{st}, \mathbf{a}_{wo}^{tmp} &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Eine Reihe von Restriktionen bestimmen die Buchhaltervariablen.

$$\mathbf{a}_{wo}^{gmk} = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{GMK} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.31)$$

$$\mathbf{a}_{wo}^{bb} = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Brutto} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.32)$$

$$\mathbf{a}_{wo}^{sum} = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Sum} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.33)$$

Jeweils unter Berücksichtigung der Restriktion (6.1) werden die unterschiedlichen Variablen erfasst. Dabei gibt es unterschiedliche Restriktionsmengen für die Gemeinkosten-Arbeitskräfte (6.31), den Bruttobedarf an Arbeitskräften (6.32) sowie dem aufsummierten Arbeitskräftebedarf in Manntagen (6.33) über die Woche. Abschließend müssen Restriktionen zum Modell hinzugefügt werden, welche die Befriedigung des Arbeitskräftebedarfs sicherstellen sowie Ober- und Unter-

grenzen auf Entscheidungsvariablen modellieren.

$$\mathbf{a}_{wo}^{gmk} \leq \mathbf{a}_{wo}^{st} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.34)$$

$$\mathbf{a}_{wo}^{bb} \leq \mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.35)$$

$$\mathbf{a}_{wo}^{tmp} \leq ATA_{wo} \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.36)$$

$$AKT_{wo}^{UG} \leq \mathbf{a}_{wo}^{tmp} \leq AKT_{wo}^{OG} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.37)$$

$$AKS_{wo}^{UG} \leq \mathbf{a}_{wo}^{st} \leq AKS_{wo}^{OG} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.38)$$

Die Ungleichung (6.34) bildet ab, dass die Gemeinkostenarbeitskräfte sich nur aus den Stammarbeitskräften rekrutieren. Die Menge (6.35) modelliert, dass der Bruttobedarf von den Stammarbeitskräften und temporären Arbeitskräften gedeckt wird. Die Restriktionsmenge (6.36) trägt Sorge, dass der Anteil temporärer Arbeitskräfte einen maximalen Wert nicht übersteigt. Die Mengen (6.37) und (6.38) bilden Ober- und Untergrenzen auf der Gruppe der temporären Arbeitskräfte bzw. der Stammarbeitskräfte ab.

6.4.2 Schichtzuschlag

Bei der Modellierung der Schichtzuschläge spielt der Lohn pro Stunde eine Rolle. Es ist daher notwendig, die Arbeitszeiten in das Modell einzubeziehen.

Es wird eine Reihe von Parametern benötigt, um die Arbeitszeit korrekt erfassen zu können.

$Z_{wo,tg,st,sm}$:= Bezahlte Anwesenheitszeit in wo am Tag tg in Schicht st bei Schichtmodell sm .

$Z_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}^{Sum}$:= Summierte bezahlte Anwesenheitszeit aller Arbeitskräfte in Woche wo am Tag tg in Schicht st bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb .

$SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}$:= Schichtzuschlagsstunden für Schichttyp st am Tag tg in Woche wo bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb .

$SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}$:= $Z_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}^{sum} \cdot \text{Schichtzuschlagssatz}_{st,sm}$

$ATGMK_{wo}$:= Durchschnittlicher Anteil der Gemeinkosten-Arbeitskräfte an den Brutto-Arbeitskräften in Woche wo .

$Z_{wo,tg,st,sm}, Z_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}^{Sum}, SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} \in \mathbb{R}^+ \quad ATGMK_{wo} \in \mathbb{R}^+ \cap [0, 1]$

Die bezahlte Anwesenheitszeit Z ist die Differenz zwischen Schichtende und Schichtbeginn ohne die unbezahlten Pausen. Multipliziert man diese mit der Anzahl der Nettoarbeitskräfte A^{netto} , erhält man die summierte bezahlte Anwesenheitszeit Z^{Sum} aller Arbeitskräfte. Die Kostenberechnung der Schichtzuschläge pro Schicht erfolgt mit Hilfe des Parameters $SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}$. Da die Stundenlöhne

der Gemeinkosten-Arbeitskräfte sich von denen der Linien-Arbeitskräfte unterscheiden, ist es für die Bildung der Zielfunktion wichtig, den Anteil der Gemeinkosten-Arbeitskräfte an den Brutto-Arbeitskräften zu kennen. Dieser Anteil wird im Modell approximativ durch einen Durchschnittswert über alle Schichtmodelle, Taktzeiten, Konfigurationen und Plattformbelegungen bestimmt.

Zur Ermittlung des Schichtzuschlags werden Entscheidungsvariablen benötigt, welche die Unterscheidung zwischen theoretischem und realem Zuschlag machen.

$$\begin{aligned} \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t &:= \text{Theoretische Stunden für den Schichtzuschlag in} \\ &\quad \text{Woche } wo \text{ am Tag } tg \text{ in Schicht } st. \\ \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r &:= \text{Reale Stunden für den Schichtzuschlag in Woche} \\ &\quad \text{} wo \text{ am Tag } tg \text{ in Schicht } st. \\ \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t, \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r &\in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Die folgende Restriktionsmenge legt die theoretischen Schichtzuschlagsstunden für eine Schicht fest.

$$\begin{aligned} \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t &= \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \\ \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST} \end{aligned} \quad (6.39)$$

Unter Berücksichtigung der Restriktionsmenge (6.1) zur Auswahl der Wochenkombination legen die Gleichungen (6.39) fest, welchen Wert $\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t$ annimmt. Darüber hinaus ist eine Reihe von Restriktionen zur Bestimmung von $\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r$ erforderlich.

$$\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r \leq \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t \quad (6.40)$$

$$\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r \leq M \cdot \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \quad (6.41)$$

$$\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r - \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t + (1 - \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S) \cdot M \geq 0 \quad (6.42)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

Die Ungleichungsmengen (6.40) bis (6.42) modellieren folgenden Sachverhalt¹⁰

$$\mathbf{sz}_{wo,tg,st}^r = \begin{cases} \mathbf{sz}_{wo,tg,st}^t & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 1 \\ 0 & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 0. \end{cases}$$

6.4.3 Kosten und Zielfunktion

In der Arbeitskräftekapazitätsplanung fallen in erster Linie Lohn- und Gehaltskosten an. Für diese werden die folgenden Kostensätze definiert. Darüber hinaus müssen Kosten pro eingeplanter Arbeitskraft sowie Stundenlöhne für die Schichtzuschläge berücksichtigt werden.

¹⁰ M sollte in diesem Fall als $\max(SZ_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb})$ gewählt werden.

- K_{Gehalt}^{Linie} := Gehalt einer Linien-Stammarbeitskraft pro Woche.
 K_{Gehalt}^{GMK} := Gehalt einer Gemeinkosten-Arbeitskraft pro Woche.
 K_{Gehalt}^{Tmp} := Gehalt einer Zeitarbeitskraft pro Woche.
 $K_{Schicht}^{AK}$:= Kosten pro genutzter Schicht und Arbeitskraft.
 $K_{Stdlohn}^{Linie}$:= Stundenlohn einer Linien-Arbeitskraft pro Woche.
 $K_{Stdlohn}^{GMK}$:= Stundenlohn einer Gemeinkosten-Arbeitskraft pro Woche.
 $K_{Stdlohn}^{Tmp}$:= Stundenlohn einer Zeitarbeitskraft pro Woche.
 $K_{Gehalt}^{Linie}, K_{Gehalt}^{GMK}, K_{Gehalt}^{Tmp}, K_{Schicht}^{AK}, K_{Stdlohn}^{Linie}, K_{Stdlohn}^{GMK}, K_{Stdlohn}^{Tmp} \in \mathbb{R}^+$

Damit ergibt sich folgende Zielfunktion der Arbeitskräftekapazitätsplanung. Zur Unterscheidung der einzelnen Mitarbeiterklassen im Bereich der Schichtzuschläge werden als Näherungswerte die jeweiligen Grenzwerte angenommen.

$$\begin{aligned}
\min \mathbf{z}^a = & \min \sum_{wo=1}^{WO} (K_{Gehalt}^{Linie} \cdot \mathbf{a}_{wo}^{st}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} ((K_{Gehalt}^{GMK} - K_{Gehalt}^{Linie}) \cdot \mathbf{a}_{wo}^{gmk}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} (K_{Gehalt}^{Tmp} \cdot \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} (K_{Schicht}^{AK} \cdot \mathbf{a}_{wo}^{sum}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \left(K_{Stdlohn}^{Linie} \cdot (1 - ATA_{wo}) \right. \\
& \quad \left. \cdot (1 - AGMK_{wo}) \cdot \mathbf{sz}_{wo,tg,st} \right) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} (K_{Stdlohn}^{GMK} \cdot AGMK_{wo} \cdot \mathbf{sz}_{wo,tg,st}) \\
& + \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} (K_{Stdlohn}^{GMK} \cdot ATA_{wo} \cdot \mathbf{sz}_{wo,tg,st})
\end{aligned} \tag{6.43}$$

Im integrierten Modell wird die Zielfunktion der Personalkapazitätsplanung mit den Zielfunktionen der Produktionskapazitätsplanung und Kapazitätswechselplanung zu einer Gesamt-Zielfunktion zusammengefasst.

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}^p + \mathbf{z}^{pw} + \mathbf{z}^a \tag{6.44}$$

6.5 Modell zur Wechselplanung der Personalkapazität

Wechsel in der Personalkapazität entstehen durch den Auf- bzw. Abbau an Belegschaft. Konkret heißt das, in jeder Woche können Arbeitskräfte eingestellt oder entlassen werden. Zum einen ist dies mit Kosten verbunden, zum anderen wird die Mitarbeiterfluktuation durch Restriktionen eingeschränkt.

6.5.1 Einstellungen und Entlassungen

Die Anzahl der Mitarbeiter kann durch Einstellungen und Entlassungen beeinflusst werden. Dieser Vorgang ist allerdings nicht beliebig durchführbar, sondern unterliegt klaren Grenzen.

Der Anfangsbestand an Stamm- und Zeitarbeitskräften wurde bereits in Abschnitt 6.4.1 deklariert. Darüber hinaus können pro Woche nicht beliebig viele Stamm- oder Zeitarbeitskräfte eingestellt oder entlassen werden. Es werden daher folgende Maximalwerte als Parameter definiert.

AKS_{wo}^{ein} := Maximale Anzahl Stammarbeitskräfte, die zur Woche wo eingestellt werden dürfen.

AKS_{wo}^{aus} := Maximale Anzahl Stammarbeitskräfte, die zur Woche wo entlassen werden dürfen.

AKT_{wo}^{ein} := Maximale Anzahl Zeitarbeitskräfte, die zur Woche wo eingestellt werden dürfen.

AKT_{wo}^{aus} := Maximale Anzahl Zeitarbeitskräfte, die zur Woche wo entlassen werden dürfen.

$AKS_{wo}^{ein}, AKS_{wo}^{aus}, AKT_{wo}^{ein}, AKT_{wo}^{aus} \in \mathbb{N}^+$

Die folgenden Variablenmengen bilden die Anzahl der real zu einer Woche eingestellten oder entlassenen Arbeitskräfte ab.

$\mathbf{a_ein}_{wo}^{st}$:= Anzahl der Stammarbeitskräfte, die zur Woche wo eingestellt werden.

$\mathbf{a_aus}_{wo}^{st}$:= Anzahl der Stammarbeitskräfte, die zur Woche wo entlassen werden.

$\mathbf{a_ein}_{wo}^{tmp}$:= Anzahl der Zeitarbeitskräfte, die zur Woche wo eingestellt werden.

$\mathbf{a_aus}_{wo}^{tmp}$:= Anzahl der Zeitarbeitskräfte, die zur Woche wo entlassen werden.

$\mathbf{a_ein}_{wo}^{st}, \mathbf{a_aus}_{wo}^{st}, \mathbf{a_ein}_{wo}^{tmp}, \mathbf{a_aus}_{wo}^{tmp} \in \mathbb{R}^+$

Die folgenden Restriktionsmengen begrenzen die Anzahl der Einstellungen und Entlassungen pro Woche.

$$\mathbf{a_ein}_{wo}^{tmp} \leq AKT_{wo}^{ein} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.45)$$

$$\mathbf{a_aus}_{wo}^{tmp} \leq AKT_{wo}^{aus} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.46)$$

$$\mathbf{a_ein}_{wo}^{st} \leq AKS_{wo}^{ein} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.47)$$

$$\mathbf{a_aus}_{wo}^{st} \leq AKS_{wo}^{aus} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.48)$$

Die Restriktionsmengen (6.45) und (6.46) bilden die Schranken auf den temporären Arbeitskräften ab, die Ungleichungen (6.47) und (6.48) funktionieren analog für die Stammarbeitskräfte. Unter Berücksichtigung der Schranken können die

Arbeitskräftebilanzgleichungen über den Wochenverlauf hinweg aufgestellt werden.

$$\mathbf{a}_{wo}^{tmp} = \mathbf{a}_{wo-1}^{tmp} + \mathbf{a_ein}_{wo}^{tmp} - \mathbf{a_aus}_{wo}^{tmp} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.49)$$

$$\mathbf{a}_{wo}^{st} = \mathbf{a}_{wo-1}^{st} + \mathbf{a_ein}_{wo}^{st} - \mathbf{a_aus}_{wo}^{st} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.50)$$

Die Gleichungen (6.49) stellen die Bilanz der temporären Arbeitskräfte dar, (6.50) modellieren den Sachverhalt für die Stammarbeitskräfte.

6.5.2 Kosten und Zielfunktion

Es fallen zusätzliche Kosten für die Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften an. Dabei werden folgende Kostensätze zugrunde gelegt.

$$\begin{aligned} K_{Wechsel}^{tmp_ein} &:= \text{Kosten für die Einstellung einer temporären Arbeitskraft.} \\ K_{Wechsel}^{tmp_aus} &:= \text{Kosten für die Entlassung einer temporären Arbeitskraft.} \\ K_{Wechsel}^{st_ein} &:= \text{Kosten für die Einstellung einer Stammarbeitskraft.} \\ K_{Wechsel}^{st_aus} &:= \text{Kosten für die Entlassung einer Stammarbeitskraft.} \\ K_{Wechsel}^{tmp_ein}, K_{Wechsel}^{tmp_aus}, K_{Wechsel}^{st_ein}, K_{Wechsel}^{st_aus} &\in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Zielfunktion der Wechselplanung der Arbeitskräftekapazität.

$$\begin{aligned} \min \mathbf{z}^{aw} = & \sum_{wo=1}^{WO} K_{Wechsel}^{tmp_ein} \cdot \mathbf{a_ein}_{wo}^{tmp} + \sum_{wo=1}^{WO} K_{Wechsel}^{tmp_aus} \cdot \mathbf{a_aus}_{wo}^{tmp} \\ & + \sum_{wo=1}^{WO} K_{Wechsel}^{st_ein} \cdot \mathbf{a_ein}_{wo}^{st} + \sum_{wo=1}^{WO} K_{Wechsel}^{st_aus} \cdot \mathbf{a_aus}_{wo}^{st} \end{aligned} \quad (6.51)$$

Im Gesamtmodell wird der Wert mit den Zielfunktionen der Produktionskapazitätsplanung, der Kapazitätswechselplanung und der Personalkapazitätsplanung zu einer Gesamt-Zielfunktion zusammengefasst.

$$\min \mathbf{z} = \mathbf{z}^p + \mathbf{z}^{pw} + \mathbf{z}^a + \mathbf{z}^{aw} \quad (6.52)$$

6.6 Modell zur Arbeitszeitkontoplanung

Für eine korrekte Arbeitskräftebedarfsplanung müssen Arbeitszeitkonten im Modell berücksichtigt werden. Andernfalls können wichtige betriebliche Bestimmungen hinsichtlich der aggregierten Arbeitszeit über den Zeitverlauf nicht eingehalten werden. In diesem Abschnitt werden insgesamt drei verschiedene Formulierungen zur Modellierung der Arbeitszeitkonten vorgestellt und diskutiert. Einige Stellen nehmen Bezug auf die im Rahmen der Personalkapazitätsplanung in Abschnitt 6.4 definierten Variablen. Die Formulierung 1 ist hinsichtlich der Genauigkeit der Abbildung die genaueste aller Formulierungen und wird in Abschnitt

6.6.2 ausführlich betrachtet. In den Abschnitten 6.6.3 und 6.6.4 werden zwei alternative Formulierungen vorgestellt, die auf vereinfachten Annahmen beruhen. Sie stellen einen Kompromiss zwischen der Komplexität bzw. Größe des resultierenden Modells und der Genauigkeit dar. Insbesondere die Formulierung 3 stellt für diverse Problemstellungen eine gute Alternative dar.

6.6.1 Problematik der aggregierten Arbeitszeitkontoplanung

In der Arbeitskräftekapazitätsplanung wird der Arbeitskräftebedarf wochenweise ermittelt.¹¹ Für die Berücksichtigung des Arbeitszeitkontos erfolgt daher ebenfalls eine aggregierte Sicht in Form einer Durchschnittsbetrachtung. Wird die durchschnittliche Betrachtung als nicht zielführend angesehen, kann auf Formulierung 3 in Abschnitt 6.6.4 ausgewichen werden.

Hinsichtlich der Modellierung des Arbeitszeitkontos über einen Durchschnittswert werden gewisse Annahmen getroffen. Die Arbeitszeit ist gleichmäßig unter allen Arbeitskräften verteilt. Abbildung 6.3 zeigt, dass in jeder Periode die durchschnittliche Veränderung des Arbeitszeitkontos (verteilt auf alle Mitarbeiter) bestimmt werden muss, um beispielsweise Veränderungen des Arbeitszeitkontos durch eine Schichtabsage zu berücksichtigen.

Die Berechnung der durchschnittlichen Arbeitszeit \mathbf{z}^{avg} ist problematisch, denn ihr liegt das Verhältnis zwischen der realen summierten bezahlten Arbeitszeit \mathbf{z}^{r-sum} und den aktuell beschäftigten Mitarbeitern zugrunde.

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^{avg} = \frac{\mathbf{z}_{wo,tg,st}^{r-sum}}{\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}}$$

Dieser Quotient enthält zwei Entscheidungsvariablen, ist nichtlinear und darüber hinaus nicht separabel. Er kann in dieser Form nicht in das lineare Modell integriert werden. Eine nichtlineare Formulierung hätte allerdings Nachteile bezüglich der Lösungszeiten und der Lösungsqualität. Es muss daher eine Formulierung gefunden werden, die die durchschnittliche Arbeitszeit in geeigneter Form linearisiert.

Die summierte Arbeitszeit \mathbf{z}^{r-sum} hängt von dem ausgewählten Schichtmodell und von eventuellen Schichtabsagen ab. Die Arbeitszeit kann daher ohne große Schwierigkeiten auch über die Parameter Z oder Z^{Sum} modelliert werden. Die Schwierigkeit der aggregierten Arbeitszeitkontoformulierung entsteht durch die korrekte Berücksichtigung der tatsächlich eingestellten Arbeitskräfte $\mathbf{a}^{st} + \mathbf{a}^{tmp}$. In den meisten Fällen entspricht diese Mitarbeiteranzahl dem Bruttobedarf an Arbeitskräften A^{brutto} . Es gibt jedoch drei Fälle, in denen mehr Arbeitskräfte als der Bruttobedarf eingestellt werden:

Kurzfristige Änderungen der Ausbringung

Aus produktionstechnischen Gründen oder bei Anpassung der Arbeitszeit

¹¹vgl. Abs. 6.4, S. 108 ff.

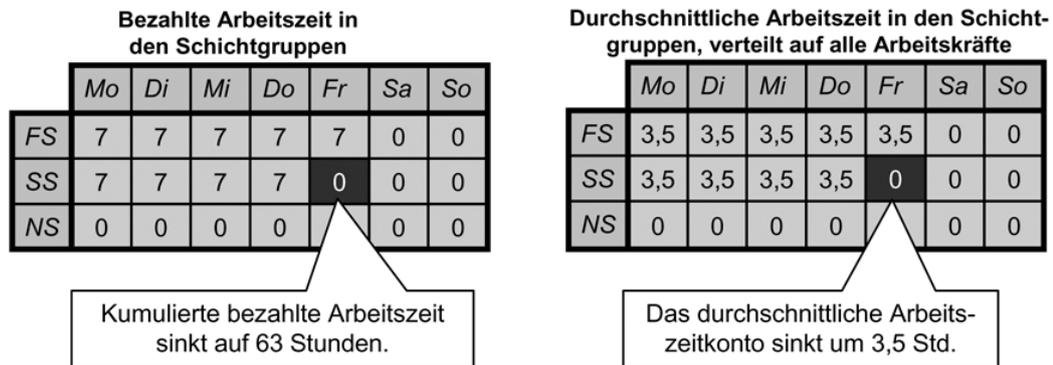


Abbildung 6.3: Auswirkungen einer Schichtabsage auf die durchschnittliche Arbeitszeit

kann es sinnvoll sein, in einzelnen Perioden die Konfiguration bzw. Plattformbelegung, ausgehend von einer Startwoche, in einer Folgewoche zwecks einer geringeren Produktionskapazität zu ändern. Oftmals handelt es sich dabei um einmalige Verringerungen, so dass der Mitarbeiterbestand in diesen Perioden konstant bleibt und ein Teil der Mitarbeiter Freischichten nimmt.

Schichtmodellwechsel

Vor dem Wechsel in ein Schichtmodell mit einer höheren Anzahl an Schichtgruppen muss aufgrund der Einstellungsobergrenzen bereits in den Vorperioden der Mitarbeiterbestand sukzessive erhöht werden. In diesen Perioden sinkt der durchschnittliche Wert des Arbeitszeitkontos, weil alle anwesenden Mitarbeiter entsprechend weniger arbeiten müssen, um den Personalbedarf zu decken.

Arbeitszeitkonto entwickelt sich gegen die Obergrenze

Entwickelt sich das Arbeitszeitkonto gegen seine Obergrenze werden zusätzliche Arbeitskräfte benötigt, um eine Überschreitung der Grenze zu verhindern. Es werden Arbeitskräfte über den Bruttobedarf hinaus eingestellt, welche durch Freischichten den Stand des Arbeitszeitkontos absenken bzw. konstant an der Obergrenze halten.

Dieses Überangebot an Arbeitskräften führt automatisch zur Senkung des durchschnittlichen Arbeitszeitkontos, denn die summierte Arbeitszeit bleibt trotz der Mehreinstellung konstant. Drei weitere Dinge sind bei der Arbeitszeitkontoberechnung zu berücksichtigen:

Entlassungen

Bei sinkendem Personalbestand bleibt der durchschnittliche Arbeitskonto stand unverändert, da die Überstunden der Arbeitskräfte, die das Unternehmen verlassen, ausgezahlt werden bzw. ihre Unterstunden zu Lasten des

	Formulierung 1 gewichteter Durchschnitt	Formulierung 2 ungewichteter Durchschnitt	Formulierung 3 kumulierte Arbeitszeit
Kleinere Konfiguration	✓		✓
Schichtmodellwechsel	✓		✓
Entlassungen	✓	✓	
Einstellungen	✓	✓	✓
Aufrunden Brutto-AK	✓		✓

Tabelle 6.28: Abbildungseigenschaften der Arbeitszeitkonto-Formulierungen

Arbeitgebers verfallen. Im Modell sollten die Entlassungen daher keinen Einfluss auf den Arbeitszeitkontostand haben.

Einstellungen

Bezüglich des Stands des Arbeitszeitkontos haben Einstellungen von Arbeitskräften in einer Woche keinen Einfluss auf das Arbeitszeitkonto. Es wird davon ausgegangen, dass Arbeitskräfte dem durchschnittlichen Arbeitszeitkontostand entsprechen. Dies geschieht vor dem Hintergrund, dass es sonst möglich wäre, in schneller Folge temporäre Arbeitskräfte einzustellen und zu entlassen, um den Stand des Arbeitszeitkontos zu senken.

Aufrunden der Bruttoarbeitskräfte

Die Anzahl der Bruttoarbeitskräfte errechnet sich aus dem Fehlstand und den Nettoarbeitskräften.¹² Falls bei dieser Berechnung fraktionale Werte entstehen, wird nach der Berechnungsvorschrift des Planungswerkzeugs die Anzahl der benötigten Bruttoarbeitskräfte auf den nächsten Wert aufgerundet und senkt damit marginal den Wert der Arbeitszeitkonten.

Die korrekte Berücksichtigung der genannten Situationen ist entscheidend für die Abbildungsgenauigkeit der Modellformulierung für das Arbeitszeitkonto. Tabelle 6.28 fasst diese Anforderungen an die Modellierung zusammen und gibt einen Ausblick darauf, welche der folgenden Arbeitszeitkonto-Formulierungen die entsprechenden Situationen berücksichtigen.

6.6.2 Formulierung 1: Gewichteter Durchschnitt

Die Formulierung 1 versucht, die durchschnittliche Arbeitszeit anhand der Anzahl der eingestellten Arbeitskräfte durch eine lineare Approximation zu berücksichtigen. Die Formulierung sieht vor, dass zahlreiche neue Binärvariablen dem Modell

¹²siehe Abs. 6.4.1, S. 108

hinzugefügt werden und erhöht dadurch dessen Komplexität. Dafür bietet die Formulierung 1 die genaueste Modellierung aller Arbeitszeitkonto-Formulierungen.

6.6.2.1 Lineare Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses

Abschnitt 6.6.1 erklärt, dass eines der entscheidenden Probleme bei der Modellierung der Arbeitszeitkonten die Erfassung des aktuellen Mitarbeiterbestandes ist. Im Besonderen handelt es sich dabei um die Anzahl der Mitarbeiter, die über den Brutto-Arbeitskräftebedarf eingestellt werden. Um dieses Arbeitskräfteverhältnis im Modell abzubilden, wird eine neue Entscheidungsvariable \mathbf{akv} eingeführt, welche die folgende nichtlineare und separable Funktion repräsentiert. Die Variable \mathbf{a} steht dabei für die Gesamtzahl der beschäftigten Arbeitskräfte, das heißt die Summe aus \mathbf{a}^{st} und \mathbf{a}^{tmp} . Die Variable \mathbf{a}^{bb} steht für den Bruttobedarf.¹³

$$\begin{aligned}\mathbf{akv} = f(a) &= 1 - \frac{\mathbf{a}^{bb}}{a} \\ f'(a) &= \frac{\mathbf{a}^{bb}}{a^2}\end{aligned}$$

Die erste Ableitung liefert die Steigung der Funktion in einem Punkt. An einem solchen Punkt lässt sich eine Geradenfunktion als tangentiale Näherung konstruieren. Die Formulierung 1 versucht mit der Hilfe von mehreren Tangenten eine lineare Approximation der Gesamtfunktion zu finden. Die Approximation unter Zuhilfenahme genau einer Tangente weist im Falle einer großen Anzahl von Arbeitskräfte-Einstellungen wie z.B. bei Schichtmodellwechseln eine zu geringe Abbildungsgenauigkeit auf. Abbildung 6.4 skizziert die nichtlineare Funktion sowie die tangentialen Näherungen. Für jede Kombination von Arbeitskräfteverhältnis und Arbeitskräften bei einer bestimmten Kombination der Flexibilitätsinstrumente¹⁴ kann ein Punkt einer tangentialen Näherung betrachtet werden. Um zu entscheiden, bei welcher Mitarbeiteranzahl welche Tangente ausgewählt wird, wird der Wertebereich in Intervalle eingeteilt. Die Größe der Intervalle wird durch die Schnittpunkte der jeweils aneinander angrenzenden Tangenten bestimmt. Genau an diesen Schnittpunkten wird das Arbeitskräfteverhältnis durch die nachfolgende Tangente genauer approximiert. Bereits vorher müssen die Tangentialpunkte festgelegt werden. Die Wahl der Tangentialpunkte ist ein Freiheitsgrad der Modellierung. Sie ist entscheidend für die Güte der linearen Approximation und beruht auf Erfahrungswerten. Die Basis dafür bilden die folgenden Überlegungen:

- In den meisten Fällen ist es nicht rational, mehr Arbeitskräfte als den Bruttoarbeitskräftebedarf einzustellen. Der erste Tangentialpunkt sollte daher im Wert A^{brutto} ($\mathbf{akv} = 0$) liegen.

¹³vgl. hierzu Definition der Variablen \mathbf{a}^{st} und \mathbf{a}^{tmp} und \mathbf{a}^{bb} in Abs. 6.4.1, S. 108

¹⁴Zur Übersicht der Flexibilitätsinstrumente siehe Abs. 2.3.2, S. 19.

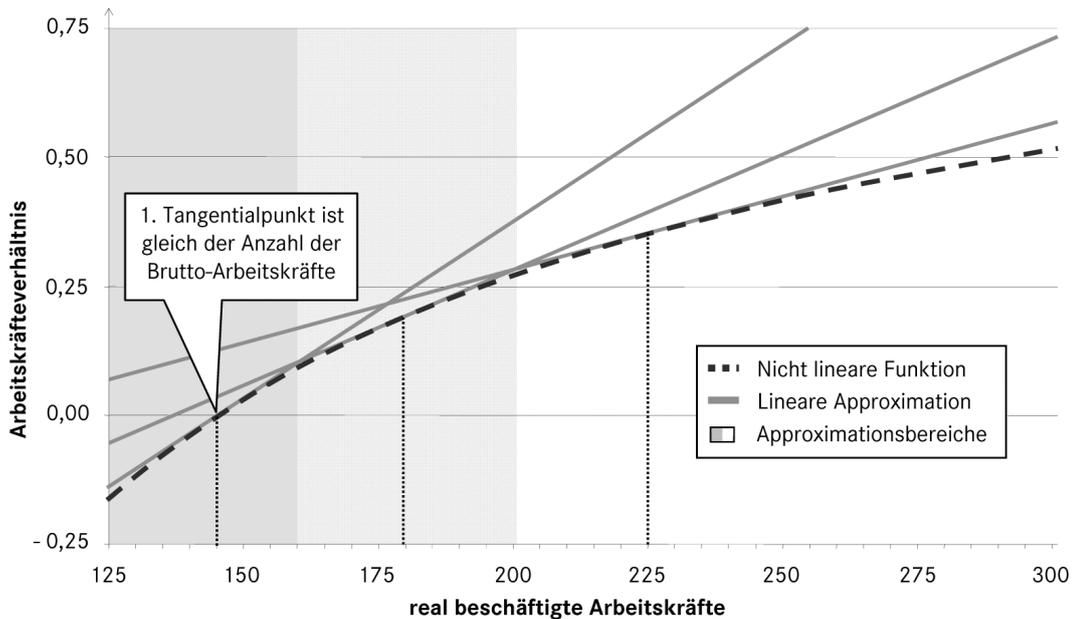


Abbildung 6.4: Lineare Approximierung des Arbeitskräfteverhältnisses

- Je größer das Arbeitskräfteverhältnis ist, desto seltener wird dieser Fall in der Praxis auftreten. In solchen Fällen ist es vorzuziehen, in ein höheres Schichtmodell¹⁵ zu wechseln. Als Konsequenz sollte der Abstand zwischen den Tangentialpunkten mit steigender Anzahl der real beschäftigten Arbeitskräfte erhöht werden.

Ein weiterer Freiheitsgrad ist die Anzahl der Approximationsbereiche. Eine einzelne Tangente hätte bei großen Arbeitskräftezahlen, die stark von dem gewählten Tangentialpunkt abweichen, einen großen Abstand zur nichtlinearen Funktion. Jede zusätzlich modellierte Tangente erfordert gleichzeitig jedoch die Einführung von zahlreichen neuen Entscheidungsvariablen, wodurch sich die Lösungszeit des Modells in der Regel verlangsamt. Es muss daher eine Abwägung getroffen werden zwischen Genauigkeit der Approximation und Lösungszeit des Modells. In der Praxis haben sich drei Approximationsbereiche als guter Kompromiss erwiesen.

Für die Approximationsbereiche werden weitere Parameter und eine Indexmenge benötigt.

$$\overline{AB} = \{1, \dots, AB\}$$

Die Abbildung 6.4 verdeutlicht die Lage der Tangentialpunkte und die Größe der Approximationsbereiche für 125 Netto-Arbeitskräfte bei neun Prozent Fehlstand und fünf Prozent Freischichtvorhalt. Der erste Tangentialpunkt liegt im Wert A^{brutto} . Bei den nachfolgenden Parameterdeklarationen wird anstatt A^{brutto}

¹⁵Ein höheres Schichtmodell meint ein Schichtmodell mit einer höheren Anzahl an Schichtgruppen, z.B. den Wechsel vom Zwei- in den Dreischichtbetrieb.

jedoch stets die komplette Herleitung ohne das Aufrunden verwendet, um Rundungsfehler zu vermeiden.¹⁶ Die Parameter für die Tangentialpunkte ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} &:= \text{Tangentialpunkt der Tangente im Approximationsbereich } ab \text{ der linearen Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche } wo, \text{ Schichtmodell } sm, \text{ Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und Plattformbelegung } pb. \\
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,0}^{TanPkt} &:= A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1-A_{wo}^{Fehl}-A_{wo,sm}^{FSV}} = A^{brutto} \\
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} &:= LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab-1}^{TanPkt} + A_{wo,sm,tz,ko,pb,ab-1}^{netto} \cdot \frac{1}{1-A_{wo}^{Fehl}} \cdot (ab + 1) \\
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} &\in \mathbb{R}^+.
 \end{aligned}$$

Die Tangentialpunkte errechnen sich aus den jeweils vorherigen Punkten multipliziert mit dem Inversen von $(1-A_{wo}^{Fehl})$. Der Freischichtvorhalt spielt dabei lediglich im ersten Punkt eine Rolle, da dieser in der Regel nicht die Ursache dafür ist, das Arbeitskräfteverhältnis zu erhöhen.¹⁷ Um die Approximationsbereiche mit steigender Mitarbeiteranzahl leicht zu vergrößern, wird zusätzlich mit dem Faktor $(ab + 1)$ multipliziert. Für jeden Tangentialpunkt wird eine Tangentengleichung hergeleitet. Für alle Approximationsbereiche wird jeweils die Steigung der Tangente und zur Vereinfachung weiterer Berechnungen auch deren y-Achsenabschnitt bestimmt.

$$\begin{aligned}
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} &:= \text{Steigung der Tangente im Approximationsbereich } ab \text{ der linearen Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche } wo, \text{ Schichtmodell } sm, \text{ Taktzeit } tz, \text{ Konfiguration } ko \text{ und Plattformbelegung } pb. \\
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} &:= \frac{A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1-A_{wo}^{Fehl}-A_{wo,sm}^{FSV}}}{(LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt})^2} \\
 LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} &\in \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$

Die Steigung errechnet sich durch Einsetzen der Tangentialpunkte in die erste Ableitung. Der y-Achsenabschnitt kann nun mit Hilfe der Gradengleichung $y = mx + b$ durch Einsetzen der Steigung und des Tangentialpunktes ermittelt werden. Die genaue Herleitung des Zusammenhangs befindet sich in Anhang A. Durch Umformungen lässt sich so A^{netto} komplett aus der Gleichung eliminieren, so dass der y-Achsenabschnitt nur noch von dem Verhältnis von A^{netto} zum jeweiligen LA^{TanPkt} abhängt. Dieses Verhältnis wird durch LA^{TanFak} abgebildet. Abbildung 6.5 zeigt die Lage der ersten Tangente durch A^{brutto} bei unterschiedlichen Werten von A^{netto} . Alle Tangenten haben den gleichen y-Achsenabschnitt. Dieser ist unabhängig von der Anzahl der beschäftigten Arbeitskräfte und beruht auf dem Verhältnis zwischen Tangentialpunkt und den A^{netto} -Werten. Der

¹⁶s. Definition des Parameters A^{brutto} in Abs. 6.4.1

¹⁷Der Freischichtvorhalt wird insbesondere dann verwendet, wenn Arbeitszeitmodelle genutzt werden, die die tarifliche vereinbarte Arbeitszeit weit übersteigen (vergleiche Abs. 2.3.5). In solchen Schichtmodellen ist der approximierte Wert des Arbeitskräfteverhältnisses eher gering, da durch den FSV das Arbeitszeitkonto bereits gesenkt wird.

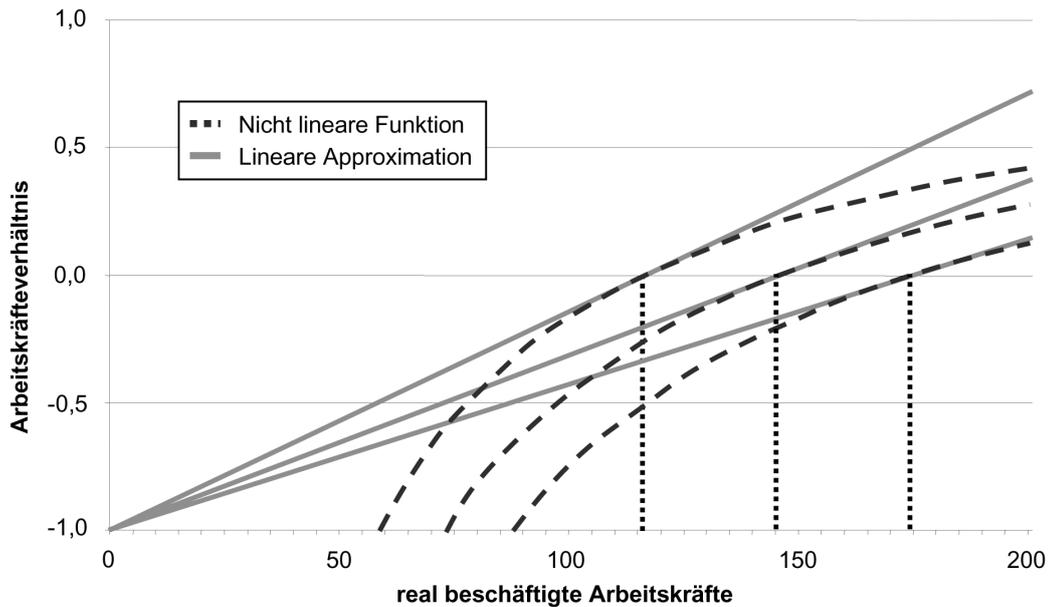


Abbildung 6.5: Herleitung von LA^Y bei unterschiedlicher Anzahl Netto-AK

Parameter LA^Y wird entsprechend definiert:

$LA_{wo,sm,ab}^Y :=$ y-Achsenabschnitt der Tangenten im Approximationsbereich ab der Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche wo und Schichtmodell sm .

$$LA_{wo,sm,ab}^Y := 1 - \frac{2 \cdot LA_{wo,sm,0}^{TanFak}}{LA_{wo,sm,ab}^{TanFak}}$$

$$LA_{wo,sm,ab}^Y \in \mathbb{R}^+$$

Die Grenzen der Approximationsbereiche bestimmen sich durch die Schnittpunkte der Tangenten.

$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} :=$ Linke Grenze des Approximationsbereichs ab des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche wo bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb .

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,0}^{AB} := 0$$

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} := \frac{LA_{wo,sm,ab}^Y - LA_{wo,sm,ab-1}^Y}{LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab-1}^{ST} - LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST}}$$

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} \in \mathbb{R}^+$$

Die zentralen Entscheidungsvariablen der Formulierung 1 modellieren das Arbeitskräfteverhältnis sowie die Auswahl des Approximationsbereichs.

$\mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb} :=$ Prozentuale Anzahl an Arbeitskräften in der Woche wo , bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko , Plattformbelegung pb , die mehr als die Brutto-Arbeitskräfte eingestellt werden

$\mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} :=$ Binärvariable, welche 1 ist, wenn die Anzahl der real eingestellten Arbeitskräfte in Woche wo , Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb im Approximationsbereich ab liegt, sonst 0

$$\mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb} \in \mathbb{R} \cap [0, 1] \quad \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,ab}^{AB} \in \{0, 1\}$$

Mit Bezug auf die Auswahl des Approximationsbereichs sind drei Restriktionsgruppen notwendig.

$$(\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \geq LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} - M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB}) \quad (6.53)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB}, \forall ab \in \overline{AB} \setminus \{1\}$$

$$(\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \leq LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab+1}^{AB} + M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB}) \quad (6.54)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB}, \forall ab \in \overline{AB} \setminus \{AB\}$$

$$\sum_{ab=1}^{nAB} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB} = 1 \quad (6.55)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB}$$

Die Ungleichungen (6.53) und (6.54) modellieren für jeden Approximationsbereich untere und obere Schranken bezüglich der Grenzen des Intervalls¹⁸. Der erste Approximationsbereich hat keine untere Schranke. Für den letzten Approximationsbereich wird entsprechend keine obere Schranke gebildet. Dadurch ist sichergestellt, dass die Restriktionen nicht zu einer Unlösbarkeit des Modells führen. Die Schranken-Restriktionen werden über die Binärvariable mit dem Faktor $(1 - \mathbf{y}^{AB})$ alternativ miteinander verknüpft.¹⁹ Die letzte Restriktionsmenge zwingt in jedem Approximationsbereich eine der Binärvariablen auf 1. Die Variable \mathbf{y}^{AB} stellt demnach für jede Woche ein Special Ordered Set vom Typ 1 dar.²⁰ Zur Bestimmung von \mathbf{akv} sind insgesamt drei Restriktionen notwendig.

$$\mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb} \geq \begin{pmatrix} LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^Y + LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^S \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \\ -M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) - M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB}) \end{pmatrix} \quad (6.56)$$

$$\mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb} \leq \begin{pmatrix} LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^Y + LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^S \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \\ +M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) + M \cdot (1 - \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{AB}) \end{pmatrix} \quad (6.57)$$

$$\mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb} \leq \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} \quad (6.58)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB}, \forall ab \in \overline{AB}$$

Die beiden Restriktionsmengen (6.56) und (6.57) fixieren die Variable \mathbf{akv} auf ihren korrekten Wert²¹. Zwecks dessen wird der entsprechende Wert von \mathbf{akv}

¹⁸ M sollte in diesem Fall als $\max(\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp})$ gewählt werden.

¹⁹ Eine detaillierte Erklärung zur Modellierung mit Hilfe von alternativen Restriktionen findet sich bei [SM06], S. 102 f..

²⁰ vgl. Entscheidungsvariable \mathbf{y}^{WK} , Abs. 6.1, S. 92

²¹ M sollte in diesem Fall als $\max(\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp})$ gewählt werden.

einfach an der zugehörigen Tangente abgelesen. Dies geschieht wie zuvor bei den Restriktionsmengen (6.53) und (6.54) mit alternativen Restriktionen. Falls eine der beiden Variablen \mathbf{y}^{WK} oder \mathbf{y}^{AB} gleich 0 ist, dann sind die Restriktionen unbeschränkt. Für die Kombinationen der Flexibilitätsinstrumente, in denen die vorherigen **akv**-Restriktionen keine Einschränkung der Lösung darstellen, wird die Restriktionsmenge (6.58) gebildet. Diese sorgt dafür, dass das entsprechende **akv** auf 0 gesetzt wird, falls $\mathbf{y}^{WK} = 0$ ist.

6.6.2.2 Arbeitszeit und Arbeitszeitkontobilanz

Mit Hilfe der Berechnungen aus Abschnitt 6.6.2.1 und weiterer Parameter kann nun die Arbeitszeitkonto-Bilanzgleichung aufgestellt werden, welche die durchschnittliche Veränderung und den durchschnittlichen Stand des Arbeitszeitkontos modelliert. Die in diesem Abschnitt definierten Parameter und Entscheidungsvariablen werden in großen Teilen auch von den alternativen Arbeitszeitkonto-Formulierungen genutzt, die in den Abschnitten 6.6.3 und 6.6.4 erläutert werden.

Für die durchschnittliche Arbeitszeit wird ein Parameter Z^{avg} definiert, der sich direkt aus Z ableiten lässt.²² Z^{avg} ist der Quotient aus Z und der Anzahl der Schichtgruppen im Schichtmodell, eine Gewichtung nach der Anzahl der Mitarbeiter pro Schichtgruppe kann erfolgen. Außerdem gehen die vertragliche Arbeitszeit sowie Ober- und Untergrenzen des Arbeitszeitkontos in die Optimierung mit ein.

$$\begin{aligned}
 Z_{wo,tg,st,sm}^{avg} &:= \text{Bezahlte durchschnittliche Anwesenheitszeit in Woche } wo \text{ an} \\
 &\quad \text{Tag } tg \text{ in Schicht } st \text{ bei Schichtmodell } sm. \\
 V_{wo} &:= \text{Vertragliche Wochenarbeitszeit pro Schicht in Woche } wo. \\
 AZK_{wo}^{UG} &:= \text{Untergrenze des Arbeitskontos in Woche } wo. \\
 AZK_{wo}^{OG} &:= \text{Obergrenze des Arbeitskontos in Woche } wo. \\
 Z_{wo,tg,st,sm}^{avg}, V_{wo}, AZK_{wo}^{OG} &\in \mathbb{R}^+ \quad AZK_{wo}^{UG} \in \mathbb{R}^-
 \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der Arbeitszeit werden Entscheidungsvariablen benötigt, welche zwischen theoretischer und realer Arbeitszeit unterschieden. Die theoretische Arbeitszeit kann aufgrund der Wahl einer bestimmten Wochenkombination eingeplant werden. Die reale Arbeitszeit bedeutet, dass die Zeit auch wirklich eingeplant und genutzt wird. Diese Art und Weise der Modellierung wurde bereits zur Bestimmung der realen Produktionskapazität in Abschnitt 6.2.1 angewandt. Darüber hinaus muss der Stand des Arbeitszeitkontos in Form einer Entscheidungsvariablen berücksichtigt werden.

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^t := \text{theoretische durchschnittliche Arbeitszeit in Woche } wo, \text{ Tag } tg \text{ und Schicht } st.$$

²²siehe Definition des Parameters Z auf Seite 111

$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r$:= reale durchschnittliche Arbeitszeit in Woche wo , Tag tg und Schicht st .
 \mathbf{b}_{wo} := Stand des Arbeitszeitkontos in Woche wo
 (\mathbf{b}_0 =Anfangsstand).
 $\mathbf{z}_{wo,tg,st}^t, \mathbf{z}_{wo,tg,st}^r \in \mathbb{R}^+$ $\mathbf{b}_{wo} \in \mathbb{R}$

Zur Bestimmung der theoretischen und realen Arbeitszeit müssen die nachfolgenden Restriktionsmengen gebildet werden.

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^t = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (Z_{wo,st,tg,sm}^{avg} \cdot (1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}) \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK})$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST} \tag{6.59}$$

Die Gleichungen (6.59) bestimmen den Wert der Buchhaltervariablen $\mathbf{z}_{wo,tg,st}^t$.

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r \leq \mathbf{z}_{wo,tg,st}^t \tag{6.60}$$

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r \leq M \cdot \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \tag{6.61}$$

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r - \mathbf{z}_{wo,tg,st}^t + (1 - \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S) \cdot M \geq 0$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST} \tag{6.62}$$

Die Ungleichungen (6.60) bis (6.62) funktionieren analog zu den Restriktionsmengen zur realen Produktionskapazität in Abschnitt 6.2.1²³. Die schichtgenaue Berücksichtigung und die Verknüpfung mit der Binärvariable \mathbf{y}^S ist wichtig, um Schichtabsagen für die Arbeitszeitkontoberechnung zu erfassen. Fehlstand und Freischichtvorhalt werden bereits an dieser Stelle von der theoretischen Arbeitszeit abgezogen. Somit wird der folgende Sachverhalt abgebildet:

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r = \begin{cases} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^t & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 1 \\ 0 & \text{falls } \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 0. \end{cases}$$

Abschließend müssen Restriktionen für die Arbeitszeitkontobilanz sowie die Ober- und Untergrenzen des Arbeitszeitkontos formuliert werden.

$$\mathbf{b}_{wo} = \mathbf{b}_{wo-1} + \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^r - (1 - A_{wo}^{Fehl}) \cdot V_{wo} \tag{6.63}$$

$$- (1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}) \cdot V_{wo} \cdot \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb}$$

$$AZK_{wo}^{UG} \leq \mathbf{b}_{wo} \leq AZK_{wo}^{OG} \tag{6.64}$$

$$\forall wo \in \overline{WO}$$

Der durchschnittliche Stand der Arbeitszeitkonten wird durch die Gegenüberstellung der realen durchschnittlichen Arbeitszeit (über die Woche aufsummiert)

²³ M sollte in diesem Fall als $\max(Z_{wo,st,tg,sm}^{avg} \cdot (1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}))$ gewählt werden.

und der tariflichen Arbeitszeit ermittelt. Zusätzlich wird mit Hilfe der Variablen \mathbf{akv} ein Term vom Arbeitszeitkonto subtrahiert. Dies ist die Senkung des Arbeitszeitkontos durch die über den Brutto-Arbeitskräften hinaus eingestellten Mitarbeiter. Gleichungsmenge (6.63) bildet dies ab. Die Einhaltung der Ober- und Untergrenzen wird durch die Ungleichungen (6.64) erreicht.

6.6.2.3 Genauigkeit der Approximation

Die Formulierung 1 liefert eine gute lineare Approximation der durchschnittlichen Veränderungen des Arbeitszeitkontos. Die Abbildung 6.4 zeigt, dass in den Tangentialpunkten die Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses perfekt ist. An allen anderen Stellen gibt es einen Approximationsfehler. Er entspricht dem Abstand zwischen Tangente und der nichtlinearen Funktion. An den Schnittpunkten der Tangenten ist dieser Abstand und damit der Approximationsfehler am Größten. Der Fehler durch eine ungenaue Approximation von \mathbf{akv} ist immer negativ. Daraus folgt eine zu hohe Entlastung des Arbeitszeitkontos. Die lineare Approximation liefert immer einen genaueren oder etwas höheren Wert für \mathbf{akv} . Dieser entspricht einem höheren Arbeitskräfteverhältnis. Dies bedeutet, dass mehr Arbeitskräfte über dem Bruttobedarf eingestellt sind. Folglich wird das Arbeitszeitkonto stärker entlastet.

Durch getroffene Annahmen entsteht jedoch ein weiterer Fehler, der ggf. schwerer in Gewicht fällt als der Fehler durch eine ungenaue lineare Näherung von \mathbf{akv} . Es gibt eine Abweichung durch eine ungenaue Berücksichtigung der realen Arbeitszeit. Zur Bestimmung dieser Abweichung werden im Folgenden die Berechnungen der Arbeitszeitkonto-Formulierung 1 mit dem eigentlichen Wirkungszusammenhang verglichen. Dabei wird die Veränderung des Arbeitszeitkontos zwischen zwei Wochen betrachtet.

Die Veränderung des Arbeitszeitkontostands lässt sich exakt mit Hilfe der nachfolgenden im Sinne des Modells nichtlinearen Gleichung, berechnen.

$$\Delta AZK = \frac{\text{geleistete Arbeitszeit} - \text{zu leistende Arbeitszeit}}{\text{Verfügbare Arbeitskräfte}}$$

Diese Gleichung soll mit den Variablen des mathematischen Optimierungsmodells dargestellt werden. Dazu wird $\mathbf{z}_{wo,tg,st}^*$ benötigt, die reale Arbeitszeit, welche nicht um Fehlstand und Freischichtvorhalt bereinigt wurde. Aufgrund von (6.59) bis (6.62) gilt

$$\mathbf{z}_{wo,tg,st}^r = (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \mathbf{z}_{wo,tg,st}^*$$

Außerdem wird temporär die Entscheidung über die Anzahl der Netto-Arbeitskräfte benötigt, die durch

$$\mathbf{a}_{wo,tg,st}^{net} = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Netto}$$

definiert ist. Die Gleichung kann nun mit den Variablen des mathematischen Optimierungsmodells dargestellt werden.

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{b}_{wo} &= \frac{\sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^* \cdot \mathbf{a}_{wo,tg,st}^{net}}{\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}} - \frac{V_{wo} \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \cdot (1 - A^{Fehl})}{\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}} \\ &= \frac{\sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^* \cdot \mathbf{a}_{wo,tg,st}^{net}}{\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}} - V_{wo} \cdot (1 - A^{Fehl})\end{aligned}$$

Im Optimierungsmodell selbst erfolgt die Berechnung der Veränderung des Arbeitszeitkontos mit Hilfe des linear approximierten Arbeitskräfteverhältnisses.

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{b}_{wo} &= \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^r - (1 - A^{Fehl}) \cdot V_{wo} \\ &\quad - (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot V_{wo} \cdot \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb}\end{aligned}$$

Um die Ungenauigkeit in der Berechnung der Optimierung zu ermitteln, werden im Folgenden beide Gleichungen gegenübergestellt und deren Differenz ermittelt. Zur besseren Übersicht wird auf die Indizes der Indexmengen verzichtet. Die Gesamtzahl der eingestellten Arbeitskräfte $\mathbf{a}^{st} + \mathbf{a}^{tmp}$ wird mit \mathbf{a} bezeichnet und $\sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} \mathbf{akv}_{wo,sm,tz,ko,pb}$ wird zu \mathbf{akv} vereinfacht. Der Term $(1 - A^{Fehl}) \cdot V$ ist in beiden Gleichungen zur Berechnung des Arbeitszeitkontos enthalten und wird daher eliminiert.

$$\frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot \sum \mathbf{z}^* = (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \sum \mathbf{z}^* - \mathbf{akv} \cdot V \cdot (1 - A^{Fehl} - A^{FSV})$$

Nun wird die Definition des Arbeitskräfteverhältnisses $1 - \frac{\mathbf{a}^{bb}}{\mathbf{a}}$ in die Gleichung für \mathbf{akv} eingesetzt. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Fehler durch eine ungenaue lineare Approximation von \mathbf{akv} gleich Null ist.

$$\frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot \sum \mathbf{z}^* = (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \sum \mathbf{z}^* - (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot V \cdot \frac{\mathbf{a}^{bb}}{\mathbf{a}}$$

Unter der Berücksichtigung der Tatsache, dass der Bruttobedarf an Arbeitskräften ohne Fehlstand und Freischichtvorhalt dem Nettobedarf entspricht, also

$$\mathbf{a}^{net} = (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \mathbf{a}^{bb}$$

gilt, ergibt sich schließlich

$$\frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot \sum \mathbf{z}^* = (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \left(\sum \mathbf{z}^* - V \right) + \frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot V.$$

Die Ungenauigkeit lässt sich nun über die Subtraktion der beiden Terme voneinander ermitteln:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot \sum \mathbf{z}^* - \frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} \cdot V - (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \cdot \left(\sum \mathbf{z}^* - V \right) \\ \Rightarrow \left(\frac{\mathbf{a}^{net}}{\mathbf{a}} - (1 - A^{Fehl} - A^{FSV}) \right) \cdot \left(\sum \mathbf{z}^* - V \right)\end{aligned}$$

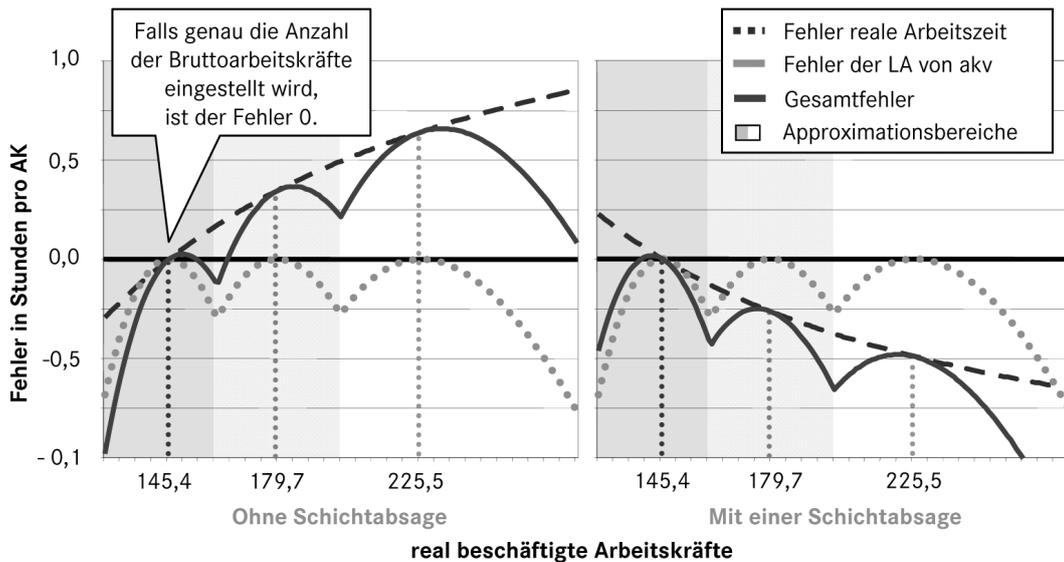


Abbildung 6.6: Approximationsfehler der Arbeitszeitkontoformulierung 1

Die Ungenauigkeit der Approximation hängt von zwei Faktoren ab. Der erste Faktor ist umso kleiner, je höher die Zahl der Arbeitskräfte ist, die über den Fehlstandsvorhalt und den Freischichtvorhalt hinaus eingestellt sind. Wenn genau der Bruttobedarf an Arbeitskräften eingestellt wird, ist der erste Faktor gleich 0, ansonsten ist er immer kleiner 0. Der zweite Faktor ist umso größer, je größer der Unterschied zwischen tariflich vereinbarter Arbeitszeit und der realen Arbeitszeit ist. Je nach Verhältnis kann der Faktor sowohl negativ als auch positiv sein. Tendenziell kann der zweite Faktor viel größer werden als der erste, allerdings sind beide Faktoren multiplikativ verknüpft.

Die Herkunft der Ungenauigkeit kann mit der Abweichung der realen Arbeitszeit begründet werden. Diese wird im Gegensatz zur realen Berechnungsmethodik nicht zu den real eingestellten Arbeitskräften in Beziehung gesetzt. Dies geschieht hauptsächlich aus Gründen der Laufzeit des Modells. Die reale Arbeitszeit ist schichtabhängig, während die für die Formulierung 1 eingeführte **akv**-Variable nur von der Wochenkombination abhängt. Eine Verknüpfung von realer Arbeitszeit und **akv** wäre nur unter der Bedingung möglich, dass die **akv**-Variable auf Schichtdimensionen erweitert wird, was zu einer starken Erhöhung der Modellgröße führen würde.

Die Abbildung 6.6 zeigt, wie sich der Approximationsfehler in einem Beispiel verhält. Das Beispiel zeigt einen 7,5-Stunden-Schichtbetrieb mit und ohne Schichtabsage²⁴ bei einer tariflich vereinbarten Arbeitszeit von 7 Stunden und 125 Nettoarbeitskräften. Im Beispiel ohne Schichtabsage ist die tariflich vereinbarte Arbeitszeit geringer als die tatsächlich geleistete. Folglich ist der Fehler der realen Arbeitszeit positiv. Der Fehler der linearen Approximation ist immer negativ, so dass sich die beiden Fehler gegenseitig ein Stück weit aufheben. Bei einer Schicht-

²⁴Zur Begriffsklärung der Schichtabsage siehe Abs. 2.3.1 auf Seite 16

tabsage ändert sich die Situation derart, dass der Fehler der realen Arbeitszeit nun negativ, dafür aber kleiner wird. In diesem Fall summieren sich die beiden Fehler ohne sich gegenseitig aufzuheben. Daraus lässt sich ableiten, dass die Formulierung 1 insbesondere dann problematisch ist, wenn die tariflich vereinbarte Arbeitszeit V viel höher ist, als die tatsächlich geleistete Arbeitszeit \mathbf{z} . Diese Betrachtung geschieht immer unter der Prämisse, dass mehr Arbeitskräfte als der Bruttobedarf eingestellt sind.

6.6.3 Alternative Formulierung 2: Ungewichteter Durchschnitt

Die Formulierung 2 stellt eine starke Vereinfachung der Formulierung 1 dar. Sie missachtet bewusst alle Arbeitskräfte, die über dem Bruttobedarf hinaus eingestellt werden. Lediglich die durchschnittliche Arbeitszeit wird über die Anzahl der Bruttoarbeitskräfte errechnet, so dass keine Gewichtung nach der tatsächlichen Anzahl eingestellter Arbeitskräfte erfolgt. Dadurch kann eine kontinuierliche Modellformulierung realisiert werden, welche wenige kontinuierliche Entscheidungsvariablen und keine zusätzlichen Binärvariablen benötigt. Allerdings wird ein Rückgang des Arbeitszeitkontos in bestimmten Situationen ignoriert, z.B. beim Aufbau des Mitarbeiterbestandes zum späteren Wechsel in ein höheres Schichtmodell.²⁵

Die Formulierung benutzt die Parameter und Entscheidungsvariablen aus Abschnitt 6.6.2.2. Deshalb werden diese nicht erneut definiert. Lediglich die Gleichung der Arbeitskräftebilanz ändert sich, indem der Faktor \mathbf{akv} nicht mehr abgezogen wird. Dadurch ergibt sich die folgende veränderte Restriktionsmenge:

$$\mathbf{b}_{wo} = \mathbf{b}_{wo-1} + \sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^r - (1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo}^{FSV}) \cdot V_{wo} \quad (6.65)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}$$

Die Formulierung 2 erzeugt Modelle, welche von der Anzahl der Binärvariablen und der Restriktionen weit weniger komplex sind als die der Formulierung 1. Sie besitzt auf der Kehrseite eine geringere Abbildungsgenauigkeit.

6.6.4 Alternative Formulierung 3: Kumulierte Arbeitszeit

Die Formulierung 3 modelliert die Arbeitszeitkonten über eine Summation der Arbeitsstunden. Durch eine Aggregation über alle Mitarbeiter kann mit der Formulierung 3 eine einfache Abbildung des Arbeitszeitkontos erfolgen. Der Nachteil der Formulierung 3 ist, dass aufgrund der Aggregation keine Entlassungen von Mitarbeitern berücksichtigt werden. Das heißt, wenn in einer Folgeperiode weniger

²⁵vergleiche Tabelle 6.28, Seite 118

Arbeitskräfte beschäftigt sind, dann bleibt durch die vorherige Aggregation die Belastung des Arbeitszeitkontos durch die zuvor entlassenen Arbeitskräfte bestehen. Es ist im Nachhinein nicht möglich, den Anteil der entlassenen Arbeitskräfte wieder herauszurechnen, da dieser Anteil unbekannt ist. Sofern die Mitarbeiteranzahl nicht konstant oder streng monoton steigend ist, kann dies zu einer hohen Ungenauigkeit der Formulierung 3 führen, die für die Praxis problematisch ist.²⁶ Die Parameter können aus den vorherigen Abschnitten übernommen werden.

Die Formulierung 3 benutzt im Wesentlichen die Entscheidungsvariablen wie die Formulierung 1 aus Abschnitt 6.6.2.2. Allerdings werden die Variablen über die Anzahl der eingestellten Arbeitskräfte aggregiert. Es werden daher die folgenden Entscheidungsvariablen definiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{t_sum} &:= \text{Theoretische, über alle Arbeitskräfte summierte Arbeitszeit} \\ &\quad \text{in Woche } wo, \text{ Tag } tg \text{ und Schicht } st. \\ \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{r_sum} &:= \text{Reale, über alle Arbeitskräfte summierte Arbeitszeit in Woche} \\ &\quad \text{wo, Tag } tg \text{ und Schicht } st. \\ \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{t_sum}, \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{r_sum} &\in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Die Restriktionsmenge unterscheidet sich an einigen Stellen zu den vorherigen Formulierungen. Zur Berechnung der theoretischen Arbeitszeit wird nicht mehr der Parameter Z^{avg} als Ausgangsgröße, sondern die kumulierte bezahlte Anwesenheitszeit Z^{Sum} ²⁷ genutzt.

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{t_sum} &= \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (Z_{wo,st,tg,sm,tz,ko,pb}^{Sum} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,pb,ko}^{WK}) \\ \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST} \end{aligned} \quad (6.66)$$

Die Herleitung der realen summierten Arbeitszeit \mathbf{z}^{r_sum} erfolgt analog zur Herleitung der realen durchschnittlichen Arbeitszeit \mathbf{z}^r aus Abschnitt 6.6.2.2. Auf eine erneute Aufzählung der Fallunterscheidung und den entsprechenden Restriktionsmengen wird an dieser Stelle verzichtet. Allerdings müssen die Arbeitszeitkontobilanz-Restriktionen an die aggregierte Formulierung angepasst werden.

$$\mathbf{b}_{wo} = \mathbf{b}_{wo-1} + \sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{z}_{wo,tg,st}^{r_sum} - (1 - A_{wo}^{Fehl}) \cdot V_{wo} \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \quad (6.67)$$

$$\begin{aligned} AZK_{wo}^{UG} \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \leq \mathbf{b}_{wo} \leq AZK_{wo}^{OG} \cdot (\mathbf{a}_{wo}^{st} + \mathbf{a}_{wo}^{tmp}) \\ \forall wo \in \overline{WO} \end{aligned} \quad (6.68)$$

Für die Arbeitszeitkontobilanzgleichungen (6.67) wird die vertragliche Arbeitszeit über alle eingestellten Arbeitskräfte aufsummiert. Die Ungleichungen (6.68)

²⁶vgl. Abs. 6.6.1, S. 116

²⁷s. Definition des Parameters Z ins Abs. 6.4.2

modellieren die Änderung für die Unter- und Obergrenzen des Arbeitszeitkontostands. In dieser Formulierung müssen die Grenzen mit dem Mitarbeiterbestand multipliziert werden, da die Gesamtarbeitszeit betrachtet wird.

6.7 Modellerweiterungen für linienübergreifende Optimierung

Im Folgenden werden am bisher vorgestellten Modell nötige Änderungen dargestellt, um eine integrierte Optimierung mehrerer Linien durchführen zu können. Dabei werden Anpassungen der einzelnen Teilmodelle, aufgeteilt in linienunabhängig und linienabhängig, angeführt. Linienunabhängig sind Modellbestandteile, die über alle Produktionslinien hinweg gleich sind. Linienabhängig steht dagegen für Teile, die für jede Linie unterschiedlich sein können bzw. nur für Linien eines bestimmten Gewerks definiert sind.

Die Hauptanpassungen finden im Bereich der Produktionskapazitätsplanung sowie Personalkapazitätsplanung statt. Andere Modellbestandteile bleiben von den Änderungen unberührt, sie werden lediglich für jede Linie separat betrachtet. Dies geschieht durch eine Erweiterung der Indexierung um einen Index für die Linie. Diese Modellbestandteile, die lediglich leicht verändert werden, werden an dieser Stelle nicht erneut vollständig angeführt.

6.7.1 Modellübergreifende Bestandteile

Es sind Anpassungen an den Indexmengen nötig. Um die Linien im Modell differenzieren zu können, müssen diese über einen Index eindeutig bezeichnet werden. Dabei wird erst über alle gewerkespezifischen Linien iteriert (\overline{BS} , \overline{PS} und \overline{FA}) und anschließend eine gemeinsame Menge in genannter Reihenfolge gebildet (\overline{LI}), Abbildung 6.7 zeigt ein Beispiel.

Die Linien sind mit Puffern verbunden, die ebenfalls in entsprechenden einzelnen Mengen (\overline{BSPS} als Puffer zwischen Rohbau und Oberfläche, \overline{PSFA} zwischen Oberfläche und Endmontage) als auch in einer Gesamtmenge (\overline{BU}) betrachtet werden.

$$\begin{array}{ll} \overline{LI} = \{1, \dots, BS\} & \overline{BS} = \{1, \dots, BS\} \\ \overline{PS} = \{1, \dots, PS\} & \overline{FA} = \{1, \dots, FA\} \\ \overline{BU} = \{1, \dots, BU\} & \overline{BSPS} = \{1, \dots, BSPS\} \\ & \overline{PSFA} = \{1, \dots, PSFA\} \end{array}$$

In einem Werk muss nicht jedes Produkt auf jeder Linie gefertigt bzw. in jedem Puffer gelagert werden. Daher wird neben linienabhängigen Indexmengen auch

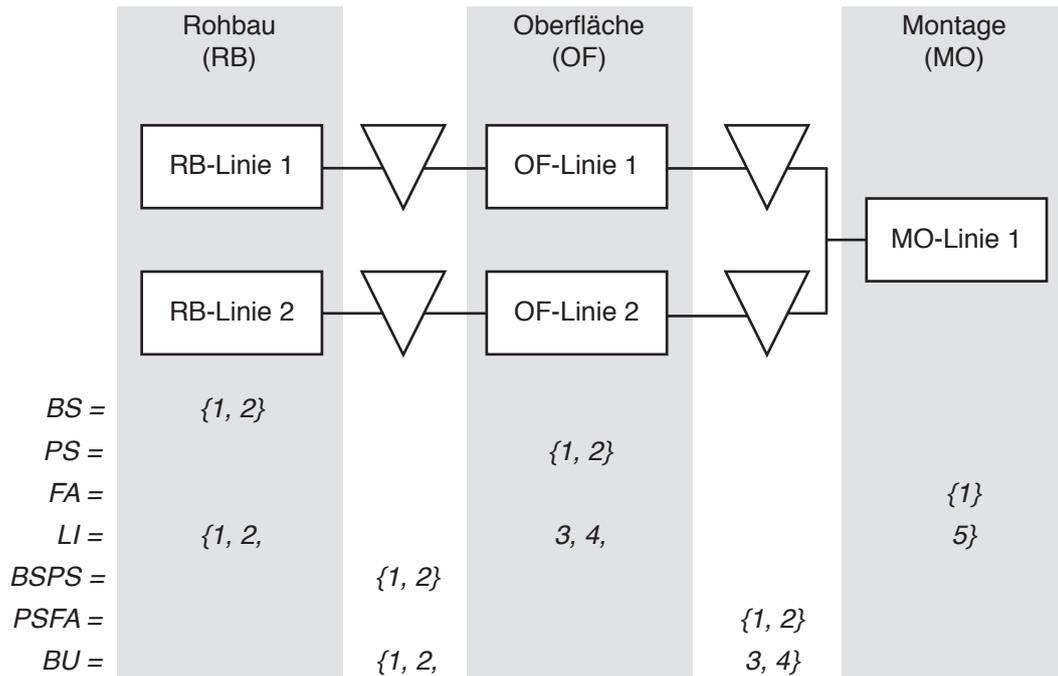


Abbildung 6.7: Beispielhafte Definition der Linien- und Puffer-Indexmengen

eine Gesamtmenge aller in einem Werk produzierten Produkte gebildet.

$$\overline{PRS} = \{1, \dots, PRS\}$$

Die so angepassten Indexmengen sind linienunabhängig. Schichtmodelle dagegen lassen sich pro Linie einzeln definieren, daher müssen die entsprechenden Mengen um einen Linienindex erweitert werden.

$$\overline{SM}_{li} = \{1, \dots, SM_{li}\}$$

$$\overline{SM}_{li}^1 = \{k \mid \text{Schichtmodell } k \text{ ist ein Einschichtmodell der Linie } li\}$$

$$\overline{SM}_{li}^2 = \{l \mid \text{Schichtmodell } l \text{ ist ein Zweischichtmodell der Linie } li\}$$

$$\overline{SM}_{li}^3 = \{m \mid \text{Schichtmodell } m \text{ ist ein Dreischichtmodell der Linie } li\}$$

$$\overline{SM}_{li} = \overline{SM}_{li}^1 \cup \overline{SM}_{li}^2 \cup \overline{SM}_{li}^3$$

$$\overline{SM}_{li}^i \cap \overline{SM}_{li}^j = \emptyset, \forall li \in \overline{LI} \forall i, j \in \{1, 2, 3\}, i \neq j$$

Ebenso sind technische Anpassungsmöglichkeiten wie Taktzeit, Konfiguration und Plattformbelegung sowie produzierte Produkte linienspezifisch.

$$\overline{TZ}_{li} = \{1, \dots, TZ_{li}\} \quad \overline{KO}_{li} = \{1, \dots, KO_{li}\}$$

$$\overline{PB}_{li} = \{1, \dots, PB_{li}\} \quad \overline{PR}_{li} = \{1, \dots, PR_{li}\}$$

$$\forall li \in \overline{LI}$$

Zusätzlich müssen Parameter und Entscheidungsvariablen angepasst werden. Analog zu den technischen Anpassungsmöglichkeiten werden auch der Parameter

$Y_{li,wo,tg,st,sm}^{BNZ}$ mit der großen Konstante M_{li} sowie die Entscheidungsvariablen $Y_{li,wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}$ und $Y_{li,wo,tg,st}^S$ um einen Linienindex erweitert.

Analog zu den Erweiterungen der Parameter und Variablen um einen Linienindex werden auch die Restriktionen erweitert. Sowohl (6.1) als auch (6.2) werden um den Zusatz $\forall li \in \overline{LI}$ ergänzt, so dass sich folgende Restriktionen ergeben:

$$\sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} y_{li,wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} = 1 \quad (6.69)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall wo \in \overline{WO}$$

$$y_{li,wo,tg,st}^S + \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} y_{li,wo,sm,tz,pb,ko}^{WK} \leq 1 + Y_{li,wo,tg,st,sm}^{BNZ} \quad (6.70)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall sm \in \overline{SM}.$$

6.7.2 Modell zur Produktionskapazitätsplanung

Insbesondere das Modell zur Produktionskapazitätsplanung bedarf einer Erweiterung im Hinblick auf eine integrierte Betrachtung aller Linien.

Bei den Parametern ist zu beachten, dass die Produktionskapazität pro Linie zur Verfügung steht. Dementsprechend wird der Parameter $C_{li,wo,tg,st,sm,tz,ko,pb}$ um einen Linienindex $li \in \overline{LI}$ erweitert.

Ebenso wie der o.g. Parameter müssen auch die Entscheidungsvariablen zur theoretischen und realen Produktionskapazität angepasst werden. So werden $\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^t$ und $\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r$ linienabhängig mit einem Index $li \in \overline{LI}$ angegeben. Mit den linien-spezifischen Parametern und Entscheidungsvariablen müssen auch die Restriktionen angepasst werden. Daher werden die Mengen (6.3) bis (6.6) um den Zusatz $\forall li \in \overline{LI}$ erweitert und es ergeben sich diese neuen Restriktionsgruppen:

$$\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^t = \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{ko=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (C_{li,wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} \cdot y_{li,wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad (6.71)$$

$$\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r \leq \mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^t \quad (6.72)$$

$$\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r \leq M \cdot y_{li,wo,tg,st}^S \quad (6.73)$$

$$\mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r - \mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^t + (1 - y_{li,wo,tg,st}^S) \cdot M \geq 0 \quad (6.74)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}.$$

6.7.2.1 Produktion und Lagerhaltung

Für den Fall einer Linie gibt es lediglich die Betrachtung mit angeschlossenem Puffer²⁸. Diesen Fall gibt es bei der integrierten Betrachtung nicht, statt dessen

²⁸vgl. Abs. 6.2.2

muss eine Gesamtbetrachtung über die Gewerke Rohbau und Oberfläche hinweg erfolgen, welche beide mit einem Puffer verbunden sind.

Für die Parameter müssen Anpassungen erfolgen. Die Nachfrage wird explizit über das Produktionsprogramm der Endmontage-Linien definiert. Hier wird der Parameter $D_{fa,wo,tg,st,pr}^{Week}$ um einen Linienindex $fa \in \overline{FA}$ zur Differenzierung unter den Montagelinien erweitert, analoges gilt für $D_{fa,wo,tg,st,pr}$. Bei beiden ist $pr \in \overline{PRS}$. Die Nachfrage für die Linien der Gewerke Oberfläche und Rohbau ergibt sich implizit aus der Nachfrage in der Endmontage und den Pufferbilanzgleichungen, daher ist für diese keine direkte Definition der Produktnachfrage nötig. Die Mindestschichtauslastung $MSA_{li,wo}$ ist ebenfalls für alle Linien mit $li \in \overline{LI}$ definiert. Neu ist folgender binärer Parameter:

$$Y_{li,bu}^{LIBU} := \text{Binärer Parameter, der 1 ist, falls Linie } li \text{ mit Puffer } bu \\ \text{verbunden ist, sonst 0.}$$

$$Y_{li,bu}^{LIBU} \in \{0, 1\}, li \in \overline{LI}, bu \in \overline{BU}.$$

Sowohl Ober- als auch Untergrenzen sind pro Puffer vorgegeben. Daher werden $SS_{bu,zi,pr}$, $MS_{bu,zi,pr}$, $SS_{bu,zi}^{Sum}$ und $MS_{bu,zi}^{Sum}$ durch entsprechende Indizes mit $bu \in \overline{BU}$ und $pr \in \overline{PRS}$ erweitert.

Die größte Erweiterung dieses Teilmodells stellen die Entscheidungsvariablen zur Anzahl produzierter Einheiten und der Lagerbestände dar. Sie sind nun wie folgt definiert:

$$\mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} := \text{Anzahl produzierter Einheiten von Produkt } pr \text{ in Wo-} \\ \text{che } wo \text{ am Tag } tg \text{ in Schicht } st \text{ auf Linie } li \text{ entnommen} \\ \text{aus bzw. eingelagert in Puffer } bu.$$

$$\mathbf{s}_{bu,zi,pr} := \text{Anzahl eingelagerter Einheiten von Produkt } pr \text{ am Ende} \\ \text{der Schicht } zi \text{ in Puffer } bu, \\ (\mathbf{s}_{bu,0,pr} = \text{Anfangsbestand}).$$

$$\mathbf{s}_{bu,zi}^{Sum} := \text{Summierte Anzahl eingelagerter Einheiten aller Produk-} \\ \text{te am Ende der Schicht } zi \text{ in Puffer } bu, \\ (\mathbf{s}_{bu,0}^{Sum} = \text{Anfangsbestand}).$$

$$\mathbf{x}_{wo,tg,st,pr}, \mathbf{s}_{zi,pr}, \mathbf{s}_{zi}^{Sum} \in \mathbb{R}^+.$$

Es ist offensichtlich, dass nicht jede Kombination aus Linie und Puffer auch Produzieren bzw. Ein- oder Auslagern kann (eine Rohbaulinie kann z.B. keine Einheiten in einen Puffer zwischen Oberfläche und Endmontage einlagern). Entsprechend müssen die Restriktionen aus (6.7) und (6.8) angepasst werden.

$$\sum_{bu=1}^{nBSPS} \sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} \leq \mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^T \quad (6.75)$$

$$\forall li \in \overline{BS}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

$$\sum_{bu=1}^{PSFA} \sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{x}_{(BS+li),(BSPS+bu),wo,tg,st,pr} \leq \mathbf{c}_{(BS+li),wo,tg,st}^r \quad (6.76)$$

$$\forall li \in \overline{PS}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

$$\sum_{bu=1}^{nBSPS} \mathbf{x}_{(BS+li),bu,wo,tg,st,pr} = \sum_{bu=1}^{PSFA} \mathbf{x}_{(BS+li),(BSPS+bu),wo,tg,st,pr} \quad (6.77)$$

$$\forall li \in \overline{PS}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall pr \in \overline{PRS}$$

$$\sum_{bu=1}^{PSFA} \sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{x}_{(BS+PS+li),(BSPS+bu),wo,tg,st,pr} \leq \mathbf{c}_{(BS+PS+li),wo,tg,st}^r \quad (6.78)$$

$$\forall li \in \overline{FA}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

Die Restriktionsmengen (6.75), (6.76) und (6.78) setzten dabei Obergrenzen auf den produzierbaren Einheiten. Die Restriktionen (6.77) sorgen dafür, dass die von einer Oberflächenlinie produzierten Einheiten eines Produktes aus den angeschlossenen Eingangspuffern entnommen werden. Es kann immer nur das produziert werden, was zuvor auch in angeschlossenen Puffern vorhanden ist. Bei den Rohbau- und Montagelinien erfolgt diese Berücksichtigung ohne den Umweg zusätzlicher Gleichungsmengen, da diese jeweils entweder nur in Puffer einlagern oder aus Puffern entnehmen.

$$\sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} \leq \mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r \cdot \mathbf{Y}_{li,bu}^{LIBU} \quad (6.79)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall bu \in \overline{BU}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

$$\sum_{pr=1}^{BU} \sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} \geq MSA_{li,wo} \cdot \mathbf{c}_{li,wo,tg,st}^r \quad (6.80)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}$$

Die Restriktionen (6.79) stellen sicher, dass nur dort produziert bzw. entnommen werden kann, wo es auch eine Verbindung zwischen Puffer und Linie gibt. Die Restriktionsmenge (6.80) stellt die angepassten Restriktionen zur Mindestschichtauslastung dar.

Lagerbestände sollen über alle Linien und Puffer korrekt betrachtet werden. Für Puffer zwischen Rohbau und Oberfläche gilt die Produktion des Rohbaus als Zugang, die der Oberfläche als Abgang. Die Puffer zwischen Oberfläche und Endmontage werden von der Produktion der Oberfläche befüllt und durch die Endmontage geleert. Die Restriktionsmengen (6.13) bis (6.16) müssen entsprechend umgeformt werden.

$$\mathbf{s}_{bu,zi,pr} = \mathbf{s}_{bu,zi-1,pr} + \sum_{li=1}^{BS} \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} - \sum_{li=1}^{PS} \mathbf{x}_{(BS+li),bu,wo,tg,st,pr} \quad (6.81)$$

$$\forall bu \in \overline{BSPS}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall pr \in \overline{PRS}, zi = f^{ZI}(wo, tg, st)$$

$$\mathbf{s}_{bu,zi,pr} = \mathbf{s}_{bu,zi-1,pr} + \sum_{li=1}^{PS} \mathbf{x}_{(BS+li),(BSPS+bu),wo,tg,st,pr} - \sum_{li=1}^{FA} \mathbf{x}_{(BS+PS+li),(BSPS+bu),wo,tg,st,pr} \quad (6.82)$$

$$\forall bu \in \overline{PSFA}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall tg \in \overline{TG}, \forall st \in \overline{ST}, \forall pr \in \overline{PRS}, zi = f^{ZI}(wo, tg, st)$$

Die Gleichungsmengen (6.81) und (6.82) bilden die Lagerbilanzgleichungen zwischen Rohbau und Oberfläche bzw. Oberfläche und Montage ab. Um die Ober- und Untergrenzen der Puffer korrekt zu beachten sind folgende Restriktionen notwendig:

$$\sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{s}_{bu,zi,pr} = \mathbf{s}_{bu,zi}^{Sum} \quad \forall bu \in \overline{BU}, \forall zi \in \overline{ZI} \quad (6.83)$$

$$SS_{bu,zi,pr} \leq \mathbf{s}_{bu,zi,pr} \leq MS_{bu,zi,pr} \quad \forall zi \in \overline{ZI}, \forall pr \in \overline{PRS} \quad (6.84)$$

$$SS_{bu,zi}^{Sum} \leq \mathbf{s}_{bu,zi}^{Sum} \leq MS_{bu,zi}^{Sum} \quad \forall zi \in \overline{ZI}. \quad (6.85)$$

Die Restriktionsmenge (6.83) ist die Summation der Pufferstände, (6.84) und (6.85) stellen die Ober- und Untergrenzen dar.

6.7.2.2 Produktionsprogrammverschiebung

Die mögliche Vor- bzw. Nachproduktion ist in der integrierten Betrachtung nur für die Montagelinien von Bedeutung, da Rohbau und Oberfläche über Puffer mit diesen verbunden sind. Die Parameter und Variablen müssen entsprechend erweitert werden.

Die Parameter $PPV_{fa,wo,pr}$, $PPV_{fa,wo}^{Sum}$, $PPN_{fa,wo,pr}$ und $PPN_{fa,wo}^{Sum}$ werden mit $fa \in \overline{FA}$ erweitert.

Die Entscheidungsvariablen $\mathbf{s}_{wo,pr}^{mak}$ und \mathbf{s}_{wo}^{makSum} werden für Montagelinien durch neue Entscheidungsvariablen, die wie folgt definiert sind, ersetzt:

$\mathbf{sv}_{fa,wo,pr}$:= Anzahl vor- bzw. nachproduzierter Einheiten von Produkt pr am Ende der Woche wo in Montagelinie fa ,
($\mathbf{sv}_{fa,0,pr}$ = Anfangsstand).

$\mathbf{sv}_{fa,wo}^{Sum}$:= Anzahl vor- bzw. nachproduzierter Einheiten aller Produkte am Ende der Woche wo in Montagelinie fa ,
($\mathbf{sv}_{fa,0}$ = Anfangsstand).

$\mathbf{sv}_{fa,wo,pr}, \mathbf{sv}_{fa,wo}^{Sum} \in \mathbb{R}$.

Die Restriktionen müssen angepasst werden.

$$\mathbf{sv}_{fa,wo,pr} = D_{fa,wo,pr}^{Week} - \sum_{bu=1}^{BU} \sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} + \mathbf{sv}_{fa,wo-1,pr} \quad (6.86)$$

$$\forall fa \in \overline{FA}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall pr \in \overline{PR}, li = (BS + PS + fa)$$

Die Restriktionenmenge (6.86) bildet ab, dass die Produktionsprogrammverschiebung einer Linie sich aus der Produktion und Nachfrage einer Periode sowie der Verschiebung der Vorperiode ergibt.

$$\sum_{pr=1}^{nPRS} \mathbf{sv}_{fa,wo,pr} = \mathbf{sv}_{fa,wo}^{Sum} \quad \forall fa \in \overline{FA}, \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.87)$$

$$PPN_{fa,wo,pr} \leq \mathbf{sv}_{fa,wo,pr} \leq PPV_{fa,wo,pr} \quad (6.88)$$

$$\forall fa \in \overline{FA}, \forall wo \in \overline{WO}, \forall pr \in \overline{PR}$$

$$PPN_{fa,wo}^{Sum} \leq \mathbf{sv}_{fa,wo}^{Sum} \leq PPV_{fa,wo}^{Sum} \quad \forall fa \in \overline{FA}, \forall wo \in \overline{WO} \quad (6.89)$$

Die Restriktionenmenge (6.87) ist die Summation der Programmverschiebung, (6.88) und (6.89) stellen die Ober- und Untergrenzen der Programmverschiebung dar. Bei Rohbau- und Oberflächelinien ohne angeschlossenen Puffer bleiben die bisherigen Restriktionen erhalten.

6.7.2.3 Schichtabsagereihenfolge

Bei den Parametern und Variablen zur Modellierung der Schichtabsagereihenfolge verhält es sich ähnlich wie bei den modellübergreifenden Parametern und Variablen. Die Indexmenge \overline{AB}_{li} wird nun mit $li \in \overline{LI}$ für alle Linien definiert. Gleiches gilt für $\mathbf{y}_{li,wo,tg,st}^{NS}$. Damit werden die entsprechenden Restriktionenmengen (6.18) und (6.18) um $\forall li \in \overline{LI}$ erweitert. Weitere Anpassungen sind an dieser Stelle nicht nötig.

6.7.2.4 Kosten und Zielfunktion

Die Zielfunktion muss nicht stark angepasst werden. Lediglich die Kostenparameter müssen um einen Linienindex erweitert werden, da diese individuell pro Linie festgelegt werden können. Somit werden K_{li}^{prod} , K_{li}^{lager} und $K_{li}^{schicht}$ mit $li \in \overline{LI}$ erweitert und es ergibt sich folgende Zielfunktion:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{z}^p = & \sum_{li=1}^{BS} \sum_{bu=1}^{nBSPS} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \sum_{pr=1}^{nPRS} \left(K_{li}^{prod} \cdot \mathbf{x}_{li,bu,wo,tg,st,pr} \right) \\ & + \sum_{li=1}^{PS} \sum_{bu=1}^{PSFA} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \sum_{pr=1}^{nPRS} \left(K_{li}^{prod} \cdot \mathbf{x}_{(li+nBS),(bu+nBSPS),wo,tg,st,pr} \right) \\ & + \sum_{li=1}^{FA} \sum_{bu=1}^{PSFA} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \sum_{pr=1}^{nPRS} \left(K_{li}^{prod} \cdot \mathbf{x}_{(li+nBS+nPS),(bu+nBSPS),wo,tg,st,pr} \right) \\ & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{zi=0}^{nZI} \sum_{pr=1}^{nPRS} \left(K_{li}^{lager} \cdot \mathbf{s}_{zi,pr} \right) + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \left(K_{li}^{schicht} \cdot \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \right). \end{aligned} \quad (6.90)$$

6.7.3 Modell zur Kapazitätswechselplanung in der Produktion

In der Kapazitätswechselplanung ergeben sich keine großen Erweiterungen. Es werden lediglich alle Parameter und Entscheidungsvariablen mit einem Linienindex $li \in \overline{LI}$ analog zu den bisherigen Anpassungen erweitert.

Die Restriktionen erhalten jeweils den Zusatz $\forall li \in \overline{LI}$. Damit wird der Linienindex entsprechend berücksichtigt.

Die Zielfunktion unterscheidet sich durch die Aggregation über alle Linien.

$$\begin{aligned}
 \min \mathbf{z}^{pw} = & \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} (K_{li}^{WSM} \cdot \mathbf{q}_{li,wo}^{WSM}) \\
 & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} (K_{li}^{WTZ} \cdot \mathbf{q}_{li,wo}^{WTZ}) \\
 & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{ko_1=1}^{KO} \sum_{ko_2 \neq ko_1}^{KO} (K_{li,ko_1,ko_2}^{WKO} \cdot \mathbf{q}_{li,wo,ko_1,ko_2}^{WKO}) \\
 & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(K_{li}^{WSG_Auf} \cdot \left(\mathbf{q}_{li,wo}^{WSG1_Auf} + \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Auf} \right) \right) \\
 & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(K_{li}^{WSG_Ab} \cdot \left(\mathbf{q}_{li,wo}^{WSG1_Ab} + \mathbf{q}_{wo}^{WSG3_Ab} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{6.91}$$

6.7.4 Modell zur Arbeitskräftekapazitätsplanung

Analog zu den Änderungen am Modell der Kapazitätswechselplanung in der Produktion müssen im Wesentlichen nur die Parameter und Entscheidungsvariablen um einen Linienindex $li \in \overline{LI}$ sowie die Restriktionen um $\forall li \in \overline{LI}$ ergänzt werden.

Ebenso muss die Zielfunktion mit den Kostenfaktoren so erweitert werden, dass

jeweils linienabhängige Werte berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned}
\min \mathbf{z}^a = & \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(K_{li}^{Linie_Gehalt} \cdot \mathbf{a}_{li,wo}^{st} \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(\left(K_{li}^{GMK_Gehalt} - K_{li}^{Linie_Gehalt} \right) \cdot \mathbf{a}_{li,wo}^{gmk} \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(K_{li}^{Tmp_Gehalt} \cdot \mathbf{a}_{li,wo}^{tmp} \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \left(K_{li}^{AK_Schicht} \cdot \mathbf{a}_{li,wo}^{Sum} \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \left(K_{li}^{Linie_Stdlohn} \cdot (1 - AT A_{li,wo}) \right. \\
& \quad \left. \cdot (1 - ATGMK_{li,wo}) \cdot \mathbf{sz}_{li,wo,tg,st}^r \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \left(K_{li}^{GMK_Stdlohn} \cdot ATGMK_{li,wo} \cdot \mathbf{sz}_{li,wo,tg,st}^r \right) \\
& + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} \sum_{tg=1}^{TG} \sum_{st=1}^{ST} \left(K_{li}^{Tmp_Stdlohn} \cdot AT A_{li,wo} \cdot \mathbf{sz}_{li,wo,tg,st}^r \right)
\end{aligned} \tag{6.92}$$

6.7.5 Modell zur Wechselplanung der Personalkapazität

Wie schon bei den vorangegangenen Modellen bedarf es bei der Wechselplanung der Personalkapazität prinzipiell der Anpassung der Parameter und Variablen mit einem zusätzlichen Linienindex $li \in \overline{LI}$ und den Restriktionen mit dem Zusatz $\forall li \in \overline{LI}$. Darüber hinaus muss allerdings die Möglichkeit der Arbeitskräfteverschiebung bedacht werden.

6.7.5.1 Arbeitskräfteverschiebung

Zusätzlich birgt die integrierte Betrachtung aller Linien die Möglichkeit, Mitarbeiter linienübergreifend einplanen zu können. Dadurch ist es möglich, Einstellungen und Entlassungen und somit Mehrkosten zu reduzieren. In der Praxis ist es aufgrund unterschiedlicher Anforderungsprofile nicht sinnvoll, eine Arbeitskraft von z.B. einer Oberflächenlinie eine Periode später in der Endmontage arbeiten zu lassen. Dennoch können Arbeitskräfte unter Linien eines Typs verschoben werden. Dies gilt nur für Stammarbeitskräfte, da temporäre Arbeitskräfte in der Regel kurzfristig entlassen werden können und stattdessen temporäre Mitarbeiter mit anderen Fähigkeiten eingestellt werden können.

Es müssen zusätzliche Parameter definiert werden, um die Arbeitskräfteverschiebung beeinflussen zu können und dadurch die maximale Anzahl an Verschiebungen pro Linie und Woche anteilig an den Stammarbeitskräften zu beschränken.

$AKS_{li,wo}^{wechsel}$:= Maximaler Anteil an Stammarbeitskräften, der vor Woche wo an Linie li wechseln darf.

$$AKS_{li,wo}^{wechsel} \in \mathbb{R}^+ \cap [0, 1]$$

Mit Hilfe folgender Variablen wird entschieden, wie viele Arbeitskräfte in einer Periode von einer Linie zu einer anderen verschoben werden.

$\mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st}$:= Anzahl an Arbeitskräften, die zur Woche wo von Linie li zu Linie li' wechseln.

$$\mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st} \in \mathbb{R}^+$$

Abschließend muss eine Reihe von Restriktionen definiert werden. Ein Wechsel von Arbeitskräften einer Linie zu einer anderen ist nur sinnvoll, wenn an einer Linie zu viele und an der anderen Linie zu wenige Arbeitskräfte eingesetzt sind.

$$\sum_{li'=1}^{BS} \mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st} \leq \mathbf{a}_{li,wo}^{st} + \mathbf{a}_{li,wo}^{tmp} - \mathbf{a}_{li,wo}^{bb} \quad (6.93)$$

$$\forall li \in \overline{BS} : li \neq li', \forall wo \in \overline{WO}$$

$$\sum_{li'=1}^{PS} \mathbf{a_wechsel}_{li,(li'+nBS),wo}^{st} \leq \mathbf{a}_{li,wo}^{st} + \mathbf{a}_{li,wo}^{tmp} - \mathbf{a}_{li,wo}^{bb} \quad (6.94)$$

$$\forall li \in \overline{PS} : li \neq li', \forall wo \in \overline{WO}$$

$$\sum_{li'=1}^{FA} \mathbf{a_wechsel}_{li,(li'+nBS+nPS),wo}^{st} \leq \mathbf{a}_{li,wo}^{st} + \mathbf{a}_{li,wo}^{tmp} - \mathbf{a}_{li,wo}^{bb} \quad (6.95)$$

$$\forall li \in \overline{FA} : li \neq li', \forall wo \in \overline{WO}$$

Die Restriktionsmengen (6.93) bis (6.95) stellen sicher, dass Arbeitskräfte nur innerhalb Linien gleichen Typs verschoben werden können und dies nur möglich ist, falls die Anzahl der festen und temporären Mitarbeiter der Linie im Vergleich zum Bruttobedarf zu klein ist. Weiterhin dürfen nicht beliebig viele Arbeitskräfte verschoben werden.

$$\sum_{li'=1}^{LI} \mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st} \leq AKS_{li,wo}^{wechsel} \cdot \mathbf{a}_{li,wo}^{st} \quad (6.96)$$

$$\forall li \in \overline{LI} : li \neq li', \forall wo \in \overline{WO}$$

Die Restriktionen (6.50) zur Berechnung der Arbeitskräftebilanz müssen ebenfalls angepasst werden, so dass Verschiebungen und Linien berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{li,wo}^{st} &= \mathbf{a}_{li,wo-1}^{st} + \mathbf{a_ein}_{li,wo}^{st} - \mathbf{a_aus}_{li,wo}^{st} \\ &\quad - \sum_{li'=1}^{LI} \mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st} + \sum_{li'=1}^{LI} \mathbf{a_wechsel}_{li',li,wo}^{st} \end{aligned} \quad (6.97)$$

$$\forall li \in \overline{LI}, \forall wo \in \overline{WO}$$

6.7.5.2 Kosten und Zielfunktion

Durch die Verschiebung von Arbeitskräften können neue Kosten entstehen. Diese müssen im Modell berücksichtigt werden.

$$K_{li}^{st-Wechsel} := \text{Kosten für das Wechseln einer Stammarbeitskraft, die zu} \\ \text{Linie } li \text{ wechselt.}$$

$$K_{li}^{st-Wechsel} \in \mathbb{R}^+$$

Es ergibt sich, unter Berücksichtigung der pro Linie festgelegten Kosten, folgende Zielfunktion:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{z}^{aw} = & \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} K_{li}^{tmp-ein} \cdot \mathbf{a_ein}_{li,wo}^{tmp} \\ & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} K_{li}^{tmp-aus} \cdot \mathbf{a_aus}_{li,wo}^{tmp} \\ & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} K_{li}^{st-ein} \cdot \mathbf{a_ein}_{li,wo}^{st} \\ & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} K_{li}^{st-aus} \cdot \mathbf{a_aus}_{li,wo}^{st} \\ & + \sum_{li=1}^{LI} \sum_{li'=1}^{LI} \sum_{wo=1}^{WO} K_{li}^{st-Wechsel} \cdot \mathbf{a_wechsel}_{li,li',wo}^{st} \end{aligned} \quad (6.98)$$

6.7.6 Modell zur Arbeitszeitkontoplanung

Bei den Ansätzen zur Arbeitszeitkontoplanung sind keine großen Erweiterungen notwendig.

Es werden lediglich alle Parameter und Entscheidungsvariablen mit einem Linienindex $li \in \overline{LI}$ analog zu den bisherigen Anpassungen erweitert.

Die Restriktionen erhalten jeweils den Zusatz $\forall li \in \overline{LI}$. Damit wird der Linienindex entsprechend berücksichtigt.

Es bleibt anzumerken, dass Arbeitskräfte, die zwischen Linien wechseln, ihren durchschnittlichen Stand des Arbeitszeitkontos nicht an die neue Linie mitnehmen. Da Wechsel sich in der Regel nur auf wenige Personen und nicht auf ganze Schichtgruppen beziehen, ist dies legitim. Wenn dieser Effekt berücksichtigt werden soll, dann wäre eine weitere lineare Approximation des Zusammenhangs notwendig. Sie wird an dieser Stelle allerdings aufgrund des Entwicklungsaufwands und der resultierenden Größe der Modelle nicht durchgeführt.

7 Lösungsmethodik und Implementierung

Ziel der Lösungsmethodik und der Implementierung ist die Lösung des Problems. Unter Zuhilfenahme der Modelle aus Kapitel 6 und Standardsoftware¹ kann das Problem direkt gelöst werden. Dies ist aber unter Berücksichtigung eines Zeitlimits von zwei bis drei Stunden in den seltensten Fällen möglich. Für unterschiedliche Testinstanzen wird sehr oft überhaupt keine gültige Lösung gefunden. Entsprechende Ergebnisse und Analysen befinden sich in Abschnitt 8.3.1 und 8.4. Dementsprechend sind weitere Entwicklungen nötig, um diese Probleme zu lösen. In diesem Kapitel wird zuerst ein Abriss über den entwickelten Lösungsablauf und die eingesetzte Lösungsmethodik gegeben. Im Anschluss daran wird auf allgemeine Modellverbesserungen eingegangen. Es folgt eine Betrachtung unterschiedlicher Lösungsräume des Problems und eine Erklärung der genutzten bzw. entwickelten primalen Heuristiken. Abschließend wird die prototypische Implementierung als Entscheidungsunterstützungssystem beschrieben.

7.1 Lösungsablauf und -methodik

Die Lösungsmethodik nutzt unterschiedliche Techniken. Abbildung 7.1 stellt das Zusammenspiel und den Ablauf der einzelnen Methoden und Techniken dar.

Als erstes werden allgemeine Modellverbesserungen genutzt. Dabei geht es darum, ungültige Variablenbelegungen im Vorfeld der eigentlichen Lösung des Problems durch ein Preprocessing auszuschließen sowie valide Ungleichungen zum Modell hinzuzufügen, um den Lösungsprozess zu beschleunigen. Die Details werden in Abschnitt 7.2 beschrieben.

Daran anschließend werden drei unterschiedliche Lösungsräume definiert. Einen ursprünglichen Lösungsraum sowie zwei eingeschränkte Lösungsräume, die ggf. einen Teil gültiger Lösungen nicht enthalten. Abschnitt 7.3 beschreibt weitere Details.

Es gibt vier unterschiedliche primale Heuristiken, welche jeweils mit einem Lösungsraum kombiniert werden können, um eine gültige Lösung zu erzeugen. Sollte eine primale Heuristik zum Einsatz kommen, werden ggf. gefundene gültige Lösungen für einen anschließenden Lösungsprozess genutzt. Abschnitt 7.4 beschreibt Details zu den primalen Heuristiken.

Die Lösungsmethodik teilt sich in einen Hauptlauf, das *Solve*, und einen optionalen Vorlauf, das *Presolve*. Als erstes erfolgt der Modellaufbau für das Problem.

¹In diesem Fall der MIP-Solver CPLEX 11.0.1 der Firma ILOG.

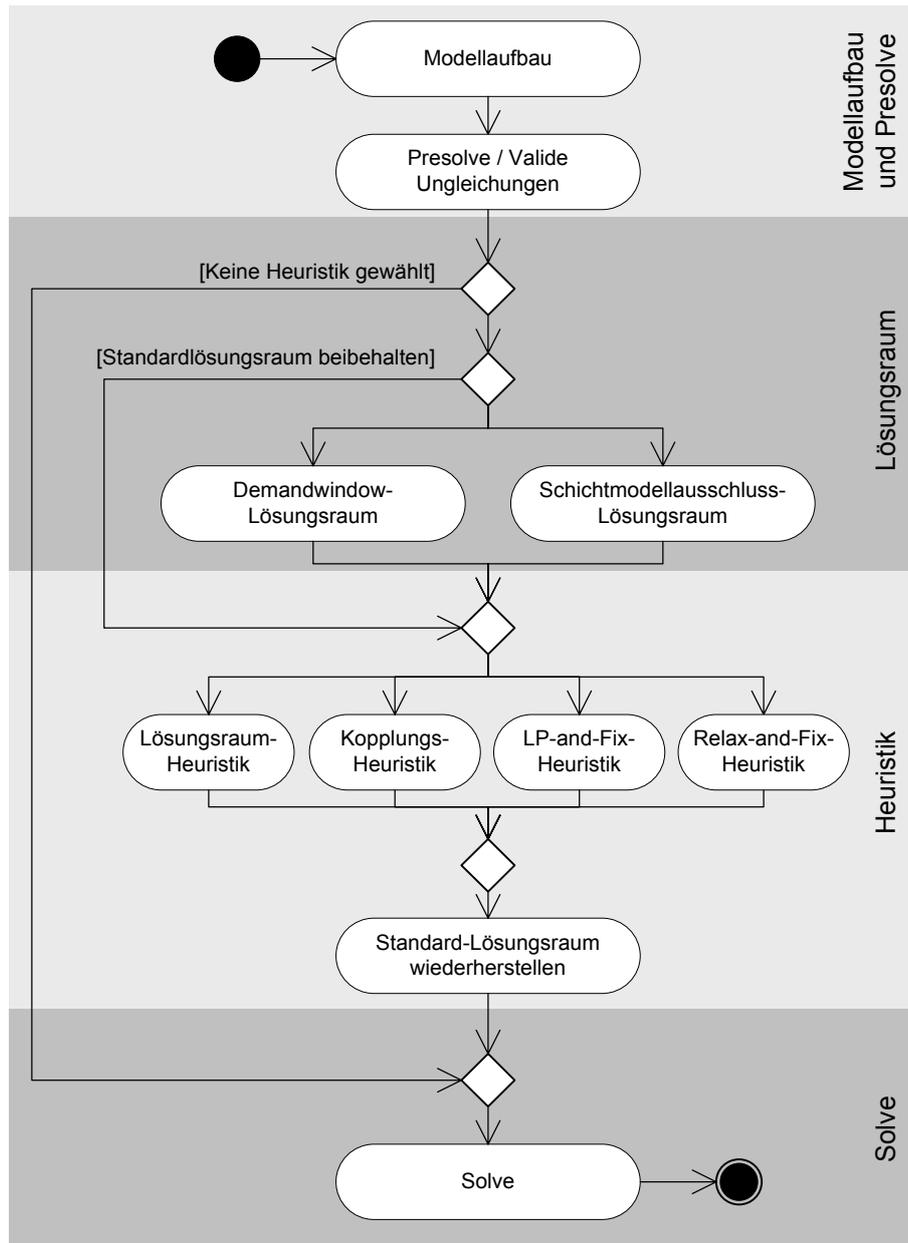


Abbildung 7.1: Ablaufdiagramm

Danach wird ein Preprocessing durchgeführt und valide Ungleichungen dem Modell hinzugefügt. Im Anschluss daran kommt es entweder direkt zur Lösung des Problems oder zum Presolve. Das Presolve ist eine Kombination aus einer der vier Heuristiken und einem Lösungsraum. Dementsprechend gibt es zwölf unterschiedliche Arten des Presolve. Dem Presolve schließt sich immer ein Solve an, bei dem ggf. gefundene Lösungen als oberer Schranke für das Problem mit dem ursprünglichen Lösungsraum genutzt werden. In Summe gibt es also 13 Möglichkeiten das Problem zu lösen: Ein direktes Solve oder eine der zwölf Arten des Presolve mit einem anschließenden Solve. Wird eine primale Heuristik zusammen mit einem anderen als dem normalen Lösungsraum angewendet, muss nach Durchlauf der Heuristik der normale Lösungsraum wiederhergestellt werden, da

anderenfalls nicht sichergestellt ist, dass alle gültigen Lösungen im Lösungsraum enthalten sind.

7.2 Modellverbesserungen

Eine Verbesserung der Lösbarkeit des Modells kann durch zwei unterschiedliche Techniken erreicht werden. Dabei spielt die genaue Kenntnis der Problemstruktur eine entscheidende Rolle. Ein intelligentes Preprocessing kann den generell zu untersuchenden Lösungsraum verkleinern. Darüber hinaus können dem Modell valide Ungleichungen hinzugefügt werden, um die Anzahl der Lösungen des Lösungsraums zu verringern und so den Lösungsprozess zu beschleunigen. Die Techniken werden immer zuerst für den Fall einer Linie beschrieben. Nötige Modifikationen für den Fall der integrierten Betrachtung mehrerer Linien werden am Ende des jeweiligen Abschnitts diskutiert.

7.2.1 Preprocessing

Preprocessing ist eine allgemeine Technik mit dem Ziel, schwierige Optimierungsmodelle so zu vereinfachen, dass sie leichter zu lösen sind. Dies geschieht durch das Entfernen von redundanten Variablen und Nebenbedingungen, dem Fixieren von Variablen und Nebenbedingungen an ihren oberen oder unteren Schranken oder der Bestimmung einfacher Lösungen (vgl. [Kal02], S. 133). Das Preprocessing wird sowohl auf lineare als auch auf gemischt-ganzzahlige Programme angewendet. Bei linearen Programmen werden im Preprocessing viele arithmetische Tests auf den Variablen durchgeführt. Eine Aufzählung von LP-Preprocessing-Techniken findet sich bei Maros ([Mar03], S. 97 ff.). Beim Preprocessing auf gemischt-ganzzahligen Modellen werden insbesondere die Binärvariablen untersucht. Dabei prüft der Solver beispielsweise durch bestimmtes Setzen der Binärvariablen auf 0 und 1, welche Kombinationen das Modell unlösbar machen und daher ausgeschlossen werden können (vgl. Suhl und Mellouli [SM06], S. 159).

Im Hinblick auf die spezifische Problemstellung dieser Arbeit wurden zwei Preprocessing-Ansätze implementiert, welche über die Standardtechniken des Solvers hinausgehen. Sie beruhen auf der genauen Kenntnis der Definition der Binärvariablen \mathbf{y}^{WK} und \mathbf{y}^S . Dabei ist das Ziel, möglichst viele Binärvariablen auf ihre Ober- oder Untergrenze zu fixieren. Als Ansatzpunkt hierfür dienen unterschiedliche Parameterinformationen, deren Nutzung im Folgenden erläutert wird.

Kapazitätsprüfung der Nachfrage auf Schicht- und Wochenebene

Für jede Kombination von Anpassungsmöglichkeiten kann die maximale Produktionskapazität einer Woche bestimmt werden. Es wird geprüft, ob die kumulierte

Nachfrage einer Woche über alle Schichten und Produkte summiert mit dem Sicherheitsbestand größer ist als die Summe aus der maximalen Kapazität und dem Maximalbestand. Falls dies eintritt, kann die entsprechende Kombination ausgeschlossen werden, da sie die Nachfrage in keinem Fall befriedigen wird. Die Obergrenze für die betreffende Binärvariable \mathbf{y}^{WK} wird in diesem Fall auf 0 gesetzt.

$$\mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} = 0, \text{ falls}$$

$$D_{wo}^{Sum} + SS_{zi}^{sum} > \sum_{sm=1}^{nSM} \sum_{tz=1}^{nTZ} \sum_{KO=1}^{nKO} \sum_{pb=1}^{nPB} C_{wo,tg,st,sm,tz,ko,pb} + MS_{zi}^{sum} \quad (7.1)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \quad zi = ZI_{wo,0,0}$$

Auf Schichtebene lässt sich eine ähnliche Kapazitätsprüfung implementieren. Wenn die schichtgenaue Nachfrage D summiert mit dem Sicherheitsbestand höher ist als die maximale Pufferkapazität, dann muss in dieser Schicht in jedem Fall produziert werden.² Entsprechend kann die Untergrenze der Binärvariable \mathbf{y}^S auf 1 gesetzt werden.

$$\mathbf{y}_{wo,tg,st}^S = 1, \text{ falls}$$

$$\sum_{pr=1}^{PR} D_{wo,tg,st,pr} + SS_{zi}^{sum} > MS_{zi}^{sum} \quad \text{oder} \quad (7.2)$$

$$D_{wo,tg,st,pr} + SS_{zi,pr} > MS_{zi,pr} \quad (7.3)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \quad \forall tg \in \overline{TG}, \quad \forall st \in \overline{ST}, \quad zi = ZI_{wo,tg,st}$$

Diese Kapazitätsprüfung kann sowohl über den Gesamtpuffer aggregiert (7.2) als auch für jedes Produkt einzeln durchgeführt werden (7.3).

Für den Fall mehrerer Linien muss das Preprocessing angepasst werden. Die Nachfrage ist bei einer integrierten Betrachtung nur für die Montage bekannt. Für Oberfläche und Rohbau muss neben der Möglichkeit der Produktionsprogrammverschiebung in der Montage noch jeder weitere vorgelagerte Puffer berücksichtigt werden. Zwecks dessen wird eine minimale Nachfrage berechnet, indem von der eigentlichen Nachfrage die maximale Produktionsprogrammverschiebung sowie die maximalen Pufferstände subtrahiert werden. Auf dieser Basis kann auch in den Gewerken Oberfläche und Rohbau ein Preprocessing durchgeführt werden.

Arbeitskräfte-Prüfung

Im Rahmen der Arbeitskräfte-Prüfung wird festgestellt, bei welchen Kombinationen von Anpassungsmöglichkeiten die Bruttonachfrage nach Arbeitskräften die Obergrenzen für die Anzahl der eingestellten Arbeitskräfte übersteigt. In diesem

²Falls die Linie keinen angeschlossenen Puffer hat, kann eine Kapazitätsprüfung auf Schichtebene im Preprocessing nicht durchgeführt werden (vgl. Abs. 6.2.3, S. 98 ff.).

Fall kann die Kombinationen im Vorfeld ausgeschlossen und die Obergrenzen auf den betreffenden Binärvariablen \mathbf{y}^{WK} auf 0 gesetzt werden.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} &= 0, \text{ falls} \\ A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{brutto} &> AKS_{wo}^{OG} + AKT_{wo}^{OG} \\ \forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Diese Form des Preprocessings kann unverändert für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien übernommen werden.

7.2.2 Valide Ungleichungen

Als valide Ungleichungen werden Restriktionen bezeichnet, die einem gemischt-ganzzahligen Optimierungsmodell hinzugefügt werden und dabei keine gültigen (gemischt-ganzzahligen) Lösungen ausschließen. Da sich nach dieser Definition beliebig viele Ungleichungen dem Modell hinzufügen ließen, zeichnet gute valide Ungleichungen aus, dass sie gleichzeitig die untere Schranke der LP-Relaxation verbessern. Abbildung 7.2 zeigt, dass durch das Hinzufügen solcher „strenger“ valider Ungleichungen der Lösungsraum sinnvoll verkleinert werden kann. Dabei gilt es abzuwägen, wie viele zusätzliche Ungleichungen dem Problem hinzugefügt werden sollen, denn jede zusätzliche Restriktion erhöht die Größe der Problemformulierung und erschwert den Lösungsprozess. Sind die zusätzlichen Ungleichungen jedoch gut ausgewählt, können erheblich bessere Schranken auf den Variablen gesetzt werden, so dass sich eine Leistungssteigerung des Branch-and-Bound-Verfahrens ergibt (vgl. Wolsey [Wol98], S. 121 f.). Es ist sinnvoll, das bisherige Optimum der LP-Relaxation durch eine strenge valide Ungleichung abzuschneiden. Beim nächsten Durchlauf des Algorithmus wird dann eine bessere obere Schranke gefunden, so dass sich der Duality Gap verkleinert (vgl. Suhl und Mellouli [SM06], S. 157).

Für allgemeine Methoden zum Finden strenger valider Ungleichungen sei auf Wolsey [Wol98] verwiesen. Verfahren wie Cutting-Plane-Algorithmen sowie die Abwägungen von „Branch-and-Cut vs. Cut-and-Branch“ werden dort beschrieben.

Im Folgenden werden problemspezifische valide Ungleichungen vorgestellt, welche sich die Problemstruktur zu Nutze machen.

Minimale/Maximale Anzahl an Schichten

Bei diesem Verfahren werden alle Produktionskapazitäten der einzelnen Schichten der verschiedenen Anpassungsmöglichkeiten aufsteigend sortiert und anschließend mit der summierten Wochennachfrage unter Berücksichtigung von Minimal- und Maximalbestand der Puffer in Beziehung gesetzt. Für jede Produktionskombination kann so ermittelt werden, wie viele Schichten mindestens eingeplant werden

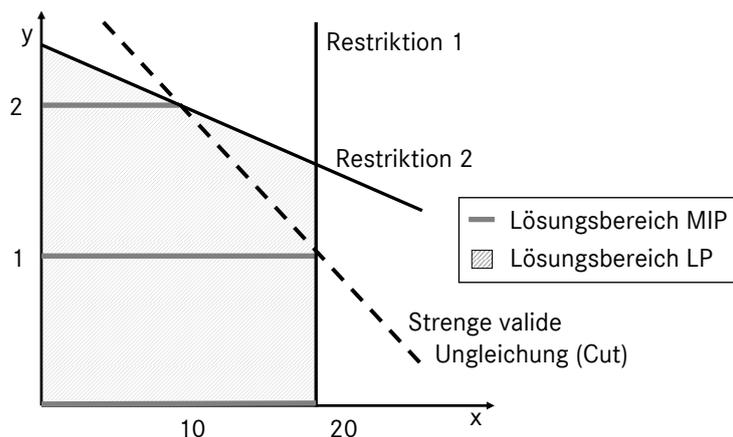


Abbildung 7.2: Valide Ungleichung in der gemischt-ganzzahligen mathematischen Programmierung

müssen, um die Nachfrage zu befriedigen. Dabei wird vom maximalen Pufferstand als Ausgangszustand ausgegangen. Parallel dazu wird die maximale Anzahl an Schichten bestimmt, d.h. die Anzahl der Schichten, die überhaupt durch das Schichtmodell zur Verfügung stehen.

$S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Min}$:= Minimale Anzahl an Schichten, die in Woche wo bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb benötigt werden, um die Nachfrage bei maximal gefülltem Puffer zu befriedigen.

$S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Max}$:= Maximale Anzahl an Schichten, die in Woche wo bei Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb zur Steigerung der Produktionskapazität bei minimal gefülltem Puffer eingeplant werden können.

$$S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Min}, S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Max} \in \mathbb{R}^+$$

Mit Hilfe der obigen Parameter können valide Ungleichungen in Form von Restriktionen zum Modell hinzugefügt werden.

$$\sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \geq \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{KO=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Min} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad (7.5)$$

$$\sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \leq \sum_{sm=1}^{SM} \sum_{tz=1}^{TZ} \sum_{KO=1}^{KO} \sum_{pb=1}^{PB} (S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Max} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK}) \quad (7.6)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}$$

Dabei sichern die Ungleichungsmengen (7.5) und (7.6), dass für die gewählte Kombination der Anpassungsmöglichkeiten die Anzahl aller Schichten einer Woche zwischen der minimalen und maximalen Anzahl der korrespondierende Schichten liegen muss. Die Ungleichungsmenge (7.5) kann in ihre disaggregierte Form

überführt werden.

$$\sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \geq S_{wo,sm,tz,ko,pb}^{Min} \cdot \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} \quad (7.7)$$

$$\forall wo \in \overline{WO}, \forall sm \in \overline{SM}, \forall tz \in \overline{TZ}, \forall ko \in \overline{KO}, \forall pb \in \overline{PB}$$

Darüber hinaus kann ein neuer Parameter definiert werden.

$$S_{wo}^{MinWo} := \min\{S_{wo',sm,tz,ko,pb}^{Min} \text{ mit } wo' = wo\}$$

Dadurch kann eine allgemeine Untergrenze der Schichtanzahl definiert werden.

$$\sum_{tg=MO}^{SO} \sum_{st=FS}^{NS} \mathbf{y}_{wo,tg,st}^S \geq S_{wo}^{MinWo} \quad \forall wo \in \overline{WO} \quad (7.8)$$

Die Ungleichungsmenge (7.8) stellt diese dar.

Für die Anwendung der Ungleichung für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien gilt Ähnliches wie für das Preprocessing. In den Produktionsstufen vor der Montage sind die Nachfragen nicht im Vorhinein bekannt, da sie auf der Montagenachfrage beruhen. Es muss eine minimale Nachfrage berechnet werden, indem von der eigentlichen Nachfrage die maximale Produktionsprogrammverschiebung sowie die maximalen Pufferstände subtrahiert werden. Auf dieser Basis können auch in den Gewerken Oberfläche und Rohbau valide Ungleichungen für die minimale und maximale Anzahl an Schichten hinzugefügt werden.

7.3 Lösungsräume

Ein Lösungsraum bestimmt, welche Wertebereiche die Entscheidungsvariablen annehmen dürfen. Durch eine Einschränkung dieser Bereiche wird das Problem in der Regel leichter zu lösen. Im Rahmen der Implementierung werden neben einem Standardlösungsraum auch eingeschränkte Lösungsräume betrachtet, um sie im Zusammenspiel mit primalen Heuristiken zu nutzen. Ein Lösungsraum wird immer zuerst für den Fall einer Linie beschrieben. Nötige Modifikationen für den Fall der integrierten Betrachtung mehrerer Linien werden am Ende des jeweiligen Abschnitts diskutiert.

7.3.1 Standardlösungsraum

Der Standardlösungsraum entspricht den Domänen der Entscheidungsvariablen wie in den Abschnitten 6.1 bis 6.6 vorgestellt sowie den entsprechenden Schranken auf den Variablen. Weiterhin wurden ungültige Variablenbelegungen durch das Preprocessing, wie in Abschnitt 7.2.1 beschrieben, bereits durch das Setzen der Ober- und Untergrenzen ausgeschlossen.

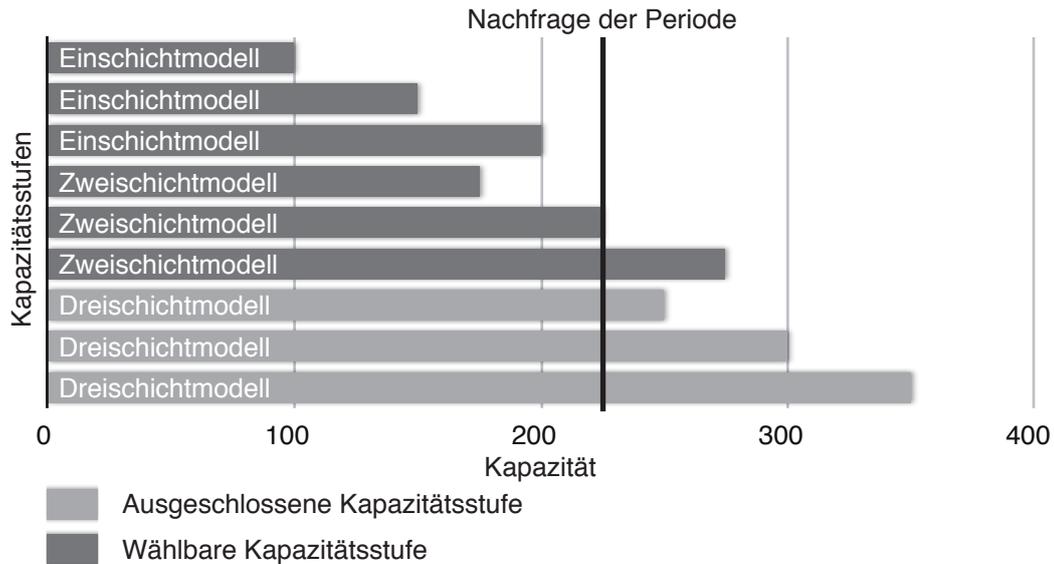


Abbildung 7.3: Darstellung Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum für eine Periode

Der so entstandene Lösungsraum enthält alle möglichen Lösungen für das dem Modell zugrunde liegende Problem. Es kann allerdings sein, dass keine der Lösungen gültig ist.

7.3.2 Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum

Der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum basiert auf dem Standardlösungsraum aus Abschnitt 7.3.1 und wird durch Ausschluss von allen Zwei- bzw. Dreischichtmodellen einer Woche verkleinert. Die Entscheidung zum Ausschluss von Schichtmodellen basiert auf der Gegenüberstellung wöchentlicher Bedarfe D_{wo} und der in den Ein-, Zwei- und Dreischichtmodellen vorhandenen Kapazitäten mit der jeweils größten Ausbringung pro Stunde in diesen Wochen. Erfüllt ein Einschichtmodell den Bedarf in einer gegebenen Periode, so werden alle Zwei- und Dreischichtmodelle in dieser durch das Setzen der Obergrenzen auf den entsprechenden y^{WK} -Kombinationen auf 0 ausgeschlossen. Analog verhält es sich mit den Zweischichtmodellen: Wird der Bedarf einer Periode durch ein Zweischichtmodell aber nicht durch ein Einschichtmodell erfüllt, werden sämtliche y^{WK} -Kombinationen, die ein Dreischichtmodell beinhalten, aus dieser Periode ausgeschlossen. Abbildung 7.3 stellt den Zusammenhang für eine Woche graphisch dar.

Bei schwankenden Bedarfen kann diese Methode einen ständigen Wechsel im ausgewählten Schichtmodell bewirken, was hohe Kosten zur Folge hat und unter Umständen auch nicht möglich ist.³ Dieses Problem wird in einem zweiten Schritt durch eine Angleichung benachbarter Perioden gelöst. Hierbei werden immer vier

³Zur Beschränkung von Schichtmodellwechseln siehe auch Abs. 6.3.1 auf S. 102.

nebeneinander liegende Perioden betrachtet und das Schichtmodell mit der höchsten Anzahl an Schichtgruppen innerhalb dieser vier als Ausgangspunkt genommen. Ausgehend von diesem Schichtmodell wird eine Entscheidung analog zum Ausschluss von Schichtmodellen von oben getroffen und auf die vier Perioden angewendet.

Der so entstandene Lösungsraum enthält nicht alle möglichen Lösungen für das dem Modell zugrunde liegende Problem. Insbesondere kann eine gültige optimale Lösung des Problems, welche noch im Standardlösungsraum aus Abschnitt 7.3.1 enthalten war, nicht Teil des Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraums sein.

Um den Lösungsraum für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien zu nutzen muss in den Produktionsstufen vor der Montage die Nachfrage, mit der die Prozedur durchgeführt wird angepasst werden. Dies geschieht in Abhängigkeit vom erwarteten Pufferabgang. Um den Wert zu bestimmen, wird die wochenweise Nachfrage der Montage genutzt unter Berücksichtigung welcher Anteil des Produktionsprogramms voraussichtlich auf der Linie zu fertigen ist. Dies spielt insbesondere eine Rolle wenn die Produkte auf unterschiedliche Produktionslinien aufgeteilt sind.

7.3.3 Nachfragefenster-Lösungsraum

Der Nachfragefenster-Lösungsraum ist ähnlich dem Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum, schließt aber nicht pauschal alle Zwei- bzw. Dreischichtmodelle aus. Zur Bildung des Lösungsraumes werden zuerst alle Kombinationen von Schichtmodellen und Ausbringungen in einer Periode ausgeschlossen und die theoretisch verfügbaren Schichtmodelle sowie Ausbringungen aufsteigend nach Kapazität in dieser Periode sortiert. Anschließend werden die Kombinationen, welche den Bedarf genau erfüllen, wieder in den Lösungsraum aufgenommen. Mit Hilfe der Parameter *Oben* und *Unten* werden nun *Oben* Kombinationen von Schichtmodell und Ausbringung, deren Kapazität den Bedarf übersteigt, und *Unten* Kombinationen, deren Kapazität unterhalb des Bedarfs liegt, eingeschlossen. So entsteht ein Kapazitätsfenster rund um die Nachfrage, wie in Abbildung 7.4 für eine Woche dargestellt. Beide Parameter haben mindestens den Wert 1. Der so entstandene Lösungsraum enthält nicht alle möglichen Lösungen für das dem Modell zugrunde liegende Problem. Insbesondere kann eine gültige optimale Lösung des Problems, welche noch im Standardlösungsraum aus Abschnitt 7.3.1 enthalten war, ausgeschlossen sein.

Um den Lösungsraum für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien zu nutzen muss in den Produktionsstufen vor der Montage die Nachfrage, mit der die Prozedur durchgeführt wird, angepasst werden. Dies geschieht in Abhängigkeit davon, wie groß der erwartete Pufferabgang ist. Um den Wert zu bestimmen, wird die wochenweise Nachfrage der Montage genutzt unter Berücksichtigung, welcher Anteil voraussichtlich auf der Linie zu fertigen ist. Dies spielt insbesondere eine

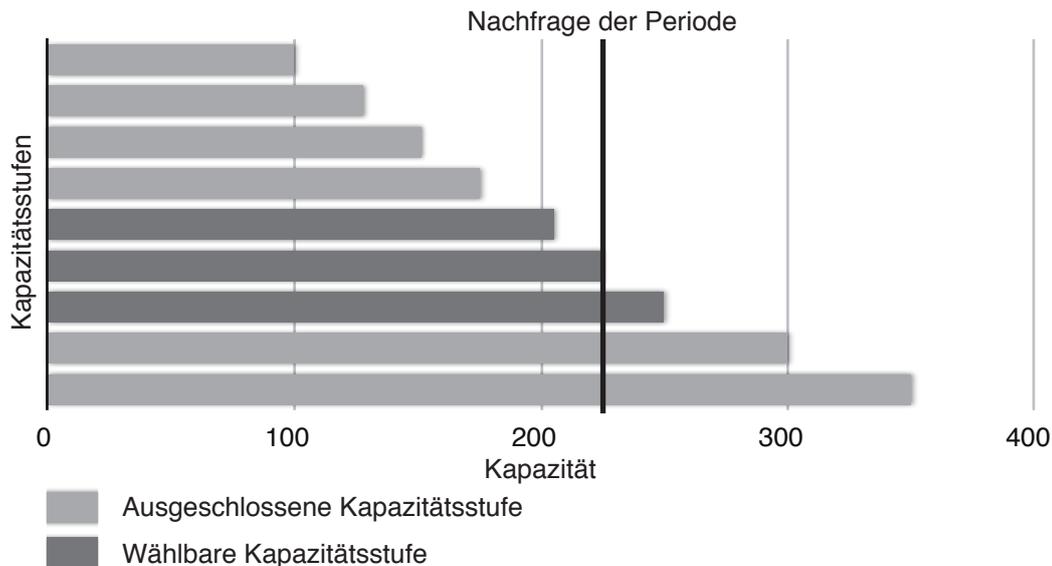


Abbildung 7.4: Darstellung des Nachfragefenster-Lösungsraums für eine Periode

Rolle, wenn die Fertigung der Produkte auf unterschiedliche Produktionslinien aufgeteilt ist.

7.4 Primale Heuristiken

Gegenstand von Abschnitt 7.2 ist es, die Modellformulierung derart zu verbessern, dass der Lösungsraum vereinfacht wird. Diese Methoden zielen darauf ab, die LP-Relaxation als untere Schranke in der Berechnung des Duality Gap enger an die optimale ganzzahlige Lösung heranzurücken und dadurch den Duality Gap zu verkleinern. Im folgenden Abschnitt wird versucht, durch heuristische Verfahren zulässige Lösungen zu generieren, um die obere Schranke des Duality Gap zu verbessern.

Primale Heuristiken haben zum Ziel, gute, zulässige, ganzzahlige Lösungen zu finden, um die Schranken im Branch-and-Bound-Verfahren enger zu setzen, so dass weniger Knoten bis zum Beweis des Optimums durchlaufen werden müssen. Die Heuristiken können prinzipiell an jedem Knoten im Branch-and-Bound-Entscheidungsbaum sowohl als Eröffnungs- als auch als Verbesserungsverfahren implementiert werden. Manche generische primale Heuristiken sind direkt im Solver integriert. Ein Beispiel für ein solverintegriertes Verbesserungsverfahren ist die RINS-Heuristik⁴. Diese Heuristik versucht in der Nachbarschaft einer gefundenen ganzzahligen Lösung, weitere bessere ganzzahlige Lösungen zu finden. Danna et al. [DRL05] zeigen, dass die RINS-Heuristik gemeinsam mit weiteren lokalen Suchverfahren zu signifikanter Laufzeitreduzierung führen kann. Die Anwendung von problemspezifischen Verbesserungsverfahren ist schwierig, da diese

⁴RINS = Relaxation Induced Neighborhood Search

außerhalb des Solvers implementiert werden müssen. Der Lösungsprozess muss dazu unterbrochen werden. Nachfolgend werden daher ausschließlich Eröffnungsverfahren implementiert. Die Eröffnungsverfahren nutzen dabei die Fähigkeiten des Solvers. Dieser ist in der Lage, die Lösung einer primalen Heuristik als Startwert zu verwenden.

In den folgenden Abschnitten werden primale Heuristiken auf die in dieser Arbeit betrachtete Problemstellung angewendet. Zunächst werden Ansätze primaler Heuristiken aus Pochet und Wolsey ([PW06], S.108 ff.) genutzt und nach Modifikationen auf das Modell übertragen. In einem zweiten Schritt wird eine spezifische primale Heuristiken anhand der Nachfrageentwicklung implementiert. Die Nachfrage stellt dabei den idealen Ansatzpunkt für die Heuristiken dar, denn sie ist der entscheidende Ausgangspunkt für die APP.

Die Heuristiken werden immer für den Fall einer Linie beschrieben, sind aber auf die integrierte Betrachtung mehrerer Linien übertragbar. Eine Modifikationen der Methode ist lediglich für die Kopplungsheuristik aus Abschnitt 7.4.4 nötig und wird dort diskutiert.

7.4.1 Lösungsraum-Heuristik

Die Lösungsraum-Heuristik führt einen Lösungsprozess auf einem gegebenen Lösungsraum aus. Es werden weder weitere Restriktionen hinzugefügt noch Binärvariablen relaxiert. Diese Heuristik ist bei Verwendung des Standardlösungsraums äquivalent zu einem Lösungsprozess ohne Anwendung primaler Heuristiken. Zweck der Heuristik ist es, gültige Lösungen in den vereinfachten Lösungsräumen zu finden und diese Lösungen als Ausgangspunkte für weitere Lösungsprozesse im Standard-Lösungsraum zur Verfügung zu stellen. Die Heuristik ermöglicht es, im Rahmen von Tests zu überprüfen, ob nicht die alleinige Einschränkung des Lösungsraums zu guten Ergebnissen führt, ohne dass weitere Techniken zur Anwendung kommen. Für den Fall der integrierten Betrachtung mehrerer Linien werden einfach die angepassten Lösungsräume verwendet.

7.4.2 LP-and-Fix

Der LP-and-Fix-Heuristik liegt ein einfaches Prinzip zugrunde. Zunächst wird die LP-Relaxation des Problems gelöst. Anschließend werden alle Binärvariablen des Ursprungsproblems, die bereits in der optimalen Lösung der LP-Relaxation in einer gewissen ε -Umgebung zu ganzzahligen Werten liegen, auf diese Werte fixiert. Es ergibt sich so ein vereinfachtes gemischt-ganzzahliges Programm, welches dem Ursprungsproblem sehr ähnlich ist. Die LP-and-Fix-Heuristik wird dabei umso besser, je enger die Problemstellung modelliert ist, d.h. je mehr Werte sich in der relaxierten ε -Umgebung der ganzzahligen Variablen befinden. Aus diesem Grund sind bessere Ergebnisse zu erwarten, wenn der LP-Lösungsraum bereits

durch Cuts eingeschränkt wurde. In diesem Fall wird auch von der Cut-and-Fix-Heuristik gesprochen (vgl. Pochet und Wolsey [PW06], S. 108 f.).

Die Heuristik wird mit einer Toleranzgrenze der ε -Umgebung von 5 % auf die Problemstellung angewendet, so dass alle Binärvariablen auf 0 oder 1 fixiert werden, wenn sie in der optimalen LP-Relaxation Werte unter 0,05 oder über 0,95 annehmen. Dadurch können mit Hilfe der LP-and-Fix-Heuristik eine Reihe von Binärvariablen fixiert werden. Für den Fall der integrierten Betrachtung mehrerer Linien sind keine Anpassungen nötig.

7.4.3 Relax-and-Fix

Die Relax-and-Fix-Heuristik setzt voraus, dass sich die Binärvariablen in disjunkte Mengen aufteilen lassen. Ist dies der Fall, können einzelne dieser Mengen relaxiert werden, das heißt innerhalb dieser Mengen wird den Binärvariablen die Annahme von kontinuierlichen Werten erlaubt. Für das vereinfachte relaxierte Problem lassen sich meistens schneller optimale Lösungen finden. Im nächsten Schritt wird das Modell zusätzlich vereinfacht, indem die gefundenen Belegungen der Binärvariablen aus dem erstem Durchlauf fixiert werden. Abbildung 7.5 illustriert die Vorgehensweise der Heuristik. Sukzessive werden über die Durchläufe Binärvariablen relaxiert und fixiert. Weiterhin wird in jedem Durchlauf ein Intervall von Binärvariablen weder fixiert noch relaxiert. Dadurch entsteht eine Art Überlappung, die für eine höhere Ähnlichkeit der Modelle im Verlauf der Heuristik führt und vor allem in den ersten Durchläufen der Heuristik die Lösungen verbessert (vgl. Stadler [Sta03]). Nach dem letzten Durchlauf nehmen alle Binärvariablen Werte an, die auch für das Ursprungsproblem eine gültige Lösung bilden, so dass die gefundene Lösung als Startlösung an das Ursprungsproblem übergeben werden kann.

Bei der Implementierung der Relax-and-Fix-Heuristik sind eine Menge von Varianten denkbar und möglich. Neben der Anzahl der disjunkten Mengen ist das Kriterium zur Aufteilung der Intervalle ein Freiheitsgrad in der Modellierung. Relativ gebräuchlich ist eine Dekomposition nach zeitlichen Gesichtspunkten. In speziellen Fällen sind auch andere Aufteilungen denkbar, zum Beispiel nach Maschinen, Produktfamilie oder Standort (vgl. Pochet und Wolsey [PW06], S. 111). Ein weiterer Freiheitsgrad ist, ob die disjunkten Teilmengen gleich groß oder mit variabler Größe gebildet werden. Dabei kann es beispielsweise zweckmäßig sein, dass sich Teilmengen zum Ende hin vergrößern (vgl. Stadler [Sta03]). Dadurch können in den ersten Durchläufen mehr Variablen relaxiert werden, um die Lösungszeiten zu verbessern. Der Nachteil dieser Methodik ist die verminderte Anzahl von fixierten Variablen in den ersten Iterationen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Relax-and-Fix-Heuristik mit variabler Intervallanzahl je nach Problemgröße und einer Aufteilung in Perioden implementiert. Die Wahl der Intervallanzahl und die Solver-Parameter zur maximalen Laufzeit der einzelnen Durchläufe haben dabei entscheidenden Einfluss auf die Güte der

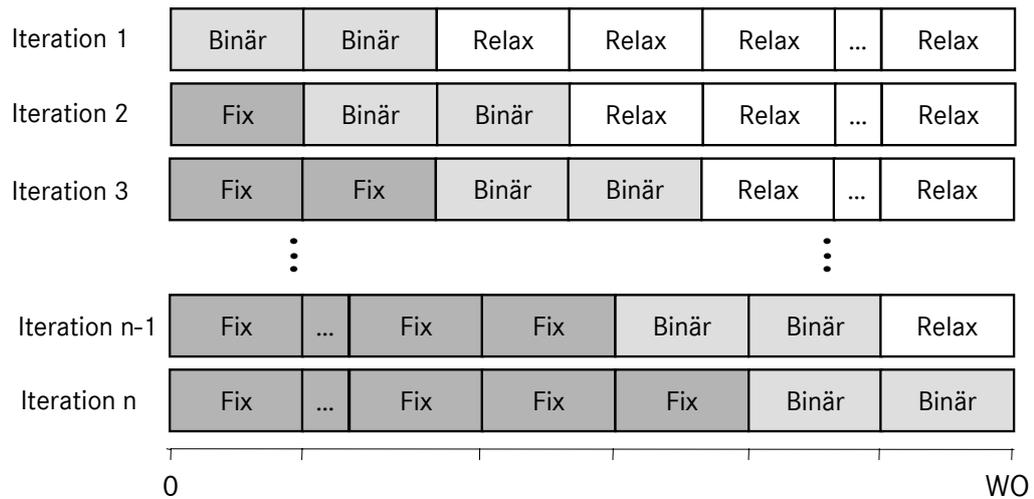


Abbildung 7.5: Ablauf der Relax-and-Fix-Heuristik

Heuristik, und werden anhand von Vortests bestimmt. Für den Fall der integrierten Betrachtung mehrerer Linien sind keine Anpassungen nötig, da lediglich die zeitliche Dekomposition eine Rolle spielt.

7.4.4 Kopplungsheuristik

Die Kopplungs-Heuristik wurde für die spezifische Problemstellung dieser Arbeit entwickelt. Sie zielt auf die Nachfrageschwankungen ab, die schon im Rahmen des Preprocessing in Abschnitt 7.2.1 als wesentlicher Parameter für die zu treffenden Entscheidungen identifiziert werden können. Die Idee der Kopplungs-Heuristik ist es, dass Perioden mit vergleichbar hoher Nachfrage gekoppelt werden können. Zwischen gekoppelten Perioden darf kein oder nur ein eingeschränkter Kapazitätswechsel stattfinden. Im Detail werden dem Modell zusätzliche Restriktionen hinzugefügt, die solche Kapazitätswechsel einschränken, indem die \mathbf{y}^{WK} -Variablen zweier aufeinanderfolgender Perioden verknüpft werden⁵. Dazu wird eine so genannte Kopplungs-Toleranz *maxAbweich* zwischen 5 % und 20 % bestimmt, die festlegt, wie groß die Nachfrageschwankungen zwischen zwei gekoppelten Perioden maximal sein dürfen. Darauf aufbauend gilt der nachfolgende Zusammenhang.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} &= \mathbf{y}_{wo+1,sm,tz,ko,pb}^{WK}, \text{ falls} \\
 |D_{wo}^{Sum} - D_{wo+1}^{Sum}| &\leq D_{wo}^{Sum} \cdot \text{maxAbweich} \\
 \forall wo \in \overline{WO} \setminus \{WO\}
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Die Abbildung 7.6 illustriert anhand eines Nachfrageszenarios, welche Perioden miteinander gekoppelt werden. In dem Beispiel werden besondere Mechanismen

⁵Diese zusätzlichen Restriktionen sind keine validen Ungleichungen, da sie unter Umständen gültige ganzzahlige Lösungen ausschließen.

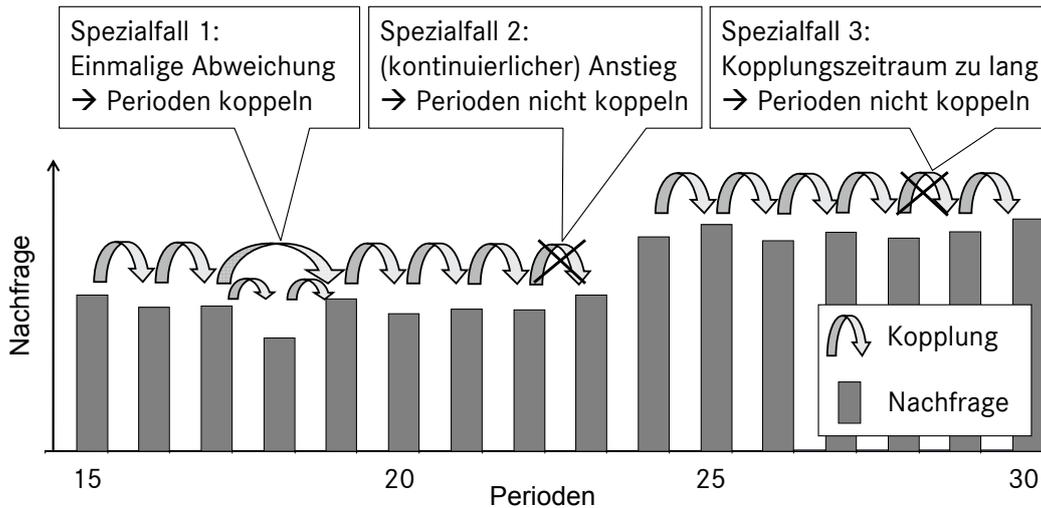


Abbildung 7.6: Spezialfälle der Kopplungs-Heuristik

der Heuristik verdeutlicht. In drei Fällen ist eine Kopplung oder Nicht-Kopplung unter den oben genannten Kriterien ungünstig. Die Heuristik führt daher je nachdem, ob eine Periode gekoppelt wurde oder nicht, zusätzliche Tests durch, die eine Kopplung im Nachhinein ermöglichen oder rückgängig machen.

Kontinuierlicher oder großer Anstieg/Absenken der Nachfrage

Ein stetig gleichmäßiges Ansteigen oder Absinken der Nachfrage innerhalb der Kopplungs-Toleranz führt dazu, dass Perioden aneinander gekoppelt werden, obwohl zwingend eine Erhöhung der Produktionskapazität erforderlich wäre. Dies hätte unter Umständen die Unzulässigkeit des Modells zur Folge. Weiterhin muss unmittelbar vor einer großen Nachfrageschwankung die Produktion frühzeitig angepasst werden. Es wäre problematisch die Vorperioden miteinander zu koppeln, da dies vorzeitige Kapazitätsanpassungen einschränkt. Ein solcher Fall tritt in Abbildung 7.6 zwischen den Perioden 22 und 23 auf. Es werden daher alle gekoppelten Perioden erneut untersucht mit dem Ziel herauszufinden, ob eine Kopplung im Hinblick der drei nachfolgenden Perioden vernünftig erscheint. Dazu wird jeweils geprüft, ob sich die nächsten beiden Perioden $wo + 2$ und $wo + 3$ mit der Periode wo koppeln lassen. Lassen sich beide Perioden nicht koppeln, so wird die ursprüngliche Kopplung rückgängig gemacht. Formal kann dies wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
 &\text{Entferne: } \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} = \mathbf{y}_{wo+1,sm,tz,ko,pb}^{WK}, \text{ falls} \\
 &\quad |D_{wo}^{Sum} - D_{wo+2}^{Sum}| > D_{wo}^{Sum} \cdot \text{maxAbweich} \text{ und} \\
 &\quad |D_{wo}^{Sum} - D_{wo+3}^{Sum}| > D_{wo}^{Sum} \cdot \text{maxAbweich} \\
 &\quad \forall wo \in \overline{WO} \setminus \{WO, WO - 1, WO - 2\} \text{ und } wo = \text{gekoppelt.}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Einmaliger Anstieg/Absenken der Nachfrage

In der Realität ist es unüblich, für eine einmalige Abweichung der Nachfrage große Kapazitätsanpassungen vorzunehmen. Die Heuristik versucht daher innerhalb dieser Perioden mit einmaliger Abweichung trotzdem eine Kopplung vorzunehmen. Dazu wird analog zum vorherigen Fall geprüft, ob sich die nächsten beiden Perioden $wo + 2$ und $wo + 3$ mit der Periode wo koppeln lassen. Falls dies der Fall ist, wird trotz der ursprünglichen Nicht-Kopplung nachträglich eine Kopplung durchgeführt.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_{wo,sm,tz,ko,pb}^{WK} &= \mathbf{y}_{wo+1,sm,tz,ko,pb}^{WK}, \text{ falls gilt:} \\
 |D_{wo}^{Sum} - D_{wo+2}^{Sum}| &\leq D_{wo}^{Sum} \cdot \text{maxAbweich} \text{ und} \\
 |D_{wo}^{Sum} - D_{wo+3}^{Sum}| &\leq D_{wo}^{Sum} \cdot \text{maxAbweich} \\
 \forall wo \in \overline{WO} \setminus \{WO, WO - 1, WO - 2\} \text{ und } wo &= \text{nicht gekoppelt}
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Sehr lange Kopplungszeiträume

Sollte es zu sehr langen Kopplungszeiträumen kommen, d.h. es werden sehr viele aufeinanderfolgende Wochen aneinander gekoppelt, wird automatisch nach einer gewissen Anzahl von Perioden ein Bruch in der Kopplung eingeführt. Auf diese Weise wird verhindert, dass über lange Zeiträume überhaupt keine Anpassung stattfinden kann. Im Rahmen von Test hat sich die Zahl fünf als guter Parameter für die maximale Anzahl aneinander gekoppelter Perioden herausgestellt.

Um die Heuristik für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien zu nutzen, muss eine Anpassung der Nachfrage analog zum Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum⁶ und dem Nachfragefenster-Lösungsraum⁷ für die Gewerke Rohbau und Oberfläche durchgeführt werden. Als Ausgangswert wird die wochenweise Nachfrage der Montage genutzt unter Berücksichtigung des Anteils, welcher voraussichtlich auf der Linie zu fertigen ist. Dies spielt insbesondere eine Rolle, wenn die Fertigung der Produkte auf unterschiedliche Produktionslinien aufgeteilt ist.

7.5 Prototypische Implementierung als EUS

Eine prototypische Implementierung der Methode wurde als Entscheidungsunterstützungssystem umgesetzt. Dabei liegen die Komponenten eines EUS wie in Abs. 2.4 erläutert vor. Die mögliche Nutzung des EUS wird mit Hilfe von Abbildung 7.7 illustriert.

Es existiert eine Dialogkomponente mit graphischer Benutzeroberfläche, in der die Daten für die Datenkomponente hinterlegt und modifiziert werden. Durch sie interagiert der Benutzer mit dem System.

⁶ vgl. Abs. 7.3.2

⁷ vgl. Abs. 7.3.3

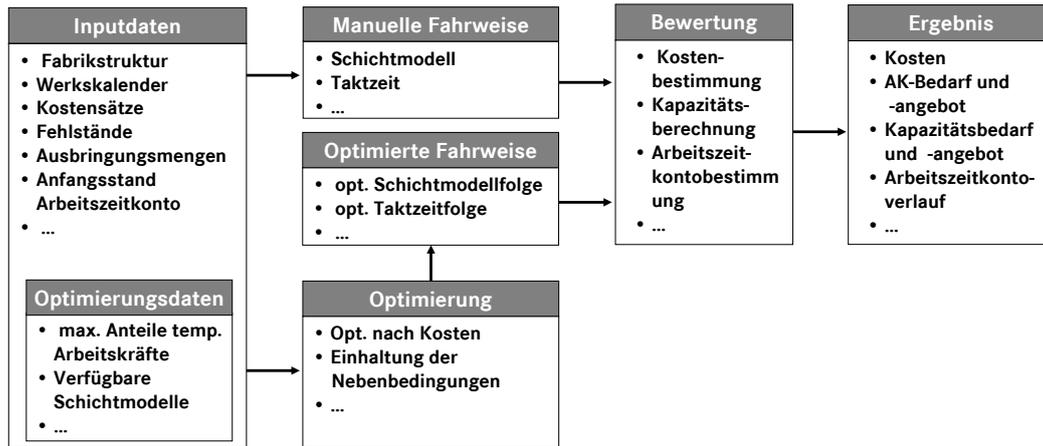


Abbildung 7.7: Nutzung des Entscheidungsunterstützungssystems

Die Methodenkomponente untergliedert sich in zwei Teile, einen Bewertungsteil und einen Optimierungsteil. Sind die Werte aller in der Zielfunktion vorhandenen Entscheidungsvariablen, wie sie im Modell aus Kapitel 6 beschrieben sind, a priori festgelegt, so kann eine kostenmäßige und auch kapazitive Bewertung erfolgen. Erfolgt diese Festlegung von Hand durch den Benutzer, muss die Lösung nicht zwangsläufig jede Restriktion einhalten. Jedoch ist es möglich, schnell leichte Veränderungen an den Werten der Entscheidungsvariablen vorzunehmen und den Einfluss der Änderungen auf die Kosten zu bestimmen bzw. eigene Lösungen zu erzeugen. Die Möglichkeit, eine beliebige Belegung der Entscheidungsvariablen bewerten zu lassen, ist explizit in der Dialogkomponente vorgesehen. Die Bewertung erfolgt schließlich durch die Methodenkomponente; die benötigten Daten werden durch die Datenkomponente bereitgestellt. Diese Möglichkeit der Bewertung erhöht die Transparenz der Methode. Darüber hinaus besitzt die Methodenkomponente einen Optimierungsteil. In ihm wird unter der Zuhilfenahme eines mathematischen Solvers, den primalen Heuristiken, einer mathematischen Modellierungssprache und des Modells eine optimale Lösung des Problems angestrebt. Für die Optimierung kann eine Eingrenzung der möglichen Werte der Entscheidungsvariablen mittels der Dialogkomponenten erfolgen. Diese werden in der Datenkomponente hinterlegt. Mögliche Einschränkungen sind z.B. die Anzahl verfügbarer Schichtmodelle in einer Periode oder der maximale Anteil temporärer Arbeitskräfte. Die optimierte Lösung kann der Benutzer durch das System bewerten lassen. Die Lösung hat den Vorteil, dass sämtliche Nebenbedingungen eingehalten werden. Darüber hinaus kann die Lösung, welche auch in der Dialogkomponente einsehbar ist, iterativ verändert und angepasst werden. So wird gewährleistet, dass der Nutzer Lösungen leicht modifizieren kann und die Optimierung steuerbar ist.

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt in der Dialogkomponente. Zu diesem Zweck stehen tabellarische und grafische Ansichten der Daten zur Verfügung. Auch ein Export der Ergebnisse in eine Standardtabellenkalkulation ist implementiert.

8 Ergebnis- und Laufzeitanalyse

Im Verlauf dieses Kapitels wird anhand von Testszenarien unter Zuhilfenahme des Modells aus Kapitel 6 und der Implementierung aus Kapitel 7 die Lösungsgeschwindigkeit und die Qualität der Lösungen der entwickelten Modelle und Methoden bestimmt. Zwecks dessen werden Testszenarien definiert und System- und Solvereinstellungen festgelegt. Danach erfolgt eine Untersuchung der Modellverbesserungen sowie der unterschiedlichen Arbeitzeitkonto-Formulierungen. Abschließend erfolgt eine Analyse der Testszenarien unter Berücksichtigung der betrachteten Gewerke. Dabei wird die sequentielle Optimierung einzelner Linien separat analysiert und abschließend der integrierten Optimierung gegenübergestellt.

8.1 Definition von Testszenarien

Es werden vier deterministische Nachfrageszenarien definiert mit jeweils drei verschiedenen Planungshorizonte von 26, 52 und 104 Wochen. In den Szenarien gibt es wochenweise ca. fünf bis 20 % hohe Schwankungen der Nachfrage. Mit Ausnahme des konstanten Nachfrageszenarios enthält jedes Szenario einen starken Anstieg oder ein starkes Absinken der Nachfrage. In diesen Wochen ist ein Auf- oder Abbau von Schichtgruppen nötig. In den ansteigenden Szenarien müssen dazu ggf. frühzeitig Arbeitskräfte eingestellt werden, um die Einstellungsobergrenzen pro Periode einzuhalten. In fallenden Szenarien kann parallel zum Absinken der Nachfrage der Mitarbeiterbestand verringert werden.¹ Einen Überblick über

¹Die Abbildung erfolgt durch die Restriktionsmengen (6.45) bis (6.48) des mathematischen Modells auf S. 114.

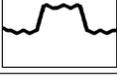
	konstantes Nachfrageszenario im Mittel um 2-schichtmodell
	ansteigendes Nachfrageszenario im Mittel um 2-schichtmodell → 3-schichtmodell
	fallendes Nachfrageszenario im Mittel um 3-schichtmodell → 2-schichtmodell
	schwankendes Nachfrageszenario im Mittel um 2-schichtmodell → 3-schichtmodell → 2-schichtmodell

Tabelle 8.1: Deterministische Nachfrageszenarien

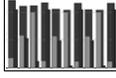
geringe Entkopplung (etwas mehr als eine halbe Schichtmenge)	
	Vorproduktion: 150 Einheiten ($PPV_{wo,pr} \setminus PPV_{wo}^{Sum}$) Nachproduktion: -100 Einheiten ($PPN_{wo,pr} \setminus PPN_{wo}^{Sum}$)
mittlere Entkopplung (etwas mehr als eine Schichtmenge)	
	Vorproduktion: 300 Einheiten ($PPV_{wo,pr} \setminus PPV_{wo}^{Sum}$) Nachproduktion: -150 Einheiten ($PPN_{wo,pr} \setminus PPN_{wo}^{Sum}$)
hohe Entkopplung (etwas weniger als zwei Schichtmengen)	
	Vorproduktion: 500 Einheiten ($PPV_{wo,pr} \setminus PPV_{wo}^{Sum}$) Nachproduktion: -300 Einheiten ($PPN_{wo,pr} \setminus PPN_{wo}^{Sum}$)

Tabelle 8.2: Entkopplungsstufen im Gewerk Montage

die Nachfrageszenarien verschafft Tabelle 8.1. Dort werden den jeweiligen Szenarien auch Piktogramme zugeordnet, die im Verlauf der weiteren Auswertungen verwendet werden.

Eine große Rolle in Bezug auf die Problemkomplexität spielt die Möglichkeit der Produktionsprogrammverschiebung im Gewerk Montage bzw. die eingestellte Puffergröße bei Entkopplung in den Gewerken Oberfläche und Rohbau. Je größer die Mengen sind, desto mehr potenzielle Möglichkeiten existieren, die Produktion zwischen zwei Produktionsgewerken zu entkoppeln. Dies hat zur Folge, dass die Preprocessing-Methoden aus Abschnitt 7.2.1 deutlich weniger Variablen an ihre Schranken fixieren können, wodurch das Problem an Komplexität gewinnt. Insgesamt werden drei verschiedene Entkopplungsszenarien definiert, die typische Entkopplungssituationen widerspiegeln. Die genauen Einstellungen für das Gewerk Montage werden in Tabelle 8.2 und die für die Gewerke Rohbau und Oberfläche in Tabelle 8.3 dargestellt. Dabei orientiert sich die Größe der Puffer an den Produktionsmengen, welche in einer Schicht gefertigt werden können. Die Testszenarien können für jedes Gewerk einzeln oder integriert betrachtet werden. Dabei wird eine Struktur wie in Abbildung 8.1 zugrunde gelegt. Es wird jeweils eine Produktionslinie in den einzelnen Gewerken betrachtet. Die einzelnen

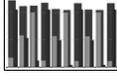
geringe Entkopplung (etwas mehr als eine halbe Schichtmenge)	
	Produktpuffer: 150\300 Einheiten ($MS_{zi,pr} \setminus MS_{zi}^{sum}$) Sicherheitsbestand: 0 Einheiten ($SS_{zi,pr} \setminus SS_{zi}^{sum}$)
mittlere Entkopplung (etwas mehr als eine Schichtmenge)	
	Produktpuffer: 250\500 Einheiten ($MS_{zi,pr} \setminus MS_{zi}^{sum}$) Sicherheitsbestand: 0 Einheiten ($SS_{zi,pr} \setminus SS_{zi}^{sum}$)
hohe Entkopplung (etwas weniger als zwei Schichtmengen)	
	Produktpuffer: 400\800 Einheiten ($MS_{zi,pr} \setminus MS_{zi}^{sum}$) Sicherheitsbestand: 0 Einheiten ($SS_{zi,pr} \setminus SS_{zi}^{sum}$)

Tabelle 8.3: Entkopplungsstufen in den Gewerken Oberfläche und Rohbau

Produktionslinien sind durch Puffer verbunden. Im Rahmen der Tests erfolgt in Abschnitt 8.4 eine Einzeluntersuchung der Gewerke Montage und Oberfläche sowie eine integrierte Betrachtung der gesamten Struktur inklusive des Rohbaus.

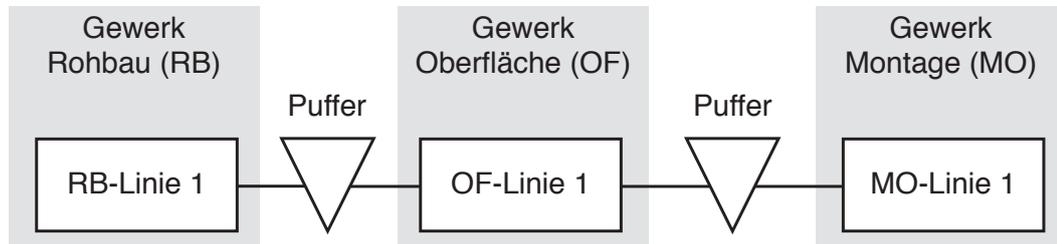


Abbildung 8.1: Werksstruktur Testszenario

Insgesamt werden die Ergebnisse von über 1250 Testläufen berücksichtigt. Die Grenzen des Arbeitszeitkontos werden in Abhängigkeit des Planungszeitraums der einzelnen Szenarien festgelegt. Je länger der Planungszeitraum ist, desto weiter werden die Grenzen des Arbeitszeitkontos festgesetzt. Eine Übersicht der Grenzen findet sich in Tabelle 8.4.

Planungshorizont	AZK-Untergrenze	AZK-Obergrenze
26 Wochen	-20 Stunden	+30 Stunden
52 Wochen	-50 Stunden	+75 Stunden
104 Wochen	-100 Stunden	+150 Stunden

Tabelle 8.4: Unter- und Obergrenzen der Arbeitszeitkonten

Durch das Setzen dieser Ober- und Untergrenzen wird gewährleistet, dass das Arbeitszeitkonto in Anspruch genommen wird. Falls lediglich der Bruttobedarf an Arbeitskräften eingestellt wird, reicht die tarifliche vereinbarte Arbeitszeit durch die verhältnismäßig niedrigen Grenzen nicht aus, um sich innerhalb der selbigen zu bewegen. Das Arbeitszeitkonto läuft also gegen seine Obergrenzen und die Restriktionen kommen zum Tragen.

Weitere Informationen zu den Parametern der Testszenarien befinden sich in Anhang B.1.

8.2 System- und Solvereinstellungen

Die unterschiedlichen Testläufe werden auf dem nachfolgenden System durchgeführt:

- Windows XP Professional x64 Edition Service Pack 2
- Intel Core 2 CPU 6600 @ 2,40 GHz Prozessor
- 7,92 GB RAM Arbeitsspeicher

Parameter		Solve	Presolve
max. Lösungszeit (26 WO)	SL	7200 sec.	3600 sec.
	ML	21600 sec.	14400 sec.
max. Lösungszeit (52 WO)	SL	7200 sec.	3600 sec.
	ML	21600 sec.	14400 sec.
max. Lösungszeit (52 WO)	SL	10800 sec.	7200 sec.
	ML	32400 sec.	21600 sec.
Lösungsgewichtung		Automatisch	Zulässigkeit
RINS-Heuristik		1000	500
Optimalitäts-Toleranz		0,01 %	0,5 %
Cut-Einstellungen		Aggressiv	Automatisch

Tabelle 8.5: Solver-Einstellungen der Testläufe

- CPLEX 11.0.1, mit Benutzung eines Prozessors

Eine Reihe von Solver-Einstellungen werden variabel in Bezug auf die Problemkomplexität festgelegt. Diese Einstellungen fasst Tabelle 8.5 zusammen. Falls eine der Heuristiken zur Anwendung ausgewählt ist, findet zunächst ein Presolve im Rahmen eines Heuristik-Durchlaufs statt. Die Relax-and-Fix-Heuristik benötigt je nach Anzahl der Teilmengen mehrere Durchläufe. Die Lösung der Heuristik wird vom Solver als zulässige Lösung des Originalproblems übernommen. Beim anschließenden Lösungsprozess werden die von den primalen Heuristiken verbrauchten Lösungszeiten von der maximalen Lösungszeit des Ursprungsproblems abgezogen. Für den Fall der Betrachtung einer Linie (SL) dürfen die Testläufe maximal zwei Stunden dauern. Eine Ausnahme bilden die 104-Wochen-Szenarien, deren Laufzeit um eine Stunde verlängert ist. Bei der integrierten Betrachtung mehrerer Linien (ML) wird die Lösungszeit aufsummiert, da im Rahmen der Testszenarien drei Linien betrachtet werden².

Die Testläufe der Heuristiken zielen darauf ab, schnell gute ganzzahlige Lösungen zu finden. Der CPLEX-Solver enthält eine entsprechende Einstellung zur Lösungsgewichtung. Wird die Zulässigkeit des Modells höher gewichtet, hat dies Einfluss auf die Strategien im Branch-and-Bound-Verfahren, so dass schneller zulässige Lösungen gefunden werden. Die RINS-Heuristik³ wird bei Heuristik-Durchläufen häufiger durchgeführt. Eine Einstellung von 500 bewirkt, dass nach der ersten gefundenen ganzzahligen Lösung die RINS-Heuristik alle 500 Knoten durchgeführt wird. Die Durchläufe der Heuristiken haben nicht das Ziel, eine optimale Lösung zu generieren, denn das Beweisen der Optimalität erfordert häufig viel Lösungszeit. Entsprechend wird eine Optimalitäts-Toleranz von einem 0,5 % festgelegt.

²vgl. Abs. 8.1 und Abb.

³vgl. Abs. 7.4, S. 152

Der Nachfragefenster-Lösungsraum und die primalen Heuristiken müssen parametrisiert werden. Dabei kommen Erfahrungswerte zum Einsatz. Als Ober- und Untergrenze für den Lösungsraum werden fünf bzw. drei Kapazitätsstufen gesetzt. Die LP-and-Fix-Heuristik arbeitet mit einer ε -Umgebung von 5 %. Bei der Relax-and-Fix-Heuristik findet mit ansteigender Dauer des betrachteten Planungshorizonts eine Unterteilung in vier, acht oder 16 Fenster statt. Jedem Fenster wird als Lösungszeitraum der Quotient aus maximaler Lösungsdauer im Preprocessing und der Fensteranzahl zugewiesen. Der Wert der Kopplungstoleranz der Kopplungsheuristik wird auf 5 % gesetzt und die Anzahl aufeinander folgender Kopplungsvorgänge auf Fünf begrenzt.

8.3 Analyse der Modellverbesserungen und des Arbeitzeitkontos

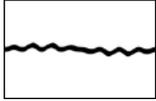
In diesem Abschnitt wird untersucht, welche Wirkung die Modellverbesserungen aus Abschnitt 7.2 haben. Darüber hinaus wird analysiert, wie genau die unterschiedlichen Formulierungen des Arbeitzeitkontos aus Abschnitt 6.6 den eigentlichen Sachverhalt abbilden.

8.3.1 Wirkung der Modellverbesserungen

Ziel der Modellverbesserungen ist es, den Lösungsprozess zu beschleunigen bzw. bessere Lösungen zu finden. Zu diesem Zweck wurden in den Abschnitten 7.2.1 und 7.2.2 einerseits ein Preprocessing auf den im Vorfeld bekannten Daten durchgeführt und andererseits valide Ungleichungen dem Modell hinzugefügt. Um die Wirksamkeit dieser Maßnahmen zu untersuchen, wird das Lösungsverhalten auf den vier unterschiedlichen Nachfrageszenarien bei mittlerer Entkopplung für „52 Wochen“-Instanzen einer Produktionslinie im Gewerk Montage betrachtet.

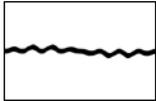
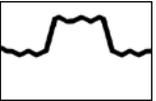
Tabelle 8.6 enthält die Ergebnisse für die Testläufe ohne jegliche Modellverbesserungen. Ohne die Nutzung von Heuristiken wird auf zwei Instanzen innerhalb der Lösungszeit kein Ergebnis gefunden. Mit den Heuristiken werden auf allen Instanzen Lösungen gefunden, lediglich die LP-and-Fix-Heuristik findet je nach gewähltem Lösungsraum keine Ergebnisse. Keine der Instanzen wird zur Optimalität gelöst, die Duality Gaps der Probleminstanzen schwanken zwischen 5,04 % und 13,61 %.

Tabelle 8.7 enthält die Ergebnisse für die Testläufe mit allen Modellverbesserungen. Ohne die Nutzung von Heuristiken wird auf allen Instanzen innerhalb der Lösungszeit ein Ergebnis gefunden, das allerdings nicht optimal ist. Mit den Heuristiken werden auf allen Instanzen bessere Lösungen gefunden, lediglich die LP-and-Fix Heuristik findet je nach gewähltem Lösungsraum für die konstanten Nachfrageszenarien keine Ergebnisse. Keine der Instanzen wird zur Optimalität

Meth.				
ohne	Keine Lsg.	6,32 %	7,81 %	Keine Lsg.
lr/st	13,39 %	7,48 %	7,31 %	6,90 %
lr/nf	Keine Lsg.	7,61 %	7,10 %	8,25 %
lr/sa	13,61 %	7,23 %	6,95 %	8,82 %
kh/st	Keine Lsg.	7,05 %	7,00 %	7,87 %
kh/nf	11,88 %	6,73 %	7,19 %	7,73 %
kh/sa	Keine Lsg.	6,96 %	7,27 %	7,76 %
lf/st	12,47 %	5,73 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
lf/nf	Keine Lsg.	5,04 %	Keine Lsg.	7,68 %
lf/sa	12,48 %	5,80 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
rf/st	12,24 %	6,99 %	6,84 %	9,07 %
rf/nf	11,61 %	7,05 %	6,60 %	7,94 %
rf/sa	12,22 %	6,99 %	7,00 %	8,47 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.6: Ergebnisse für die Montage, 52 Wochen, mittlere Entkopplung, ohne Modellverbesserungen, bei AZK-Formulierung 1

Meth.				
ohne	9,22 %	3,64 %	1,22 %	3,15 %
lr/st	9,51 %	3,68 %	1,28 %	3,01 %
lr/nf	10,02 %	3,75 %	1,32 %	3,88 %
lr/sa	9,51 %	3,66 %	1,28 %	3,02 %
kh/st	9,97 %	3,50 %	1,24 %	2,71 %
kh/nf	9,48 %	3,50 %	1,26 %	2,96 %
kh/sa	9,91 %	3,62 %	1,26 %	3,05 %
lf/st	Keine Lsg.	3,47 %	1,20 %	2,76 %
lf/nf	11,20 %	3,56 %	1,44 %	2,87 %
lf/sa	Keine Lsg.	3,47 %	1,21 %	2,76 %
rf/st	9,67 %	3,65 %	1,24 %	2,69 %
rf/nf	9,46 %	3,59 %	1,20 %	2,87 %
rf/sa	10,23 %	3,65 %	1,24 %	2,78 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.7: Ergebnisse für die Montage, 52 Wochen, mittlere Entkopplung, mit Modellverbesserungen, bei AZK-Formulierung 1,

gelöst, die Duality Gaps der Problem instanzen schwanken zwischen 1,20 % und 11,20 %.

Wenn man die Werte in den Tabellen vergleicht, wird deutlich, dass die Modell-

Formulierung				
AZK 1	3,43 %	0,43 %	1,08 %	0,83 %
AZK 2	0,17 %	29:30 Min.	46:58 Min.	16:54 Min.
AZK 3	0,33 %	12:46 Min.	15:34 Min.	0,08 %

Tabelle 8.8: Duality Gap bzw. Lösungszeiten der AZK-Formulierungen

verbesserungen wichtig sind, um die Probleminstanzen besser lösen zu können. Die Duality Gaps der Probleme werden durch die Nutzung der Modellverbesserung kleiner, teilweise um mehr als 50 %. Aus diesem Grund sollten die Modellverbesserungen in jedem Fall immer vor der eigentlichen Lösung des Problems durchgeführt werden.

8.3.2 Genauigkeit der Arbeitszeitkonto-Formulierung

In Abschnitt 6.6 wurden insgesamt drei verschiedene Arbeitszeitkonto-Formulierungen vorgestellt. In diesem Abschnitt werden die Formulierungen bezüglich ihrer Komplexität und Genauigkeit untersucht. Alle Analysen beziehen sich auf Szenarien mit einem Betrachtungszeitraum von 52 Wochen für eine Produktionslinie im Gewerk Oberfläche bei geringer Entkopplung. Die Wahl der Entkopplung hat auf die Genauigkeit der Formulierungen keinen Einfluss. Für die Tests wird daher die geringe Entkopplung gewählt, da in diesem die Lösungsqualität am höchsten ist.⁴ Für jedes der Nachfrageszenarien wurden je drei Instanzen erzeugt und Testläufe mit jeder Arbeitszeitkonto-Formulierung durchgeführt.

Die Anzahl der Restriktionen für die Arbeitszeitkontoformulierung ist abhängig von der Wochenanzahl, der Anzahl der Schichtmodelle und der Anzahl unterschiedlicher Konfigurationen. Darüber hinaus spielt für die Arbeitszeitkontoformulierung 1 die Anzahl der Approximationsbereiche eine Rolle. Für die untersuchten Modelle ergeben sich damit für die Formulierung 1 insgesamt 69 659, für die Formulierung 2 insgesamt 34 267 und für die Formulierung 3 insgesamt 34 371 Restriktionen. Damit benötigt die Formulierung 1 etwa doppelt so viele Restriktionen wie die Formulierungen 2 und 3.⁵ Für die Formulierungen 2 und 3 lassen sich, anders als für Formulierung 1, in der gleichen Zeit teilweise beweisbar optimale Lösung bestimmen. Die Tabelle 8.8 fasst die durchschnittlichen Lösungszeiten der Arbeitszeitkonto-Formulierungen bzw. den Duality Gap der Probleme zusammen. Falls innerhalb der vorgegebenen Zeit von zwei Stunden nicht in mindestens zwei der drei Testläufe die optimale Lösung gefunden wurde, wird der Duality Gap angegeben. Für die Formulierungen 2 und 3 lässt sich insgesamt in

⁴s. Abs. 8.4.2

⁵vgl. hierzu die Formulierungen in Abs. 6.6

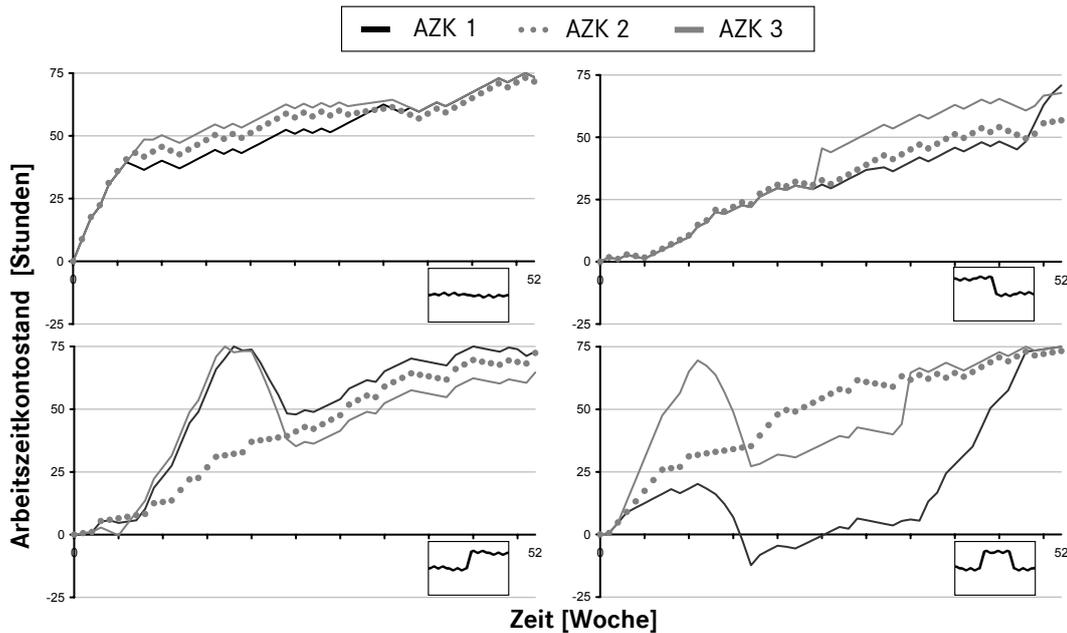


Abbildung 8.2: Verlauf des Arbeitszeitkontos in den 52-Wochen-Szenarien

16 von 24 Testläufen die optimale Lösung bestimmen. Unter Verwendung der Formulierung 1 ist dies in keinem Testlauf möglich. Es lassen sich lediglich zulässige Lösungen mit einem Gap zwischen 0,5 und 3,5 % finden⁶.

Die Abbildung 8.2 zeigt exemplarisch den Verlauf des Arbeitszeitkontostands unter Verwendung der verschiedenen Arbeitszeitkonto-Formulierungen und Nachfrageszenarien im ersten der drei Testläufe. Bedingt durch die große Veränderung der Nachfrage beim Schichtgruppenauf- oder abbau, zeigen die Arbeitszeitkonten einen ähnlichen Verlauf. Danach gibt es vor allem im schwankenden und ansteigenden Szenario deutliche Unterschiede zwischen den Arbeitszeitkonto-Formulierungen. In den Verläufen wird der Nachteil von Formulierung 2 deutlich, die an vielen Stellen nicht in der Lage ist, eine Senkung des Arbeitszeitkontos korrekt abzubilden.⁷ Der Verlauf ist daher fast durchgehend ansteigend.

Die bisherigen Analysen zeigen, dass die Arbeitszeitkonto-Formulierungen eine unterschiedliche Komplexität besitzen und großen Einfluss auf die Optimierungsergebnisse haben. Um die Genauigkeit der Formulierungen zu bestimmen, werden daher die Ergebnisse aus der Optimierung dem realen Wirkungszusammenhang zur Berechnung des Arbeitszeitkontos gegenüber gestellt. Die Güte der Arbeitszeitkonto-Modellierung kann durch die Betrachtung der Gesamtabweichung des durchschnittlichen Arbeitszeitkontostands in Stunden beurteilt werden. Die Abbildung 8.3 illustriert die Gesamtabweichung der drei Arbeitszeitkonto-Formulierungen für die verschiedenen Nachfrageszenarien. Die dargestellte Abweichung ist dabei ein Durchschnittswert über die durchgeführten Testläufe. Die

⁶Um gute Lösungen zu finden wurde die Kopplungheuristik eingesetzt.

⁷vgl. Tabelle 6.28, S. 118

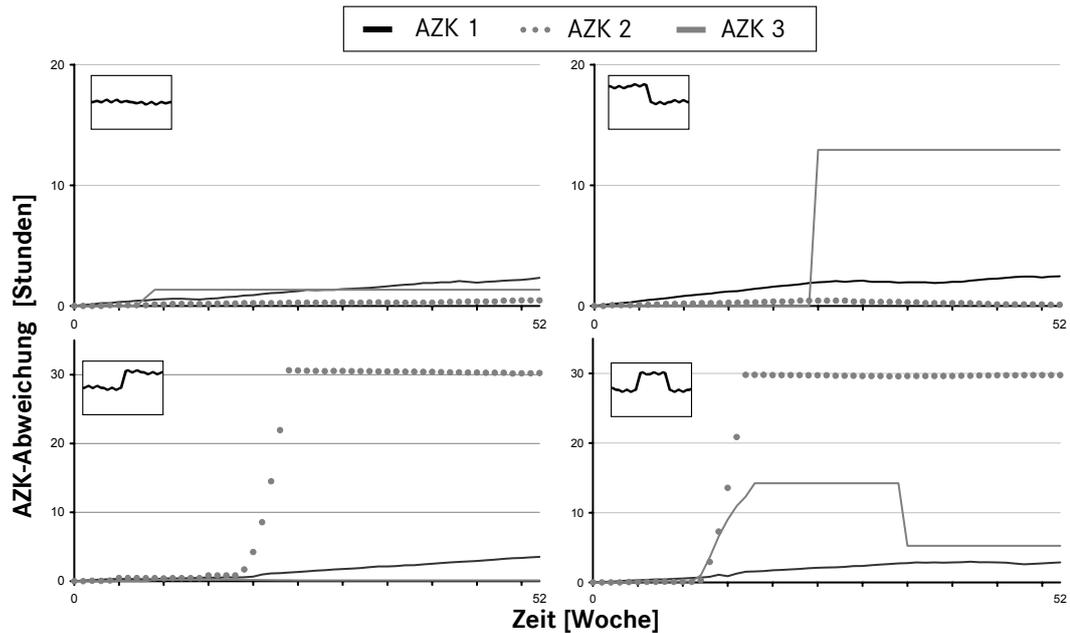


Abbildung 8.3: Gesamtabweichung der AZK-Formulierungen in den 52-Wochen-Szenarien

Gesamtabweichung setzt sich zusammen aus der Einzelabweichung, das heißt der falschen Berechnung der Veränderung des Arbeitszeitkontos von Woche zu Woche, und aus der fehlerhaften Berücksichtigung von Einstellung und Entlassung⁸.

In den konstanten Nachfrageszenarien liegt die Gesamtabweichung aller Formulierungen unter zwei Stunden. In den anderen Szenarien treten größere Abweichungen auf, wenn Arbeitskräfte eingestellt oder entlassen werden müssen. Bei der Einstellung von Arbeitskräften treten unter Verwendung der Formulierung 2 sehr große Abweichungen auf. In den Vorperioden eines Schichtgruppenaufbaus müssen frühzeitig die zusätzlich benötigten Arbeitskräfte eingestellt werden. Die Formulierung 2 ist nicht in der Lage diese Einstellungen über den Bruttobedarf hinaus und damit das Absenken des Arbeitszeitkontos abzubilden. Außerdem werden im Zweifelsfall mehr Schichten eingeplant als nötig, um einen Anstieg des Arbeitszeitkontos zu verhindern, was zusätzliche Kosten verursacht. Die Arbeitszeitkonto-Formulierung 1 berücksichtigt die eingestellten Arbeitskräfte über den Bruttobedarf hinaus. Es ist zu erkennen, dass eine Abweichung durch die fehlerhafte Approximation von ak_v und durch die ungenaue Berücksichtigung der realen Arbeitszeit auftritt.⁹ Die Probleme der Arbeitszeitkonto-Formulierung 3 werden in Szenarien mit fallender oder schwankender Nachfrage deutlich. Die fehlende Entlastung des kumulierten Arbeitszeitkontos durch entlas-

⁸vgl. hierzu die Eigenschaften der verschiedenen Arbeitszeitkonto-Formulierungen und die Auswirkungen von Veränderungen des Mitarbeiterbestands auf das Arbeitszeitkonto in Abs. 6.6.1, S. 118

⁹vgl. hierzu die Analysen zur Genauigkeit der Arbeitszeitkonto-Formulierung 1 in Abs. 6.6.2.3, S. 126ff

Formulierung	Lauf				
AZK 1	1	2,9	4,5	3,8	5,6
	2	3,6	4,7	4,3	4,1
	3	3,5	5,2	3,3	5,1
	∅	3,3	3,8	0,8	4,9
AZK 2	1	0,7	33,4	0,7	30,1
	2	0,8	31,7	0,9	30,2
	3	0,5	29,6	0,9	30,4
	∅	0,7	31,6	0,8	30,4
AZK 3	1	2,0	0,2	14,6	40,0
	2	0,0	0,7	9,7	10,3
	3	2,1	0,1	14,6	32,9
	∅	1,3	0,3	12,9	27,7

Tabelle 8.9: Summierte Einzelabweichung der AZK-Formulierungen in Stunden

sene Mitarbeiter bei steigender oder schwankender Nachfrage führt zur Mitte des Planungszeitraums zu einer großen Abweichung. Im ansteigenden Fall liegt ein streng monotoner Anstieg der Arbeitskräftezahlen vor. Daher wird der Verlauf richtig abgebildet.¹⁰

Tabelle 8.9 vergleicht die summierte Einzelabweichung über den gesamten Planungszeitraum der Arbeitszeitkonto-Formulierungen. Es werden für jeden Szenariotyp die Ergebnisse aller drei Testläufe aufgeführt und zudem ein Durchschnitt gebildet. Die schwankenden Szenarien sind dahingehend interessant, dass hier sowohl Einstellungen als auch Entlassungen stattfinden. Es zeigt sich, dass die Formulierung 2 in Summe die höchsten Abweichungen aufweist. Die Abweichung der Formulierung 1 ist niedrig. Formulierung 3 verhält sich gut bei konstanten und ansteigenden Nachfrageszenarien.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Formulierung 1 im Vergleich die genaueste Abbildung liefert. Im Fall von ansteigenden Nachfrageszenarien bietet Formulierung 3 die genaueste Modellierung. Die Formulierung 3 hat dabei zudem eine geringere Komplexität, so dass sich die Modelle erheblich leichter lösen lassen. Formulierung 3 ist eine Alternative, wenn der Nachfrageverlauf konstant oder ansteigend ist und dementsprechend auch die Personalkapazität angepasst wird.

8.4 Analyse der Testszenarien

In diesem Abschnitt werden die unterschiedlichen Testszenarien analysiert. Eine umfangreiche Darstellung aller Ergebnisse befindet sich in Anhang B. An dieser

¹⁰vgl. Abs. 6.6.4

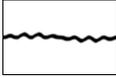
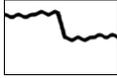
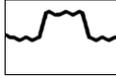
WO	Ekpl.				
26		45 517	25 442	32 667	39 201
		48 579	29 562	35 831	41 646
		52 408	33 723	39 465	45 080
52		96 770	56 868	65 739	71 565
		102 421	63 240	71 685	77 166
		109 677	71 829	79 938	86 866
104		176 370	120 927	131 136	149 277
		190 268	132 908	141 179	160 946
		208 157	151 210	158 780	175 512

Tabelle 8.10: Anzahl der Nichtnullelemente¹² in Modellen des Gewerks Montage

Stelle werden lediglich die Ergebnisse ohne Heuristik sowie die Ergebnisse der jeweils besten Heuristik dargestellt. Ziel der Analyse ist es, eine Aussage über die Vorteilhaftigkeit der in Kapitel 7 entwickelten Lösungsansätze zu treffen. Dabei wird zuerst das Gewerk Montage, welches sich nur durch Produktionsprogrammverschiebung entkoppeln lässt, separat betrachtet. Bei den Gewerken Rohbau und Oberfläche wird aufgrund der ähnlichen Situation – beide Gewerke sind jeweils mit einem Puffer verbunden und eine schichtgenaue Nachfrage ist bekannt – nur das Gewerk Oberfläche näher untersucht. Im Anschluss daran wird die integrierte Optimierung mehrerer Linien analysiert und schließlich mit der sequentiellen Optimierung der Einzellinien verglichen.

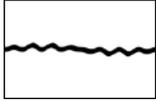
8.4.1 Laufzeitanalyse des Gewerks Montage

Das Gewerk Montage ist durch eine begrenzte Möglichkeit der Produktionsprogrammverschiebung in geringem Umfang von der Nachfrage entkoppelt. Anhand der folgenden Tabellen wird untersucht, welchen Einfluss der Grad der Entkopplung¹¹ hat und wie gut sich einzelne Probleme lösen lassen.

Tabelle 8.10 zeigt die Anzahl der Nichtnullelemente der einzelnen Modelle. Die Anzahl der Nichtnullelemente, ein Indikator für die Problemgröße, verhält sich proportional zur Länge des betrachteten Planungshorizonts. Innerhalb der betrachteten Nachfrageszenarien gibt es aber durchaus Unterschiede. Diese liegen

¹¹Die genaue Beschreibung erfolgt in Abs.8.1 in Tabelle 8.2.

¹²Dies bezieht sich auf die Nichtnullelemente nach dem Solver-Preprocessing. Aufgrund von Grenzsetzungen auf Variablen und Nullkoeffizienten sind andernfalls keine Unterschiede feststellbar.

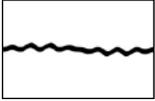
WO	Meth.				
26	ohne	12,92 %	4,50 %	1,79 %	0,06 %
	best	10,87 % (kh/nf)	4,21 % (lr/st)	1,76 % (rf/sa)	0,04 % (lf/sa)
52	ohne	10,25 %	3,33 %	1,47 %	3,06 %
	best	9,82 % (kh/nf)	3,16 % (rf/sa)	1,41 % (rf/st)	2,81 % (rf/sa)
104	ohne	5,24 %	4,96 %	0,08 %	4,16 %
	best	4,53 % (lr/nf)	4,41 % (kh/nf)	0,06 % (lf/nf)	3,87 % (lr/sa)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.11: Ergebnisse Montage, geringe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

in der Tatsache begründet, dass durch das Preprocessing, je nach Nachfrageverlauf, unterschiedlich viele Variablen fixiert werden können. Dies hat im Weiteren auch einen Einfluss auf die Anzahl der Zeilen und Spalten des jeweiligen Problems. Die Entkopplungsstufe hat ebenfalls einen Einfluss auf die Problemgröße. Je größer die gewählte Entkopplungsstufe, desto größer ist die Anzahl der Nicht-nullelemente.

Die Ergebnisse für den Fall der geringen Entkopplung sind in Tabelle 8.11 zusammengefasst. Alle Probleminstanzen sind lösbar und die Ergebnisse mit einem Vorschalten einer primalen Heuristik sind durchweg besser als beim alleinigen Lösen durch den Solver. Eine Analyse der jeweils besten Kombination von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Standardlösungsraum zweimal und der Nachfrage-Fenster- und Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum jeweils fünfmal ausgewählt wird. Bei den primalen Heuristiken ist die Relax-and-Fix-Heuristik mit viermal vor der Lösungsraum- und Kopplungheuristik mit jeweils dreimal die erfolgreichste Methode. Die LP-and-Fix-Heuristik kommt zweimal zur Anwendung. Unabhängig vom betrachteten Planungshorizont lassen sich die konstanten Szenarien am schlechtesten und die fallenden Szenarien am besten lösen. Eine Übersicht über die Ergebnisse für den Fall der mittleren Entkopplung erfolgt in Tabelle 8.12. Drei Instanzen sind nur mit Hilfe einer vorgeschalteten primalen Heuristik zu lösen. Die Ergebnisse unter Zuhilfenahme der primalen Heuristiken sind bis auf eine Ausnahme durchweg besser als beim alleinigen Lösen durch den Solver. Eine Analyse der Kombination von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfragefenster-Lösungsraum siebenmal, sowie der Schichtmodell-Ausschluss- und Standardlösungsraum jeweils vier- bzw. ein-

WO	Meth.				
26	ohne	12,67 %	5,46 %	2,92 %	0,20 %
	best	11,89 % (rf/nf)	5,53 % (rf/sa)	1,86 % (lf/st)	0,09 % (lf/nf)
52	ohne	9,22 %	3,64 %	1,22 %	3,15 %
	best	9,46 % (rf/nf)	3,47 % (lf/st)	1,20 % (rf/nf)	2,69 % (lf/st)
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,58 %	4,10 %
	best	9,48 % (rf/nf)	4,41 % (rf/nf)	0,50 % (kh/nf)	3,87 % (lf/sa)

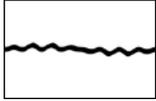
Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.12: Ergebnisse Montage, mittlere Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

mal am erfolgreichsten sind. Von den primalen Heuristiken ist die Relax-and-Fix-Heuristik, die Kopplungsheuristik sowie die LP-and-Fix-Heuristik mit jeweils viermal die führende Methode. Die Lösungsraum-Heuristik kommt nicht zur Anwendung. Unabhängig vom betrachteten Planungshorizont lassen sich die konstanten Szenarien am schlechtesten lösen.

Die Ergebnisse für den Fall der hohen Entkopplung sind in Tabelle 8.13 zusammengefasst. Es lässt sich feststellen, dass fünf Probleminstanzen nur unter Zuhilfenahme einer primalen Heuristik gelöst werden. Die Ergebnisse unter Vorschaltung der primalen Heuristiken sind durchweg besser als beim alleinigen Lösen durch den Solver. Eine Analyse jeweils bester Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfragefenster-Lösungsraum siebenmal sowie der Schichtmodell-Ausschluss- und Standardlösungsraum jeweils vier- bzw. einmal ausgewählt werden. Von den primalen Heuristiken sind die Relax-and-Fix-Heuristik und die LP-and-Fix-Heuristik mit jeweils viermal die erfolgreichsten Methoden. Die Kopplungsheuristik und die Lösungsraum-Heuristik folgen mit drei bzw. einer erfolgreichen Anwendung. Unabhängig vom betrachteten Planungshorizont lassen sich die konstanten Szenarien am schlechtesten lösen.

Eine Betrachtung der unterschiedlichen Entkopplungsstufen zeigt, dass das Duality Gap eher vom Nachfrageszenario abhängt als von der Länge des betrachteten Planungszeitraums. Auch die Anzahl der Nichtnullelemente hat keinen direkt erkennbaren Einfluss auf die Lösungsqualität. Die primalen Heuristiken sind in jedem Fall notwendig, um bei allen Modellen zumindest eine gültige Lösung zu erzielen. Die speziell erstellten Lösungsräume kommen bei den jeweils besten Ergebnissen der Heuristik fast immer zu Anwendung. Bei den Heuristiken kommen

WO	Meth.				
26	ohne	13,32 %	6,78 %	2,29 %	0,50 %
	best	11,42 % (lf/nf)	6,26 % (lf/nf)	2,12 % (rf/nf)	0,27 % (lf/nf)
52	ohne	Keine Lsg.	4,70 %	3,72 %	6,90 %
	best	9,70 % (kh/st)	4,49 % (lr/sa)	3,20 % (rf/sa)	4,10 % (kh/sa)
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	10,69 % (kh/nf)	4,99 % (rf/nf)	3,76 % (lf/nf)	4,93 % (rf/sa)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.13: Ergebnisse Montage, hohe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

sowohl Relax-and-Fix als auch die Kopplungheuristik sowie LP-and-Fix zum Einsatz. Aus Anhang B.2 kann entnommen werden, dass die LP-and-Fix-Heuristik im Vergleich zu den anderen Heuristiken überdurchschnittlich oft überhaupt keine Lösung findet. Um die Modelle effizient zu lösen empfiehlt sich daher der Einsatz der primalen Heuristiken Relax-and-Fix sowie der Kopplungsheuristik. Als Lösungsräume sollte der Nachfrage-Fenster- und der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum genutzt werden.

8.4.2 Laufzeitanalyse des Gewerks Oberfläche

Die Gewerke Oberfläche und Rohbau werden im Modell ähnlich abgebildet. Sie sind mit einem Puffer verbunden und eine schichtgenaue Nachfrage ist bekannt. Daher werden an dieser Stelle nur Ergebnisse für das Gewerk Oberfläche analysiert. Das Gewerk Oberfläche ist durch einen Puffer zu einem gewissen Grad entkoppelt. Anhand der folgenden Tabellen wird untersucht, welchen Einfluss der Grad der Entkopplung¹³ hat und wie gut sich einzelne Probleme lösen lassen.

Tabelle 8.14 zeigt die Anzahl der Nichtnullelemente der einzelnen Probleminstanzen. Die Anzahl der Nichtnullelemente, ein Indikator für die Problemgröße,

¹³Die genaue Beschreibung erfolgt in Abs.8.1 in Tabelle 8.3.

¹⁴Dies bezieht sich auf die Nichtnullelemente nach dem Solver-Preprocessing. Aufgrund von Grenzsetzungen auf Variablen und Nullkoeffizienten sind andernfalls keine Unterschiede feststellbar.

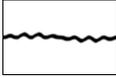
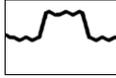
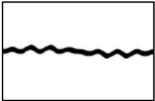
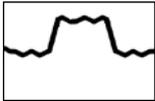
WO	Ekpl.				
26		43 181	19 582	28 255	29 708
		59 665	36 950	45 427	48 486
		64 438	41 130	50 154	54 047
52		92 917	45 370	57 692	63 110
		125 835	80 974	92 793	97 090
		135 853	90 009	92 790	107 328
104		168 609	100 584	114 627	136 444
		236 015	173 997	185 757	205 076
		257 605	191 613	203 204	222 768

Tabelle 8.14: Anzahl der Nichtnullelemente¹⁴ in Modellen des Gewerks Oberfläche

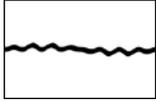
verhält sich proportional zur Länge des betrachteten Planungshorizonts. Die unterschiedlichen Nachfrageszenarien und Entkopplungsstufen haben ebenfalls einen Einfluss. Dies ist analog zur Montage durch das Preprocessing bzw. die Größe der Lösungsräume begründbar. Insbesondere im Falle der geringen Entkopplung kann durch ein Nachfrage-Preprocessing auf Schichtbasis die Problemgröße reduziert werden.

Die Ergebnisse für den Fall der geringen Entkopplung sind in Tabelle 8.15 zusammen-

WO	Meth.				
26	ohne	4,62 %	00:16:54 h	0,20 %	00:01:01 h
	best	3,39 % (kh/sa)	00:13:22 h (rf/nf)	0,20 % (kh/nf)	00:01:01 h (lr/nf)
52	ohne	Keine Lsg.	0,70 %	0,41 %	0,50 %
	best	3,09 % (kh/sa)	0,66 % (rf/st)	0,35 % (kh/st)	0,39 % (rf/nf)
104	ohne	16,92 %	1,41 %	0,04 %	1,48 %
	best	2,94 % (kh/sa)	1,40 % (kh/nf)	0,02 % (kh/sa)	1,41 % (lf/nf)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.15: Ergebnisse Oberfläche, geringe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

WO	Meth.				
26	ohne	Keine Lsg.	0,76 %	0,73 %	0,31 %
	best	3,68 % (kh/st)	0,64 % (lf/sa)	0,56 % (lf/sa)	0,26 % (lf/nf)
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	5,43 % (rf/nf)	1,12 % (rf/st)	0,59 % (kh/st)	0,59 % (lr/nf)
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	4,36 %
	best	6,34 % (kh/sa)	2,34 % (kh/sa)	0,45 % (rf/nf)	1,99 % (kh/sa)

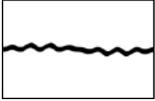
Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.16: Ergebnisse Oberfläche, mittlere Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

mengefasst. Zwei Instanzen werden zur Optimalität gelöst. Primale Heuristiken werden benötigt, um alle Modelle zu lösen, die Ergebnisse sind dabei durchweg besser als beim alleinigen Einsatz der Standardsoftware. Eine Analyse jeweils bester Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfragefenster-Lösungsraum sechsmal, der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum viermal und der Standardlösungsraum zweimal der Beste ist. Bei den primalen Heuristiken ist die Kopplungsheuristik mit siebenmal, die Relax-and-Fix Heuristik mit dreimal vor der Lösungsraum und LP-and-Fix Heuristik mit jeweils einmal die erfolgreichste Methode. Die konstanten Szenarien weisen das schlechteste Duality Gap auf. Mit dem Einsatz von Heuristiken lassen sich alle Probleme mit einem Duality Gap von weniger als 5 % lösen.

Tabelle 8.16 fasst die Ergebnisse für den Fall der mittleren Entkopplung zusammen. Ohne den Einsatz primaler Heuristiken lassen sich für alle bis auf zwei Probleminstanzen gültige Lösungen innerhalb der Laufzeitbeschränkungen finden. Durch Zuhilfenahme von primalen Heuristiken lassen sich überhaupt bzw. bessere Ergebnisse generieren. Eine Untersuchung der besten Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfrage-Fenster-Lösungsraum siebenmal, der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum zweimal und der Standardlösungsraum dreimal ausgewählt wird. Die Relax-and-Fix-Heuristik ist mit siebenmal, gefolgt von der LP-and-Fix- sowie der Kopplungsheuristik mit vier- bzw. einmal die erfolgreichste Methode bei den primalen Heuristiken. Die Lösungsraum-Heuristik ist einmal das beste Verfahren. Durch den Einsatz von Heuristiken lassen sich alle Probleme bis auf zwei mit einem Duality Gap von weniger als 5 % lösen.

Die Ergebnisse für den Fall der hohen Entkopplung sind in Tabelle 8.17 zusam-

WO	Meth.				
26	ohne	6,99 %	1,89 %	1,34 %	0,62 %
	best	4,58 % (kh/nf)	0,98 % (lf/sa)	0,80 % (lf/nf)	0,42 % (lf/sa)
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,84 %	2,03 %
	best	3,77 % (kh/st)	1,86 % (kh/sa)	0,61 % (kh/sa)	1,25 % (lf/sa)
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	3,29 %	Keine Lsg.
	best	4,32 % (kh/sa)	3,91 % (kh/sa)	0,97 % (lf/nf)	2,79 % (kh/sa)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.17: Ergebnisse Oberfläche, hohe Entkopplung, Arbeitszeitkonto 1

mengefasst. Instanzen werden nur mit Hilfe einer vorgeschalteten primalen Heuristik gelöst. Die Ergebnisse unter Vorschaltung der primalen Heuristiken sind durchweg besser als beim alleinigen Lösen durch den Solver. Eine Analyse der jeweils besten Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum achtmal und der Nachfragefenster-Lösungsraum dreimal ausgewählt wird. Der Standardlösungsraum kommt einmal zur Anwendung. Von den primalen Heuristiken sind die Kopplungs-Heuristik mit siebenmal und die LP-and-Fix-Heuristik fünfmal die erfolgreichsten Methoden. Unabhängig vom betrachteten Planungshorizont und dem Szenarioverlauf lassen sich alle Probleme mit einem Duality Gap von weniger als 5 % lösen.

Bei einem Vergleich der Duality Gaps der unterschiedlichen Entkopplungsstufen fällt auf, dass die Wahl des Nachfrageszenarios einen Einfluss auf Lösbarkeit der Probleme hat. Insbesondere der konstante Fall ist schwierig zu lösen. Dieser Fall weist auch die größte Anzahl an Nichtnullelementen auf. Darüber hinaus ist das Duality Gap besser, je geringer die gewählte Entkopplungsstufe ist. Primale Heuristiken sind in jedem Fall notwendig, um auf allen Modellen zumindest eine gültige Lösung zu erzielen. Lediglich zwei Modelle lassen sich zur Optimalität lösen. Die speziell erstellten Lösungsräume kommen bei den jeweils besten Ergebnissen der Heuristik fast immer zur Anwendung. Bei den Heuristiken kommen sowohl Relax-and-Fix- als auch die Kopplungsheuristik sowie LP-and-Fix verstärkt zum Einsatz. Aus Anhang B.3 kann entnommen werden, dass die LP-and-Fix-Heuristik im Vergleich zu den anderen Heuristiken überdurchschnittlich oft überhaupt keine Lösung findet. Um die Modelle effizient zu lösen empfiehlt sich daher der Einsatz der primalen Heuristik Relax-and-Fix sowie der Kopplungsheuristik.

WO	Ekpl.				
26		216 911	191 926	165 971	209 355
		216 911	191 926	165 971	209 355
52		401 940	396 873	364 340	368 683
		401 940	396 873	364 340	368 683

Tabelle 8.18: Anzahl der Nichtnullelemente¹⁶ in Merhlinienmodellen

Als Lösungsräume sollte der Nachfragefenster- und der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum genutzt werden.

8.4.3 Laufzeitanalyse der integrierten Mehrlinienoptimierung

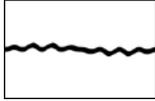
Bei der integrierten Optimierung mehrerer Linien werden lediglich die Planungszeiträume 26 und 52 Wochen sowie die geringe und die mittlere Entkopplungsstufe betrachtet. Vortests haben gezeigt, dass Instanzen, welche einen Planungszeitraum von 104 Wochen betrachten, sich oftmals selbst unter Zuhilfenahme von primalen Heuristiken nicht lösen lassen. Darüber hinaus unterscheiden sich bei den Ergebnissen aus Abschnitt 8.4.2 und 8.4.1 die mittleren und hohen Entkopplungsstufen nicht sehr stark. Anhand der folgenden Tabellen wird untersucht, welchen Einfluss der Grad der Entkopplung¹⁵ hat und wie gut sich einzelne Probleme lösen lassen.

Tabelle 8.18 zeigt die Anzahl der Nichtnullelemente der einzelnen Probleminstanzen. Die Anzahl der Nichtnullelemente, ein Indikator für die Größe der Probleme, skaliert mit der Länge des betrachteten Planungshorizonts. Innerhalb der betrachteten Nachfrageszenarien gibt es aber Unterschiede. Diese liegen in der Tatsache begründet, dass durch das Preprocessing, je nach Nachfrageverlauf, unterschiedlich viele Variablen fixiert werden können. Dies hat im Weiteren auch einen Einfluss auf die Anzahl der Zeilen und Spalten des jeweiligen Problems. Die Entkopplungsstufe hat bei der integrierten Betrachtung keinen Einfluss auf die Anzahl der Nichtnullelemente. Das Preprocessing, welches sich Informationen über Nachfrage und Entkopplungssituation zunutze macht, funktioniert bei mehreren Puffern anders¹⁷ und ist nicht mehr so effektiv. Da aufgrund der integrierten

¹⁵Die genaue Beschreibung erfolgt in Abs.8.1 in den Tabellen 8.2 und 8.3.

¹⁶Dies bezieht sich auf die Nichtnullelemente nach dem Solver-Preprocessing. Aufgrund von Grenzsetzungen auf Variablen und Nullkoeffizienten sind andernfalls keine Unterschiede feststellbar.

¹⁷vgl. Abs. 7.2.1

WO	Meth.				
26	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	16,46 % (lf/sm)	5,46 % (kh/nf)	3,79 % (kh/nf)	7,49 % (rf/nf)
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	13,31 % (lf/sm)	5,92 % (kh/st)	6,51 % (lf/st)	7,29 % (rf/nf)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsräume: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

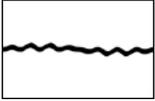
Tabelle 8.19: Übersicht aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, geringe Entkopplung

Lösung der Gewerke Rohbau und Oberfläche keine schichtgenaue Nachfrage bekannt ist, können nur wenige Binärvariablen fixiert werden.

Die Ergebnisse für den Fall der geringen Entkopplung sind in Tabelle 8.19 zusammengefasst. Ohne die Zuhilfenahme von Heuristiken lassen sich die Probleminstanzen im Rahmen der Laufzeitbegrenzung nicht lösen. Die primalen Heuristiken sind zwingend notwendig, um die Probleme zu lösen. Eine Analyse jeweils bester Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfragefenster-Lösungsraum viermal sowie der Standardlösungsraum und der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum zweimal der Beste ist. Bei den primalen Heuristiken ist die Kopplungsheuristik und LP-and-Fix Heuristik mit dreimal und die Relax-and-Fix Heuristik mit zweimal die erfolgreichste Methode. Die konstanten Szenarien weisen das schlechteste Duality Gap auf.

Tabelle 8.16 fasst die Ergebnisse für den Fall der mittleren Entkopplung zusammen. Ohne den Einsatz primaler Heuristiken wird für keine Probleminstanz eine gültige Lösung innerhalb der Laufzeitbeschränkungen gefunden. Durch Zuhilfenahme von primalen Heuristiken lassen sich überhaupt Ergebnisse generieren. Eine Untersuchung der jeweils besten Kombinationen von Lösungsraum und primaler Heuristik zeigt, dass der Nachfragefenster- und Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum dreimal sowie der Standardlösungsraum zweimal ausgewählt wird. Die Relax-and-Fix-Heuristik und die LP-and-Fix Heuristik sind mit jeweils dreimal, gefolgt von der Kopplungsheuristik sowie Lösungsraum Heuristik mit einmal die erfolgreichsten Methoden bei den primalen Heuristiken. Durch den Einsatz von Heuristiken lassen sich die Probleme mit einem Duality Gap zwischen 4,07 % und 14,70 % lösen.

Bei einem Vergleich der Duality Gaps der unterschiedlichen Entkopplungsstufen fällt auf, dass lediglich die Wahl des Nachfrageszenarios einen Einfluss auf Lös-

WO	Meth.				
26	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	14,70 % (rf/sm)	5,91 % (rf/nf)	4,07 % (rf/st)	7,62 % (lr/nf)
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	best	13,31 % (lf/sm)	6,19 % (lf/st)	8,27 % (lf/sm)	6,06 % (kh/nf)

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsräume: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.20: Übersicht aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, mittlere Entkopplung

barkeit der Modelle hat, nicht jedoch die Entkopplungsstufe. Dies deckt sich mit der Analyse der Größe der Probleminstanzen aus Tabelle 8.18. Primale Heuristiken sind in jedem Fall notwendig, um auf allen Modellen zumindest eine gültige Lösung zu erzielen. Die speziell erstellten Lösungsräume kommen bei den jeweils besten Ergebnissen der Heuristik fast immer zur Anwendung. Bei den Heuristiken kommen sowohl die Relax-and-Fix-Heuristik als auch die Kopplungsheuristik verstärkt zum Einsatz. Um die Modelle effizient zu lösen, empfiehlt sich daher der Einsatz der oben benannten primalen Heuristiken sowie der entsprechenden Lösungsräume.

8.4.4 Vergleich von sequentieller und integrierter Mehrlinienoptimierung

An dieser Stelle erfolgt der Vergleich von sequentieller und integrierter Optimierung. Zu diesem Zweck wird die Summe der Zielfunktionswerte der ganzzahligen Lösungen der sequentiellen Optimierungen mit dem Zielfunktionswert der besten bekannten ganzzahligen Lösung der integrierten Optimierung verglichen. Dabei wird eine Struktur wie in Abbildung 8.1 in Abschnitt 8.1 beschrieben zugrunde gelegt. Die Zielfunktionswerte der sequentiellen Einlinienoptimierung werden durch ein sequentielles Lösen der einzelnen Produktionslinien unter der Berücksichtigung der jeweiligen Puffer ermittelt. Im Rahmen des Lösungsprozesses kommt die Kopplungsheuristik mit dem Standardlösungsraum zum Einsatz. Es werden nacheinander die Montage, dann die Oberfläche und schließlich der Rohbau optimiert. Die Ergebnisse des Vergleichs werden in Tabelle 8.21 dargestellt.

Wie in Abschnitt 8.4.3 werden lediglich die vier unterschiedlichen Nachfrageszenarien, zwei Entkopplungsstufen und die Planungszeiträume von 26 und 52 Wochen untersucht. Anhand von Piktogrammen erfolgt die Analyse der unterschiedlichen

Nachfrage	WO	Entkopplung		Beste Methode	ML/EL
	26	Gering		EL (kh/st)	6,26 %
		Mittel		EL (kh/st)	3,30 %
	52	Gering		EL (kh/st)	4,89 %
		Mittel		EL (kh/st)	4,38 %
	26	Gering		EL (kh/st)	0,40 %
		Mittel		EL (kh/st)	0,51 %
	52	Gering		EL (kh/st)	1,28 %
		Mittel		EL (kh/st)	1,28 %
	26	Gering		EL (kh/st)	1,93 %
		Mittel		EL (kh/st)	2,32 %
	52	Gering		EL (kh/st)	2,20 %
		Mittel		EL (kh/st)	3,94 %
	26	Gering		EL (kh/st)	2,79 %
		Mittel		EL (kh/st)	2,84 %
	52	Gering		EL (kh/st)	2,92 %
		Mittel		EL (kh/st)	2,68 %

Modellart: EL=Einlinienmodell; ML=Mehrlinienmodell
 Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsräume: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle 8.21: Vergleich der verschiedenen Mehrlinienlösungsmethoden gegenüber der sequentiellen Einlinienoptimierung

Methoden hinsichtlich der Qualität der gelieferten Ergebnisse. Eine genaue Darstellung eines einzelnen Piktogramms erfolgt in Abbildung 8.4.

Die Ergebnisse zeigen eindeutig, dass die integrierte Optimierung aller Linien der sequentiellen Optimierung zum jetzigen Zeitpunkt unterlegen ist. Das Verhältnis der Zielfunktionswerte der integrierten Mehrlinienoptimierung im Vergleich

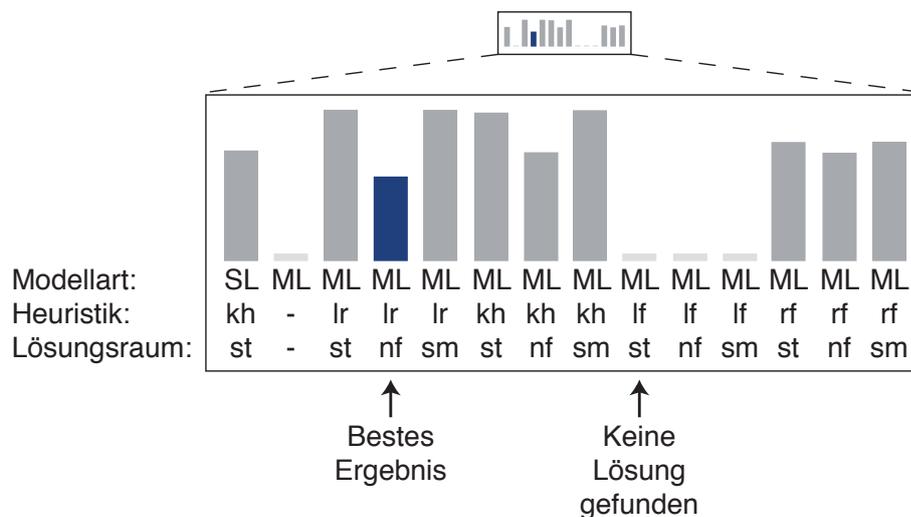


Abbildung 8.4: Beschreibung der Vergleichspiktogramme

zur sequentiellen Einlinienoptimierung fallen zwischen 0,40 % und 7,64 % schlechter aus. Lediglich die Szenarien mit ansteigender Nachfrage liefern Werte, die maximal 1,87 % über den Werten der sequentiellen Optimierung liegen. Auffällig ist darüber hinaus, dass eine Verlängerung des Planungshorizonts negativen Einfluss auf den Abstand zwischen den Zielfunktionswerten hat. Aus den Ergebnissen kann geschlossen werden, dass bei den gegebenen Laufzeitbegrenzungen die sequentielle Optimierung bevorzugt werden sollte.

8.4.5 Zusammenfassung der Laufzeitergebnisse

Die Größe der Probleminstanzen in den Gewerken Montage und Oberfläche sowie bei der integrierten Betrachtung skaliert mit der Länge des betrachteten Planungshorizonts. Dabei haben die Nachfrageszenarien zusätzlichen Einfluss auf die Anzahl der Nichtnullelemente, bei der Betrachtung einzelner Linien auch die Entkopplungsstufe. Insbesondere die Szenarien mit konstanter Nachfrage sind in dem Sinne schwierig zu lösen, dass oftmals kein Duality Gap unter 5 % erzielt wird.

Für den Fall, dass eine einzelne Linie betrachtet wird, lassen sich mehrere Beobachtungen machen. Die entwickelten primalen Heuristiken sind in jedem Fall notwendig, um auf allen Problemen eine gültige Lösung zu erzielen. Gleiches gilt für den Fall mehrerer Linien. Dort sind die Instanzen überhaupt nicht lösbar ohne primale Heuristiken. Die Vorteilhaftigkeit einzelner Heuristiken und Lösungsräume wird mit Hilfe von Tabelle 8.22 untersucht. Die speziell erstellten Lösungsräume kommen bei den jeweils besten Ergebnissen der Heuristiken fast immer zur Anwendung. Bei den Heuristiken kommen sowohl die Relax-and-Fix-Heuristik als auch die Kopplungsheuristik sowie die LP-and-Fix-Heuristik zum Einsatz. Aus den Anhängen B.2 und B.3 kann entnommen werden, dass die LP-and-Fix-Heuristik im Vergleich zu den anderen Heuristiken überdurchschnittlich oft überhaupt keine Lösung findet. Um die Modelle effizient zu lösen empfiehlt sich daher der Einsatz der primalen Heuristik Relax-and-Fix sowie der Kopplungsheuristik. Als Lösungsräume sollte der Nachfragefenster und der Schichtmodell-Ausschluss-Lösungsraum genutzt werden.

Hinsichtlich des Vergleichs der sequentiellen Optimierung mehrerer Linien und der integrierten Optimierung ist festzuhalten, dass zum jetzigen Zeitpunkt die sequentielle Optimierung überlegen ist. Die Testinstanzen für das integrierte Modell sind so schwierig zu lösen, dass innerhalb der Laufzeitbegrenzung keine besseren Ergebnisse erzielt werden können.

Eine nähere Untersuchung der Duality Gaps lässt vermuten, dass die untere Schranke der Modelle zu den teilweise hohen Prozentwerten führt. Dies ist wahrscheinlich durch die Dekompositionsstruktur begründet. Tests mit verlängerter Laufzeit von 24 Stunden auf Modellen, welche in den Tabellen ein Duality Gap von kleiner als 1 % besitzen, zeigen, dass die Optimalität auf diesen Modellen bewiesen werden kann. Die optimale ganzzahlige Lösung wird dabei innerhalb der

	Heuristik				Summe
	Lösungsraum	Kopplung	LP-Fix	Relax-Fix	
Standard	2	6	3	5	16
Nachfrage- Fenster	4	11	10	14	39
Schichtmodell- Ausschluss	2	13	11	7	33
Summe	8	30	24	26	88

Tabelle 8.22: Erfolgreiche Heuristiken und Lösungsräume

ersten zwei Stunden gefunden, lediglich der Beweis der Optimalität nimmt nochmal sehr viel Zeit in Anspruch. Dennoch gilt: Abschließende Aussagen sind nur möglich, wenn man alle Modelle zur Optimalität lösen kann. Die vorgestellten Ergebnisse erfordern allerdings schon einen Rechenaufwand von über 150 Tagen auf dem angegebenen System.

9 Fazit und Ausblick

Im Fokus dieser Arbeit stand die Ermittlung von kostenoptimalen Betriebsstrategien für ein Produktionswerk der Automobilindustrie. Dazu wurden in Kapitel 5 und 6 mathematische Optimierungsmodelle entwickelt. Im Anschluss daran erfolgte die Entwicklung einer Lösungsmethodik sowie eine Laufzeitanalyse anhand unterschiedlicher Testinstanzen. Es konnte gezeigt werden, dass die betrachtete Problemstellung mit Hilfe der gemischt-ganzzahligen Programmierung abgebildet und gelöst werden kann.

Ein Schwerpunkt der Arbeit lag dabei auf der Entwicklung und Analyse neuer Modelle. Es wurde ein Modell mit unterschiedlichen Entscheidungsebenen für einzelne Produktionslinien erstellt. Darauf aufbauend wurde ein Modell für mehrere Produktionslinien betrachtet, welche über Puffer verknüpft sind. Dadurch ist es möglich, sowohl einzelne Linien sequentiell als auch mehrere Linien integriert zu optimieren. Innerhalb der Modelle wurden verschiedene Formulierungen für die Arbeitszeitkontoplanung erarbeitet. Die Analysen zur Genauigkeit der Arbeitszeitkonto-Formulierungen in Abschnitt 8.3.2 haben gezeigt, dass eine exakte aggregierte Arbeitszeitkontoplanung in den meisten Fällen möglich ist. Jedoch wurde auch demonstriert, dass je nach Szenario und Formulierung die Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften zu Ungenauigkeiten führen kann. Insbesondere die Arbeitszeitkonto-Formulierung 1 erwies sich als robust in dem Sinne, dass sie für unterschiedliche Nachfrageverläufe einen durchschnittlichen Arbeitszeitkontoverlauf adäquat abbildet.

Den zweiten Schwerpunkt der Arbeit bildet die Implementierung von Modellverbesserungen und geeigneten primalen Heuristiken mit dem Ziel, Laufzeiten zu reduzieren bzw. Probleminstanzen überhaupt lösen zu können. Zwecks dessen wurde eine neue Methodik implementiert, welche unterschiedliche reduzierte Lösungsräume mit verschiedenen Strategien untersucht. Die Laufzeitergebnisse aus Abschnitt 8.3.1 legen nahe, dass die Modellverbesserungen sehr wichtig sind, um gute Lösungen auf den Modellen zu finden bzw. die Qualität dieser Lösungen zu beweisen. In Abschnitt 8.4 konnte festgestellt werden, dass bei vielen der Probleminstanzen sich ohne die Hilfe von Heuristiken innerhalb von zwei bis drei Stunden Laufzeit keine zulässigen Lösungen finden lassen. Durch die Implementierung und Anwendung der primalen Heuristiken ließen sich für alle Szenarien die Lösungszeiten reduzieren oder die Lösungsqualität verbessern. So werden zulässige Lösungen in vertretbaren Abständen zum Optimum gefunden. Die Lösungsqualität auf den untersuchten Instanzen kann aber sicher mit weiterem Vorschreiten in der Technologie mathematischer Optimierungssoftware

noch verbessert werden. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Instanzen der integrierten Mehrlinienoptimierung gelöst werden sollen.

Die integrierte Optimierung mehrerer Linien im Vergleich zur sequentiellen Optimierung ist zwar möglich, aber zum jetzigen Zeitpunkt nicht sinnvoll. Die Ergebnisse aus Abschnitt 8.4.4 zeigen, dass die Lösungsverfahren für das integrierte Modell nicht ausreichen, um bessere Ergebnisse als bei einer sequentiellen Optimierung zu erreichen. In manchen Fällen werden ähnlich gute Ergebnisse erzielt. Wenn man die Möglichkeit der Verschiebung von Arbeitskräften außer Acht lässt, sollte eine sequentielle Optimierung der einzelnen Linien erfolgen.

Der dritte Schwerpunkt der Arbeit war die prototypische Implementierung als EUS. In Abschnitt 7.5 wird aufgezeigt, wie eine solche Implementierung aussehen kann. Das geschaffene EUS kann Produktionsplaner bei der Bearbeitung der Problemstellung unterstützen. Manuelle Korrekturen und eine Steuerung der Methodenkomponente sind möglich.

Die Laufzeittests haben gezeigt, dass die Lösungsqualität stark von den verwendeten Heuristiken und Solver-Parametern abhängig ist. Es bleibt zu untersuchen, ob durch deren Veränderung die Lösungsqualität weiter verbessert werden kann. Zur Verbesserung der praktischen Anwendbarkeit des Planungswerkzeugs sollte der Anwender zudem bei der Auswahl der geeigneten Parameter und Heuristiken für die Optimierung unterstützt werden. Im Idealfall kann diese Auswahl komplett automatisch in Abhängigkeit des Nachfrageszenarios getroffen werden.

Eine Optimierung der gesamten Automobilproduktion unter Berücksichtigung aller Produktionsgewerke bietet die größten Einsparpotenziale. Zu diesem Zweck können insbesondere die Lösungsverfahren für die integrierte Betrachtung mehrerer Linien noch weiter verbessert werden.

In dieser Arbeit wurde eine Produktionslinie stets als Einheit betrachtet. Der Rohbau besteht aber z.B. aus mehreren Zusammenbau-Bereichen. Insbesondere im Zusammenhang mit verblockten Fertigungskonzepten wäre es wünschenswert, neben einer integrierten Betrachtung mehrerer Rohbaulinien zusammen eine Auflösung bis in die Zusammenbaubereiche zu betreiben, um die Abbildungsgenauigkeit zu erhöhen. Dies gewinnt insbesondere dann an Bedeutung wenn zwischen den Bereichen große Puffer eingerichtet werden.

Die bereits entwickelte Methode bietet die Möglichkeit, unterschiedliche Flexibilitätsskonzepte zu untersuchen und zu bewerten. Im Rahmen weiterer, umfangreicher Untersuchungen können so ggf. generische Handlungsempfehlungen abgeleitet werden.

Literaturverzeichnis

- [Agh00] AGHEZZAF, El-Houssaine: Lot-sizing problem with setup times in labor-based capacity production systems. In: *International Journal of Production Economics* 64 (2000), S. 1–9
- [Ant65] ANTHONY, R. N.: *Planning and Control Systems - A Framework for Analysis*. Harvard University, Boston, 1965
- [Ask08] ASKAR, Gazi: *Optimierte Flexibilitätsnutzung in Automobilwerken*, Technische Universität Clausthal, Diss., 2008
- [ASSZ07] ASKAR, Gazi ; SILLEKENS, Thomas ; SUHL, Leena ; ZIMMERMANN, Jürgen: Flexibility Planning in Automotive Plants. In: GÜNTHER, Hans-Otto (Hrsg.) ; MATTFELD, Dirk C. (Hrsg.) ; SUHL, Leena (Hrsg.): *Management logistischer Netzwerke*. Physica, 2007, S. 235–255
- [Aud07] AUDI AG: *Jahresabschluss 2006*. http://www.audi.de/audi/de/de2/unternehmen/investor_relations/finanzberichte_geschaeftsberichte.html, Download vom 29.02.2008, 2007
- [Aud08] AUDI AG: *Jahresabschluss 2007*. http://www.audi.de/audi/de/de2/unternehmen/investor_relations/finanzberichte_geschaeftsberichte.html, Download vom 29.02.2008, 2008
- [Axs76] AXSÄTER, Sven: Coordinating control of production-inventory systems. In: *International Journal of Production Research* 14 (1976), Nr. 6, S. 669–668
- [AZ06] ASKAR, Gazi ; ZIMMERMANN, Jürgen: Optimal Usage of Flexibility Instruments in Automotive Plants. In: WALDMANN, Karl-Heinz (Hrsg.) ; STOCKER, Ulrike M. (Hrsg.): *Operations Research Proceedings 2006, 2006* (Operations Research Proceedings), S. 479–484
- [Bal65] BALAS, Egon: An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables. In: *Operations Research* 13 (1965), July-August, Nr. 4, S. 517–546
- [Bay01] BAYKASOGLU, A.: MOAPPS 1.0: aggregate production planning using the multiple - objective tabu search. In: *International Journal of Production Research* 39 (2001), Nr. 16, S. 3685–3702

- [BB89] BARMAN, Samir ; BURCH, E. E.: The production switching heuristic: A practical revision. In: *International Journal of Production Research* 27 (1989), Nr. 11, S. 1863–1875
- [BB99] BYRNE, M. D. ; BAKIR, M. A.: Production planning using a hybrid simulation - an analytical approach. In: *International Journal of Production Economics* 59 (1999), S. 305–311
- [BCM97] BAI, Dawei ; CARPENTER, Tamra ; MULVEY, John: Making a Case for Robust Optimization Models. In: *Management Science* 43 (1997), July, Nr. 7, S. 895–907
- [BE98] BASNET, Chuda ; ELLISON, Paul: A manpower planning decision support system for MQM Meat Services. In: *Computers and Electronics in Agriculture* 21 (1998), S. 181–194
- [Bec07] BECKER, Helmut: *Auf Crashkurs - Automobilindustrie im globalen Verdrängungswettbewerb*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 2007
- [Ber00] BERTSEKAS, Dimitri P.: *Dynamic Programming and Optimal Control*. Bd. 1. 2. Auflage. Athena Scientific, 2000
- [Bet06] BETGE, David: *Koordination in advanced planning and Scheduling-Systemen*. Deutscher Universitätsverlag, 2006
- [BFS06] BOYSEN, Nils ; FLIEDNER, Malte ; SCHOLL, Armin: Produktionsplanung bei Variantenfließfertigung: Planungshierarchie und Hierarchische Planung. In: *Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft* (2006)
- [BGM⁺07] BAUER, Frank ; GROSS, Hermann ; MUÑOZ DE BUSTILLO Y LLORENTE, Rafael ; FERNÁNDEZ MACÍAS, Enrique ; SIEGLEN, Georg: Cross-country Comparison of Operating Hours, Capacity Utilisation, Working Times and Employment. In: DELSEN, Lei (Hrsg.) ; BOSWORTH, Derek (Hrsg.) ; GROSS, Hermann (Hrsg.) ; MUÑOZ DE BUSTILLO Y LLORENTE, Rafael (Hrsg.): *Operating Hours and Working Times*. Physica, 2007, S. 41–72
- [BK88] BEHNEZHAD, A.R. ; KHOSHNEVIS, B.: The effects of manufacturing progress function on machine requirements and aggregate planning problems. In: *International Journal of Production Research* 26 (1988), Nr. 2, S. 309–326
- [BMW06] BMW AG: *Jahresabschluss 2005*. http://www.bmwgroup.com/bmwgroup_prod/d/0_0_www_bmwgroup_com/investor_relations/finanzberichte/geschaeftsberichte/2005/geschaeftsbericht.shtml, Download vom 29.02.2008, 2006

- [BMW08] BMW AG: *Jahresabschluss 2007*. http://www.bmwgroup.com/bmwgroup_prod/e/nav/index.html?http://www.bmwgroup.com/bmwgroup_prod/e/0_0_www_bmwgroup_com/investor_relations/investor_relations.html, Download vom 19.03.2008, 2008
- [Bow63] BOWMAN, E. H.: Consistency and Optimality in Managerial Decision Making. In: *Management Science* 9 (1963), S. 310–321
- [BS70] BERGSTROM, Gary L. ; SMITH, Barnard E.: Multi-Item Production Planning - An Extension of the HMMS Rules. In: *Management Science* 16 (1970), S. 614–629
- [BS87] BUFFA ; SARIN: *Modern Production/Operations Management*. John Wiley & Sons Inc., 1987
- [BT69] BEALE, E. M. L. ; TOMLIN, J. A.: Special facilities in a general mathematical programming system for non-convex problems using ordered sets of variables. In: LAWRENCE, J. (Hrsg.): *Proceedings of the 5th International Conference on Operations Research*, Travistock, London, 1969
- [Buf67] BUFFA, Elwood S.: Aggregate Planning for Production. In: *Business Horizons* 10 (1967), S. 87–97
- [Bux88] BUXEY, Geoff: Production Planning Under Seasonal Demand: A Case Study Perspective. In: *OMEGA International Journal of Management Science* 16 (1988), Nr. 5, S. 447–455
- [Bux95] BUXEY, Geoff: A managerial perspective on aggregate planning. In: *International Journal of Production Economics* 41 (1995), S. 127–133
- [Bux03] BUXEY, Geoff: Strategy not tactics drive aggregate planning. In: *International Journal of Production Economics* 85 (2003), S. 331–346
- [Bux05] BUXEY, Geoff: Aggregate planning for seasonal demand: reconciling theory with practice. In: *International Journal of Operations & Production Management* 25 (2005), Nr. 11, S. 1083–1100
- [BVW84] BARANY, Imre ; VAN ROY, Tony J. ; WOLSEY, Laurence A.: Strong Formulations for Multi-Item Capacitated Lot Sizing. In: *Management Science* 30 (1984), Oktober, Nr. 10, S. 1255–1261
- [BY82] BITRAN, Gabriel R. ; YANASSE, Horacio H.: Computational Complexity of the Capacitated Lot Size Problem. In: *Management Science* 28 (1982), Oktober, Nr. 10, S. 1174–1186
- [CH96] CHA, Chun N. ; HWANG, Hark: Experimental Comparison of the Switching Heuristics for Aggregate Production Planning Problem. In: *Computers /& Industrial Engineering* 31 (1996), Dezember, Nr. 3/4, S. 625–630

- [DRL05] DANNA, Emilie ; ROTHBERG, Edward ; LE PAPE, Claude: Exploring relaxation induced neighborhoods to improve MIP solutions. In: *Mathematical Programming* 102 (2005), S. 71–90
- [DS72] DAMON, William W. ; SCHRAMM, Richard: A Simultaneous Decision Model for Production, Marketing and Finance. In: *Management Science* 19 (1972), October, Nr. 2, S. 161–172
- [Ebe72] EBERT, Ronald J.: Environmental Structure and Programmed Decision Effectiveness. In: *Management Science* 19 (1972), Dezember, Nr. 4, S. 435–454
- [Ebe76] EBERT, Ronald J.: Aggregate Planning with Learning Curve Productivity. In: *Management Science* 23 (1976), October, Nr. 2, S. 171–182
- [EE74] ELMALEH, J. ; EILON, Samuel: A new approach to production smoothing. In: *International Journal of Production Research* 12 (1974), Nr. 6, S. 673–681
- [FK71] FLORIAN, Michael ; KLEIN, Morton: Deterministic Production Planning with Concave Costs and Capacity Constraints. In: *Management Science* 18 (1971), September, Nr. 1, S. 12–21
- [FK00] Kapitel 5.6. In: FRIEDLAND, Reiner ; KÜHLING, Martin: *Referenzmodell für Fertigungssysteme*. Society for Computer Simulation, 2000, S. 133–150
- [FLR80] FLORIAN, M. ; LENSTRA, J. K. ; RINNOOY KAN, A. H.: Deterministic Production Planning: Algorithms and Complexity. In: *Management Science* 26 (1980), July, Nr. 7, S. 669–679
- [FM97] FLEISCHMANN, Bernhard ; MEYR, Herbert: The general lotsizing and scheduling problem. In: *OR Spektrum* 19 (1997), S. 11–21
- [FMW08] FLEISCHMANN, Bernhard ; MEYR, Herbert ; WAGNER, Michael: Advance Planning. In: STADLER, Hartmut (Hrsg.) ; KILGER, Christoph (Hrsg.): *Supply Chain Management and Advance Planning*. 4. Auflage. Springer, Berlin, 2008, Kapitel 4, S. 81–106
- [FP77] FLOWERS, A. D. ; PRESTON, Stephe E.: Work Force Scheduling with the Search Decision Rule. In: *OMEGA* 5 (1977), Nr. 4, S. 473–479
- [Fri06] FRISCHKE, Sören: *Simulationsbasierte Entscheidungsunterstützung bei der Gestaltung flexibler Produktionsbereiche auf taktischer Ebene*, Technische Universität Cottbus, Diss., 2006
- [FSW92] FAISST, Jürgen ; SCHNEEWEISS, Christopher ; WOLF, F.: Bedarfsorientierte Schichtplanung. In: SCHNEEWEISS, Christopher (Hrsg.): *Kapazitätsorientiertes Arbeitszeitmanagement*. Physica, 1992, S. 195–214

- [Gil89] GILGEOUS, Vic: Modelling realism in aggregate planning: a goal-search approach. In: *International Journal of Production Research* 27 (1989), Nr. 7, S. 1179–1193
- [GJ79] GAREY, R. Michael ; JOHNSON, David S. ; KLEE, Viktor (Hrsg.): *Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman and Company, New York, 1979 (A Series of Books in the Mathematical Sciences)
- [Glo90] GLOVER, Fred: Tabu Search: A Tutorial. In: *Interfaces* 20 (1990), Juli-August, Nr. 4, S. 74–94
- [Gün89] GÜNTHER, H. O.: *Produktionsplanung bei flexibler Personalkapazität*. C.E. Poeschel, Stuttgart, 1989
- [Goo73] GOODMAN, David A.: A new approach to scheduling aggregate production and workforce. In: *AIIE Transactions* 5 (1973), S. 135–141
- [Gra82] GRAVES, Stephen C.: Using Lagrangian Techniques to Solve Hierarchical Production Planning Problems. In: *Management Science* 28 (1982), March, Nr. 3, S. 260–275
- [GS71] GORRY, G. A. ; SCOTT MORTON, Michael S.: A Framework for Management Information Systems. In: *Sloan Management Review* 13 (1971), Nr. 1, S. 55–70
- [GT95] GÜNTHER, Hans-Otto ; TEMPELMEIER, Horst: *Produktionsmanagement*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 1995
- [GT05] GÜNTHER, Hans-Otto ; TEMPELMEIER, Horst: *Produktion und Logistik*. 6. Auflage. Springer, Berlin, 2005
- [HB08] HÜTTENRAUCH, Mathias ; BAUM, Markus: *Effiziente Vielfalt - Die dritte Revolution in der Automobilindustrie*. Springer, Berlin, 2008
- [HC84] HAX ; CANDEA: *Production and Inventory Management*. Prentice-Hall, 1984
- [HC95] HWANG, H. ; CHA, C. N.: An improved version of the production switching heuristic for the aggregate production planning problem. In: *International Journal of Production Research* 33 (1995), Nr. 9, S. 2567–2577
- [HH60] HANSSMANN ; HESS: A Linear-Programming Approach To Production and Employment Scheduling. In: *Management Technology* 1 (1960), January, Nr. 1, S. 110–115
- [HJ61] HOOKE, R. ; JEEVES, T. A.: “Direct Search“ Solution of Numerical and Statistical Problems. In: *Journal of the Association for Computing Machinery* 8 (1961), S. 212–229

- [HM69] HURST, E. G. ; MCNAMARA, Aidan B.: Heuristic Scheduling in a Woolen Mill. In: *Management Science* 15 (1969), Dezember, Nr. 4, S. 182–203
- [HM71] HAUSMAN, Warren H. ; MCCLAIN, John O.: A Note On The Bergstrom-Smith Multi-Item Production Planning Model. In: *Management Science* 17 (1971), July, Nr. 11, S. 783–786
- [HM75] HAX, A. C. ; MEAL, H. C.: Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling. In: GEISLER, M. (Hrsg.): *TIMS Studies in Management Science* Bd. 1. Elsevier, Amsterdam, 1975
- [HMM56] HOLT, Charles C. ; MODIGLIAN, Franco ; MUTH, John F.: Derivation of a Linear Decision Rule for Production and Employment. In: *Management Science* 2 (1956), S. 159–177
- [HMS55] HOLT, C. Charles ; MODIGLIANI, Franco ; SIMON, Herbert A.: A Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling. In: *Management Science* 2 (1955), October, Nr. 1, S. 1–30
- [Hol01] HOLENWEGER, T.: Jahresarbeitszeit - Langzeitkonten - Lebensarbeitszeit - Die Ausdehnung des Zeithorizontes in der Arbeitszeitgestaltung. In: MARR, R. (Hrsg.): *Arbeitszeitmanagement - Grundlagen und Perspektiven der Gestaltung flexibler Arbeitszeitsysteme*. 3. Erich Schmidt Verlag, Berlin, 2001
- [Hol02] HOLT, Charles C.: Learning How To Plan Production, Inventories, And Work Force. In: *Operations Research* 50 (2002), January-February, Nr. 1, S. 96–99
- [HSC99] HUNG, Y.-F. ; SHIH, C.-C. ; CHEN, C.-P.: Evolutionary algorithms for production planning problems with setup decisions. In: *Journal of the Operational Research Society* 50 (1999), S. 857–866
- [HW01] HOFF, A. ; WEIDINGER, M.: Vom Gleitzeitkonto zur Lebensarbeitszeit? Bisherige Entwicklungen und Zukunftsperspektiven betrieblicher Arbeitszeitmodelle. In: MARR, R. (Hrsg.): *Arbeitszeitmanagement - Grundlagen und Perspektiven der Gestaltung flexibler Arbeitszeitsysteme*. 3. Erich Schmidt Verlag, Berlin, 2001
- [HZ07] HEMIG, Claas ; ZIMMERMANN, Jürgen: Medium-Term Production and Staff Planning in the Automotive Industry. In: *Proceedings of the 3rd Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Application*, 2007, S. 209–216
- [Ihm06] IHME, Joachim: *Logistik im Automobilbau - Logistikkomponenten und Logistiksysteme im Fahrzeugbau*. Hanser, 2006

- [Jon67] JONES, Curtis H.: Parametric Production Planning. In: *Management Science* 13 (1967), Juli, Nr. 11, S. 843–866
- [Kal02] KALLRATH, Josef: *Gemischt-ganzzahlige Optimierung: Modellierung in der Praxis*. Vieweg, 2002
- [KB05] KALUZA, Bernd ; BLECKER, Thorsten: Flexibilität - State of the Art und Entwicklungstrends. In: KALUZA, Bernd (Hrsg.) ; BLECKER, Thorsten (Hrsg.): *Erfolgsfaktor Flexibilität: Strategien und Konzepte für wandlungsfähige Unternehmen*. Erich Schmidt, 2005, S. 1–25
- [KFW03] KARIM, B. ; FATEMI GHOMI, S. M. T. ; WILSON, J. M.: The capacitated lot sizing problem - a review of models and algorithms. In: *Omega* 31 (2003), S. 365–378
- [KKB07] KOTLER, Philip ; KELLER, Kevin L. ; BLIEMEL, Friedhelm: *Marketing-Management. Strategien für wertschaffendes Handeln*. 12. Auflage. Pearson Studium, 2007
- [KL90] KAMIEN, Morten I. ; LI, Lode: Subcontracting, Coordination, Flexibility, and Production Smoothing in Aggregate Planning. In: *Management Science* 36 (1990), November, Nr. 11, S. 1352–1363
- [KMT73] KRAJEWSKI, L. J. ; MABERT, V. A. ; THOMPSON, H. E.: Quadratic Inventory Cost Approximations and the Aggregation of Individual Products. In: *Management Science* 19 (1973), July, Nr. 11, S. 1229–1240
- [Kra07] KRAFTFAHRTBUNDESAMT: *Neuzulassungen von Personenkraftwagen im Jahresverlauf von 2005 bis 2007*. <http://www.kba.de/Stabsstelle/Presseservice/Pressemitteilungen/pressemitteilungen1.htm>, Download vom 03.03.2008, 2007
- [KS91] KISTNER, Klaus-Peter ; STEVEN, Marion: Die Bedeutung des Operations Research für die hierarchische Produktionsplanung. In: *OR Spektrum* 13 (1991), S. 123–132
- [KS01] KISTNER, Klaus-Peter ; STEVEN, Marion: *Produktionsplanung*. 3rd. Physica, Heidelberg, 2001
- [Kun69] KUNREUTHER, Howard: Extensions of Bowman's Theory on Managerial Decision- Making. In: *Management Science* 15 (1969), April, Nr. 8, S. 415–439
- [KW94] KALL, Peter ; WALLACE, Stein W.: *Stochastic Programming*. John Wiley&Sons, 1994
- [Leh00] LEHNDORFF, S.: *Die Arbeits- und Betriebszeiten in der europäischen Automobilindustrie*. Graue Reihe des Instituts Arbeit und Technik, 2000

- [Leh01] LEHNDORFF, Steffen: Fabriken mit langem Atem - Der Wandel der betrieblichen Arbeitszeitorganisation in der europäischen Automobilindustrie. In: *WSI-Mitteilungen* 6 (2001), S. 373–383
- [Lei74] LEITCH, Robert A.: Marketing Strategy and the optimal production schedule. In: *Management Science* 21 (1974), November, Nr. 3, S. 302–312
- [LK74] LEE, William B. ; KHUMAWALA, Basheer M.: Simulation Testing of Aggregate Production Planning Models in an Implementation Methodology. In: *Management Science* 20 (1974), Februar, Nr. 6, S. 903–911
- [LK00] LAW, Averill M. ; KELTON, W. D.: *Simulation Modeling and Analysis*. 3rd. McGraw-Hill Companies Inc., 2000
- [LLS07] LEVI, Retsef ; LODI, Andrea ; SVIRIDENKO, Maxim: Approximation Algorithms for the Multi-Item Capacitated Lot-Sizing Problem Via Flow-Cover Inequalities. In: FISCHETTI, M. (Hrsg.) ; WILLIAMSON, D. P. (Hrsg.): *Proceedings of the 12th International IPCO Conference 2007* Bd. 4513, Springer, New York, 2007 (Lecture Notes in Computer Science), S. 454–468
- [LMV89] LEUNG, Janny M. Y. ; MAGNATI, Thomas L. ; VACHANI, Rita: Facets and Algorithms for Capacitated Lot Sizing. In: *Mathematical Programming* 45 (1989), S. 331–359
- [LT71] LASDON, L. S. ; TERJUNG, R.C.: An Efficient Algorithm for Multi-Item Scheduling. In: *Operations Research* 19 (1971), July-August, Nr. 4, S. 946–969
- [LW04] LEUNG, Stephen C. H. ; WU, Yue: A robust optimization model for stochastic aggregate production planning. In: *Production Planning & Control* 15 (2004), July, Nr. 5, S. 502–514
- [Man58] MANNE, Alan S.: Programming of Economic Lot Sizes. In: *Management Science* 4 (1958), January, Nr. 2, S. 115–135
- [Man83] MANZ, Joachim: *Zur Anwendung der Aggregation auf mehrperiodische lineare Produktionsprogrammplanungsprobleme*. Peter Lang, Frankfurt am Main, 1983 (Europäische Hochschriften)
- [Mar01] MARR, Rainer: Die Nutzung der Ressource Zeit - Zur Legitimation einer bislang vernachlässigten Managementaufgabe. In: MARR, R. (Hrsg.): *Arbeitszeitmanagement - Grundlagen und Perspektiven der Gestaltung flexibler Arbeitszeitsysteme*. 3. Auflage. Erich Schmidt, Berlin, 2001, S. 13–32
- [Mar03] MAROS, István: *Computational Techniques of the Simplex Method*. Kluwer, 2003

- [Mey99] MEYR, Herbert: *Simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung für kontinuierliche Produktionslinien - Modelle und Methoden im Rahmen des Supply Chain Management*. Deutscher Universitäts-Verlag (Gabler), Wiesbaden, 1999
- [Mey04] MEYR, Herbert: Supply chain planning in the German automotive Industry. In: *OR Spektrum* 26 (2004), S. 447–470
- [MF04] MICHALEWICZ, Zbigniew ; FOGEL, David B.: *How to solve it : modern heuristics*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 2004
- [ML78] MELICHAMP, Joseph M. ; LOVE, Robert M.: Production Switching Heuristics for the Aggregate Planning Problem. In: *Management Science* 24 (1978), August, Nr. 12, S. 1242–1251
- [MM75] MOSKOWITZ, Herbert ; MILLER, Jeffrey G.: Information and Decision Systems on Production Planning. In: *Management Science* 22 (1975), November, Nr. 3, S. 359–370
- [MMV91] MAES, Johan ; MCCLAIN, John O. ; VAN WASSENHOVE, Luk N.: Multilevel capacitated lotsizing complexity and LP-base heuristics. In: *European Journal of Operational Research* 53 (1991), S. 131–148
- [MNR98] MAZZOLA, Joseph B. ; NEEBE, Alan W. ; RUMP, Christopher M.: Multiproduct production planning in the presence of work-force learning. In: *European Journal of Operational Research* 106 (1998), S. 336–356
- [Mol97] MOLLEMEIER, Arndt: *Integrierte Steuerung getakteter Variantenfließlinien*. Deutscher Universitäts-Verlag, 1997
- [Mor03] MORALES, Roberto H.: *Systematik der Wandungsfähigkeit in der Fabrikplanung*, Universität Hannover, Diss., 2003
- [MTK99] MAN, K.F. ; TANG, K. S. ; KWONG, S. ; GRIMBLE, M.J. (Hrsg.) ; JOHNSON, M.A. (Hrsg.): *Genetic Algorithms*. Springer, New York, 1999
- [NL92] NAM, Sang-jin ; LOGENDRAN, Rasaratnam: Aggregate production planning - A survey of models and methodologies. In: *European Journal of Operational Research* 61 (1992), S. 255–272
- [NL95] NAM, Sang-jin ; LOGENDRAN, Rasaratnam: Modified Production Switching Heuristics for Aggregate Production Planning. In: *Computers /& Operations Research* 22 (1995), Mai, Nr. 5, S. 531–541
- [OB85a] O'GRADY, P. J. ; BYRNE, M. D.: A Combined Switching Algorithm and Linear Decision Rule Approach to Production Planning. In: *International Journal of Production Research* 23 (1985), Nr. 2, S. 285–296

- [OB85b] OLIFF, Michael D. ; BURCH, E. E.: Multiproduct Production Scheduling at Owens-Corning Fiberglas. In: *Interfaces* 15 (1985), September-Oktober, S. 25–34
- [OL87] OLIFF, Michael D. ; LEONG, G. K.: A Discrete Production Switching Rule for Aggregate Production Planning. In: *Decisions Science* 18 (1987), Oktober, Nr. 4, S. 582–597
- [OLM89] OLIFF, Michael D. ; LEWIS, Holly S. ; MARKLAND, Robert E.: Aggregate Planning in Crew-Loaded Production Enviroments. In: *Computers & Operations Research* 16 (1989), Nr. 1, S. 13–25
- [Orr62] ORR, Daniel: A Random Walk Production-Inventory Policy: Rationale and Implementation. In: *Management Science* 9 (1962), S. 108–122
- [Pet71] PETERSON, Rein: Optimal Smoothing of Shipments in Response to Orders. In: *Management Science* 17 (1971), May, Nr. 9, S. 597–607
- [Pib01] PIBERNIK, Richard: *Flexibilitätsplanung in Wertschöpfungsnetzwerken*. Deutscher Universitäts-Verlag, 2001
- [PK95] PAN, Lin ; KLEINER, Brian H.: Aggregate Planning today. In: *Work Study* 44 (1995), Nr. 3, S. 4–7
- [PLK03] PATCHONG, Alain ; LEMOINE, Thierry ; KERN, Gilles: Improving Car Body Production at PSA Peugeot Citroen. In: *Interfaces* 33 (2003), Nr. 1, S. 36–49
- [PMM98] PARK, Young H. ; MATSON, Jack E. ; MILLER, David M.: Simulation and Analysis of the Mercedes-Benz All Activity Vehicle (AAV) Production Facility. In: MEDEIROS, D. J. (Hrsg.) ; WATSON, E. F. (Hrsg.) ; MANIVANNAN, M. S. (Hrsg.): *Proceedings of the 1998 Winter Simulation Concerence*, 1998
- [PPF04] PRADENAS, Lorena ; PENAILLILO, Fernando ; FERNAND, Jaques: Aggregate production planning problem. A new algorithm. In: *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 18 (2004), S. 193–199
- [PV01] PIPER, C. J. ; VACHON, S.: Accounting for Productivity Losses in Aggregate Planning. In: *International Journal of Production Research* 39 (2001), Nr. 17, S. 4001–4012
- [PW06] POCHE, Yves ; WOLSEY, Laurence A.: *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer, Berlin, 2006 (Springer Series in Operation Research and Financial Engineering)
- [Qua05] QUANTE, Rainer: *Kapazitätsorientierte Betriebsorganisation für Endmontagen der Automobilindustrie - Ein Decision-Support-System*, Universität Paderborn, Diplomarbeit, 2005

- [RAZ04] RADTKE, Philipp ; ABELE, Eberhard ; ZIELKE, Andreas: *Die smarte Revolution in der Automobilindustrie*. Ueberreuter, 2004
- [Rem78] REMUS, William E.: Testing Bowman's Managerial Coefficient Theory using an Competitive Gaming Environment. In: *Management Science* 24 (1978), April, Nr. 8, S. 827–835
- [Ros08] ROSCHER, Jörg: *Bewertung von Flexibilitätsstrategien für die Endmontage in der Automobilindustrie*, Universität Stuttgart, Diss., 2008
- [Saa82] SAAD, Germaine H.: An overview of production planning models: structural classification and empirical assessment. In: *International Journal of Production Research* 20 (1982), S. 105–114
- [Sch94] SCHWEITZER, Marcell: *Industriebetriebslehre*. 2. Auflage. Vahlen, 1994
- [Sch95] SCHOLL, Armin: *Balancing and sequencing of assembly lines*. Physica, Heidelberg, 1995
- [Sch02] SCHNEEWEISS, Christopher: *Einführung in die Produktionswirtschaft*. 8. Auflage. Springer, Heidelberg et al., 2002
- [Sch03a] SCHIEFERDECKER, Richard: *Produktionsplanung und -steuerung bei flexiblen Arbeitszeiten*, Technische Hochschule Aachen, Diss., 2003
- [Sch03b] SCHNEEWEISS, Christopher: *Distributed Decision Making*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 2003
- [Sil72] SILVER, Edward A.: Medium Range Aggregate Production Planing: State of the Art. In: *Production /& Inventory Management* (1972), S. 15–40
- [Sil91] SILVER, Mark S.: *Systems That Support Decision Makers - Description and Analysis*. John Wiley /& Sons, 1991
- [Sil99] SILVA FILHO, Oscar S.: An aggregate production planning model with demand under uncertainty. In: *Production Planning & Control* 10 (1999), S. 745–756
- [SLH00] SILVA, Joao P. ; LISBOA, Joao ; HUANG, Philip: A labour-constrained model for aggregate production planning. In: *International Journal of Production Research* 38 (2000), Nr. 9, S. 2143–2152
- [SM06] SUHL, Leena ; MELLOULI, Taïeb: *Optimierungssysteme*. Springer, Berlin, 2006
- [Smu86] SMUNT, Timothy L.: Incorporating Learning Curve Analysis into Medium-Term Capacity Planning Procedures: A Simulation Experiment. In: *Management Science* 32 (1986), September, Nr. 9, S. 1164–1176

- [SP85] SILVER, Edward A. ; PETERSON, Rein: *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*. 2. Auflage. John Wiley and Sons, 1985
- [Spi08] SPIEGEL ONLINE: *Billig-PKW: Russland wird zur Aldi-Auto-Schmiede*. <http://www.spiegel.de/auto/aktuell/0,1518,527995,00.html>, Download vom 14.01.2008, 2008
- [SQ93] STOCKTON, David J. ; QUINN, Liam: Identifying Economic Order Quantities Using Genetic Algorithms. In: *International Journal of Operations and Production Management* 13 (1993), Nr. 11, S. 92–103
- [SQ94] STOCKTON, David J. ; QUINN, Liam: MRP Lot sizing using genetic algorithms. In: *BPICS Controls* (1994), S. 21–27
- [SQ95] STOCKTON, David J. ; QUINN, Liam: Aggregate production planning using genetic algorithms. In: *Journal of Engineering Manufacture* 209 (1995), S. 201–209
- [SQK04a] STOCKTON, David J. ; QUINN, Liam ; KHALI, R. A.: Use of genetic algorithms in operations management: Part1: applications. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* Bd. 218, 2004
- [SQK04b] STOCKTON, David J. ; QUINN, Liam ; KHALI, R. A.: Use of genetic algorithms in operations management: Part2: results. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* Bd. 218, 2004
- [SS90] SETHI, Andrea K. ; SETHI, Suresh P.: Flexibility in Manufacturing Systems: A Survey. In: *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems* 2 (1990), S. 289–328
- [SS03] SUERIE, Christoper ; STADTLER, Helmut: The Capacitated lot-sizing problem with linked Lot Sizes. In: *Management Science* 49 (2003), S. 1039–1054
- [SS07] SINGHAL, Jaya ; SINGHAL, Kalyan: Holt, Modigliani, Muth, and Simon's Work and its Role in the Renaissance and Evolution of Operations Management. In: *Journal of Operations Management* 25 (2007), S. 300–309
- [Stö84] STÖPPLER, Siegmair: *Nachfrageprognose und Produktionsplanung bei saisonalen und konjunkturellen Schwankungen*. Physica, Würzburg, 1984
- [Sta86] *Kapitel Hierarchical Production Planning: Tuning Aggregate Planning with Sequencing and Scheduling*. In: STADTLER, Hartmut: *Multi-Stage Production Planning and Inventory Control*. Springer, Berlin, 1986

- [Sta88] STADTLER, Hartmut: *Hierarchische Produktionsplanung bei losweiser Fertigung*. Physica, Heidelberg, 1988
- [Sta03] STADTLER, Hartmut: Multilevel lot-sizing sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows. In: *Operations Research* 53 (2003), S. 487–502
- [Sue05] SUERIE, Christopher: *Time Continuity in Discrete Time Models*. Springer, Berlin, 2005 (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems)
- [TA98] TURBAN, Efraim ; ARONSON, Jay E.: *Decision Support Systems and Intelligent Systems*. 5. Auflage. Prentice-Hall, Inc., 1998
- [Tau68] TAUBERT, William H.: A Search Decision Rule for the Aggregate Scheduling Problem. In: *Management Science* 14 (1968), February, Nr. 6, S. 343–359
- [TFY03] TANG, Jiafu ; FUNG, Richard Y. K. ; YUNG, Kai-Leung: Fuzzy modelling and simulation for aggregate production planning. In: *International Journal of Systems Science* 34 (2003), Oktober, Nr. 12-13, S. 661–673
- [TWD93] THOMPSON, S. ; WATANABE, D. T. ; DAVIS, W. J.: A comparative study of aggregate production planning strategies under conditions of uncertainty and cyclic product demands. In: *International Journal of Production Research* 31 (1993), Nr. 8, S. 1967–1979
- [TY03] TECHAWIBOONWONG, Atthawit ; YENRADEE, Pisal: Aggregate Production Planning with Workforce Transferring Plan for Multiple Product Types. In: *Production Planning & Control* 14 (2003), July, Nr. 5, S. 447–458
- [VN98] *Kapitel Planung, Entscheidung und Kontrolle*. In: VON NITSCH, Rüdiger: *Springers Handbuch der Betriebswirtschaftslehre*. Springer, Berlin, 1998
- [Vol73] VOLLMAN, Thomas E.: Capacity Planning: The Missing Link. In: *Journal of Production and Inventory Management* 14 (1973), S. 61–73
- [Vol07] VOLKSWAGEN AG: *Jahresabschluss 2006*. http://www.volkswagenag.com/vwag/vwcorp/info_center/de/publications/publications.standard.acq/icr-2annual_reports/index.html, Download vom 29.02.2008, 2007
- [Vol08] VOLKSWAGEN AG: *Jahresabschluss 2007*. http://www.volkswagenag.com/vwag/vwcorp/info_center/de/publications/publications.standard.acq/icr-2annual_reports/index.html, Download vom 29.02.2008, 2008

- [VSJ04] VENKATESWARAN, Jayendran ; SON, Young-Yun ; JONES, Albert: Hierarchical Production Planning Using a Hybrid System Dynamic-Discrete Event Simulation Architecture. In: INGALLS, R. . (Hrsg.) ; ROSSETTI, M. D. (Hrsg.) ; SMITH, J. S. (Hrsg.) ; PETERS, B. A. (Hrsg.): *Proceeding of the 2004 Winter Simulation Conference*, 2004
- [VW87] VAN ROY, Tony J. ; WOLSEY, Laurence A.: Solving Mixed Integer Programming Problems Using Automatic Reformulation. In: *Operations Research* 35 (1987), Januar-Februar, Nr. 1, S. 45–63
- [VW06] VOSS, Stefan ; WOODRUFF, David L.: *Introduction to Computational Optimization Models for Production Planning in a Supply Chain*. 2. Auflage. Springer, Berlin, 2006
- [War04] WARBURTON, Max: *The Future of the European Auto Industry - A capital market's view*. Presentation of Goldman Sachs Investment Research at McKinsey A&A Extranet Conference Mainz, Mai 2004
- [WD02] WÖHE, G. ; DÖRING: *Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre*. Vahlen, 2002
- [Wel75] WELAM, Ulf P.: Multi-Item Production Smoothing Modells with Almost Closed Form Solutions. In: *Management Science* 21 (1975), May, Nr. 9, S. 1021–1028
- [Wel78] WELAM, Ulf P.: An HMMS Type Interactive Model for Aggregate Planning. In: *Management Science* 24 (1978), January, Nr. 5, S. 564–575
- [Wem05] WEMHÖNER, Nils: *Flexibilitätsoptimierung zur Auslastungssteigerung im Automobilrohbau*, Technischen Hochschule Aachen, Diss., 2005
- [Wes84] WESTBROOK, Roy: Estimating and predicting load: the right level of aggregation. In: VOSS, Christopher (Hrsg.): *Research in Production/Operations Management*. Gower Publishing Company, 1984, Kapitel 13, S. 229–252
- [Wil01] WILLIAMS, H.P.: *Model Building in Mathematical Programming*. 4. Auflage. Wiley, New York, 2001
- [WL05] WANG, Reay-Chen ; LANG, Tien-Fu: Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. In: *International Journal of Production Economics* 98 (2005), S. 328–341
- [Wol98] WOLSEY, Laurence A.: *Integer Programming*. John Wiley /& Sons, Inc., 1998 (Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization)

- [WR05] WESTKÄMPER, Engelbert ; ROSCHER, Jörg: Bewertung flexibler Endmontagesysteme für die Automobilindustrie durch Simulation des Realbetriebs. In: *wt Werkstattstechnik online* 4 (2005), S. 181–185
- [WSF92] WILD, Bernhard ; SCHNEEWEISS, Christopher ; FAISST, Jürgen: Flexibilisierung der Personalkapazität durch zeitliche und räumliche Umverteilung. In: SCHNEEWEISS, Christopher (Hrsg.): *Kapazitätsorientiertes Arbeitszeitmanagement*. Physica Verlag, 1992, S. 239–290
- [WW58] WAGNER, Harvey M. ; WHITIN, Thomson M.: Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. In: *Management Science* 5 (1958), Oktober, Nr. 1, S. 89–96

A Geradengleichung der linearen Approximation des Arbeitszeitkontos

In diesem Anhang wird die Herleitung der Geradengleichung der einzelnen Tangenten skizziert. Dabei wird Bezug auf die Inhalte von Abschnitt 6.6.2 genommen. Lediglich wichtige Parameter werden erneut aufgelistet.

Die Indexmenge der Approximationsbereiche ist gegeben mit

$$\overline{AB} = \{1, \dots, AB\}.$$

Die Abbildung 6.4 in Abschnitt 6.6.2 skizziert die Idee der linearen Approximation. Der Parameter für die Tangentialpunkte wird folgendermaßen bestimmt:

$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt}$:= Tangentialpunkt der Tangente im Approximationsbereich ab der linearen Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche wo , Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,0}^{TanPkt} := A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}} = A^{brutto}$$

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} := LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab-1}^{TanPkt} + A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1 - A_{wo}^{Fehl}} \cdot (ab + 1)$$

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} \in \mathbb{R}^+.$$

Die Tangentialpunkte errechnen sich aus den jeweils vorherigen Punkten. Für jeden Tangentialpunkt wird eine Tangentengleichungen hergeleitet. Für alle Approximationsbereiche wird jeweils die Steigung der Tangente und zur Vereinfachung weiterer Berechnungen auch deren y-Achsenabschnitt bestimmt.

$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST}$:= Steigung der Tangente im Approximationsbereich ab der linearen Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche wo , Schichtmodell sm , Taktzeit tz , Konfiguration ko und Plattformbelegung pb

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} := \frac{A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot \frac{1}{1 - A_{wo}^{Fehl} - A_{wo,sm}^{FSV}}}{(LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt})^2}$$

$$LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} \in \mathbb{R}^+$$

Die Steigung errechnet sich durch Einsetzen der Tangentialpunkte in die erste Ableitung. Der y-Achsenabschnitt kann nun mit Hilfe der Geradengleichung $y = mx + b$ durch Einsetzen der Steigung und des Tangentialpunktes ermittelt werden. Nach der Umformung lassen sich y durch \mathbf{akv} , m durch LA^{ST} und x durch

LA^{TanPkt} ersetzen. Durch Umformungen lässt sich so A^{netto} komplett aus der Gleichung eliminieren, so dass der y-Achsenabschnitt nur noch Verhältnis von A^{netto} zum jeweiligen LA^{TanPkt} abhängt. Diese wird durch LA^{TanFak} abgebildet und ist für $ab = 1$ nur von Fehlstand und Freischichtvorhalt abhängig.

$$\begin{aligned} y &= m \cdot x + b \\ x &= LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt} = A_{wo,sm,tz,ko,pb}^{netto} \cdot LA_{wo,sm,ab}^{TanFak} \\ y &= akv = 1 - \frac{LA_{wo,sm,tz,ko,pb,0}^{TanPkt}}{LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{TanPkt}} \\ m &= LA_{wo,sm,tz,ko,pb,ab}^{ST} \end{aligned}$$

Die Indizes werden für die folgende Betrachtung auf ab reduziert. Durch Einsetzen in die Geradengleichung ergibt sich folgender Wert für den y-Achsenabschnitt b .

$$\begin{aligned} b &= 1 - \frac{A^{netto} \cdot LA_{ab'=0}^{TanFak}}{A^{netto} \cdot LA_{ab'=ab}^{TanFak}} - \frac{A^{netto} \cdot LA_{ab'=0}^{TanFak}}{(A^{netto} \cdot LA_{ab'=ab}^{TanFak})^2} \cdot A^{netto} \cdot LA_{ab}^{TanFak} \\ &= 1 - \frac{2 \cdot LA_{ab'=0}^{TanFak}}{LA_{ab}^{TanFak}} = LA^Y \end{aligned}$$

Abbildung 6.5 in Abschnitt 6.6.2 zeigt die Lage der ersten Tangente durch A^{brutto} bei unterschiedlichen A^{netto} -Werten. Alle Tangenten haben den gleichen y-Achsenabschnitt - dieser ist unabhängig von der Anzahl der beschäftigten Arbeitskräfte sondern lediglich von dem Verhältnis von Tangentialpunkt und den A^{netto} -Werten. Der Parameter LA^Y wird entsprechend definiert:

$LA_{wo,sm,ab}^Y$:= y-Achsenabschnitt der Tangenten im Approximationsbereich ab der Approximation des Arbeitskräfteverhältnisses in Woche wo und Schichtmodell sm

$$LA_{wo,sm,ab}^Y := 1 - \frac{2 \cdot LA_{wo,sm,0}^{TanFkt}}{LA_{wo,sm,ab}^{TanFkt}}$$

$$LA_{wo,sm,ab}^Y \in \mathbb{R}.$$

B Beschreibung der Testszenarien und Laufzeitergebnisse

Dieser Bereich des Anhangs gliedert sich in eine Beschreibung der Testfälle sowie die Auflistung der detaillierten Laufzeitergebnisse für die Gewerke Montage und Oberfläche. Abschließend werden die Laufzeitergebnisse für die integrierte Betrachtung dargestellt.

B.1 Beschreibung der Testszenarien

Dieser Abschnitt beschreibt die in den Testszenarien verwendeten Parameter und ergänzt damit Abschnitt 8.1 zur Definition der Testszenarien. Die Daten sind fiktiv und aus keiner realen Betriebssituation abgeleitet. Die Namen der Modellparameter werden im jeweiligen Kontext in Klammern angegeben. Die Kostensätze sind in Euro bzw. Geldeinheiten angegeben. Wenn nicht separat erklärt, gelten die Werte für jeden Parameterindex. „Die technische Verfügbarkeit beträgt 100 %“ bedeutet beispielsweise, dass die technische Verfügbarkeit für jede Linie und in jeder Periode 100 % beträgt.

Es existieren Testszenarien mit einem Planungshorizont von 26, 52 Wochen und 104 Wochen (*WO*), einer konstanten, ansteigenden, fallenden oder schwankenden Nachfrage sowie mit geringer und mittlerer Entkopplung der Gewerke. Das Startdatum der Szenarien liegt am 31.12.2006. Bei den 26-Wochen-Szenarien endet der Planungszeitraum am 20.06.2007, bei den 52-Wochen-Szenarien am 29.12.2007 und bei den 104-Wochen-Szenarien am 27.12.2008. Entsprechend werden die in diesen Wochen liegenden Feiertage und Wochenenden berücksichtigt (Y^{BNZ}).

Jedes Szenario besteht aus jeweils einer Linie der drei Gewerke, die jeweils über einen Puffer miteinander verbunden sind ($BS = PS = FA = BSPS = PSFA = 1$, $LI = 3$, $BU = 2$). Jede Linie kann zwei Produkte herstellen (PRS). Die technische Verfügbarkeit der Anlagen liegt durchweg bei 100 % ($Verf^{techn}$). Aufgrund der Struktur des Szenarios können keine Arbeitskräfte innerhalb der Gewerke verschoben werden ($AKS^{wechsel} = K^{st_wechsel} = 0$).¹

Szenarien mit konstanter Nachfrage können über den gesamten Planungszeitraum mit einem Zweischichtmodell erfüllt werden. Bei ansteigender Nachfrage muss zur Mitte des Zeitraums ein Wechsel auf ein Dreischichtmodell erfolgen. Umgekehrt muss bei fallender Nachfrage mit einem Dreischichtmodell begonnen werden, aber

¹Es existiert nur eine Linie pro Gewerk, vgl. Abs 6.7.5.1.

Schichtmodell	Betriebsnutzungszeit [h]				
	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5
Einschicht	X	X	X	X	X
Zweischicht	X	X	X	X	X
Dreischicht	X	X	X		

Tabelle B.1: In Testszenarien definierte Schichtmodelle

später kann auf ein Zweischichtmodell gewechselt werden. Die schwankende Nachfrage kann zu Beginn mit einem Zweischichtmodell erfüllt werden. Nach ca. einem Drittel des Planungshorizonts muss auf ein Dreischichtmodell gewechselt werden. Nach einem weiteren Drittel kann die Nachfrage wieder mit einem Zweischichtmodell erfüllt werden (D und D^{Week}).

Die Werte der Puffer bzw. der Produktionsprogrammverschiebung können den Tabellen 8.2 und 8.3 in Abschnitt 8.1 entnommen werden. Die Puffer sind zu Beginn des Planungszeitraums leer ($\mathbf{s}_{wo=0}$). Analog findet keine Produktionsprogrammverschiebung statt ($\mathbf{sv}_{wo=0}$). Lagerkosten fallen nicht an (K^{Lager}).

Insgesamt wurden 13 Schichtmodelle definiert, diese sind auch in Tabelle B.1 dargestellt. Die genannten Zeiten sind reine Betriebsnutzungszeiten. Zusätzlich wurden 25 Minuten bezahlte Pause pro Schicht eingestellt (Z). Ein Freischichtvorhalt wurde nicht definiert (A^{FSV}). Frühschichten haben einen Schichtzuschlag von 5 %, Spätschichten 10 % und Nachtschichten 25 % (*Schichtzuschlagssatz*). Schichten werden in der Reihenfolge Samstag Frühschicht, Freitag Nachtschicht, Freitag Spätschicht, Freitag Frühschicht, Donnerstag Nachtschicht, ... abgesagt (AR). Die Mindestschichtauslastung beträgt 0 % (MSA). Zu Beginn startet jede Linie mit dem 7,5-Stunden-Zweischichtmodell (Y^{SM_Anf} , Y^{SM1_Anf} , Y^{SM3_Anf}) bzw. für die Szenarien der fallenden Nachfrage mit einem 7,5-Stunden-Dreischichtmodell. Es gibt keine Begrenzung zum Wechsel von Schichtmodellen (WSM).

Im Rohbau sind drei Plattformbelegungen (PB) mit den maximalen Ausbringungsmengen $\{60, 50, 40\}$ (*Ausbringungsmenge*) und dem Arbeitskräftebedarf $\{160, 150, 135\}$ (A^{Linie}) definiert. Der Anteil der Gemeinkosten-Arbeitskräfte ist mit 50 % zugrunde gelegt, zusätzlich werden zehn Gemeinkosten-Arbeitskräfte pro Schicht eingeplant (A^{GMK}). Die Ausgangs-Plattformbelegung ist PB_1 (Y^{PB_Anf}). Der Anfangsbestand an Stamm-Arbeitskräften beträgt 450 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{st}$), der der temporärer Arbeitskräfte 45 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{tmp}$) für alle Nachfrageszenarien außer dem Fallenden. Dort sind die Werte 675 und 67. Die Wechselkosten unter den Plattformbelegungen betragen 5 000 (K^{WPB}). Die weiteren Kosten können Tabelle B.2 entnommen werden.

Der Oberfläche stehen drei Konfigurationen (KO) zur Verfügung, die mit den maximalen Ausbringungsmengen $\{60, 50, 40\}$ (*Ausbringungsmenge*) und dem Arbeitskräftebedarf $\{225, 215, 200\}$ (A^{Linie}) definiert sind. Der Anteil der Gemeinkosten-Arbeitskräfte ist mit 40 % zugrunde gelegt. Zusätzlich werden zehn

Kostensatz	Rohbau	Oberfläche	Montage
$K^{st_wechsel}$	0	0	0
K^{prod}	5	5	5
$K^{schicht}$	500	500	0
K^{WSM}	15 000	25 000	50 000
K^{WSG_auf}	200 000	250 000	250 000
K^{WSG_ab}	200 000	250 000	250 000
K^{st_ein}	2 500	2 500	2 500
K^{st_aus}	10 000	10 000	10 000
K^{tmp_ein}	500	500	500
K^{tmp_aus}	0	0	0
K_{Gehalt}^{Linie}	70 000	70 000	60 000
K_{Gehalt}^{GMK}	80 000	80 000	70 000
K_{Gehalt}^{Tmp}	60 000	60 000	50 000
$K_{StdLohn}^{Linie}$	30	30	30
$K_{StdLohn}^{GMK}$	35	35	35
$K_{StdLohn}^{Tmp}$	25	25	25

Tabelle B.2: In Testszenarien definierte Kostensätze

Gemeinkosten-Arbeitskräfte pro Schicht eingeplant (A^{GMK}). Die Ausgangs-Konfiguration ist KO_1 (Y^{KO-Anf}). Der Anfangsbestand an Stamm-Arbeitskräften beträgt 600 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{st}$), der der temporärer Arbeitskräfte 60 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{tmp}$) für alle Nachfrageszenarien außer dem Fallenden. Dort sind die Werte 900 und 90. Wechsel zwischen Konfiguration sind in der Oberfläche ohne Kosten möglich (K^{WKO}). Die weiteren Kosten können Tabelle B.2 entnommen werden.

In der Endmontage sind zwei Taktzeiten (TZ) verfügbar: 1 Minute/Einheit und 1,2 Minuten/Einheit ($Ausbringungsmenge$). Die Fertigungszeit für Produkt 1 beträgt 400 Minuten, für Produkt 2 beträgt sie 450 Minuten (A^{Linie}). Der Anteil der Gemeinkosten-Arbeitskräfte beträgt 50 %. Zusätzlich werden zehn Gemeinkosten-Arbeitskräfte pro Schicht eingeplant (A^{GMK}). Die Ausgangs-Taktzeit ist TZ_1 (Y^{Anf-TZ}). Der Anfangsbestand an Stamm-Arbeitskräften beträgt 1 250 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{st}$), der der temporärer Arbeitskräfte 125 ($\mathbf{a}_{wo=0}^{tmp}$) für alle Nachfrageszenarien außer dem Fallenden. Dort sind die Werte 1800 und 180. Es gibt eine zeitliche Begrenzung bezüglich eines Taktzeitwechsels von 10 Wochen (WTZ). Ein Wechsel der Taktzeit schlägt mit 100 000 zu Buche (K^{WTZ}). Die weiteren Kosten können Tabelle B.2 entnommen werden.

Der Krankheitsfehlstand beträgt 5 %, der Urlaubsfehlstand 2 % und der sonstige Urlaub 1 % (A^{Fehl}). Die tarifliche Arbeitszeit ist mit 7 Stunden pro Tag und Arbeitskraft festgelegt (V). Arbeitszeitkonto-Formulierung 1 wird auf allen Linien angewendet. Es gibt drei Approximationsbereiche (AB). Die Unter- und Obergrenzen des Arbeitszeitkontos können Tabelle 8.4 aus Abschnitt 8.1 entnommen

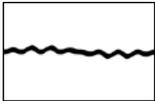
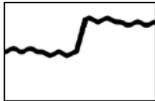
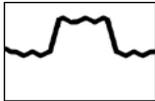
werden. Die Arbeitszeitkonten beginnen bei 0.

Die Mindestanzahl an Arbeitskräften liegt sowohl für Stammarbeitskräfte als auch für temporäre Arbeitskräfte bei 0 (AKS^{UG} , AKT^{UG}). Die Obergrenzen sind abhängig vom Gewerk. Im Rohbau sind es 1 500, in der Oberfläche 2 000 und in der Endmontage 3 500 Arbeitskräfte (AKS^{OG}). Die maximale Anzahl temporärer Arbeitskräfte ergibt sich aus dem maximalen Anteil an Gesamt-Arbeitskräften in Höhe von 10 % (ATA , AKT^{UG}). Im Rohbau und in der Oberfläche können in der ersten Periode jeweils 200, in den anderen Perioden jeweils 50 Stamm-Arbeitskräfte eingestellt werden. Für die Endmontage liegen die Werte bei 400 respektive 100 (AKS^{ein}). Entlassen werden dürfen in allen Linien maximal 10 Stamm-Mitarbeiter pro Periode (AKS^{aus}). Darüber hinaus dürfen in jeder Linie pro Periode 100 temporäre Arbeitskräfte eingestellt und entlassen werden (AKT^{ein} , AKT^{aus}).

B.2 Gewerk Montage

Die Laufzeitergebnisse werden jeweils für die unterschiedlichen Entkopplungsstufen dargestellt.

B.2.1 Geringe Entkopplung

WO	Meth.				
26	ohne	12,92 %	4,50 %	1,79 %	0,06 %
	lr/st	11,89 %	4,21 %	1,77 %	0,07 %
	lr/nf	12,59 %	4,45 %	1,78 %	0,06 %
	lr/sa	11,89 %	4,22 %	1,77 %	0,07 %
	kh/st	12,06 %	4,64 %	1,79 %	0,05 %
	kh/nf	10,87 %	4,49 %	2,25 %	0,05 %
	kh/sa	12,28 %	4,28 %	2,59 %	0,05 %
	lf/st	11,96 %	4,61 %	2,59 %	0,04 %
	lf/nf	12,28 %	4,61 %	1,80 %	0,04 %
	lf/sa	11,96 %	4,61 %	2,59 %	0,04 %
	rf/st	11,50 %	4,57 %	1,76 %	0,08 %
	rf/nf	12,05 %	4,54 %	2,54 %	0,07 %
	rf/sa	11,65 %	4,33 %	1,76 %	0,08 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix

Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

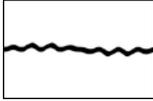
WO	Meth.				
52	ohne	10,25 %	3,33 %	1,47 %	3,06 %
	lr/st	10,00 %	3,29 %	1,49 %	2,93 %
	lr/nf	10,33 %	3,33 %	1,43 %	3,01 %
	lr/sa	10,00 %	3,27 %	1,49 %	2,94 %
	kh/st	9,94 %	3,30 %	1,42 %	2,83 %
	kh/nf	9,82 %	3,21 %	1,48 %	2,85 %
	kh/sa	10,13 %	3,30 %	1,42 %	2,83 %
	lf/st	10,26 %	3,29 %	1,47 %	3,07 %
	lf/nf	10,38 %	3,35 %	1,55 %	2,89 %
	lf/sa	9,93 %	3,29 %	1,47 %	3,07 %
	rf/st	10,54 %	3,16 %	1,41 %	2,86 %
	rf/nf	10,23 %	3,61 %	1,44 %	2,82 %
	rf/sa	10,03 %	3,16 %	1,41 %	2,81 %
	104	ohne	5,24 %	4,96 %	0,08 %
lr/st		5,42 %	4,70 %	0,42 %	3,87 %
lr/nf		4,53 %	4,49 %	0,27 %	4,38 %
lr/sa		5,36 %	4,68 %	0,42 %	3,87 %
kh/st		9,94 %	4,58 %	0,09 %	3,92 %
kh/nf		9,82 %	4,41 %	0,06 %	4,11 %
kh/sa		10,13 %	4,54 %	0,09 %	3,92 %
lf/st		10,26 %	4,56 %	0,10 %	3,88 %
lf/nf		10,38 %	4,54 %	0,06 %	4,05 %
lf/sa		9,93 %	4,62 %	0,10 %	3,88 %
rf/st		10,54 %	4,82 %	0,06 %	4,03 %
rf/nf		10,23 %	4,49 %	0,12 %	4,07 %
rf/sa		10,03 %	4,82 %	0,06 %	4,03 %
Heuristiken:		lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix			
Lösungsraum:		st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss			

Tabelle B.3: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, geringe Entkopplung

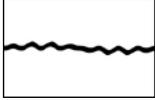
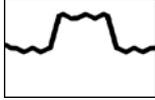
B.2.2 Mittlere Entkopplung

WO	Meth.				
26	ohne	12,67 %	5,46 %	2,92 %	0,20 %
	lr/st	12,35 %	5,57 %	2,68 %	0,18 %
	lr/nf	12,35 %	5,78 %	2,89 %	0,18 %
	lr/sa	12,02 %	5,58 %	2,68 %	0,18 %
	kh/st	12,75 %	5,95 %	2,86 %	0,21 %
	kh/nf	12,62 %	5,86 %	2,71 %	0,19 %
	kh/sa	12,22 %	5,98 %	2,88 %	0,20 %
	lf/st	11,98 %	5,83 %	1,86 %	0,10 %
	lf/nf	12,52 %	5,71 %	2,91 %	0,09 %
	lf/sa	11,95 %	5,92 %	1,87 %	0,10 %
	rf/st	12,61 %	5,53 %	2,75 %	0,20 %
	rf/nf	11,89 %	5,54 %	1,94 %	0,19 %
	rf/sa	12,70 %	5,53 %	2,74 %	0,20 %
52	ohne	9,22 %	3,64 %	1,22 %	3,15 %
	lr/st	9,51 %	3,68 %	1,28 %	3,01 %
	lr/nf	10,02 %	3,75 %	1,32 %	3,88 %
	lr/sa	9,51 %	3,66 %	1,28 %	3,02 %
	kh/st	9,97 %	3,50 %	1,24 %	2,71 %
	kh/nf	9,48 %	3,50 %	1,26 %	2,96 %
	kh/sa	9,91 %	3,62 %	1,26 %	3,05 %
	lf/st	Keine Lsg.	3,47 %	1,20 %	2,76 %
	lf/nf	11,20 %	3,56 %	1,44 %	2,87 %
	lf/sa	Keine Lsg.	3,47 %	1,21 %	2,76 %
	rf/st	9,67 %	3,65 %	1,24 %	2,69 %
	rf/nf	9,46 %	3,59 %	1,20 %	2,87 %
	rf/sa	10,23 %	3,65 %	1,24 %	2,78 %
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,58 %	4,10 %
	lr/st	Keine Lsg.	5,10 %	0,77 %	4,11 %
	lr/nf	10,18 %	4,66 %	0,76 %	3,96 %
	lr/sa	Keine Lsg.	5,10 %	0,97 %	4,11 %
	kh/st	9,97 %	4,57 %	1,95 %	3,99 %
	kh/nf	9,48 %	4,57 %	0,50 %	3,91 %
	kh/sa	9,91 %	4,57 %	1,02 %	3,99 %
	lf/st	Keine Lsg.	4,49 %	0,74 %	3,87 %
	lf/nf	11,20 %	4,55 %	0,62 %	3,94 %
	lf/sa	Keine Lsg.	4,49 %	0,74 %	3,87 %
	rf/st	9,67 %	4,41 %	0,70 %	3,95 %
	rf/nf	9,46 %	4,41 %	0,70 %	4,09 %
	rf/sa	10,23 %	4,41 %	0,70 %	3,95 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle B.4: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, mittlere Entkopplung

B.2.3 Hohe Entkopplung

WO	Meth.				
26	ohne	13,32 %	6,78 %	2,29 %	0,50 %
	lr/st	12,33 %	6,90 %	2,86 %	0,52 %
	lr/nf	12,74 %	6,35 %	4,06 %	0,50 %
	lr/sa	12,31 %	6,31 %	2,86 %	0,52 %
	kh/st	12,08 %	6,54 %	3,96 %	0,48 %
	kh/nf	12,18 %	6,52 %	3,57 %	0,53 %
	kh/sa	11,86 %	6,52 %	4,37 %	0,48 %
	lf/st	13,53 %	6,43 %	3,93 %	0,30 %
	lf/nf	11,42 %	6,26 %	2,29 %	0,27 %
	lf/sa	12,25 %	6,31 %	3,93 %	0,30 %
	rf/st	12,96 %	6,29 %	2,79 %	0,49 %
	rf/nf	11,85 %	6,30 %	2,12 %	0,45 %
	rf/sa	12,57 %	6,29 %	2,79 %	0,49 %
52	ohne	Keine Lsg.	4,70 %	3,72 %	6,90 %
	lr/st	Keine Lsg.	4,49 %	3,74 %	5,04 %
	lr/nf	12,32 %	4,70 %	3,89 %	6,03 %
	lr/sa	Keine Lsg.	4,49 %	3,74 %	4,99 %
	kh/st	9,70 %	4,59 %	4,87 %	4,36 %
	kh/nf	9,93 %	4,52 %	4,35 %	5,09 %
	kh/sa	9,70 %	4,68 %	4,80 %	4,10 %
	lf/st	10,15 %	4,72 %	5,28 %	4,55 %
	lf/nf	10,04 %	4,64 %	4,74 %	4,51 %
	lf/sa	10,09 %	5,00 %	5,25 %	4,55 %
	rf/st	9,96 %	4,58 %	3,22 %	5,30 %
	rf/nf	9,92 %	4,78 %	3,34 %	5,08 %
	rf/sa	9,91 %	4,58 %	3,20 %	4,76 %
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	lr/st	22,46 %	5,41 %	4,62 %	5,91 %
	lr/nf	11,95 %	6,00 %	4,40 %	5,60 %
	lr/sa	12,24 %	5,41 %	4,67 %	5,90 %
	kh/st	9,70 %	5,29 %	4,47 %	5,20 %
	kh/nf	9,93 %	5,09 %	4,29 %	5,12 %
	kh/sa	9,70 %	5,30 %	4,47 %	5,20 %
	lf/st	10,15 %	5,77 %	4,38 %	5,58 %
	lf/nf	10,04 %	5,41 %	3,76 %	5,47 %
	lf/sa	10,09 %	5,78 %	4,46 %	5,58 %
	rf/st	9,96 %	5,14 %	4,37 %	4,93 %
	rf/nf	9,92 %	4,99 %	4,27 %	5,25 %
	rf/sa	9,91 %	5,01 %	4,37 %	4,93 %

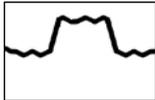
Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle B.5: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Montage, hohe Entkopplung

B.3 Gewerk Rohbau und Oberfläche

Die Laufzeitergebnisse werden jeweils für die unterschiedlichen Entkopplungsstufen dargestellt.

B.3.1 Geringe Entkopplung

WO	Meth.				
26	ohne	4,62 %	00:16:54 h	0,20 %	00:01:01 h
	lr/st	3,47 %	00:49:46 h	0,36 %	00:02:11 h
	lr/nf	4,29 %	00:58:39 h	0,40 %	00:01:01 h
	lr/sa	3,47 %	00:49:40 h	0,36 %	00:02:11 h
	kh/st	3,39 %	00:46:45 h	0,23 %	00:01:37 h
	kh/nf	4,62 %	00:46:33 h	0,20 %	00:01:03 h
	kh/sa	3,39 %	00:46:43 h	0,23 %	00:01:37 h
	lf/st	Keine Lsg.	0,30 %	0,38 %	00:05:29 h
	lf/nf	5,71 %	01:56:34 h	0,72 %	00:05:31 h
	lf/sa	Keine Lsg.	0,30 %	0,38 %	00:05:29 h
	rf/st	4,29 %	01:36:51 h	0,39 %	00:01:06 h
	rf/nf	4,10 %	00:13:22 h	0,53 %	00:01:01 h
	rf/sa	4,29 %	01:36:45 h	0,39 %	00:01:06 h
52	ohne	Keine Lsg.	0,70 %	0,41 %	0,50 %
	lr/st	3,09 %	0,83 %	0,47 %	0,47 %
	lr/nf	4,09 %	1,06 %	0,53 %	0,79 %
	lr/sa	3,09 %	0,83 %	0,42 %	0,47 %
	kh/st	3,09 %	0,94 %	0,35 %	0,70 %
	kh/nf	Keine Lsg.	0,70 %	0,41 %	0,48 %
	kh/sa	3,09 %	0,94 %	0,35 %	0,70 %
	lf/st	5,68 %	1,05 %	0,83 %	0,76 %
	lf/nf	6,21 %	1,04 %	0,58 %	1,00 %
	lf/sa	5,68 %	1,05 %	0,83 %	0,76 %
	rf/st	3,79 %	0,66 %	0,57 %	1,02 %
	rf/nf	4,06 %	0,84 %	0,41 %	0,39 %
	rf/sa	3,79 %	1,21 %	0,52 %	1,02 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix

Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

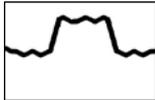
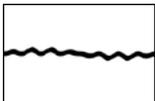
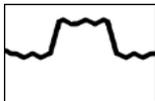
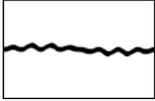
WO	Meth.				
104	ohne	16,92 %	1,41 %	0,04 %	1,48 %
	lr/st	5,48 %	1,70 %	0,03 %	1,62 %
	lr/nf	4,24 %	1,58 %	0,03 %	1,81 %
	lr/sa	5,48 %	1,77 %	0,03 %	1,62 %
	kh/st	3,09 %	1,87 %	0,02 %	1,52 %
	kh/nf	Keine Lsg.	1,40 %	0,04 %	1,61 %
	kh/sa	3,09 %	1,89 %	0,02 %	1,52 %
	lf/st	5,68 %	1,86 %	0,20 %	Keine Lsg.
	lf/nf	6,21 %	3,05 %	0,12 %	1,41 %
	lf/sa	5,68 %	2,23 %	0,20 %	Keine Lsg.
	rf/st	3,79 %	2,03 %	0,04 %	2,90 %
	rf/nf	4,06 %	1,94 %	0,03 %	1,61 %
	rf/sa	3,79 %	1,94 %	0,04 %	2,91 %
	Heuristiken:		lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix		
Lösungsraum:		st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss			

Tabelle B.6: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, geringe Entkopplung

B.3.2 Mittlere Entkopplung

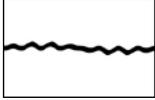
WO	Meth.				
26	ohne	Keine Lsg.	0,76 %	0,73 %	0,31 %
	lr/st	6,50 %	0,78 %	0,86 %	0,30 %
	lr/nf	5,58 %	0,75 %	1,01 %	0,31 %
	lr/sa	6,50 %	0,78 %	0,86 %	0,30 %
	kh/st	3,68 %	0,92 %	0,85 %	0,38 %
	kh/nf	4,40 %	0,91 %	0,76 %	0,31 %
	kh/sa	3,74 %	0,92 %	0,85 %	0,38 %
	lf/st	6,88 %	0,64 %	0,57 %	0,31 %
	lf/nf	5,25 %	0,72 %	0,57 %	0,26 %
	lf/sa	7,40 %	0,64 %	0,56 %	0,31 %
	rf/st	5,12 %	0,69 %	0,89 %	0,34 %
	rf/nf	4,19 %	0,74 %	0,69 %	0,31 %
	rf/sa	5,12 %	0,69 %	0,89 %	0,34 %
	Heuristiken:		lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix		
Lösungsraum:		st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss			

WO	Meth.				
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	lr/st	7,35 %	1,18 %	0,86 %	0,92 %
	lr/nf	6,16 %	1,48 %	0,81 %	0,59 %
	lr/sa	7,66 %	1,18 %	0,81 %	0,92 %
	kh/st	6,10 %	1,16 %	0,59 %	0,86 %
	kh/nf	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,73 %	1,33 %
	kh/sa	6,10 %	1,16 %	0,59 %	0,86 %
	lf/st	8,02 %	1,21 %	0,74 %	1,11 %
	lf/nf	7,51 %	1,68 %	0,74 %	1,25 %
	lf/sa	8,02 %	1,20 %	0,74 %	0,77 %
	rf/st	7,83 %	1,12 %	0,70 %	0,74 %
	rf/nf	5,43 %	1,73 %	0,77 %	0,78 %
	rf/sa	8,31 %	1,12 %	0,70 %	0,75 %
	104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
lr/st		Keine Lsg.	2,93 %	0,52 %	2,54 %
lr/nf		Keine Lsg.	3,63 %	0,48 %	2,83 %
lr/sa		Keine Lsg.	3,50 %	0,49 %	2,54 %
kh/st		6,10 %	2,34 %	0,56 %	1,99 %
kh/nf		Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,51 %	4,36 %
kh/sa		6,10 %	2,34 %	0,56 %	1,99 %
lf/st		8,02 %	3,65 %	0,48 %	Keine Lsg.
lf/nf		7,51 %	4,23 %	0,53 %	2,66 %
lf/sa		8,02 %	3,96 %	0,48 %	Keine Lsg.
rf/st		7,83 %	2,91 %	1,00 %	2,51 %
rf/nf		5,43 %	4,41 %	0,45 %	3,20 %
rf/sa		8,31 %	2,99 %	1,00 %	2,51 %

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
 Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle B.7: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, mittlere Entkopplung

B.3.3 Hohe Entkopplung

WO	Meth.				
26	ohne	6,99 %	1,89 %	1,34 %	0,62 %
	lr/st	7,87 %	1,65 %	0,84 %	0,77 %
	lr/nf	4,86 %	1,56 %	1,17 %	0,62 %
	lr/sa	7,87 %	1,65 %	0,94 %	0,77 %
	kh/st	6,03 %	1,31 %	0,94 %	0,66 %
	kh/nf	4,58 %	2,42 %	1,29 %	0,62 %
	kh/sa	6,03 %	1,30 %	0,94 %	0,66 %
	lf/st	5,28 %	0,98 %	1,21 %	0,42 %
	lf/nf	Keine Lsg.	1,09 %	0,80 %	0,43 %
	lf/sa	5,28 %	0,98 %	1,21 %	0,42 %
	rf/st	5,34 %	1,20 %	0,82 %	0,74 %
	rf/nf	5,37 %	1,43 %	1,10 %	0,62 %
	rf/sa	5,34 %	1,20 %	0,83 %	0,74 %
52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,84 %	2,03 %
	lr/st	6,82 %	2,57 %	0,85 %	2,05 %
	lr/nf	6,11 %	2,72 %	0,82 %	2,29 %
	lr/sa	7,19 %	2,57 %	0,82 %	2,05 %
	kh/st	3,77 %	2,06 %	0,61 %	1,27 %
	kh/nf	Keine Lsg.	Keine Lsg.	0,69 %	1,77 %
	kh/sa	4,00 %	1,86 %	0,61 %	1,28 %
	lf/st	5,82 %	2,19 %	0,91 %	1,25 %
	lf/nf	10,86 %	2,26 %	0,84 %	1,82 %
	lf/sa	5,92 %	2,19 %	0,91 %	1,25 %
	rf/st	7,94 %	2,06 %	0,76 %	1,84 %
	rf/nf	8,29 %	2,28 %	0,68 %	1,51 %
	rf/sa	8,07 %	2,06 %	0,83 %	1,60 %
104	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	3,29 %	Keine Lsg.
	lr/st	Keine Lsg.	4,92 %	2,44 %	4,03 %
	lr/nf	Keine Lsg.	5,03 %	2,06 %	4,31 %
	lr/sa	Keine Lsg.	4,89 %	2,44 %	4,03 %
	kh/st	3,77 %	3,91 %	1,53 %	2,79 %
	kh/nf	Keine Lsg.	Keine Lsg.	1,39 %	Keine Lsg.
	kh/sa	4,00 %	3,91 %	1,53 %	2,79 %
	lf/st	5,82 %	3,99 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	lf/nf	10,86 %	5,66 %	0,97 %	13,90 %
	lf/sa	5,92 %	3,99 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	rf/st	7,94 %	4,61 %	1,67 %	3,15 %
	rf/nf	8,29 %	6,32 %	1,66 %	5,45 %
	rf/sa	8,07 %	4,61 %	1,67 %	2,90 %

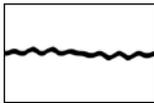
Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-Fix; rf=Relax-Fix
Lösungsraum: st=Standard; nf=Nachfrage-Fenster; sa=Schichtmodell-Ausschluss

Tabelle B.8: Laufzeitergebnisse bei AZK-Formulierung 1, Oberfläche, hohe Entkopplung

B.4 Integrierte Betrachtung

Die Laufzeitergebnisse werden jeweils für die unterschiedlichen Entkopplungsstufen dargestellt. Abschließend erfolgt eine detaillierte Darstellung des Vergleichs von sequentieller und integrierter Optimierung.

B.4.1 Geringe Entkopplung

WO	Meth.					
26	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	
	lr/st	Keine Lsg.	9,00 %	5,70 %	10,16 %	
	lr/nf	Keine Lsg.	Keine Lsg.	6,78 %	7,87 %	
	lr/sa	Keine Lsg.	9,00 %	7,37 %	10,16 %	
	kh/st	Keine Lsg.	Keine Lsg.	7,98 %	8,68 %	
	kh/nf	Keine Lsg.	5,46 %	3,79 %	8,53 %	
	kh/sa	Keine Lsg.	Keine Lsg.	7,99 %	8,32 %	
	lf/st	Keine Lsg.	7,15 %	4,93 %	10,92 %	
	lf/nf	Keine Lsg.	6,48 %	5,50 %	10,03 %	
	lf/sa	16,46 %	7,16 %	5,43 %	10,95 %	
	rf/st	Keine Lsg.	6,73 %	4,49 %	8,50 %	
	rf/nf	Keine Lsg.	6,12 %	5,06 %	7,49 %	
	rf/sa	Keine Lsg.	6,72 %	4,49 %	8,18 %	
	52	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
		lr/st	Keine Lsg.	7,87 %	11,00 %	9,43 %
lr/nf		Keine Lsg.	11,38 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.	
lr/sa		Keine Lsg.	7,87 %	10,94 %	10,57 %	
kh/st		Keine Lsg.	5,92 %	10,97 %	10,15 %	
kh/nf		Keine Lsg.	6,34 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.	
kh/sa		Keine Lsg.	6,47 %	10,50 %	10,15 %	
lf/st		Keine Lsg.	6,50 %	6,51 %	8,68 %	
lf/nf		Keine Lsg.	6,74 %	Keine Lsg.	9,22 %	
lf/sa		13,31 %	7,01 %	6,51 %	7,98 %	
rf/st		Keine Lsg.	7,12 %	Keine Lsg.	9,12 %	
rf/nf		Keine Lsg.	7,13 %	Keine Lsg.	7,29 %	
rf/sa		Keine Lsg.	7,10 %	Keine Lsg.	9,12 %	

Heuristiken: lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-and-Fix; rf=Relax-and-Fix
 Lösungsräume: st=Standard; nf=Nachfragefenster; sa=Schichtmodellausschluss

Tabelle B.9: Duality Gap aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, geringe Entkopplung

B.4.2 Mittlere Entkopplung

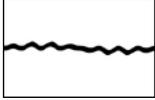
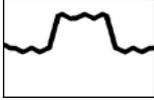
WO	Meth.				
	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
26	lr/st	Keine Lsg.	6,83 %	9,59 %	8,88 %
	lr/nf	Keine Lsg.	7,05 %	7,31 %	7,62 %
	lr/sa	Keine Lsg.	6,83 %	6,54 %	8,55 %
	kh/st	Keine Lsg.	Keine Lsg.	4,76 %	9,25 %
	kh/nf	Keine Lsg.	7,77 %	4,38 %	8,70 %
	kh/sa	Keine Lsg.	Keine Lsg.	4,71 %	9,47 %
	lf/st	Keine Lsg.	Keine Lsg.	4,75 %	10,53 %
	lf/nf	Keine Lsg.	7,33 %	6,52 %	10,09 %
	lf/sa	Keine Lsg.	Keine Lsg.	4,69 %	11,32 %
	rf/st	15,46 %	8,02 %	4,07 %	Keine Lsg.
	rf/nf	Keine Lsg.	5,91 %	5,75 %	8,54 %
	rf/sa	14,70 %	7,44 %	4,04 %	11,59 %
	ohne	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.	Keine Lsg.
52	lr/st	Keine Lsg.	13,03 %	Keine Lsg.	7,79 %
	lr/nf	Keine Lsg.	10,23 %	Keine Lsg.	7,14 %
	lr/sa	Keine Lsg.	13,03 %	Keine Lsg.	7,45 %
	kh/st	Keine Lsg.	12,59 %	10,97 %	7,09 %
	kh/nf	Keine Lsg.	6,80 %	Keine Lsg.	6,06 %
	kh/sa	Keine Lsg.	12,99 %	10,88 %	7,09 %
	lf/st	Keine Lsg.	6,19 %	8,06 %	8,60 %
	lf/nf	Keine Lsg.	6,91 %	Keine Lsg.	7,91 %
	lf/sa	13,31 %	6,18 %	8,27 %	8,60 %
	rf/st	Keine Lsg.	8,36 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
	rf/nf	Keine Lsg.	6,76 %	Keine Lsg.	6,94 %
	rf/sa	Keine Lsg.	8,42 %	Keine Lsg.	Keine Lsg.
Heuristiken:	lr=Lösungsraum; kh=Kopplung; lf=LP-and-Fix; rf=Relax-and-Fix				
Lösungsräume:	st=Standard; nf=Nachfragefenster; sa=Schichtmodellausschluss				

Tabelle B.10: Duality Gap aller Testergebnisse im Mehrlinienfall, AZK-Formulierung 1, mittlere Entkopplung

