Zusammenfassung

Wir stellen eine geometrische Konstruktion von Poincaré-Schnitten für den geodätischen Fluss auf einer großen Klasse von guten Orbifolds, deren Überdeckungsmannigfaltigkeit die hyperbolische Ebene ist, vor. Des Weiteren führen wir erste Schritte bzgl. einer Verallgemeinerung dieser Konstruktion auf andere lokalsymmetrische gute Orbifolds vom Rang 1 durch.

Im ersten Teil dieser Dissertation betrachten wir einen beliebigen riemannschen symmetrischen Raum D nichtkompakten Typs vom Rang 1 und eine Gruppe Γ von Isometrien auf D. Wir beweisen die Existenz isometrischer Fundamentalbereiche für Γ in D unter der Voraussetzung, dass Γ einige schwache Bedingungen erfüllt.

Im zweiten Teil beschränken wir uns auf die Betrachtung von Orbifolds der Form $\Gamma\backslash H$, wobei H die hyperbolische Ebene und Γ eine geometrisch-endliche Untergruppe von $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})$ ist. Weiterhin fordern wir, dass ∞ ein Spitzenpunkt von Γ ist und dass Γ eine schwache (und einfach zu überprüfende) Bedingung erfüllt, die die Struktur der Menge der isometrischen Sphären von Γ betrifft. Wir konstruieren Poincaré-Schnitte für den geodätischen Fluss auf $\Gamma\backslash H$, deren assoziierte diskrete dynamische Systeme zu diskreten dynamischen Systemen auf dem endlichen Anteil $\mathbb{R}$ des geodätischen Randes von H konjugiert sind. Die isometrischen Fundamentalbereiche aus dem ersten Teil haben eine tragende Rolle in dieser Konstruktion. Die diskreten dynamischen Systeme auf dem Rand sind verallgemeinerte Kettenbruchabbildungen. Daher haben die zu ihnen gebildeten Transferoperatoren eine besonders einfache Struktur.

Jeder dieser Poincaré-Schnitte läßt eine natürliche Markierung mit Hilfe gewisser Elemente aus Γ zu. Die auftretenden Kodierungssequenzen der Einheitstangentialvektoren im Poincaré-Schnitt können aus den Endpunkten der zugeordneten Geodäten zurückgewonnen werden. In manchen Situationen besitzt die so konstruierte symbolische Dynamik eine erzeugende Funktion für ihren Zukunftsteil. In diesem Fall ist die erzeugende Funktion ebenfalls eine verallgemeinerte Kettenbruchabbildung.