



UNIVERSITÄT PADERBORN

Kostenoptimale Materialflüsse in der operativen Zulieferungslogistik der Nutzfahrzeugindustrie

**Dissertation
zur Erlangung der Würde eines
DOKTORS DER WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN
(Dr. rer. pol.)
der Universität Paderborn**

vorgelegt von:
Jens Peter Kempkes
Thisaut 4
33098 Paderborn

Paderborn, Februar 2009
Erstprüferin: Prof. Dr. Leena Suhl
Zweitprüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier

Diese Arbeit wurde gefördert durch die
International Graduate School Dynamic Intelligent Systems
Paderborn.

Danksagung

Mein Dank gilt Vielen, besonders

meinen wissenschaftlichen Betreuern Prof. Dr. Leena Suhl (DS&OR Lab, Universität Paderborn) und Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier (HNI, Universität Paderborn) für die intensive Betreuung,

meinem Abteilungsleiter Dr. Gerhard Jünemann (Group Research / Vehicle Manufacturing Concepts der Daimler AG), der die Rahmenbedingungen schaffte, in denen Forschung im Bereich operative Logistik über drei Jahre möglich war,

Dr. Stefan Bürkner und Thomas Sommer-Dittrich (Leiter des Forschungsteams PMM der Daimler Forschung Ulm), die die Kooperation mit der IGS Paderborn, dem HNI und dem DS&OR Lab aufbauten,

meiner Praxisbetreuerin Joanna Schyroki (Projektleiterin Liefernetze, Daimler Forschung Ulm), die den richtigen Blick für das gute Verhältnis zwischen Nutzen, Aufwand und Notwendigkeit hat,

Lothar Schauppel (Teamleiter Logistik, EvoBus Werk Neu-Ulm), der als erster Anwender an den Erfolg meiner Ideen glaubte und bei EvoBus den Weg für Praxisprojekte ebnete,

Stefan Ilg (Teamleiter Externe Logistik, EvoBus Werk Neu-Ulm), der das Potential für die externe Logistik erkannt hat und das erste Pilotprojekt ermöglichte,

Rainer Volk (Teamleiter Logistikmethoden, Mercedes Werk Kassel) und Tobias Rößer, die sich in zahlreichen Workshops Zeit nahmen und den Blick für die Details schärfen,

vielen Studenten, die sich Zeit nahmen die Ideen dieser Arbeit zu verstehen, um sie kritisch und konstruktiv zu kommentieren, insbesondere Tim Schöneberg und Kostja Siefen (DS&OR Lab Paderborn), sowie Thomas Feldmann, Anna-Lena Meier und Markus Bornfleth (Daimler Forschung Ulm)

und all jenen, die zuhörten, diskutierten, hinterfragten, kritisierten, korrigierten und verbesserten!

Abschließend sei meinen Mitstreitern Simon Altemeier, Jan Erik Gans und Thomas Sillekens gedankt. In dieser Gruppe wurde uns die Ehre zuteil, die erste Daimler founded Graduate Class der International Graduate School Paderborn zu sein.

Tiefster Dank gilt meiner Frau Barbara.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Zielsetzung	3
1.2	Aufbau der Arbeit	3
1.3	Notation	4
2	Fragestellung der Materialflussplanung	7
2.1	Operative Zulieferungslogistik	7
2.1.1	Planung und Disposition	9
2.1.2	Steuerungsverfahren	9
2.1.3	Andienverfahren	10
2.2	Logistikkosten	11
2.2.1	Kostentreiber	12
2.2.2	Logistikoperationen	13
2.3	Betrachtetes Logistiknetzwerk	14
2.3.1	Ressourcen	14
2.3.2	Lieferzeiten	17
2.3.3	Transportmodi	17
2.3.4	Ladungsträger	20
2.3.5	Betrachtung der Zeit	20
2.3.6	Bedarfmengen	21
2.3.7	Aspekte der Integration	21
2.3.8	Liefermengen eines Lieferanten	22
2.3.9	Anlieferprofile	22
2.4	Zielsetzung und Entscheidungsmöglichkeiten	22
2.4.1	Transportmengen und -zeitpunkte	23
2.4.2	Ladungsträger	23
2.4.3	Laderäume und Transportmodi	24
2.4.4	Transportwege	24
2.4.5	Ressourceneinsatz	24
2.4.6	Lagermengen und -bereiche	25

2.4.7	Anlieferprofile	25
3	Stand der Technik	27
3.1	Einstufige Losgrößenprobleme	27
3.2	Mehrstufige kapazitierte Losgrößenprobleme	33
3.3	Bestellmengenprobleme	37
3.4	Wiederbeschaffungsprobleme	41
3.5	Netzwerkdesignprobleme	42
3.6	Planungssysteme	45
3.6.1	Material Requirements Planning	46
3.6.2	Manufacturing Resource Planning	46
3.6.3	Enterprise Resource Planning	47
3.6.4	Advanced Planning System	47
3.6.5	Unterstützung durch die Methoden des Operations Research	48
4	Handlungsbedarf	51
4.1	Anforderungen an die formale Abbildung	51
4.1.1	Transportkosten	51
4.1.2	Laderäume und Transportmodi	52
4.1.3	Alternative Wege mit individuellen Kosten und Kostentreibern	52
4.1.4	Mehrperiodischer Betrachtungszeitraum	52
4.1.5	Ressourcen und Kapazitäten	53
4.1.6	Ladungsträger	53
4.2	Anforderungen an die Lösungsverfahren	53
4.2.1	Laufzeit	53
4.2.2	Detaillierungsgrad	54
4.3	Anforderungen an die Benutzerschnittstelle	54
4.4	Abgeleiteter Handlungsbedarf	55
5	Modellierung des Materialflussplanungsproblems	57
5.1	Modellierung als Netzwerk	57
5.1.1	Orte im Netzwerk	57
5.1.2	Verbindungen zwischen Orten	58
5.1.3	Ladungsträger	60
5.1.4	Betrachtung der Zeit	61
5.1.5	Ressourcen und Kapazitäten	62
5.1.6	Kostentreiber und Ressourcenbelastungen	63
5.1.7	Tarifsysteme als Ressourcengruppen	64
5.1.8	Lieferkontingente	65

5.1.9	Transportmodusfixierung	66
5.1.10	Anlieferprofile	67
5.1.11	Wahl des Lieferanten	67
5.1.12	Füllgradreglementierung	68
5.1.13	Übersicht der Freiheitsgrade	69
5.2	Übersicht und abstrakte Beschreibung des Modells	70
5.2.1	Materialflüsse und Flusserhaltung	70
5.2.2	Ressourcen	71
5.2.3	Ressourcengruppen	73
5.2.4	Globale Bestellmengen	73
5.2.5	Kostenzusammenhänge	74
5.3	Mathematische Formulierung	74
5.3.1	Qualität der Formulierung	74
5.3.2	Mengen und Indizes	75
5.3.3	Parameter	77
5.3.4	Entscheidungsvariablen	79
5.3.5	Zielfunktion	82
5.3.6	Nebenbedingungen	83
5.4	Aspekte der Modellierung und Darstellung	91
5.4.1	Ganzzahlbestimmung durch Auf- und Abrunden	91
5.4.2	Maximalwertbestimmung	92
5.4.3	Halbstetige Gültigkeitsbereiche	93
5.4.4	Implizites Umpacken	93
5.4.5	Unverbundene Flusskanten	94
5.5	Einordnung der Problemklasse	95
5.5.1	Einordnung durch Transformation des <i>CLSP</i>	96
5.5.2	Einordnung durch Transformation des <i>NDP</i>	97
6	Anwendung eines exakten Optimierungsverfahrens	101
6.1	Maßstab für die Verbesserung der Modellformulierung	101
6.2	Verbesserung der Modellformulierung	102
6.2.1	Flussschranken	102
6.2.2	Logische Implikationen durch gültige Ungleichungen	105
6.2.3	Reformulierung der lagerfähigen Knoten	107
6.2.4	Halbstetige Variablen	109
6.2.5	SOS-Mengen	110
6.2.6	Additive Transportkosten	110
6.2.7	Schnittebenen zur Abschätzung der Ressourcenkosten	113

6.2.8	Abschätzung enger Schranken	115
6.2.9	Symmetriebrechung	115
6.3	Verwendung des Relax-and-Fix-Verfahrens	116
6.3.1	Das Relax&Fix-Verfahren	116
6.3.2	Anwendung auf das vorliegende Optimierungsproblem	117
7	Heuristisches Lösungsverfahren	119
7.1	Grundsatz und Einordnung	119
7.2	Übersicht des Verfahrensablaufs	119
7.3	Konstruktionsheuristik	121
7.3.1	Ziel	121
7.3.2	Ablauf	121
7.3.3	Preprocessing	121
7.3.4	Flusskonstruktion	124
7.3.5	Reparaturzyklus	128
7.4	Verbesserungsheuristik	134
7.4.1	Ziel	134
7.4.2	Ablauf	134
7.4.3	Strategien	135
7.5	Verwendung in einer Meta-Heuristik	139
7.5.1	Meta-Heuristiken	139
7.5.2	Ablauf des genetischen Algorithmus	139
7.5.3	Anwendung des genetischen Algorithmus	139
8	Laufzeituntersuchung und Bewertung der Optimierungsverfahren	141
8.1	Testinstanzen	141
8.2	Systemumgebung	143
8.3	Evaluierung der Matrix-Generierung	143
8.4	Evaluierung der MIP-Modellierungstechniken	144
8.5	Evaluierung des Relax&Fix-Verfahrens	148
8.6	Evaluierung des heuristischen Lösungsverfahrens	149
8.7	Evaluierung des genetischen Algorithmus	151
8.8	Fallstudien	151
8.8.1	Füllgradoptimierung	152
8.8.2	Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung	152
8.9	Zusammenfassung und Interpretation	156
9	Integration in ein Entscheidungsunterstützungssystem - LEUS	157
9.1	Architektur der Software	157

9.2	Prozessketten	159
9.2.1	Leistungsorte	159
9.2.2	Verbindungen – Beziehungen zwischen Leistungsorten	161
9.2.3	Ressourcentypen	161
9.2.4	Rabattsysteme	162
9.2.5	Modellierung der Prozessketten	163
9.2.6	Kostensätze, Tätigkeiten und Ressourcenbelastungen	164
9.3	Optimierung	164
9.3.1	Ablauf	165
9.3.2	Konfiguration und Start	165
9.3.3	Instanzgenerierung	166
9.3.4	Ausführung	170
9.3.5	Auswertung	172
9.4	Benutzeroberfläche	173
9.4.1	Konfiguration der Tätigkeiten	174
9.4.2	Konfiguration der Prozessketten	175
10 Zusammenfassung und Ausblick		179
A Literaturverzeichnis		183
B Glossar		199
C Hinweise zur tabellarischen Übersicht der Modelle		203
C.1	Problemkontext	203
C.2	Ressourcen	204
C.3	Kosten	205
C.4	Produktion bzw. Bestellung	205
C.5	Mehrstufige Losgrößenprobleme	206
C.6	Lieferanten	206
C.7	Transport	207
C.8	Anzahl Beschaffungsorte	207

Abbildungsverzeichnis

2.1	Netzwerk der Zulieferungslogistik mit vier Lieferanten, zwei Konsolidierungspunkten und zwei Werken	15
2.2	Lineare und stückweise-konstante Kostenstruktur von Ressourcen	17
2.3	Schematische Kostenstruktur der Tarifsysteme	18
3.1	Abbildbare Erzeugnisstrukturen des <i>MLCLSP</i>	34
3.2	Zyklischer Verlauf der Wiederbeschaffung	43
5.1	Knotentypen des Materialflussnetzwerkes	58
5.2	Sachnummernnetze auf Basis des Gesamtnetzwerks eines Werkes	61
5.3	Abbildung der Zeit im Netzwerk	62
5.4	Abbildung administrativer Ressourcenbelastung im Netzwerk	64
5.5	Beispielnetzwerk für Liefermengenkontingente	66
5.6	Beispielnetzwerk für die Transportmodusfixierung	67
5.7	Ressourcenparameter zur Reglementierung der Füllgrade, gültig für jeden Knotentypen	68
5.8	Auftretende Ressourcenbelastungen im Netzwerk	73
5.9	Implizites Umpacken, Fall 1	94
5.10	Implizites Umpacken, Fall 2	94
5.11	Implizites Umpacken, Lösung	95
5.12	Abbildung des <i>CLSP</i> als reduziertes Netzwerk	97
5.13	Abbildung des <i>NDP</i> als reduziertes Netzwerk	99
6.1	Mehr-Produktreformulierung für lagerfähige Knoten	108
6.2	Rabattstufensystem mit absoluten Transportkosten je Stufe	111
6.3	Rabattstufensystem mit relativen Transportkosten je Stufe	112
6.4	Schnittebenen zur Abschätzung der Ressourcenkosten	114
6.5	Variablenzustand im Verlauf des <i>Relax&Fix</i> -Verfahrens	117
7.1	Ablauf der Heuristik	120
7.2	Ablauf der Konstruktionsheuristik	122
7.3	Ablauf des Reparaturzyklus der Konstruktionsheuristik	130

7.4	Ablauf der Verbesserungsheuristik	135
7.5	Verbesserungsschritt: Vorverlegung eines Flusses	136
7.6	Verbesserungsschritt: Reduzierung der Transportkosten durch Verwendung eines Anfangslagerbestandes	137
7.7	Ablauf des Generationenwechsels eines genetischen Algorithmus	140
8.1	Dauer der Matrixgenerierung mit <i>MPL</i> , in Abhängigkeit von der Anzahl Knoten, Produkte und Perioden einer Instanz	144
8.2	Dauer der Matrixgenerierung mit dem <i>AbstractionLayer</i> , in Abhängigkeit von der Anzahl Knoten, Produkte und Perioden einer Instanz	145
8.3	Evaluierung des genetischen Algorithmus	151
8.4	Fallstudie Füllgradoptimierung: Ergebnisse der Untersuchung	153
8.5	Fallstudie Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung Netzwerkausschnitt	154
8.6	Fallstudie Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung: Ergebnisse der Untersuchung	155
9.1	Übersicht der Architektur des <i>LEUS</i>	158
9.2	Hierarchische Struktur einer Prozesskette mit Prozesskettenelementen und Tätigkeiten	159
9.3	Beispiel einer Prozesskette	160
9.4	Beispiel einer Baustruktur der Leistungsorte	160
9.5	Klassendiagramm der Verbindungen	161
9.6	Klassendiagramm der Ressourcentypen	162
9.7	Klassendiagramm der Rabattsysteme	162
9.8	Klassendiagramm der Prozessketten	163
9.9	Klassendiagramm der Belastungen	164
9.10	Ablauf der Optimierung	165
9.11	Varianten der Netzwerkzusammenführung	168
9.12	Klassendiagramm des <i>AbstractionLayers</i> zur Abbildung der Entscheidungs- variablen und Restriktionen	171
9.13	Angewendete Prinzipien zur Berechnung der Kosten je Sachnummer aus den Kosten je Kostentreiber	174
9.14	Konfiguration der Tätigkeiten	176
9.15	Grafisch unterstützte Konfiguration der Lieferketten	177

Tabellenverzeichnis

2.1	Beispiel Anlieferprofile	22
3.1	Übertragung der Rahmenbedingungen von der Losgrößenplanung zur Bestellmengenplanung	29
3.2	Klassifikationstabelle <i>CLSP</i> (Tabelle 1/2)	30
3.3	Klassifikationstabelle <i>CLSP</i> (Tabelle 2/2)	31
3.4	Klassifikationstabelle <i>MLCLSP</i>	36
3.5	Klassifikationstabelle <i>CLSP_{Beschaffung}</i>	38
3.6	Klassifikationstabelle <i>NDP</i>	45
5.1	Ressourcengruppe zur Abbildung eines Tarifsystems für einen Laderaum . .	65
8.1	Kennzahlen der Instanzen	142
8.2	Laufzeitübersicht der Modellvarianten	147
8.3	Laufzeiten und Ergebnisqualität der Modellformulierung ohne Startlösung .	148
8.4	Laufzeiten und Ergebnisqualität der <i>Relax&Fix</i> -Heuristik	149
8.5	Laufzeiten und Ergebnisqualität der Heuristik	150

Algorithmenverzeichnis

7.1	UnusableSolutionEdges	123
7.2	RecursiveSourceFinder	125
7.3	DecreaseUsage	131
7.4	EvaluateInvalidRebateGroup	132
7.5	RepairOutgoingPartialLoadCarriers	133
9.1	Instanzgenerator	166

1 Einleitung

Die Aufgabe der Logistik ist das „effiziente Bereitstellen der geforderten Mengen benötigter Objekte in der richtigen Zusammensetzung zur rechten Zeit am richtigen Ort“ (vgl. [Gud05], S. 7). Effizienz in diesem Sinne entspricht der Zielerreichung mit geringstmöglichen Kosten (vgl. [Pfo00], S. 41ff. und [Wan07], S. 22f.). Die Logistik umfasst, eingebunden in die Wertschöpfungskette des Unternehmens, vier Bereiche: Beschaffungs- Produktions-, Distributions- und Entsorgungslogistik (vgl. [Ihd00], S. 254).

Die Abläufe der Logistik werden in der Regel auf drei Ebenen geplant (vgl. [Sim45] und [Ant65]). Dieser hierarchische Planungsansatz (vgl. [Sch01], S. 35) wird ebenfalls in der Automobilindustrie angewendet (vgl. [CM01], S. 6f. und [Mey04], S. 452). Die Ebenen sind:

- **Strategisch:** Auswahl der Standorte und ihrer Logistikeinrichtungen wie Lager- und Transportsysteme mit einem Zeithorizont von fünf bis 20 Jahren
- **Taktisch:** Festlegung der (Transport-)Beziehungen zwischen den Standorten und ggf. Definition der Prozesse innerhalb der Standorte für einen Zeithorizont von ca. anderthalb bis drei Jahren
- **Operativ:** Planung der Verwendung des Logistiknetzwerkes aus Standorten und Transportprozessen durch die Erstellung von Abruf- und Arbeitsplänen mit einem Zeithorizont für die nahe Zukunft bis zu ca. anderthalb Jahren

In diesem hierarchischen Planungsaufbau antizipieren höhere Planungsebenen Entscheidungen und resultierende Situationen der darunter liegenden Ebenen. Die unteren Ebenen bauen auf den Entscheidungen der höheren Ebenen auf und können nur in diesem Kontext Details ausplanen.

Die vorliegende Arbeit bezieht sich auf das Aufgabengebiet der operativen Planung. Ihr Fokus ist auf die Zulieferungslogistik gerichtet. Diese umfasst die Beschaffungslogistik und den Abschnitt der Produktionslogistik bis zur Andienung der Zulieferteile. Die operative Zulieferungslogistik erstellt auf Basis der Produktionsbedarfsmengen, der Vorgaben der strategischen und taktischen Planung und den zur Verfügung stehenden Ressourcen die notwendigen Materialflüsse für alle benötigten zu beschaffenden Sachnummern¹. Der

¹synonym: Bauteil mit physikalisch eindeutigen Eigenschaften

Materialflussplan umfasst alle Informationen, die geeignet sind, den Fluss und die verwendeten Ressourcen eindeutig zu beschreiben (vgl. für Übersicht der Informationen [SS07], S. 330f.). Daraus resultierend lassen sich aus dem Plan die notwendigen logistischen Operationen ableiten. Der Qualitätsmaßstab dieses Plans ist, analog zur Aufgabe der Logistik, die Kostenoptimalität². Die Kosten ergeben sich aus dem Einsatz der Ressourcen.

Die vollständige Integration aller Aspekte, die die Kosten der Materialflüsse beeinflussen, in eine Planungsmethode zur Erstellung kostenoptimaler Flüsse ist bislang nicht vollständig untersucht.

Insbesondere führen drei Faktoren zu einer hohen Komplexität der Materialflussplanung:

- Die Fragestellung, welcher der optimale Materialflussplan ist, ist durch die erhebliche Anzahl Entscheidungsdimensionen, die einen Materialfluss exakt definieren, komplex zu lösen. Bei der Suche nach der optimalen Lösung müssen alle Dimensionen vollständig berücksichtigt werden.
- Die Variantenvielfalt der Produktpalette erfordert die Betrachtung einer hohen Anzahl von Zulieferteilen, für die jeweils optimale Materialflüsse gefunden werden müssen (vgl. [Bec07], S. 28). Dies erhöht die Komplexität ebenfalls (vgl. [Mey04] und [BP07], S. 40f.).
- Das zur Verfügung stehende Netzwerk wird im Produktionsverbund der Werke eines Nutzfahrzeugherstellers von unterschiedlichen Organisationseinheiten verwendet. Die gemeinsame Verwendung bietet Konfliktpotenzial, wenn Ressourcen überlastet sind, aber auch die Chance Synergieeffekte zu nutzen.

Somit wird deutlich, dass die Erstellung kostenoptimaler Materialflusspläne komplex und aufwendig ist. Die Notwendigkeit, die Planung häufig zu wiederholen, insbesondere wenn die tatsächlichen Bedarfsmengen von den Prognosewerten abweichen, und flexibel an veränderte Rahmenbedingungen anzupassen, erzeugt erheblichen Arbeitsaufwand (vgl. [MR04], S. 29f. und [Fie07]).

Eine möglichst automatisierte methodische Unterstützung, die den kostenoptimalen Materialflussplan bestimmt, ist wünschenswert. Die Analyse der bestehenden Optimierungsmethoden und Planungsansätze zeigt, dass eine solche Methode bislang nicht existiert.

Die vorliegende Arbeit untersucht, ob mathematische Optimierungsmethoden geeignet sind, die Erstellung kostenoptimaler Materialflusspläne zu unterstützen. Der Praxisaugenblick wird hohe Priorität eingeräumt. Sie wird anhand von Fallstudien eines Nutzfahrzeugherstellers überprüft.

²Optimalität soll hier – im mathematischen Sinne – als Minimum (oder Maximum) einer gegebenen Funktion, die über einen (begrenzten) Bereich von Zuständen gültig ist, verstanden werden (vgl. [KW97], S. 31f.).

1.1 Zielsetzung

Ziel der Arbeit ist es, Einsatzmöglichkeiten und -potenziale von Optimierungsmethoden bei der operativen Materialflussplanung zu evaluieren. Insbesondere sollen exakt optimierende und heuristische Verfahren und praxisrelevante Modelle entwickelt und getestet werden.

Grundlage dieser Untersuchung ist eine umfassende Erhebung und mathematische Formalisierung der Einflussfaktoren und der Kostenzusammenhänge der operativen Logistik. Geeignete Optimierungsmethoden müssen alle Anforderungen des formalen Planungsproblems abdecken und automatisch geeignete Materialflusspläne erstellen. Die Verfahren sollen hinsichtlich ihrer Eignung, kostenoptimale oder nahezu-optimale Ergebnisse zu erzeugen, bewertet werden.

Die Integration in ein zu entwickelndes Planungssystem ermöglicht es Disponenten, die Verfahren komfortabel einzusetzen und das Potenzial der Optimierung zu realisieren. Im Rahmen dieser Arbeit soll die Einsatzfähigkeit der Methoden und des Planungssystems anhand von Fallstudien evaluiert werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 beschreibt die inhaltlichen logistischen Aspekte der Materialflussplanung in der operativen Logistik hinsichtlich der Zielsetzung und der Rahmenbedingungen. Die kostenverursachenden Aspekte und einzelnen Entscheidungsdimensionen werden vorgestellt.

Kapitel 3 stellt die Aufgabe in den Zusammenhang zum Stand der Technik und diskutiert vorhandene Ansätze zur Bestellmengenplanung, einschließlich der Übertragung der kapazitierten Losgrößenprobleme, der Wiederbeschaffungsprobleme und der Netzwerkdesignprobleme. Das Kapitel gibt einen Überblick über existierende Planungssysteme und eingesetzte Optimierungsverfahren.

In **Kapitel 4** werden die Defizite der vorhandenen Ansätze in Bezug auf die vorliegende Fragestellung genannt. Aus diesem Abgleich wird der Handlungsbedarf abgeleitet.

Kapitel 5 stellt die mathematische Formulierung des Planungsproblems vor, zunächst abstrakter, übersichtlicher Form, gefolgt von der vollständigen, detaillierten Formulierung. Diese Formalisierung umfasst alle Rahmenbedingungen und Entscheidungsdimensionen. Sie ist die Grundlage für die nachfolgend vorgestellten Lösungsverfahren.

Die Methoden zur Lösungsfindung werden in den zwei folgenden Kapiteln dargestellt. In **Kapitel 6** wird die Verwendung eines *Branch&Bound*-Algorithmus (*B&B*) zur exakten

Lösung des gemischt-ganzzahligen Modells beschrieben. Allgemeine und problemspezifische Techniken zur Verbesserung der Laufzeit werden präsentiert.

Ein neu entwickeltes heuristisches Verfahren, vorgestellt in **Kapitel 7**, löst das formalisierte Materialflussplanungsproblem und ermittelt nahezu-optimale Lösungen mittels einer Konstruktions- und einer Verbesserungsheuristik.

In **Kapitel 8** werden die beiden Verfahren und die verwendeten Verbesserungstechniken hinsichtlich der Optimierungsergebnisse und -laufzeiten bewertet. Die Fragestellungen der zur Evaluierung verwendeten Fallstudien eines Nutzfahrzeugherstellers werden erläutert. Durch Einsatz in diesen Fallstudien wird die Praxistauglichkeit der Methoden aufgezeigt.

Am Beispiel des webbasierten Entscheidungsunterstützungssystems *LEUS*, das im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde, wird in **Kapitel 9** die Anwendung des Modells und die Datentransformation zur Erstellung der Optimierungsinstanzen beleuchtet.

Abschließend fasst **Kapitel 10** die Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf weitere Entwicklungsmöglichkeiten.

1.3 Notation

Die Notation der mathematischen Zusammenhänge in dieser Arbeit wurde zur Erhöhung des Verständnisses vereinheitlicht, um eine konsistente Darstellung zu erreichen. Die Notationen der Modelle, die von anderen Autoren übernommen wurden, sind entsprechend angepasst dargestellt.

Für die Darstellung von Parametern und Konstanten werden lateinische Buchstaben in Großschrift verwendet (z. B. $UB_{r,t}^R$). Obere Indizes differenzieren Parametermengen innerhalb einer Gruppe und beschreiben den Parameter genauer. Untere Indizes sind Elemente aus Indexmengen und definieren einen bestimmten Wert innerhalb der Parametermenge.

Mengenbezeichner werden im Modell in kaligrafischer Schrift notiert (z. B.: $p \in \mathcal{P}$ die Menge aller Produkte).

Parameter werden wie folgt notiert:

$C_{rg,rs,t}^{RG}$ entspricht dem Parameter C (einem Kostensatz) für die Gruppe RG (Rabattgruppen) in der Ausprägung für $rg \in \mathcal{RG}$, $rs \in \mathcal{RS}$, $t \in \mathcal{T}$.

Alle zahlwertigen (ganzzahligen oder reellen) Entscheidungsvariablen sind mit lateinischen Buchstaben in Kleinschrift dargestellt. Die oberen und unteren Indizes folgen denen der Parameter:

$y_{l,p,a,t}$ entspricht der Lagermenge am Lagerknoten $l \in \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V$ von Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ zum Ende der Periode $t \in \mathcal{T}$.

Binäre Entscheidungsvariablen werden durch griechische Buchstaben in Kleinschrift analog dargestellt:

$\omega_{t,rg,rs}^{RS}$ beschreibt die Nutzung von Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ in Rabattstufe $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

Zur Beschreibung der Modelle werden Mengen durch Tupel abgebildet:
 $PAA' = \{(p, a, a') | p \in \mathcal{P}, a \in \mathcal{A}, a' \in \mathcal{A}, p \text{ kann von } a \text{ in } a' \text{ umgepackt werden}\}$

Bei der weiteren Darstellung wird eine verkürzte Notation verwendet: $(a, a') \in PAA'$ ist zu lesen als $(a, a') : \exists (p, a, a') \in PAA'$. Diese Verkürzung wird bei einigen Mengen verwendet und gilt für alle Tupel, die nicht in der Definition der vorhergehenden Mengenübersicht genannt sind. Sollen zusätzlich Einschränkungen für einzelne Elemente vorgegeben werden, z. B. $a \in \mathcal{A}^S$ (es gilt: $\mathcal{A}^S \subseteq \mathcal{A}$), so wird dies durch einen Doppelpunkt ausgedrückt: $(a, a') \in PAA' : a \in \mathcal{A}^S$.

2 Fragestellung der Materialflussplanung

Dieses Kapitel beschreibt die Fragestellung der Disposition im Rahmen der operativen Logistik. Es werden die entscheidungsrelevanten Rahmenbedingungen genannt, der Handlungsspielraum abgesteckt und die Zielsetzung der Logistikkostenoptimierung beschrieben. Zur Einordnung werden zunächst die relevanten Aspekte aus dem betriebswirtschaftlichen Bereich der Logistik vorgestellt.

2.1 Operative Zulieferungslogistik

„Logistik ist die Gesamtheit aller Tätigkeiten, welche auf eine bedarfsgerechte Verfügbarkeit von Objekten, Personen, Sachgütern, Dienstleistungen, Informationen und Energie ausgerichtet ist“ (vgl. [Ise98], S. 21). Sie erfüllt die Aufgabe, Raum- und Zeitparitäten zielgerichtet zu überbrücken (vgl. [Ihd00]). Die allgemeine Aufgabe der operativen Logistik ist ein „effizientes Bereitstellen der geforderten Mengen benötigter Objekte in der richtigen Zusammensetzung zur rechten Zeit am richtigen Ort“ (vgl. [Gud05], S. 7). Deutlich wird aber auch, dass die Definition der Maßstäbe vom Unternehmensziel abhängig ist (vgl. [Wan07], S. 12).

Entlang der logistischen Prozesskette und abhängig von der aktuellen Planungssituation können unterschiedliche Fragestellungen im Bereich der operativen Logistik auftreten. Nach *Ihde* (vgl. [Ihd00], S. 254) kann folgende prozessorientierte Segmentierung der Logistik vorgenommen werden:

- **Beschaffungslogistik:** Zulieferung zu eigenen Standorten
- **Produktionslogistik:** Logistik innerhalb eigener Standorte
- **Distributionslogistik:** Abtransport produzierter Waren zu Kunden
- **Entsorgungslogistik:** Abtransport nicht weiter verwertbarer Ware zu Entsorgern, Wiederverwertern und Lieferanten

Aufgabe der *Beschaffungslogistik* ist es, die von der Produktion benötigten Einsatzmittel und Vorleistungen an den eigenen Standorten verfügbar zu machen. In diesen Bereich fallen die Ermittlung der kostenoptimalen Abrufmengen (bzw. Bestellmengen), die Bestimmung

der Transportmodi sowie die Auswahl angemessener Ladungsträger zum Transport. Diese Aufgaben müssen dabei unter Berücksichtigung der gesamten Prozesskette wahrgenommen werden. Insbesondere sei hier genannt, dass die Verständigung mit dem Lieferanten über Verpackung und Versandform (im Hinblick auf den Transportmodus) über den Spielraum der logistischen und ggf. auch nachfolgenden Produktionstätigkeiten entscheidet. Als Beispiel gilt hier die Wahl von Einweg- oder Mehrwegverpackungen (vgl. [Ihd00], S. 255ff.).

Die Aufgabe der *Produktionslogistik* ist die unmittelbare Versorgung der Verbauorte innerhalb eines Standortes – in Abgrenzung zur Beschaffungslogistik – unter Einbeziehung der Logistik zwischen Verbauorten sowie zu den Lagern (vgl. [Ihd00], S. 278ff.). Sie umfasst sowohl die Ermittlung günstiger Transportwege innerhalb eines Standortes, die Auswahl des kostenoptimalen Lagerbereichs als auch die Bestimmung der benötigten Ressourcen oder die Auswahl der Ladungsträger unter Berücksichtigung ggf. notwendiger Umpackvorgänge. Die Menge der am Verbrauchsort vorgehaltenen Sachnummern unter den dort vorherrschenden Gegebenheiten, wie vorhandene Fläche, Regale usw., sind ebenfalls Betrachtungsgegenstand.

Die *Distributionslogistik* organisiert den Transport der produzierten Güter an Kunden (vgl. [Fle08], S. 5).

Die *Entsorgungslogistik* umfasst die materialflusstechnische Optimierung von inner- und außerbetrieblichen Abfallströmen (vgl. [Cla08], S. 487f.).

Die vorliegende Fragestellung fasst die Beschaffungslogistik, den daran anschließenden Abschnitt der Produktionslogistik, der für die Zulieferung der Sachnummern an die Produktion zuständig ist, und die Entsorgungslogistik zwischen eigenen Standorten und Lieferanten zur Rückführung von Ladungsträgern zusammen. Gemeinsam seien diese Bereiche als Zulieferungslogistik bezeichnet.

Der relevante Ausschnitt der Prozessketten des Produktions- und Liefernetzwerkes beginnt an der „Laderampe“ des ersten Lieferanten¹ und endet am Verbauort (VO) einer Sachnummer.

Tempelmeier beschreibt diese Planung und die Durchführung der Prozesse, die im Rahmen eines vorgegebenen Netzwerkes ablaufen, als Aufgabe der Material-Logistik. Das Netzwerk, bestehend aus gegebenen Standorten der Lieferanten, Beschaffungslager und Produktionsanlagen, wird im Rahmen der kurzfristigen, operativen Planung verwendet (vgl. [Tem06], S. 11). Diese kurzfristige Planung des Materialflusses sei im Folgenden als *Materialflussplanung* in der operativen Logistik beschrieben.

¹First-Tier-Supplier

Neben dieser Aufgabe stattfindende weitere Tätigkeiten, die nur aus organisatorischen Gründen ebenfalls dem Bereich der Logistik zugeordnet werden, sollen hier keine Betrachtung finden.

Die Aufgabe der operativen Zulieferungslogistik ist die bedarfsgerechte Materialversorgung der Produktion mit kostenminimalem Einsatz der zur Verfügung stehenden Ressourcen.

2.1.1 Planung und Disposition

Die Steuerung der Materialflüsse wird häufig als Materialflussplanung bezeichnet. Abweichend davon wird die Zuordnung von Ressourcen zu Tätigkeiten als Disposition bezeichnet. *Gudehus* (vgl. [Gud06]) definiert wie folgt:

- „Die Planung (*planning*) ist die Auswahl, Strukturierung, Dimensionierung und Optimierung der Prozesse, Netzwerke und Ressourcen zur Erfüllung zukünftiger Leistungsanforderungen.“
- „Die Disposition (*scheduling*) ist die mengenmäßige Aufteilung von Aufträgen mit aktuellen Leistungsanforderungen und die terminierte Zuweisung zu den verfügbaren Ressourcen.“

Der Disposition kommt demnach die zentrale Aufgabe der Zuordnung von Aufträgen zu Ressourcen zu. Je nach zeitlicher Vorschau der Vorgänge können die Aufgaben der Disposition in den Planungsbereich reichen.

Wie in den nachfolgenden Absätzen (s. Abschnitt 2.3) ersichtlich wird, ist, bedingt durch die vorgegebene Struktur des Netzwerkes und eine umfassende Definition der Ressourcen, die Fragestellung der Disposition zuzuordnen. Sie umfasst jedoch auch Bereiche der Planung. Im Folgenden wird der verbreitete Ausdruck der Materialflussplanung verwendet.

2.1.2 Steuerungsverfahren

Steuerungsverfahren legen fest, mittels welches Prozesses die Erkennung logistischen Handlungsbedarfs durchgeführt wird. Dieser Handlungsbedarf bezieht sich hier auf die Auslösung eines Beschaffungs- oder Andienvorgangs. Die Steuerungsverfahren werden in verbrauchs- und plangesteuerte Verfahren unterteilt (vgl. [IJ08], S. 163). Verbrauchsgesteuerte Verfahren halten am Verbauort ausreichend Material vor, das ohne weitere administrative Schritte entnommen werden kann. Sinkt der Materialbestand unter einen vorgegebenen Stand, wird ein Nachfüllprozess angestoßen. Dieses Verfahren eignet sich für Teile mit geringem Wert oder mit hohen Ausfallraten, bei denen der Aufwand für eine genaue stückbezogene Planung die Kosten der Vorratshaltung übersteigt. Im Gegensatz dazu nut-

zen plangesteuerte Verfahren die Kenntnis über den Produktionsplan und leiten daraus den Bedarf an Material ab. Eine hinreichend genaue Planung vorausgesetzt, kann der Bestand gering gehalten werden (vgl. [Sch07], S. 193). Beide Verfahren finden in der Praxis, aufgrund ihrer Eignung für unterschiedliche Sachnummern, Verwendung. Die Steuerungsverfahren finden ihre Anwendung in den nachfolgend vorgestellten Andienverfahren.

2.1.3 Andienverfahren

Andienverfahren beschreiben den Prozess, der zur Bereitstellung (Andienung) des Materials am Verbauport verwendet wird. Im Nutzfahrzeugbau werden folgende Andienverfahren in unterschiedlicher Häufigkeit verwendet:

- **Kanban:** Am Verbauport werden Waren in Behältern vorgehalten und verbrauchs-gesteuert entnommen. Unterschreitet der Behälter einen vorgegebenen Füllstand (im *Einbehälter-Kanban*) oder ist der erste von mehreren Behältern geleert (*Mehrbehälter-Kanban*), wird eine Bestellung im Hauptlager durch Übermittlung einer Kanbankarte oder durch Scannen eines Barcodes (*eKanban*) ausgelöst. Turnusmäßig durchgeführte Rundläufe versorgen den Verbauport mit neuem Material durch Auffüllen des vorhandenen Behälters oder Zustellen eines gefüllten (vgl. [Wan07], S. 507ff.).
- **Supermarktwagen (SMW):** *SMWs* sind Puffer in beweglichen Lagereinheiten, die zur Entnahme von Ware in der Nähe des Verbauportes abgestellt werden. In regelmäßigen Intervallen werden die Wagen mit dem verbleibenden Material ins Lager gezogen, aufgefüllt und wieder am Verbauport bereitgestellt.
- **Set-Wagen (Set):** Ein *Set* ist ein beweglicher Ladungsträger, dessen Inhalt dem Materialbedarf eines Verbauportes zur Bearbeitung eines Fahrzeuges (*Fahrzeug-Set*) oder seines gesamten Schichtbedarfs (*Tages-Set*) entspricht. Der Inhalt der Sets wird nahe dem Hauptlagerbereich kommissioniert.
- **Just-in-Time (JiT):** Das *JiT*-Verfahren vermeidet Lagerung in der Produktionskette. Waren werden zeitnah zur geplanten Verwendung angeliefert und direkt zum Verbauport befördert. Schwankungen in den vorgelagerten Prozessen werden unter Umständen durch Puffer geringer Kapazität ausgeglichen (vgl. [KS01]).
- **Just-in-Sequence (JiS):** Das *JiS*-Verfahren kann als Erweiterung zum *JiT*-Verfahren verstanden werden. Es ergänzt dieses durch eine Anlieferung in der geplanten Verbaureihenfolge. Ladungsträgerpositionen werden entsprechend gekennzeichnet, sodass eine Entnahme in der richtigen Reihenfolge gewährleistet werden kann (vgl. [KS01]).

Die Verfahren eignen sich für unterschiedliche Sachnummern und können parallel verwendet werden. Das *Kanban*-Verfahren verringert den administrativen Aufwand, insbesondere für geringwertige Sachnummern mit relativ hohen Stückzahlen. *JiT* ermöglicht es, den Lagerbestand an werthaltigen und variantenreichen Teilen zu reduzieren. *JiS* ist zusätzlich geeignet, den Handlingaufwand durch Vorsortieren der eingehenden Sachnummern zu reduzieren (vgl. [KS01]). Vor- und Nachteile der Lean-Management-Verfahren *Just-in-Time* und *Kanban* werden von *Schönsleben* detailliert diskutiert (vgl. [Sch07], Kapitel 5).

JiT- und *JiS*-Prozesse sind weitgehend automatisiert und erlauben keinen nennenswerten Spielraum für die Disposition. Die verbleibenden Verfahren bieten einige Entscheidungsdimensionen, die in den folgenden Abschnitten diskutiert werden. Sie beeinflussen die operativen und administrativen Prozesse und sind daher bei der Materialflussplanung zu berücksichtigen.

2.2 Logistikkosten

Nach *Gudehus* (vgl. [Gud05], S. 143) können unterschiedliche Kosten der Logistik zugeordnet werden. Die hier berücksichtigten Kosten, nach Tätigkeit gruppiert, sind:

- **Transportkosten:** Den Transportkosten werden alle Kosten zugeordnet, die durch die Bewegung von Material entstehen. Grundsätzlich können Transportkosten durch die Beauftragung von Speditionsunternehmen oder den Einsatz von Mitarbeitern und anderen Ressourcen entstehen.
- **Lagerkosten:** Durch die Lagerung von Material entstehen Kosten. Sie setzen sich aus den Opportunitätskosten der Kapitalbindung und den Kosten zur Vorhaltung der Lagerkapazität zusammen.
- **Handlingkosten:** Weitere operative Tätigkeiten, wie Umpacken, Einlagern und Auslagern verursachen Handlingkosten.
- **Dispositionskosten:** Dispositionskosten entsprechen den Kosten aller administrativen Tätigkeiten, die zur Steuerung und Kontrolle des Materialflusses notwendig sind.

Die Gruppierung nach Tätigkeiten begründet die abbildbaren logistischen Vorgänge. Zur Beschreibung der Kostenarten und der Auswahl relevanter Kostentreiber wird die Strukturierung der Logistikkosten nach *Günther* (vgl. [Gün91a]) verwendet. Dieser nimmt eine bezugsgrößenorientierte Gruppierung der Kosten vor:

- **Kapazitätskosten** entstehen durch die Bereithaltung von Kapazitäten. Sie umfassen Kosten für Lagerwert, Handlingkapazität, Administration und Lagerkapazität.

- **Bestellkosten** werden durch den Bestellvorgang verursacht. Sie können durch Bestellmengen und -positionen getrieben werden.
- **Lieferrkosten** fassen Kosten für den Liefervorgang, die Liefermenge und den Lagerbestand zusammen.
- **Auftragskosten** sind auftragsspezifische Einzelkosten.

Welche Detaillierung der Kosten angemessen ist, hängt von der zu betrachtenden logistischen Fragestellung ab, insbesondere davon, ob sie entscheidungsrelevant sind (vgl. [Gün91a], S. 651).

2.2.1 Kostentreiber

Im Sinne der Prozesskostenrechnung stellen *Kostentreiber* die Einheiten dar, an denen unmittelbar der Prozess durchgeführt wird und die für die entstehenden Kosten verantwortlich sind (vgl. [Gud07a], S. 159). Durch die Anzahl der Elemente dieser Einheit wird entsprechend die Anzahl durchzuführender Operationen definiert. Häufig findet auch der Ausdruck *Bezugsgröße* Verwendung (vgl. [Gün91a]).

Braun nennt die folgende grundlegende Eigenschaft der Kostentreiber: „Wie aus der Darstellung des Grundprinzips der Prozesskostenrechnung hergeht, sind cost driver [Anm.: Kostentreiber] Größen, die Beziehungen zwischen Kosten, Prozessen und Kalkulationsobjekten herstellen“ (vgl. [Bra07], S. 63). Weiter stellt er fest: „Die Aufgabe einer Bezugsgröße und somit auch eines Kostentreibers besteht darin, zum einen in Form ‚geleisteter Bezugsgrößeneinheiten‘ den quantitativen und wertmäßigen Verbrauch von Ressourcen abzubilden und zum anderen die Kostenverteilung auf die Kostenträger zu ermöglichen“ (vgl. [Bra07], S. 64). In der operativen Logistik ist, je nach Fragestellung, eine Vielzahl von Kostentreibern zu berücksichtigen.

Mengenabhängige Kostentreiber:

- Sachnummern, wenn Tätigkeiten unmittelbar an einzelnen Teilen durchgeführt werden (z. B. Umpacken und Qualitätsprüfungen)
- Ladungsträger, sortenrein oder gemischt beladen, für Transport und Lagerung

Mittelbar mengenabhängige Kostentreiber: Für die Berücksichtigung administrativer Prozesse, die nur mittelbar mengenabhängig sind, ist die Abbildung der folgenden Kostentreiber notwendig:

- Ausgelöste und eintreffende Bestellungen

- Bestellpositionen
- Ankommende und abfahrende Fahrzeuge
- Disponierte Sachnummern

2.2.2 Logistkoperationen

Logistikoperationen sind die eigentlichen operativen und administrativen Tätigkeiten, die durchgeführt werden. Tätigkeiten lassen sich, analog zu den Logistikkosten (s. Abschnitt 2.2), in drei Bereiche gruppieren:

- **Transporttätigkeiten:** Ortstransformierende Prozesse, deren charakteristische Eigenschaft der Übergang der Ware zwischen zwei Orten ist
- **Lagertätigkeiten:** Zeittransformierende Prozesse, die ortsgebunden durchgeführt werden
- **Handlingtätigkeiten:** Alle weder orts- noch zeittransformierenden Tätigkeiten

Darüber hinaus finden informationstechnische Prozesse zur Abbildung administrativer Tätigkeiten Verwendung.

Nicht alle Tätigkeiten müssen von Mitarbeitern durchgeführt werden. Insbesondere die Lagertätigkeiten belasten in der Regel ausschließlich Kapazitätsressourcen wie Lagerplatz oder -fläche.

Einzelne Tätigkeiten werden in der Logistik zu Lieferketten² zusammengefasst. Für die nachfolgenden Untersuchungen werden folgende Annahmen über diese getroffen: Tätigkeiten sind hinsichtlich der von ihnen verwendeten Kostentreiber und Ressourcen atomar. Eine Tätigkeit ist ausschließlich von einem Kostentreiber abhängig und belastet alle ihr zugeordneten Ressourcen über die gesamte Durchführungsdauer. Verfügt eine Tätigkeit nicht über diese Eigenschaften, sollte sie in mehrere Tätigkeiten unterteilt werden, sodass die getroffenen Annahmen erfüllt sind.

Für jede Tätigkeit ist der Kostentreiber definiert. Eine aus dem Vorgang der Tätigkeit abgeleitete Berechnungsvorschrift kann verwendet werden, um anhand der Anzahl an Einheiten des Kostentreibers die resultierende Belastung der Ressourcen zu bestimmen.

²Die Logistikkette kann als Folge von Transport-, Lager- und Produktionsprozessen dargestellt werden (vgl. [Fle08], S. 4).

2.3 Betrachtetes Logistiknetzwerk

Die vorliegende Ausarbeitung bezieht sich auf den Zulieferungsabschnitt des Logistiknetzwerkes eines Produktionsverbundes. Es wird der Abschnitt vom Warenausgang des letzten Lieferanten bis zum ersten Verbauort im Werk des Endproduktherstellers (Original Equipment Manufacturer, OEM) betrachtet. Verbindungen zwischen unterschiedlichen Werken oder Werksstandorten sind vorgesehen, sodass Ware bis zum genannten ersten Verbauort mehrere Werke des OEMs passieren kann. Die Materialflüsse vieler Sachnummern von den jeweiligen Lieferanten zu allen nachfragenden Werken werden berücksichtigt.

In der Praxis wird das Netzwerk, bedingt durch organisatorische Gründe, häufig in zwei Abschnitte unterteilt. Der externe Abschnitt erfasst die Materialbewegungen vom Lieferanten zu den Werken des Produktionsverbundes, der interne Abschnitt entspricht den Gegebenheiten innerhalb der Werke. Die Übergangspunkte entsprechen den Wareneingängen oder ausgewählten Lagerbereichen der Werke. Abbildung 2.1 zeigt eine mögliche Ausprägung eines Netzwerkes mit vier Lieferanten, zwei Konsolidierungspunkten³ und zwei Werken. Die externen, durch Speditionen abgewickelten, Transportbeziehungen sind grün, die internen, durch eigene Mitarbeiter abgewickelten, sind blau gefärbt. Die Vorteile einer gemeinsamen Betrachtung der Netzwerkabschnitte beschreibt Abschnitt 2.3.7.

Das vorgestellte Netzwerk ist geeignet, die unterschiedlichen Anforderungen des externen und internen Logistikabschnitts abzubilden. Im externen Abschnitt bedeutet dies insbesondere die Nutzung von See-, Luft-, Straßen- und Schienenverkehr. Der interne Bereich erfordert die Abbildung von unterschiedlichen Wegen mit individuellen Ressourcen, bei deren Verwendung die Kapazität einer oder mehrerer Ressourcen beansprucht wird.

Die Netzwerkstruktur bleibt über den betrachteten Zeitraum unverändert: In jeder Periode stehen identische Pfade zur Verfügung. Dies muss jedoch nicht für die verfügbaren Kapazitäten der Ressourcen und die zugehörigen Kostensätze gelten, sie können über den Zeitverlauf variieren.

Logistiksysteme lassen sich als Netzwerk interpretieren. *Fleischmann* (vgl. [Fle08], S. 6f.) beschreibt die Analogie: demnach repräsentieren Knoten die Orte des Systems, Kanten die Transport-, Produktions- und Umschlagprozesse.

2.3.1 Ressourcen

Jede Operation am Material nimmt Ressourcen in Anspruch. Logistikprozesse verwenden eine Vielzahl verschiedener Ressourcen. Ressourcen entsprechen in diesem Sinne allen Ein-

³Lagerbereiche, in denen Ware kurzfristig zwischengelagert und neu auf Fahrzeuge aufgeteilt wird, sodass sich die zu fahrenden Strecken reduzieren

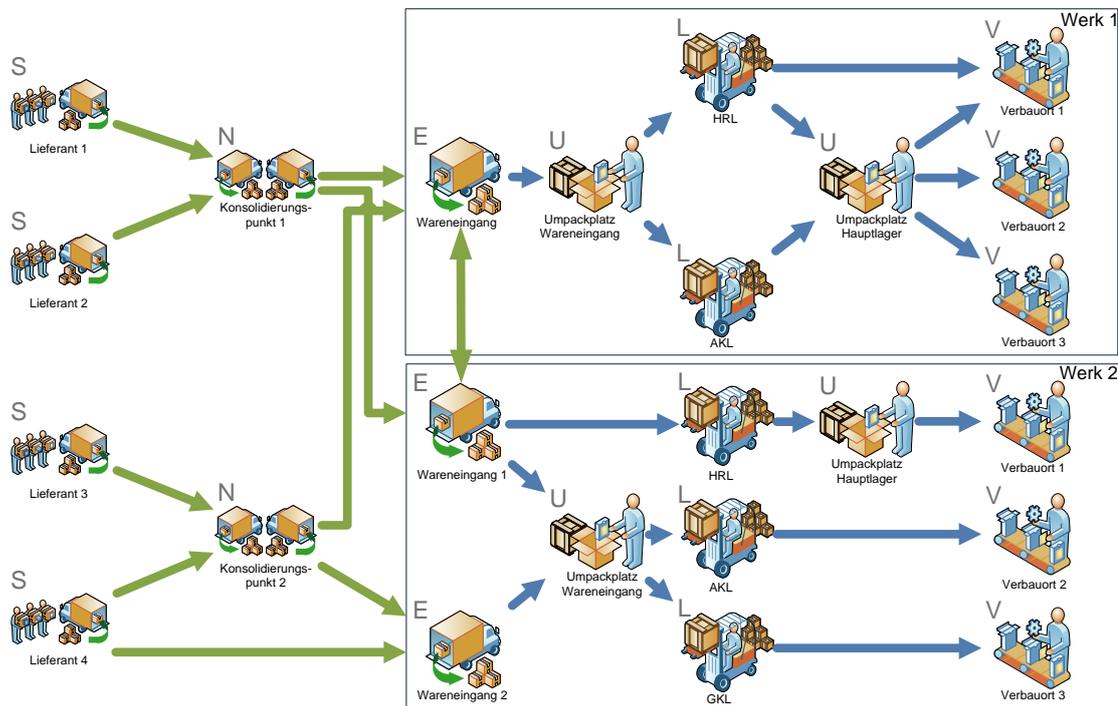


Abbildung 2.1: Netzwerk der Zulieferungslogistik mit vier Lieferanten, zwei Konsolidierungspunkten und zwei Werken

satzmitteln, die im internen Bereich begrenzt verfügbar sind und/oder Kosten verursachen. Dies erlaubt eine detaillierte Abbildung der resultierenden Kosten (vgl. [Sch07], S. 801).

Zwei Eigenschaften der Ressourcen sind bei der Betrachtung des vorliegenden Problems von Bedeutung:

- **Begrenzte Kapazitäten von Einsatzmitteln:** Einsatzmittel haben, bis auf wenige Ausnahmen, eine begrenzte Kapazität. Diese Kapazität wird von unterschiedlichen Materialflüssen beansprucht⁴.
- **Ermittlung der Logistikkosten:** In der Praxis zeigt sich, dass Kosten in der Regel nicht von den durchgeführten Operationen, sondern von der resultierenden Ressourcenbelastung abhängen.

Ressourcen sind voneinander unabhängig. Die Belastung einer Ressource führt nicht unmittelbar zur Belastung einer anderen Ressource. Beispiele für kapazitierte und kostenverursachende Ressourcen sind:

- Mitarbeiter als Handlingressource
- Regallagerplatz oder Stellfläche

⁴Ressourcenkonkurrenz (vgl. [Sta08a], S. 195)

- Transportfahrzeuge
- Zugriffsoperationen eines Automatiklagers

Darüber hinaus existieren kapazitierte Ressourcen, deren Verwendung keinen unmittelbaren Kostenzusammenhang darstellt:

- Fahrten durch einen beengten Fahrtabschnitt, wie z. B. ein Tor
- Gesetzlich limitierte Menge unterschiedlicher Gefahrgüter, die in einem Lagerbereich vorgehalten werden dürfen

Mittels unkapazitierter, aber kostenverursachender Ressourcen können alle Vorgehen abgebildet werden, die ausschließlich Kosten verursachen, wie die Kapitalbindung der gelagerten Sachnummern. Eine weitere Voraussetzung ist, dass die Gesamtausgaben für diesen Posten nicht begrenzt werden sollen.

Die verfügbare Kapazität der Ressourcen ist über den Betrachtungszeitraum dynamisch. Sie wird als deterministisch angenommen. Geplante Arbeiten, wie Teamtreffen oder ähnliches, können die Kapazität einer Ressource flussunabhängig belasten.

Ressourcenpools

Ein Ressourcenpool besteht aus mehreren Ressourcen und fasst die einzelnen Kapazitäten der beteiligten Ressourcen zusammen. Zusätzlich zu den individuell beschränkten Kapazitäten jeder einzelnen Ressource kann mittels eines Ressourcenpools die Gesamtkapazität aller beteiligten Ressourcen begrenzt werden. Dadurch ist es möglich die Verteilung der insgesamt verfügbaren Einheiten (Begrenzung der Poolkapazität) im Netzwerk zu steuern und sicherzustellen, dass über alle Einsatzorte hinweg die maximal verfügbare Kapazität nicht überschritten wird.

Beispielsweise repräsentieren einzelne Ressourcen die eingesetzten Lagermitarbeiter in unterschiedlichen Lagerbereichen. Die Kapazität dieser Ressourcen entspricht der maximalen Anzahl Mitarbeiter, die durch die örtlichen Eigenschaften des Lagers dort tätig sein können. Ein Ressourcenpool fasst alle diese Mitarbeitergruppen zusammen und begrenzt ihre Kapazität auf die insgesamt verfügbaren Mitarbeiter. Daraus ergibt sich ein Szenario, in dem die verfügbaren Mitarbeiter den unterschiedlichen Lagerbereichen zugeordnet werden, ohne die individuellen Beschränkungen der Lagerbereiche oder die Gesamtkapazität der Mitarbeiter zu verletzen.

Kostenstruktur

Generell fallen Kosten für die Bereitstellung einer Ressource an. Für Ressourcen werden dabei zwei Bereitstellungsarten unterschieden. In der linearen Struktur fallen die Kosten in linearem Verhältnis zur Belastung an (Bsp.: Zinskosten). Die stückweise-konstante

Struktur erlaubt die Abbildung einer Ressource, die über Kapazitätsstufen verfügt. Jede angebrochene Stufe wird vollständig abgerechnet (Bsp.: Schichtkosten eines Mitarbeiters).

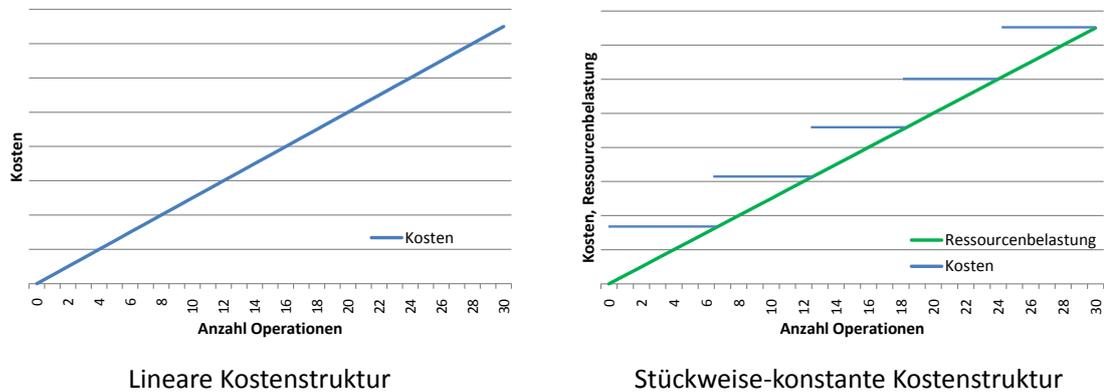


Abbildung 2.2: Lineare und stückweise-konstante Kostenstruktur von Ressourcen

2.3.2 Lieferzeiten

Die Lieferzeiten (Wiederbeschaffungszeit), die Zeitspanne vom Auslösen eines Materialabrufs bis zum Eintreffen der Lieferung, wird im Wesentlichen durch die Reaktionszeit des Lieferanten und die Transportzeit bestimmt. Die Wiederbeschaffungszeit für Auswärtsteile besteht aus der Lieferzeit des Lieferanten⁵ und den Administrativzeiten zur Abwicklung im Einkauf und im Wareneingang (vgl. [Soo78], S. 453). In der Automobilindustrie darf von verlässlichen und kurzen Lieferzeiten ausgegangen werden, da die Hersteller mittels ihrer Marktmacht entsprechenden Druck ausüben können (vgl. [Mey02], S. 6).

2.3.3 Transportmodi

Die Materialbewegungen im externen Abschnitt werden auf unterschiedlichen Verkehrsträgern von diversen Speditionen durchgeführt. Mehrjährige Verträge zwischen dem OEM und diesen Speditionen definieren den Handlungsspielraum der Logistikplaner durch Vorgabe der Frachtkonditionen, der zu verwendenden Laderäume⁶ und weiterer Konditionen wie der verwendeten Konsolidierungspunkte. Alle im externen Bereich anfallenden Kosten gehen aus diesen Verträgen hervor. Jeder strukturell eigene Vertrag wird als Transport-

⁵Anm.: inkl. der Transportzeit

⁶Ein Laderaum entspricht einer beladbaren Einheit mit beschränkter Kapazität, z. B. LKW, Auflieger, Schleppzug, Container, aber auch Pakete usw.

modus bezeichnet. Eine detaillierte Studie zu Transportmodi und ihren Kosten stellen die Autoren *Sahin et al.* vor (vgl. [SYU⁺07]).

Die Transportkosten des externen Liefernetzabschnittes können von unterschiedlichen Faktoren bestimmt werden. In der Automobilbranche sind sowohl volumen- wie auch gewichtsabhängig gestaffelte Tarife oder Pauschalpreise je verwendetem Laderaum üblich. Veränderte Tarife können für Gefahren- oder Sperrgut gelten.

Die Kosten des externen Transports können für jede Transportmodusgruppe unterschiedlichen Strukturen folgen. Verschiedene Ausprägungen innerhalb der jeweiligen Gruppen sind denkbar. Hier wird repräsentativ für jede Gruppe eine Ausprägung vorgestellt. Über die Tarifstruktur hinausgehende Informationen über kostenverursachende Zusammenhänge oder die zur Kalkulation verwendeten Mengengerüste sind in der Regel nicht verfügbar.

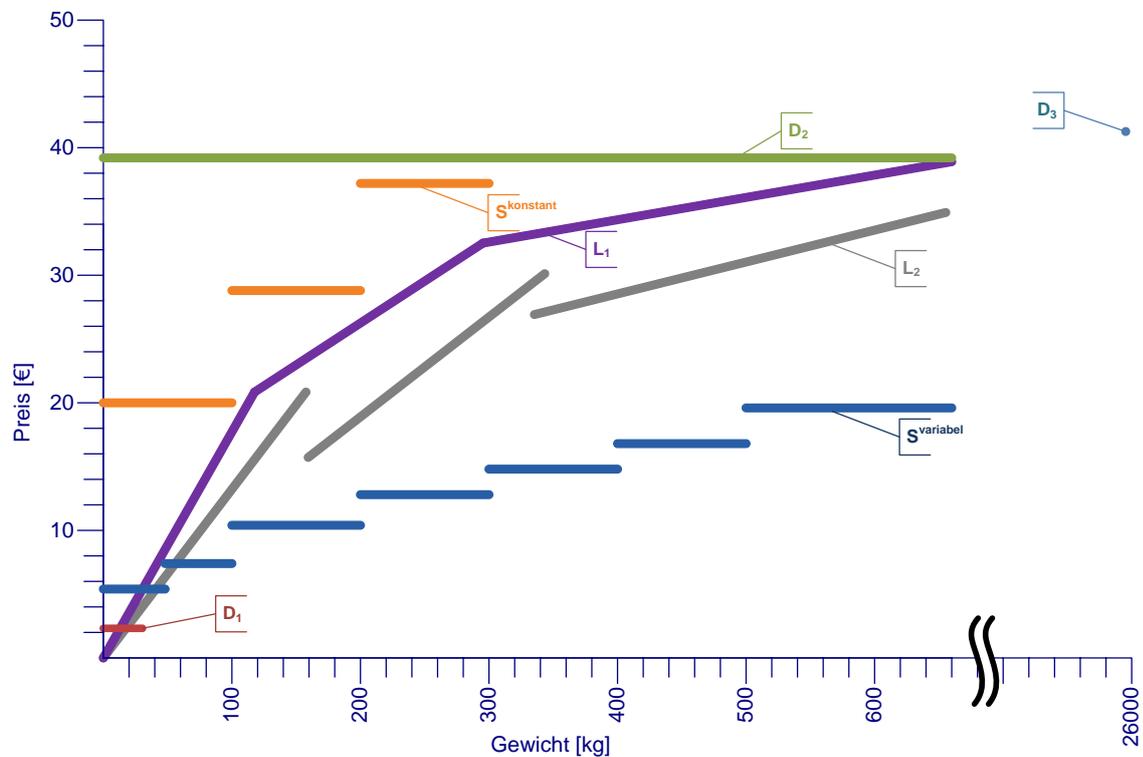


Abbildung 2.3: Schematische Kostenstruktur der Tarifsysteme in Abhängigkeit von der Masse der Fracht, Daten verfremdet

Abbildung 2.3 stellt grafisch sieben mögliche Tarifsysteme für die Kosten zur Verwendung eines Laderaums vor:

- **D₁, D₂ und D₃**: Für alle drei Tarifsysteme gilt, dass pro Laderaum ein Pauschaltarif berechnet wird. Es sind unterschiedliche Obergrenzen der Transportmasse gegeben.

D_3 kann zusätzlich nur ab einer Mindesttransportmasse verwendet werden, die nahe an der Obergrenze liegt.

- **$S^{variabel}$** : Die Kosten des Transports sind gewichtsabhängig in Tarifstufen gestaffelt. Die Grenzen zwischen den Tarifstufen folgen keiner Regelmäßigkeit und können zwischen den Speditionen gegebenenfalls abweichen. Für eine Sendung ist der Preis der jeweiligen Stufe, ohne Verrechnung mit anderen Stufen, zu entrichten. Jede Stufe verfügt über einen konstanten Preis.
- **$S^{konstant}$** : Die Kosten des Transportes sind wie bei $S^{variabel}$ gewichtsabhängig gestaffelt, die gewichtsabhängigen Tarifstufen jedoch von konstanter Größe. Zusätzlich kann eine Pauschale (Sockelbetrag) für die Verwendung eines Laderaums berechnet werden. Jede Stufe verfügt über einen konstanten Preis.
- **L_1 und L_2** : Die Kosten der Systeme L_1 und L_2 sind innerhalb einer Rabattstufe linear von den Massen abhängig. Stufen- und Blockrabatte führen zu stückweise-linearen Funktionen, die als Tarifstufen mit individuellen Pauschalkosten und zusätzlichen Kosten abhängig von der Ressourcenbelastung dargestellt werden.

Die Aufzählung nennt nur eine Auswahl möglicher Tarifsysteme. Weitere Kombinationen aus Tarifstufen beliebiger Ober- und Untergrenzen mit Basispreisen und linearem Anteil sind denkbar. *Pooler und Pooler* (vgl. [PP97], S. 321ff.) beschreiben detailliert verschiedene Transportmodi mit ihren Verwendungszwecken und möglichen Vertragsstrukturen. Transporttarifvereinbarungen mit Kurier-, Express- und Paketdiensten (KEP) ähneln häufig der Form D_1 , die mit exklusiv verwendeten Laderäumen D_2 . Speditionen berechnen ihren Vorlauf nach frei verhandelbaren Gewichtsstufen, wie in $S^{variabel}$ oder konstanten Stufen, entsprechend $S^{konstant}$. Sollten Komplettladungen vorgesehen sein, sind sie in der Regel nur bei ausgelastetem Fahrzeug⁷, wie in D_3 dargestellt, zulässig.

Mit den Transportmodi können unterschiedliche Transportdauern (vgl. [GT05], S. 273f.) verbunden sein. Bei der Planung von Materialflüssen, insbesondere wenn sie mehrere externe Transportwege verwenden, ist dies zu berücksichtigen.

Die Speditionsverträge können Speditionen exklusive Zuständigkeit für Relationen, der Transportbeziehung zwischen zwei Orten, zusichern. Mit Lieferanten kann vereinbart sein, dass von einem Transportmodus nicht mehr als ein Laderaum verwendet wird. Die Aufsplittung einer Bestellung auf mehrere Pakete ist in der Regel unzumutbar, da der administrative Aufwand unverhältnismäßig steigt.

Darüber hinaus wird von unterschiedlichen Werken gefordert, dass Lieferanten über einen längeren Zeitraum dem gleichen Transportmodus oder einer definierten Gruppe dieser zu-

⁷Die Betrachtung der Volumenauslastung wird im Schaubild, nicht aber bei der weiteren Betrachtung vernachlässigt.

geordnet werden müssen. Zum Beispiel kann die Umstellung auf einen bestimmten Transportmodus für mindestens 12 Monate gefordert werden.

2.3.4 Ladungsträger

Ladungsträger (LT), wie Paletten, Gitterboxen, Wannen usw., dienen der Zusammenfassung von Transport- und Lagergütern. Sie ermöglichen eine gemeinsame Behandlung der Güter, da viele logistische Operationen nicht unmittelbar am Transportgut durchgeführt werden, sondern an den Ladungsträgern stattfinden können (vgl. [Wäs08], S. 167). Die Berücksichtigung der Ladungsträger, und damit verbunden die Verwendung unterschiedlicher Füllmengen, eröffnet erhebliches Einsparpotenzial (vgl. [Rap07]).

Ladungsträger eignen sich für den Transport und die Lagerung bestimmter Sachnummern. Die Ladehilfsmittelmenge (LHM-Menge) ist die maximale Anzahl einer Sachnummer, die der Ladungsträger aufnimmt. Sie ist individuell für jede Sachnummer-Ladungsträger-Kombination (SNr-LT-Kombination).

Standardladungsträger sind geeignet, unterschiedliche Produkte aufzunehmen. Im Gegensatz dazu erfüllen Spezialladungsträger die Anforderungen von nur einem Produkt oder wenigen ähnlichen Produkten. Ladungsträger können sowohl sortenrein als auch gemischt beladen werden. Gemischt beladene Ladungsträger finden ihren Einsatz u. a. unmittelbar am Verbauort. Dort werden Supermarktwagen oder vorkommissionierte Sets angeliefert. Eine verursachungsgerechte Kostenrechnung muss berücksichtigen, dass in diesem Fall die Kosten nicht nur abhängig von der Anzahl bewegter Sachnummern, sondern von der Anzahl der bewegten, sortenrein und gemischt beladenen, Ladungsträger zu bestimmen sind. Eine detaillierte Beschreibung der Ladungsträgereigenschaften und ihrer Einflüsse auf das Logistiksystem findet sich in [AF07].

2.3.5 Betrachtung der Zeit

Bedingt durch die Situation in der Automobilbranche, externe Lieferungen nur in einem vorgegeben Zeitfenster einfordern zu können, ist hier allgemein eine diskrete Zeitbetrachtung angemessen. Die Länge der Perioden wird dem Anwendungsfall angemessen gewählt, ist jedoch für alle Perioden identisch. In einer Just-in-Time-Betrachtung entspräche sie z. B. zwei Stunden. Die Länge der Perioden im Gebietsspeditionssystem entspräche einem Tag, da in der Praxis verwendete vertragliche Regelungen den Spediteur häufig bemächtigen, Transporte eines Tages zusammenzufassen.

Durch Festlegung geeigneter Kapazitätsgrenzen wird sichergestellt, dass Ressourcen innerhalb einer Periode nicht über die abgedeckte Zeitspanne hinaus beansprucht werden. Eine

Planung der Reihenfolge von Tätigkeiten innerhalb der Perioden ist nicht Gegenstand der hier diskutierten Fragestellung.

2.3.6 Bedarfsmengen

Die Bedarfsmengen werden dem Produktionsplan entnommen und ergeben die konkreten Bedarfsmengen und die Verbauzeitpunkte nach Auflösung der Stückliste auf Kaufteile (vgl. [Dan03], S. 168). Mit guter Näherung werden die Bedarfsmengen der Produktion als deterministisch angenommen. Speziell im Bereich der Nutzfahrzeugherstellung sind die Produktionspläne über mehrere Monate detailliert ausgeplant.

Ein Bedarf beschreibt die benötigte Menge einer Sachnummer zu einem Zeitpunkt an einem bestimmten Ort. Die Befriedigung der Bedarfsmengen ist notwendiges Kriterium für einen gültigen Materialflussplan.

2.3.7 Aspekte der Integration

Die Abläufe in einem Logistiksystem, insb. Entscheidungen über Transport und Lagerung, beeinflussen sich gegenseitig⁸. Dies gilt auch für die aus Entscheidungen resultierenden Kosten. Daher ist es notwendig, bei einer Entscheidung über eine Veränderung der Abläufe alle Kosten zu betrachten, die durch eine Entscheidung entstehen, entfallen oder verändert werden. Eine Betrachtung aller relevanten Kosten vermeidet Zielkonflikte, die bei Betrachtung einer Auswahl der Kosten entstehen können. Nur wenn eine Lösung in Summe geringere Kosten verursacht, sollte sie umgesetzt werden (vgl. [Pfo00], S. 30ff.). Der Einsatz verschiedener Ressourcen muss, wenn sie alternativ sind, abgewogen werden. Hier dürfen die Kosten des jeweiligen Einsatzes als geeignetes Vergleichsmerkmal gesehen werden.

Der Zusammenhang zwischen internem und externem Netzwerk ist durch die Abrufmengen, -zeitpunkte und -ladungsträger gegeben. Bei Veränderung einer dieser Parameter können sich die Kosten in beiden Netzwerkabschnitten ändern. Zur Bestimmung der gesamtkostenoptimalen Einstellung ist somit eine integrierte Betrachtung beider Abschnitte notwendig.

Durch die Integration der Netzwerke in einer gemeinsamen Betrachtung wird verhindert, dass sich einzelne Cost-Center⁹ „auf Kosten der umliegenden Bereiche“ verbessern. Dies

⁸ *Meyr* beschreibt insb. die Vorteilhaftigkeit eines zwischen Transport und Lagerung ausgewogenen Materialflussplans (vgl. [Mey04], S. 457).

⁹ Leistungsstellen

wäre z. B. bei der drastischen Verringerung der Bestände und dadurch bedingten Erhöhung der Anzahl Bestellungen der Fall.

Die Lösung der Fragestellung erfordert eine integrierte Betrachtung der genannten Freiheitsgrade. Die Vernachlässigung einzelner Aspekte ist nicht zielführend im Sinne dieser Aufgabenstellung.

2.3.8 Liefermengen eines Lieferanten

Generell können identische Sachnummern von unterschiedlichen Lieferanten bezogen werden, z. B. aus Gründen der Unabhängigkeit oder weil geplante Bedarfsmengen die Kapazität eines Lieferanten überschreiten. In diesem Fall werden mit den Lieferanten jeweils Mindest- und Maximalabnahmemengen über einen Zeitraum vereinbart. Die Länge dieses Zeitraumes ist individuell. Die Kontingente sind bei der Materialflussplanung einzuhalten.

2.3.9 Anlieferprofile

Aus unterschiedlichen Gründen kann es gewünscht sein, dem Lieferanten ein Anlieferprofil zuzuteilen. Anlieferprofile beschreiben, typischerweise in einem regelmäßigen Muster, an welchen Tagen der Lieferant Ware zustellen darf. Sie werden häufig verwendet, um die Disposition regelmäßig zu gestalten und Auslastungsspitzen zu vermeiden. Tabelle 2.1 nennt mögliche Anlieferprofile. Jedes Profil definiert, an welchen Wochentagen geliefert werden darf. Die *Frequenz* bestimmt die Wiederholung des Profils.

Profil	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Frequenz
0	✓	✓	✓	✓	✓	Wöchentlich
1	✓					Zweiwöchig
2		✓				Vierwöchig
3			✓			Wöchentlich
4				✓		Vierwöchig

Tabelle 2.1: Beispiel Anlieferprofile

2.4 Zielsetzung und Entscheidungsmöglichkeiten

Ziel der operativen Logistikplanung ist es, die Anforderungen der Produktion effizient zu befriedigen. Effizienz drückt sich bei der Disposition der vorliegenden Fragestellung durch den Einsatz möglichst geringer Mittel zum Erreichen des vorgegebenen Ziels aus. Zusammenfassend ist das Dispositionsziel (die *Zielfunktion*) die Erreichung *geringstmög-*

licher Kosten zur Befriedigung des Produktionsbedarfes. Die Kosten entstehen durch den Ressourceneinsatz.

Allgemein bedeutet dies, aus dem zur Verfügung stehenden Entscheidungsraum, bestimmt durch das vorgegebene Netzwerk, die Parametereinstellung zu wählen, die die Gesamtkosten minimiert. Die einzelnen Dimensionen des Entscheidungsraums seien als *Freiheitsgrade* benannt. Bezogen auf das vorliegende Problem bedeutet dies festzulegen, wann welches Produkt in einer bestimmten Menge und einem ausgewählten Ladungsträger über eine Route zum Verbauort bewegt wird. Dabei dürfen zunächst Lagerung und Umpacken als Elemente des Weges betrachtet werden. Die folgenden Freiheitsgrade sind entscheidungsrelevant für das vorliegende Problem:

- Bestellmenge und -zeitpunkt
- Ladungsträger
- Laderäume und Transportmodi
- Transportwege
- Eingesetzte Ressourcen
- Lagermengen und -bereiche
- Anlieferprofile

Eine detaillierte Darstellung der Freiheitsgrade des Zuliefernetzes geben die folgenden Abschnitte.

2.4.1 Transportmengen und -zeitpunkte

Die Transportmengen sind, direkt oder indirekt, der Auslöser aller Ressourcenbelastungen im vorliegenden Logistiksystem. Der Entscheidung über die Flussmengen kommt daher eine wichtige Bedeutung zu. Zusammenhängend mit der Transportmenge muss immer auch ein Zeitpunkt verbunden werden, um eine genaue Zuordnung des Materialflusses zur Ressourcenbelastung zu erhalten.

2.4.2 Ladungsträger

Die Auswahl aus unterschiedlichen Ladungsträgern ermöglicht es, einen dem Bedarf und der Ressourcensituation angemessenen Ladungsträger zu wählen. Wie in Abschnitt 2.3.4 beschrieben, finden sortenrein und gemischt beladene Ladungsträger Verwendung. Es dürfen nur die gültigen SNr-LT-Kombinationen verwendet werden. Vorgegebene LHM-Mengen bestimmen die Anzahl Sachnummern, die in einen Ladungsträger gepackt werden können.

Die logistischen Operationen verursachen abhängig vom Ladungsträger unterschiedliche Ressourcenbelastungen, aber auch der Wechsel eines Ladungsträgers bindet Ressourcen. Der Wahl eines kostenoptimalen Ladungsträgers kommt daher besondere Bedeutung zu.

2.4.3 Laderäume und Transportmodi

Ein Laderaum entspricht einer beladbaren Einheit mit beschränkter Kapazität, z. B. einem Fahrzeug oder einem Paket. Jedem Laderaum ist ein Transportmodus zugeordnet, der die Tarifstruktur mit entsprechenden Ober- und Untergrenzen der Kapazität und die Transportdauer bestimmt. Jeder Materialflussplan muss die Vorgaben des Transportmodus einhalten. Ware darf erst nach Ablauf der gesamten Transportdauer für weitere Operationen zur Verfügung stehen.

Die Kombinationen von gleichzeitig verwendeten Transportmodi unterliegen Einschränkungen, die erfordern, dass einige Transportmodi auf ihrer Quell-Ziel-Relation exklusiv verwendet werden. Diesen Einschränkungen ist zu genügen.

2.4.4 Transportwege

Der Netzwerkgedanke eines Zuliefernetzwerkes impliziert, dass für Transporte zwischen zwei Orten mehrere Wege zur Verfügung stehen können. Diese Wege unterscheiden sich in ihrer Länge, bedingt durch die Anzahl ihrer Wegabschnitte oder die individuelle Länge dieser. Kommt hinzu, dass die Kapazität der Wege begrenzt ist, z. B. die maximale Anzahl Gabelstaplerfahrten in einer Gasse, wird die Suche nach den besten – sprich kostenoptimalen – Wegen zu einer komplexen Fragestellung.

Bei der Bestimmung der Materialflüsse ist die Länge eines Weges häufig nur der Kostentreiber für die entstehenden Kosten. Die Dauer des Transportes und der damit verbundene Ressourceneinsatz können kalkulatorisch Wege vergleichbar machen. Ein Weg wird daher über seinen Start- und Zielknoten, seine Dauer und die resultierende Ressourcenbelastung pro Kostentreiber definiert.

2.4.5 Ressourceneinsatz

Einige Tätigkeiten in der Logistikkette können durch alternativen Einsatz unterschiedlicher Ressourcen zielführend erfüllt werden. Als Beispiel kann hier der innerbetriebliche Transport gelten, für den unterschiedliche Fahrzeuge zur Verfügung stehen.

Die Belastung der Ressourcen kann von der Wahl der Ressource abhängen. Im vorhergehenden Beispiel ist es möglich, dass der Transport beim Einsatz von elektrischen Fahrzeugen

schneller abgeschlossen ist als beim Transport via Handwagen. Dadurch variiert die Ressourcenbelastung pro Ressource zwischen zwei Knoten für unterschiedliche Wege. Analog zum Abschnitt 2.4.4 werden diese Alternativen als eigene Transportwege verstanden.

2.4.6 Lagermengen und -bereiche

Werke verfügen in der Regel über viele Lagerbereiche mit unterschiedlichen Eigenschaften. Ist es nicht möglich und sinnvoll, Bedarfsmengen zeitlich unmittelbar durch Abrufe vom Lieferanten zu befriedigen, muss entschieden werden, wo die entsprechende Ware gelagert werden soll. Die Kapazitäten der Lager und ggf. die Kosten zur Ein- und Auslagerung sowie die kalkulatorischen Kosten der Lagerung beeinflussen diese Entscheidung.

Daher soll im Rahmen einer Materialflussplanung bestimmt werden, in welchem Lagerbereich welche Mengen gelagert werden. Entsprechend ist sicherzustellen, dass der Transport der Ware zu und von diesem Bereich möglich ist.

2.4.7 Anlieferprofile

Anlieferprofile definieren, in welchen Perioden ein Lieferant Waren zustellen darf. Im Vorfeld der Optimierung können für jeden Lieferanten mehrere Anlieferprofile erlaubt werden. Die tatsächliche Anlieferung des Materialflussplans muss genau einem dieser Anlieferprofile genügen.

3 Stand der Technik

Dieses Kapitel gibt eine Übersicht der unterschiedlichen Ansätze zur Ermittlung optimaler Bestellmengen und zur Auswahl der Transportwege. Soweit in der Literatur bereits diskutiert, werden Hinweise auf die praxisrelevanten, problemspezifischen Aspekte (s. Kapitel 2) gegeben.

Einstufige Losgrößenmodelle (s. Abschnitt 3.1) bilden die Basis für viele der aktuellen Modelle. Multi-Level-Erweiterungen der Losgrößenmodelle werden diskutiert, um sie von der vorliegenden Fragestellung abzugrenzen. Die Modelle der Bestellmengenplanung (s. Abschnitt 3.3) erweitern den Losgrößenansatz. Wiederbeschaffungsmodelle hingegen stellen eine eigene Modellklasse dar. Sie ermitteln optimale Bestellrhythmen, aus denen sich die tatsächlichen Bestellmengen ergeben (s. Abschnitt 3.4). Einige Aspekte der Fragestellung, insbesondere die Wahl des Transportweges, können jedoch von den genannten Modellgruppen nicht abgebildet werden. Das Netzwerkdesignproblem bietet einen Ansatz zur Lösung (s. Abschnitt 3.5).

Ausgewählte Planungssysteme, die zurzeit in der Praxis Verwendung finden, werden in Abschnitt 3.6 dargestellt. Sie speichern die problemspezifischen Daten und bieten somit die Basis zur Anwendung neuer Planungsmethoden.

3.1 Einstufige Losgrößenprobleme

Losgrößenprobleme wurden zur Steuerung der Produktion und Lagerhaltung entwickelt. Sie ermitteln die kostenoptimalen Zeitpunkte und Mengen der Produktion (vgl. [JD06]).

Die Problemklasse geht zurück auf die im Jahre 1958 von *Wagner und Whitin* entwickelten *Dynamic Version of the Economic Order Quantity* (vgl. [WW58]). Als *dynamisch* gelten die über die Zeit veränderlichen, aber im Vorfeld bekannten Bedarfsmengen der Produktion. In Betrachtung des vorliegenden Problems mit dynamischen Bedarfsmengen werden hier nicht-dynamische Modelle außer Acht gelassen. Losgrößenprobleme lassen sich grundlegend nach fünf Kriterien klassifizieren (vgl. [JD06]):

- Verwendung und Abbildung von Rüstkosten

- Charakteristik des Produktionsprozesses (ein- oder mehrstufig)
- Lagerhaltung und ihre Abbildung
- Bedarfsreihen (konstant oder dynamisch, deterministisch oder stochastisch)
- Zeithorizont (diskret oder kontinuierlich)

Die Berücksichtigung eines oder vieler Produkte mag ebenfalls als Kriterium geeignet sein, jedoch werden die Einproduktmodelle häufig als Spezialfälle der Mehrproduktmodelle aufgefasst.

Neben den grundlegenden Kriterien können Losgrößenmodelle durch ihre individuellen und praxisorientierten Erweiterungen unterschieden werden. Die folgenden Erweiterungen finden sich weitgehend in allen Klassen der Losgrößenoptimierung (vgl. [PW06]):

- Die Verwendung von Ressourcen zur Abbildung von Kapazitäten: Die zu produzierenden Produkte konkurrieren um die zur Produktion notwendigen Ressourcen.
- Diskrete Produktionsmengen: Die Produktionsmenge einer Periode entspricht 0 oder der maximalen Produktionsmenge.
- Nacherfüllung von Bedarfsmengen (Backlogging): Diese Erweiterung ermöglicht es, unter Berücksichtigung einer Strafgebühr, Bedarfsmengen erst in einer späteren Periode zu befriedigen.

Die Losgrößenprobleme haben ihren Ursprung in der Produktionsplanung. *Glaser* (vgl. [Gla73], S. 8ff.) schreibt, dass Probleme der Bestimmung von Losgrößen und Bestellmengen unter den in den klassischen Modellen unterstellten Annahmen dieselbe Struktur aufweisen und eine Übertragung damit möglich ist. Losgrößenprobleme eignen sich demnach auch zur Berechnung der optimalen Bestellmenge bzw. der optimalen Zahl der Bestellungen im Einkauf, der optimalen Fertigungsmenge oder zur Bestimmung der optimalen Liefermenge bzw. der optimalen Zahl der Lieferungen im Verkauf.

Viele der in dieser Arbeit untersuchten Planungsprobleme wurden erst nach der Arbeit von *Glaser* (1973) und unter anderen Annahmen formuliert. Deshalb müssen die Rahmenbedingungen der neueren Modelle erneut auf ihre Übertragbarkeit überprüft werden. Die *Übertragbarkeit* soll im Folgenden so verstanden werden, dass sich die generelle Struktur der Losgrößenmodelle mit den vorgestellten Rahmenbedingungen auch auf die Bestellmengenplanung anwenden lässt. Tabelle 3.1 listet die Rahmenbedingungen auf, die nach der Übertragung eine andere Bedeutung erhalten oder nicht übertragbar sind. *Günther* hat das kapazitierte Losgrößenmodell (*CLSP*, Capacitated Lot-sizing Problem) aus der Losgrößenplanung ebenfalls auf die Bestellmengenplanung übertragen (vgl. [Gün91a]). Kapazitäten

limitieren die in einer Periode durchführbaren Operationen und Lagerungen.¹ Die Ausdrücke *Bedarf* und *Nachfrage* werden häufig synonym verwendet. *Nachfrage* wird häufig im Zusammenhang mit Produktionsmodellen verwendet und stellt die gewünschten Mengen des Kunden dar, *Bedarf* entsprechend die von der Produktion angeforderten Mengen.

Losgrößenplanung	Bestellmengenplanung
Zielgrößen	
Min. der Anzahl an Rüstvorgängen	Min. der Anzahl der Bestellungen
Min. der Rüstzeit	Min. des gesamten Aufwandes bei eintreffenden Bestellungen
Max. der Ausbringungsmenge	Keine Übertragung möglich
Gleichmäßige Ressourcenausnutzung	Keine Übertragung möglich
Kosten	
Produktionskosten pro Einheit	Variable Bestellkosten
Rüstkosten pro Produktionslos	Fixe Bestellkosten
Sequenzabhängige Rüstkosten	Keine Übertragung möglich
Anzahl Produktionsstufen	
Einstufiges Modell ^a	Einstufiges Modell
Mehrstufiges Modell ^b	Keine Berücksichtigung
Vorlaufzeit (in mehrstufigen Modellen)	Wiederbeschaffungszeit (einstufig)
Losweitergabe (geschlossen/offen) ^c	Nur geschlossen

^a*Einstufig* bezeichnet die Eigenschaft, dass im Modell nur ein Produktionsprozess abgebildet wird.

^b*Mehrstufig* bezeichnet die Eigenschaft, dass im Modell ein Produkt mit seiner Erzeugnisstruktur und Zwischenprodukten abgebildet wird. Der Übergang vom Rohmaterial zum ersten Zwischenprodukt, zu nachfolgenden Zwischenprodukten und abschließend zum Endprodukt entspricht jeweils einer Stufe. (vgl. [TD93]).

^cBei der geschlossenen Losweitergabe darf nur ein komplettes Los an die nächste Fertigungsstufe übergeben werden (vgl. [BJ94], S. 154)

Tabelle 3.1: Übertragung der Rahmenbedingungen von der Losgrößenplanung zur Bestellmengenplanung

CLSP-Modelle können Kapazitäten und dynamische Bedarfsmengen berücksichtigen und sind daher interessant für den Einsatz in der Bestellmengenplanung. In den Tabellen 3.2 und 3.3 finden sich Modellerweiterungen des *CLSP* und weitere kapazitierte Losgrößenmodelle mit dynamischen Bedarfsmengen, die dem *CLSP*-Modell stark ähneln. Eine Erläuterung der verwendeten Darstellung findet sich in Anhang C. Weitere Details zur Klassifizierung können der Arbeit von *Meisner* entnommen werden (vgl. [Mei08]).

¹Kapazität sei hier als abstrakte Quantität in entsprechender Dimension verstanden. (vgl. *capacity* [PW06], S. 19ff. und 53)

CLSP	Problemkontext						Ressourcen						Kosten				Produktion					Mehrstufigkeit					
	Zielausrichtung(C,P)	PlanHor(1/N/∞/R)	Bucket(Big/Small)	Zeitskala(Dis/Kon)	InfoGrad(Det/Stoch)	Bedarf(Dyn/Stat)	LagerKap(Kap/∞)	ProdKap(Kap/∞)	ParallelMaschinen	Rüstzeit	SequenzRüstzeit	Produktionszeit	VarProdKosten	Lagerkosten	Rüstkosten	SequenzRüstKosten	Item(Single/Multi)	SetUp Carryover	Backlog/Stockout	Lost/Deter/Spoil	MinMaxProdSize	Level(Single/Multi)	Losweitergabe(B/O)	Erzeugnisstruktur	Vorlaufzeit	EchelonStock	
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	●	○	M	○	○	○	○	s	x	x	x	x	
Modellerweiterungen:																											
- Absi und Kedad-Sidhoum (2007) [AKS07]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	●	●	●	●	●	M	○	●	○	○	s	x	x	x	x		
- Absi und Kedad-Sidhoum (2008) [AKS08]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	●	○	M	○	●	○	○	s	x	x	x	x	
	C	1	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	●	○	M	○	●	○	○	s	x	x	x	x	
- Anily, Tzur und Wolsey (2007) [ATW07] (mit "batch"-Produktion und Rüstkosten für "batches")																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	●	○	M	●	●	○	○	s	x	x	x	x	
- Aras und Swanson (1982) [AS82] (mit Reihenfolgeplanung)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	○	●	○	○	M	○	○	○	○	s	x	x	x	x	
- Brandimarte (2006) [Bra06]																											
	C	N	B	D	S	D	∞	K	○	●	○	●	○	●	●	○	M	○	○	○	○	s	x	x	x	x	
- Denizel et al. (2007) [DASS07], Tempelmeier (2006), S. 166 [Tem06], Suerie (2005) [Sue05], Sueri und Stadler (2003) [SS03]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	○	●	●	○	M	●	○	○	○	s	x	x	x	x	
- Diaby et al. (1992) [DBKZ92a] und [DBKZ92b] (Zweites Modell mit begrenzten Überstunden)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	●	○	M	○	○	○	●	s	x	x	x	x	
- Dillenberger et al. (1994) [DEWZ94]																											
	C	N	B	D	D	D	K	K	●	●	●	○	●	●	○	M	●	●	○	●	s	x	x	x	x		
- Gopalakrishnan, Miller und Schmidt (1995) [GMS95]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	○	●	○	●	●	○	M	●	○	○	○	s	x	x	x	x	
- Gopalakrishnan (2000) [Gop00]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	●	●	○	●	●	●	M	●	○	○	○	s	x	x	x	x	
- Gutiérrez et al. (2008) [GSNCS08] (mit zeitvariierenden Lagerkapazitäten)																											
	C	N	B	D	D	D	K	∞	○	○	○	○	●	●	●	○	M	○	○	○	●	s	x	x	x	x	
- Haase (1996) [Haa96] (Rüstzustand bleibt über Leerperioden bestehen)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	○	○	●	○	●	●	●	M	●	○	○	○	s	x	x	x	x	

Tabelle 3.2: Klassifikationstabelle CLSP (Tabelle 1/2), Symbolbedeutung: abgebildet (●), nicht abgebildet (○), nicht zutreffend (x), eine rote Markierung weist Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell aus, weitere Symbole s. Anhang C

CLSP	Problemkontext						Ressourcen					Kosten				Produktion				Mehrstufigkeit							
	Zielausrichtung (C,P)	PlanHor (1/N/∞/R)	Bucket (Big/Small)	Zeitskala (Dis/Kon)	InfoGrad (Det/Stoch)	Bedarf (Dyn/Stat)	LagerKap (Kap/∞)	ProdKap (Kap/∞)	ParallelMaschinen	Rüstzeit	SequenzRüstzeit	Produktionszeit	VarProdKosten	Lagerkosten	Rüstkosten	SequenzRüstKosten	Item (Single/Multi)	SetUp Carryover	Backlog/Stockout	Lost/Deter/Spoil	MinMaxProdSize	Level (Single/Multi)	Losweitergabe (B/O)	Erzeugnisstruktur	Vorlaufzeit	EchelonStock	
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
Modellerweiterungen:																											
- Haase und Kimms (2000) [HK00] (Rüstzustand bleibt über Leerperioden bestehen)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	●	○	●	●	●	M	●	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Heuts (1992) [HSS92]																											
	C	R	B	D	D	D	K	K	○	●	●	○	●	●	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Hindi (1995) [Hin95]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	○	○	●	●	●	○	M	○	○	○	●	○	S	X	X	X	X	
- Kimms (1997) [Kim97] und Tempelmeier (2006), S.169 [Tem06]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	○	●	○	●	●	M	●	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Millar und Yang (1993) [MY93]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	○	○	●	●	●	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Millar und Yang (1994) [MY94]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	○	○	●	●	●	○	M	○	●	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Özdamar und Bozyel (2000) [OB00] (mit Überstunden-Erweiterung)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	●	○	●	○	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Quadt und Kuhn (2004) [QK08b] und (2005) [QK08a], [QK05] und Quadt (2004), S. 14 [Qua04]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	●	○	●	●	●	M	●	●	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Sambasivan und Yahya (2005) [SY05] (Produkte können an mehreren Standorten produziert werden; Bedarfe sind ortsgebunden; Transporte zwischen Standorten werden mit Kosten bestraft)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	●	●	○	●	●	●	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- de Souza und Armentano (1994) [DSA94] (mit beschränkter Überstundenkapazität)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	V	●	●	○	M	○	○	○	●	○	S	X	X	X	X
- Sox und Gao (1999) [SG99]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	●	●	○	M	●	○	○	○	○	S	X	X	X	X	
- Süer, Badurdeen und Dissanayake (2008) [SBD08] (Begrenzte Überstunden möglich; Produkte die nicht eigenständig produziert werden, müssen mit hohen Kosten von anderen Firmen erstellt werden)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	○	●	○	●	○	●	●	○	M	○	○	○	○	○	S	X	X	X	X

Tabelle 3.3: Klassifikationstabelle CLSP (Tabelle 2/2), Symbolbedeutung: abgebildet (●), nicht abgebildet (○), nicht zutreffend (x), eine rote Markierung weist Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell aus, weitere Symbole s. Anhang C

Das klassifizierte einstufige *CLSP*-Referenzmodell ist u. a. bei *Salomon* (vgl. [Sal91]) zu finden². Das *CLSP* kann auch als „Kürzeste-Wege-Problem“ (vgl. [EM87]) und als „Standortplanungsproblem“ (vgl. [Sta97] und [SS03]) modelliert werden.

Die Modellformulierung des *CLSP* (in Anlehnung an [KFGW03], S. 356) lautet wie folgt:

Indexmengen

$i \in \mathcal{I}$	Menge der Produkte
$t \in \mathcal{T}$	Menge der Perioden des Planungshorizontes

Parameter

R_t	Verfügbare Kapazität in Periode t
$d_{i,t}$	Nachfrage nach Produkt i in Periode t
$C_{i,t}$	Stückabhängige Produktionskosten von Produkt i in Periode t
$S_{i,t}$	Rüstkosten Produkt i in Periode t
$M_{i,t}$	Obere Schranke für die Produktionsmenge von Produkt i in Periode t , es gilt: $M_{i,t} = \sum_{t' \in \mathcal{T}: t' \geq t} d_{i,t'}$
a_i	Kapazitätsbelastung durch die Produktion einer Einheit von Produkt i
$h_{i,t}$	Lagerhaltungskosten für Produkt i zum Ende der Periode t

Entscheidungsvariablen

$X_{i,t}$	Produktionsmenge (Losgröße) von Produkt i in Periode t
$I_{i,t}$	Lagerbestand von Produkt i zum Ende der Periode t ($I_{i,1} = I_{i,T} = 0$)
$Y_{i,t}$	Binärvariable entspricht 1, wenn das Produkt i in Periode t produziert wird, sonst 0

Zielfunktion

$$\min Z = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (S_{i,t} \cdot Y_{i,t} + C_{i,t} \cdot X_{i,t} + h_{i,t} \cdot I_{i,t}) \quad (3.1.1)$$

Restriktionen

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} a_i \cdot X_{i,t} \leq R_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.1.2)$$

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \quad (3.1.3)$$

²Inhaltlich identische Modelle finden sich auch bei *Derstroff* (vgl. [Der95]) und *Tempelmeier* (vgl. [Tem06]).

$$X_{i,t} \leq M_{i,t} \cdot Y_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \quad (3.1.4)$$

$$Y_{i,t} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \quad (3.1.5)$$

$$I_{i,t}, X_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \quad (3.1.6)$$

Das *CLSP* gilt als „ein sehr schwieriges kombinatorisches Optimierungsmodell“ (vgl. [Tem06], S. 174) und ist daher in praxisrelevanten Problemgrößen nicht immer exakt lösbar. Zur Lösung wurden deshalb heuristische Verfahren entwickelt (vgl. [Tem06], S. 165 und S. 174). Genannt seien hier die Verfahren von *Dixon* (vgl. [DS81]), *Maes und Van Wassenhove* (vgl. [MVW86]) und *Maes* (vgl. [Mae87]) für ein- und mehrstufige Modelle, *Helber* (vgl. [Hel94]) für generelle Erzeugnis- und Prozessstrukturen, *Bahl* (vgl. [Bah83]) und *Bahl und Ritzman* (vgl. [BR84a] und [BR84b]), *Stadtler* (vgl. [Sta03]) und *Suerie und Stadtler* (vgl. [SS03]). *Diaby et al.* (vgl. [DBKZ92b]) klassifizieren Lösungsverfahren des *CLSP*. *Karimi, Fatemi Ghomi und Wilson* (vgl. [KFGW03] S. 370) geben eine umfangreiche Übersicht über *CLSP*-Algorithmen. *Levi et al.* (vgl. [LLS07]) stellen einen 2-Approximationsalgorithmus³ für das *CLSP* vor.

3.2 Mehrstufige kapazitierte Losgrößenprobleme

Eine Erweiterung des *CLSP* stellt das *MLCLSP* (Multi-Level Capacitated Lot-sizing Problem, mehrstufiges kapazitiertes Losgrößen-Problem) dar. Im Folgenden findet sich eine Formulierung des Modells (vgl. [Ros03]).

Das *MLCLSP* wurde zur Abbildung der Herstellung mehrstufiger Produkte entworfen. Der Aufbau der Produkte kann unterschiedlichen Strukturen folgen. Eine Aufbaustruktur definiert, in welcher Abhängigkeit und Menge Komponenten zu einem Produkt zusammengebaut werden. Das *MLCLSP* eignet sich zur Berechnung aller in Abbildung 3.1 dargestellten Strukturen.

Es existieren unterschiedliche Notationen des *MLCLSP*. Die hier vorgestellte Variante wird in dieser Form oder mit geringen Abweichungen von *Derstroff* (vgl. [Der95]), *Rossi* (vgl. [Ros03]), *Stadtler* (vgl. [Sta96], [Sta97]), *Tempelmeier* (vgl. [TD93]) sowie *Pochet und Wolsey* (vgl. [PW06]) verwendet. Zur Lösung von Fragestellungen, die nur die Erzeugnisstrukturen seriell, konvergierend oder divergierend verwenden, sind spezielle Algorithmen verfügbar (vgl. [Ros03], Kapitel 4).

³Im Gegensatz zu Heuristiken garantieren Approximationsalgorithmen eine Mindestqualität der Lösung (*approximation ratio*) (vgl. [CLRS01], S. 1022ff., [Sip06], S. 372f. und [Hoc97], S. XVf.).

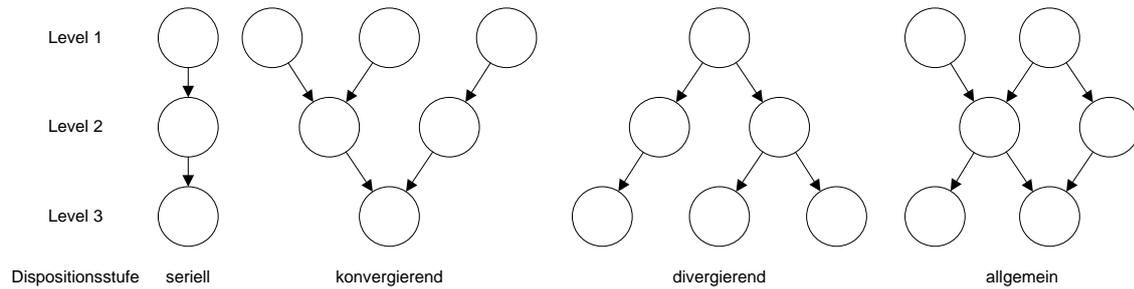


Abbildung 3.1: Abbildbare Erzeugnisstrukturen des *MLCLSP* (vgl. [Der95], S. 21)

Das *MLCLSP* ist geeignet, einen kostenoptimalen Produktionsplan für \mathcal{K} Produkte über \mathcal{T} Makroperioden zur Befriedigung eines vorgegebenen Bedarfes $d_{k,t}$ zu bestimmen. Dabei berücksichtigt das Modell die Abhängigkeiten der Vor-, Zwischen- und Endprodukte (N_k). Einheiten eines Produktes können nur gefertigt werden, wenn die benötigten Vorprodukte ausreichend (Produktionskoeffizient $a_{k,i}$) vorhanden sind. Darüber hinaus bildet das Modell Ressourcen \mathcal{J} mit beschränkten Kapazitäten ($b_{j,t}$) ab, die durch die Herstellung einer Einheit (tp_k) und notwendige Rüstzeiten (ts_k) belastet werden. Ressourcen dürfen nicht über ihre Kapazität hinaus in Anspruch genommen werden. Die Lagerung von Produkten ist möglich. Je Einheit und Periode werden Kosten (h_k) veranschlagt.

Der resultierende Produktionsplan beschreibt die in jeder Periode zu produzierende Menge jedes Produktes ($q_{k,t}$). Der Lagerbestand jedes Produktes zum Ende einer Periode ($y_{k,t}$) und die notwendigen Rüstvorgänge je Produkt und Periode ($\gamma_{k,t}$) werden ebenfalls bestimmt.

Indexmengen

$k \in \mathcal{K}, i \in \mathcal{I}$	Menge der Produkte
$j \in \mathcal{J}$	Menge der Ressourcen
$t \in \mathcal{T}$	Menge der Perioden des Planungshorizontes

Parameter

$a_{k,i}$	Anzahl der Einheiten von Produkt k , die benötigt werden, um eine Einheit von Produkt i herzustellen
$b_{j,t}$	Verfügbare Kapazität der Ressource j in Periode t
M	Hinreichend große Zahl („Big-M“)
$d_{k,t}$	Externer Bedarf (Nachfrage) von Produkt k in Periode t
h_k	Lagerkosten je Periode und Einheit von Produkt k

K_j	Menge der Produkte, bei deren Herstellung Ressource j beansprucht wird
N_k	Menge der unmittelbaren Folgeprodukte von Produkt k
s_k	Rüstkosten für Produkt k
tp_k	Produktionszeit pro Einheit von Produkt k
ts_k	Rüstzeiten für die Umstellung auf Produkt k
z_k	Vorlaufzeit je Einheit von Produkt k

Entscheidungsvariablen

$q_{k,t}$	Produktionsmenge (Losgröße) von Produkt k in Periode t
$y_{k,t}$	Lagerbestand von Produkt k zum Ende der Periode t
$\gamma_{k,t}$	Rüstvariable zur Rüstung von Produkt k in Periode t (binär)

Zielfunktion

$$\min Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (s_k \cdot \gamma_{k,t} + h_k \cdot y_{k,t}) \quad (3.2.1)$$

Restriktionen

$$d_{k,t} = y_{k,t-1} + q_{k,t-z_k} - \sum_{i \in N_k} (a_{k,i} \cdot q_{i,t}) - y_{k,t} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2.2)$$

$$b_{j,t} \geq \sum_{k \in K_j} (tp_k \cdot q_{k,t} + ts_k \cdot \gamma_{k,t}) \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2.3)$$

$$0 \geq q_{k,t} - M \cdot \gamma_{k,t} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2.4)$$

$$0 \leq q_{k,t}, y_{k,t} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2.5)$$

$$\gamma_{k,t} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2.6)$$

$$y_{k,0} = y_{k,T} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.2.7)$$

Tempelmeier (vgl. [Tem06], S. 286ff.) stellt Algorithmen zur Lösung mehrstufiger Modelle vor. *Quadt und Kuhn* (vgl. [QK07]) klassifizieren Lösungsansätze für mehrstufige Modelle mit einer oder mehreren Maschinen auf den einzelnen Produktionsstufen.

Die allgemeinen und komplexen Erzeugnisstrukturen (s. Abbildung 3.1) ähneln in ihrer Darstellung dem typischen Materialflussnetzwerk der Zulieferungslogistik. Das Flussnetzwerk ist ebenfalls zyklonfrei. Jedem Knoten können beliebig viele Ein- und Ausgangskanten zugeordnet werden. Der Abfluss von Produkteinheiten aus Knoten ohne Eingangskanten

stellt den Materialbedarf dar. Der Zugang von Einheiten bei Knoten ohne Ausgangskanten entspricht dem Ausfluss des Systems, der geeignet ist den vorgegeben Bedarf zu decken.

MLCLSP	Problemkontext						Ressourcen						Kosten				Produktion					Mehrstufigkeit					
	Zielausrichtung(C,P)	PlanHor(1/N/∞/R)	Bucket(Big/Small)	Zeitskala(Dis/Kon)	InfoGrad(Det/Stoch)	Bedarf(Dyn/Stat)	LagerKap(Kap/∞)	ProdKap(Kap/∞)	ParallelMaschinen	Rüstzeit	SequenzRüstzeit	Produktionszeit	VarProdKosten	Lagerkosten	Rüstkosten	SequenzRüstKosten	Item(Single/Multi)	Set Up Carryover	Backlog/Stockout	Lost/Deter/Spoil	MinMaxProdSize	Level(Single/Multi)	Losweitengabe(B/O)	Erzeugnisstruktur	Vorlaufzeit	EchelonStock	
	C	N	B	D	D	D	∞	K	o	•	o	•	o	•	•	o	M	o	o	o	o	s	x	x	x	x	
Modellerweiterungen:																											
- Billington, McClain und Thomas (1986) [BMT86]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	o	•	o	•	o	•	•	o	M	o	o	o	o	M	B	A	•	•	
- Clark (2002) [Cla02]																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	•	•	•	•	o	•	o	o	M	o	•	o	o	M	B	A	o	•	
- Helber (1995) [Hel95] (kritische Ressourcen werden wie im Ausgangsmodell in Big-Buckets modelliert; unkritische Ressourcen werden hingegen in Small-Buckets dargestellt)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	o	•	o	•	o	•	•	o	M	o	o	o	o	M	B	A	•	o	
- Prentis und Khumawala (1989) [PK89] (mit Bestellmengenplanung auf erster Stufe inkl. Stufenrabatte und Kapazitätsbeschränkung; Überstunden werden berücksichtigt)																											
	C	N	B	D	D	D	∞	K	o	o	o	•	•	•	•	o	M	o	o	o	•	M	B	A	•	o	

Tabelle 3.4: Klassifikationstabelle *MLCLSP*, Symbolbedeutung: abgebildet (•), nicht abgebildet (o), nicht zutreffend (x), eine rote Markierung weist Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell aus, weitere Symbole s. Anhang C

Das *MLCLSP* verfügt über Eigenschaften, die eine Übertragung auf die vorliegende Logistikanwendung verhindern: Bei der durch das *MLCLSP* abgebildeten Produktion wird davon ausgegangen, dass bei der Herstellung einer Produkteinheit genau die durch den Produktionskoeffizienten vorgegebene Anzahl von Vorgängerprodukten verbaut wird. Die Erzeugnisstruktur, entsprechend der *Bill of Material* (BOM), muss zur Verwendung des Modells als Eingabe vorliegen. In der Übertragung bedeutet dies, dass der Weg der Ware in der Logistikfragestellung als Eingabedaten zur Verfügung stehen müsste und kein Freiheitsgrad ist.

Der zweite Aspekt betrifft alternative Wege: In einem Materialflussnetz ist unerheblich, über welche Kante Material in die Knoten eingeführt wird. Der Fluss der Ware, oder die Verwendung der Kanten, ist Entscheidungsgröße und wird nicht durch die Eingabe vorbestimmt. Hier beschreiben Kanten mögliche Wege. Im Gegensatz dazu würde bei der

Verwendung des *MLCLSP* ein Fluss über jede Eingangskante notwendig sein, um einen Ausfluss des Knotens zu ermöglichen.

3.3 Bestellmengenprobleme

Losgrößenmodelle zur Bestellmengenplanung modellieren dynamische Bedarfsverläufe (i.d.R. der Produktion) und berücksichtigen kapazitierte Ressourcen. Das *CLSP_{Beschaffung}* kann wie das *CLSP* aus der Losgrößenplanung auch als „Kürzeste-Wege-Problem“ und als „Standortplanung“ (vgl. [Tem06], S. 362 und [RA02], S. 51ff.) modelliert werden.

Für die Losgrößenmodelle zur Bestellmengenplanung existieren weniger Modellerweiterungen und zugehörige Lösungsvorschläge als für die Modelle der Losgrößenplanung. Dies ist der Spezialisierung zuzurechnen. Die Erweiterungen des *CLSP_{Beschaffung}* durch die zusätzliche Berücksichtigung von Rabatten, Lieferantenauswahl etc. lassen die Modellstruktur sehr komplex werden (vgl. [RA02], S. 11) und erhöhen dadurch die Lösungszeiten stark.

Die Modellformulierung des *CLSP_{Beschaffung}* lautet (mit geringfügigen Änderungen entnommen aus [RA02], S. 48ff.):

Indexmengen

$j \in \mathcal{J}^H$	Menge der Handlingressourcen
$j \in \mathcal{J}^L$	Menge der Lagerressourcen
$j \in \mathcal{J}^{S^l}$	Menge der Lieferantenressourcen des Lieferanten l
$k \in \mathcal{K}$	Menge der Produkte
$k \in \mathcal{K}^l$	Menge der Produkte, die Lieferant l liefert
$l \in \mathcal{L}$	Menge der Lieferanten
$l \in \mathcal{L}^k$	Menge der Lieferanten, die Produkt k liefern
$r \in \mathcal{R}_{k,t}^l$	Menge der Rabattstufen, die Lieferant l für Produkt k in Periode t anbietet, $\mathcal{R}_{k,t}^l = \{1..n\}$, $n = \mathcal{R}_{k,t}^l $
$t \in \mathcal{T}$	Menge der Planungsperioden, $\mathcal{T} = \{1..m\}$, $m = \mathcal{T} $

Parameter

$a_{k,t}^l$	Gültige Lieferperioden von Lieferant l zur Lieferung von Produkt k
$b_{j,t}$	Kapazität der Handlingressource j in Periode t
$b_{j,t}^l$	Kapazität der Lieferantenressource j bei Lieferant l

CLSP <i>Beschaffung</i>	Problemkontext						Ress.			Kosten				Lieferanten				Transport				BeschOrte					
	Zielausrichtung(C,P)	PlanHor(1/N/∞/R)	Bucket(Big/Small)	Zeitskala(Dis/Kon)	InfoGrad(Det/Stoch)	Bedarf(Dyn/Stat)	LagerKap(Kap/∞)	Fahrzeuge($\frac{K}{V}$ / $\frac{\infty}{V}$ / ∞)	Ladung(FTL/LTL/∞)	VarBestKost(K/V/∞)	FixBestellKosten	Lagerkosten	Transportkosten	Item(Single/Multi)	AnzLief(Single/Multi)	Persp(Buyer/BS/Supp)	MinMaxBestellSize	Rabatt(Block/Stufen)	WiedBZeit(K/V/∞)	Lieferrückstand	Lost/Deter/Spoil	AlternTransporte	ZuliefNetz(D/R)	AnzOrte(Single/Multi)	Depotsystem(R/DR)	Bedarf(Ident/Unter)	LagerK(Ident/Unter)
	C	N	B	D	D	D	K	∞	∞	K	•	•	○	M	S	B	○	X	∞	○	○	○	D	S	X	X	X

Modellerweiterungen mit kapazitiertem Lager:

- Häselbarth und Scholl (2003) [HS03] (Bestellmengenplanung für Luxusgüter)

C	N	B	D	D	D	K	∞	∞	V	•	•	○	S	S	B	○	X	∞	○	•	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Liu (2008) [Liu08] (Nach jeder Periode muss die Lagermenge zwischen einer Unter- und Obergrenze liegen)

C	N	B	D	D	D	K	∞	∞	V	•	•	○	S	S	B	○	X	∞	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Reith-Ahlemeier (2002) [RA02] (Berücksichtigt Händler, die nicht jede Periode liefern können)

C	N	B	D	D	D	K	∞	∞	V	•	•	○	M	M	B	•	$\frac{B}{S}$	K	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Stadler (2007) [Sta07] (Berücksichtigung von Handlings- und beschränkter Lieferantenkapazitäten)

C	N	B	D	D	D	K	∞	∞	V	•	•	○	M	M	B	•	$\frac{B}{S}$	∞	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Modellerweiterungen mit kapazitierten Transporten:

- Ahn und Seo (2005) [AS05] (mit unterschiedlichen Containergrößen und fixen Transportkosten)

C	N	B	D	D	D	∞	$\frac{\infty}{K}$	L	○	○	•	•	M	S	B	•	X	K	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	--------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Anily und Tzur (2006) [AT06] (Alle Produkte haben dasselbe Gewicht/Volumen)

C	N	B	D	D	D	∞	$\frac{\infty}{K}$	L	○	•	•	•	M	S	B	○	X	∞	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	--------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Hill und Galbreth (2008) [HG08] (Lieferung erfolgt über ein Depot mit begrenzter Kapazität; es entstehen fixe Kosten für die FTL-Belieferung des Depots von der Fabrik aus - die Belieferung der Händler erfolgt in LTL-Transporten mit sogenannten MAUD-Kosten; Transportmengenrabatte für große Lieferungen)

C	N	B	D	D	D	K	$\frac{\infty}{K}$	$\frac{F}{L}$	○	○	•	•	S	S	S	○	S	∞	○	○	○	D	M	D	U	X
---	---	---	---	---	---	---	--------------------	---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Jaruphongsa, Çetinkaya und Lee (2005) [JÇL05] (Auswahl zwischen zwei Lieferanten mit unterschiedlichen Beschaffungsarten - drei vorgestellte Modellvarianten; Berücksichtigung von einer Containergröße)

C	N	B	D	D	D	∞	$\frac{\infty}{K}$	L	K	•	•	•	S	M	B	○	X	∞	○	○	•	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	--------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Jaruphongsa und Lee (2008) [JL08] (wenn eine Lieferung in einem festgelegten Zeitfenster ankommt, so fallen keine Lagerhaltungskosten an; Berücksichtigung von einer Containergröße)

C	N	B	D	D	D	∞	$\frac{\infty}{K}$	L	V	•	•	•	S	S	B	○	X	K	○	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	--------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Martel, Diaby und Boctor (1995) [MDB95]

C	N	B	D	S	D	∞	$\frac{K}{K}$	L	V	•	•	○	M	S	B	•	X	K	•	○	○	D	S	X	X	X
---	---	---	---	---	---	---	---------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabelle 3.5: Klassifikationstabelle *CLSP* *Beschaffung*, Symbolbedeutung: abgebildet (•), nicht abgebildet (○), nicht zutreffend (x), eine rote Markierung weist Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell aus, weitere Symbole s. Anhang C

$d_{k,t}$	Bedarfsmenge des Produktes $k \in \mathcal{K}$ in Periode t
$f_{k,t}^{l,r}$	Sockel der variablen Bestellkosten in Periode t durch eine Bestellung von Produkt k bei Lieferant l in Rabattstufe r
$g_{k,t}^{l,r}$	obere Rabattstufengrenze der Preisstufe r für Produkt k bei Lieferant l in Periode t (mit $g_{k,t}^{l,0} = 0$)
h_k	Lagerkostensatz für Produkt k
mb_t^l	Produktübergreifende Mindestabnahmemenge bei Lieferant l in Periode t
$p_{k,t}^{l,r}$	Einstandspreis für Produkt k bei Lieferant l in Periode t und Rabattstufe r
$s_{k,t}^l$	Fixe Bestellkosten durch eine Bestellung des Produktes k bei Lieferant l , die in Periode t eintrifft
S_t^l	Fixe Bestellkosten, die durch eine in Periode t eintreffende Bestellung bei Lieferant l anfallen
$v_{k,t}^{l,r}$	Rabattstufenbezogener Bestandteil der variablen Bestellkosten bei einer Bestellung des Produktes k bei Lieferant l in Rabattstufe r , mit eintreffender Bestellung in Periode t
$\omega_{j,t}$	Kapazität der Lagerressource $j \in \mathcal{J}^L$ in Periode t
z_k^l	Lieferzeit des Lieferanten l für das Produkt k

Entscheidungsvariablen

$q_{k,t}^{l,r}$	Beschaffungsmenge des Produktes k bei Lieferant l in Periode t , die der Rabattstufe r zuzuordnen ist
$tb_{j,k}$	Beanspruchung der Handlingressource $j \in \mathcal{J}^H$ durch eine Einheit des Produktes k
$tb_{j,k}^l$	Beanspruchung der Lieferantenressource $j \in \mathcal{J}^{S^l}$ bei Lieferant l durch eine Einheit des Produktes k
$tw_{j,k}$	Beanspruchung der Lagerressource $j \in \mathcal{J}^L$ durch Lagerung einer Einheit des Produktes k
$y_{k,t}$	Lagerbestand an Produkt k in Periode t
α_t^l	Binäre Bestellvariable für Bestellungen bei Lieferant l in Periode t , $\alpha_t^l \in \{0, 1\}$
$\gamma_{k,t}^{l,r}$	Binäre Bestellvariable für Bestellungen des Produktes k in Periode t bei Lieferant l in Rabattstufe r , $\gamma_{k,t}^{l,r} \in \{0, 1\}$

Zielfunktion

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{\mathcal{K}} \sum_{\mathcal{T}} h_k \cdot y_{k,t} \\ & + \sum_{\mathcal{K}} \sum_{\mathcal{T}} \sum_{\mathcal{L}} \sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} \left[(s_{k,t}^l + f_{k,t}^{l,r}) \cdot \gamma_{k,t}^{l,r} + p_{k,t}^{l,r} \cdot v_{k,t}^{l,r} \right] \\ & + \sum_{\mathcal{T}} \sum_{\mathcal{L}} S_t^l \cdot \alpha_t^l \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Restriktionen

$$y_{k,t-1} - y_{k,t} + \sum_{\mathcal{L}^k} \sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} q_{k,t}^{l,r} = d_{k,t} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.2)$$

$$q_{k,t}^{l,r} \leq g_{k,t}^{l,r} \cdot \gamma_{k,t}^{l,r} \quad \forall l \in \mathcal{L}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, r \in \mathcal{R}_{k,t}^l \quad (3.3.3)$$

$$q_{k,t}^{l,r} \geq (g_{k,t}^{l,r-1} + 1) \cdot \gamma_{k,t}^{l,r} \quad \forall l \in \mathcal{L}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, r \in \mathcal{R}_{k,t}^l \quad (3.3.4)$$

$$\sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} \gamma_{k,t}^{l,r} \leq a_{k,t}^l \quad \forall l \in \mathcal{L}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.5)$$

$$q_{k,t}^{l,r} = 0 \quad \begin{array}{l} \forall l \in \mathcal{L}, k \in \mathcal{K}, \\ t \in \mathcal{T} : t \leq z_k^l, r \in \mathcal{R}_{k,t}^l \end{array} \quad (3.3.6)$$

$$\sum_{\mathcal{K}} tb_{j,k} \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}^k} \sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} q_{k,t}^{l,r} \leq b_{j,t} \quad \forall j \in \mathcal{J}^H, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.7)$$

$$\sum_{\mathcal{K}^l} tb_{j,k}^l \cdot \sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} q_{k,t}^{l,r} \leq b_{j,t}^l \cdot \alpha_t^l \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{J}^{S^l}, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.8)$$

$$\sum_{\mathcal{K}^l} \sum_{\mathcal{R}_{k,t}^l} q_{k,t}^{l,r} \geq mb_t^l \cdot \alpha_t^l \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.9)$$

$$\sum_{\mathcal{K}} tw_{j,k} \cdot y_{k,t} \leq \omega_{j,t} \quad \forall j \in \mathcal{J}^L, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.10)$$

$$v_{k,t}^{l,r} = q_{k,t}^{l,r} - g_{k,t}^{l,r-1} \cdot \gamma_{k,t}^{l,r} \quad \forall l \in \mathcal{L}, k \in \mathcal{K}, r \in \mathcal{R}_{k,t}^l, t \in \mathcal{T} \quad (3.3.11)$$

$$y_{k,0}, y_{k,t} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} : t = |\mathcal{T}| \quad (3.3.12)$$

Jaruphongs et al (vgl. [JCL05]) waren im Jahr 2005 nach eigener Aussage die Ersten, die in einem Modell unterschiedliche Beschaffungsarten von zwei Lieferanten zusammen mit Frachtkapazitätsüberlegungen im Fall mit deterministischen, aber über die Zeit dynamischen Bedarfsmengen aufgestellt haben. Insgesamt existieren nur wenige Ansätze mit integrierter Lieferantenauswahl in der dynamischen Planungssituation (vgl. [RA02], S. 11).

Tabelle 3.5 stellt bekannte Losgrößenmodelle zur Bestellmengenplanung mit praxisrelevanten Erweiterungen vor. Eine Erläuterung der verwendeten Darstellung findet sich im Anhang C. In Anlehnung an die Fragestellung wurden in die Darstellung nur Modelle übernommen, die dynamisch-deterministische Bedarfsmengen berücksichtigen und Kapa-

zitätsbeschränkungen der Lager und/oder Transportfahrzeuge erlauben. Der Planungshorizont sollte eine endliche Anzahl von Perioden in diskreter Zeitskala umfassen. Je Periode sind mehrere unterschiedliche Operationen erlaubt (Big Bucket). Es ist auffällig, dass die meisten der Modelle erst in den letzten Jahren entstanden sind.

3.4 Wiederbeschaffungsprobleme

Wiederbeschaffungsprobleme (Joint Replenishment Problem, *JRP*) ermitteln optimale Bestellzyklen von Produkten unter der Annahme deterministischer, konstanter Bedarfsmengen (vgl. [BLR04]). Für jedes Produkt wird die Frequenz bestimmt, mit der es bei den regelmäßigen Bestellungen berücksichtigt wird. Das Dynamic Joint Replenishment Problem (*DJRP*) erlaubt die Verwendung dynamischer Bedarfsmengen.

Die Modellformulierung des *DJRP* (vgl. [BLR04]) lautet:

Indexmengen

$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $n = \mathcal{I} $
$t \in \mathcal{T}$	Perioden

Parameter

S_t	Bestellkosten in Periode t
$s_{i,t}$	Produktspezifische Bestellkosten für Produkt i in Periode t
$h_{i,t}$	Lagerkosten einer Einheit von Produkt i in Periode t
$d_{i,t}$	Nachfrage / Bedarf von Produkt i in Periode t
$I_{i,0}$	Lagerbestand von Produkt i zu Beginn des Betrachtungszeitraums
M	Hinreichend große Zahl („Big-M“)

Entscheidungsvariablen

$I_{i,t}$	Lagerbestand von Produkt i am Ende der Periode t
$x_{i,t}$	Beschaffungsmenge von Produkt i in Periode t
$y_{i,t}$	Indikator für die Wiederbeschaffung von Produkt i in Periode t (binär), $y_{i,t} = 1$, wenn $x_{i,t} > 0$
z_t	Indikator für die Wiederbeschaffung mindestens eines Produktes in Periode t (binär)

Zielfunktion

$$\min Z = \sum_{\mathcal{T}} \left[S_t \cdot z_t + \sum_{\mathcal{I}} (s_{i,t} \cdot y_{i,t} + h_{i,t} \cdot I_{i,t}) \right] \quad (3.4.1)$$

Restriktionen

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} - d_{i,t} + x_{i,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I} \quad (3.4.2)$$

$$x_{i,t} \leq M y_{i,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I} \quad (3.4.3)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} y_{i,t} \leq n z_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.4.4)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} y_{i,t} \leq n z_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.4.5)$$

$$I_{i,t} \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I} \quad (3.4.6)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I} \quad (3.4.7)$$

$$y_{i,t} \in \{0, 1\} \quad \forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I} \quad (3.4.8)$$

$$z_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.4.9)$$

Das *DJRP* ähnelt in seiner Struktur dem *CLSP* sehr stark, zu beachten ist allerdings, dass die Menge der bestellten Produkte die Kosten nicht beeinflusst. Die Zielfunktion setzt sich aus den produktübergreifenden und -individuellen Bestellkosten sowie den Kosten der Lagerhaltung zusammen. Der Lagerbestand wird jedoch auf Basis der exakten Bestellmenge ermittelt.

Cha und Moon beschreiben ein *JRP* unter Verwendung von Rabattstrukturen (vgl. [CM05]). Allerdings berücksichtigt das zugrundeliegende Modell keine dynamischen Bedarfsmengen. Die zyklische Gestaltung der Wiederbeschaffung ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

3.5 Netzwerkdesignprobleme

Sucky bezeichnet eine Supply Chain als „ein unternehmensübergreifendes Wertschöpfungs-system, das eine Netzwerkstruktur aufweist“ (vgl. [Suc04], S. 77). *Vahrenkamp* (vgl. [Vah03]) beschreibt die besondere Eignung des Netzwerkkonzepts zur Abbildung von Flüssen in Logistiknetzwerken. Das Netzwerkdesign-Modell bietet sich daher als Abbildung der grundlegenden Problemstruktur an. Es bildet ein Mehrproduktflussnetzwerk ab und ist ge-

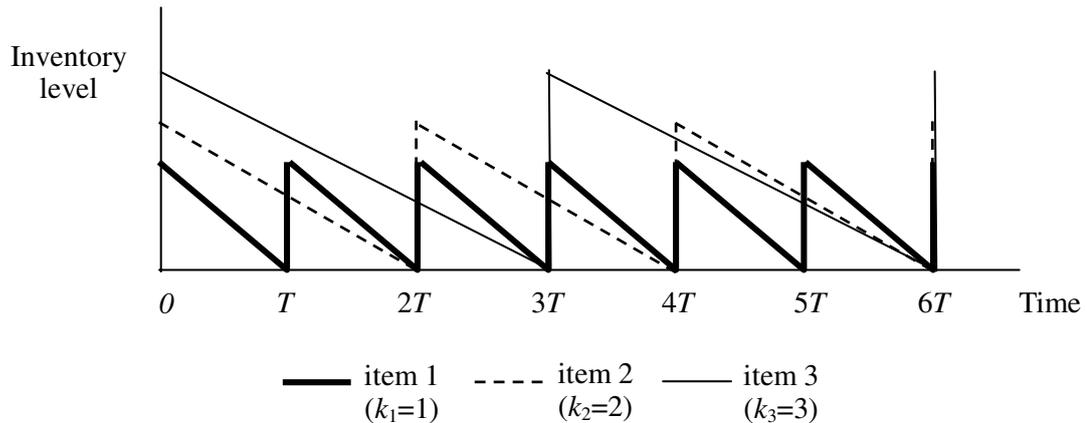


Abbildung 3.2: Zyklischer Verlauf der Wiederbeschaffung (entnommen aus [CM05])

eignet, sowohl durch das Wählen zu verwendender Kanten das Netzwerk zu entwerfen, als auch integriert auf diesem Netzwerk den kostenminimalen Fluss zu bestimmen. Grundsätzlich entspricht es damit der Struktur des vorgestellten Problems. Das Netzwerkdesign, die Auswahl zu verwendender Kanten, kommt an den Stellen zum Einsatz, wo flussmengenunabhängige Kosten verwendet werden, wie z. B. bei den Fixkosten durch die Bereitstellung eines Transportraums. Integriert wird der kostenminimale Fluss der Materialien von ihren Quellen, den Lieferanten, zu den Senken, den Verbauorten, bestimmt.

Netzwerkdesign-Formulierungen finden seit Dekaden Anwendung bei unterschiedlichen Fragestellungen aus den Bereichen IT-Netzwerke, Produktion und Fertigung, Telekommunikation und Transport (vgl. [Aro89]). Die folgende Darstellung entspricht der klassischen Formulierung des Netzwerkdesignproblems (vgl. [AMO93]) Eine ähnliche Formulierung findet ebenfalls Verwendung (vgl. [TS07]).

Das Netzwerk besteht aus Knoten $(i, j \in N)$ und Kanten $((i, j) \in A)$, die die Knoten verbinden. Jedes Produkt $k \in K$ hat genau eine Quelle (s^k) und eine Senke (d^k). Angebot und Nachfrage jedes Produktes k müssen identisch sein. Es gehen in die Zielfunktion sowohl die Kosten für die Netzwerkgestaltung ($f_{i,j}$) für jede verwendete Kante ($y_{i,j}$) und für den Fluss auf den Kanten ($x_{i,j}^k \cdot c_{i,j}^k$) ein. Der Bedarf wird als auf 1 normiert vorausgesetzt, entsprechend müssen die Kosten $c_{i,j}^k$ skaliert sein.

Die Modellformulierung des NDP ist (vgl. [AMO93], S. 627f.):

Indexmengen

$i, j \in \mathcal{N}$	Menge der Knoten
$(i, j) \in \mathcal{A}$	Menge der Kanten
$k \in \mathcal{K}$	Menge der Produkte

Parameter

$f_{i,j}$	Flussmengenunabhängige Verwendungskosten der Kante zwischen Knoten i und j
$c_{i,j}^k$	Kosten des Transports einer Einheit des Produktes k von Knoten i zu j

Entscheidungsvariablen

s^k	Quellknoten des Produktes k
d^k	Verbrauchknoten des Produktes k
$x_{i,j}^k$	Flussmenge des Produktes k von Knoten i zu j
$y_{i,j}$	Indikator der mengenunabhängigen Verwendung der Kante zwischen i und j (binär)

Zielfunktion

$$\min Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} (c_{i,j}^k \cdot x_{i,j}^k) + \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} (f_{i,j} \cdot y_{i,j}) \quad (3.5.1)$$

Restriktionen

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{A}} x_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{A}} x_{j,i}^k = \begin{cases} 1 & \text{wenn } i = s^k \\ -1 & \text{wenn } i = d^k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{K} \quad (3.5.2)$$

$$x_{i,j}^k \leq y_{i,j} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{K} \quad (3.5.3)$$

$$x_{i,j}^k \geq 0 \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A}, k \in \mathcal{K} \quad (3.5.4)$$

$$y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{A} \quad (3.5.5)$$

Diese Form des Netzwerkdesignproblems ist *NP-vollständig*⁴ (vgl. [JLRK77]). Als Erweiterung dieser klassischen Formulierung wird häufig das kapazitierte Netzwerkdesign-Problem (*Capacitated Network Design Problem, CNDP*) verwendet. Für dieses wurden unterschiedliche Lösungsansätze entwickelt. *Holmberg und Yuan* stellen ein Verfahren vor, das eine Lagrangeheuristik verwendet, die auf einem *B&B* basiert (vgl. [HY00]). Die Autoren *Bienstock et al.* beschreiben zwei Lösungsansätze für ein CNDP basiertes Problem mit mehrfach einfügbaren Kanten. Beide verwenden Schnittebenen zur Lösung (vgl. [BCST98]). *Bienstock* beschreibt ebenfalls einen Greedy-basierten Ansatz zur Bestimmung oberer Schran-

⁴Definition NP-vollständig vgl. [NN04], S. 376f. und [Sip06], S. 275ff.

ken, die den $B\&B$ unterstützen (vgl. [Bie99]). *Sellmann et al.* stellen ebenfalls einen $B\&B$ basierten Ansatz vor, der Schnittebenen in jeden Knoten des Branching-Baums einfügen kann (vgl. [SKK02]). Neben diesen Verfahren bietet sich der Einsatz von Metaheuristiken an (vgl. [Rot04], S. 15f.).

NDP (vgl. [Zan69])	Problemkontext						Ressourcen						Kosten				Produktion					Mehrstufigkeit				
	C	N	B	D	D	D	∞	∞	o	o	o	o	•	•	o	o	s	o	•	o	o	s	x	x	x	x
Zielausrichtung(C,P)																										
PlanHor(1/N/ ∞ /R)																										
Bucket(Big/Small)																										
Zeitskala(Dis/Kon)																										
InfoGrad(Det/Stoch)																										
Bedarf(Dyn/Stat)																										
LagerKap(Kap/ ∞)																										
ProdKap(Kap/ ∞)																										
ParallelMaschinen																										
Rüstzeit																										
SequenzRüstzeit																										
Produktionszeit																										
VarProdKosten																										
Lagerkosten																										
Rüstkosten																										
SequenzRüstKosten																										
Item(Single/Multi)																										
SetUp Carryover																										
Backlog/Stockout																										
Lost/Deter/Spoil																										
MinMaxProdSize																										
Level(Single/Multi)																										
Losweigerung(B/O)																										
Erzeugnisstruktur																										
Vorlaufzeit																										
EchelonStock																										

Modellerweiterungen:

- Zangwill (1969) [Zan69]

C	N	B	D	D	D	∞	∞	o	o	o	o	•	•	o	o	s	o	•	o	o	s	x	x	x	•
---	---	---	---	---	---	----------	----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Armentano et al. (1999) [AFDT99]

C	N	B	D	D	D	∞	K	o	o	o	o	•	•	•	o	M	o	o	o	o	s	x	x	x	x
---	---	---	---	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Chen (2005) [Che05] (mit Transportmodi und -wechselkosten)

C	N	B	D	D	D	∞	K	o	o	o	o	•	•	•	o	M	o	•	o	•	s	x	x	x	x
---	---	---	---	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabelle 3.6: Klassifikationstabelle NDP , Symbolbedeutung: abgebildet (\bullet), nicht abgebildet (\circ), nicht zutreffend (\times), eine rote Markierung weist Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell aus, weitere Symbole s. Anhang C

Tabelle 3.6 stellt einige Netzwerkdesign-Modellvarianten vor, die für Fragestellungen der Produktion und Logistik entwickelt wurden. Das Netzwerkdesignproblem wird nur selten zur Lösung operativer logistischer Fragestellungen verwendet. Die Ursache mag darin liegen, dass das Modell einperiodig ist und daher zeitlich nachfolgende Abläufe nicht abbilden kann. Bedingt durch den geringen Einsatz können an dieser Stelle keine Praxiserweiterungen genannt werden, die sich auf die oben genannte Fragestellung beziehen.

3.6 Planungssysteme

Die folgenden Abschnitte stellen Planungssysteme vor, die im Bereich der Disposition bereits eingesetzt werden. Es erfolgt ein Abgleich mit den in Kapitel 2 formulierten Anforderungen.

In der Praxis werden bereits vielseitige Planungssysteme eingesetzt. Die Entwicklung reicht bis in die siebziger Jahre zurück. Heutige Systeme sind komponentenbasiert aufgebaut und

unterstützen einige Planungs- und Dispositionsprozesse im Supply Chain Management. Die folgenden Abschnitte geben einen kurzen Einblick in Systeme, deren Einsatz die Planung von Materialflüssen unterstützen kann.

3.6.1 Material Requirements Planning

Die Aufgabe des *Material Requirements Planning* (*MRP*) ist die Generierung von Nettobedarfsmengen⁵ für alle vom *Master Production Schedule* (*MPS*) nicht berücksichtigten Produkte (vgl. [Pfo04], S. 156). Das Ergebnis des *MRP* fließt unmittelbar als Bedarfsplan mit entsprechenden Bedarfsmengen der Sachnummern in die Beschaffungsplanung (s. Abschnitt 2.1) ein.

Das ursprüngliche Konzept wurde von *Orlicky* erstmals zusammengefasst. *Orlicky* definiert ein *MRP*-System als Menge von logisch verwandten Prozeduren, Entscheidungsregeln und Daten bzw. Eingaben. Es ist geeignet, den *MPS* in Nettobedarfsmengen mit Zeitbezug zu transferieren und die Abdeckung der Bedarfsmengen zu planen (vgl. [Orl75], S. 21).

Die Berechnung des *MRP* sollte für die wichtigen Teile (typ. Klasse-A-Teile), nicht aber für die Engpassnummern, die vom *MPS* behandelt werden⁶, vorgenommen werden. Ebenfalls ist eine Berücksichtigung der Abhängigkeiten zwischen Ebenen des *Bill of Material* sinnvoll (vgl. [FMW08]).

Eine monolithische Verbindung des Planungsproblems für Endprodukte, entsprechend dem *MPS*, und den Zwischenprodukten, entsprechend dem *MRP*, zur simultanen Erstellung optimaler Produktions- und Einkaufspläne ist als „generic *MRP* Model“ bekannt (vgl. [PW06], S. 44f.).

Die Autoren *Pochet und Wolsey* (vgl. [PW06], S. 65) fassen zusammen, dass die vom *MRP* verwendeten Dekompositionsschemata zu einer erheblichen Einschränkung der Produktivität und Flexibilität führen und damit ein wesentliches Ziel guter Planungssysteme nicht erreichen.

3.6.2 Manufacturing Resource Planning

Der Ansatz des *Manufacturing Resource Planning* (*MRP II*) erweitert *MRP* durch Integration der taktischen und strategischen Planungsebene. Sie ermöglichen die Bestimmung

⁵Nettobedarfsmengen ergeben sich als abhängiger Bedarf aus dem Toplevel-Bedarf, dem *Bill of Material*, dem Lagerbestand und den geplanten Anlieferungen (vgl. [VBW92], S. 23).

⁶„Aufgrund des hohen Datenvolumens ist eine Konzentration auf Endprodukte und kritische Komponenten sowie auf Engpassressourcen unabdinglich“ (vgl. [RMW00], S. 12).

von Kapazitätsauslastungen (vgl. [PW06], S. 67f. und [Pfo04], S. 157) und beinhalten ein breites Portfolio unterschiedlicher Planungsansätze⁷.

3.6.3 Enterprise Resource Planning

Enterprise Resource Planning (ERP)-Systeme integrieren die unterschiedlichen Planungssysteme *MRP*, *MRP II* und *PPS*⁸. Der Vorteil dieser Integration besteht in einem konsolidierten, konsistenten Datenbestand für alle Bereiche eines Unternehmens. Sie unterstützen somit die fortschreitende Verbindung von betrieblichen Leistungsprozessen über die verschiedenen Funktionsbereiche (vgl. [Pfo04], S. 13). Eine Erstellung notwendiger Materialflüsse unter Berücksichtigung der Ressourcenkapazitäten ist nicht möglich.

3.6.4 Advanced Planning System

Advanced Planning Systems (APS) sind ausgereifere Planungssysteme zur Erstellung präziser Pläne zur Erfüllung der Produktionsvorgabe in vorgegebener Zeit über die gesamte Supply Chain hinweg (vgl. [Sta08c], S. 2). *APS* können auf Basis der Daten eines *ERP*-Systems Optimierungen der Güter- und Informationsflüsse vornehmen (vgl. [Pfo04], S. 13 und [Kal02], S. 47ff.).

Die *Supply Chain Planning Matrix (SCP-Matrix)*, vorgestellt von *Rohde et al.* (vgl. [RMW00]), beschreibt die Struktur der *Advanced Planning Systeme*. Die wesentlichen Charakteristika sind:

- Integrierte und globale Planung der gesamten Supply Chain
- Fokus auf die Optimierung
- Hierarchischer Planungsansatz

Diese Charakteristika werden in der Regel von *ERP*-Systemen nicht erfüllt. Jedoch kann *MRP*, bzw. das als *MRP II* um die Berücksichtigung von Kapazitäten erweiterte *MRP*, als Bestandteil von *APS* gesehen werden (vgl. [PW06], S. 69f.).

Ein Vorteil dieser Systeme gegenüber dem *MRP* ist die Berücksichtigung von Kapazitäten bei der Planung (vgl. [Sta08b], S. 215) und die Möglichkeit zur Ausnutzung von Rabatten (vgl. [Sta08b], S. 226). In Bezug auf das vorliegende Problem sei insbesondere die Unterstützung von *APS* bei der materialbedarfs- und netzwerkbezogenen Transportplanung (vgl. [Pfo04], S. 302) genannt. Es sei aber auch betont, dass sich die Planung hier, abweichend von der Fragestellung, auf eine zeitliche bzw. reihenfolgeorientierte Ebene bezieht.

⁷Eine Übersicht der Lotsizing-Ansätze geben *Drexl und Kimms* (vgl. [KD98]).

⁸Produktionsplanungssystem, vgl. [KS01], Kapitel IV.2

Kallrath und Maindl geben einen umfassenden Überblick über die Optimierungsmöglichkeiten mit SAP[®] (vgl. [KM06]).

3.6.5 Unterstützung durch die Methoden des Operations Research

Die Planung der Materialflüsse, insbesondere unter Berücksichtigung der vorgestellten Freiheitsgrade, wird durch die große Anzahl gültiger Lösungen sehr komplex. In diesen Fällen ist es nicht mehr möglich, die beste Lösung durch einfache Enumeration des Entscheidungsraums zu finden. Gegebenenfalls ist sogar schon das Finden einer gültigen Lösung – unabhängig von ihrer Qualität – sehr aufwendig. Hier ist es sinnvoll, Methoden des Operations Research (OR) zu verwenden, um die Lösungssuche zu unterstützen.

Im Folgenden wird eine nicht vollständige Auswahl von Methoden genannt, deren Verwendung bei der Lösung logistischer Fragestellungen erfolgreich war. Diese Auswahl soll nur als Einleitung dienen, auf weiterführende Literatur wird verwiesen.

Viele der Probleme im Bereich Logistik und Produktion lassen sich als lineares Programm (Linear Program, *LP*) formulieren. Ihre Besonderheit liegt in linearen Restriktionen und der linearen Zielfunktion. Ist mindestens eine Entscheidungsvariable des linearen Modells ganzzahlig oder binär, handelt es sich um ein gemischt-ganzzahliges Programm (Mixed Integer Program, *MIP*), bei ausschließlicher Verwendung von ganzzahligen Variablen um ein ganzzahliges Programm (Integer Program, *IP*). Alle in diesem Kapitel vorgestellten Modelle sind gemischt-ganzzahlig. *LP*s lassen sich mit dem *Simplex*- oder dem *Interior-Point*-Verfahren lösen, *MIP*s erfordern darauf aufbauende Verfahren wie *B&B*.

Exakte Lösungsmethoden sind geeignet, in endlich vielen Schritten, eine optimale Lösung zu finden (vgl. [Kal04], S. 14f. und [Sch08b], S. 48). Bei aufwendigen kombinatorischen Problemen können häufig nur heuristische nahezu-optimale Lösungen mit individuellen Algorithmen wie der lokalen Suche oder primalen⁹ Ansätzen gefunden werden (vgl. [FMW08], S. 83).

Ein Überblick der Methoden des Operations Research findet sich in den Werken von *Domschke und Drexl* (vgl. [DD05]) sowie *Suhl und Mellouli* (vgl. [SM06]). Spezielle Verfahren zur Optimierung in Netzwerken nennen die Autoren *Ahuja et al.* (vgl. [AMO93]) und *Bertsekas* (vgl. [Ber98]).

Lineare Programmformulierungen erlauben die Abbildung von Problemen, deren Zielfunktion und Restriktionen linear oder linearisierbar sind (vgl. [Chv83] und [DSV97], S. 38f.).

⁹vgl. auch [RA02], S. 96ff.

Eine gemeinsame Betrachtung eines kombinierten Ziels kann durch eine Gewichtung in der Zielfunktion oder eine Linearkombination mehrerer Zielfunktionen vorgenommen werden (vgl. [DSV97], S. 41f.). *Goalprogramming* ist ein alternativer Ansatz zur Berücksichtigung mehrerer Ziele (*Goals*) mit eigenen Prioritäten bei der Bestimmung einer optimalen Lösung. Die Abweichungen der Ziele in der Zielfunktion werden minimiert (vgl. [SM06], S. 119f.).

Ganzzahlige und kombinatorische Optimierung erlaubt nur die Verwendung ganzzahliger Entscheidungsvariablen. Gängige exakte Lösungsverfahren sind *Entscheidungsbaumverfahren*, wie vollständige Enumeration, *B&B* und weitere, und das *Schnittebenenverfahren*, darüber hinaus finden sich einige heuristische Ansätze (vgl. [DSV97], S. 38ff.).

Die Greedy-Methode ist ein heuristischer Lösungsansatz, der sukzessive Entscheidungen trifft, die nicht mehr revidiert werden dürfen. Jede Entscheidung verbessert die Zielfunktion. Kann kein weiterer Schritt zur Verbesserung der Zielfunktion durchgeführt werden, ohne dass eine Restriktion verletzt wird, endet das Verfahren (vgl. [SM06], S. 135f.).

Divide&Conquer löst ein Problem durch rekursive Unterteilung in leichter lösbare Unterprobleme. Diese Unterprobleme können entsprechend leichter *beherrscht* werden. Die Teillösungen werden dann zu einer Gesamtlösung zusammengesetzt (vgl. [SM06], S. 136f.).

Zur allgemeinen exakten Lösung der gemischt-ganzzahligen Modelle kann der Simplex-Algorithmus in Verbindung mit dem *Branch&Bound*-Algorithmus verwendet werden. Dabei wird zunächst auf Basis einer Relaxation des Originalproblems eine Lösung gesucht. Relaxierte Modelle ignorieren die Ganzzahligkeitsbedingungen, indem ganzzahlige und/oder binäre Variablen durch reelle Variablen ersetzt werden. Wenn diese Variablen in der gefundenen Lösung die Ganzzahligkeitsbedingung verletzen, wird das Problem für eine der Variablen geteilt und es werden neue Restriktionen eingefügt, damit die Bedingung der Ganzzahligkeit für diese Variable wieder hergestellt wird. Dieses Verfahren wird iterativ eingesetzt, bis die Lösung alle Ganzzahligkeitsbedingungen erfüllt.

Obwohl sich seit der Einführung des *LP*-basierten *Branch&Bound*-Algorithmus in den 1960er Jahren die prinzipielle Lösungstechnik für gemischt-ganzzahlige Probleme nicht verändert hat, ermöglichen die Weiterentwicklungen der letzten Jahrzehnte in den Bereichen Heuristiken, Presolve, Schnittebenen und weiteren, dass auch große Probleme mit Standardsoftware lösbar sind (vgl. [BFG⁺99] und [Bix02]). Detaillierte Beschreibungen der *MIP*-Lösungsmethoden finden sich bei *Nemhauser und Wolsey*, *Kallrath* und *Pochet und Wolsey* (vgl. [NW88], [Kal02] und [PW06]).

4 Handlungsbedarf

Dieses Kapitel fasst den aktuellen Stand der Technik (s. Kapitel 3) in Bezug auf die vorliegende Fragestellung der Materialflussplanung zusammen und leitet den resultierenden Handlungsbedarf zur Erstellung einer geeigneten Lösung der Fragestellung ab. Es bewertet die vorhergehend vorgestellten Modellierungs- und Lösungsansätze hinsichtlich ihrer Tauglichkeit zur Lösung des vorliegenden Problems. Es wird belegt, dass keine der bekannten Ansätze ausreichend ist, um das vorliegende Problem erschöpfend zu lösen. Im Gegenteil: Die Unterschiedlichkeit der Ansätze verhindert eine einfache Zusammenführung. Ausgehend von dieser Analyse wird der Handlungsbedarf definiert.

Die folgenden Abschnitte fassen die Anforderungen an ein neues Lösungsmodell (s. Abschnitt 4.1), mögliche Lösungsverfahren (s. Abschnitt 4.2) und die Benutzerschnittstelle (s. Abschnitt 4.3) zusammen.

4.1 Anforderungen an die formale Abbildung

In verschiedenen Ansätzen sind einzelne Aspekte der Fragestellung (s. Kapitel 2) in den letzten Jahren in der Forschung berücksichtigt worden. Kapitel 3 nennt diese Ansätze und deren Ergebnisse. Es wird deutlich, dass nur einzelne Aspekte der Fragestellung betrachtet wurden und keine gemeinsame Betrachtung aller notwendigen Aspekte realisiert wurde.

Die folgenden Abschnitte nennen die einzelnen Aspekte der Fragestellung und stellen sie in Beziehung zu den vorhandenen Ansätzen, um zu erläutern, wie diese in ein neues Konzept integriert werden können.

4.1.1 Transportkosten

Transportkosten unterliegen unterschiedlichen Strukturen (s. Abschnitt 2.3.3), die von mengenabhängigen Rabatten geprägt sind. Das Modell $CLSP_{\text{Beschaffung}}$ berücksichtigt Rabattstrukturen der Einkaufspreise (vgl. [RA02]). Der dort vorhandene Produktbezug der Rabattstufen als Einkaufsrabatte ist für die Anwendung auf die Fragestellung der Materialflussplanung unpassend, da entsprechend der Fragestellung bei Transporttarifen das

gesamte Transportgut, nicht einzelne Produkte, für die Rabattstufe bestimmend ist (s. Abschnitt 2.3.3).

4.1.2 Laderäume und Transportmodi

Jaruphongs *et al.* beschreiben die Verwendung von Transportmodi bei der Bestellmengenplanung (vgl. [JÇL05]). Diese Modi unterscheiden sich in den Rahmenbedingungen des Transportes, wie Vorlaufzeit und Größe des Laderaumes sowie Transport- und Rüstkosten. Das von den Autoren vorgestellte Modell betrachtet jedoch, im Gegensatz zum vorliegenden Problem des Mehrproduktfalls, nur den Einproduktfall. Eine einfache Übertragung des Ansatzes ist nicht möglich, da von *Jaruphongs et al.* die Kapazitäten der Laderäume in der Anzahl der Sachnummern gemessen werden. Durch die möglichen Kombinationen unterschiedlicher Produkte im Mehrproduktfall ist diese Vorabberechnung nicht möglich.

Anily und Tzur beschreiben ein Modell zum Transport unterschiedlicher Produkte in kapazitierten Laderäumen (vgl. [AT05]). Die Laderäume verfügen jedoch alle über eine konstante Kapazität und über Kosten ohne Rabattstruktur.

Beide genannten Ansätze sind alleinstehend für die Lösung der vorliegenden Fragestellung nicht geeignet. Ein hinreichender Lösungsansatz muss sowohl die Eigenschaften der Laderäume als auch die unterschiedlichen Kostenstrukturen der Transportmodi berücksichtigen.

4.1.3 Alternative Wege mit individuellen Kosten und Kostentreibern

Der Sachverhalt der Materialflussplanung erfordert die Betrachtung alternativer Transportwege und -routen. Jeder dieser Wege kann die Verwendung unterschiedlicher Einsatzmittel zur Bewältigung erfordern. Die Kostentreiber zur detaillierten Abbildung der Abläufe der Materialflussplanung sind vielfältig und gehen deutlich über die, aus der Literatur bekannten, Stück-, Los- und Designkosten hinaus. Kein Ansatz aus der Literatur umfasst annähernd die geforderten Kostentreiber. Alternative Wege werden hingegen durch das Netzwerkdesignproblem abgebildet, jedoch nur unter Verwendung der Stück- und Designkostentreiber.

4.1.4 Mehrperiodischer Betrachtungszeitraum

Die Fragestellung erfordert die Betrachtung eines mehrperiodischen Planungshorizontes. Diesem entsprechen die Losgrößenmodelle und Wiederbeschaffungsmodelle, nicht jedoch das Netzwerkdesignproblem.

4.1.5 Ressourcen und Kapazitäten

Viele der vorgestellten Modelle berücksichtigen vorhandene Kapazitätsbeschränkungen nicht explizit. Das $CLSP_{\text{Beschaffung}}$ erlaubt zumindest die Beschränkung der Lager-, Handlingressourcen und der Lieferantenkapazität (vgl. [RA02], S. 47ff.). Transportkapazitäten werden jedoch nicht explizit abgebildet. Hier besteht Bedarf, ein grundlegendes Konzept zur Abbildung der unterschiedlichen Ressourcen und ihrer beschränkten Kapazitäten zu entwickeln.

Die in den vorgestellten Modellen zugrunde liegenden linearen Kostenzusammenhänge zwischen der Anzahl der durchgeführten Operationen und den resultierenden Kosten basieren auf der Annahme, dass die Ressourcen zu einem konstanten Satz ausgelastet sind und sich der Auslastungsgrad nicht signifikant durch eine Verringerung oder Erhöhung der Anzahl der Tätigkeiten verändert – entsprechend einer linearen Skalierung der Kosten. Diese Annahme entspricht nicht der Fragestellung, die eine Aufhebung des linearen Zusammenhangs erfordert (s. Abschnitt 2.3.1).

4.1.6 Ladungsträger

Die Verwendung unterschiedlicher Ladungsträger wird in der Literatur bislang nicht diskutiert. Dies gilt für sortenrein und gemischt beladene Ladungsträger. Dementsprechend findet sich ebenfalls kein Ansatz zur Abbildung von Umpackprozessen, dem Wechsel zwischen Ladungsträgern. Die verwendeten Ladungsträger haben Einfluss auf die resultierenden Kosten der Logistikprozesse, insbesondere der Transporte. Daher müssen diese bei der Optimierung der Materialflüsse berücksichtigt werden.

4.2 Anforderungen an die Lösungsverfahren

Für den Einsatz in der Praxis werden neben den inhaltlichen weitere Anforderungen an mögliche Lösungsverfahren gestellt. Diese gehen aus dem Einsatzumfeld, weniger aus der Fragestellung hervor.

4.2.1 Laufzeit

Für alle in diesem Kapitel referenzierten Modellierungsansätze existieren Lösungsverfahren. Auffällig ist, dass diese Verfahren nur auf – nach Praxismaßstäben – kleinen Instanzen angewendet wurden, die häufig synthetisch generiert wurden. *Stadtler* (vgl. [Sta07]) weist explizit auf den Umstand, dass die Optimierung von Praxisinstanzen im Gegensatz

zu synthetischen Instanzen vergleichbarer Größe deutlich zeitintensiver ist. Es ist zu erwarten, dass die bekannten Lösungsansätze auf praxisrelevanten Instanzen verhältnismäßig hohe Laufzeiten und gegebenenfalls schlechtere Ergebnisse erzeugen.

Unter Bewertung der unterschiedlichen Ansätze bleibt die Vermutung, dass der Ansatz der ganzzahligen Optimierung bei Instanzen der angestrebten Größe, von über tausend Sachnummern, keine gute Lösung in hinreichender Lösungszeit finden wird. Hier besteht Forschungsbedarf hinsichtlich der Maßnahmen, die die Ermittlung guter Lösungen beschleunigen.

4.2.2 Detaillierungsgrad

Der Detaillierungsgrad des zu optimierenden Ausgangsproblems kann mit dem breiten Spektrum an berücksichtigten Fragestellungen schwanken. Dies äußert sich in Anwendungen mit unterschiedlich langen Zeitperioden, Netzwerken unterschiedlicher Granularität und verschiedenen Detaillierungsgraden bei den logistischen Operationen sowie den belasteten Ressourcenkapazitäten. Das formale Modell und die Lösungsverfahren soll dieses Spektrum abbilden und die Anwendungsfälle nicht einschränken.

4.3 Anforderungen an die Benutzerschnittstelle

Die Anforderungen an die Benutzerschnittstelle entsprechen neben den typischen Anforderungen an Softwareapplikationen wie Funktionalität, Zuverlässigkeit, Benutzbarkeit, Effizienz, Änderbarkeit und Übertragbarkeit (vgl. [Krc05], S. 172f.) weiteren spezifischen Eigenschaften, die aus den Erfahrungen der Planer hervorgehen:

- Dem Anwender soll ein komfortabler und effizienter¹ Zugang zu den Funktionen des Optimierungssystems gegeben werden. Alle methoden- und modellspezifischen Informationen sind zu verbergen.
- Die Benutzerschnittstelle muss die Eingabe aller für die vorgehend genannten Fragestellungen relevanten Daten ermöglichen.
- Die Bewertungs- und Optimierungsfunktionen sollen transparent, steuerbar und untereinander kompatibel rechnen.
- Die Berechnung und Optimierung von unterschiedlichen Szenarien soll möglich sein. Szenarien grenzen sich untereinander durch abweichende Daten, Granularität der Betrachtung oder verschiedene Prozessketten ab.

¹Nielsen erläutert an Beispiele aus der Praxis die Vorteile einer effizienten Softwaregestaltung (vgl. [Nie93], S. 2ff.).

- Die Ergebnisse müssen reproduzierbar und speicherbar sein.
- Die Ergebnisse sollen in leicht verständlicher Form präsentiert werden. Die vorgeschlagenen logistischen Operationen und deren Kosten im Netzwerk sollen erkennbar und grafisch dargestellt werden.

4.4 Abgeleiteter Handlungsbedarf

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass trotz der intensiven Forschung der letzten Jahre im Umfeld des vorliegenden Problems bislang nur einzelne Teilbereiche gelöst wurden. Ziel der Arbeit ist es, einen Lösungsansatz vorzustellen, der die gesamte Fragestellung in allen Facetten vollständig abdeckt und löst. Dieses Ziel erfordert die Erfüllung der folgenden Punkte:

1. Alle relevanten Aspekte der Materialflussplanung, mit ihren vollständigen Freiheitsgraden, Kostenstrukturen, Ressourcen und Kapazitäten sollen mathematisch formalisiert werden. Die Komplexitätsklasse des Problems ist zu bestimmen.
2. Auf Basis des formalen Modells soll eine exakte Lösungsmethode angewendet werden, sodass die Fragestellung grundsätzlich optimal gelöst werden kann. Die optimalen Lösungen des exakten Verfahrens bieten darüber hinaus die Möglichkeit, die Güte der Ergebnisse der Näherungsverfahren abzuschätzen.
3. Es soll ein heuristisches Verfahren entwickelt werden, das geeignet ist, praxistaugliche Ergebnisse in kurzer Zeit zu erstellen, da zu erwarten ist, dass die Lösung von Problemen dieser Art mittels eines exakten Lösungsverfahrens erhebliche Zeit beansprucht. Die Heuristik soll zusätzlich das exakte Verfahren mit einer gültigen Startlösung unterstützen.
4. Disponenten und Planern soll der Zugang zu diesen Lösungsmethoden ermöglicht werden. Angestrebt wird hier die Integration in ein Entscheidungsunterstützungssystem.

Die nachfolgenden Kapitel erläutern die Lösung der einzelnen Punkte in Reihenfolge der Nennung.

5 Modellierung des Materialflussplanungsproblems

Dieses Kapitel erläutert die im Rahmen der Forschungsarbeit entwickelte formale Abbildung des vorgestellten Materialflussproblems. Abschnitt 5.1 stellt zunächst grundlegend die Darstellung als Netzwerkdesignproblem dar und integriert die Aspekte der Fragestellung. Darauf basierend fasst Abschnitt 5.2 die Modellformulierung abstrakt zusammen. Abschnitt 5.3 enthält das vollständige Modell mit allen notwendigen Details. Einige Aspekte der Modellierung hebt Abschnitt 5.4 hervor.

5.1 Modellierung als Netzwerk

In Kapitel 3 wird erläutert, dass sich Logistiknetzwerke als Netzwerkmodell abbilden lassen. Dieser Abschnitt beschreibt die Abbildung der vorliegenden Fragestellung als ein solches. Zunächst werden die Netzwerkelemente und ihr Zusammenhang vorgestellt. Basierend darauf wird die Umsetzung der geforderten Aspekte der Fragestellung beschrieben.

Der Vorteil der Abbildung als Netzwerk besteht in der Vielseitigkeit der Verwendung. Die Struktur des Netzwerkes kann, als Parameter der Optimierung, abhängig von der zu untersuchenden Fragestellung, frei vorgegeben werden. Ohne Veränderung der Modellierung kann so die Instanz auf die notwendigen Elemente reduziert werden. Eine getrennte Betrachtung und Modellierung der internen und externen Netzwerkabschnitte ist nicht notwendig. Die gewählte integrierte Formulierung entspricht den Anforderungen beider Abschnitte, sodass sie insgesamt kompakt gehalten werden kann.

5.1.1 Orte im Netzwerk

Ein Logistiknetzwerk kann mittels Knoten, die realen oder abstrakten Orten entsprechen, und Kanten, die diese Orte verbinden, dargestellt werden (vgl. [Kla98], S. 67ff. und [Gud07b], S. 576ff.). Zur Abbildung eines detaillierten Dispositionsnetzwerkes werden im Rahmen dieser Arbeit sechs Knotentypen definiert, aus denen ein Netzwerk modular erstellt werden kann:

- **Lieferanten (S):** Lieferantenknoten sind Ausgangspunkte des Materialflusses einer Sachnummer und entsprechen den Quellen im System.
- **Konsolidierungspunkt (N):** Konsolidierungspunkte ermöglichen das Zusammenfassen oder Trennen von Materialflüssen.
- **Wareneingang (E):** Die Wareneingangsknoten definieren den Übergangspunkt zwischen externen und werksinternen Netzwerkbereichen.
- **Lagerknoten (L):** Lagerknoten ermöglichen den zeitlichen Übergang der Ware in spätere Perioden.
- **Umpackknoten (U):** Umpackknoten erlauben die Übertragung der Sachnummer in einen anderen Ladungsträger oder die Veränderung der Füllmenge.
- **Verbauortknoten (V):** Dieser Knoten entspricht der Nachfragestelle. Hier wird Material entsprechend dem prognostizierten Bedarf aus dem System entnommen. Zusätzlich ist die Lagerung von Material, wie an Lagerknoten, erlaubt.

Neben diesen Orten werden Knoten auch zur Abbildung abstrakter, virtueller Orte verwendet (s. Abschnitt 5.1.9 und Abschnitt 5.1.10).

Abbildung 5.1 zeigt die in allen weiteren Grafiken verwendeten Symbole der Knoten.

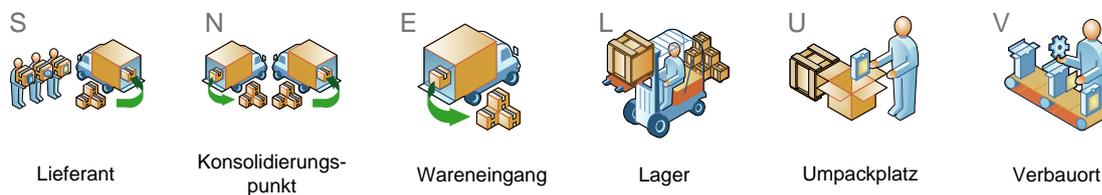


Abbildung 5.1: Knotentypen des Materialflussnetzwerkes

5.1.2 Verbindungen zwischen Orten

Die Knoten können durch Kanten verbunden werden. Kanten repräsentieren Operationen am Material. Die vorgegebenen Kanten bestimmen den Handlungsspielraum der Logistikplanung. Es können bei späteren Berechnungen nur die Kanten verwendet werden, die im Graphen des Netzwerkes vorgesehen sind.

Zur Abbildung des komplexen Materialflussnetzwerks sind unterschiedliche Kantentypen verfügbar:

- **Transport- und Handlingkanten:** Diese Standardkanten verbinden verschiedene Knoten und stellen Materialbewegungen zwischen realen oder abstrakten Orten dar.

- **Umpackkanten:** Mittels der Umpackkanten kann der Wechsel von Sachnummern zwischen Ladungsträgern verschiedenen Typs oder verschiedener Füllmenge dargestellt werden. Umpackvorgänge finden an einem Ort statt. Die Kanten referenzieren dabei jeweils ihre Aus- und Eingangsladungsträger.
- **Lagerkanten:** Über diese Kanten wird Material in spätere Perioden transferiert. Diese Kanten werden nur zwischen Lagerknoten verwendet.

Alle Transport- und Umpackkanten werden im Netzwerk explizit modelliert. Lagerkanten werden für jeden Lager- und Verbauortknoten, abhängig von den dort lagerfähigen Produkt-Ladungsträgerkombinationen, generiert.

Transportkanten werden durch eine eindeutige Kombination der folgenden Eigenschaften im Netzwerk identifiziert:

- Ausgangsknoten: Der Ort, von dem der Transport abgeht
- Zielknoten: Der Zielort des Transportes
- Kante: Benennung des Weges, z. B. zur Abbildung unterschiedlicher Wegstrecken zwischen zwei Knoten oder zur Verwendung alternativer Transportmittel¹
- Produkt: Die verwendbare Sachnummer
- Ladungsträger: Der zu verwendende Ladungsträger
- Ausgangsperiode: Zeitpunkt, zu dem der Transport beginnt
- Zielperiode: Zeitpunkt, zu dem der Transport endet. Aus Ausgangs- und Zielperiode ergibt sich die Dauer, die Anzahl der Perioden², die der Transport überbrückt³

Umpackkanten werden mit einer eindeutigen Kombination der folgenden Parameter im Netzwerk erstellt:

- Ausführungsknoten: Der Ort, an dem der Umpackvorgang ausgeführt wird
- Variante: Benennung der Variante, z. B. zur Abbildung unterschiedlicher Methoden oder zur Verwendung alternativer Hilfsmittel
- Produkt: Die verwendbare Sachnummer
- Ausgangsladungsträger: Der Ladungsträgertyp, der entleert werden soll
- Zielladungsträger: Der Ladungsträgertyp, der beladen werden soll

¹Über Kanten können verschiedene Verbindungen zwischen zwei Knoten, im Sinne von Abschnitt 5.1.1, dargestellt werden.

²vgl. Absatz 5.1.4

³Die Dauer ist eine Eigenschaft jeder Kante zwischen Start- und Zielknoten und gilt für alle SNr-LT-Kombinationen auf dieser Kante.

Bei Umpackkanten wird unterstellt, dass die Vorgänge innerhalb einer Periode⁴ ausgeführt werden können.

Lagerkanten werden mit einer eindeutigen Kombination der folgenden Parameter im Netzwerk erstellt:

- Lagerort: Das Lager bzw. der Knoten, der einen bestimmten Lagerbereich repräsentiert
- Produkt: Das zu lagernde Produkt (die SNr)
- Der Ladungsträger: Der Ladungsträgertyp, der beladen werden soll

Lagerkanten ermöglichen jeweils die Lagerung in die nachfolgende Periode⁵. Eine längere Lagerung ist durch Verwendung mehrerer, aufeinanderfolgender Kanten möglich.

Es ergibt sich damit für jede Sachnummer ein eigenes Netz auf Basis des Gesamtnetzwerks (s. Abbildung 5.2). Dadurch kann sichergestellt werden, dass Waren nur entsprechend den technischen Möglichkeiten im Werk bewegt werden. Für mehrere SNr-LT-Kombinationen können Verbindungen zwischen den gleichen Knoten abgebildet werden. Darüber hinaus können Transporte zwischen zwei Knoten auf alternativen Wegen erfolgen, beispielsweise via Flurfahrzeug oder Förderband.

Alle Knoten, mit Ausnahme der Lieferanten- und Verbauortknoten, verfügen über die Eigenschaft, dass die eingehenden Materialflüsse den ausgehenden Flüssen entsprechen (Lagerbilanzgleichung)⁶.

Da die Anzahl der betrachteten Produkte und Ladungsträger, abhängig von der Fragestellung, klein sein kann, wird eine ganzzahlige Betrachtung der Flussmengen verwendet. Mögliche Ungenauigkeiten werden so verhindert.

5.1.3 Ladungsträger

Die verschiedenen verwendbaren Ladungsträger werden im Netzwerk durch eigene Kanten abgebildet, um die Ladungsträger differenziert zu betrachten. Die Transportkante einer Sachnummer zwischen zwei Knoten (s. Abschnitt 5.1.2) erhält somit mindestens eine eigene Kante für jeden auf diesem Abschnitt zulässigen Ladungsträger. Gleiches gilt für die Lager- und Umpackkanten.

Die Knoten des Netzwerkes stellen sicher, dass die Sachnummern unterschiedlicher Ladungsträger getrennt behandelt werden und keine Vermengung stattfindet. Material kann nur durch einen Umpackvorgang in einen anderen Ladungsträger überführt werden.

⁴vgl. Absatz 5.1.4

⁵vgl. Absatz 5.1.4

⁶Anm.: Anfangs- und Endlagerbestände einer Periode werden als Materialflüsse interpretiert.

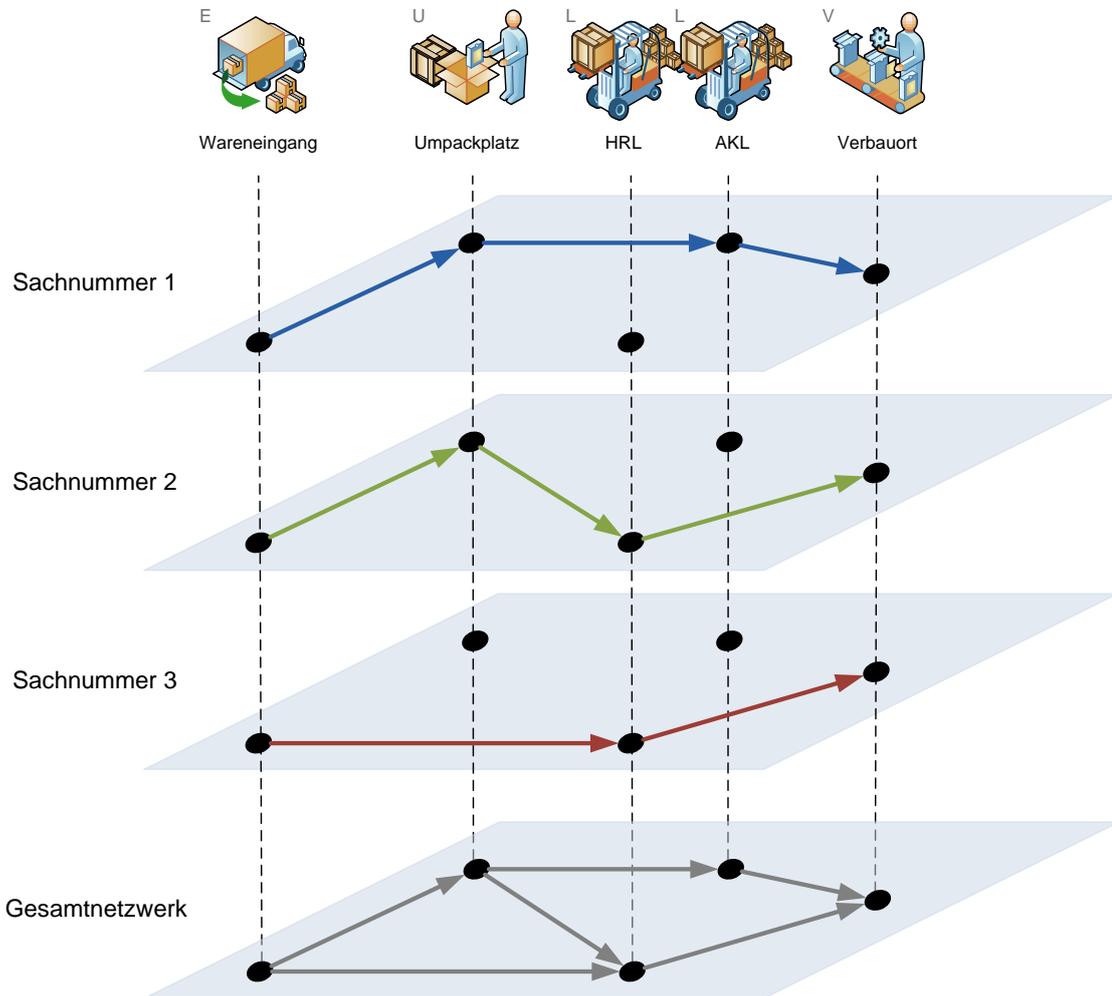


Abbildung 5.2: Sachnummernnetze auf Basis des Gesamtnetzwerks eines Werkes (vgl. *Multicommodity Networks*, [AMO93])

5.1.4 Betrachtung der Zeit

Der Zeitverlauf der Betrachtung ist in diskreten Perioden identischer Länge abgebildet. Innerhalb dieser Perioden können mehrere Operationen durchgeführt werden (Big Bucket). Transport- und Lagerkanten können Material über Periodengrenzen hinweg transferieren. Diese Zeitüberbrückung wird explizit durch die Kanten modelliert (vgl. [Fon07], S. 22ff.).

Abbildung 5.3 stellt ein Netzwerk über zwei Perioden dar. Die Transportwege im Hauptlauf dieses Beispiels benötigen jeweils eine Periode zum Transport, gleiches gilt für die Transporte zwischen den Werken. Als periodenübergreifende Kanten sind sie gestrichelt dargestellt. Lagerkanten sind entsprechend über die Perioden hinweg eingezeichnet. Alle weiteren Vorgänge können innerhalb der jeweiligen Perioden durchgeführt werden.

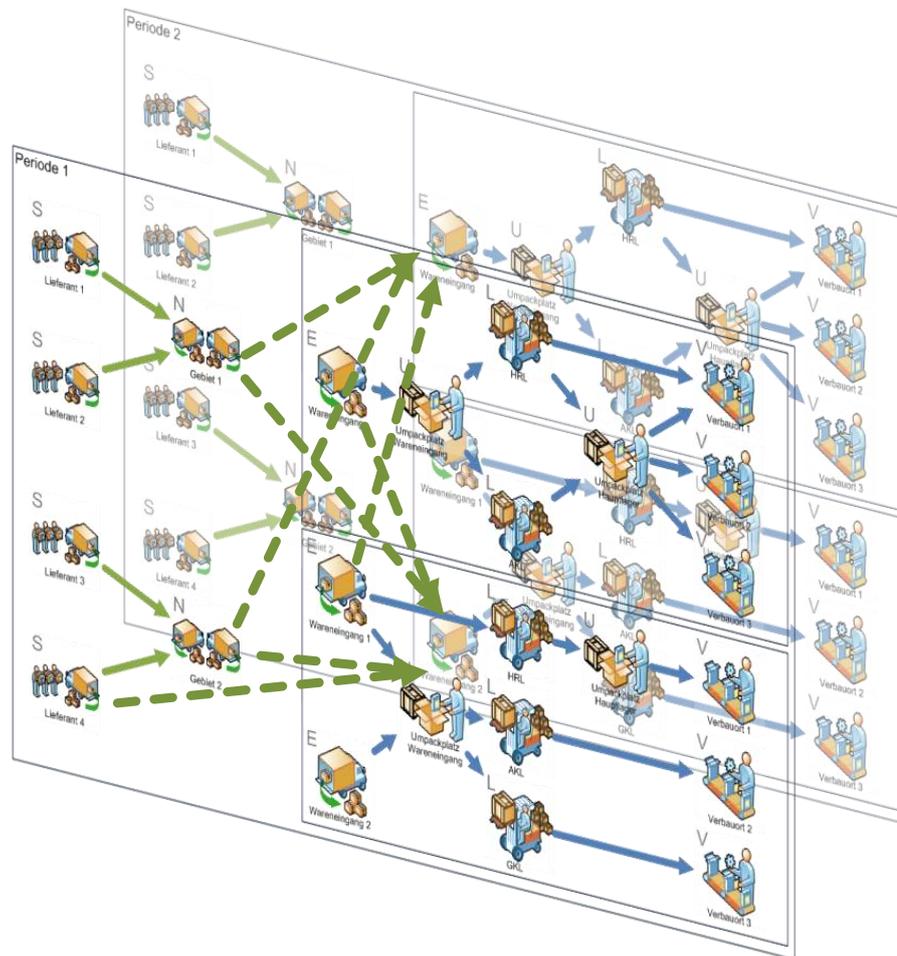


Abbildung 5.3: Abbildung der Zeit im Netzwerk

5.1.5 Ressourcen und Kapazitäten

Jede Operation im Logistiknetzwerk nimmt Ressourcen in Anspruch. Wenn die Kapazität dieser Ressource oder die mit ihrer Inanspruchnahme verursachten Kosten entscheidungsrelevant sind, werden die Ressourcen auch im Optimierungsmodell abgebildet.

Für jede Ressource wird anhand der Kapazitätsbelastung und der Kapazität einer Abrechnungseinheit die Anzahl angebrochener Abrechnungseinheiten bestimmt. Zur detaillierten Abbildung der Kosten, gehen die Ressourcenbelastungen, abhängig vom Ressourcentyp, auf unterschiedliche Weise in den Zielfunktionswert ein:

- **Ressourcen mit linearen Kosten:** Die Anzahl angebrochener Abrechnungseinheiten wird mit dem Kostensatz einer Abrechnungseinheit verrechnet.

- **Ressourcen mit sprungfixen Kosten:** Die Anzahl angebrochener Abrechnungseinheiten wird aufgerundet und anschließend mit dem Kostensatz einer Abrechnungseinheit verrechnet.

Jede Ressource ist durch ihre maximal verfügbare Anzahl von Einheiten begrenzt. Zusätzlich werden Ressourcenpools verwendet, um die summierte Belastung mehrerer Ressourcen zu beschränken. Ausschließlich über die Verwendung dieser Kapazität lassen sich die Materialflüsse im Netzwerk beschränken.

5.1.6 Kostentreiber und Ressourcenbelastungen

Das Konzept der Kostentreiber (s. Abschnitt 2.2.1) ist durch unterschiedliche Ressourcenbelastungen im Materialflussnetzwerk abgebildet. Das Netzwerkmodell ermittelt aus allen Flüssen die Faktoren für jeden Kostentreiber. Diese Faktoren sind immer ganzzahlig und werden gegebenenfalls aufgerundet. Es gilt:

$$Belastung = \sum_{Kostentreiber} Belastung_{Kostentreiber} \cdot \left\lceil \frac{Flussmenge}{Umrechnungsfaktor_{Kostentreiber}} \right\rceil.$$

Die Ressourcenbelastungen fallen an je

- Transportierter, gelagerter oder umgepackter Sachnummer
- Transportiertem, gelagertem oder aus- und eingepacktem Ladungsträger
- Verwendeter Kante zwischen zwei Knoten $((\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'})$
- Stattfindendem Transport zwischen zwei Knoten $((\ell, \ell')$, unabhängig von der tatsächlichen Kante e)
- Materialzu- oder -abfluss an einem Knoten
- Beliebiger Materialbewegung an einem Knoten
- Flussunabhängiger Grundbelastung einer Ressource in einer bestimmten Periode

Ein Belastungsvektor für jede der zuvor genannten Kostentreiberfaktoren ermöglicht es, die resultierende Ressourcenbelastung zu bestimmen. Dieser Vektor kann für jede Ressource individuelle Werte enthalten.

Abbildung 5.4 zeigt, wie administrative Kosten, am Beispiel der Auslösung einer Bestellung, in der korrekten Periode berücksichtigt werden können. Zu diesem Zweck wird ein weiterer Knoten, der Warenausgang des Lieferanten, zwischen dem Lieferantenknoten (in der Abbildung als Bestellannahme bezeichnet) und seinen nachfolgenden Knoten eingefügt.

Generell ist es möglich, über Ressourcen und die jeweiligen Belastungen logische Zusammenhänge zwischen Flüssen zu bilden. Durch die Verwendung von stark begrenzten Res-

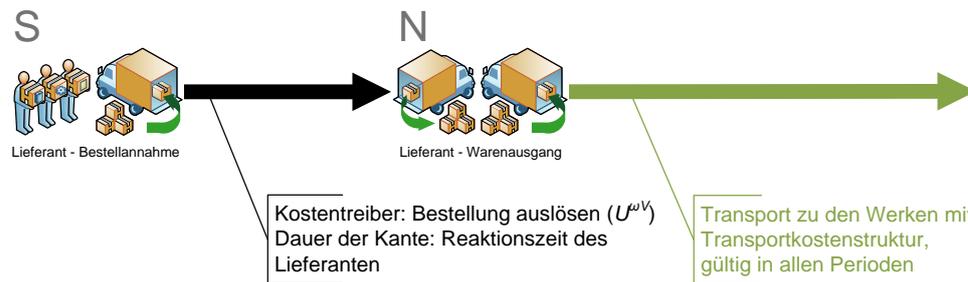


Abbildung 5.4: Abbildung administrativer Ressourcenbelastung im Netzwerk am Beispiel der Bestellauslösung durch Einfügen eines neuen Konsolidierungspunkt als Warenausgang des Lieferanten

sourcen können z. B. Transportwege als exklusiv⁷ markiert werden (s. Abschnitt 5.1.9 und 5.1.10). Werden positive und negative Ressourcenbelastungen verwendet und die entsprechende Ressource mit einer Kapazität gleich 0 versehen, so kann eine gemeinsame⁸ Benutzung (oder keine) erzwungen werden.

5.1.7 Tarifsysteme als Ressourcengruppen

Alle Tarifsysteme können durch ressourcenabhängige Rabattstufen abgebildet werden. Jeder Abschnitt der stückweise-linearen Funktion wird durch eine Unter- und Obergrenze und den entsprechenden Preis dargestellt. Eine Definitionslücke, erzeugt durch eine Obergrenze, die nicht der Untergrenze der folgenden Tarifstufe entspricht, kann genutzt werden, um nicht gültige Lademengen abzubilden.

Zur Abbildung des komplexen Tarifmodells wurden Ressourcengruppen eingeführt. Jede explizite Kante zwischen zwei Knoten kann einen Laderaum darstellen, der den Tarifbedingungen eines Transportmodus unterliegt.

Zur Abbildung der vorgesehenen Transportmodi werden folgende Elemente verwendet:

- Eine abstrakte Ressource für jeden Kostentreiber des Speditionstarifes (z. B. Masse und Volumen) je Laderaum mit entsprechender Kapazität
- Ein Belastungsvektor, der jedem transportierbaren Produkt und Ladungsträger die beanspruchten Einheiten der Ressourcen zuordnet (z. B. die Masse des Produktes und des Ladungsträgers sowie das Volumen des Ladungsträgers)
- Eine Ressourcengruppe für den Laderaum, diese Ressourcengruppe definiert alle Rabattstufen abhängig von der Belastung der Ressourcen und weist den entsprechenden Preis aus

⁷entspricht einer *entweder-oder*-Beziehung

⁸entspricht einer *und*-Beziehung

Sollen stückweise-lineare Speditionstarife verwendet werden, so wird der abstrakten Ressource (z. B. der Masse-Ressource) ein Verrechnungspreis zugewiesen, der in die Gesamtkosten eingerechnet wird. Bei Sprungstellen in der Kostenfunktion muss je Abschnitt ein eigener Laderaum (entsprechend einer eigenen Kante) definiert werden, dessen Kapazitätsober- und -untergrenze den Sprungstellen entspricht.

Tabelle 5.1 zeigt die Konfiguration einer Ressourcengruppe für den Vorlauf eines Gebietspeditionsfahrzeuges. Solange das Volumen 108 Einheiten nicht überschreitet, sind die Gewichtsstufen (50, 100 und 200 Einheiten) relevant für die Bestimmung der Rabattstufe. Rabattstufen $n-1$ und n wurden definiert, um die Sonderfälle ab einer Auslastung von mindestens 90% der Masse (entspricht 25200 Einheiten) oder des Volumens (entspricht 108 Einheiten) abzubilden.

RS	R	LB	UB
1	Masse	0	50
1	Volumen	0	108
2	Masse	50	100
2	Volumen	0	108
3	Masse	100	200
3	Volumen	0	108
...
n-1	Masse	25200	28000
n-1	Volumen	0	120
n	Masse	0	28000
n	Volumen	108	120

Tabelle 5.1: Ressourcengruppe zur Abbildung eines Tarifsystems für einen Laderaum, RS: Rabattstufe, R: Ressource, LB und UB: Untere und obere Schranke des Zulässigkeitsbereichs

Eine Ressourcengruppe ist gültig, wenn es eine Rabattstufe gibt, für die alle Ressourcen im Gültigkeitsbereich zwischen oberer und unterer Schranke liegen oder die Belastung aller zugeordneten Ressourcen 0 ist. In Tabelle 5.1 identifiziert die Spalte *RS* alle zusammengehörigen Schranken einer Rabattstufe.

5.1.8 Lieferkontingente

Zur Abbildung der Lieferkontingente (s. Abschnitt 2.3.8) wird für jeden Lieferanten des jeweiligen Produktes ein Lagerknoten unmittelbar an den Lieferantenstandort angeschlossen. Der Transport des Produktes vom Lieferanten zu diesem Lager ist kostenlos und unbegrenzt möglich, jedoch aufgrund einer Ressourcenreglementierung nur in der jeweils ersten

Periode des Zeitabschnittes, für den das Lieferkontingent gilt, möglich. Die Transportkapazität in dieser ersten Periode entspricht der vereinbarten maximalen Abnahmemenge und ggf. der vereinbarten Mindestmenge. Die Transportbeziehungen des Lieferanten werden abgehend vom eingefügten Lagerknoten angelegt und bleiben darüber hinaus unverändert (Beispiel s. Abbildung 5.5, schwarze Transportkante und Knoten L , Festlegung für 250 Perioden).

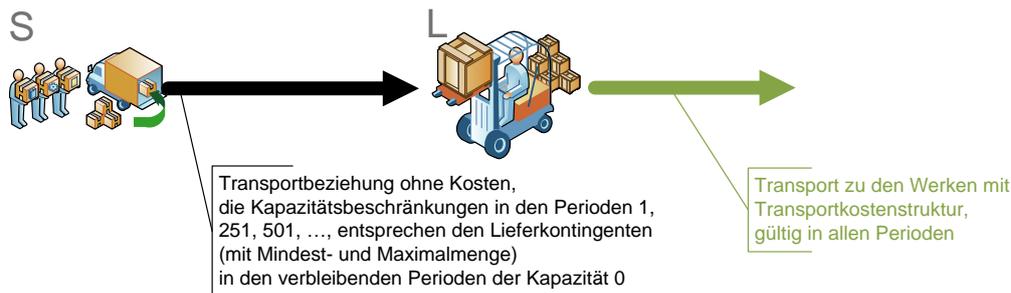


Abbildung 5.5: Beispielnetzwerk für Liefermengenkontingente mit Entscheidung und Festlegung für jeweils 250 Perioden durch Einfügen des Lagerknoten L und zuführenden Kanten

5.1.9 Transportmodusfixierung

Die Festlegung eines Transportmodus oder einer Transportmodusgruppe aus mehreren, die gleichzeitig verwendet werden dürfen, für einen Lieferanten kann über einen gewissen zeitlichen Abschnitt gewünscht sein (s. Abschnitt 2.3.3). Das Optimierungssystem kann dies gewährleisten, wenn – analog zur Festlegung der Lieferkontingente (s. Abschnitt 5.1.8) – für jede Gruppe und für jeden zulässigen Transportmodus ein Lagerknoten unmittelbar an den betroffenen Lieferanten angeschlossen wird. Die Lieferung zu diesem Lagerknoten ist für alle Produkte des Lieferanten nur in der ersten Periode des Zeitabschnittes, für den die Festlegung gelten soll, dann aber kostenlos und unkapazitiert möglich. Ist der Wechsel eines Lieferanten zu einer anderen Transportmodusgruppe möglich, so werden zu diesen Zeitpunkten entsprechend weitere Kanten mit verfügbarer Ressourcenkapazität eingefügt. An dieses Lager werden dann die Transportkanten der Transportmodusgruppe angeschlossen.

Abbildung 5.6 zeigt ein Netzwerk, das die Wahl zwischen zwei Transportmodusgruppen, 1 (oberer Bereich) und 2 (unterer Bereich) erlaubt. Eine Ressource mit Kapazität 1, die binär bei einem beliebigen Transport zwischen dem Lieferanten und den nachgelagerten virtuellen Lagern jeweils mit 1 belastet wird, stellt sicher, dass nur genau einer der neu eingefügten Lagerknoten befüllt werden kann. Die Wahl der Perioden, in denen die vom

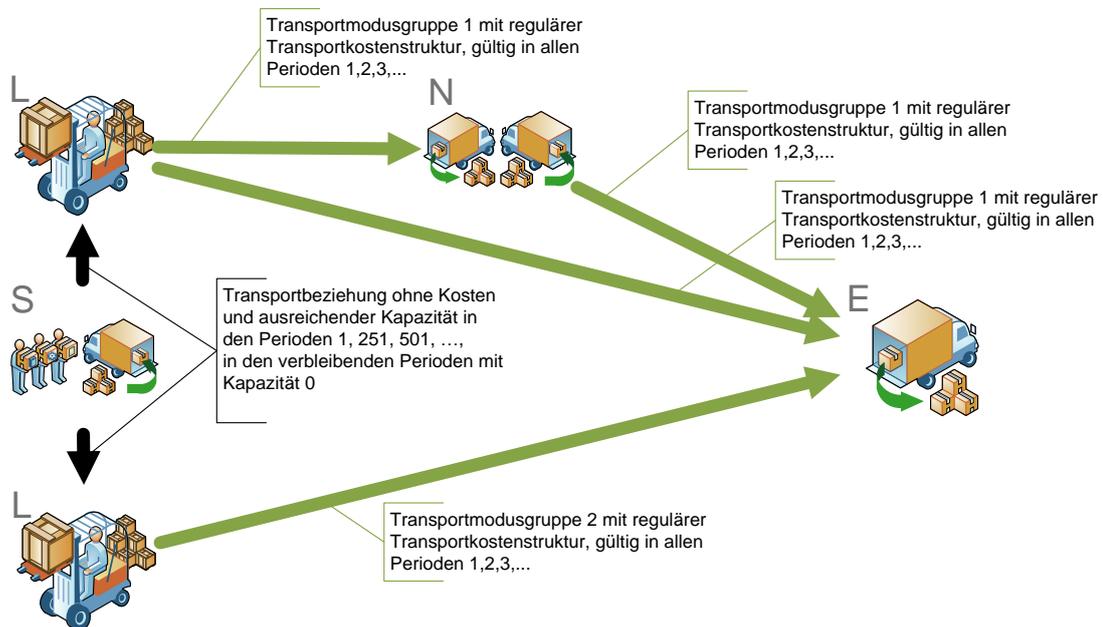


Abbildung 5.6: Beispielnetzwerk für die Transportmodusfixierung mit Entscheidung und Festlegung für jeweils 250 Perioden durch Einfügen der beiden Lagerknoten *L* und zuführenden Kanten

Lieferanten ausgehenden Kanten eine Kapazität ungleich 0 haben, ermöglicht den Wechsel der Transportmodusgruppe (im Beispiel alle 250 Perioden).

5.1.10 Anlieferprofile

Die Verwendung von Anlieferprofilen (s. Abschnitt 2.3.9) wird durch die Netzwerkabbildung unterstützt. Analog zur Transportmodusfixierung (s. Abschnitt 5.1.9) werden virtuelle Lager für jedes Profil eines Lieferanten erzeugt. Durch Verwendung einer Ressource mit entsprechender Kapazität wird die Belieferung dieser virtuellen Lager genau auf die Perioden reduziert, zu denen ein Wechsel zwischen den Profilen möglich ist. Entsprechend dem Anlieferprofil werden alle ausgehenden Kanten des virtuellen Lagers, die nicht im Profil vorgesehen sind, mit einer Kapazität von 0 versehen. Es ist möglich, die Anlieferprofile mit der Transportmodusfixierung und den Lieferkontingenten zu kombinieren.

5.1.11 Wahl des Lieferanten

Mehrere Lieferanten im Netzwerk mit überschneidenden Produktangeboten ermöglichen die Auswahl des Lieferanten mit den geringsten Gesamtkosten. Implizit werden dabei Kos-

tenzusammenhänge mit anderen Lieferanten berücksichtigt. Mengenrabatte der Produkte können über das Rabattstufensystem abgebildet werden. Der Kostentreiber ist das Produkt. Zu beachten ist, dass in diesem Fall die Einkaufskosten Teil der Zielfunktion werden. Sind die Einkaufsrabatte periodenübergreifend, werden die Kontingente über virtuelle Lagerknoten (s. Abschnitt 5.1.9 und Abschnitt 5.1.10) abgebildet.

5.1.12 Füllgradreglementierung

Die Ressourcenkapazitäten ermöglichen ist es, detaillierte Vorschriften über die möglichen Füllgrade der Ladungsträger in die Flussberechnung zu integrieren. Durch diese Vorgaben lassen sich Eigenschaften der Materialflüsse erzwingen, die administrative Tätigkeiten erleichtern. Es ist darüber hinaus möglich, Anforderungen der Lieferanten, z. B. nur vollständig gefüllte Ladungsträger zu liefern, gerecht zu werden. Das Beispiel in Abbildung 5.7

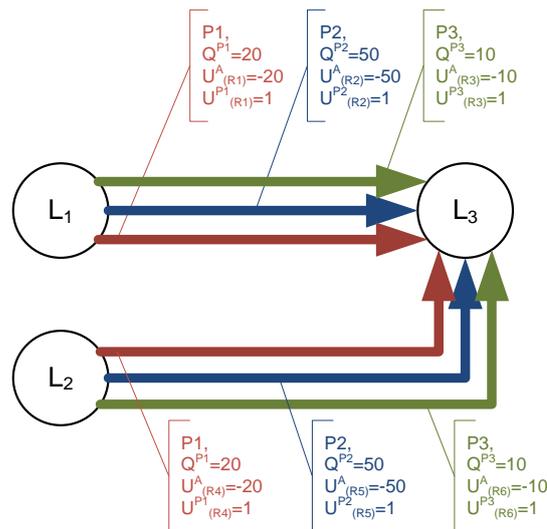


Abbildung 5.7: Ressourcenparameter zur Reglementierung der Füllgrade, gültig für jeden Knotentypen

stellt einen Netzwerkausschnitt dar. Drei Produkte werden von zwei Ausgangsknoten zu einem Zielknoten transportiert. Die Ressourcenbelastungen der Ressourcen $R1$ bis $R6$ sind pro Ladungsträger (U^A) und pro Produkteinheit gegeben (U^P). Die Belastungen werden so gewählt, dass $U^A = -U^P \cdot Q_{p,a}$ gilt. Werden die oberen und unteren Schranken für diese Ressourcen auf $+\epsilon$ und $-\epsilon$ gesetzt, erzeugt nur die Bewegung vollständig gefüllter Ladungsträger eine gültige Lösung.

Durch die Veränderung der unteren Schranke der Ressourcenbelastung kann der Transport nicht ausgelasteter Ladungsträger ermöglicht werden. Erhält $R1$ eine untere Schranke von

U^A , wird der Transport von maximal einem beliebig gefüllten Ladungsträger (zusätzlich zu einer unbestimmten Zahl vollständig beladener Ladungsträger) ermöglicht.

5.1.13 Übersicht der Freiheitsgrade

Zusammenfassend sei festgehalten, wie die Freiheitsgrade der Fragestellung (s. Abschnitt 2.4) im Netzwerk abgebildet sind.

- **Transportmenge und -zeitpunkte:** Die Transportmenge entspricht der Flussmenge einer Kante. Die Kanten sind differenziert nach Perioden (entsprechend den Zeitpunkten). Der Freiheitsgrad setzt voraus, dass das Netzwerk unterschiedliche Wege zwischen Lieferant und Verbauort enthält und sich der Betrachtungszeitraum über mehrere Perioden erstreckt.
- **Ladungsträger:** Transport- und Handlings-, Lager- und Umpackkanten weisen explizit den Ladungsträger aus, deren Verwendung sie abbilden. Ist die Wahl alternativer Ladungsträger möglich, werden entsprechend mehrere Kanten verwendet. Umpackkanten weisen sowohl den Ausgangs- als auch den Zielladungsträger des Umpackvorgangs aus.
- **Laderäume:** Laderäume finden sich in alternativen Transport- und Handlingkanten wieder. Zu jeder dieser Kanten werden die Eigenschaften des Laderaums über individuelle Kapazitäten konfiguriert.
- **Transportwege:** Nur explizit zwischen den Knoten definierte Kanten können verwendet werden. Jeder Abschnitt eines Transportweges wird durch eine Kante abgebildet. Zwischen Knoten können Verbindungen über unterschiedliche Zwischenknoten existieren und so verschiedene Transportwege abbilden.
- **Eingesetzte Ressourcen:** Ressourcen werden explizit im Modell abgebildet. Der zu erwartende Aufwand einer Ressource entspricht der bestimmten Kapazitätsbelastung im Modell.
- **Lagermengen und -bereiche:** Lagerbereiche können explizit als Knoten modelliert werden. Die Lagerkanten weisen dann für jeden Knoten die dort gelagerten Mengen aus.
- **Lieferantenwahl:** Stehen mehrere Lieferanten zur Verfügung, kann aus den Transportmengen entnommen werden, welchen Lieferanten das Optimierungssystem wählt.
- **Transportmodus:** Sollen aus administrativen Gründen Transportmodi über einen längeren Zeitraum exklusiv genutzt werden, wird der kostengünstigste ausgewählt.

- **Anlieferprofil:** Stehen für einen Lieferanten nur Anlieferprofile zur Auswahl, die die erlaubten Liefertage beschränken, wird das kostengünstigste ausgewählt.

5.2 Übersicht und abstrakte Beschreibung des Modells

Dieser Abschnitt gibt einen ersten Überblick über das nachfolgend ausführlich dargestellte Modell. Die Komponenten des Modells werden zunächst ohne mathematische Beschreibung dargestellt. Die mathematische Formulierung findet sich unter *Zielfunktion* und *Nebenbedingungen* im Abschnitt *Mathematische Formulierung* (s. Abschnitt 5.3). Die Modellformulierung basiert auf einem Netzwerkdesign-Modell, das in unterschiedlichen Bereichen erweitert wurde (s. Abschnitt 3.5).

5.2.1 Materialflüsse und Flusserhaltung

Lieferantenknoten ($\ell \in \mathcal{L}^S$) bieten Waren an (s. Abschnitt 5.1.1). Die Zuordnung von lieferbaren Produkten zu Lieferanten findet über die ausgehenden Kanten des Lieferanten statt. Bedarf an den Produkten besteht an den Verbauorten ($\ell \in \mathcal{L}^V$). Für jeden Knoten ist bekannt, in welcher Periode welche Menge eines Produktes bereitstehen muss.

$f \in \mathcal{F}$ stellt die Menge aller eigenen Standorte, z. B. Werke, dar. Die Knoten im Netzwerk lassen sich disjunkt in folgende Knotentypen aufteilen, die sich im Wesentlichen durch ihre Funktion und damit durch die Bilanzgleichungen unterscheiden:

- Lieferanten \mathcal{L}^S stellen die Quellen des Systems dar.
- Konsolidierungspunkte \mathcal{L}^N repräsentieren Knoten, an denen Materialflüsse vereint oder getrennt werden.
- Eingangsknoten \mathcal{L}_f^E stellen die Eingangsknoten eines Werkes f dar. Es gilt $\mathcal{L}^E = \bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^E$.
- Die Lager \mathcal{L}_f^L des Werkes f können Materialien über mehrere Perioden lagern. Es gilt $\mathcal{L}^L = \bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^L$.
- An Umpackorten \mathcal{L}_f^U des Werkes f kann der verwendete Ladungsträger gewechselt werden. Es gilt $\mathcal{L}^U = \bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^U$.
- Verbauorte \mathcal{L}_f^V des Werkes f sind die Senken des Systems. Hier fallen sämtliche Bedarfsmengen an. Sie bieten darüber hinaus die Möglichkeit der Lagerung. Es gilt $\mathcal{L}^V = \bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^V$.

Es gilt $\mathcal{L}_f = \mathcal{L}_f^E \cup \mathcal{L}_f^L \cup \mathcal{L}_f^U \cup \mathcal{L}_f^V$ für alle $f \in \mathcal{F}$ und $\mathcal{L} = \mathcal{L}^S \cup \mathcal{L}^N \cup \bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f$. Die Knoten entsprechen in der Regel physikalischen Orten im Werk, dies ist aber keineswegs zwingend.

Für die Lagerung und den Transport der Sachnummern werden Ladungsträger verwendet. Das können Spezialladungsträger sein, die nur für ein bestimmtes Produkt oder einen bestimmten Produkttyp verwendet werden, oder Universalladungsträger, die für unterschiedliche Sachnummern geeignet sind. Beispiele hierfür sind Gitterboxen oder Kisten, wie sie in Automatiklagern verwendet werden. Im Modell wird zwischen Ladungsträgern unterschieden, die sortenrein (\mathcal{A}^E) befüllt werden und solchen, die als Set gleichzeitig verschiedene Produkte (\mathcal{A}^S) aufnehmen können. Es gilt $\mathcal{A} = \mathcal{A}^E \cup \mathcal{A}^S$ mit $\mathcal{A}^E \cap \mathcal{A}^S = \emptyset$. Hierbei ist zu beachten, dass ein im Werk verwendeter Ladungsträgertyp zur Setbildung ggf. durch mehrere Elemente in \mathcal{A}^S repräsentiert werden muss.

Zur Abbildung der Flüsse im Netzwerk werden folgende Entscheidungsvariablen genutzt:

- **Materialbewegungen:** $x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}$ beschreibt die Menge von Produkt $p \in \mathcal{P}$, das startend in Periode $t \in \mathcal{T}$ und endend in Periode $t' \in \mathcal{T}$ auf Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ von Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ zu $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$ fließt.
- **Materiallagerungen:** $y_{\ell,p,a,t}$ entspricht der Menge des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ auf Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Lager $\ell \in (\mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V)$ gelagert wird.
- **Umpackvorgänge:** $z_{\ell,e,p,a,a',t}$ entspricht der Menge des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ am Umpackort $\ell \in \mathcal{L}^U$ unter Verwendung von Kante $(\ell, e) \in E^\ell$ von Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in $a' \in \mathcal{A}$ umgepackt wird, $(\ell, e, p, a, a') \in Z^L$.

Die Knoten verfügen jeweils über Bilanzgleichungen zur Flusserhaltung. Diese erzwingen, dass die Summe eingehender Sachnummern eines Typs und Ladungsträgers der Summe entsprechender ausgehender Teile entspricht. Bei Lagerknoten ($\ell \in \mathcal{L}^L$) wird zusätzlich berücksichtigt, dass Waren durch die Lagerung aus der vorhergehenden Periode in den Knoten eingehen und entsprechend für die nachfolgende Periode ausgehen. An Verbauorten ($\ell \in \mathcal{L}^V$) wird Material aus dem System entnommen. Hier können ebenfalls Waren gelagert werden. Umpackknoten ($\ell \in \mathcal{L}^U$) ermöglichen, dass die ein- und ausgehenden Waren nicht im gleichen Ladungsträger verpackt sein müssen, wenn eine Möglichkeit zum Umpacken vorgesehen ist.

Für jeden Knoten kann angegeben werden, welche Produkt-Ladungsträger-Kombination nur in vollständig gefüllten oder mit maximal einem nicht vollständig gefüllten Ladungsträger in den Knoten eingehen oder ausgehen darf.

5.2.2 Ressourcen

Durch Operationen im Logistiknetzwerk werden Ressourcenbelastungen ($k_{r,t}$, je Ressource $r \in \mathcal{R}$ und Periode $t \in \mathcal{T}$) erzeugt. Die Ressourcenbelastungen werden unmittelbar oder mittelbar durch Materialflüsse ($x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}$, $y_{\ell,p,a,t}$ und $z_{\ell,e,p,a,a',t}$) erzeugt.

Das Netzwerkmodell stellt folgende kostentreiberabhängigen Belastungsfaktoren zur Verfügung (s. Abbildung 5.8):

- **Flussmenge (ganzzahlig):** Zur Bestimmung der Belastung abhängig von der Anzahl der Sachnummern (Transport: U^P, \tilde{U}^P , Lagerung: U^{PLager} , Umpackvorgänge: $U^{PUmpack}$)
- **Anzahl der Ladungsträger (ganzzahlig):** Zur Verrechnung als LT-Kostentreiber (Transport: U^A, \tilde{U}^A , Lagerung: U^{ALager} , Umpackvorgänge: $U^{AUmpack}$)
- **Verwendung einer speziellen⁹ Kante (binär):** Zur Verrechnung als LKW- oder Laderaumkostentreiber (Transport: $U^{\omega V}, \tilde{U}^{\omega V}$)
- **Verwendung einer beliebigen¹⁰ Kante zwischen zwei Knoten (binär):** Zur Verrechnung als administrativer Kostentreiber, wie z. B. eingehende oder ausgelöste Bestellung, oder für Gemeinkosten (Transport: $U^{\omega E}, \tilde{U}^{\omega E}$).
- **Verwendung einer SNr-LT-Kombination (binär):** Zur Verrechnung als Bestellposition (Transport: $U^{\omega PA}, \tilde{U}^{\omega PA}$)
- **Verwendung einer Sachnummer (binär):** Zur Darstellung administrativer Prozesse oder zur Abbildung logischer Ausschlüsse zwischen Sachnummern (Transport: $U^{\omega P}, \tilde{U}^{\omega P}$)
- **Verwendung eines Ladungsträgertyps (binär):** Zur Darstellung administrativer Prozesse, die unabhängig von der Anzahl der Ladungsträger sind, oder zur Abbildung logischer Ausschlüsse zwischen Ladungsträgern (Transport: $U^{\omega A}, \tilde{U}^{\omega A}$)
- **Verwendung von Eingangs- oder Ausgangsflüssen an einem Knoten (jeweils binär):** Zur Abbildung von administrativen Prozessen oder Gemeinkosten, die an bestimmten Orten anfallen (Transport: $U^{\omega L}, \tilde{U}^{\omega L}$)

Für alle Transport- und Handlingkanten können Belastungen (Gruppe der U -Parameter) zu Beginn und zur Ankunft der Kante erzeugt werden, da diese Ereignisse in getrennten Perioden liegen können. Für alle mengenunabhängigen Belastungen sind binäre Entscheidungsvariablen definiert (Gruppe der ω -Variablen und $\tilde{\omega}$ -Variablen für die Ankunft).

Die Ressourcenbelastungen müssen im Geltungsbereich der Ressourcenkapazität (je Ressource $r \in \mathcal{R}$ und Periode $p \in \mathcal{P}$), bestimmt durch eine obere ($UB_{r,t}^R$) und untere ($LB_{r,t}^R$) Schranke, liegen.

Ressourcenpools fassen die Belastungen einer Menge von Ressourcen zusammen und ordnen ihnen eine gemeinsame obere Schranke zu ($UB_{rp,t}^{RP}, rp \in \mathcal{RP}, t \in \mathcal{T}$).

⁹Existieren mehrere Kanten zwischen zwei Knoten, gilt diese Belastung nur für eine bestimmte Kante.

¹⁰Existieren mehrere Kanten zwischen zwei Knoten, gilt diese Belastung, sobald eine der Kanten verwendet wird.

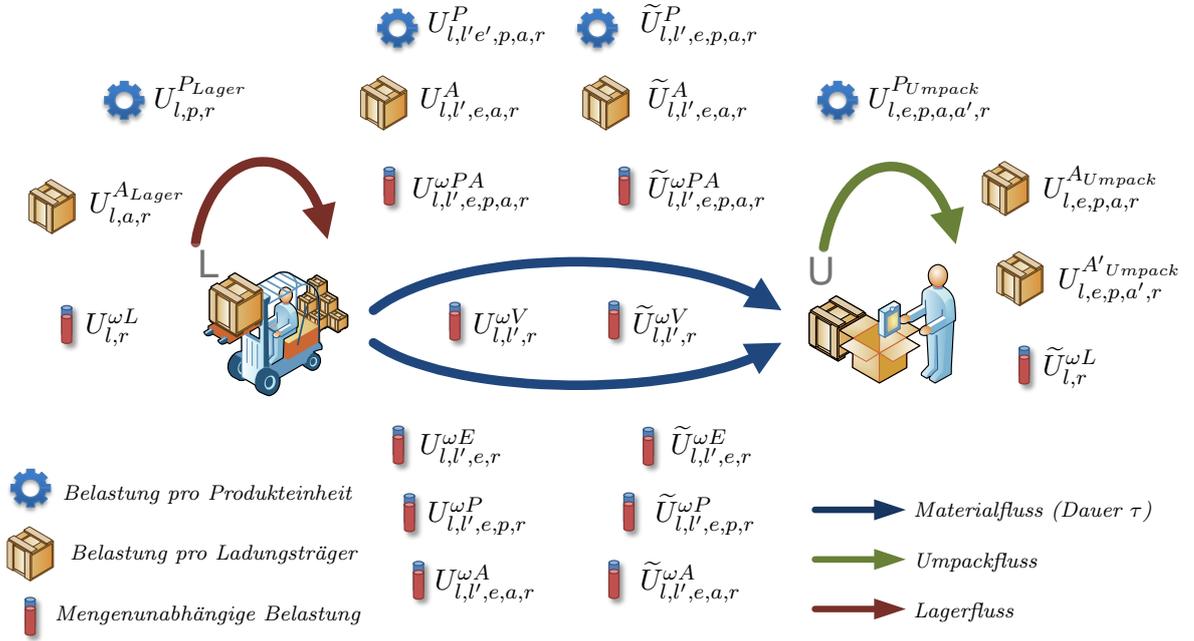


Abbildung 5.8: Auftretende Ressourcenbelastungen im Netzwerk

5.2.3 Ressourcengruppen

Ressourcengruppen sind zur Abbildung komplexer Tarifsyste­me geeignet. Eine Ressourcengruppe ($rg \in \mathcal{RG}$) fasst eine beliebige Anzahl Rabattstufen ($rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$) zu einem Tarifsyste­m zusammen. Jede Rabattstufe definiert den Preis für ihre Verwendung. Sie enthält für jede zugeordnete Ressource ($r \in \mathcal{R}$) der Ressourcengruppe ($r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$) den Gültigkeitsbereich der Belastung. Dieser wird durch obere ($UB_{rg,t,r,rs}^{RG}$) und untere ($LB_{rg,t,r,rs}^{RG}$) Kapazitätsschranken ausgedrückt. Die Binärvariable $\omega_{rg,rs,t}^{RS}$ drückt aus, ob eine Rabattstufe verwendet wird. Innerhalb einer Ressourcengruppe kann maximal eine Rabattstufe (oder keine) verwendet werden. Eine Rabattstufe ist gültig, wenn alle Ressourcen innerhalb der zugeordneten Kapazitätsgrenzen liegen.

5.2.4 Globale Bestellmengen

Globale Bestellmengen stellen sicher, dass auf einer Relation zwischen jedem Lieferant und Wareneingang des Werkes bei jeder Bestellung über den gesamten Betrachtungshorizont die gleiche Bestellmenge verwendet wird. Die Menge transportierter Einheiten zwischen diesen Knoten entspricht 0 oder der globalen Bestellmenge.

Das Netzwerkmodell bildet diese Anforderung durch eigene Restriktionen ab. Die Bestellmenge wird als Summe über alle Kanten zwischen Lieferant und Wareneingang ermittelt. Die verwendeten Laderäume sind unerheblich.

5.2.5 Kostenzusammenhänge

Die resultierenden Kosten werden durch die Belastungen der Ressourcen, verrechnet mit ihren jeweiligen Preisen ($C_{r,t}^R$), und den Kosten der verwendeten Rabattstufen ($C_{rg,rs,t}^{RG}$) bestimmt. Abhängig vom Typ der Ressource ist diese Kostenfunktion linear (für Ressourcen $r \in \mathcal{R}^L$) oder stückweise-konstant (für Ressourcen $r \in \mathcal{R}^S$). Die Kostensätze der Ressourcen ($C_{r,t}^R$) und Rabattstufen ($C_{rg,rs,t}^{RG}$) können über die Betrachtungszeit schwanken. Ziel der Optimierung ist es, einen Materialflussplan zu finden, dessen Gesamtkosten minimal sind.

5.3 Mathematische Formulierung

Dieser Abschnitt nennt das vollständige mathematische Modell. Zunächst werden die Mengen zur Indizierung der Entscheidungsvariablen und Parameter vorgestellt. Im Anschluss werden die Zielfunktion und alle notwendigen Restriktionen genannt. Zur kompakten Darstellung wurden teilweise nicht linearisierte Ausdrücke gewählt. Abschnitt 5.4 nennt die entsprechenden linearisierten Formulierungen.

5.3.1 Qualität der Formulierung

Neben der Abbildung der fachlichen Anforderungen stellt *Williams* (vgl. [Wil05], S. 32) drei sich teilweise entgegenstehende Kriterien heraus, die eine gute Modellformulierung ausmachen:

1. Leichte Verständlichkeit des Modells
2. Einfache Fehlererkennbarkeit
3. Schnelle Berechnung der Lösung

Die in diesen folgenden Abschnitten vorgestellte Formulierung folgt zunächst der Verständlichkeit und der Fehlererkennbarkeit. Diese Eigenschaften sollen jedoch im zu lösenden Modell später der einfachen Berechnung nachstehen. Eine kompakte Darstellung wird nur so weit angestrebt, wie sie die effiziente Lösung nicht beeinträchtigt. Die Betrachtung der schnellen Berechnung findet in Kapitel 6 statt.

5.3.2 Mengen und Indizes

$f \in \mathcal{F}$	Werke im betrachteten Netzwerk
$\ell, \ell' \in \mathcal{L}$	Knoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^S Lieferantenknoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^N Konsolidierungsknoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^E Wareneingangsknoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^U Umpackknoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^L Lagerknoten im Netzwerk
	\mathcal{L}^V Verbauortknoten im Netzwerk
	$\mathcal{L}^S \cup \mathcal{L}^N \cup \mathcal{L}^E \cup \mathcal{L}^U \cup \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V = \mathcal{L}$
$\ell, \ell' \in \mathcal{L}_f$	Werksbezug der Netzwerkknotten $f \in \mathcal{F}$, $\bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f \cup \mathcal{L}^S \cup \mathcal{L}^N = \mathcal{L}$
	\mathcal{L}_f^E Wareneingangsknoten des Werkes $f \in \mathcal{F}$, $\bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^E = \mathcal{L}^E$
	\mathcal{L}_f^U Umpackknoten des Werkes $f \in \mathcal{F}$, $\bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^U = \mathcal{L}^U$
	\mathcal{L}_f^L Lagerknoten des Werkes $f \in \mathcal{F}$, $\bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^L = \mathcal{L}^L$
	\mathcal{L}_f^V Verbauortknoten des Werkes $f \in \mathcal{F}$, $\bigcup_{f \in \mathcal{F}} \mathcal{L}_f^V = \mathcal{L}^V$
	$\mathcal{L}_f^E \cup \mathcal{L}_f^U \cup \mathcal{L}_f^L \cup \mathcal{L}_f^V = \mathcal{L}_f, \forall f \in \mathcal{F}$
$e \in \mathcal{E}$	Indexmenge alternativer Kanten
$E^{\ell, \ell'}$	Menge existierender Transportkantenalternativen e von ℓ nach ℓ' : $E^{\ell, \ell'} = \{(\ell, \ell', e) \ell \in \mathcal{L}, \ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}, \ell \text{ und } \ell' \text{ sind benachbart}, e \in \mathcal{E}\}$
E^ℓ	Menge existierender Umpackkantenalternativen e an ℓ : $E^\ell = \{(\ell, e) \ell \in \mathcal{L}^U, e \in \mathcal{E}, \text{ in } \ell \text{ kann über } e \text{ umgepackt werden}\}$
$t, t' \in \mathcal{T}$	Indexmenge der Zeitperioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}, T = \mathcal{T} $
$\tau_{\ell, \ell', e}$	Dauer eines Transportes über die Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$
$p \in \mathcal{P}$	Menge der Sachnummern
$a, a' \in \mathcal{A}$	Menge der Ladungsträger
$a, a' \in \mathcal{A}^E$	Sortenrein beladene Ladungsträger $\mathcal{A}^E \subseteq \mathcal{A}$
$a, a' \in \mathcal{A}^S$	Gemischt beladene Ladungsträger (z. B. Sets), $\mathcal{A}^E \cup \mathcal{A}^S = \mathcal{A}$, $\mathcal{A}^E \cap \mathcal{A}^S = \emptyset$
PA	Menge gültiger Produkt-Ladungsträger-Kombinationen: $PA = \{(p, a) p \in \mathcal{P}, a \in \mathcal{A}, p \text{ kann in } a \text{ transportiert werden}\}$
PAA'	Menge gültiger SNr-LT-Kombinationen für Umpackoperationen: $PAA' = \{(p, a, a') p \in \mathcal{P}, a \in \mathcal{A}, a' \in \mathcal{A}, p \text{ von } a \text{ in } a' \text{ umpackbar}, \}$
$r \in \mathcal{R}$	Ressourcen
$r \in \mathcal{R}^S$	Ressourcen mit stückweise-konstanten Kosten $\mathcal{R}^S \subseteq \mathcal{R}$
$r \in \mathcal{R}^L$	Ressourcen mit linearen Kosten, $\mathcal{R}^L \subseteq \mathcal{R}$, es gilt: $\mathcal{R}^S \cap \mathcal{R}^L = \emptyset, \mathcal{R}^S \cup \mathcal{R}^L = \mathcal{R}$
$rp \in \mathcal{RP}$	Ressourcenpool, $\mathcal{RP} \subseteq \mathbf{P}(\mathcal{R})$

$rg \in \mathcal{RG}$	Ressourcengruppe, $\mathcal{RG} \subseteq \mathbf{P}(\mathcal{R})$
$rs \in \mathcal{RS}$	Kapazitäts- und Preisstufe einer Ressourcengruppe
$r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$	Ressourcen, die der Gruppe $rg \in \mathcal{RG}$ zugeordnet sind
$rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$	Rabattstufen, die der Gruppe $rg \in \mathcal{RG}$ zugeordnet sind
X^L	Menge gültiger Transportwege für ein Produkt p in Ladungsträger a : $X^L = \{(\ell, \ell', e, p, a, t, t') (\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}, (p, a) \in PA, (p, a) \text{ kann auf } (\ell, \ell', e) \text{ transportiert werden, } t \in \mathcal{T}, t' = t + \tau_{\ell, \ell', e}\}$
Y^L	Menge gültiger Lagerungen für ein Produkt p in Ladungsträger a : $Y^L = \{(\ell, p, a) \ell \in \mathcal{L}^V, (p, a) \in PA, (p, a) \text{ kann in } \ell \text{ gelagert werden}\}$
Z^L	Menge gültiger Umpackkanten, $Z^L = \{(\ell, e, p, a, a') (\ell, e) \in E^\ell, (p, a, a') \in PAA', \text{ Umpacken von } (p, a, a') \text{ über } (\ell, e) \text{ möglich}\}$
X^R	Menge gültiger Ressourcenzuordnungen auf Flusskanten, für die eine Belastung $\neq 0$ vorhanden ist: $X^R = \{(\ell, \ell', e, p, a, t, t', r) (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L, r \in \mathcal{R}, r \text{ wird bei Verwendung von } (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \text{ belastet}\}$
Y^R	Menge gültiger Ressourcenzuordnungen auf Lagerkanten, für die eine Belastung $\neq 0$ vorhanden ist: $Y^R = \{(\ell, p, a, r) (\ell, p, a) \in Y^L, r \in \mathcal{R}, r \text{ wird bei Verwendung von } (\ell, p, a) \text{ belastet}\}$
Z^R	Menge gültiger Ressourcenzuordnungen auf Lagerkanten, für die eine Belastung $\neq 0$ vorhanden ist: $Z^R = \{(\ell, e, p, a, a', r) (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L, r \in \mathcal{R}, r \text{ wird bei Verwendung von } (\ell, e, p, a, a') \text{ belastet}\}$
X^{CI}	Produkt-Ladungsträger-Knoten-Relation, über die ausschließlich vollständig beladene Ladungsträger angeliefert werden, $X^{CI} = \{(\ell', p, a) (\ell', p, a) \in (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L\}$
X^{CO}	Produkt-Ladungsträger-Knoten-Relation, über die ausschließlich vollständig beladene Ladungsträger geliefert werden, $X^{CO} = \{(\ell, p, a) (\ell, p, a) \in (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L\}$
X^{PI}	Produkt-Ladungsträger-Knoten-Relation, über die maximal ein nicht vollständig beladener Ladungsträger angeliefert werden darf, $X^{PI} = \{(\ell', p, a) (\ell', p, a) \in (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L\}$
$(\ell, p, a) \in X^{PO}$	Produkt-Ladungsträger-Knoten-Relation, über die maximal ein nicht vollständig beladener Ladungsträger geliefert werden darf, $X^{PO} = \{(\ell, p, a) (\ell, p, a) \in (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L\}$

5.3.3 Parameter

Bedarf am Verbauort und Anfangslagerbestände

$D^{\ell',p,t}$ Bedarf an Produkt $p \in \mathcal{P}$ am Verbauort $\ell' \in \mathcal{L}^V$ in Periode $t \in \mathcal{T}$, $(\ell', p) \in X^L$

$Y_{\ell,p,a}^0$ Anfangslagerbestand des Lagers $\ell \in \mathcal{L}^L$ an Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, $(\ell, p, a) \in Y^L$

Ladungsträger

$Q_{p,a}^A$ LHM-Menge: Maximale Anzahl von Einheiten von Produkt $p \in \mathcal{P}$, die mit Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ transportiert bzw. gelagert wird, $(p, a) \in PA$.

Belastung der Ressourcen

$U_{r,t}^R$ Belastung der Ressource $r \in \mathcal{R}$ durch flussunabhängige Tätigkeiten, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ anfällt

$UB_{r,t}^R$ Maximal zulässige Belastung (Mindestgrenze) von Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

$LB_{r,t}^R$ Minimal zulässige Belastung (Kapazität) von Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

$UB_{rp,t}^{RP}$ Maximal zulässige Belastung (Kapazität) des Ressourcenpools $rp \in \mathcal{RP}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

$UB_{rg,t,r,rs}^{RG}$ Maximal zulässige Belastung (Kapazität) der Ressource $r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$ als Mitglied in der Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ in der Stufe $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$

$LB_{rg,t,r,rs}^{RG}$ Minimal zulässige Belastung (Mindestgrenze) der Ressource $r \in \mathcal{R}$ als Mitglied in der Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ in der Stufe $rs \in \mathcal{RS}$

$\tilde{U}_{\ell,r}^{\omega L}$ Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ bei Transport **zu** einem Knoten $\ell \in \mathcal{L}$, angerechnet bei Ankunft

$U_{\ell,r}^{\omega L}$ Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ bei Transport **von** einem Knoten $\ell \in \mathcal{L}$, angerechnet bei Abtransport

$U_{\ell,\ell',r}^{\omega V}, \tilde{U}_{\ell,\ell',r}^{\omega V}$ Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ bei Transport über eine beliebige Kante $(\ell, \ell') \in X^L$, U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E}, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E}$$

Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ durch Transport über die Kante $(\ell, \ell', e) \in X^L$, U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,p,r}^{\omega P}, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,r}^{\omega P}$$

Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ durch den Transport einer beliebigen Menge des Produktes $p \in \mathcal{P}$ über die Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$, $(\ell, \ell', e, p) \in X^L$. U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft des Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A}, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A}$$

Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ durch den Transport einer beliebigen Menge in Ladungsträgern des Typs $a \in \mathcal{A}$ über die Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$, $(\ell, \ell', e, a) \in X^L$. U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA}, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA}$$

Inanspruchnahme der Ressource $r \in \mathcal{R}$ durch den Transport einer beliebigen Menge des Produktes $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträgern des Typs $a \in \mathcal{A}$ über die Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$, $(\ell, \ell', e, p, a) \in X^L$. U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft des Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,a,r}^A, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,a,r}^A$$

Belastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, die bei Nutzung der Kante (ℓ, ℓ', e) auftritt, $(\ell, \ell', e, a) \in X^L$. U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft des Materials in ℓ

$$U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P$$

Kapazitätsbelastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Einheit des Produktes $p \in \mathcal{P}$ bei Verwendung des Ladungsträgers $a \in \mathcal{A}$ ($(\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L$). U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft des Materials in ℓ . U wird bei Entfernung des Materials aus ℓ verrechnet, \tilde{U} bei Ankunft des Materials in ℓ

$$U_{\ell,e,p,a,a',r}^{P_{Umpack}}$$

Kapazitätsbelastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Einheit des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die beim Umpacken von LT $a \in \mathcal{A}$ zu $a' \in \mathcal{A}$ im Umpackort $\ell \in \mathcal{L}^U$, $(\ell, e, p, a, a') \in Z^L$, anfällt

$$U_{\ell,e,p,a,r}^{A_{Umpack}}$$

Kapazitätsbelastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, die beim Umpacken von Produkt $p \in \mathcal{P}$ am Umpackort $\ell \in \mathcal{L}^U$ anfällt, $(\ell, e, p, a) \in Z^L$

$U_{\ell,e,p,a',r}^{A'Umpack}$	Kapazitätsbelastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Zielladungsträger $a' \in \mathcal{A}$, die beim Umpacken von Produkt $p \in \mathcal{P}$ am Umpackort $\ell \in \mathcal{L}^U$ anfällt, $(\ell, e, p, a') \in Z^L$
$U_{\ell,p,r}^{PLager}$	Belastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Einheit von $p \in \mathcal{P}$, die eine Periode lang am Lagerort $\ell \in (\mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V)$ gelagert wird, $(\ell, p) \in Y^L$
$U_{\ell,a,r}^{ALager}$	Belastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ pro Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, auf dem eine Periode lang am Lagerort $\ell \in (\mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V)$ gelagert wird $(\ell, a) \in Y^L$
$F_{r,t}$	Kapazität einer Abrechnungseinheit der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$
Kosten	
$C_{r,t}^R$	Kostensatz je Abrechnungseinheit der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$
$C_{rg,rs,t}^{RG}$	Kostensatz der Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ für die Stufe $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

Modellierungsparameter

M „Big M“, eine hinreichend große Zahl

5.3.4 Entscheidungsvariablen

Kontinuierliche Entscheidungsvariablen (mit Wertebereich $\mathbb{R}_{\geq 0}$)

Belastung interner Ressourcen

$k_{r,t}$	Belastung der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$
$k_{r,t}^{allgemein}$	Belastung der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ durch allgemeine Materialflüsse
$k_{r,t}^{Umpack}$	Belastung der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ durch Umpacken
$k_{r,t}^{Lager}$	Belastung der Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ durch Lagerung
$k_{r,t,rg,rs}^{RG}$	Belastung einer Ressource $r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$ der Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ auf Stufe $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

Ganzzahlige Entscheidungsvariablen (mit Wertebereich \mathbb{N}_0)

Flussvariablen

$x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}$	Anzahl Einheiten des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$, auf Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ von Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ zu $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$ fließen und dort in Periode $t' \in \mathcal{T}$ angekommen, $((\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L)$
$y_{\ell,p,a,t}$	Anzahl Einheiten des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ auf Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Lager $\ell \in (\mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V)$ gelagert werden, $(\ell, p, a) \in Y^L$
$z_{\ell,e,p,a,a',t}$	Anzahl Einheiten des Produktes $p \in \mathcal{P}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ am Umpackort $\ell \in \mathcal{L}^U$ (unter Verwendung der Kante $(\ell, e) \in E^\ell$) von Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in $a' \in \mathcal{A}$ umgepackt werden, $(\ell, e, p, a, a') \in Z^L$ (Diese Variable muss insbesondere für $a = a'$ definiert werden, wenn eine Beibehaltung des Ladungsträgers möglich sein soll)
$d_{\ell',p,a,t}^A$	Bedarf an Produkt $p \in \mathcal{P}$, verpackt in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ am Verbauort $\ell \in \mathcal{L}^V$, $(\ell', p, a) \in X^L$ (Bemerkung: technische Hilfsvariable zur Modellierung, entspricht der Zuordnung des Bedarfs zu Ladungsträgern)

Binäre Entscheidungsvariablen (mit Wertebereich $\{0, 1\}$)

Anzeige genutzter Rabattstufen

$\omega_{rg,rs,t}^{RS}$	Nutzung von Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ in Stufe $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$
-------------------------	--

Kostentreiberindikatoren

$\omega_{\ell,\ell',t}^V$	Zeigt an, ob in Periode $t \in \mathcal{T}$ ein Transport Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ in Richtung $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ verlässt, $(\ell, \ell') \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',t}^V$	Zeigt an, ob in Periode $t \in \mathcal{T}$ ein Transport von $\ell \in \mathcal{L}$ in Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ ankommt, $(\ell, \ell') \in X^L$
$\omega_{\ell,\ell',e,t}^E$	Zeigt an, ob in Periode $t \in \mathcal{T}$ ein Transport den Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ in Richtung $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$ verlässt, $(\ell, \ell', e) \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,t}^E$	Zeigt an, ob in Periode $t \in \mathcal{T}$ ein Transport von $\ell \in \mathcal{L}$ in Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ über $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell,\ell'}$ ankommt, $(\ell, \ell', e) \in X^L$

$\omega_{\ell,\ell',e,p,t}^P$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ in Richtung $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ verlässt, $(\ell, \ell', e, p) \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,t}^P$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ von $\ell \in \mathcal{L}$ in Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ ankommt, $(\ell, \ell', e, p) \in X^L$
$\omega_{\ell,\ell',e,a,t}^A$	Zeigt an, ob ein Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ in Richtung $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ verlässt, $(\ell, \ell', e, a) \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,a,t}^A$	Zeigt an, ob ein Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ von $\ell \in \mathcal{L}$ in Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ ankommt, $(\ell, \ell', e, a) \in X^L$
$\omega_{\ell,\ell',e,p,a,t}^{PA}$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ mittels Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ den Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ in Richtung $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ verlässt, $(\ell, \ell', e, p, a) \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,a,t}^{PA}$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ mittels Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ von $\ell \in \mathcal{L}$ in Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $(\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'}$ ankommt, $(\ell, \ell', e, p, a) \in X^L$
$\omega_{\ell,p,t}^L$	Zeigt an, ob Material in Periode $t \in \mathcal{T}$ den Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ verlässt, $(\ell, p) \in X^L$
$\tilde{\omega}_{\ell',p,t}^L$	Zeigt an, ob Material in Periode $t \in \mathcal{T}$ den Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ erreicht, $(\ell', p) \in X^L$
$\omega_{\ell,p,t}^{PI}$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ den Knoten $\ell \in \mathcal{L}$ erreicht, $(\ell, p) \in X^L$
$\omega_{\ell',p,t}^{PO}$	Zeigt an, ob ein Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ den Knoten $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ verlässt, $(\ell', p) \in X^L$

Globale Bestellmengen (*optional*)
 $q_{\ell,p}^S$

Globale externe Bestellmenge für Produkt $p \in \mathcal{P}$, die von Lieferant $\ell \in \mathcal{L}^S$ geliefert wird. Dieser Wert setzt die Bestellmenge für den gesamten Planungshorizont fest. Wenn das entsprechende Produkt bestellt wird, muss die Menge diesem Wert entsprechen. Es muss nicht in jeder Periode bestellt werden. Es gilt: $(\ell, p) \in X^L$

 $q_{\ell',p}^F$

Globale externe Bestellmenge für Produkt $p \in \mathcal{P}$, die von Wareneingang $\ell' \in \mathcal{L}^E$ erwartet wird. Dieser Wert setzt die Bestellmenge für den gesamten Planungshorizont fest. Wenn das entsprechende Produkt bestellt wird, muss die Menge diesem Wert entsprechen. Es muss nicht in jeder Periode bestellt werden. Es gilt: $(\ell', p) \in X^L$

5.3.5 Zielfunktion

Ziel ist die Minimierung der gesamten Logistikkosten, die sich als Summe der Kosten für die Ressourcenbelegung und der verwendeten Rabattstufen ergeben.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{R}^S} \left\lceil \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \right\rceil \cdot C_{r,t}^R \\
 & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{R}^L} \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \cdot C_{r,t}^R \\
 & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{rg \in \mathcal{R}\mathcal{G}} \sum_{\mathcal{R}S_{rg}^{RG}} \omega_{t,rg,rs}^{RS} \cdot C_{rg,rs,t}^{RG}
 \end{aligned} \tag{5.3.1}$$

Die Zielfunktion berücksichtigt die Kosten, die durch Verwendung der linearen und stückweise-linearen Ressourcen entstehen (s. Abschnitt 2.3.1 und Abschnitt 5.1.5). Der Ausdruck $\left\lceil \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \right\rceil \cdot C_{r,t}^R$ bestimmt die Kosten für die Kapazitätsbelastung jeder Ressource mit stückweise-linearen Kosten $r \in \mathcal{R}^S$ in jeder Periode $t \in \mathcal{T}$. $k_{r,t}$ umfasst die gesamte Belastung der Ressource. $F_{r,t}$ entspricht der Kapazität, die eine Abrechnungseinheit zur Verfügung stellt und für die entsprechend der Preis $C_{r,t}^R$ gilt. Analog entspricht $\frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \cdot C_{r,t}^R$ den Kosten, die durch Belastung der Ressourcen mit linearen Kosten $r \in \mathcal{R}^L$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ entstehen. Die dritte Zeile fügt die Verwendungskosten der Rabattgruppe $rg \in \mathcal{R}\mathcal{G}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ hinzu: $\sum_{\mathcal{R}S_{rg}^{RG}} \omega_{t,rg,rs}^{RS} \cdot C_{rg,rs,t}^{RG}$

5.3.6 Nebenbedingungen

Flusserhaltung

Für alle Knoten des internen Netzwerks sind Bilanzgleichungen zu formulieren, die sich nach Knotentypen unterscheiden. Die Bilanzgleichungen betreffen je Knotentyp die an diesem Knoten verwendbaren Produkt-Ladungsträgerkombinationen und werden für jede Periode einzeln erzeugt.

$$\sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t} = \sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in XL}} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T}, \\ (\ell, p, a) \in X^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^N \cup \mathcal{L}^E \end{array} \quad (5.3.2)$$

Im Lager wird der Bestand pro Produkt-Ladungsträger-Kombination geführt. Die Bilanzgleichung für $\ell \in \mathcal{L}^L$ lautet:

$$\begin{aligned} y_{\ell, p, a, t} &= y_{\ell, p, a, t-1} + \sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t} \\ &- \sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in XL}} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T} \setminus \{1\}, \\ (\ell, p, a) \in Y^L : . \\ \ell \in \mathcal{L}^L \end{array} \quad (5.3.3)$$

Für die erste Periode ist statt $y_{\ell, p, a, t-1}$ der Anfangsbestand $Y_{\ell, p, a}^0$ zu verwenden:

$$\begin{aligned} y_{\ell, p, a, t} &= Y_{\ell, p, a}^0 + \sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t} \\ &- \sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in XL}} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} t = 1, \\ \forall (\ell, p, a) \in Y^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^L \end{array} \quad (5.3.4)$$

Materialandienorte werden als spezielle Lagerorte betrachtet, die die Senken des Netzwerks darstellen. Die Bilanzgleichungen für Materialandienorte $\ell \in \mathcal{L}^V$ lauten damit:

$$\sum_{\substack{(\ell', e, t'): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} (x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t}) + y_{\ell, p, a, t-1} = d_{\ell, p, a, t}^A + y_{\ell, p, a, t} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T} \setminus \{1\} \\ (\ell, p, a) \in Y^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^V \end{array} \quad (5.3.5)$$

$$\sum_{\left\{ \begin{array}{c} (\ell', e, t') : \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL \end{array} \right\}} (x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t}) + Y_{\ell, p, a}^0 = d_{\ell, p, a, t} + y_{\ell, p, a, t} \quad \begin{array}{l} t = 1, \\ \forall (\ell, p, a) \in Y^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^V \end{array} \quad (5.3.6)$$

$$\sum_{\left\{ \begin{array}{c} a : \\ (\ell, p, a) \in Y^L \end{array} \right\}} d_{\ell, p, a, t}^A = D_{\ell, p, t} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T}, \\ (\ell, p) \in Y^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^V. \end{array} \quad (5.3.7)$$

Die Bedarfsmengen $D_{\ell, p, t}$ werden als nicht ladungsträgergebunden angesehen. Die Bilanzgleichung muss jedoch für jeden Ladungsträgertyp $a \in \mathcal{A}$ erfüllt werden. Daher werden Entscheidungsvariablen $d_{\ell, p, a, t}$ eingeführt, die einen Bedarf an $p \in \mathcal{P}$ in einem speziellen Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ angeben (s. Gleichung (5.3.7)). Diese Variablen sind nicht als reale Bedarfsmengen, sondern als Hilfsmittel zur Modellierung anzusehen.

Schließlich müssen Umpackplätze $\ell \in \mathcal{L}^U$ folgende Bilanzgleichungen erfüllen:

$$\sum_{\left\{ \begin{array}{c} (\ell', e, t') : \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL \end{array} \right\}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t} = \sum_{\left\{ \begin{array}{c} (e, a') : \\ (\ell, e, p, a, a', t) \in ZL \end{array} \right\}} z_{\ell, e, p, a, a', t} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T}, \\ (\ell, p, a) \in Z^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^U \end{array} \quad (5.3.8)$$

$$\sum_{\left\{ \begin{array}{c} (e, a) : \\ (\ell, e, p, a, a', t) \in ZL \end{array} \right\}} z_{\ell, e, p, a, a', t} = \sum_{\left\{ \begin{array}{c} (\ell', e, a, t') : \\ (\ell, \ell', e, p, a', t, t') \in XL \end{array} \right\}} x_{\ell, \ell', e, p, a', t, t'} \quad \begin{array}{l} \forall t \in \mathcal{T}, \\ (\ell, p, a') \in Z^L : \\ \ell \in \mathcal{L}^U \end{array} \quad (5.3.9)$$

Die Gleichungen (5.3.8) und (5.3.9) bilden die möglichen Materialflüsse des Umpackens ab. Mittels der Gleichung (5.3.8) wird erzwungen, dass alle in den Knoten ℓ fließende Teile eines Produktes, unabhängig vom Ladungsträger, vom Umpackprozess berücksichtigt werden. Analog verhält sich Restriktion (5.3.9) für den Ausgang.

Teilgefüllte Ladungsträger

Die Flussmengen auf Kanten zu oder von Knoten können auf Werte festgelegt werden, die einem beliebigen Vielfachen der LHM-Menge entsprechen. Im Folgenden werden die Gleichungen genannt, die sicherstellen, dass bei einem Knoten nur vollständig beladene Ladungsträger eingehen (X^{CI} , s. Restriktion (5.3.10)) oder ausgehen (X^{CO} , s. Restriktion (5.3.11)). Die Zahl nicht-vollständiger Ladungsträger kann ebenfalls auf 1 limitiert werden (X^{PI} , s. Restriktion (5.3.12)) und (X^{PO} , s. Restriktion (5.3.13)). Eine Erläuterung zur Linearisierung der Ausdrücke gibt Abschnitt 5.4.1.

$$\begin{aligned}
 0 &= \sum_{\substack{(\ell,e,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \\
 &- \sum_{\substack{(\ell,e,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \quad \forall (\ell', p, a) \in X^{CI}, t' \in \mathcal{T} \quad (5.3.10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 &= \sum_{\substack{(\ell',e,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \\
 &- \sum_{\substack{(\ell',e,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \quad \forall (\ell, p, a) \in X^{CO}, t \in \mathcal{T} \quad (5.3.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 &\geq \sum_{\substack{(\ell,e,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \\
 &- \sum_{\substack{(\ell,e,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \quad \forall (\ell', p, a) \in X^{PI}, t' \in \mathcal{T} \quad (5.3.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 &\geq \sum_{\substack{(\ell',e,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \\
 &- \sum_{\substack{(\ell',e,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} \left[\frac{x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right] \quad \forall (\ell, p, a) \in X^{PO}, t \in \mathcal{T} \quad (5.3.13)
 \end{aligned}$$

Ressourcen

Die Berechnung der Belastung einer allgemeinen Ressource $r \in \mathcal{R}$ in $t \in \mathcal{T}$ erfolgt durch die Summe der materialflussverursachten Belastungen aller Kanten, Produkte und Ladungsträger, jedoch erweitert um die Kapazitätsbelastungen, die durch Lagern und Umpacken entstehen. Die Belastungsvektoren werden durch die Parameter der Gruppe U und \tilde{U} repräsentiert. Die Bildung der Maxima ist notwendig zur Bestimmung der Anzahl an nicht sortenrein zu befüllenden Ladungsträgern, die auf der Kante genutzt werden (die jeweils maximale Anzahl bestimmt die auf einer Kante insgesamt verwendete Anzahl Ladungsträger).

Zur Bestimmung der Ressourcen sind einige binäre Verwendungsindikatoren notwendig. Restriktion (5.3.14) stellt die obere Schranke zur Zuweisung des Kostentreibers Produkt-Ladungsträger PA , z. B. zur Abbildung von Bestellposition, dar. Die obere Schranke ist notwendig, da der Kostensatz, verbunden mit der Verwendung des Kostentreibers, negativ

sein kann und die Lösung den Kostentreiber dann auch ohne vorhandenen Fluss aktiviert. Restriktion (5.3.15) erzwingt die Verwendung des Kostentreibers bei vorhandenem Fluss. Analog werden die weiteren Kostentreiber (s. Restriktion (5.3.16) bis (5.3.41)) belegt. Eine Erläuterung zur Linearisierung der Ausdrücke geben die Abschnitte 5.4.1 und 5.4.2.

$$\omega_{\ell,\ell',e,p,a,t}^{PA} \leq \sum_{\substack{t': \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,a,t) \in XL \quad (5.3.14)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,p,a,t}^{PA} \cdot M \geq \sum_{\substack{t': \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,a,t) \in XL \quad (5.3.15)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,a,t'}^{PA} \leq \sum_{\substack{t: \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,a,t') \in XL \quad (5.3.16)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,a,t'}^{PA} \cdot M \geq \sum_{\substack{t: \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,a,t') \in XL \quad (5.3.17)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,a,t}^A \leq \sum_{\substack{(p,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,a,t) \in XL \quad (5.3.18)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,a,t}^A \cdot M \geq \sum_{\substack{(p,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,a,t) \in XL \quad (5.3.19)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,a,t'}^A \leq \sum_{\substack{(p,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,a,t') \in XL \quad (5.3.20)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,a,t'}^A \cdot M \geq \sum_{\substack{(p,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,a,t') \in XL \quad (5.3.21)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,p,t}^P \leq \sum_{\substack{(a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,t) \in XL \quad (5.3.22)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,p,t}^P \cdot M \geq \sum_{\substack{(a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,t) \in XL \quad (5.3.23)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,t'}^P \leq \sum_{\substack{(a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,t') \in XL \quad (5.3.24)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,t'}^P \cdot M \geq \sum_{\substack{(a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,p,t') \in XL \quad (5.3.25)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,t}^E \leq \sum_{\substack{(p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,t) \in XL \quad (5.3.26)$$

$$\omega_{\ell,\ell',e,t}^E \cdot M \geq \sum_{\substack{(p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,t) \in XL \quad (5.3.27)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,t'}^E \leq \sum_{\substack{(p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,t) \in XL \quad (5.3.28)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,t'}^E \cdot M \geq \sum_{\substack{(p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',e,t') \in XL \quad (5.3.29)$$

$$\omega_{\ell,\ell',t}^V \leq \sum_{\substack{(e,p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',t) \in XL \quad (5.3.30)$$

$$\omega_{\ell,\ell',t}^V \cdot M \geq \sum_{\substack{(e,p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',t) \in XL \quad (5.3.31)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',t'}^V \leq \sum_{\substack{(e,p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',t') \in XL \quad (5.3.32)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell,\ell',t'}^V \cdot M \geq \sum_{\substack{(e,p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,\ell',t') \in XL \quad (5.3.33)$$

$$\omega_{\ell,t}^L \leq \sum_{\substack{(\ell',e,p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,t) \in XL \quad (5.3.34)$$

$$\omega_{\ell,t}^L \cdot M \geq \sum_{\substack{(\ell',e,p,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,t) \in XL \quad (5.3.35)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell',t'}^L \leq \sum_{\substack{(\ell,e,p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell',t') \in XL \quad (5.3.36)$$

$$\tilde{\omega}_{\ell',t'}^L \cdot M \geq \sum_{\substack{(\ell,e,p,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell',t') \in XL \quad (5.3.37)$$

$$\omega_{\ell',p,t'}^{PI} \leq \sum_{\substack{(\ell,e,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell',p,t') \in XL \quad (5.3.38)$$

$$\omega_{\ell',p,t'}^{PI} \cdot M \geq \sum_{\substack{(\ell,e,a,t): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell',p,t') \in XL \quad (5.3.39)$$

$$\omega_{\ell,p,t}^{PO} \leq \sum_{\substack{(\ell',e,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,p,t) \in XL \quad (5.3.40)$$

$$\omega_{\ell,p,t}^{PO} \cdot M \geq \sum_{\substack{(\ell',e,a,t'): \\ (\ell',\ell,e,p,a,t',t) \in XL}} x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \quad \forall (\ell,p,t) \in XL \quad (5.3.41)$$

Restriktion (5.3.42) bestimmt die durch Transport- und Handlingoperationen anfallenden Belastungen für jede Ressource in jeder Periode. Es werden jeweils die ankommenden und abgehenden Flüsse aller Kostentreiber berücksichtigt. Analog bestimmen die Restriktionen (5.3.43) und (5.3.44) die Ressourcenbelastungen durch die Umpack- und Lagervorgänge.

Eine Erläuterung zur Linearisierung der Ausdrücke geben die Abschnitte 5.4.1 und 5.4.2.

$$\begin{aligned}
 k_{r,t}^{allgemein} = & \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p, a, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (x_{\ell, \ell', e, p, a, t', r} \cdot U_{\ell, \ell', e, p, a, r}^P) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p, a, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \wedge a \in AE \end{array} \right\}} \left[\frac{x_{\ell, \ell', e, p, a, t', r}}{Q_{p,a}^A} \right] \cdot U_{\ell, \ell', e, a, r}^A \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p, a, t'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \wedge a \in AS \end{array} \right\}} \left(\max_{p \in \mathcal{P}} \left[\frac{x_{\ell, \ell', e, p, a, t', r}}{Q_{p,a}^A} \right] \right) U_{\ell, \ell', e, a, r}^A \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p, a): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{\ell, \ell', e, p, a, t}^{PA} \cdot U_{\ell, \ell', e, p, a, r}^{\omega PA}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p, a): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{\ell, \ell', e, p, a, t}^{PA} \cdot \tilde{U}_{\ell, \ell', e, p, a, r}^{\omega PA} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, a): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{\ell, \ell', e, a, t}^A \cdot U_{\ell, \ell', e, a, r}^{\omega A}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, a): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{\ell, \ell', e, a, t}^A \cdot \tilde{U}_{\ell, \ell', e, a, r}^{\omega A} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{\ell, \ell', e, p, t}^P \cdot U_{\ell, \ell', e, p, r}^{\omega P}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e, p): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{\ell, \ell', e, p, t}^P \cdot \tilde{U}_{\ell, \ell', e, p, r}^{\omega P} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{\ell, \ell', e, t}^E \cdot U_{\ell, \ell', e, r}^{\omega E}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell', e): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{\ell, \ell', e, t}^E \cdot \tilde{U}_{\ell, \ell', e, r}^{\omega E} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{\ell, \ell', t}^V \cdot U_{\ell, \ell', r}^{\omega V}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell, \ell'): \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{\ell, \ell', t}^V \cdot \tilde{U}_{\ell, \ell', r}^{\omega V} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} \ell: \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} (\omega_{t, \ell}^L \cdot U_{\ell, r}^{\omega L}) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} \ell': \\ (\ell, \ell', e, p, a, t', r) \in XR \end{array} \right\}} \left(\tilde{\omega}_{t, \ell'}^L \cdot \tilde{U}_{\ell', r}^{\omega L} \right) \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned}$$

(5.3.42)

$$\begin{aligned}
 k_{r,t}^{Umpack} = & \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell,e,p,a,a'): \\ (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R \end{array} \right\}} \left(z_{\ell,e,p,a,a',t} \cdot U_{\ell,e,p,a,a',r}^{PUmpack} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell,e,p,a): \\ (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R: a \in \mathcal{A}^E \end{array} \right\}} \left[\frac{\sum \{a': (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R\} z_{\ell,e,p,a,a',t}}{Q_{p,a}^A} \right] \cdot U_{\ell,e,p,a,r}^{AUmpack} \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell,e,p,a'): \\ (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R: a' \in \mathcal{A}^E \end{array} \right\}} \left[\frac{\sum \{a: (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R\} z_{\ell,e,p,a,a',t}}{Q_{p,a'}^A} \right] \cdot U_{\ell,e,p,a',r}^{A'Umpack} \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell,e,a): \\ (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R: a \in \mathcal{A}^S \end{array} \right\}} \max_{p \in \mathcal{P}} \left[\frac{\sum \{a': (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R\} z_{\ell,e,p,a,a',t}}{Q_{p,a}^A} \right] \cdot U_{\ell,e,p,a,r}^{AUmpack} \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (\ell,e,a'): \\ (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R: a' \in \mathcal{A}^S \end{array} \right\}} \max_{p \in \mathcal{P}} \left[\frac{\sum \{a: (\ell,e,p,a,a',r) \in Z^R\} z_{\ell,e,p,a,a',t}}{Q_{p,a}^A} \right] \cdot U_{\ell,e,p,a,r}^{A'Umpack} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T},
 \end{aligned} \tag{5.3.43}$$

$$\begin{aligned}
 k_{r,t}^{Lager} = & \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (l,p,a): \\ (\ell,p,a,r) \in Y^R \end{array} \right\}} \left(y_{\ell,p,a,t} \cdot U_{\ell,p,r}^{PLager} \right) \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (l,p,a): \\ (\ell,p,a,r) \in Y^R: a \in \mathcal{A}^E \end{array} \right\}} \left[\frac{y_{\ell,p,a,t}}{Q_{p,a}^A} \right] \cdot U_{\ell,a,r}^{ALager} \\
 & + \sum_{\left\{ \begin{array}{l} (l,a): \\ (\ell,p,a,r) \in Y^R: a \in \mathcal{A}^S \end{array} \right\}} \left(\max_{p \in \mathcal{P}} \left[\frac{y_{\ell,p,a,t}}{Q_{p,a}^A} \right] \right) \cdot U_{\ell,a,r}^{ALager} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{5.3.44}$$

Die Gesamtbelastung einer Ressource pro Periode, hervorgehend aus den Belastungen durch Transport-, Umpack- und Lageroperationen, ergibt sich damit zu

$$k_{r,t} = k_{r,t}^{allgemein} + k_{r,t}^{Umpack} + k_{r,t}^{Lager} + U_{r,t}^R \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}, \tag{5.3.45}$$

wobei $U_{r,t}$ eine Belastung durch Tätigkeiten beschreibt, die unabhängig von den Materialflüssen erledigt werden (z. B. geplante Wartungstätigkeiten).

Die zugehörigen oberen und unteren Kapazitätsbeschränkungen der Ressourcen lauten:

$$k_{r,t} \leq UB_r^R \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \tag{5.3.46}$$

$$k_{r,t} \geq LB_r^R \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \tag{5.3.47}$$

Die Kapazität des Ressourcenpools ist wie folgt begrenzt:

$$\sum_{r \in rp} k_{r,t} \leq UB_{rp,t}^{RP} \quad \forall rp \in \mathcal{RP}, t \in \mathcal{T} \quad (5.3.48)$$

Die Ressourcengruppen, Rabattstufen und ihre Zuordnung zu Ressourcenbelastungen werden durch vier Restriktionen sichergestellt. Gleichung (5.3.49) stellt sicher, dass die tatsächliche Belastung einer Ressource vollständig bei der Bestimmung der Rabattstufe berücksichtigt wird. Restriktion (5.3.50) verhindert die gleichzeitige Verwendung mehrerer Rabattstufen einer Gruppe. Die Restriktionen (5.3.51) und (5.3.52) weisen die verwendete Rabattstufe innerhalb der oberen und unteren Schranken aus. Zur Linearisierung der *und*-Verknüpfung wird die in Abschnitt 5.4.3 dargestellte Formulierung verwendet.

$$k_{r,t} = \sum_{rs \in \mathcal{RS}^{rg}} k_{r,t,rg,rs}^{RG} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T} \quad (5.3.49)$$

$$1 \geq \sum_{rs \in \mathcal{RS}^{rg}} \omega_{t,rg,rs}^{RS} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, t \in \mathcal{T} \quad (5.3.50)$$

$$k_{r,t,rg,rs}^{RG} \leq \omega_{t,rg,rs}^{RS} \cdot UB_{rg,rs,r}^{RG} \quad \forall r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T}, \quad (5.3.51)$$

$$rg \in \mathcal{RG}, rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$$

$$k_{r,t,rg,rs}^{RG} = 0 \vee k_{r,t,rg,rs} \geq \omega_{t,rg,rs}^{RS} \cdot LB_{rg,rs,r}^{RG} \quad \forall r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T}, \quad (5.3.52)$$

$$rg \in \mathcal{RG}, rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$$

Globale Bestellmengen (optional)

Globale Bestellmengen können zur Einhaltung identischer Bestellmengen pro Produkt bei jeder Bestellung verwendet werden. Die Restriktionen (5.3.53) und (5.3.54) erzwingen, dass die ausgehenden Materialmengen eines Lieferantenknotens für jedes Produkt über alle Perioden identisch oder 0 sind. Analog sind die Restriktionen (5.3.55) und (5.3.56) für die eingehenden Flüsse aller Wareneingänge.

$$\sum_{\substack{(\ell', e, a, t') \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t, t'} \leq q_{\ell, p}^S \quad \forall (\ell, p, t) \in Z^L : \quad (5.3.53)$$

$$\ell \in \mathcal{L}^S$$

$$M \cdot (1 - \omega_{t, \ell, p}^{PO}) + \sum_{\substack{(\ell', e, a, t') \\ (\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in XL}} x_{\ell', \ell, e, p, a, t, t'} \geq q_{\ell, p}^S \quad \forall (\ell, p, t) \in Z^L : \quad (5.3.54)$$

$$\ell \in \mathcal{L}^S$$

$$\sum_{\substack{(\ell, e, a, t): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t, t') \in XL}} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \leq q_{\ell', p}^F \quad \begin{array}{l} \forall f \in \mathcal{F}, \\ (\ell', p, t') \in Z^L : \\ \ell' \in \mathcal{L}_f^E \end{array} \quad (5.3.55)$$

$$M \cdot (1 - \omega_{t', \ell', p}^{PI}) + \sum_{\substack{(\ell, e, a, t): \\ (\ell', \ell, e, p, a, t, t') \in XL}} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \geq q_{\ell', p}^F \quad \begin{array}{l} \forall f \in \mathcal{F}, \\ (\ell', p, t') \in Z^L : \\ \ell' \in \mathcal{L}_f^E \end{array} \quad (5.3.56)$$

5.4 Aspekte der Modellierung und Darstellung

Das vorgestellte Modell ist nicht vollständig linearisiert. Die äquivalente lineare Darstellung der Funktionen *Auf- und Abrunden* und der *Max*-Funktion wird in diesem Abschnitt erläutert.

5.4.1 Ganzzahlbestimmung durch Auf- und Abrunden

Die nichtlineare Funktion *Aufrunden* findet zu einem gegebenen kontinuierlichen Wert den nächstgrößeren oder gleichwertigen ganzzahligen Wert. Sie wird in einigen Restriktionen des mathematischen Modells zur Bestimmung der Anzahl benötigter Ladungsträger verwendet (s. Restriktionen (5.3.10) bis (5.3.13) und weitere).

Die Funktion *Aufrunden* sei:

$$\lceil \bullet \rceil : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \min_{\substack{n \in \mathbb{Z} \\ x \leq n}} n, \quad (5.4.1)$$

Dennoch lässt sich die Funktion in einer linearen Formulierung verwenden, wenn n als ganzzahlige Variable definiert wird und die folgenden Nebenbedingungen mit hinreichend kleinem $\epsilon > 0$ übernommen werden:

$$n \geq x \quad (5.4.2)$$

$$n \leq x + 1 - \epsilon \quad (5.4.3)$$

Analog lautet die Funktion *Abrunden*:

$$\lfloor \bullet \rfloor : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \max_{\substack{n \in \mathbb{Z} \\ x \geq n}} n, \quad (5.4.4)$$

Die entsprechenden Nebenbedingungen lauten:

$$n \leq x \tag{5.4.5}$$

$$n \geq x - 1 + \epsilon \tag{5.4.6}$$

5.4.2 Maximalwertbestimmung

Die *Max*-Funktion liefert den größeren Wert zweier gegebener Werte. Sie findet bei der Betrachtung der Ladungsträger $a \in \mathcal{A}^S$ Verwendung (s. Restriktionen (5.3.42), (5.3.43) und (5.3.44)).

$$\lceil \bullet \rceil : \mathbb{Z}, \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, z_1, z_2 \mapsto \min_{\substack{k \in \mathbb{Z} \\ z_1 \leq k \\ z_2 \leq k}} k \tag{5.4.7}$$

Die Funktion kann wie folgt dargestellt werden (vgl. [SM06], S. 103-106 und [Kal02], S. 116-129). z_1, z_2 und k seien reellwertige Entscheidungsvariablen, y eine binärwertige:

$$z_1 \leq k \tag{5.4.8}$$

$$z_2 \leq k \tag{5.4.9}$$

$$k - z_1 \leq M_1 \cdot (1 - y) \tag{5.4.10}$$

$$k - z_2 \leq M_2 \cdot y \tag{5.4.11}$$

$$y \in \{0, 1\} \tag{5.4.12}$$

M_1 und M_2 seien hinreichend klein und größer 0.

Analog gilt die linearisierte Abbildung für:

$$\lceil \bullet \rceil : \mathbb{R}, \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, r_1, r_2 \mapsto \min_{\substack{x \in \mathbb{R} \\ r_1 \leq x \\ r_2 \leq x}} k \tag{5.4.13}$$

5.4.3 Halbstetige Gültigkeitsbereiche

Zur vollständigen Linearisierung von Restriktionen der Form

$$x \leq UB \quad (5.4.14)$$

$$x = 0 \vee x \geq LB \quad (5.4.15)$$

(x ist reell) wird eine weitere Binärvariable (b) benötigt:

$$x \leq UB \cdot b \quad (5.4.16)$$

$$x \geq LB \cdot b \quad (5.4.17)$$

Dies betrifft in der obigen Modellformulierung die Restriktionen (5.3.51) und (5.3.52).

5.4.4 Implizites Umpacken

Die Bilanzgleichungen der Knoten (s. Restriktionen (5.3.2) bis (5.3.7)) stellen sicher, dass die Anzahl ankommender Sachnummern eines Knotens der der ausgehenden Sachnummern entspricht. Dies gilt jedoch nicht für die Anzahl verwendeter Ladungsträger. Das System unterstellt, dass auf einer Kante transportierte Produkte immer ideal gepackt sind, d.h. maximal ein Ladungsträger nicht vollständig gefüllt ist. Bei Knoten der Menge \mathcal{L}^N und \mathcal{L}^E sind keine Umpackvorgänge möglich. Dennoch kann es dazu kommen, dass die Anzahl eingehender Ladungsträger nicht der Anzahl ausgehender Ladungsträger entspricht (s. Abbildung 5.9) oder die ausgehenden Flüsse abweichende Füllmengen unter Beibehaltung der Anzahl Ladungsträger aufweisen (s. Abbildung 5.10). Die LT-Symbole stellen jeweils einen auf dieser Kante verwendeten Ladungsträger dar.

Abbildung 5.11 zeigt eine mögliche Netzwerkgestaltung zur Unterbindung der Fälle am *Fall 2*. Im Netzwerk werden neue Knoten für jede eingehende Kante (s. Knoten $E1$ und $E2$) und für jede ausgehende Kante eingefügt (s. Knoten $A1$ und $A2$) und alle Knoten der Gruppe E mit Kanten an die Gruppe A angeschlossen. Die Knoten der Gruppe A werden mit den betroffenen Produkten und Ladungsträgern der Menge X^{PI} hinzugefügt. Dies verhindert, dass mehr als ein nicht-vollständig gefüllter Ladungsträger in den Knoten eingehen darf. Wird diese Lösung für *Fall 1* angewendet, wird verhindert, dass die zwei nicht vollständig beladenen Ladungsträger zum dargestellten Knoten transportiert werden.

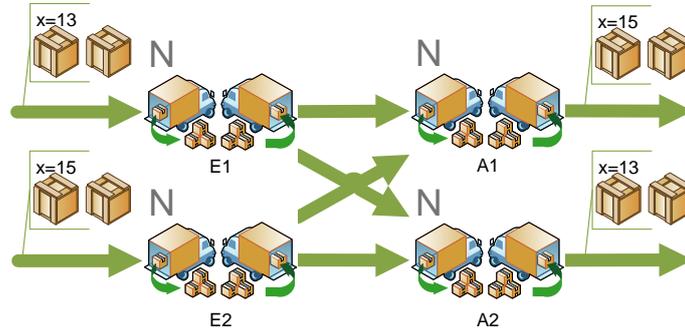


Abbildung 5.11: Implizites Umpacken, allgemeine Lösung: Netzwerkabschnitt mit einem Produkt und einem Ladungsträger, LHM-Menge=10

Durch geringfügige Erweiterung des Modells wird gewährleistet, dass keine unverbundenen Flusskanten entstehen. Es wird die folgende Restriktion hinzugefügt:

$$\sum_{(\ell', \ell, e, p, a, t', t) \in X^L} x_{\ell', \ell, e, p, a, t', t} = \sum_{(\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t'} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (\ell', p, a) \in X^L : \quad (5.4.18)$$

$$\ell \in \mathcal{L}^N \cup \mathcal{L}^E$$

Analog muss das Modell um zusätzliche Restriktionen, jeweils für die Bilanzgleichungen (5.3.3), (5.3.4), (5.3.5), (5.3.6), (5.3.8) und (5.3.9), erweitert werden.

5.5 Einordnung der Problemklasse

Die Einordnung der Problemklasse des vorliegenden Modells soll anhand von zwei bekannten Problemen, dem *CLSP* (s. Abschnitt 3.1) und dem *NDP* (s. Abschnitt 3.5) erfolgen.

Die folgenden Abschnitte zeigen die Reduktionsbeweise auf das *CLSP* und *NDP*. Beide Probleme sind NP-schwer¹¹, sodass auch das vorliegende Problem als NP-schwer einzustufen ist und damit zur Klasse der schwierigsten Probleme gehört (vgl. [NW88], S. 131).

¹¹vgl. [CLRS01], S. 986

5.5.1 Einordnung durch Transformation des CLSP

Die Autoren *Florian et al.* beweisen, dass das *CLSP* NP-schwer ist (vgl. [FLRK80])¹². Jedes *CLSP* lässt sich mit der vorliegenden Beschreibung abbilden, wenn die Mengen und Parameter wie folgt belegt werden:

- **Produkte:** Die Menge \mathcal{P} enthält entsprechend der Produktmenge des *CLSP* Produkte.
- **Ladungsträger:** Das *CLSP* berücksichtigt keine Ladungsträger. Um die Funktion zu gewährleisten, wird ein Standardladungsträger in die Menge \mathcal{A} aufgenommen.
- **Perioden:** Beide Probleme sind mehrperiodisch, die Menge \mathcal{T} enthält somit alle Perioden des *CLSP*.
- **Lagern und Verbrauch:** Das *CLSP* erlaubt die Lagerung von vorhergehend produzierten Waren, der Verbrauch kann als Entnahme aus dem Lager interpretiert werden. Dies wird durch die Aufnahme eines Verbauort-Knoten ($\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}^V$) in die Menge der Knoten \mathcal{L} abgebildet. Die Bedarfsmengen werden analog in $D_{\ell',p,t}$ eingetragen.
- **Lagerkosten:** Zur Abbildung der Lagerkosten wird zunächst eine lineare Ressource r^l je Produkt p in \mathcal{R} aufgenommen. Die Kapazität der Abrechnungseinheit $F_{r,t}$ wird für alle Perioden und Produkte auf 1 festgesetzt. Die Belastung pro Einheit wird durch den Parameter $U_{\ell,p,r^l}^{P_{Lager}}$ auf 1 gesetzt. Die Kosten der Ressource pro Abrechnungseinheit $C_{r^l,t}$ werden entsprechend den tatsächlichen Lagerkosten pro Einheit des jeweiligen Produktes gesetzt.
- **Produktion:** Die Produktion findet in einem Lieferantenknoten statt, die Menge \mathcal{L} wird um einen Knoten $\ell \in \mathcal{L}^S$ erweitert. Eine Kante $(\ell, \ell', e, p, a, t, t')$ zwischen Lieferanten ℓ und Lager ℓ' mit nur einer Ausprägung e , für jedes Produkt $p \in \mathcal{P}$ und den einzigen Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ für jede Periode $t \in \mathcal{T}$ mit Dauer 0 (es gilt: $t' = t$) reflektiert die Produktionsmenge.
- **Produktionskosten:** Für die periodenbezogenen Produktionskosten wird je Produkt eine lineare Ressource r^p , mit $F_{r^p,t} = 1$, der Menge \mathcal{R} hinzugefügt. Die Kostensätze $C_{r^p,t}$ dieser Ressource entsprechen den Kosten der Produktion einer Einheit des Produktes in der jeweiligen Periode. Der Parameter $U_{\ell,\ell',e,p,a,r^p}^P$ wird analog zur Indextmenge der vorhergehend eingeführten Kante auf 1 gesetzt.
- **Rüstkosten:** Zur Abbildung der Rüstkosten wird eine weitere lineare Ressource r^r je Produkt der Menge \mathcal{R} hinzugefügt. Die Kostensätze der Perioden $C_{r^r,t}$ werden

¹²Dieser Beweis bezieht sich auf das Ein-Produkt-Modell. Mit dem hier vorgestellten Verfahren kann jedoch leicht gezeigt werden, dass das Mehr-Produkt-Modell ebenfalls NP-schwer ist.

entsprechend der Rüstkosten des Produktes für die jeweilige Periode eingestellt. Der Belastungsparameter $U_{\ell,\ell',r,r}^{\omega V}$ wird mit 1 eingestellt.

Abbildung 5.12 zeigt das erzeugte Netzwerk.

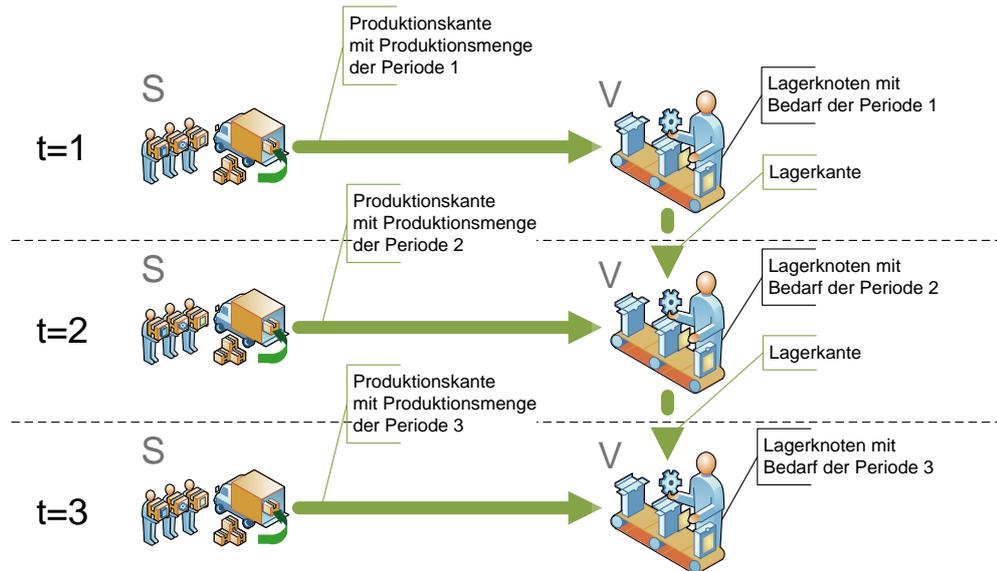


Abbildung 5.12: Abbildung des *CLSP* als reduziertes Netzwerk

Zur Interpretation der Ergebnisse können aus den Entscheidungsvariablen $x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}$ die Produktionsmengen entnommen werden. Die Variablen $y_{\ell',p,a,t}$ enthalten die Lagermengen. Die Kosten der Zielfunktion entsprechen denen des *CLSP*.

Die oben genannte Transformation verdeutlicht, dass jedes *CLSP* mit der vorgestellten Formulierung gelöst werden kann. Dies bedeutet, dass

1. das vorliegende Problem ebenfalls NP-schwer ist und
2. die hier vorgestellten Lösungsmethoden geeignet sind, jede Instanz des *CLSP* zu lösen.

5.5.2 Einordnung durch Transformation des NDP

Nach *Johnson et al.* ist das Netzwerkdesignproblem NP-vollständig (vgl. [JLRK77]).

Eine Transformation kann wie folgt durchgeführt werden:

- **Perioden:** Das *NDP* ist einperiodisch, die Menge \mathcal{T} enthält damit nur eine Periode.

- **Produkte:** Die Produkte des NDP werden in die Menge \mathcal{T} aufgenommen.
- **Knoten:** Alle Knoten des NDP werden als Konsolidierungsknoten in die Menge \mathcal{L} aufgenommen.
- **Kanten:** Die vorhandenen Kanten des NDP werden als $(\ell, \ell', e, p, a, t, t')$ in die Menge Z^L aufgenommen. ℓ und ℓ' entsprechen den Start- und Zielknoten. e, t, t' sei immer 1. Die Kanten werden für jedes Produkt $p \in \mathcal{P}$ erzeugt.
- **Flusskosten:** Für jede der vorhergehend eingefügten Kanten wird je Produkt eine Ressource definiert. Die Belastung $U_{\ell, \ell', e, p, a, r}^P$ dieser Ressource ist 1, die Kosten der Ressource entsprechen den Kosten einer Flusseinheit des Produktes im NDP .
- **Flussunabhängige Kosten:** Für jede existierende Verbindung zwischen zwei Knoten wird eine neue Ressource definiert. Es wird der Parameter $U_{\ell, \ell', r}^{\omega V}$ als Indikator für die Verwendung der Kante gleich 1 gesetzt. Die Kosten der neuen Ressource entsprechen den flussunabhängigen Verwendungskosten einer Kante aus dem NDP .
- **Angebot und Bedarf:** Für die Quelle und Senke jedes Produktes wird ein zusätzlicher Lieferanten- (ℓ_p^L) und Verbauortknoten (ℓ_p^V) ins Netzwerk aufgenommen. Diese werden mit einer Kante $(\ell_p^S, \ell_p^A, e, p, a, t, t')$ vom Lieferanten an den tatsächlichen Angebotsknoten ℓ_p^A angeschlossen. Analog wird die Kante $(\ell_p^B, \ell_p^V, e, p, a, t, t')$ vom tatsächlichen Bedarfsknoten ℓ_p^B zum Verbauortknoten eingefügt. Beide neuen Kanten erhalten über eine eigene Ressource mit dem Parameter $UB_{r,t}^R$ eine Kapazitätsbegrenzung, die dem Angebot und der Nachfrage entspricht¹³. Diese Ressource bleibt kostenfrei.

Die resultierenden Flüsse können den Entscheidungsvariablen $x_{\ell, \ell', e, p, t, t'}$ entnommen werden. Die Flüsse der Kanten $(\ell_p^S, \ell_p^A, e, p, a, t, t')$ und $(\ell_p^B, \ell_p^V, e, p, a, t, t')$ sind zu vernachlässigen. Die Entscheidungsvariablen $\omega_{\ell, \ell'}^V$ zeigen an, ob eine Kante verwendet wird. Die Kosten der Zielfunktion entsprechen den Kosten des NDP . Abbildung 5.13 zeigt zusammenfassend ein transformiertes NDP -Netzwerk.

Entsprechend gilt, dass das vorliegende Problem NP-schwer ist und jedes NDP mit den hier vorgestellten Lösungsmethoden gelöst werden kann.

¹³Das NDP ist für kontinuierliche Flussmengen und einem Angebot und Bedarf von 1 definiert. Eine hinreichend große Skalierung des Bedarfs und der Angebote muss vorgenommen werden, sodass die Flussmengen der NDP -Lösung ganzzahlig werden.

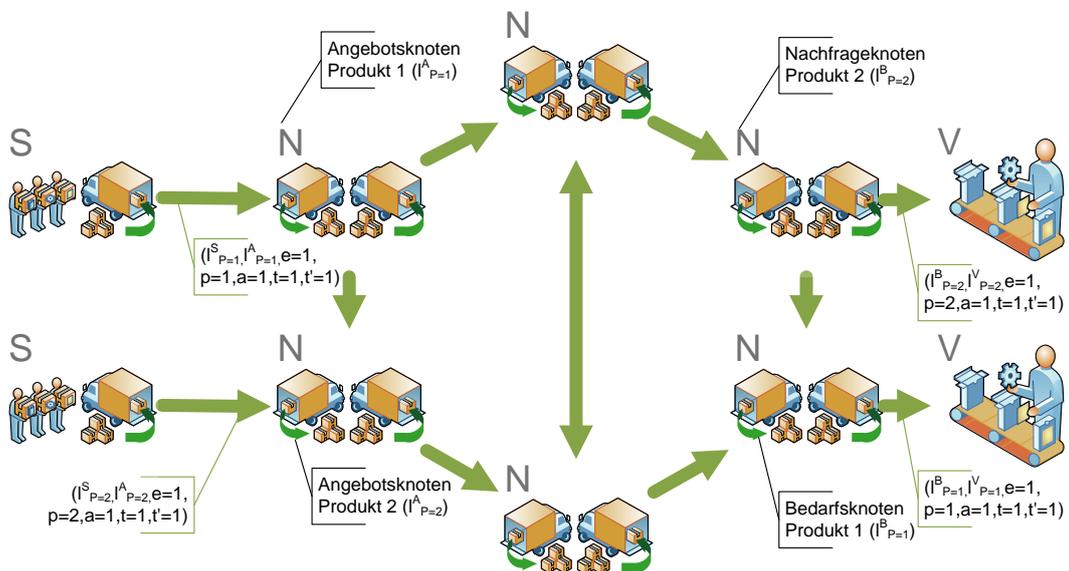


Abbildung 5.13: Abbildung des *NDP* als reduziertes Netzwerk

6 Anwendung eines exakten Optimierungsverfahrens

Dieses Kapitel erläutert die Anwendung des $B\&B$ zur Ermittlung optimaler Lösungen für das vorliegende Problem. Die dargestellte Modellformulierung kann – nach Anwendung der Hinweise zur vollständigen Linearisierung (s. Abschnitt 5.4) – von diesem Algorithmus exakt gelöst werden. Eine methodische Grundlage zur Anwendung des $B\&B$ findet sich bei *Martin* (vgl. [Mar99]).

Bei Anwendung des Algorithmus auf Probleminstanzen, die eine große Anzahl Entscheidungsvariablen und Restriktionen enthalten, wird die Lösung sehr zeitintensiv. Die folgenden Abschnitte beschreiben Ansätze zur Verbesserung der Modellformulierung. Dazu werden zunächst die gängigen Eigenschaften einer guten Modellformulierung genannt (s. Abschnitt 6.1). Äquivalente Modellformulierungen, erzeugt durch Umformulierung oder Hinzufügen weiterer Restriktionen, können genutzt werden, um dieses Ziel zu erreichen (vgl. [Sue05], S. 74). Weitere Verbesserungen der MIP-Formulierung diskutiert *Williams* (vgl. [Wil05], S. 190ff. und [WB97], S. 623ff.). Die verwendeten Verbesserungen werden nachfolgend vorgestellt (s. Abschnitt 6.2). Eine quantitative Analyse der Laufzeiten enthält Kapitel 8.

6.1 Maßstab für die Verbesserung der Modellformulierung

Abschnitt 5.3.1 nennt die Kriterien für eine gute Modellformulierung, unter anderen die schnelle Berechnung der Lösung. Maßstab für die schnelle Berechnung der Lösung soll die Laufzeit bis zum Beweis der Optimalität einer gefundenen Lösung sein. Dies ist aus pragmatischen Gründen nicht immer möglich, sodass alternativ die Qualität der Lösung, gemessen als die Ganzzahligkeitslücke zwischen LP-Relaxation und der besten bekannten Lösung, nach einer vorgegebenen Laufzeit zur Bewertung herangezogen werden kann.

Eine Beschleunigung der Berechnung kann durch eine Verbesserung der Relaxation des gemischt-ganzzahligen Programms erreicht werden. Zur engeren Beschreibung des Lösungsraums kann das gemischt ganzzahlige Programm, ohne Beschränkung der Menge gültiger Lösungen, abgewandelt formuliert werden.

6.2 Verbesserung der Modellformulierung

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass die Modellformulierung zur Erreichung einer schnelleren Lösung unterschiedlich verändert werden kann. Es kann von Vorteil sein, dem Modell zusätzliche Variablen und Nebenbedingungen zuzufügen. Die Lösung der LP-Relaxation, die als Teilproblem in vielen Lösungsalgorithmen auftritt, wird zwar aufwendiger, dieser Effekt wird aber dadurch mehr als nur aufgehoben, dass mittels einer besseren unteren Schranke weniger Knoten im Entscheidungsbaum berechnet werden müssen, obwohl theoretisch mehr Knoten auftreten können.

In vielen Fällen ist es möglich, durch eine solche mathematisch äquivalente Formulierung die Rechenzeit deutlich zu reduzieren oder eine Berechnung überhaupt erst möglich zu machen (vgl. [Wil05], S. 187).

Unabhängig von den Verbesserungsansätzen ist zu beachten, dass eine starke Abhängigkeit zwischen der Netzwerkkonfiguration und der Lösungszeit zu erwarten ist (vgl. [MNG06], S. 199ff.). Daher werden die hier vorgestellten Verbesserungsansätze mittels Praxisinstanzen evaluiert (s. Kapitel 8).

6.2.1 Flussschranken

Die Ressourcenkapazitäten beschränken die möglichen Flussmengen. Zur Verringerung der Laufzeit können – vor dem Start der Optimierung – diese Ressourcenkapazitäten auf die Entscheidungsvariablen der Flusskanten übertragen werden.

Folgende Parameter werden aus den Ressourcen berechnet, um unten stehende Ungleichungen in das Modell aufzunehmen. Es ist anzumerken, dass die Lösung sowie ihre Übertragbarkeit auf das Praxisproblem unberührt bleiben.

Parameter der Flussschranken

$LB_{\ell,\ell',e,p,a}^P$

Untere Schranke der Anzahl Sachnummern des Flusses auf der Kante von $\ell \in \mathcal{L}$ zu $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $e \in \mathcal{E}$, relevant für Produkt p in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, $(\ell, \ell', e, p, a) \in X^L$

$UB_{\ell,\ell',e,p,a}^P$

Obere Schranke eines Flusses auf der Kante von $\ell \in \mathcal{L}$ zu $\ell' \in \mathcal{L} \setminus \{\ell\}$ auf Kante $e \in \mathcal{E}$, relevant für Produkt p in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, $(\ell, \ell', e, p, a) \in X^L$

$LB_{\ell,p,a}^{PLager}$	Untere Schranke der Anzahl gelagerter Sachnummern im Lagerknoten $\ell \in \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V$ des Produktes $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, $(\ell, p, a) \in Y^L$
$UB_{\ell,p,a}^{PLager}$	Obere Schranke der Anzahl gelagerter Sachnummern im Lagerknoten $\ell \in \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V$ des Produktes $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, $(\ell, p, a) \in Y^L$
$LB_{\ell,p,a,a',e}^{PUmpack}$	Untere Schranke der umzupackenden Sachnummern des Produktes p am Umpackknoten $\ell \in \mathcal{L}^U$ von Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in $a' \in \mathcal{A}$ über Umpackkante $e \in \mathcal{E}^\ell$, $(\ell, p, a, a', e) \in Z^L$
$UB_{\ell,p,a,a',e}^{PUmpack}$	Obere Schranke der umzupackenden Sachnummern des Produktes p am Umpackknoten $\ell \in \mathcal{L}^U$ von Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$ in $a' \in \mathcal{A}$ über Umpackkante $e \in \mathcal{E}^\ell$, $(\ell, p, a, a', e) \in Z^L$

Restriktionen der Flusschranken

$$LB_{\ell,\ell',e,p,a}^P \leq x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} \leq UB_{\ell,\ell',e,p,a}^P \quad \forall (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L, \quad (6.2.1)$$

$$t \in \mathcal{T}$$

$$LB_{\ell,p,a}^{PLager} \leq y_{\ell,p,a,t} \leq UB_{\ell,p,a}^{PLager} \quad \forall (\ell, p, a) \in Y^L, t \in \mathcal{T} \quad (6.2.2)$$

$$LB_{\ell,p,a,a',e}^{PUmpack} \leq z_{\ell,p,a,a',e,t} \leq UB_{\ell,p,a,a',e}^{PUmpack} \quad \forall (\ell, p, a, a', e) \in Z^L, \quad (6.2.3)$$

$$t \in \mathcal{T}$$

Zur Abschätzung der oberen Schranke wird die maximal erlaubte Flussmenge aus der vorgegebenen oberen Ressourcenbelastungsschranke abzüglich der fixen Flussbelastungen durch Verrechnung mit den flussabhängigen Ressourcenbelastungen bestimmt (s. Restriktion (6.2.4)). Die Abschätzung berücksichtigt, dass die fixen Ressourcenbelastungen (markiert durch ω) bei jedem Fluss $x > 0$ ins Gewicht fallen. Die Flüsse können durch die oberen Schranken der belasteten Ressourcen, aber auch durch die oberen Schranken der Ressourcengruppen dieser Ressourcen beschränkt werden. Die Gleichung trägt diesem Umstand durch die Auswahl des Minimums aller Beschränkungen Rechnung:

$$\begin{aligned}
 UB_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}^P = \min & \left\{ \min_{r \in \mathcal{R}} \left[\frac{UB_r^R - U_{r,t}^R - U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega P} - U_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A}}{(U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P) \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,\ell',e,a,r}^A} \right] ; \right. \\
 & \left. \min_{rg \in \mathcal{RG}} \left[\frac{\sum_{r \in \mathcal{R}^{RG}} UB_r^R - U_{r,t}^R - U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega P} - U_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A}}{(U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P) \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,\ell',e,a,r}^A} \right] \right\} \cdot Q_{p,a}^A \\
 & \forall (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.4}$$

Für die Belastung von Ressourcengruppen sind keine unteren Schranken vorgesehen, die Berechnung der unteren Schranke erfolgt daher ausschließlich auf Basis der unteren Ressourcenbeschränkung. Des Weiteren kann eine Berechnung nur für Ressourcen erfolgen, die ausschließlich auf einer Kante verwendet werden, da anderenfalls unter Umständen zu hohe untere Schranken bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 LB_{\ell,\ell',e,p,a}^P = & \max_{\substack{(r) \in X^R \setminus \\ (\ell, \ell', e, p, a, r) = \emptyset}} \left[\frac{UB_r^R - U_{r,t}^R - U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega P} - U_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A}}{(U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P) \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,\ell',e,a,r}^A} \right] \cdot Q_{p,a}^A \\
 & \forall (\ell, \ell', e, p, a) \in X^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.5}$$

Analog zur Abschätzung der Schranken der Flussvariablen stellen die Gleichungen (6.2.6) und (6.2.7) die Berechnungsvorschriften für die Lagervariablen dar. Die Lager verwenden keine fixen Ressourcenbelastungen:

$$\begin{aligned}
 UB_{\ell,p,a}^{PLager} = \min & \left\{ \min_{(r) \in Y^R} \left[\frac{UB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,p,r}^{PLager} \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,a,r}^{ALager}} \right] ; \right. \\
 & \left. \min_{rg \in \mathcal{RG}} \left[\frac{\sum_{r \in \mathcal{R}^{RG}} UB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,p,r}^{PLager} \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,a,r}^{ALager}} \right] \right\} \cdot Q_{p,a}^A \\
 & \forall (\ell, p, a) \in Y^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.6}$$

$$\begin{aligned}
 LB_{\ell,p,a}^{PLager} = & \max_{\substack{(r) \in Y^R \setminus \\ (\ell, p, a, r) = \emptyset}} \left[\frac{LB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,p,r}^{PLager} \cdot Q_{p,a}^A + U_{\ell,a,r}^{ALager}} \right] \cdot Q_{p,a}^A \\
 & \forall (\ell, p, a) \in Y^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.7}$$

Die Abschätzung der Schranken der Umpackkanten zieht in Betracht, dass zwei Ladungsträger – der Quell- und Zielladungsträger – des Umpackvorgangs in die Belastung der Ressourcen mit eingehen. In der Gleichung (6.2.8) wird zunächst die Anzahl der vollständig befüllten Ladungsträger unter Verwendung der kleineren LHM-Menge bestimmt. Die sachnummerbezogene Flussmenge wird darauf basierend anhand der größeren LHM-Menge der beiden verwendeten Ladungsträger errechnet. Durch dieses Vorgehen ist sichergestellt, dass die obere Schranke nicht enger als der tatsächlich mögliche Fluss geschätzt wird. Restriktion (6.2.9) ist analog für die untere Schranke definiert.

$$\begin{aligned}
 UB_{\ell,e,p,a,a'}^{PUmpack} = & \min \left\{ \min_{(r) \in Z^R} \left[\frac{UB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,e,p,a,a',r}^{PUmpack} \cdot \min\{Q_{p,a}^A; Q_{p,a'}^A\} + U_{\ell,e,a,r}^{ALager} + U_{\ell,e,a',r}^{A'Lager}} \right]; \right. \\
 & \left. \min_{rg \in \mathcal{RG}} \left[\frac{\sum_{r \in \mathcal{R}^{RG}} UB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,e,p,a,a',r}^{PUmpack} \cdot \min\{Q_{p,a}^A; Q_{p,a'}^A\} + U_{\ell,e,a,r}^{ALager} + U_{\ell,e,a',r}^{A'Lager}} \right] \right\} \cdot \max\{Q_{p,a}^A; Q_{p,a'}^A\} \\
 & \forall (\ell, e, p, a, a') \in Z^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.8}$$

$$\begin{aligned}
 LB_{\ell,e,p,a,a'}^{PUmpack} = & \max_{\substack{(r) \in Z^R \setminus \\ (\ell, e, p, a, a', r) = \emptyset}} \left[\frac{LB_r^R - U_{r,t}^R}{U_{\ell,e,p,a,a',r}^{PUmpack} \cdot \max\{Q_{p,a}^A; Q_{p,a'}^A\} + U_{\ell,e,a,r}^{ALager} + U_{\ell,e,a',r}^{A'Lager}} \right] \cdot \max\{Q_{p,a}^A; Q_{p,a'}^A\} \\
 & \forall (\ell, e, p, a, a') \in Z^R, t \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{6.2.9}$$

6.2.2 Logische Implikationen durch gültige Ungleichungen

Dieser Abschnitt stellt gültige Ungleichungen (*Valid Inequalities*) vor, die genutzt werden, um zur Beschleunigung der Berechnung domänenspezifisches Wissen in die Modellformulierung zu überführen. Häufig können die generischen Lösungsmethoden diese Ungleichungen nicht automatisch ableiten.

Im Modell werden einige Binärvariablen verwendet, um Ressourcenbelastungen unabhängig von der Flussmenge abzubilden (vgl. Gruppe der ω - und $\tilde{\omega}$ -Variablen). Diese Variablen stehen in Zusammenhang. Wird eine SNr-LT-Kombination über eine Kante transportiert – die Variable ist also wahr 1 –, so müssen die entsprechenden Variablen des Produktes und des Ladungsträgers ebenfalls 1 sein. Diese Erkenntnis wird wie folgt ins Modell integriert:

$$\omega_{l,l',e,p,t}^P \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, p, t) \in X^L \quad (6.2.10)$$

$$\omega_{l,l',e,p,t}^P \leq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, p, t) \in X^L \quad (6.2.11)$$

$$\omega_{l,l',e,a,t}^A \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, a, t) \in X^L \quad (6.2.12)$$

$$\omega_{l,l',e,a,t}^A \leq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, a, t) \in X^L \quad (6.2.13)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.14)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \leq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.15)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^A \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.16)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \leq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^A \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.17)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.18)$$

$$\omega_{l,l',e,t}^E \leq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l, l', e, t) \in X^L \quad (6.2.19)$$

$$\omega_{l,l',t}^V \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,t}^E \quad \forall (l, l', t) \in X^L \quad (6.2.20)$$

$$\omega_{l,l',t}^V \leq \sum_{(l,l',e,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,t}^E \quad \forall (l, l', t) \in X^L \quad (6.2.21)$$

$$\omega_{l,l',t}^V \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l, l', t) \in X^L \quad (6.2.22)$$

$$\omega_{l,l',t}^V \leq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l, l', t) \in X^L \quad (6.2.23)$$

$$\omega_{l,l',t}^V \cdot Big_M \geq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^A \quad \forall (l, l', t) \in X^L \quad (6.2.24)$$

$$\omega_{l,l',t}^Y \leq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,a,t}^A \quad \forall (l,l',t) \in X^L \quad (6.2.25)$$

$$\omega_{l,l',t}^Y \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l,l',t) \in X^L \quad (6.2.26)$$

$$\omega_{l,l',t}^Y \leq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l,l',t) \in X^L \quad (6.2.27)$$

$$\omega_{l,t}^L \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',t) \in X^L} \omega_{l,l',t}^Y \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.28)$$

$$\omega_{l,t}^L \leq \sum_{(l,l',e,t) \in X^L} \omega_{l,l',t}^Y \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.29)$$

$$\omega_{l,t}^L \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',e,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,t}^E \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.30)$$

$$\omega_{l,t}^L \leq \sum_{(l,l',e,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,t}^E \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.31)$$

$$\omega_{l,t}^L \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.32)$$

$$\omega_{l,t}^L \leq \sum_{(l,l',e,p,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,t}^P \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.33)$$

$$\omega_{l,t}^L \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^A \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.34)$$

$$\omega_{l,t}^L \leq \sum_{(l,l',e,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,a,t}^A \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.35)$$

$$\omega_{l,t}^L \cdot \text{Big_M} \geq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.36)$$

$$\omega_{l,t}^L \leq \sum_{(l,l',e,p,a,t) \in X^L} \omega_{l,l',e,p,a,t}^{PA} \quad \forall (l,t) \in X^L \quad (6.2.37)$$

Die Gleichungen fixieren eine untergeordnete Binärvariable jeweils abhängig von allen übergeordneten Variablen. Analog zu den Gleichungen (6.2.10) bis (6.2.37) werden die Gleichungen für die entsprechenden $\tilde{\omega}$ -Variablen eingefügt. Eine gute Abschätzung von Big_M hilft hier, das Abzweigen im $B\&B$ auf diesen Restriktionen zu verringern (s. Abschnitt 6.2.8).

6.2.3 Reformulierung der lagerfähigen Knoten

Die in Kapitel 6 vorgestellte Formulierung der Lagerkanten verwendet für jeden Übergang zur nachfolgenden Periode eine Kante¹. Diese Kanten sind in Abbildung 6.1 schwarz dar-

¹Je Produkt, je Ladungsträger und eindeutig für jeden Lagerknoten

gestellt. Durch Hinzufügen weiterer Kanten als reelle Entscheidungsvariablen, die in jeder Periode zu allen nachfolgenden Perioden führen (in der Grafik rot und gebogen dargestellt), lässt sich die Lösungszeit der Formulierung deutlich beschleunigen. Die bestehende Formulierung bleibt vollständig erhalten.

Diese Erweiterung orientiert sich an der erweiterten Mehrprodukt-Reformulierung (vgl. [PW06], S. 119ff.). Von der Aufspaltung der Eingangs- und Ausgangskanten – analog zu den Produktionsmengen der Mehrprodukt-Reformulierung – wird hier abgesehen, da die Anzahl der Entscheidungsvariablen unverhältnismäßig steigen würde.

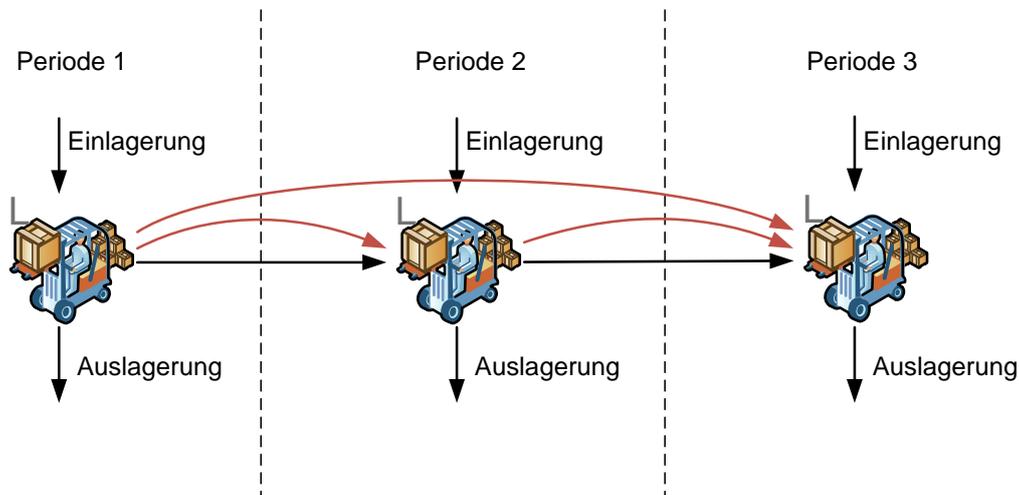


Abbildung 6.1: Mehr-Produktreformulierung für lagerfähige Knoten

Die Modellformulierung wird dazu wie folgt erweitert:

Entscheidungsvariablen

$y_{\ell,p,a,t,t'}^{MC}$ Lagermenge von Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ in Knoten $\ell \in \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V$ eingelagert wird und zur Auslagerung in Periode $t' \in \mathcal{T} : t' \geq t$ vorgesehen ist.

$\bar{y}_{\ell,p,a,t}^{MC}$ Lagermenge von Produkt $p \in \mathcal{P}$ in Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$, die in Periode $t \in \mathcal{T}$ in Knoten $\ell \in \mathcal{L}^L \cup \mathcal{L}^V$ eingelagert wird und bis zum Erreichen des Planungshorizonts nicht ausgelagert wird.

Restriktionen

$$\begin{aligned}
 y_{\ell,p,a,t''} &= \sum_{t' \in \mathcal{T}, t \in \mathcal{T}: t' > t'', t \leq t''} (y_{\ell,p,a,t,t'}^{MC}) \\
 &+ \sum_{t \in \mathcal{T}: t \leq t''} (\bar{y}_{\ell,p,a,t}^{MC}) \quad \forall (\ell, p, a) \in Y^L, \\
 &\quad t'' \in \mathcal{T} \quad (6.2.38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{\ell,p,a,t''}^{MC} &= \sum_{(\ell, \ell', e, p, a, t, t'') \in X^L} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t''} + Y_{\ell', p, a}^0 \\
 &- \sum_{t' \in \mathcal{T}: t' \geq t''} y_{\ell', p, a, t'', t'}^{MC} \quad \forall (\ell, p, a) \in Y^L, \\
 &\quad t'' = 1 \quad (6.2.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{\ell,p,a,t''}^{MC} &= \sum_{(\ell, \ell', e, p, a, t, t'') \in X^L} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t''} \\
 &- \sum_{t' \in \mathcal{T}: t' \geq t''} y_{\ell', p, a, t'', t'}^{MC} \quad \forall (\ell, p, a) \in Y^L, \\
 &\quad t'' \in \mathcal{T} \setminus \{1\} \quad (6.2.40)
 \end{aligned}$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}: t \leq t''} y_{\ell,p,a,t,t''}^{MC} = D_{\ell,p,a}^A \quad \forall (\ell, p, a) \in X^L, \quad t'' \in \mathcal{T} : \ell \in \mathcal{L}^V \quad (6.2.41)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}: t \leq t''} y_{\ell,p,a,t,t''}^{MC} = \sum_{(\ell, \ell', e, p, a, t, t'') \in X^L: t' \geq t''} x_{\ell, \ell', e, p, a, t, t''} \quad \forall (\ell, p, a) \in X^L, \quad t'' \in \mathcal{T} : \ell \in \mathcal{L}^L \quad (6.2.42)$$

Eine ähnliche Formulierung für die Abbildung der Transporte zwischen Lieferant und Bedarfspunkt als Standortwahl zeigt *Reith-Ahlemeier* (vgl. [RA02], S. 57ff.) auf. Die dort eingeführte Entscheidungsvariable $\omega_{k,\tau,t}^{l,r}$ wurde in $y_{\ell,p,a,t,t'}^{MC}$ übertragen.

6.2.4 Halbstetige Variablen

Halbstetige Variablen verfügen über einen stetigen Wertebereich zwischen zwei positiven Schranken LB und UB , der um 0 erweitert wurde: $x \in \{0\} \cup [LB, UB]$. Dies ermöglicht die Verwendung von speziellen Verzweigungsstrategien, da nicht weiter auf den in Abschnitt 5.4.3 vorgestellten Binärvariablen verzweigt wird, wenn sc die untere Schranke unterschreitet. *Kallrath* (vgl. [Kal02], S. 149) und *Timpe und Kallrath* (vgl. [TK00], S. 426) berichten von deutlich verkürzten Rechenzeiten im Vergleich zur herkömmlichen Formulierung.

Die halbstetige Eigenschaft der Variable $k_{r,t,rg,rs}^{RG}$ wird in Restriktionen (5.3.52) deutlich. Die Variable wird als halbstetig mit der unteren bzw. oberen Schranke $LB_{rg,rs,r}^{RG}$ und $UB_{rg,rs,r}^{RG}$ in die Modellformulierung aufgenommen. Durch diese Definition wird 0 der gültigen Wertemenge hinzugefügt. Die Restriktionen (5.3.51) und (5.3.52) entfallen.

6.2.5 SOS-Mengen

Special Ordered Sets (SOS) beschreiben Mengen von Entscheidungsvariablen mit besonderen Eigenschaften. *SOS* wurden zuerst von *Beale und Tomlin* (vgl. [BT70]) beschrieben. Die Verwendung von auf diese Mengen ausgelegten Branching-Regeln kann die Optimierung deutlich beschleunigen, denn „anstelle einer individuellen Verzweigung auf einzelnen Variablen findet in diesem Fall eher eine Verzweigung auf eine ganze Menge statt“ (vgl. [Kal02]). Speziell werden mithilfe der durch die Referenzbedingung beschriebenen Ordnungsrelationen die Indizes in zwei disjunkte Indexmengen zerlegt (vgl. [BT70]).

Es werden die folgenden *SOS* unterschieden:

- **SOS1** ist eine Menge von Entscheidungsvariablen (reell, ganzzahlig), von denen maximal eine Variable ungleich 0 sein darf (vgl. vgl. [BT70], S. 19f.², [Wil05], S. 19f. und [Fri07], S. 19f.).
- **SOS2** stellt eine Menge von Entscheidungsvariablen dar, von denen maximal zwei ungleich 0 sein dürfen. Diese beiden Variablen müssen in der Reihenfolge der Mengenordnung aufeinanderfolgen (vgl. [BT70], S. 449 und [Fri07], S. 20).
- **SOS3** entsprechen den *SOS1*. Sie erzwingen jedoch, dass genau eine Variable gleich 1 ist, alle anderen sind gleich 0 (vgl. [Esc88] und [Fri07], S. 20). Der Gültigkeitsbereich aller Variablen der Menge ist daher auf den einer binären Variablen begrenzt.

Die Entscheidungsvariablen aller *SOS*-Gruppen sind nicht negativ. Die Restriktion (5.3.50) kann durch eine *SOS1*-Formulierung ersetzt werden:

$$SOS1\text{-Set}_{rs \in \mathcal{RS}}(\omega_{t,rg,rs}^{RS}) \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, t \in \mathcal{T} \quad (6.2.43)$$

6.2.6 Additive Transportkosten

Das Rabattstufensystem der Transportkosten ordnet jeder Rabattstufe einer Ressourcen-gruppe einen Preis zu (s. Abbildung 6.2). Die Rabattstufen der Ressourcengruppen werden ordinal aufsteigend nach ihren Kosten sortiert³. Die Preise der jeweiligen Rabattstufe ($C_{rg,rs,t}^{RG_Link}$) werden als Differenz zur vorhergehenden Stufe ausgedrückt (s. Abbildung 6.3, vgl. [Sta07]):

² *Beale und Tomlin* machen keine expliziten Aussagen über die Typen der Entscheidungsvariablen, nennen aber ein Beispiel, in dem das *SOS* ganzzahlige Variablen enthält.

³ Sind mehrere Rabattstufen gleicher Kosten gegeben, ist die Sortierungsvorschrift nicht eindeutig. Die unterschiedlichen Sortierungen können in ihrer Qualität zur Abschätzung der unteren Schranke der Kosten abweichen, beschneiden den gültigen Lösungsraum jedoch nicht.

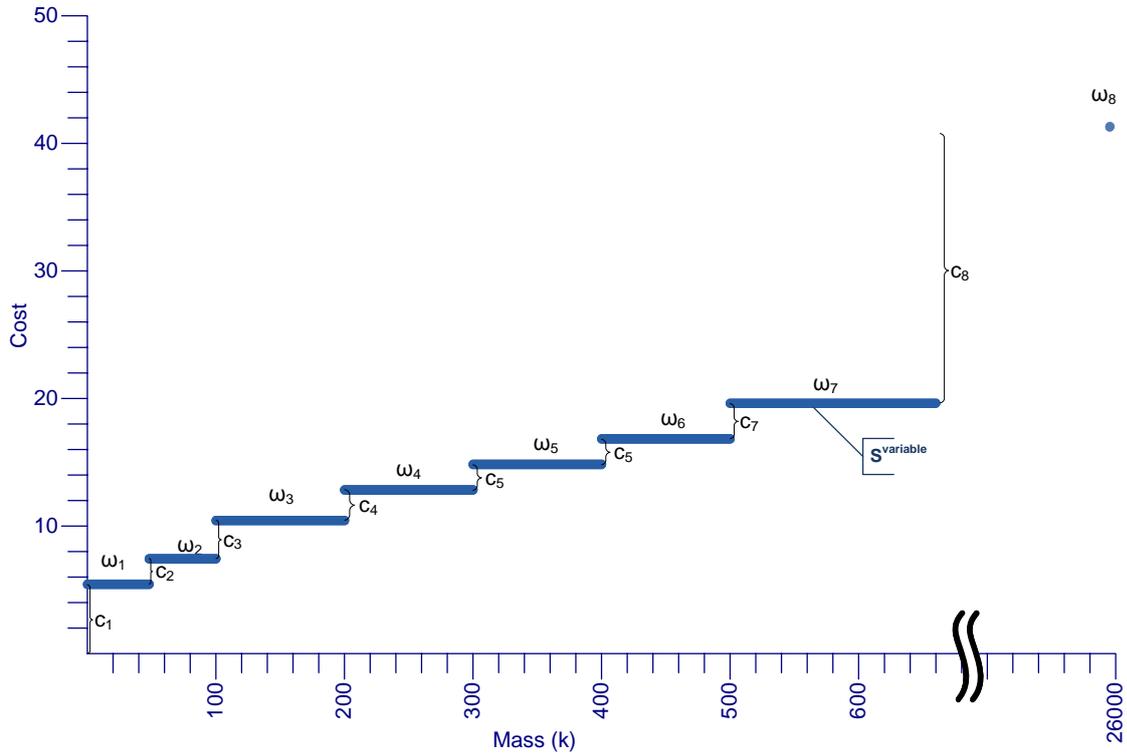


Abbildung 6.3: Rabattstufensystem mit relativen Transportkosten je Stufe

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{R}^S} \left[\frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \right] \cdot C_{r,t}^R \\
 & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{R}^L} \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \cdot C_{r,t}^R \\
 & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{rg \in \mathcal{RG}} \sum_{rs \in \mathcal{RS}} \omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} \cdot C_{rg,rs,t}^{RG_Link}
 \end{aligned} \tag{6.2.44}$$

Eine Restriktion zur Belegung von $\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link}$ wird ins Gleichungssystem eingefügt:

$$\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} = \sum_{rs' \in \mathcal{RS}: rs' \geq rs} \omega_{t,rg,rs'}^{RS} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T}, rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} \tag{6.2.45}$$

Alternativ zur aggregierten Formulierung der Gleichung (6.2.45) kann der Sachverhalt disaggregiert⁴ durch die folgenden Gleichungen dargestellt werden:

⁴Aggregation und Disaggregation (vgl. [PW06], S. 228)

$$\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} \geq \omega_{t,rg,rs'}^{RS} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T},$$

$$rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}, rs' \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} : rs' \geq rs \quad (6.2.46)$$

$$\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} \leq 1 - \omega_{t,rg,rs'}^{RS} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T},$$

$$rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}, rs' \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} : rs' < rs \quad (6.2.47)$$

$$\omega_{t,rg,rs-1}^{RS_Link} \leq \omega_{t,rg,rs-1}^{RS} + \omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T},$$

$$rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} : rs > 1 \quad (6.2.48)$$

$$\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link} \leq \omega_{t,rg,rs}^{RS} \quad \forall rg \in \mathcal{RG}, r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}, t \in \mathcal{T},$$

$$rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} : rs = 1 \quad (6.2.49)$$

Nach Verhalten des ursprünglichen *Branch&Cut*-Verfahrens ist zu erwarten, dass die zweitgenannte, disaggregierte Formulierung (s. Restriktionen (6.2.46) bis (6.2.49)) zu geringeren Laufzeiten führt. Es hat sich jedoch gezeigt, dass die Formulierung (6.2.45) bei Verwendung moderner Implementierungen des *B&B* zu insgesamt deutlich geringeren Laufzeiten führt. Vermutlich führt die Verwendung von *SOS1* für $\omega_{t,rg,rs}^{RS_Link}$ zu diesem Verhalten.

6.2.7 Schnittebenen zur Abschätzung der Ressourcenkosten

Schnittebenen werden verwendet, um eine effizientere Modellformulierung zu erhalten. Sie stellen jedoch nicht nur einen Weg zur Verbesserung der Modellformulierung, sondern auch eine Lösungsmethode dar. Es ist möglich, anstelle des Ausgangsproblems das Ersatzproblem der Beschreibung der konvexen Hülle der zulässigen *MIP*-Lösungen durch die systematische Generierung von zulässigen Ungleichungen zu lösen. Verfahren nach diesem Prinzip nennt man Schnittebenenverfahren. Das *Branch&Cut*-Verfahren, das in vielen Softwarepaketen implementiert ist, ist ein spezielles *Branch&Bound*-Verfahren, das wiederholt Schnitte bildet. Verletzt die Lösung eines relaxierten Problems die Ganzzahligkeitsbedingung auf einer Variablen des Problems, so wird ein Schnitt eingefügt, der diese nicht-ganzzahlige Lösung ausschließt (vgl. [PW06], S. 101-106).

Zur Abschätzung der unteren Schranke der Ressourcenkosten können die minimalen Kosten pro Belastungseinheit einer Ressource verwendet werden. Dieses Verhältnis kann aus den Parametern des Optimierungsmodells bestimmt werden:

Parameter
 $C_{r,rg,t}^{RG_R_Avg}$

Minimales Verhältnis der Ressourcenbelastung von Ressource $r \in \mathcal{R}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$ zu resultierenden Kosten der Rabattgruppe $rg \in \mathcal{RG}$, es gelte: $C_{r,rg,t}^{RG_R_Avg} = \min \frac{\sum_{rs \in \mathcal{RS}} C_{rg,rs,t}^{RG}}{UB_{rg,t,r,rs}^{RG}}, \forall r \in \mathcal{R}, rg \in \mathcal{RG}, t \in \mathcal{T}$

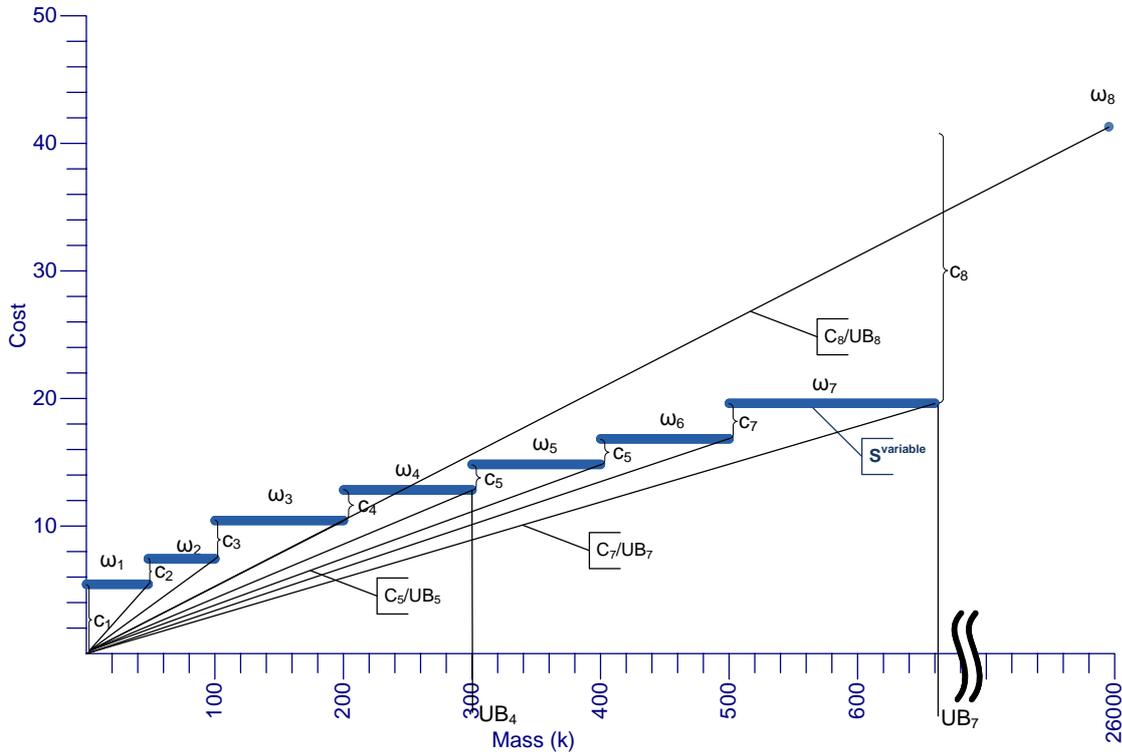


Abbildung 6.4: Schnittebenen zur Abschätzung der Ressourcenkosten

Der Wert $C_{r,rg,t}^{RG_R_Avg}$ bestimmt das geringste Verhältnis der Belastung einer Ressource zu resultierenden Kosten über alle Rabattstufen einer Ressourcengruppe. Alle Belastungen dieser Ressource ($k_{r,t,rg,rs}^{RG}$) führen zu einem Preis, der größer oder gleich $k_{r,t,rg,rs}^{RG} \cdot C_{r,rg,t}^{RG_R_Avg}$ ist. In Abbildung 6.4 wird das Vorgehen für eine Ressource dargestellt. Die Steigung von c_7/UB_7 entspräche hier $C_{r,rg,t}^{RG_R_Avg}$. Zur Einbringung dieser Erkenntnis in das lineare Programm wird eine zusätzliche Entscheidungsvariable benötigt, die explizit die Kosten der Ressourcengruppe abbildet:

Entscheidungsvariablen

$c_{rg,t}^{RG}$ Kosten der Ressourcengruppe $rg \in \mathcal{RG}$ in Periode $t \in \mathcal{T}$

Die Entscheidungsvariable $c_{rg,t}^{RG}$ wird in die Zielfunktion aufgenommen (s. Restriktion (6.2.50) und ursprüngliche Zielfunktion (5.3.1)):

Zielfunktion

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{RS}} \left\lceil \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \right\rceil \cdot C_{r,t}^R \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{RL}} \frac{k_{r,t}}{F_{r,t}} \cdot C_{r,t}^R \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{rg \in \mathcal{RG}} C_{rg,t}^{RG} \end{aligned} \quad (6.2.50)$$

Restriktionen

$$C_{rg,t}^{RG} = \sum_{rs \in \mathcal{RS}} \omega_{t,rg,rs}^{RS} \cdot C_{rg,rs,t}^{RG} \quad \forall t \in \mathcal{T}, rg \in \mathcal{RG} \quad (6.2.51)$$

$$C_{rg,t}^{RG} \geq k_{r,t,rg,rs}^{RG} \cdot C_{r,rg,t}^{RG-R-Avg} \quad \forall t \in \mathcal{T}, r \in \mathcal{R}, rg \in \mathcal{RG}, rs \in \mathcal{RS} \quad (6.2.52)$$

6.2.8 Abschätzung enger Schranken

Big_M_p , eine Abschätzung der oberen Schranke für Materialflüsse, wird für jedes Produkt p bestimmt als

$$Big_M_p = \sum_{\ell \in \mathcal{L}^V, t \in \mathcal{T}} D_{\ell,p,t} - \sum_{(\ell,a) \in \mathcal{Y}^L} Y_{\ell,p,a}^0 \quad \forall p \in \mathcal{P}. \quad (6.2.53)$$

Des Weiteren ergibt sich $Big_M = \sum_{p \in \mathcal{P}} Big_M_p$.

Die Werte werden in den Gleichungen (5.3.15) bis (5.3.41) verwendet.

Es bietet sich an, die Menge der Produkte, die die Summe berücksichtigt, abhängig von den tatsächlich vorhandenen Kanten zu wählen. Dies ermöglicht gegebenenfalls eine engere Formulierung der Restriktionen zur Bestimmung der produktunabhängigen Netzwerkdesignvariablen $\omega_{\ell,\ell',e,a,t}^A, \tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,a,t}^A, \omega_{\ell,\ell',e,t}^E, \tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,t}^E, \omega_{\ell,\ell',t}^V, \tilde{\omega}_{\ell,\ell',t}^V, \tilde{\omega}_{\ell',t}^L, \omega_{\ell,t}^L$ (vgl. Restriktionen (5.3.27), (5.3.29), (5.3.31), (5.3.33), (5.3.37), (5.3.35)).

6.2.9 Symmetriebrechung

Symmetrien sind Abschnitte des Lösungsraums, die im Sinne der Lösung äquivalent zueinander sind. Enthält ein Bereich eine oder keine Lösung, so gilt dies auch für den anderen Bereich. Es folgt, dass bei der Suche nach der optimalen Lösung nur einer dieser Bereiche untersucht werden muss (vgl. [FSS01]). Ein Verfahren zur Eliminierung von Symmetrien, das hier zur Anwendung kommen kann, ist das Einfügen von Schnittebenen. Weitere Verfahren nennen *Sherali und Smith*, *Sellmann* und *Stickel* (vgl. [SS01], [Sel02] und [Sti06]). Bedingt durch alternative Transportwege, die identische Kostenstrukturen aufweisen (z. B. durch Verwendung mehrerer Fahrzeuge eines Transportmodus), können die Instanzen Sym-

metrien aufweisen. Durch eine Reduzierung der Symmetrien mittels einer zusätzlichen Restriktion ist es möglich, die Evaluierungszeit des $B\&B$ -Algorithmus deutlich zu verringern.

Parameter

$sym \in \mathcal{SYM}$	Menge aller Symmetriegruppen
$r \in \mathcal{R}_{sym}^{SYM}$	Von der Symmetriegruppe betroffenen Ressourcen
$item(\mathcal{R}_{sym}^{SYM}, n)$	liefert das n-te Element der Menge (Es wird eine beliebige, reproduzierbare Ordnung unterstellt.)

Dem mathematischen Modell wird folgende Restriktion hinzugefügt:

Restriktion

$$k_{item(\mathcal{R}_{sym},n),t} \geq k_{item(\mathcal{R}_{sym},n+1),t} \quad \forall sym \in \mathcal{SYM}, n = 1..|\mathcal{R}_{sym}^{SYM}| - 1, t \in \mathcal{T} \quad (6.2.54)$$

Zu beachten ist, dass die Anwendung der Ordnung auf mehreren Ressourcen, die bei Verwendung des gleichen Transportweges belastet werden, problematisch ist.

Kaibel et al. diskutieren die Herausforderungen symmetrischer Modellabschnitte, wählen jedoch einen anderen Lösungsweg und greifen in den Ablauf des $B\&B$ ein (vgl. [KPP07]).

6.3 Verwendung des Relax-and-Fix-Verfahrens

Das vorgestellte Optimierungsmodell zur Anwendung im exakten Optimierungsverfahren *Branch&Bound* lässt sich ebenfalls ins heuristische Verfahren integrieren. Als Beispiel wird hier das *Relax-and-Fix*-Verfahren ($R\&F$) vorgestellt, ein Verfahren das iterativ Modellabschnitte vereinfacht, berechnet und die Teillösung für die weiteren Schritte fixiert.

Dieses Kapitel zeigt einen möglichen Weg zur Umsetzung des *Relax&Fix*-Verfahrens auf.

6.3.1 Das Relax&Fix-Verfahren

Der *Relax&Fix* ($R\&F$)-Algorithmus unterteilt die Binärvariablen eines Optimierungsmodells in R disjunkte Mengen Q_1, \dots, Q^R . Die Reihenfolge entspricht der Sortierung nach abnehmender Wichtigkeit. U^r sei $U^r \subseteq \bigcup_{u=r+1}^R Q^u$ für $r = 1, \dots, R - 1$.

Iterativ werden nun folgende Schritte ausgeführt, beginnend mit $r = 1$ (vgl. [PW06], S. 109ff.):

1. Alle Variablen des MIP^r werden relaxiert, d.h. als Fließkommazahlen verwendet, nur die Variablen der Menge $Q^r \cup U^r$ sind ganzzahlig. Die Lösung der vorhergehenden Iteration Q^{r-1} wird im aktuellen Modell fixiert (bei $r > 1$).

2. MIP^r wird gelöst.
3. Wenn $r = R$ ist, terminiert der Algorithmus, anderenfalls wird r um 1 erhöht.

Abbildung 6.5 verdeutlicht den Zustand der Variablengruppen im Verlauf der Iterationen.

Iteration	Periode 1	Periode 2	Periode 3
1	Binär	Relax	Relax
2	Fix	Binär	Relax
3	Fix	Fix	Binär

Abbildung 6.5: Zustand der Variablen für drei Perioden im Verlauf des *Relax&Fix*-Verfahrens über drei Perioden

Die Lösung von MIP^1 darf als untere Schranke für das Ausgangsproblem gelten. Für die Lösung der weiteren Iterationen trifft dies nicht zu, da bereits fixierte Variablen die Lösung beeinflussen.

6.3.2 Anwendung auf das vorliegende Optimierungsproblem

Zur Anwendung des *R&F*-Verfahrens auf das vorliegende Modell liegt ebenfalls eine Gruppierung der Variablen nach Perioden nahe. Über die Beschreibung der Autoren *Pochet und Wolsey* hinaus, werden zusätzlich zu binären Variablen auch ganzzahlige Variablen relaxiert.

7 Heuristisches Lösungsverfahren

Dieses Kapitel stellt ein heuristisches Verfahren zur Lösung des gemischt-ganzzahligen Problems vor (s. Abschnitt 5.3). Die Heuristik bestimmt eine nahezu-optimale Lösung auf Basis der Instanzparameter. Die Lösung ist – ermöglicht durch die exakte Abbildung der Modellformulierung – auf das verwendete exakte Lösungsverfahren übertragbar.

Im Folgenden wird die Heuristik ihrem Verfahren nach eingeordnet. Einzelne Abschnitte erläutern den grundlegenden Ablauf, die Konstruktionsheuristik und die Verbesserungsheuristik. Die technische Umsetzung wird von *Siefen* beschrieben (vgl. [Sie08]).

7.1 Grundsatz und Einordnung

Für das vorliegende Modell wird eine *primale Heuristik* vorgestellt. Nach *Reith-Ahlemeier* versuchen primale Heuristiken „mithilfe geeigneter problemspezifischer Strategien möglichst schnell eine gute zulässige Lösung zu erzeugen. Sie lassen sich weiter untergliedern in Eröffnungs- oder Konstruktionsverfahren und Verbesserungsverfahren. [...] Entsprechend bietet sich eine Kombination von Verfahren aus beiden Klassen an, indem zunächst im Rahmen eines Eröffnungsverfahrens eine zulässige Lösung erzeugt wird, deren Lösungsgüte dann durch ein Verbesserungsverfahren gesteigert wird“ (vgl. [RA02], S. 85). Das entwickelte Verfahren folgt dieser Struktur, indem zunächst mittels einer Konstruktionsheuristik eine gültige Lösung erzeugt wird und diese dann als Eingabe für ein Verbesserungsverfahren dient. Dass diese Verfahren bei der Anwendung auf Logistikfragestellungen erfolgreich sind, zeigt *Günther* auf Basis eines Bestellmengenverfahrens mit begrenzter Lagerkapazität (vgl. [Gün91b]) und *Tempelmeier* für die Lieferantwahl (vgl. [Tem02]).

7.2 Übersicht des Verfahrensablaufs

Die Heuristik ist in zwei Phasen gegliedert, die sequenziell ausgeführt werden (s. Abbildung 7.1):

Die Konstruktionsheuristik (Phase 1) ermittelt auf Basis der Instanzparameter eine gültige Lösung. Sukzessive werden Bedarfsmengen ausgewählt und Flüsse von einem Lie-

feranten zu diesem Bedarf verlegt. Die resultierenden Kosten beeinflussen in dieser Phase nicht die Auswahl der Wege. Sind alle Bedarfsmengen befriedigt, wird ermittelt, ob Restriktionen des Modells verletzt sind. Für jede mögliche verletzte Nebenbedingung stehen eine oder mehrere Reparaturstrategien zur Verfügung, die angewendet werden. Sind alle Verletzungen repariert, endet die Phase 1 erfolgreich. Sollte eine Verletzung nicht repariert werden können, bricht die Phase 1 ab, ohne dass eine gültige Lösung ermittelt werden konnte.

Die Verbesserungsheuristik (Phase 2) reduziert die Kosten einer gültigen Lösung durch Manipulation der Flüsse. Jede Verbesserungsmaßnahme stellt sicher, dass nach ihrem Abschluss weiterhin eine gültige Lösung vorliegt. Jeder Verbesserungsschritt verringert die Kosten oder erzeugt eine gleichwertige Lösung.

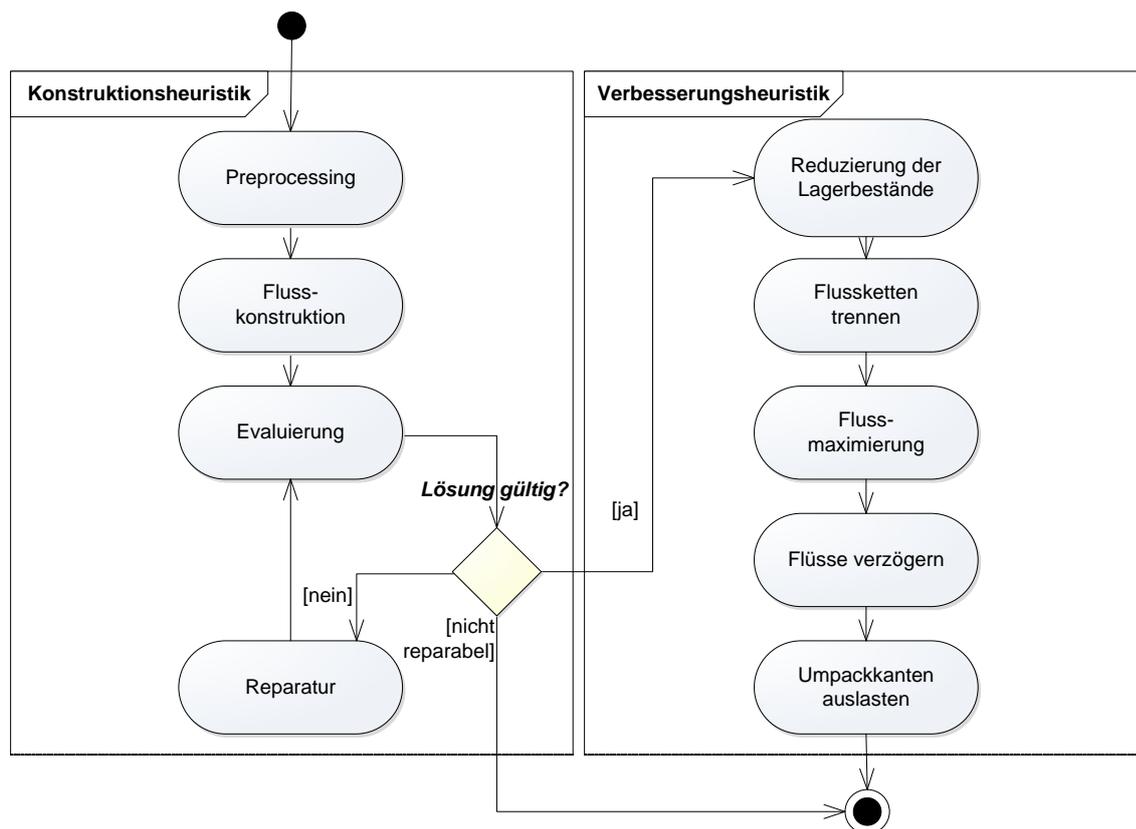


Abbildung 7.1: Ablauf der Heuristik

7.3 Konstruktionsheuristik

7.3.1 Ziel

Die Konstruktionsheuristik sucht im vorgegeben Liefernetzwerk nach einer gültigen Lösung. Diese Lösung dient als Basis für die Anwendung der Verbesserungsheuristik.

Bedingt durch die technische Umsetzung konnten die Restriktionen, die durch die Verlegung der Flüsse verletzt werden können, wie folgt klassifiziert werden:

- Einhaltung der oberen und unteren Ressourcenkapazitäten (s. Restriktionen (5.3.46) und (5.3.47))
- Einhaltung der Rabattgruppenkapazitäten (s. Restriktionen (5.3.51) und (5.3.52))
- Zu hohe Anzahl eingehender oder ausgehender teilgefüllter Ladungsträger (s. Restriktionen (5.3.10) und (5.3.12) bzw. (5.3.11) und (5.3.13))

7.3.2 Ablauf

Der Ablauf der Konstruktion folgt vier Abschnitten (s. Abbildung 7.2):

- **Preprocessing:** Die Instanz wird durch Entfernen unbenutzbarer Kanten¹ und eine Umformulierung der Ressourcenpools zur Beschleunigung des Lösungsverfahrens vorbereitet.
- **Flusskonstruktion:** Jeder Bedarf wird durch einen oder mehrere Flüsse von Lieferantenknoten befriedigt (s. Abschnitt 7.3.4).
- **Reparaturzyklus - Evaluierung:** Die in der Flusskonstruktion erzeugte Lösung wird hinsichtlich ihrer Gültigkeit überprüft. Für jede Verletzung der oben genannten Klassen, wird eine entsprechende Reparaturstrategie angewendet.
- **Reparaturzyklus - Reparatur:** Der Reparaturschritt versucht, abhängig von der vorliegenden Verletzung, durch Verlegung der Flüsse die Lösung zu reparieren.

Diese Schritte werden nachfolgend erläutert.

7.3.3 Preprocessing

Das Preprocessing wird einmalig mit dem Start der Konstruktionsheuristik ausgeführt. Es vereinfacht das Netzwerk in zwei Schritten, durch die *Suche unbenutzbarer Kanten* und die *Umwandlung der Ressourcenpools*. Der erste Schritt beschleunigt die Tiefensuche während

¹Intern wird die Eigenschaft des Netzwerkes – über die Zeit konstant zu sein – aufgehoben. Die Heuristik bildet alle Kanten der Perioden explizit ab, sodass dieses Vorgehen möglich ist.

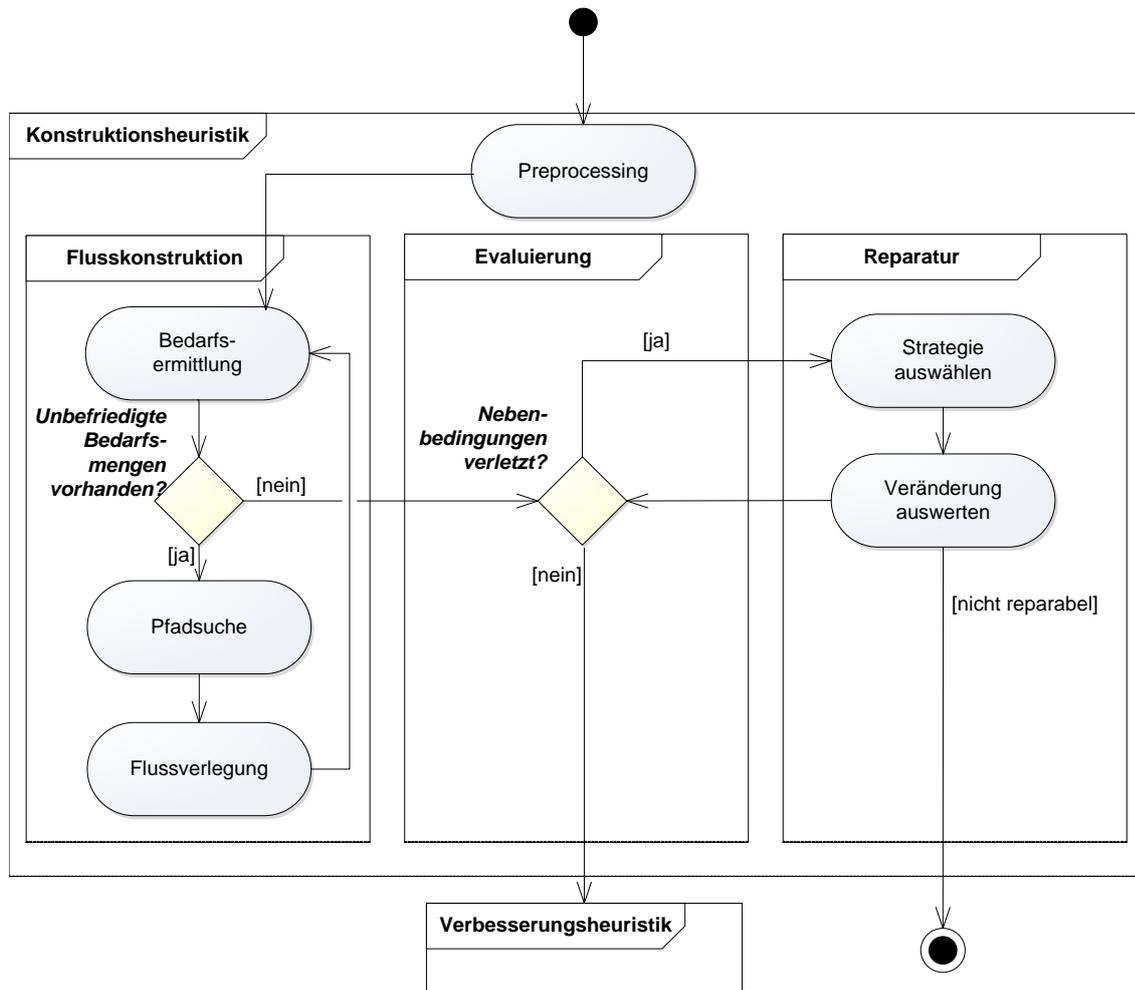


Abbildung 7.2: Ablauf der Konstruktionsheuristik

der Konstruktion und der Verbesserung. Der zweite Schritt transformiert Ressourcenpools in Ressourcen, sodass die Anzahl zu betrachtender Verletzungsklassen sinkt. Beide Pre-processing-schritte beeinflussen die Menge gültiger Lösungen nicht und verändern daher auch nicht die optimale Lösung.

Ermittlung unbenutzbarer Kanten

Die verfügbaren Ressourcenkapazitäten ($UB_{r,t}^R$) können über den Zeithorizont der Instanz schwanken. Unter Umständen führt dies dazu, dass Kanten in verschiedenen Perioden unbenutzbar werden, da der Transport einer Einheit die Ressourcenkapazität der entsprechenden Periode übersteigt. Es ist vorteilhaft, diese Kanten vor der Lösungssuche zu

Algorithmus 7.1: UnusableSolutionEdges

Eingabe : Modellinstanz
Ausgabe : Unbenutzbare Indexkombinationen $(\ell, \ell', e, p, a, t, t')$

- 1: $E \leftarrow \{(\ell, \ell', e) \mid \exists (\ell_2, \ell'_2, e_2, p_2, a_2, t_2, t'_2) \in X^L : \ell = \ell_2 \vee \ell' = \ell'_2 \vee e = e_2\}$
- 2: **forall** $(\ell, \ell', e) \in E$ **do**
- 3: $R^S \leftarrow \{r \in \mathcal{R} \mid (U_{\ell,r}^{\omega L} > 0) \wedge (U_{\ell,\ell',r}^{\omega V} > 0) \wedge (U_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E} > 0)\}$ {Startperiode}
- 4: $R^Z \leftarrow \{r \in \mathcal{R} \mid (\tilde{U}_{\ell,r}^{\omega L} > 0) \wedge (\tilde{U}_{\ell,\ell',r}^{\omega V} > 0) \wedge (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E} > 0)\}$ {Zielperiode}
- 5: $PA \leftarrow \{(p, a) \in \mathcal{PA} \mid \exists t, t' : (\ell, \ell', e, p, a, t, t') \in X^L\}$
- 6: $R^S \leftarrow R^S \cup \{r \in \mathcal{R} \mid \forall (p, a) \in PA : (U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA} > 0) \wedge (U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P > 0) \wedge (U_{\ell,\ell',e,a,r}^A > 0)\}$
- 7: $R^Z \leftarrow R^Z \cup \{r \in \mathcal{R} \mid \forall (p, a) \in PA : (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA} > 0) \wedge (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,a,r}^P > 0) \wedge (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,a,r}^A > 0)\}$ **forall** $t \in \mathcal{T}$ **do**
- 8: $t' \leftarrow \tau_{\ell,\ell',e,t}$
- 9: **forall** $r \in R^S$ **do**
- 10: **if** $UB_{r,t} = 0$ **then** **Ausgabe** $(\ell, \ell', e, p, a, t, t')$
- 11: **forall** $r \in R^Z$ **do**
- 12: **if** $UB_{r,t'} = 0$ **then** **Ausgabe** $(\ell, \ell', e, p, a, t, t')$

identifizieren und aus dem Netzwerk zu entfernen, sodass die Anzahl alternativer Wege sinkt.

Der Algorithmus 7.1 sucht Tupel $(\ell, \ell', e, t, t') \in X^L$ mit der Eigenschaft, dass für alle (p, a) -Kombinationen $x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'} < 1$ sein muss.

Umwandlung der Ressourcenpools

Ressourcenpools beschränken die Kapazität der enthaltenen Ressourcen (s. Restriktion (5.3.48)). Ein Ressourcenpool kann vollständig äquivalent durch eine zusätzliche Ressource abgebildet werden, sodass die Heuristik die Behandlung und Reparatur von Ressourcenpools nicht explizit implementieren muss.

Für jeden Pool wird eine neue Ressource r^{rp} der Menge \mathcal{R}^L hinzugefügt. Diese Ressource wird mit den Summen aller Belastungen der Ressourcen des Ressourcenpools $r \in rp$ belastet. Die Schranken der Kapazitäten seien $LB_{r^{rp},t}^R = 0, UB_{r^{rp},t}^R = UB_{rp,t}^{RP}$

7.3.4 Flusskonstruktion

Die Flusskonstruktion stellt eine initiale Befriedigung der Bedarfsmengen sicher. Iterativ, mit ansteigender Periodennummer, werden die Bedarfsmengen ausgewählt. Zu jedem Bedarf wird mittels der *Pfadsuche* die Menge möglicher Wege zu Lieferanten oder zu lagerfähigen Knoten mit Anfangslagerbestand bestimmt. Aus dieser Menge wird durch eine *Pfadauswahl* der zu verwendende Pfad gewählt. Die *Bestimmung der maximalen Flussmenge* ist geeignet, um zu berechnen, welche zusätzliche Flussmenge auf diesen Pfad, im Kontext der aktuellen Lösung, verlegt werden kann.

Pfadsuche

Zur Befriedigung der Bedarfsmengen müssen zunächst die möglichen Transportwege zwischen Bedarf und Angebot gesucht werden. Ausgehend von den Bedarfsmengen $D_{\ell,p,t}$ an den Verbauorten $\ell \in \mathcal{L}^V$ im Netzwerk lassen sich Wege zu potenziellen Quellen, Lieferanten ($\ell \in \mathcal{L}^S$) oder lagerfähigen Knoten ($\ell \in \mathcal{L}^L$), die gegebenenfalls einen Anfangsbestand haben, finden. Auf dem Pfad muss u. U. der Ladungsträger an Umpackknoten ($\ell \in \mathcal{L}^U$) gewechselt werden. Es ist zu berücksichtigen, dass das Netzwerk Zyklen enthalten kann.

Algorithmus 7.2 zeigt eine erweiterte Tiefensuche (vgl. [CLRS01], S. 540 und [AMO93], S. 76), die alle verwendbaren Quellen des Netzwerkes zur Belieferung eines gegebenen Bedarfsknotens liefert. Der Algorithmus ermittelt die Pfade vom Anfangsknoten $\ell \in \mathcal{L}^V \cup \mathcal{L}^L$ zu allen erreichbaren Lager- und Lieferantenknoten.

Das Knotengedächtnis V speichert bislang besuchte Knoten zur Vermeidung von Kreisen. Ein temporärer Speicher A nimmt den bislang gewählten Pfad auf.

Pfadauswahl

Aus der resultierenden Menge möglicher Pfade wird nach einer der folgenden Strategien ein Pfad ausgewählt, der vom Bedarfspunkt bis zum Lieferanten verläuft:

- **Zuerst gefundener Pfad:** Der erste gefundene Pfad wird verwendet, die rekursive Suche bricht nach dem ersten Treffer ab.
- **Zuletzt gefundener Pfad:** Der letzte gefundene Pfad wird verwendet, sobald die Tiefensuche abgeschlossen ist.
- **Kürzester Pfad:** Einer der Pfade mit der geringsten Anzahl Kantenelemente wird ausgewählt, sobald die Tiefensuche abgeschlossen ist.

Algorithmus 7.2: RecursiveSourceFinder

Eingabe : Aktueller Knoten $l \in \mathcal{L}$, Produkt $p \in \mathcal{P}$, Aktueller Ladungsträger $a \in \mathcal{A}$,
 Laufindex i , Hilfsarray A , Knoten-Gedächtnis V

Ausgabe : Potentielle Pfade $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $p_i \in X^L \vee p_i \in Y^L \vee p_i \in Z^L$

```

1: if  $l \in L^S$  then
2:   Ausgabe ( $A[i + 1], A[i + 2], \dots, A[\text{length}(A) - 1]$ )
3:   return
4: if  $(l \in L^L \cup L^V) \wedge ((l, p, a) \in Y^L)$  then
5:   Ausgabe ( $(l, p, a), A[i + 1], A[i + 2], \dots, A[\text{length}(A) - 1]$ )
6: forall  $(l', l'', e', p', a') \in X^L : l'' = l \wedge p' = p \wedge a' = a \wedge l' \notin V$  do
7:    $A[i] \leftarrow (l', l'', e', p', a')$ 
8:    $V \leftarrow V \cup \{l'\}$ 
9:   if  $l' \in \mathcal{L}^U$  then
10:    forall  $(l_r, e_r, p_r, a_r, a'_r) \in \{(l_r, e_r, p_r, a_r, a'_r) \in Z^L : l' = l_r \wedge a = a'_r \wedge p = p_r\}$  do
11:       $A[i - 1] \leftarrow (l_r, e_r, p_r, a_r, a'_r)$ 
12:      RecursiveSourceFinder ( $l_r, p, a_r, i - 2, A, V$ )
13:    return
14:   RecursiveSourceFinder ( $l', p, a, i - 1, A, V$ )

```

- **Längster Pfad:** Einer der Pfade mit der höchsten Anzahl Kantenelemente wird ausgewählt, sobald die Tiefensuche abgeschlossen ist.
- **Zufälliger Pfad:** Nach Abschluss der Tiefensuche wird ein zufälliger Pfad gewählt.
- **Ressourcenbedingter Pfad:** Nach Abschluss der Tiefensuche wird der Pfad gewählt, der Ressourcen verwendet, die am weitesten von ihrer Kapazitätsschranke entfernt sind.

Die Performance der Strategie ist stark abhängig von der Instanz. Die Güte einer Strategie zeigt sich in der Anzahl verletzter Restriktionen, die Reparaturen erfordern. Fordert eine Instanz keine Flüsse mit Mindestmengen, so ist die Strategie *Ressourcenbedingter Pfad* gut geeignet.

Bestimmung der maximalen Flussmenge

Die maximale Flussmenge gibt an, wie viele weitere Einheiten eines Produktes in einem vorgegebenen Ladungsträger über den gegebenen Pfad transportiert werden können. Die

Berechnungsgrundlage ist durch die verbleibende Kapazität einer Ressource bestimmt als:

$$K_{r,t}^{Rest} = \min \left\{ UB_{r,t}^R, \min_{rp \in \mathcal{RP}: r \in rp} UB_{rp,t}^{RP}, \min_{rg \in \mathcal{RG}: r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}} \left(\max_{rs \in \mathcal{RS}} UB_{rg,rs,r}^{RG} \right) \right\} - k_{r,t} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} \quad (7.3.1)$$

$\bar{X}^R \subseteq X^R$ sei die Menge aller im Pfad enthaltenen Transport- und Handlingkanten, $\bar{Y}^R \subseteq Y^R$ und $\bar{Z}^R \subseteq Z^R$ sind entsprechend die Lager- und Umpackkanten.

Die Menge $(a, b, c, d) \in \bar{U}_{r,t} \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T}$ enthält eine verallgemeinerte Darstellung aller Belastungsvektoren. Die Tupel der Menge $\bar{U}_{r,t}$ werden für die drei Gruppen der Belastungen wie folgt bestimmt:

- Produktmengenabhängige Belastungen: $a = U, b = 1, c = 0, d = 0$
- Ladungsträgerabhängige Belastungen: $a = U, b = \frac{1}{Q^A}, c = \lceil \frac{x}{Q^A} \rceil \cdot Q^A - x, d = 0$
(x sei die Flussmenge auf der gewählten Kante)
- Mengenunabhängige Belastungen: $a = 0, b = 0, c = 0, d = U$

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_{r,t} = & \bigcup_{(\ell,\ell',e,p,a,t,t',r) \in \bar{X}^R} \left(\begin{array}{l} (U_{\ell,\ell',e,p,r}^P, 1, 0, 0) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,r}^{\omega L} \cdot (1 - \omega_{\ell,t}^L)) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,\ell',r}^{\omega V} \cdot (1 - \omega_{\ell,\ell',t}^L)) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E} \cdot (1 - \omega_{\ell,\ell',e,t}^E)) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,\ell',e,p,r}^{\omega P} \cdot (1 - \omega_{\ell,\ell',e,p,t}^P)) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A} \cdot (1 - \omega_{\ell,\ell',e,a,t}^A)) \\ \cup (0, 0, 0, U_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA} \cdot (1 - \omega^P A_{\ell,\ell',e,p,a,t})) \\ \cup (U_{\ell,\ell',e,a,r}^A, \frac{1}{Q_{p,a}^A}, \left(\left\lceil \frac{x(\ell,\ell',e,p,a,t,t')}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \cdot Q_{p,a}^A - x(\ell,\ell',e,p,a,t,t') \right), 0) \end{array} \right) \\
 \cup & \bigcup_{\substack{(\ell,\ell',e,p,a,t'',r) \\ \in \bar{X}^R: t''=t}} \left(\begin{array}{l} (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,r}^P, 1, 0, 0) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,r}^{\omega L} \cdot (1 - \tilde{\omega}_{\ell,t}^L)) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,\ell',r}^{\omega V} \cdot (1 - \tilde{\omega}_{\ell,\ell',t'}^L)) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,r}^{\omega E} \cdot (1 - \tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,t'}^E)) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,r}^{\omega P} \cdot (1 - \tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,p,t'}^P)) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,a,r}^{\omega A} \cdot (1 - \tilde{\omega}_{\ell,\ell',e,a,t'}^A)) \\ \cup (0, 0, 0, \tilde{U}_{\ell,\ell',e,p,a,r}^{\omega PA} \cdot (1 - \tilde{\omega}^P A_{\ell,\ell',e,p,a,t'})) \\ \cup (\tilde{U}_{\ell,\ell',e,a,r}^A, \frac{1}{Q_{p,a}^A}, \left(\left\lceil \frac{x(\ell,\ell',e,p,a,t'',t')}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \cdot Q_{p,a}^A - x(\ell,\ell',e,p,a,t'',t') \right), 0) \end{array} \right) \\
 \cup & \bigcup_{(\ell,p,a,t,r) \in \bar{Y}^R} \left(\begin{array}{l} (U_{\ell,a,r}^{ALager}, \frac{1}{Q_{p,a}^A}, \left(\left\lceil \frac{y(\ell,p,a,t)}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \cdot Q_{p,a}^A - y(\ell,p,a,t) \right), 0) \\ \cup (U_{\ell,p,r}^{PLager}, 1, 0, 0) \end{array} \right) \\
 \cup & \bigcup_{(\ell,e,p,a,a',t,r) \in \bar{Z}^R} \left(\begin{array}{l} (U_{\ell,e,p,a,a',r}^{PUmpack}, 1, 0, 0) \\ \cup (U_{\ell,e,p,a,r}^{AUmpack}, \frac{1}{Q_{p,a}^A}, \left\lceil \frac{z(\ell,e,p,a,a',t)}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \cdot Q_{p,a}^A - z(\ell,e,p,a,a',t), 0) \\ \cup (U_{\ell,e,p,a',r}^{AUmpack}, \frac{1}{Q_{p,a}^A}, \left\lceil \frac{z(\ell,e,p,a,a',t)}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \cdot Q_{p,a}^A - z(\ell,e,p,a,a',t), 0) \end{array} \right) \\
 \forall r \in \mathcal{R}, t \in \mathcal{T} & \tag{7.3.2}
 \end{aligned}$$

Die maximale Flussmenge, die auf dem gewählten Pfad fließen kann, sei \bar{x} . Zur Bestimmung von \bar{x} gilt:

$$\max \bar{x} \tag{7.3.3}$$

$$s.t. : \sum_{(a,b,c,d) \in \bar{U}_{r,t}} a \cdot [b \cdot (\bar{x} - c)] + d \leq K_{r,t}^{Rest} \tag{7.3.4}$$

Es gilt folgende Abschätzung nach unten:

$$a \cdot \lceil b \cdot (\bar{x} - c) \rceil + d \quad (7.3.5)$$

$$\geq a \cdot (b \cdot (\bar{x} - c)) + d \quad (7.3.6)$$

$$= ab\bar{x} + abc + d \quad (7.3.7)$$

Entsprechend gilt:

$$\sum_{(a,b,c,d) \in \bar{U}_{r,t}} (ab\bar{x} - abc + d) \leq \sum_{(a,b,c,d) \in \bar{U}_{r,t}} (a \cdot \lceil b \cdot (\bar{x} - c) \rceil + d) \leq K_{r,t}^{Rest} \quad (7.3.8)$$

Damit lässt sich \bar{x} abschätzen nach:

$$\bar{x} \leq \frac{K_{r,t}^{Rest} + \sum_{(a,b,c,d) \in \bar{U}_{r,t}} (abc - d)}{\sum_{(a,b,c,d) \in \bar{U}_{r,t}} (ab)} \quad (7.3.9)$$

Aufnahme des Flusses in die Lösung

Im letzten Schritt wird auf der ausgewählten Kante ein Fluss verlegt, dessen Flussmenge dem Minimum aus dem ausgewählten Bedarf und der maximal möglichen Flussmenge $x = \min\{\bar{x}, D\}$ entspricht. Kann der Bedarf nicht vollständig gedeckt werden, da der ausgewählte Pfad enger beschränkt ist, wird der Fluss verlegt und iterativ der nächste Pfad aus der gefundenen Menge geprüft.

Im letzten Schritt wird der Fluss mit der ermittelten Menge in die Lösung aufgenommen. Dieses Vorgehen wird wiederholt, bis für alle Bedarfsmengen Flüsse verlegt sind, deren Flussmenge in Summe dem Bedarf entspricht.

7.3.5 Reparaturzyklus

Der Reparaturzyklus der Konstruktionsheuristik hat das Ziel, die in der Flusskonstruktion erzeugte Lösung zu reparieren, wenn Restriktionen verletzt werden.

Bei der Konstruktion können unterschiedliche Restriktionsverletzungen auftreten. Diese Verletzungen können sich gegenseitig bedingen, daher ist es sinnvoll, ihre Bearbeitung zu priorisieren. Die Reihenfolge der Liste entspricht der Priorisierung im Reparaturzyklus (kleine Zahl entspricht höherer Priorität):

1. Rabattgruppe außerhalb der gültigen Schranken
2. Ressourcenbelastung außerhalb der oberen Schranke

3. Ressourcenbelastung außerhalb der unteren Schranke
4. Zu viele eingehende, teilgefüllte Ladungsträger
5. Zu viele ausgehende, teilgefüllte Ladungsträger
6. Symmetrievorgaben nicht eingehalten

Die Überschreitung der Anzahl teilgefüllter Ladungsträger wird durch Erhöhen der Flussmenge auf den nächsten vollen Ladungsträger gelöst, sodass die Anzahl teilgefüllter Ladungsträger verringert wird. Dies sollte erst dann geschehen, wenn die Flüsse auf ihren endgültigen Kanten liegen. Überlastungen von Ressourcen können nur durch eine teilweise oder vollständige Aufteilung des Flusses auf alternative Kanten gelöst werden. Nicht erreichte Mindestauslastungen werden durch das zeitliche Vorziehen von späteren Flüssen behoben. Es ist möglich, dass Mindestauslastungen erreicht werden, wenn Überlastungen repariert werden und umgekehrt. Die Reparatur verletzter Rabattstufen bewirkt eine gezielte Erhöhung oder Senkung beteiligter Ressourcen. Dadurch werden ggf. auch weitere Restriktionen repariert. Die Methode stellt sicher, dass keine zusätzlichen Verletzungen entstehen. Daher ist dieser Reparatur die höchste Priorität einzuräumen.

Alle vorhandenen Verletzungen werden nach diesem Schema klassifiziert. Der Zyklus beginnt mit Priorität 1 und bearbeitet alle Verletzungen dieser Prioritätsgruppe in ansteigender Periodenzahl. Iterativ wird die Prioritätszahl erhöht und der Durchlauf wiederholt (s. Abbildung 7.3). Mit dem Ende eines Durchlaufs wird die Reparaturintensität erhöht. Diese beeinflusst das Verhalten der Reparaturmethode `RepairViolations`. Eine höhere Intensität erlaubt die Verwendung der Reparaturschritte auf einer größeren Menge alternativer Wege. Der Zyklus endet, wenn alle Verletzungen aufgehoben wurden oder eine festgelegte Anzahl Iterationen erreicht wurde.

Entlastung von Ressourcen

Die Notwendigkeit zur Entlastung einer Ressource kann, bedingt durch zwei Gründe, entstehen:

- Die obere Schranke der Ressource ist verletzt ($k_{r,t} > UB_{r,t}^R$).
- Die obere Schranke der Ressource der höchsten Rabattstufe² ist verletzt und die Rabattgruppe wird verwendet ($\sum_{rs} \omega_{rg,rs,t} = 1 : k_{r,t} > \max_{rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}} UB_{rg,rs,r}^{RG}$).

Eine Entlastung kann erreicht werden, indem Flüsse, die zur Belastung dieser Ressource führen, verlegt werden. Algorithmus 7.3 beschreibt das Vorgehen.

²Die Reparatur der Rabattgruppe wird nachfolgend betrachtet.

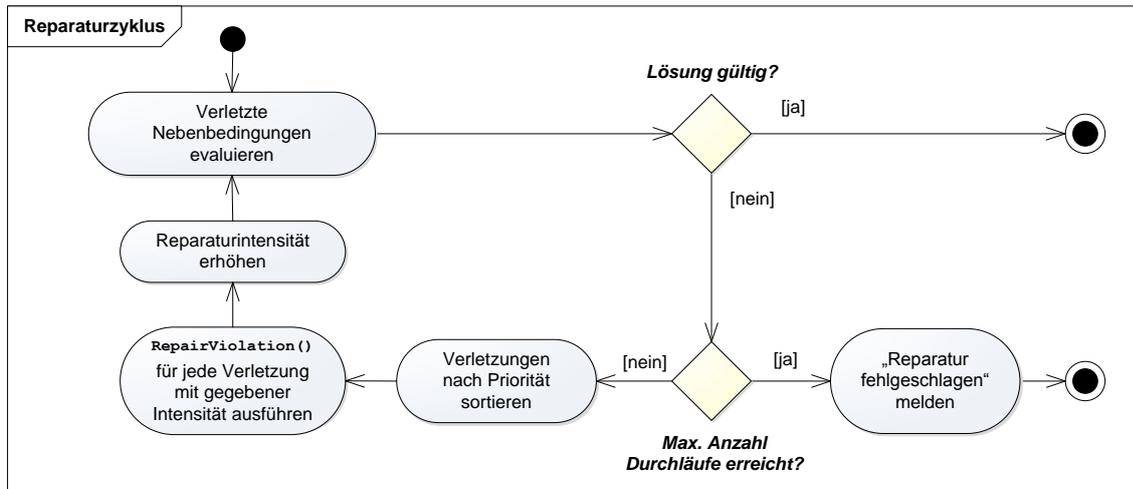


Abbildung 7.3: Ablauf des Reparaturzyklus der Konstruktionsheuristik

Es werden die folgenden vier Unterfunktionen verwendet:

- **RemoveConsumers** entfernt eine vorgegebene Menge von Konsumenten von der Ressource.
- **SubsetWithinBounds** wählt eine Teilmenge von Konsumenten aus, deren Belastung im vorgegebenen Bereich liegt.
- **ReduceConsumer** verringert die Belastung eines einzelnen Konsumenten soweit, dass die Ressource sich wieder im Gültigkeitsbereich befindet.
- **SortedConsumers** sortiert die Konsumenten nach auf- oder absteigender Belastung oder der absoluten Abweichung vom Mittelwert oder Median der Belastung.

Belastung von Ressourcen

Eine gezielte Belastung einer Ressource ist erforderlich, wenn eine der folgenden Annahmen gilt:

- Die untere Schranke der Ressource ist verletzt ($k_{r,t} < LB_{r,t}^R$).
- Die untere Schranke der Ressource der geringsten Rabattstufe³ ist verletzt und die Rabattgruppe wird verwendet ($\sum_{rs \in RS_{rg}^{RG}} \omega_{rg,rs,t} = 1 : k_{r,t} < \min_{rs \in RS_{rg}^{RG}} LB_{rg,rs,r}^{RG}$).

³Die Reparatur der Rabattgruppe wird nachfolgend betrachtet.

Algorithmus 7.3: DecreaseUsage

Eingabe : Ressource $r \in \mathcal{R}$, Periode $t \in \mathcal{T}$, Zielintervall $[LB_{r,t}^{SOLL}; UB_{r,t}^{SOLL}]$

```

1:  $allConsumers \leftarrow \mathbf{GetConsumers}(r, t)$ 
2:  $validSubset \leftarrow \mathbf{SubsetWithinBounds}(r, t, [LB_{r,t}^{SOLL}; UB_{r,t}^{SOLL}])$ 
3: if  $validSubset \neq \emptyset$  then { Teilmenge von Konsumenten entfernen }
4:    $\mathbf{RemoveConsumers}(r, t, [LB_{r,t}^{SOLL}; UB_{r,t}^{SOLL}], allConsumers \setminus validSubset)$ 
5: else
6:   if  $LB_{r,t}^{SOLL} = 0$  then { Alle Konsumenten entfernen }
7:      $\mathbf{RemoveConsumers}(r, t, [LB_{r,t}^{SOLL}; UB_{r,t}^{SOLL}], allConsumers)$ 
8:     if  $LB_{r,t}^{SOLL} \leq k_{r,t} \leq UB_{r,t}^{SOLL}$  then return
9:     forall  $consumer \in \mathbf{SortedConsumers}(allConsumers)$  do { Konsumenten einzeln reduzieren }
10:     $\mathbf{ReduceConsumer}(r, t, consumer, [LB_{r,t}^{SOLL}; UB_{r,t}^{SOLL}])$ 
11:    if  $LB_{r,t}^{SOLL} \leq k_{r,t} \leq UB_{r,t}^{SOLL}$  then return

```

Die Belastung einer Ressource kann alternativ auf zwei Arten, *zusätzliche Auslastung durch Materialflüsse* oder *zusätzliche Auslastung durch Lagerflüsse* erfolgen.

Die zusätzliche Auslastung durch Materialflüsse ermittelt eine Lösungskante, die geeignet ist, in der betroffenen Periode die unterbelastete Ressource mit weiteren Einheiten zu belasten. Die Belastung findet durch die Werte der Belastungsgruppe U oder \tilde{U} statt. Die Erhöhung der Flussmenge kann alternativ erfolgen:

1. Material, das in einer zukünftigen Periode über diese Kante fließt, wird vorverlegt und entsprechend gelagert.
2. Zusätzliches Material, das die Endlagerbestände erhöht, wird durch das Netzwerk bewegt.

Zunächst wird Möglichkeit (1) geprüft, bei Misserfolg wird Möglichkeit (2) umgesetzt.

Die zusätzliche Auslastung durch Lagerflüsse erhöht durch Veränderung der Lagermenge in der betroffenen Periode die Kapazitätsbelastung einer Ressource, wenn diese durch Lagerung belastet werden kann. Für alle SNr-LT-Kombinationen, aufsteigend sortiert nach der benötigten Menge, werden folgende Schritte durchgeführt:

1. Ermittlung aller Pfade von den Lieferanten zum Lager, auf denen die SNr-LT-Kombination fließen kann
2. Konstruktion der Flusskette vom Lieferanten bis zum Endlagerbestand

3. Prüfung der Gültigkeit der zu belastenden Ressource und Verletzung weiterer Nebenbedingungen. Werden weitere Restriktionen verletzt, wird die Flussverlegung rückgängig gemacht.

Das Vorgehen wird beendet, sobald die Ressource ausreichend belastet wurde.

Reparatur verletzter Rabattgruppen

Eine Rabattgruppe ($rg \in \mathcal{RG}$) muss für alle beteiligten Ressourcen ($r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$) gültig sein, sobald die Belastung einer Ressource $k_{r,t} > 0$ ist. In diesem Fall muss gelten: $\sum_{rs \in \mathcal{RS}} \omega_{rg,rs,t} = 1$ daraus folgt $\exists rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG} : \omega_{rg,rs,t} = 1$.

Die Ungültigkeit einer Rabattgruppe liegt vor, wenn ein $\omega_{rg,rs,t} = 1$ ist, aber nicht alle Ressourcen die oberen und unteren Schranken dieser Stufe einhalten. Die Reparatur muss also gezielt die entsprechenden Ressourcen korrigieren. Eine unabhängige Veränderung der Kapazitätsauslastungen kann nicht erwartet werden, da die Veränderung der Flüsse häufig mehrere Ressourcen betrifft. Algorithmus 7.4 erstellt eine sortierte Liste der nächstmöglich zu erreichenden Rabattstufen einer Rabattgruppe. Das nachgeschaltete Verfahren versucht diese, entsprechend durch die vorhergehend vorgestellten Ansätze, zu korrigieren.

Algorithmus 7.4: EvaluateInvalidRebateGroup

Eingabe : Rabattgruppe $rg \in RG$, Periode t

Ausgabe : Sortierte Liste $rs_1 \dots rs_n$ der als nächstes zu erreichenden Rabattstufen

```

1: forall  $r \in \mathcal{R}_{rg}^{RG}$  do
2:   { Spannweite der Ressource über alle Rabattstufen berechnen }
    $w_r \leftarrow \left( \max_{rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}} \{UB_{rg,t,rs,r}^{RG}\} - \min_{rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}} \{LB_{rg,t,rs,r}^{RG}\} \right)$ 
3:    $\tilde{d}_{rs} \leftarrow 0$ 
4:   forall  $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$  do
5:      $d_{rs,r} \leftarrow 0$ 
6:     if  $k_{r,t} > UB_{rg,t,r,rs}^{RG}$  then
7:        $d_{rs,r} \leftarrow (k_{r,t} - UB_{rg,t,r,rs}^{RG})$            { Abstand bis zur oberen Schranke der
       Rabattstufe}
8:     else if  $k_{r,t} < LB_{rg,t,r,rs}^{RG}$  then
9:        $d_{rs,r} \leftarrow (LB_{rg,t,r,rs}^{RG} - k_{r,t})$        { Abstand bis zur unteren Schranke der
       Rabattstufe}
10:     $\tilde{d}_{rs} \leftarrow \tilde{d}_{rs} + \frac{d_{rs,r}}{w_r}$            { Abweichung normiert auf Spannweite}
11: Ausgabe Liste aller  $rs \in \mathcal{RS}_{rg}^{RG}$  aufsteigend sortiert nach  $\tilde{d}_{rs}$ 

```

Algorithmus 7.5: RepairOutgoingPartialLoadCarriers

Eingabe : Periode $t_I \in \mathcal{T}$, Knoten $l_I \in \mathcal{L}$, Produkt $p_I \in \mathcal{P}$, Ladungsträger $a_I \in \mathcal{A}$
 Maximale Anzahl teilweise befüllter Ladungsträger k^{max}

- 1: $T \leftarrow \emptyset$
- 2: { Restmenge bis zur vollständigen Füllung für alle ausgehenden Kanten bestimmen }
- forall** $(l, l', e, p, a, t, t') \in X^L$ mit $l = l_I, p = p_I, a = a_I$ und $t = t_I$ **do**
- 3: $r_{l',e} \leftarrow \left(Q_{p,a}^A \cdot \left\lceil \frac{x_{l,l',e,p,a,t,t'}}{Q_{p,a}^A} \right\rceil \right) - x_{l,l',e,p,a,t,t'}$
- 4: **forall** $(l, l', e, p, a, t, t') \in X^L$ mit $l = l_I, p = p_I, a = a_I, t = t_I$ und $r_{l',e} > 0$ **do**
- 5: $T_{l',e} \leftarrow \mathbf{TransactionsToIncreaseSolutionEdgeAmount}(l, l', e, p, a, t, t', r_{l',e})$
- 6: $T \leftarrow T \cup \{T_{l',e}\}$
- 7: $k \leftarrow |T| - k^{max}$
- 8: **forall** $(T_{l',e}^1, T_{l',e}^2, \dots, T_{l',e}^k) \in \mathfrak{P}(T)$ **do** { Alle k -elementigen Teilmengen aus T }
- 9: **forall** $(T_1, \dots, T_k) \in \mathbf{OneChoicePerSet}(T_{l',e}^1, T_{l',e}^2, \dots, T_{l',e}^k)$ **do**
- 10: $T^{Test} \leftarrow$ Kombinierte Transaktionen T_1, \dots, T_k
- 11: **if** T^{Test} verletzt keine neuen Nebenbedingungen **then**
- 12: $\mathbf{Commit}(T^{Test})$
- 13: **return**

Reparatur der Ressourcenpools

Die Ressourcenpools werden im Preprocessing (s. Abschnitt 7.3.3) in Ressourcen gewandelt. Eine getrennte Betrachtung ist daher nicht erforderlich, es kann entsprechend der Ansatz zur *Entlastung der Ressourcen* angewendet werden (s. Abschnitt 7.3.5).

Reparatur partiell gefüllter Ladungsträger

Das Modell ermöglicht die optionale Beschränkung teilgefüllter Ladungsträger, die in einen Knoten ein- oder ausgehen, auf genau 0 (X^{CI}, X^{CO}) oder maximal einen (X^{PI}, X^{PO}) Ladungsträger.

Wird eine dieser Restriktionen verletzt, ermittelt die Heuristik, welche zusätzlichen Flüsse notwendig sind, um die Ladungsträger aufzufüllen. Algorithmus 7.5 beschreibt das Vorgehen.

Die Methode **OneChoicePerSet** liefert alle Kombinationen zurück, um aus einer Aufzählung von Mengen jeweils genau ein Element auszuwählen. Die Methode **TransactionsToIncreaseSolutionEdgeAmount** implementiert zwei Strategien:

1. Alle zukünftigen Flussketten, die die gesuchte Restmenge transportieren, werden ausgewählt. Es wird versucht, einen Fluss der benötigten Menge durch entsprechende Lagerung vorzuverlegen.
2. Alle Pfade im Netzwerk, die in richtiger SNr-LT-Kombination über den zu reparierenden Knoten laufen und an einem lagerfähigen Knoten enden, werden gewählt. Es wird versucht, einen Fluss der benötigten Menge über einen dieser Pfade zu legen und den Endlagerbestand zu erhöhen.

7.4 Verbesserungsheuristik

Dieser Abschnitt stellt das Ziel (s. Abschnitt 7.4.1) und das Vorgehen (s. Abschnitt 7.4.2) der Verbesserungsheuristik vor. Die verwendeten Strategien werden erläutert (s. Abschnitt 7.4.3).

7.4.1 Ziel

Die Konstruktionsheuristik (s. Abschnitt 7.3) erstellt eine gültige Lösung ohne Berücksichtigung der resultierenden Kosten. Daher ist der Zielfunktionswert dieser Lösungen nur in Ausnahmen bereits optimal.

Die Verbesserungsheuristik verfolgt das Ziel, die Lösung – unter Erhaltung der Gültigkeit – kostengünstiger zu gestalten. Dazu werden unterschiedliche Strategien angewendet.

7.4.2 Ablauf

Der Ablauf der Verbesserungsheuristik ist sequenziell. Die fünf implementierten Strategien werden in der folgenden Reihenfolge ausgeführt (s. Abbildung 7.2):

1. Reduzierung der Lagerbestände
2. Trennung der Flussketten
3. Maximierung der Flüsse
4. Verzögerung der Flüsse
5. Auslastung der Umpackanten

Jede Strategie wird evaluiert und umgesetzt, wenn sie im Sinne der Zielfunktion die Lösung verbessert. Anderenfalls geht die Heuristik zur nächsten Strategie über.

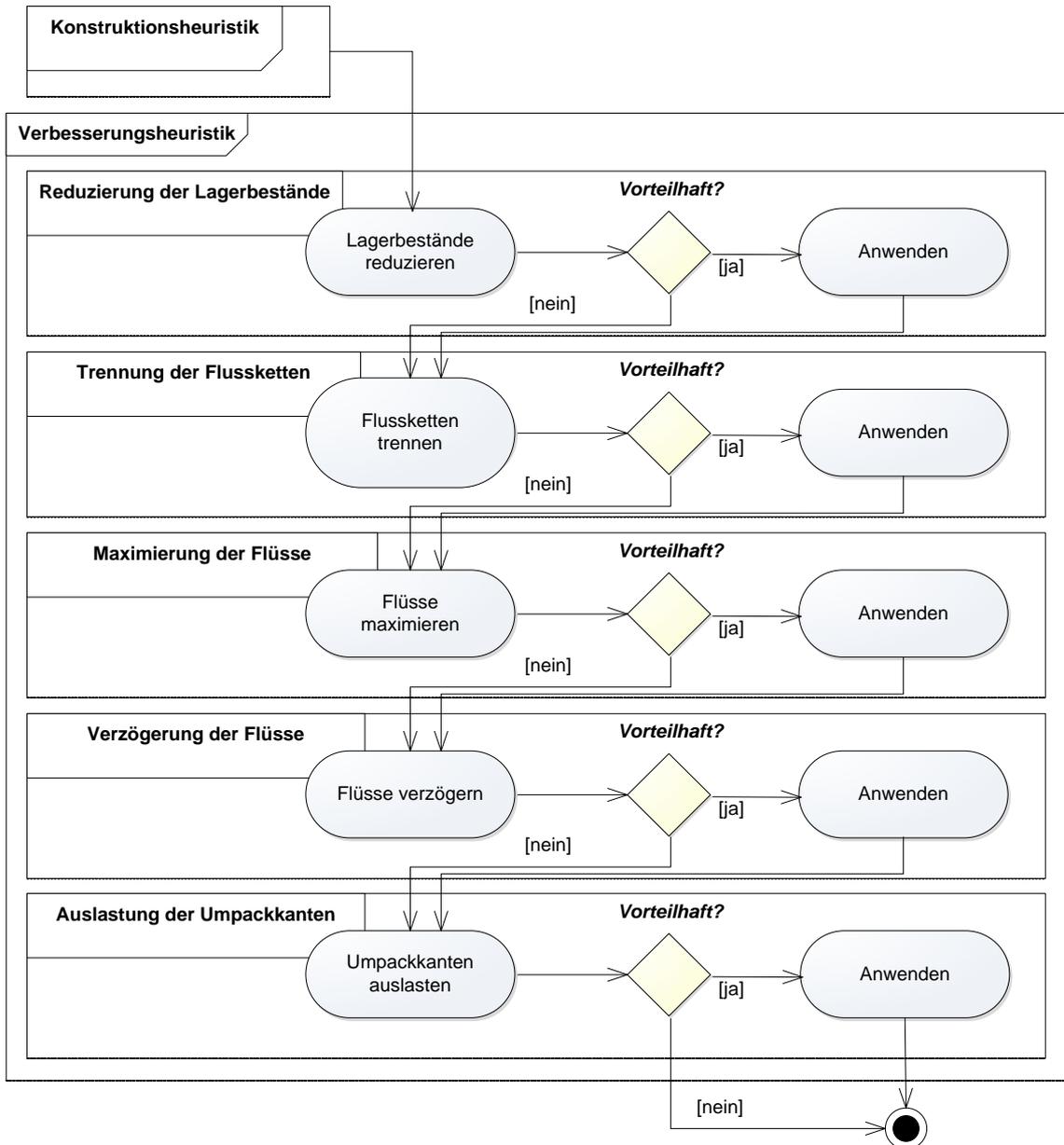


Abbildung 7.4: Ablauf der Verbesserungsheuristik

7.4.3 Strategien

Ausgehend von der gültigen Lösung der Konstruktionsheuristik bieten sich der Verbesserungsheuristik zwei Freiheitsgrade zur Veränderung der Lösung an:

- **Alternative Wege:** Ein Weg umfasst die Wahl aller Kanten $((\ell, \ell', e) \in E^{\ell, \ell'})$ und Ladungsträger $(a \in \mathcal{A})$. Es bieten sich durch weitere Kanten oder Umpackmög-

lichkeiten demnach Wahlmöglichkeiten, deren Verwendung unter Umständen eine Reduzierung der Kosten bewirkt.

- **Vorverlegen von Flüssen:** Bedingt durch das Vorgehen der Konstruktionsheuristik wird jeder Bedarf so spät wie möglich befriedigt. Durch das Vorziehen von Flüssen, verbunden mit entsprechender Lagerung, können Einsparungen möglich sein. Abbildung 7.5 zeigt das entsprechende Vorgehen.

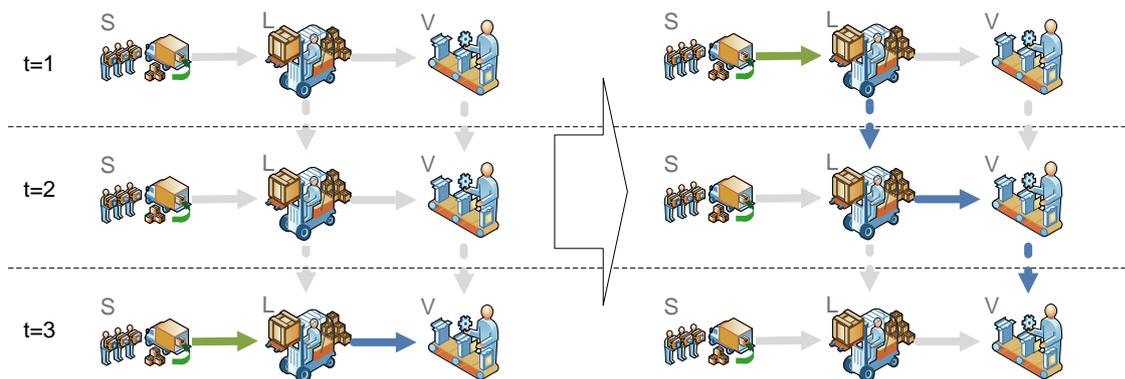


Abbildung 7.5: Verbesserungsschritt: Vorverlegung eines Flusses (farbige Kanten werden verwendet, grüne extern, blaue intern) mit zusätzlicher Lagerung an zwei Knoten

Die folgenden Abschnitte erläutern das Verwendung dieser Freiheitsgrade.

Reduzierung der Lagerbestände

Endlagerbestände der Lagerknoten können entstehen, wenn die Konstruktionsheuristik Kanten höher, als durch die Bedarfsmengen erfordert, auslastet, z. B. um Ressourcenbelastungen oder Ladungsträger zu füllen. Anfangslagerbestände können ebenfalls zu hohen Endlagerbeständen führen, da sie von der Konstruktion nicht berücksichtigt werden, so dass sie zunächst bis zum Ende des Planungszeitraums im Lager verbleiben.

Der Algorithmus zur Reduzierung der Endlagerbestände erhält als Eingabe eine Flusskette \mathcal{F} , die in einem Endlagerbestand endet.

Wiederholend werden die folgenden Schritte ausgeführt:

1. Wähle einen Lagerknoten $l \in \mathcal{L}^V \cup \mathcal{L}^L$ der Flusskette \mathcal{F} aus.
2. Wähle eine Flusskette \mathcal{F}' aus, die den gewählten Lagerknoten l passiert.

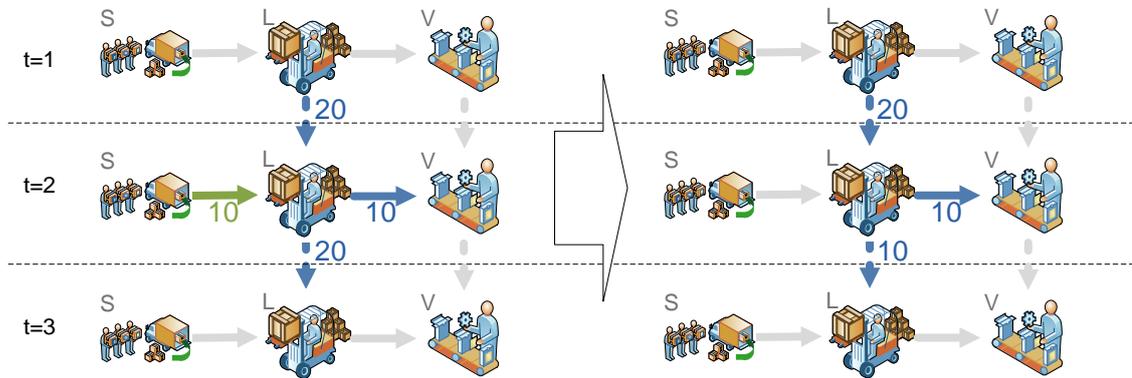


Abbildung 7.6: Verbesserungsschritt: Reduzierung der Transportkosten durch Verwendung eines Anfangslagerbestandes (farbige Kanten werden verwendet, grüne extern, blaue intern)

3. Reduziere den eingehenden Fluss in l soweit, dass der Lagerbestand aufgebraucht wird oder der Fluss vollständig aus dem Lagerbestand befriedigt werden kann. Passe alle Flusselemente der Flusskette \mathcal{F} und \mathcal{F}' entsprechend an.

Der Vorgang wird wiederholt, bis alle Wahlmöglichkeiten überprüft wurden.

Flussketten trennen

Die im Folgenden vorgestellten Verfahren verlegen ohne weiteren Eingriff nur vollständige Flussketten. Es ist möglich mittels der Einstellung *Flussketten trennen* auf Kosten höherer Laufzeit einzustellen, dass aufgespaltete Flussketten mit Teilmengen evaluiert werden sollen.

Flussmaximierung

Zur Ausnutzung von Skaleneffekten ist es in vielen Fällen sinnvoll, Transporte zusammenzulegen. Dies geschieht durch das zeitliche Vorziehen von Transporten auf die gleichen Kanten in früheren Perioden. Der Algorithmus betrachtet, aus Gründen der Lösungszeit, bei der Suche nach geeigneten Kanten nur jene, die von Lieferantenknoten ausgehen:

1. Wähle alle verwendeten Kanten die von Lieferantenknoten ausgehen und sortiere sie aufsteigend nach Perioden.
2. Wähle der Reihenfolge nach Kanten aus, die in späteren Perioden ebenfalls einen Fluss haben.

3. Wenn gültig, verlege die Flusskette mit dem späteren Fluss auf die entsprechende Kette mit dem früheren Fluss und überbrücke die Perioden durch Lagerung.

Um verletzte Nebenbedingungen aufgrund teilgefüllter Ladungsträger zu vermeiden, werden immer zuerst alle Flussketten auf einer Lösungskante gleichzeitig verschoben.

Flüsse verzögern

Diese Strategie versucht, durch Verlegen von Flussketten auf die gleiche Kante in einer zukünftigen Periode kostengünstigere Bestellzeitpunkte zu finden. Ausgehend von einer Lösungskante mit positiver Flussmenge wird folgender Ablauf ausgeführt:

1. Ermittle für alle Flussketten, die die gegebene Lösungskante verwenden, bis zu welcher Periode sie maximal verzögert werden können.
2. Durchlaufe alle zukünftigen Perioden und verschiebe die Flussketten einzeln in diese Perioden.
3. Bestimme nach jeder Verschiebung den Zielfunktionswert, speichere abhängig für jede zukünftige Lösungskante die Verschiebung mit der höchsten Verbesserung der Zielfunktion.
4. Realisiere die Verschiebung mit der höchsten Verbesserung der Zielfunktion.

Die Reihenfolge der Verschiebung ist parametrisierbar:

- Schätzwert für die eingesparten Lagerkosten: Die Differenz der Belastungen durch Lagerflüsse wird mit linearen Kosten abgeschätzt.
- Nach Menge aufsteigend durchlaufen (kleine Flussketten zuerst)
- Nach Menge absteigend durchlaufen (große Flussketten zuerst)
- Nach Zielperiode aufsteigend sortieren (je früher, desto eher)
- Zufällige Auswahl

Umpackkanten auslasten

Diese Strategie überprüft alle Umpackknoten, bei denen mehr als eine Kante zum Umpacken verwendet wird. Sollte sich durch Zusammenlegen der Umpackflüsse an einem Umpackknoten auf eine Kante eine Verbesserung der Zielfunktion einstellen, werden die Flüsse entsprechend umgelegt.

7.5 Verwendung in einer Meta-Heuristik

Meta-Heuristiken sind problemunspezifische Heuristiken, die einen untergeordneten, problemspezifischen Algorithmus steuern. Ihr Ziel ist es, durch eine Evaluierung und Anwendung unterschiedlicher Parameter den untergeordneten Algorithmus in die Lage zu versetzen, eine gute Lösung zu ermitteln.

7.5.1 Meta-Heuristiken

Wichtige Vertreter der Meta-Heuristiken sind *evolutionäre Algorithmen*, *Hillclimber*-, *Simulated Annealing*-, *Tabu Search*- und *Ant Colony*-Algorithmen (vgl. [Bäc96], [DPS06] und [MF04]).

7.5.2 Ablauf des genetischen Algorithmus

Der genetische Algorithmus (GA) verläuft iterativ über vier Schritte:

1. Eine Population mit einer bestimmten Anzahl Individuen wird gebildet.
2. Die Individuen werden initialisiert und ihre *Fitness* wird bestimmt.
3. Die nächste Generation jeder Population wird durch Rekombination, Mutation und Selektion bestimmt.
4. Wiederholung ab Schritt 2, Beendigung des Algorithmus bei Erreichen eines Abbruchkriteriums, z. B. der maximalen Anzahl Generationen.

Die Initialisierung der Individuen geschieht unter Berücksichtigung des individuellen Gencodes. Dieser enthält Parameter, die von der unterliegenden Heuristik verwendet werden müssen. Identische Gencodes führen zu gleichen Ergebnissen.

Abbildung 7.7 verdeutlicht das Vorgehen von Schritt 3, dem Erzeugen der Nachfolgegeneration. In der Literatur finden sich einige Beispiele für Konfigurationsparameter zur Steuerung der Operationen *Rekombination*, *Mutation* und *Selektion*. Die Selektion basiert auf der Auswertung der *Fitness* jeden Individuums.

7.5.3 Anwendung des genetischen Algorithmus

Der GA kann auf Basis der vorliegenden Heuristik verwendet werden, um die Auswahl von Lieferanten zu unterstützen. Der Gencode entspricht einer Verbotsliste, die für jedes Produkt eines Lieferanten aussagt, in welcher Periode Transporte von diesem Lieferanten unzulässig sind. Der zweite Abschnitt des Gencodes enthält Informationen darüber, in

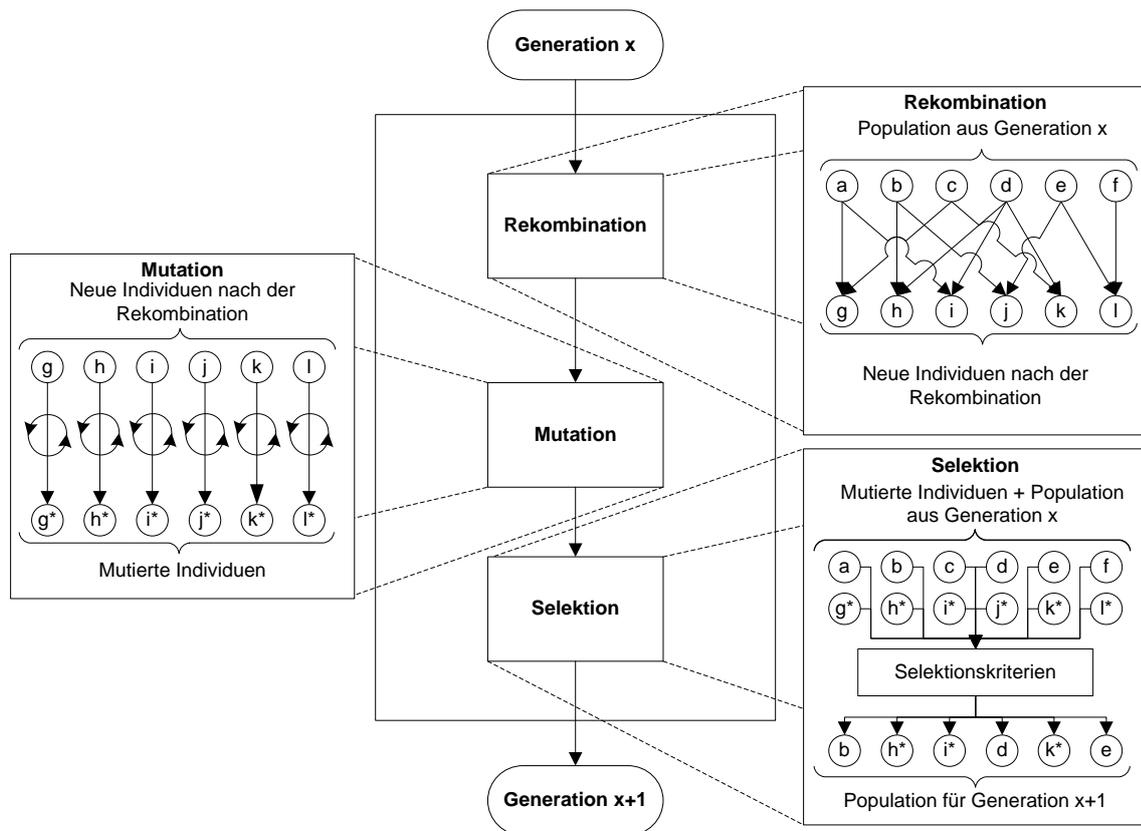


Abbildung 7.7: Ablauf des Generationenwechsels eines genetischen Algorithmus

welcher Reihenfolge auf Kanten des Netzwerkes spätere Flüsse zusammengezogen werden sollen. Die Initialisierung beider Abschnitte erfolgt zufällig.

8 Laufzeituntersuchung und Bewertung der Optimierungsverfahren

Die folgenden Abschnitte stellen die Leistungsfähigkeit der entwickelten Modellformulierung und der Heuristik vor. Zunächst werden die zur Evaluierung verwendeten Instanzen (s. Abschnitt 8.1) und die Systemumgebung (s. Abschnitt 8.2) vorgestellt. Es folgen Abschnitte zur Diskussion des exakten Lösungsverfahrens, mit den Aspekten Matrix-Generierung (s. Abschnitt 8.3), den unterschiedlichen *MIP*-Formulierungen (s. Abschnitt 8.4) und der *Relax&Fix*-Heuristik (s. Abschnitt 8.5), die auf dem exakten Lösungsverfahren basiert. Zwei Abschnitte stellen die Optimierungsergebnisse des heuristischen Verfahrens (s. Abschnitt 8.6) und dem darauf basierenden genetischen Algorithmus (s. Abschnitt 8.7) vor.

Die praktische Einsatzfähigkeit der Lösungsansätze wird anhand zweier Praxisprojekte belegt, deren Fragestellung vorgestellt wird (s. Abschnitt 8.8). Der letzte Absatz fasst die Ergebnisse zusammen (s. Abschnitt 8.9).

8.1 Testinstanzen

Die Evaluierung der Optimierungsmethoden wurde mittels vom *LEUS* erstellter Instanzen durchgeführt. *Tempelmeier* beschreibt die Wichtigkeit zur Überprüfung der Leistungsfähigkeit einer Optimierungsmethode mit praxisähnlichen Instanzen, da die Lösungszeiten zwischen einzelnen Praxisinstanzen sehr stark variieren können (vgl. [Tem02]). Die hier verwendeten Instanzen wurden alle mittels Praxisdaten erstellt, aus Gründen der Vertraulichkeit wurden Tarif- und Sachnummerdaten verfälscht. Die Eigenschaften der Netzwerke, der Logistikprozesse, der Materialbedarfe und der Tarifstrukturen entsprechen der Realität.

Tabelle 8.1 nennt die wichtigsten Kennzahlen der Instanzen. Die *Instanz*-Spalte wird in diesem Kapitel als Referenz verwendet. Die Namen der Instanzen setzen sich zusammen aus der Anzahl der Produkte, der Anzahl der Perioden, gefolgt von einer laufenden Nummer dieser Gruppe und einer Markierung *o* oder *n*, die anzeigt, ob die Tarifsysteme des Hauptlaufs mittels Rabattgruppen (*o*) oder stückweise-linearen Ressourcen (*n*) abgebildet

<i>Instanz</i>	<i>Produkte</i>	<i>Perioden</i>	<i>Ladungsträger</i>	<i>Bedarfmengen</i>	<i>Knoten</i>	<i>Kanten</i>	<i>Ressourcen</i>	<i>Ressourcengruppen</i>	<i>Rabattstufen</i>	<i>Lieferanten pro Produkt</i>
P10_T30_1n	10	30	1	54	8	420	145	10	104	1
P10_T30_1o	10	30	1	54	8	360	141	8	866	1
P10_T30_2n	10	30	8	69	19	1080	185	30	284	1
P10_T30_2o	10	30	8	69	19	870	171	23	2782	1
P10_T30_3n	10	30	5	11	16	900	177	26	248	1
P10_T30_3o	10	30	5	11	16	720	165	20	2338	1
P50_T30_1n	50	30	17	128	51	3000	830	88	988	1
P50_T30_1o	50	30	17	128	51	2550	751	73	6440	1
P50_T30_2n	50	30	14	248	43	2520	808	78	884	1
P50_T30_2o	50	30	14	248	43	2130	735	65	5632	1
P50_T30_3n	50	30	22	485	40	2340	792	72	788	1
P50_T30_3o	50	30	22	485	40	1950	723	59	5528	1
P50_T60_1n	50	60	17	306	51	6000	830	88	988	1
P50_T60_2n	50	60	14	589	43	5040	808	78	884	1
P50_T60_3n	50	60	22	1222	40	4680	792	72	788	1
P1000_T5n	1000	5	57	129	173	1680	4354	328	4744	1
P2000_T5n	2000	5	80	431	239	2340	8299	460	6856	1
P277_30Tn	277	30	18	8310	235	630	2413	1120	6528	2

Tabelle 8.1: Kennzahlen der Instanzen: Spalten nennen Anzahl der jeweiligen Elemente in eindeutiger Zählung, Kanten wurden einfach gezählt ohne Berücksichtigung der Produkt-Ladungsträger-Kombinationen

sind¹. Die Spalten *Produkte* und *Ladungsträger* nennen die Anzahl der jeweiligen Elemente. Von mehreren Produkten verwendete Ladungsträger sind einfach gezählt. Die Anzahl der *Perioden* entspricht den Arbeitstagen des Planungszeitraums. *Bedarfmengen* ist die Anzahl der angeforderten Materialmengen über alle Produkte, Verbauorte und Perioden. *Knoten* entspricht den Orten im Netzwerk, *Kanten* den vorhandenen Verbindungen, inkl. aller Transport-, Handling-, Lager- und Umpackkanten. Darüber hinaus sind die Anzahl der vorhandenen *Ressourcen*, *Ressourcengruppen* und *Rabattstufen* genannt. *Lieferanten pro Produkt* gibt die durchschnittliche Anzahl der Lieferanten an, die ein Produkt liefern können.

¹Beide Abbildungen sind im Sinne der optimalen Lösung äquivalent.

Die Instanzen mit 1000 und 2000 Produkten wurden nur zur Evaluierung der Heuristik eingesetzt. Die Instanz *P277_30Tn* dient zur Evaluierung des genetischen Algorithmus.

8.2 Systemumgebung

Alle Laufzeittests wurden auf einem Optimierungssystem mit *Core 2 Duo* 3.16 GHz ausgeführt. Das System verfügt über 7.86 GB RAM, von denen maximal 7 GB für die Berechnungen verwendet wurden. Zur Auslagerung von Teilen des Knotenbaums stand ausreichend Festspeicher zur Verfügung.

Zur Ausführung wurde die Systemumgebung von Windows XP 64 (Service Pack 2) mit folgenden Komponenten erweitert:

- **ILOG CPLEX 11.0.1:** Implementierung des *Branch&Bound*-Algorithmus (vgl. [ILO08] und [ILO06])
- **Maximal Software MPL 4.2k:** Entwicklungsumgebung für das gemischt-ganzzahlige Programm (vgl. [KL04], [Max08] und [MS08])
- **Microsoft .Net 3.5 SP2:** Laufzeitumgebung der Heuristik und des *LEUS* (vgl. [Mic09])
- **Microsoft SQL Server 2005 Express:** Datenbanksystem zur Verwaltung der Instanz- und Laufzeitdaten

Das Softwareprodukt *MPL* von *Maximal Software, Inc.* wurde ausschließlich im Rahmen der Fallstudie *Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung* verwendet.

8.3 Evaluierung der Matrix-Generierung

Zur Ausführung der Optimierungsinstanzen wird ein Konverter benötigt, der die in einer Datenbank vorliegenden Instanzdaten mittels der mathematischen Abbildung des Materialflussproblems in die, von der Implementierungen des *B&B* erwartete, Matrixdarstellung konvertiert. Die Konvertierung findet unter Anwendung der in Kapitel 5 genannten Restriktionsgruppen statt.

Die Generierung entsprechender Matrizen ist bei Verwendung generischer Modellierungssprachen (vgl. [Sch04]) sehr zeitaufwendig, da die hohe Anzahl von dünn besetzten Indizes, z. B. der Variable $x_{\ell,\ell',e,p,a,t,t'}$ einen erheblichen Suchraum aufspannt. Die Autoren *Kristjansson und Lee* nennen als Richtwert, dass die Generierung einer Matrix nie länger als die Optimierung dauern sollte (vgl. [Kal04], S. 245). Nach Abschluss der Modellentwicklung wurde daher die zunächst verwendete Modellierungssprache *MPL* durch einen in der *.net-*

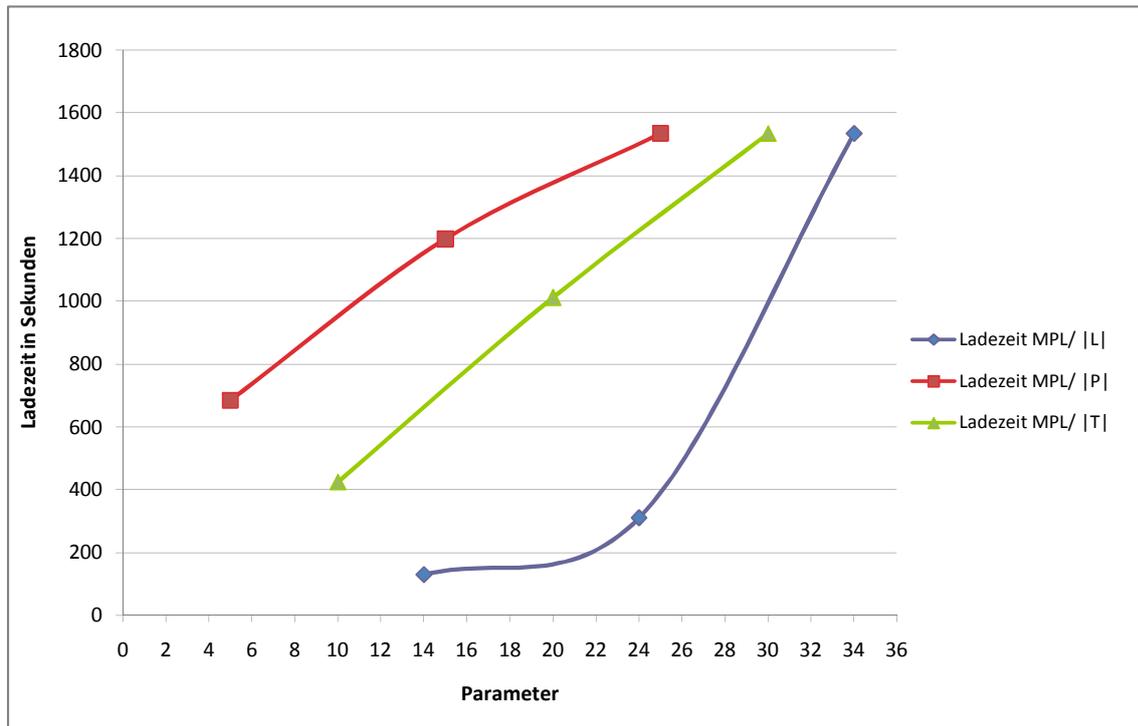


Abbildung 8.1: Dauer der Matrixgenerierung mit *MPL*

Laufzeitumgebung implementierten Generator (*OL*-Generator) ersetzt. Die Abbildungen 8.1 und 8.2 stellen die Laufzeit der Matrixgenerierung (ohne Ausführung der Optimierung) für beide Module dar. Es wird deutlich, dass sowohl die Dauer der gezeigten Generierung mit dem *OL*-Generator deutlich kürzer ist, als auch mit den Eigenschaften der Instanz langsamer skaliert.

8.4 Evaluierung der MIP-Modellierungstechniken

Dieser Abschnitt stellt das Laufzeitverhalten der in Abschnitt 6.2 vorgestellten Varianten der Modellformulierung vor. Alle Formulierungen sind hinsichtlich der optimalen Lösung der Instanz äquivalent.

Folgende Formulierungen gehen in die Betrachtung ein:

- **Pure:** Unveränderte Modellformulierung (s. Abschnitt 5.3)
- **ExtDV:** Verwendung von halbstetigen Variablen und *SOS*-Mengen (s. Abschnitt 6.2.4 und Abschnitt 6.2.5)
- **LC:** Logische Implikationen durch gültige Ungleichungen (s. Abschnitt 6.2.2)

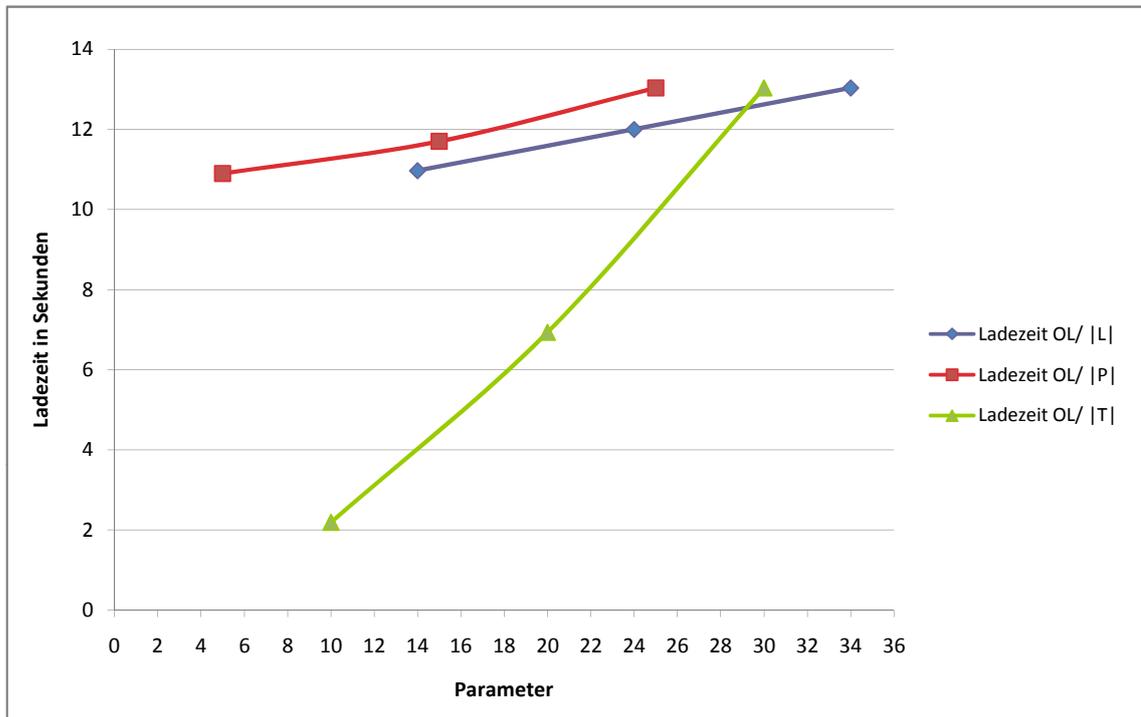


Abbildung 8.2: Dauer der Matrixgenerierung mit OL

- **Additiv:** Additive Transportkosten (s. Abschnitt 6.2.6, unter Verwendung der Restriktionen (6.2.46) und (6.2.47))
- **AdditivExt:** Schnittebene zur Abschätzung der Additiven Transportkosten (s. Abschnitt 6.2.7)
- **ResSum:** Aggregierte Form der Binärverbindung der Rabattstufen² (s. Abschnitt 6.2.6, Restriktion (6.2.45))
- **Sym:** Verwendung der Symmetrie brechenden Restriktionen (s. Abschnitt 6.2.9)
- **Bounds:** Vorberechnung von gültigen Schranken (s. Abschnitt 6.2.1).

Zur Bewertung der Modellformulierungen wird die Laufzeit bis zum abgeschlossenen Beweis der Optimalität herangezogen. Die Laufzeit ist begrenzt: Sollte der Beweis bis zum Erreichen des Limits nicht abgeschlossen sein, wird die Berechnung beendet und die Ganzzahligkeitslücke zur Bewertung verwendet. Die Ganzzahligkeitslücke (Gap) wird analog zu *ILOG CPLEX* (vgl. [ILO06], S. 270) wie folgt definiert:

$$\frac{|\text{Beste untere Schranke} - \text{Beste ganzzahlige Lösung}|}{10^{-10} + |\text{Beste ganzzahlige Lösung}|}$$

²Diese Erweiterung ist nur in Verbindung mit *Additiv* oder *AdditivExt* nutzbar.

Der Wertebereich ist $[0, 1[$.

Die Tabelle 8.2 nennt für insgesamt zehn Modellformulierungen und weiteren vier Kombinationen aus diesen die Laufzeit jeder Instanz und, wenn die Optimierung nach vier Stunden nicht optimal beendet wurde, die verbleibende Ganzzahligkeitslücke. Alle Optimierungen wurden unter Verwendung des heuristischen Verfahrens als Eröffnungsverfahren (vgl. [Dom07], S. 102f.) mit einer gültigen Lösung gestartet, da die Berechnung ohne Startwerte bei größeren Instanzen nicht zur Ermittlung einer gültigen Lösung führt und so den Vergleich der Formulierungen erschwert.

Optimierungen, deren Ganzzahligkeitslücke unter 0,1% gefallen ist, wurden als erfolgreich beendet angesehen. *oM* wurde für Instanzen eingetragen, deren Optimierung zu einem Abbruch aus Speichermangel führt, trotz der Möglichkeit, Teile des Knotenbaums bei Bedarf auszulagern.

Tabelle 8.3 zeigt Optimierungen ohne Verwendung der heuristischen Startwerte. Für jede Instanz ist die Formulierung mit der besten Laufzeit wiedergegeben (s. Tabelle 8.2). Die Laufzeit setzt sich zusammen aus der Dauer des Einlesens der Instanz, der Modellgenerierung und der Optimierung. Die Optimierung wurde nach acht Stunden beendet.

Die Ergebnisse der Instanzen *P10_T30_1n - 3n* und *P10_T30_1o - 3o* verdeutlichen, dass die Verwendung von stückweise-linearen Ressourcen zur Abbildung der Hauptlauftarife insgesamt der Abbildung durch Rabattgruppen obliegt. Diese Einschätzung wird zusätzlich dadurch bestätigt, dass die größeren Instanzen des Typs *o* nicht mehr geladen werden konnten und daher in die Betrachtung nicht aufgenommen wurden. Die Formulierung **Sym** ist erfolgreich bei Instanzen mit Hauptlauf-Tarifstufen als Rabattgruppen. **MC** ist bei Instanzen mit vergleichsweise hoher Anzahl Perioden und den daraus resultierenden Lagerkanten vorteilhaft.

Die Verwendung von halbstetigen Variablen (*ExtDV*) und expliziten Variablenbeschränkungen (*ExtBounds*) ist allein stehend unvorteilhaft. In Verbindung mit weiteren Verbesserungen in der Kombination (*ExtDV ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum*) ist sie geeignet für Instanzen mit geringer Anzahl Produkte. Erhöht sich die Anzahl der Produkte bei hoher Anzahl Perioden, ist diese Kombination ohne (*ExtDV*) empfehlenswert.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die Kombination (*ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum*) bei schwierigen Instanzen den größten Erfolg verspricht.

8.4. Evaluierung der MIP-Modellierungstechniken

Instanz	Einzelbetrachtung										Kombinationen			
	Pure	ExtDV	ExtBounds	LC	MC	Additiv	AdditivExt	Sym	ResSum, Additiv	ResSum, AdditivExt	ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum	ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym	ExtDV ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum	ExtDV ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym
P10_T30_1n	0,1% 2171	0,1% 760	0,1% 3666	0,1% 1017	0,1% 909	0,1% 4994	0,1% 3007	0,1% 5121	0,1% 4266	0,1% 4754	0,1% 1820	0,1% 3543	0,1% 1616	0,1% 4885
P10_T30_1o	0,9% 14408	0,1% 7403	0,1% 5632	0,5% 14435	0,1% 3446	60,7% 14435	43,6% 14433	0,1% 6558	0,7% 14409	0,1% 2443	0,1% 1702	43,0% 14542	0,1% 1856	43,1% 14435
P10_T30_2n	0,0% 4	0,0% 5	0,0% 4	0,0% 4	0,0% 6	0,0% 7	0,0% 19	0,0% 4	0,0% 4	0,0% 4	0,0% 7	0,0% 34	0,0% 7	0,0% 22
P10_T30_2o	6,9% 14405	4,6% 14408	5,5% 14404	4,1% 14407	0,1% 512	OoM 113	OoM 236	0,0% 53	0,0% 65	0,0% 63	0,0% 107	OoM 148	0,0% 69	OoM 231
P10_T30_3n	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 3	0,0% 3	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 2	0,0% 3	0,0% 21	0,0% 2	0,0% 3
P10_T30_3o	0,1% 843	0,1% 4182	0,1% 1064	0,1% 686	0,0% 105	OoM 105	OoM 61	0,0% 10	0,0% 23	0,0% 23	0,0% 51	OoM 60	0,0% 22	OoM 63
P10_T60_1n	32,0% 14401	24,8% 14401	25,6% 14401	29,5% 14401	17,3% 14401	34,1% 14401	30,1% 14401	28,1% 14401	26,3% 14401	27,0% 14401	16,4% 14402	18,5% 14402	17,4% 14402	17,7% 14402
P10_T60_2n	17,7% 14401	25,5% 14402	15,4% 14414	19,1% 14401	3,0% 14402	18,8% 14403	23,2% 14404	14,6% 14402	21,2% 14402	24,5% 14402	2,4% 14404	18,0% 14406	9,1% 14404	6,5% 14405
P10_T60_3n	0,1% 215	0,1% 624	0,1% 247	0,1% 790	0,0% 33	0,1% 3107	0,1% 3367	0,1% 326	0,1% 208	0,1% 443	0,0% 96	0,0% 396	0,0% 34	0,0% 1651
P50_T30_1n	0,0% 4527	13,7% 14412	0,0% 1098	0,0% 4710	10,8% 14410	0,0% 1174	3,6% 14412	0,1% 3049	0,0% 1294	0,0% 1302	0,0% 648	36,6% 14414	12,7% 14413	14,0% 14413
P50_T30_1o	15,8% 14416	16,1% 14421	13,8% 14415	15,1% 14415	10,2% 14416	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0
P50_T30_2n	34,8% 14408	31,8% 14409	36,3% 14408	35,3% 14408	12,5% 14408	37,5% 14410	35,8% 14410	36,5% 14408	34,4% 14410	36,5% 14409	22,1% 14410	37,0% 14412	16,6% 14410	26,8% 14411
P50_T30_2o	7,2% 17616	7,1% 21034	10,5% 17553	4,6% 17551	0,9% 17562	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0
P50_T30_3n	18,7% 14407	26,0% 14408	25,2% 14407	0,0% 3698	0,0% 4236	25,9% 14409	27,0% 14409	24,8% 14407	0,0% 3540	25,3% 14408	0,0% 1416	28,4% 14412	0,0% 1231	25,8% 14410
P50_T30_3o	11,6% 19414	11,2% 22776	11,8% 19372	11,4% 19380	9,5% 19384	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0	OoM 0
P50_T60_1n	28,8% 14429	29,1% 14436	28,4% 14430	29,2% 14431	24,7% 14435	33,3% 14436	31,0% 14436	28,7% 14431	28,6% 14432	29,6% 14434	0,0% 276	0,0% 4108	25,5% 14440	25,4% 14444
P50_T60_2n	20,2% 14417	21,1% 14419	20,8% 14417	20,4% 14417	14,9% 14421	22,7% 14421	22,5% 14440	21,0% 14417	20,9% 14418	21,3% 14421	19,7% 14426	25,3% 14428	17,1% 14422	19,7% 14425
P50_T60_3n	20,1% 14418	21,1% 14421	18,9% 14419	19,9% 14419	18,9% 14422	20,9% 14423	20,6% 14424	18,9% 14419	18,8% 14420	18,0% 14420	0,0% 6826	0,0% 10982	18,7% 14459	19,4% 14450

Tabelle 8.2: Laufzeitübersicht der Modellvarianten, Laufzeit in Sekunden und verbleibende Ganzzahligkeitslücke in Prozent, Berechnungen wurden nach 14400 Sekunden abgebrochen, *OoM* repräsentiert Speicherfehler mit Zeitpunkt des Auftretens, alle Instanzen gestartet mit gültiger Lösung der Heuristik

<i>Instanz</i>	Modellformulierung	Laufzeit	Optimalitätslücke
P10.T30.1n	None	1300	0,1%
P10.T30.1o	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	4615	0,1%
P10.T30.2n	Pure	29880	Inf
P10.T30.2o	Sym	29540	22,6%
P10.T30.3n	Pure	94	0,1%
P10.T30.3o	Sym	755	0,0%
P10.T60.1n	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	28853	27,9%
P10.T60.2n	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	3550	Inf
P10.T60.3n	MC	591	0,0%
P50.T30.1n	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	1038	OoM
P50.T30.2n	MC	29297	Inf
P50.T30.3n	LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	1654	OoM
P50.T60.1n	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	31697	Inf
P50.T60.2n	MC	30633	Inf
P50.T60.3n	Pure, LC, Additiv, AdditivExt, ResSum, MC, Sym, Bounds	30992	Inf

Tabelle 8.3: Laufzeiten und Ergebnisqualität der Modellformulierung ohne Startlösung, Laufzeit in Sekunden, Optimalitätslücke: bei Beenden der Berechnung (%), keine gültige Lösung gefunden (*Inf*), Speicherfehler (*OoM*)

8.5 Evaluierung des Relax&Fix-Verfahrens

Die *Relax&Fix*-Heuristik wurde unter Verwendung von drei Instanzen mit jeweils 30 Perioden evaluiert. Tabelle 8.4 stellt die Ergebnisse mit Verwendung einer zwei-, vier- und sechzehn-periodischen Gruppierung dar.

Tabelle 8.4 zeigt, dass das Verfahren geeignet ist, in sehr kurzer Zeit gültige Startlösungen zu erzeugen. Die Lösungen der hier verwendeten *Relax&Fix*-Einstellung sind jedoch ohne weitere Verbesserung nicht praxisgeeignet, da sie eine erhebliche Optimalitätslücke aufweisen. Eine genauere Evaluierung, welche Variablen relaxiert werden sollten, um die Gültigkeit der Lösung zu erhalten und zu einem guten Zielfunktionswert zu gelangen, scheint sinnvoll.

<i>Instanz</i>	Relaxierte Variablen	Gruppierte Perioden	Laufzeit Optimierung	Laufzeit R&F	Laufzeitanteil R&F	Optimalitätslücke R&F
P10_T30_1n	ALL	2	14656	26	0,2%	144,4%
P10_T30_1n	ALL	4	14656	52	0,4%	71,7%
P10_T30_1n	ALL	16	14656	374	2,6%	3,5%
P10_T30_1n	BIN	2	14656	26	0,2%	144,4%
P10_T30_1n	BIN	4	14656	51	0,4%	71,7%
P10_T30_1n	BIN	16	14656	337	2,3%	3,5%
P10_T30_1n	INT	2	14656	26	0,2%	144,4%
P10_T30_1n	INT	4	14656	52	0,4%	71,7%
P10_T30_1n	INT	16	14656	335	2,3%	3,5%
P10_T30_2n	ALL	2	1423	102	7,2%	Inf
P10_T30_2n	ALL	4	1423	91	6,4%	Inf
P10_T30_2n	ALL	16	1423	279	19,6%	Inf
P10_T30_2n	BIN	2	1423	110	7,7%	Inf
P10_T30_2n	BIN	4	1423	90	6,4%	Inf
P10_T30_2n	BIN	16	1423	280	19,6%	Inf
P10_T30_2n	INT	2	1423	109	7,7%	Inf
P10_T30_2n	INT	4	1423	90	6,4%	Inf
P10_T30_2n	INT	16	1423	280	19,7%	Inf
P10_T30_3n	ALL	2	61	23	37,6%	240,0%
P10_T30_3n	ALL	4	61	16	26,3%	240,0%
P10_T30_3n	ALL	16	61	172	282,0%	146,4%
P10_T30_3n	BIN	2	61	23	37,4%	240,0%
P10_T30_3n	BIN	4	61	16	25,6%	240,0%
P10_T30_3n	BIN	16	61	171	281,3%	146,4%
P10_T30_3n	INT	2	61	23	37,6%	240,0%
P10_T30_3n	INT	4	61	16	25,7%	240,0%
P10_T30_3n	INT	16	61	172	282,1%	146,4%

Tabelle 8.4: Laufzeiten und Ergebnisqualität der *Relax&Fix*-Heuristik nach Instanzen, gruppierten Perioden und relaxierten Variablen, alle Zeitspannen in Sekunden

8.6 Evaluierung des heuristischen Lösungsverfahrens

Dieser Abschnitt bewertet die Leistungsfähigkeit des entwickelten heuristischen Verfahrens (s. Kapitel 7) anhand der vorgestellten Instanzen.

<i>Instanz</i>	Ladezeit	Aufbau des Objektmodells	Laufzeit Konstruktion	Laufzeit Verbesserung	Gesamtdauer	Optimalitätslücke
P10_T30_1n	6	1	1	7	15	0,0%
P10_T30_1o	62	1	1	11	75	0,0%
P10_T30_2n	18	1	0	8	28	0,0%
P10_T30_2o	662	3	4	11	679	0,0%
P10_T30_3n	15	1	0	2	18	0,0%
P10_T30_3o	469	2	3	2	476	0,0%
P10_T60_1n	22	1	1	10568	10592	1,5%
P10_T60_2n	71	2	2	345	433	0,0%
P10_T60_3n	63	7	2	21	93	0,0%
P50_T30_1n	562	30	32	549	1173	0,0%
P50_T30_1o	3677	22	11	421	4131	0,0%
P50_T30_2n	473	26	88	343	930	0,0%
P50_T30_2o	2829	22	12	261	3125	0,0%
P50_T30_3n	422	23	14	4160	4619	0,0%
P50_T30_3o	2764	18	19	2138	4939	0,0%
P50_T60_1n	2023	32	135	5979	8170	0,0%
P50_T60_2n	1695	26	169	1608	3528	0,0%
P50_T60_3n	1641	23	1173	9083	11919	0,0%
P1000_T5n	2230	29	2	6	2268	0,0%
P2000_T5n	8318	59	5	36	8418	0,0%

Tabelle 8.5: Laufzeiten und Ergebnisqualität der Heuristik nach Instanzen, alle Zeitspannen in Sekunden, Bezug für die Optimalitätslücke ist die optimale Lösung der Instanz

Tabelle 8.5 zeigt die Leistungskennzahlen der Heuristik. Zu jeder Instanz werden die Laufzeiten zum Einlesen der Instanzdatenbank, dem Aufbau des Objektmodells, der Konstruktions-, der Verbesserungsheuristik und die Summe dieser Zeitspannen genannt. Die Optimalitätslücke vergleicht den Zielfunktionswert der Heuristik mit der optimalen oder besten bekannten Lösung der Instanz, die durch das exakte Verfahren ermittelt wurde.

Mit nur einer Ausnahme konnte die Heuristik auf den hier verwendeten Praxisinstanzen die optimale Lösung ermitteln. Im Fall der Instanz *P10_T60_1n* ist das Ergebnis der Heuristik mit ca. 1,5% Optimalitätslücke deutlich besser und schneller bestimmt, als die vergleichbare Leistung des exakten Verfahrens (s. Tabelle 8.3).

8.7 Evaluierung des genetischen Algorithmus

Der in Abschnitt 7.5 vorgestellte genetische Algorithmus unterstützt die Heuristik bei der Auswahl von Lieferanten, wenn ein Produkt von mehreren Lieferanten bezogen werden kann. Der Algorithmus soll hier mit unterschiedlichen Populationsgrößen evaluiert werden. Die Abbildung 8.3 zeigt den relativen Zielfunktionswert in Bezug auf die Ausgangssituation in Abhängigkeit der bereits evaluierten Individuen. Die Individuen werden generationsübergreifend gezählt, um die Bewertung über verschiedene Populationsgrößen hinweg vergleichbar zu machen.

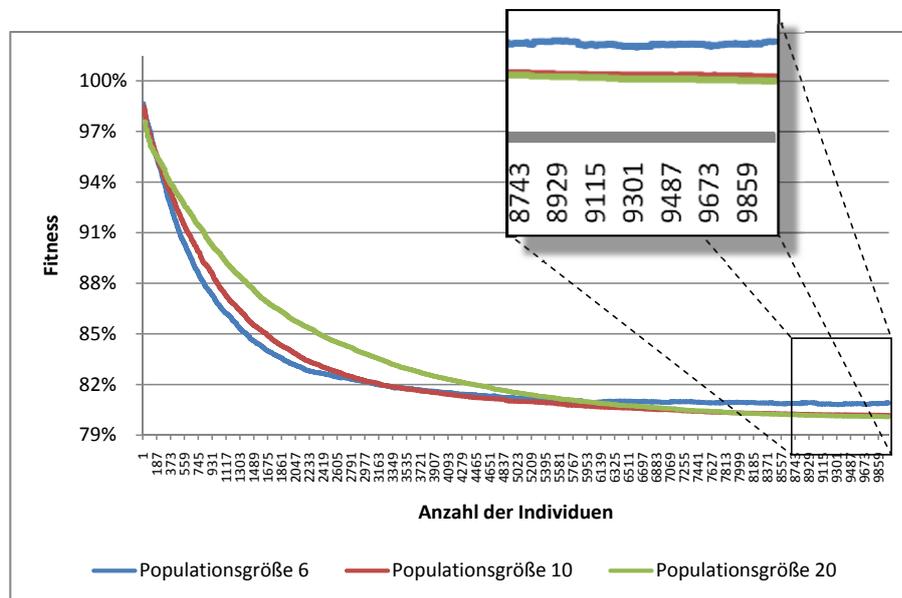


Abbildung 8.3: Evaluierung des genetischen Algorithmus mit den Populationsgrößen 6, 10 und 20 auf der Instanz $P277_30Tn$

Dieses Ergebnis lässt vermuten, dass der GA im Fall mehrerer Lieferanten die Heuristik erfolgreich unterstützen kann. Weitere Untersuchungen sind notwendig, um diese Vermutung zu erhärten.

8.8 Fallstudien

Die folgenden Abschnitte nennen zwei ausgewählte Fallstudien, die mit den vorgestellten Optimierungsmethoden bearbeitet wurden. Sie dienen zur Validierung der Methoden und als Beleg der Einsatzfähigkeit in Praxisfragestellungen.

Die Ergebnisse der Fallstudien sind so gestaltet, dass sie in die Disposition übernommen werden können.

8.8.1 Füllgradoptimierung

Füllgradoptimierung sei eine Fallstudie zur Ermittlung kostengünstiger globaler Bestellmengen (s. *Globale Bestellmenge* im Abschnitt 5.3). Die hier verwendeten Daten sind praxisähnlich. Es wurden 277 Sachnummern, die am Wareneingang durch nicht vollständig gefüllte Ladungsträger aufgefallen sind, zur Optimierung der Abrufmenge herangezogen. Ziel der Untersuchung sei es, für diese Sachnummern die Abrufmengen zu finden, für die der Transport, das interne Handling und die Lagerung kostenoptimal sind.

Anhand der Abrufe der Vergangenheit wurden die Kosten der Ausgangssituation ermittelt. Durch eine detaillierte Abbildung der Lieferkette mit ca. 40 Einzeloperationen konnten die verursachten Kosten feingranular bestimmt werden. Diese Funktion wurde ebenfalls zur Bewertung der Optimierungsergebnisse herangezogen.

Zunächst wurde eine Nachbarschaftssuche (*NBS*) zur Ermittlung besserer Abrufmengen verwendet. Diese rundet die Abrufmengen auf vollständig gefüllte Ladungsträger auf bzw. ab und vergleicht die resultierenden Kosten mit denen der Ausgangssituation. Die kostengünstigste der drei Abrufmengen wird als Ergebnis übernommen.

Als Alternative zur Nachbarschaftssuche wurde das exakte Lösungsverfahren (*Opt*) angewendet. Die Bewertungsfunktion konnte in die Zielfunktion übertragen werden, sodass die Ergebnisse der Optimierung mit denen der Ausgangssituation und der Nachbarschaftssuche vergleichbar sind.

Abbildung 8.4 stellt die Ergebnisse der Optimierung vor. Die Kosten sind aufgeschlüsselt nach Personal-, Transportmittel-, Lager- und Kapitalbindungs- sowie nach externen Transportkosten.

Eine globale Abrufmenge ist in der Regel suboptimal durch die Beschränkung auf eine einzige gültige Abrufmenge über den gesamten Planungshorizont. Das Ergebnis lässt sich jedoch in dieser Form als Parameter in das führende System zur Disposition aufnehmen. Dies ermöglicht es, das gezeigte Potenzial ohne großen Zusatzaufwand zu realisieren.

Bei Veränderung der Bedarfsmengen wird diese Optimierung wiederholt.

8.8.2 Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung

Die folgende Fallstudie zeigt, wie das *LEUS* zur Unterstützung einer Materialflussoptimierung eines Werkes eingesetzt kann. Die hier verwendeten Daten sind praxisähnlich. Ziel

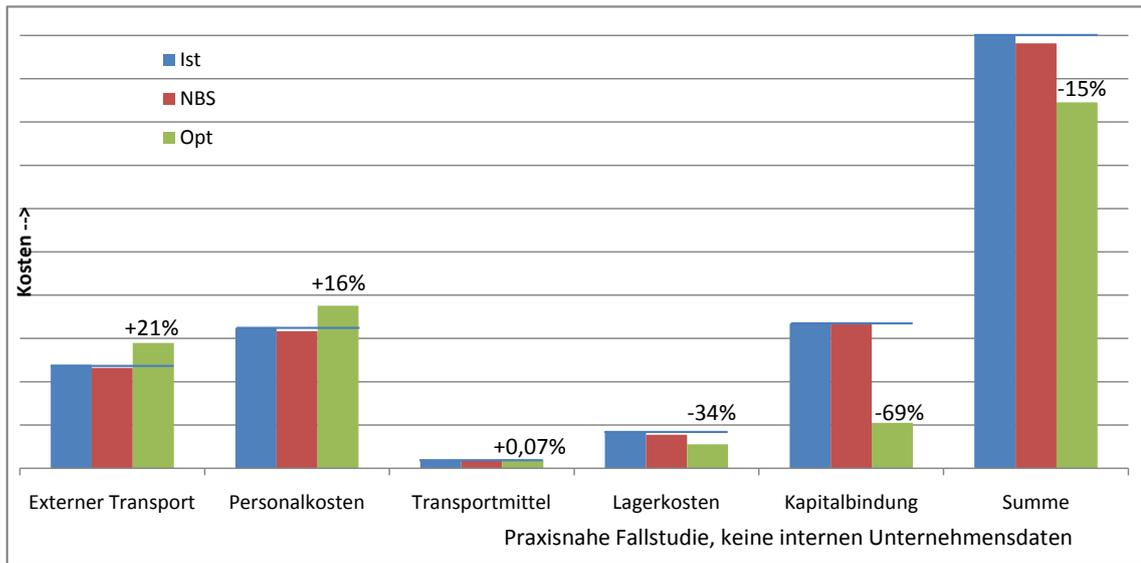


Abbildung 8.4: Fallstudie Füllgradoptimierung: Ergebnisse der Untersuchung als Kosten der Ausgangssituation (*Ist*), der Nachbarschaftssuche (*NBS*) und der Optimierung (*Opt*)

der Fallstudie sei es, jedem Lieferanten einer geographischen Region, der über Gebietsspeditionen angebunden ist, einen kostenminimalen Transportmodus und ein Anlieferprofil zuzuordnen. Die Zuordnung muss über den gesamten Planungszeitraum eingehalten werden.

Das Konzept der Gebietsspediteure sieht vor, dass alle Lieferanten eines Kontinents nach ihrer geografischen Lage Gebieten zugeordnet sind. Die Gebietsspeditionsaufteilung wird in der taktischen Planung festgelegt. Für jedes Gebiet ist ein Spediteur exklusiv zuständig. Jeder Spediteur betreibt einen Konsolidierungspunkt. Die reguläre Transportbeziehung zwischen den Lieferanten und dem Werk sieht vor, dass alle Sachnummern zunächst zum Konsolidierungspunkt (Vorlauf) und von dort gebündelt zum Werk (Hauptlauf) transportiert werden. Sollte ein Laderaum mit den Sachnummern eines Lieferanten bereits ausgelastet sein, werden diese ohne Konsolidierung direkt zum Werk transportiert (Komplettlieferung). Alle betrachteten Lieferanten sind in der Ausgangssituation der Studie einer Transportmodusgruppe, die die Gebietslieferung und die Komplettlieferung vorsieht, zugeordnet.

Alternativ stehen die Transportmodi Direktlieferung und Paketdienst zur Verfügung. Beide werden ohne Konsolidierung verwendet und ggf. von alternativen Speditionen durchgeführt. Die Paketsendung unterliegt der Beschränkung, dass nur ein Paket (Laderaum) pro Tag verwendet werden darf.

In der Ausgangssituation ist jeder Lieferant einem Anlieferprofil zugeordnet, das tägliche Abrufe ermöglicht. Alternativ stehen 12 weitere Anlieferprofile zur Auswahl, die in wöchentlichem Rhythmus die Anlieferung an einzelnen Tagen erlauben.

Abbildung 8.5 zeigt ein exemplarisches Netzwerk mit zwei Gebieten. Die farbigen Pfeile befinden sich in Verwendung, graue Pfeile stellen die alternativen Transportmodi dar. Die Strichbreite der Pfeile markiert die relative Materialflussmenge.

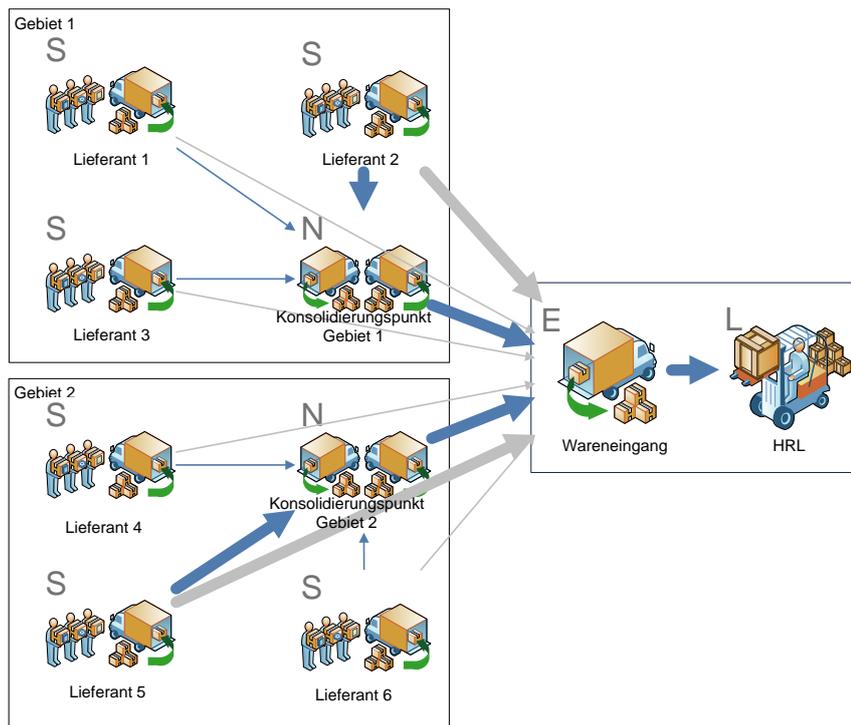


Abbildung 8.5: Fallstudie Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung Netzwerkausschnitt: farbige Pfeile entsprechen verwendeten Transportbeziehungen, graue Pfeile alternativen Wegen, die Strichbreite entspricht der Materialflussmenge

Die Fallstudie sieht folgende Freiheitsgrade vor:

Transportmodus (TM): Jedem Lieferanten wird ein Transportmodus zugewiesen, die Abriefmengen bleiben unverändert.

Anlieferprofil (AP): Jedem Lieferanten wird ein Anlieferprofil zugewiesen, Abriefmengen dürfen vorgezogen werden. Die Lagerung von Sachnummern ist möglich.

TM&AP: Eine Kombination der vorhergehenden Freiheitsgrade: Jedem Lieferanten wird ein Transportmodus und ein Anlieferprofil zugewiesen, Lagerung ist möglich.

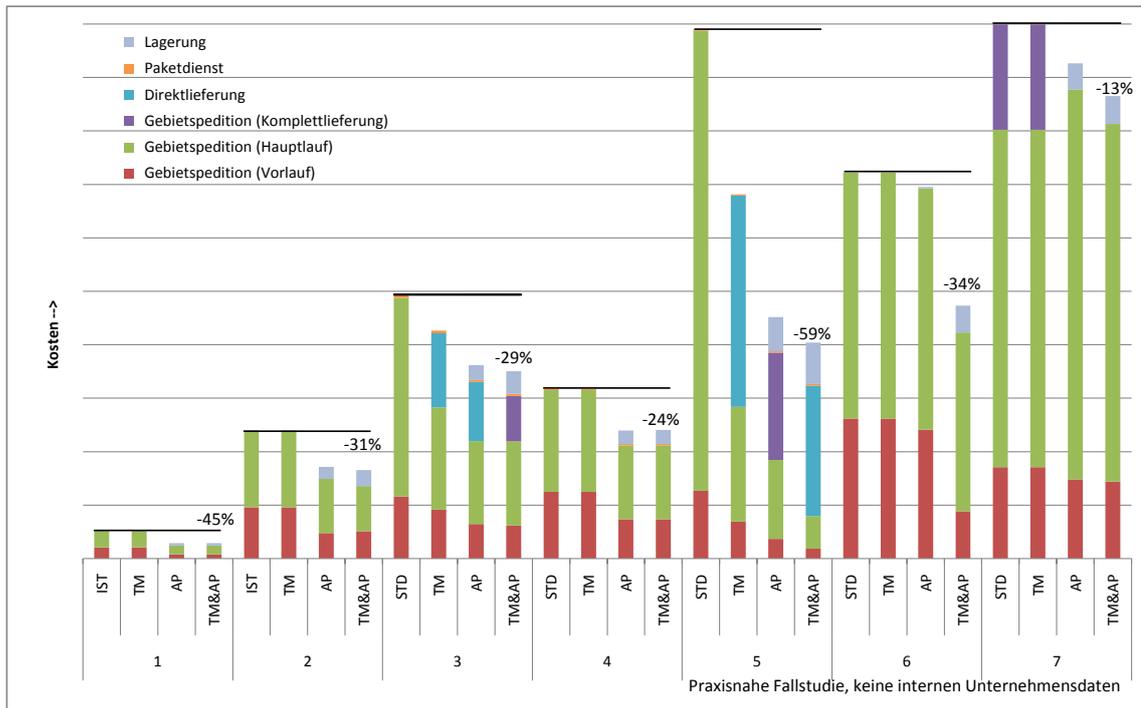


Abbildung 8.6: Fallstudie Transportmodus- und Anlieferprofiloptimierung: Ergebnisse der Untersuchung für jedes der sieben Gebiete mit den Gesamtkosten der Ausgangssituation (STD), der Freiheitsgrade *TM*, *AP* und *TM&AP*

Die verwendeten Bedarfsmengen wurden aus dem Lieferabruf des Optimierungszeitraums übernommen und beinhalten bereits aggregierte Tagesbedarfsmengen. Eine entsprechende Lagerung wurde daher bereits bei der Generierung der Lieferabrufe berücksichtigt. Wird das Anlieferprofil eines Lieferanten angepasst, muss unter Umständen in weiteren Perioden gelagert werden, da nur durch das zeitliche Vorziehen von Bestellungen das neue Anlieferprofil eingehalten werden kann. Zu Beginn der Fallstudie wurde erwartet, dass die Optimierung Lieferabrufe generiert, die den Lagerbestand deutlich erhöhen. Daher wurde eine Restriktion zur Limitierung der zusätzlichen Lagermengen aufgenommen (realisiert über eine Ressource).

Die bestehende Gebietszuordnung wird zur Disaggregation der Fragestellung verwendet. Jedes Gebiet wird im Weiteren separat betrachtet. Dies ist möglich, da die Transportbeziehungen über Gebietsgrenzen hinweg unabhängig sind und der zu erwartende Bestandsaufbau im Lager konfliktfrei ist.

Abbildung 8.6 stellt die Ergebnisse für die Optimierung von sieben Gebieten mit den Freiheitsgraden *TM*, *AP* und *TM&AP* vor. Die Kosten *P*, *DL*, *K*, *HL*, *VL* summieren die Transportkosten der Paketdienste, Direktlieferung und der Gebietspedition mit Kom-

plettlieferung, Hauptlauf und Vorlauf. Die Ersparnisse sind prozentual im Verhältnis zu den Ausgangskosten des entsprechenden Gebiets und der Optimierungslösung mit den Freiheitsgraden $TM\mathcal{E}AP$ ausgedrückt.

Das hohe Potenzial zur Kostenreduzierung ist offensichtlich. Erwartungsgemäß wird nur geringfügig Lagerbestand aufgebaut. Die relative Reduzierung der Kosten ist bei Gebieten mit geringen Gesamtkosten höher, da hier insgesamt seltener angeliefert wird. Die Ergebnisse der Optimierung, der zugewiesene Transportmodus und das Anlieferprofil können mit geringem Aufwand in die führenden Systeme zur Disposition übernommen werden.

8.9 Zusammenfassung und Interpretation

Die vorhergehenden Abschnitte zeigen, dass die vorliegenden Optimierungsmethoden für den praktischen Einsatz geeignet sind.

Der Umstieg auf einen eigens entwickelten Matrix-Generator hat sich bewährt und die Dauer zur Vorbereitung der Optimierung erheblich reduziert. Es konnte gezeigt werden, dass dieser Matrix-Generator eine deutlich besser skalierende Laufzeit bei großen Modellinstanzen aufweist.

Die Untersuchung der verschiedenen vorgestellten Modellierungsvarianten zeigt, dass die Kombination aus verschiedenen Techniken (*ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum*) bei großen Instanzen zu den besten Ergebnissen führt. Die Verwendung von Startwerten der Heuristik ist essenziell, um in überschaubarer Zeit gültige und gute Lösungen zu finden.

Die Heuristik ermittelt mit nur einer Ausnahme optimale Lösungen für alle Testinstanzen in einer Laufzeit, die deutlich unter der benötigten Zeit des exakten Optimierungsverfahrens liegt. Die Verwendbarkeit der Heuristik auf Instanzen mit bis zu 2000 Produkten ist möglich. Die Kennzahlen lassen vermuten, dass größere Instanzen verarbeitet werden können. Bei speziellen Fragestellungen, z. B. der Auswahl alternativer Lieferanten, kann ein genetischer Algorithmus die Heuristik unterstützen.

Der Einsatz beider Verfahren in der Praxis ist möglich. Dies wird nicht nur durch die Ergebnisse der hier verwendeten Praxisinstanzen belegt, sondern auch durch den Erfolg der Fallstudien. Beide Fallstudien weisen ein hohes Potential zur Reduzierung der Zulieferkosten auf.

9 Integration in ein Entscheidungsunterstützungssystem - LEUS

Die in den vorhergehenden Kapiteln vorgestellten Lösungsmethoden sind zur Anwendung durch Logistikplaner in ein Entscheidungsunterstützungssystem (EUS) integriert. Der Produktname ist *Logistik EUS (LEUS)*.

Das *LEUS* ist eine Webapplikation, auf die Benutzer mittels ihres Browsers zugreifen und Optimierungen steuern können. Durch die zentrale Ausführung der Optimierungen auf einem Server muss nicht jeder Anwender über einen leistungsstarken Optimierungsrechner mit entsprechenden Softwarelizenzen verfügen. Benutzer an unterschiedlichen Standorten können durch dieses serverbasierte Design auf einen gemeinsamen Datenbestand zugreifen. Darüber hinaus können Erweiterungen und Verbesserungen zentral vorgenommen werden. Dies trägt den Eigenschaften eines Forschungsprojekts Rechnung.

Die folgenden Abschnitte beschreiben das *LEUS* zunächst in seiner Architektur (s. Abschnitt 9.1) und stellen nachfolgend das Konzept zur Abbildung der Prozessketten in freier Granularität vor (s. Abschnitt 9.2). Abschnitt 9.3 beschreibt den Ablauf der Optimierung, inkl. Instanzgenerierung, Berechnung der optimalen Lösung und Auswertung der Ergebnisse. Der letzte Abschnitt stellt die Benutzeroberfläche vor (s. Abschnitt 9.4).

9.1 Architektur der Software

Das *LEUS* ist vollständig in *Microsoft.Net 3.5* entwickelt und steht als architekturunabhängiges Kompilat für 32bit und 64bit Systeme zur Verfügung. Der Microsoft Internet Information Server wird als Applikationsserver vorausgesetzt.

Die Softwarearchitektur des *LEUS* besteht aus sechs Komponenten, deren Zusammenhang in Abbildung 9.1 dargestellt ist:

- **DataLayer:** Repräsentierung und Verwaltung der Daten

- **UserInterface:** Funktionen zur Präsentation von Informationen und zur Annahme der Steuerungsbefehle des Benutzers
- **Logging:** Protokollierung der Ereignisse der Vorgänge, insbesondere das Verhalten der Optimierungsmethoden.
- **NetworkGenerator:** Erzeugung der Netzwerke der Optimierungsinstanzen in einem zum mathematischen Modell kompatiblen Format
- **Optimization(.SolverAdapter):** Kapselung aller Funktionen zur internen Steuerung der Optimierungsmethoden. Für jede Methode steht ein eigener *SolverAdapter* zur Verfügung.
- **Evaluation:** Bewertung der Kosten und Flüsse der erstellten Materialflusspläne zur späteren Darstellung für den Anwender

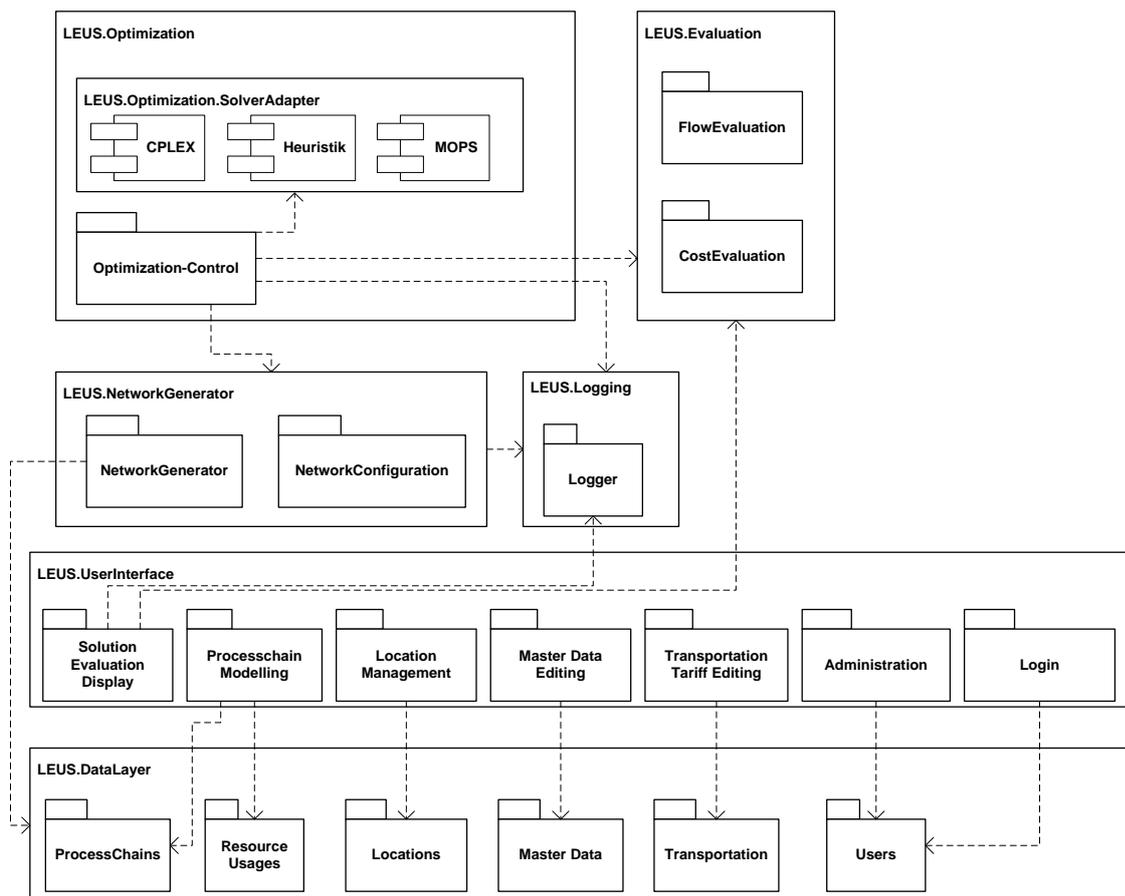


Abbildung 9.1: Übersicht der Architektur des *LEUS*

9.2 Prozessketten

Eine Prozesskette (PK) entspricht einer Abbildung der zu betrachtenden Operationen, geordnet in Reihenfolge der Ausführung.

Dieser Abschnitt erläutert das Konzept der Prozessketten. In den folgenden Unterabschnitten werden einzelne Aspekte des Konzeptes vorgestellt.

Abbildung 9.2 stellt den hierarchischen Aufbau einer Prozesskette dar. Jede Prozesskette verfügt über eine beliebige Anzahl von Prozesskettenelementen (PKE), die durch Vorgänger-Nachfolger-Beziehungen in Reihenfolge gesetzt werden. Ein PKE umfasst eine Menge von Tätigkeiten, die zwangsläufig zusammen ausgeführt werden (z. B. *Ankuppeln, Fahrt, Abkuppeln*). Jede Tätigkeit entspricht einer administrativen oder operativen Operation, die von genau einem Kostentreiber abhängig ist und alle beteiligten Ressourcen konstant über den gesamten Verlauf der Tätigkeit belastet. Tätigkeiten können Handling (*H*), Umpacken (*U*), Transport (*T*) und Lagern (*L*) umfassen. Mit Ausnahme der Handlingtätigkeiten kann in einem PEK nur eine Tätigkeit mit einer der verbleibenden Typen vorkommen. Diese Einschränkung ermöglicht eine präzise Zuordnung der Ressourcenbelastungen zu Orten und Perioden.

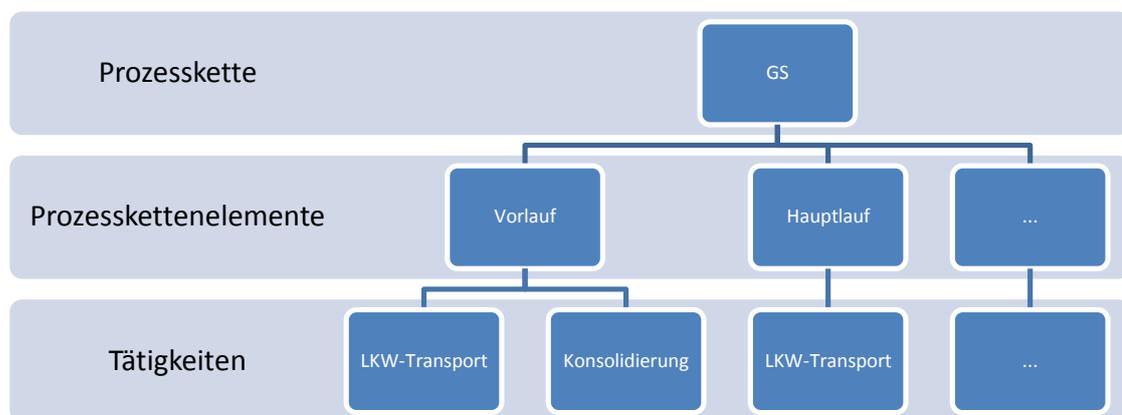


Abbildung 9.2: Hierarchische Struktur einer Prozesskette mit Prozesskettenelementen und Tätigkeiten

Abbildung 9.3 zeigt eine Prozesskette. Jede Prozesskette beginnt mit genau einem Element, das keine Eingangskanten hat (in der Grafik mit schwarzem Rand gezeichnet).

9.2.1 Leistungsorte

Leistungsorte beschreiben Orte entlang der Lieferkette, an denen logistische Operationen durchgeführt werden. Jedes Prozesskettenelement wird bei der Erstellung des Optimie-

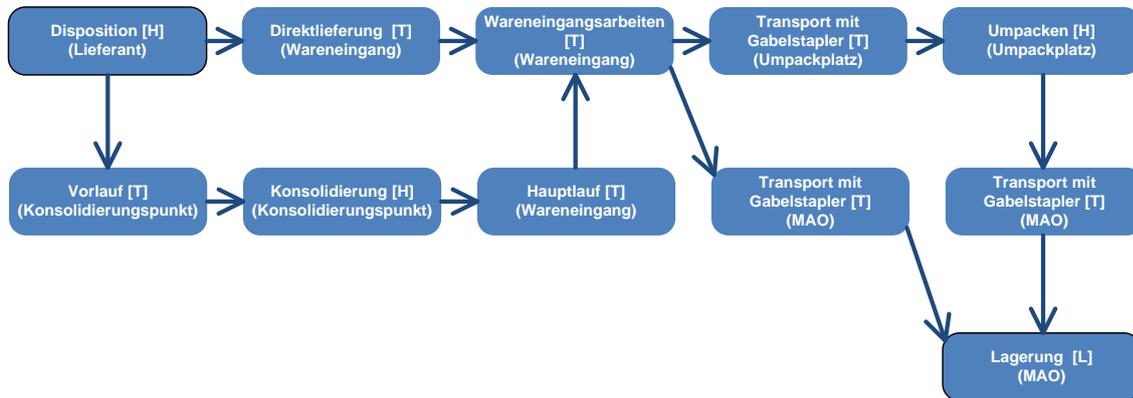


Abbildung 9.3: Beispiel einer Prozesskette

rungsmodells einem Ort zugeordnet. Bei Transport-Prozesskettenelementen entspricht der Ort dem Ziel des Transportes. Da die Betrachtung der Leistungsorte abhängig von der Lieferkette und dem Anwendungszweck von unterschiedlicher Granularität sein soll, lassen sich Leistungsorte hierarchisch zu Gruppen zusammenfassen, sodass sich eine Baumstruktur ergibt (s. Abbildung 9.4). Bestimmte *Leistungsortgruppen* werden im *LEUS* als gegeben vorausgesetzt. Sie dienen zur Identifikation des Typs eines Leistungsortes. Diese Gruppen sind *Lieferanten*, *Konsolidierungspunkte*, *Wareneingänge*, *Lagerbereiche* und *Materialandienorte* (in der Grafik mit schwarzem Rand gezeichnet).

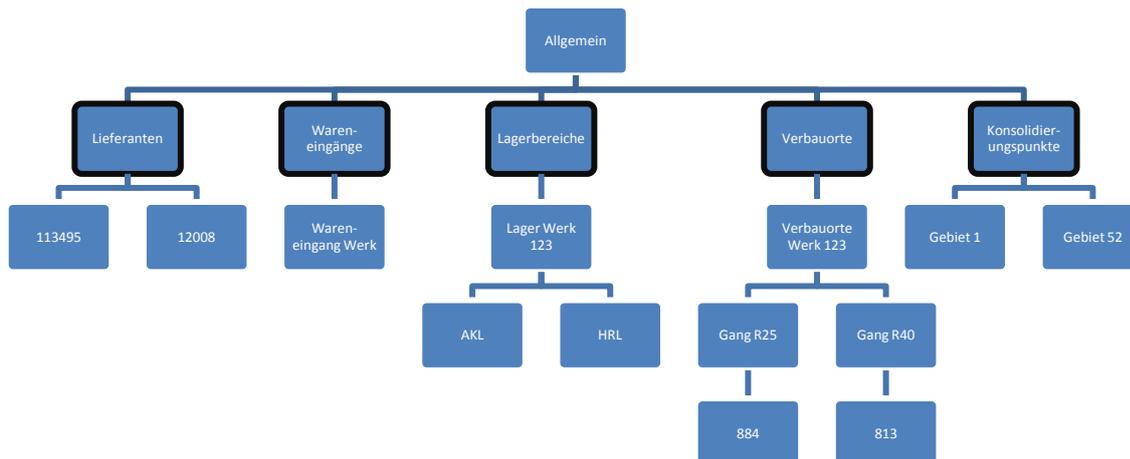


Abbildung 9.4: Beispiel einer Baustuktur der Leistungsorte

9.2.2 Verbindungen – Beziehungen zwischen Leistungsorten

Um die Entfernungen zwischen Leistungsorten anzugeben, werden *Verbindungen* genutzt. Sie bilden alle Transportbeziehungen zwischen Leistungsorten einheitlich ab. Jeder Verbindung ist je eine Entfernung, ein Start- und ein Zielort zugeordnet. Verbindungen sind gültig zwischen allen Leistungsorten innerhalb eines Werks, Leistungsorten außerhalb eines Werks oder von einem Leistungsort außerhalb des Werks zu einem Mitglied der Gruppe der Wareneingänge. Zusätzlich sind Verbindungen zwischen zwei Wareneingängen möglich. Abbildung 9.5 zeigt ein Klassendiagramm der Verbindungen und der umgebenden Klassen.

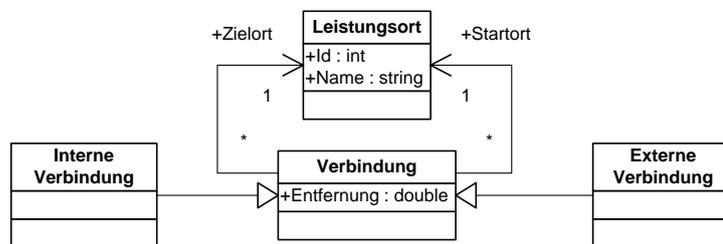


Abbildung 9.5: Klassendiagramm der Verbindungen

Transport-PKEs werden bei der Generierung des Optimierungsnetzwerkes unter Berücksichtigung erlaubter Verbindungen zu Transportkanten konvertiert. Die gerichteten Kanten zwischen den PKEs im PK-Graph bilden im Gegensatz dazu nicht die möglichen Transportwege, sondern nur die logische Reihenfolge der PKEs ab.

9.2.3 Ressourcentypen

Ressourcentypen erlauben eine abstrakte Unterscheidung unterschiedlicher Ressourcen, die ggf. gleichzeitig von Tätigkeiten verwendet werden. Das *LEUS* unterscheidet zwischen *Personal*, *Hilfsmitteln*, *Transportmitteln*, *Lagerflächen*, *Lagerbereichen*, *abstrakten Ressourcen* und *Emissionen* (s. Abbildung 9.6).

Die Signatur einer Tätigkeit erfordert die Konfiguration bestimmter Ressourcentypen zur Verwendung einer Kostensatzfunktion. Die Ressourcentypen werden als Platzhalter verwendet, um eine spätere Individualisierung der Kostensatzfunktion durch den Anwender zu ermöglichen.

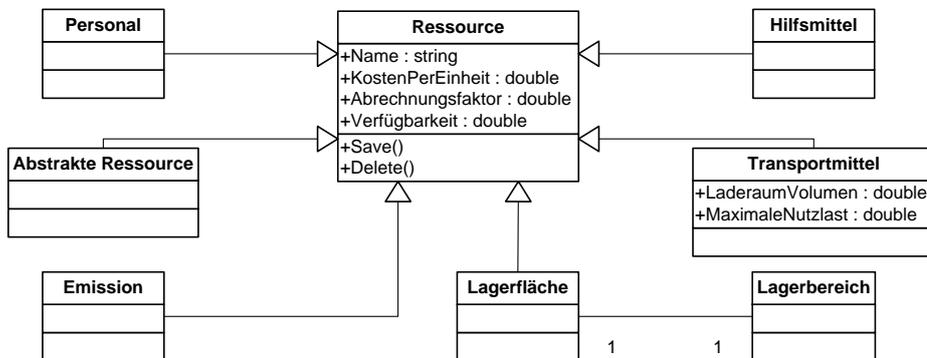


Abbildung 9.6: Klassendiagramm der Ressourcentypen

9.2.4 Rabattsysteme

Das *LEUS* implementiert eine generische Abbildung der Transportkostenstrukturen, so dass beliebige Ausprägungen von Tarifsystemen möglich sind. Alle vorgestellten Transportkostenstrukturen (s. Abschnitt 2.3.3) lassen sich durch das in Abbildung 9.7 gezeigte gemeinsame Schema abbilden.

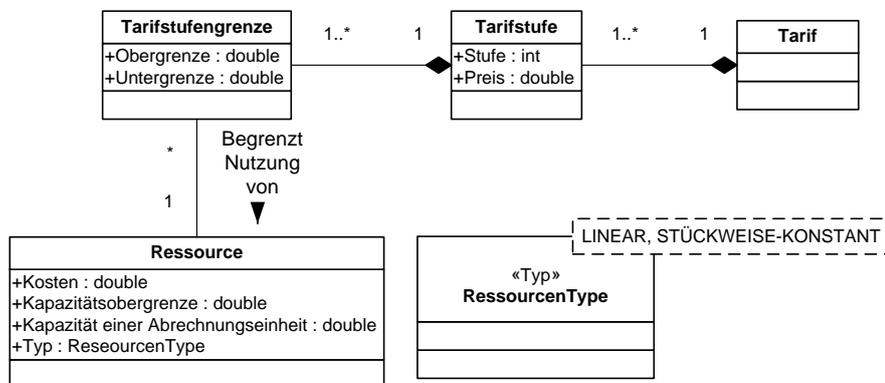


Abbildung 9.7: Klassendiagramm der Rabattsysteme

Die Eigenschaften des Transporttarifsystems lassen sich wie folgt abbilden:

- **Sockelbetrag:** Ein Sockelbetrag wird auf den Preis aller Tarifstufen der Rabattgruppe aufgeschlagen.
- **Maximalbetrag:** Der Preis der teuersten Rabattstufe entspricht dem Maximalbetrag. Die Obergrenze dieser Rabattstufe erstreckt sich bis zum maximalen Fassungsvermögen des Laderaums.

- **Pauschalbetrag:** Die Rabattgruppe verfügt über nur eine Rabattstufe, deren Ressourcenobergrenze den Eigenschaften des Laderaums entspricht.
- **Linear steigende Kosten:** Die Ressource verfügt über lineare Kosten, die mit dem Kostentreiber des Tarifs steigen. Zusätzliche Rabattstufen können Sockelbeträge oder Sprünge abbilden.

9.2.5 Modellierung der Prozessketten

Prozessketten werden als Graph abgebildet. Die Knoten des Graphen repräsentieren Prozesskettenelemente, die Kanten Nachfolgerbeziehungen. Sind in einer Prozesskette alternative Wege möglich, so werden diese durch eigene Knoten und Kanten innerhalb der Kette abgebildet (s. Abbildung 9.3).

Durch dieses Modellierungskonzept lassen sich beliebig komplexe Lieferketten abbilden. Sie bleiben dennoch transparent für den Anwender. Die Art der Abbildung erzwingt keine bestimmte Granularität, sondern erlaubt dem Anwender durch beliebige Vorgabe von Orten und frei bestimmbar Prozesskettenelementen jede gewünschte Granularität abzubilden.

Abbildung 9.8 zeigt die Klassenstruktur der Prozesskettenrepräsentation.

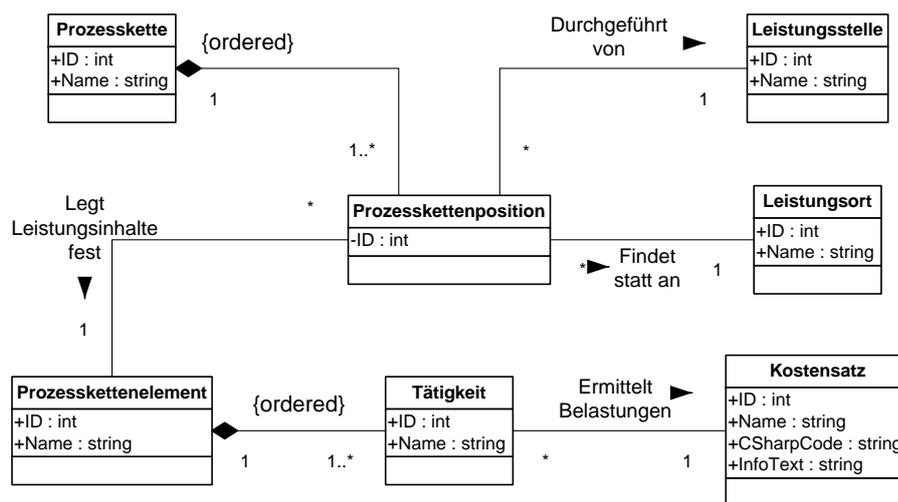


Abbildung 9.8: Klassendiagramm der Prozessketten

9.2.6 Kostensätze, Tätigkeiten und Ressourcenbelastungen

Tätigkeiten bestimmen Ressourcenbelastungen, die durch eine Operation erzeugt werden. Sie verbinden eine Kostensatzfunktion, die eine Berechnungsvorschrift zur Belastungsbestimmung enthält, mit Konfigurationsinformationen, welche Ressource an einem bestimmten Ort verwendet wird.

Der Anwender kann für jeden Leistungsort oder eine Leistungsortgruppe eigene Ressourcen und individuelle Belastungsfaktoren zur Verwendung vorgeben¹. Es wird entlang des Leistungsortbaums (s. Abschnitt 9.2.1) vom Blatt ausgehend die engste Konfiguration verwendet. Die Signatur der Kostensatzfunktion gibt vor, welcher Ressourcentyp (s. Abschnitt 9.2.3) zu verwenden ist, sodass die Eingabe transparent ist.

Dieses Konzept ermöglicht es dem Benutzer, abhängig von der zu beantwortenden Fragestellung beliebig feingranulare Ressourcen zu verwenden und Unterschiede zwischen Ausführungsorten zu machen.

Abbildung 9.9 zeigt das verwendete Klassendiagramm.

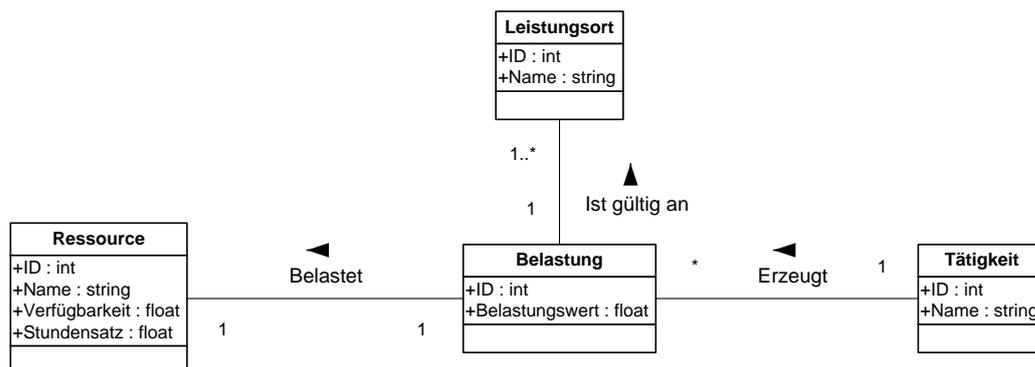


Abbildung 9.9: Klassendiagramm der Belastungen

9.3 Optimierung

Dieser Abschnitt erläutert den Prozess zur Durchführung einer Optimierung. Er umfasst die Konfiguration einer Instanz und Auswahl der gewünschten Optimierungsmethode durch den Benutzer, die Generierung der Optimierungsinstanz, Anwendung einer Optimierungsmethode und Auswertung der Ergebnisse. Details der Implementierung finden sich bei *Schöneberg* (vgl. [Sch08a]).

¹Hierdurch kann z. B. abgebildet werden, dass der in Anspruch genommene Lagerplatz von dem am Leistungsort vorhandenen Regaltyp abhängig ist.

9.3.1 Ablauf

Ein Auftrag beginnt mit der Konfiguration durch den Benutzer (s. Abschnitt 9.3.2). Ist die Konfiguration abgeschlossen, wird der Auftrag in eine Warteschlange aufgenommen. Optimierungsprozesse entnehmen der Reihe nach diese Aufträge und bearbeiten sie. Die Bearbeitung besteht aus drei Abschnitten, der Instanzgenerierung (s. Abschnitt 9.3.3), der Optimierung (s. Abschnitt 9.3.4) und der Auswertung (s. Abschnitt 9.3.5).

Im ersten Schritt der Instanzgenerierung wird für jede Sachnummer des Auftrags und für die zugeordneten Lieferketten ein eigenes Netzwerk generiert (s. Abschnitt 9.3.3). Diese Netzwerke werden nachfolgend in ein gemeinsames Netzwerk zusammengeführt (s. Abschnitt 9.3.3) und in eine Instanzdatenbank geschrieben (s. Abschnitt 9.3.3). Der zweite Abschnitt besteht im Aufruf der Optimierungsmethode (s. Abschnitt 9.3.4). Im dritten Schritt werden die Berichte der Auswertung generiert (s. Abschnitt 9.3.5). Die Abbildung 9.10 zeigt den Ablauf.

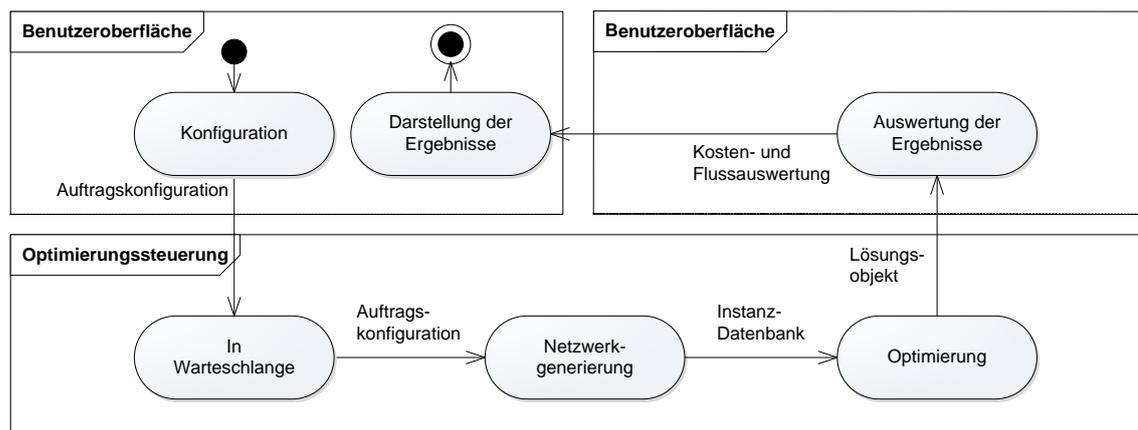


Abbildung 9.10: Ablauf der Optimierung

9.3.2 Konfiguration und Start

Die Konfiguration einer Optimierungsinstanz umfasst die folgenden Informationen:

- Die zu betrachtenden Sachnummern, jeweils mit den zulässigen Lieferketten
- Zeitraum der Betrachtung über Start- und Enddatum
- Art der Bedarfsermittlung (Verwendung von exakten Bedarfsmengen oder von Durchschnittswerten)
- Anlieferprofil und deren Festlegung zu Beginn des Betrachtungszeitraums

Algorithmus 9.1: Instanzgenerator

Eingabe : Benutzerkonfiguration *config*
Ausgabe : Optimierungsinstanz *net*
1: **forall** $pk \in config.pks$ **do**
2: $net^{PK} \leftarrow \mathbf{Network - Generator}(pk)$
3: $net \leftarrow \mathbf{Network - Merger}(net, net^{PK})$
4: **Network - Writer**(*net*)

- Angabe, ob auf der gesamten Lieferkette die verwendbaren Ladungsträger frei wählbar sind (Freiheitsgrad Ladungsträger)
- Einstellung, ob an Orten, die in mehreren Prozessketten vorkommen, die Prozesskette gewechselt werden darf
- Den zu verwendenden Lösungsalgorithmus

Mit der Bestätigung der Konfiguration wird der Auftrag in die Optimierungswarteschlange geschrieben.

9.3.3 Instanzgenerierung

Zur Generierung der Optimierungsinstanzen wird zunächst jede Prozesskette einzeln betrachtet. Die PK wird in ein Netzwerk konvertiert, das den Anforderungen der Optimierungsmethoden entspricht (s. Abschnitt 9.3.3). Die so entstandenen Netzwerke werden zu einem gemeinsamen Netz verbunden (s. Abschnitt 9.3.3). Dieses Ergebnis wird in die Instanzdatenbank geschrieben (s. Abschnitt 9.3.3). Algorithmus 9.1 nennt den Pseudo-Code.

Network-Transformer

Der Network-Transformer erstellt für jede verwendete Lieferkettenbeschreibung ein Optimierungsnetzwerk. Er durchläuft dabei mittels einer Tiefensuche vom ersten Element der Lieferkettenbeschreibung an alle möglichen Pfade bis zum Ende der Lieferkette. Jeder Pfad wird zunächst in eine Objektrepräsentation aufgenommen.

Abhängig vom Tätigkeitstyp des Prozesskettenelements (Transport, Handling, Umpacken, Lagern) findet die Überführung in einen Knoten oder eine Kante des Optimierungsnetzwerkes statt:

- **Transport-PKE:** Transport-PKEs werden grundsätzlich in Kanten des Optimierungsnetzwerkes überführt.

- **Handling-PKE:** Handlingtätigkeiten werden immer in Kanten transformiert. Abhängig von der Position der Tätigkeit innerhalb der PKE werden sie dem ausgehenden Abschnitt der Kante, bzw. dem eingehenden Abschnitt der Kante zugeordnet². Findet die Handlingtätigkeit an einem Knoten der Gruppe *Konsolidierungspunkte*, *Wareneingänge* oder *Lieferanten* statt, werden diese erstellt.
- **Lager-PKE:** Lager-PKEs können nur im Kontext transformiert werden: Ist der Leistungsort der Gruppe *Verbauorte* oder *Lager* untergeordnet, so wird im Optimierungsnetz ein Verbauortknoten, bzw. ein Lagerknoten, eingefügt.
- **Umpack-PKE:** Umpack-PKEs werden immer zu Umpackknoten transformiert.

Die Ortsgruppeninformationen aller Objektrepräsentationen werden nun aufgelöst und auf konkrete Leistungsorte übertragen. Als letzten Schritt werden die Sachnummer-Ladungsträger-Kombinationen den Kanten hinzugefügt.

Network-Merger

Der Network-Merger fügt die vom Network-Transformer erstellten Netzwerke zusammen. Durch die Vorgabe eines Parameters zum Wechsel von Lieferketten an gemeinsamen Orten ist es möglich, das Verhalten des Network-Mergers entscheidend zu beeinflussen. Abbildung 9.11 zeigt die alternativen Vorgehensweisen.

Dürfen die Lieferketten gewechselt werden, müssen die Netzwerke so miteinander verschmolzen werden, dass äquivalente Knoten und Kanten entfernt werden. Daher wird zunächst nach diesen Knoten gesucht. Jeweils eine Kopie der mehrfach vorhandenen Knoten und die einzige Kopie aller eindeutigen Knoten werden in das resultierende Netzwerk übernommen. Die von den mehrfach vorhandenen Knoten betroffenen Kanten werden angepasst. Kanten, die hinsichtlich ihres Start- und Endknotens und ihrer Kostensatzfunktionen identisch sind, werden entfernt.

Falls Lieferketten nicht gewechselt werden dürfen, wird untersucht, ob für mindestens eine Sachnummer mehr als eine Lieferkette ausgewertet wurde. Trifft dies nicht zu, wird verfahren wie vorgehend für den Fall beschrieben, dass kein Wechsel stattfindet, da die Sachnummernnetzwerke vollständig getrennt sind (s. Abschnitt 5.1.2). Bei jeder Sachnummer, die auf mehreren Prozessketten transformiert wurde, werden nur die Lieferanten- und Verbauortknoten verschmolzen (in Abbildung 9.11 dargestellt durch Knoten mit der Nummer 1 und 5). Alle anderen Knoten werden mit einer eindeutigen ID versehen und einzeln ins Optimierungsnetzwerk übernommen.

²Diese Zuordnung entscheidet, ob die entsprechende Ressource in der Periode Ausgangs- oder Ankunftsperiode der Kante belastet wird.

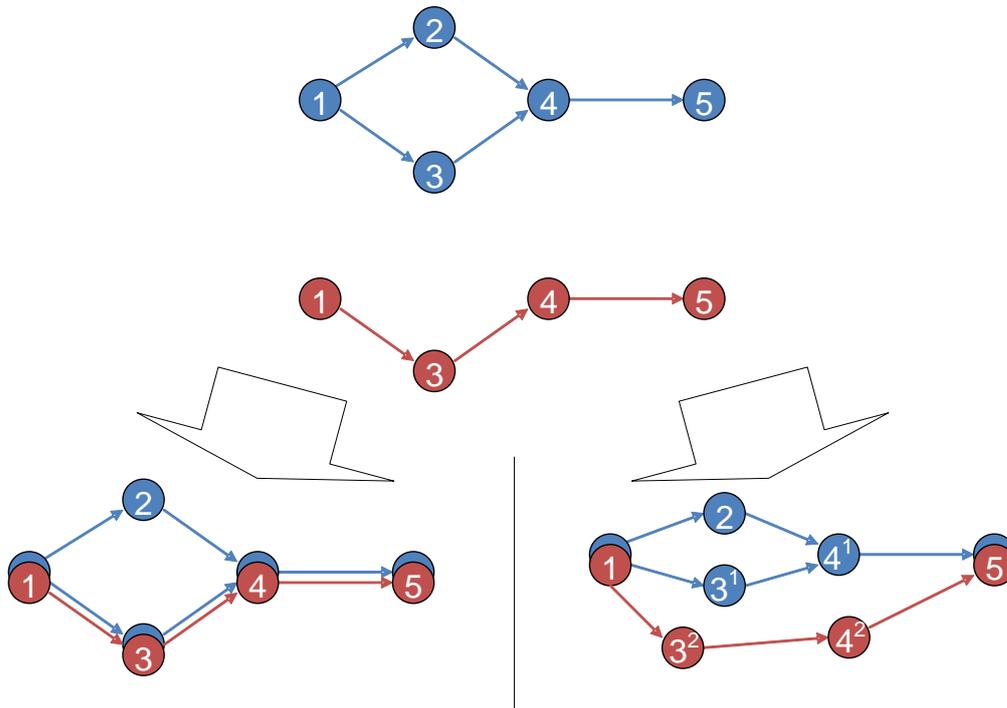


Abbildung 9.11: Varianten der Netzwerkzusammenführung, links Lieferkettenwechsel erlaubt, rechts Lieferkettenwechsel verboten

Network-Writer

Der Network-Writer überträgt das im Speicher erstellte Optimierungsmodell in eine Datenbank. Nach einem Preprocessing werden die an die Kanten und Knoten gebundenen Kostensatzfunktionen ausgeführt. Eine Datenbank zur Sicherung der Informationen wird erstellt.

Preprocessing

Im Preprocessing wird der Zeitraum der Betrachtung ausgewertet. Die Arbeitstage werden in sequenzielle nummerierte Perioden übertragen.

Auswertung der Knoten

Nachfolgend werden die Knoten ausgewertet. Die Auswertung eines Knotens ist abhängig von seinem Typ.

Bei Umpackknoten werden alle Tätigkeiten einschließlich der Umpackfähigkeit, mit allen Sachnummer-Ladungsträger-Kombinationen der eingehenden Kanten ausgewertet. Umpackkanten werden für die Umpackvorgänge mit allen SNr-LT-Kombinationen der eingehenden und denen der ausgehenden Kanten erzeugt. Die nachfolgenden Tätigkeiten werden

für die SNr-LT-Kombinationen der ausgehenden Kante ausgewertet. Die Ergebnisse der Auswertung werden in einem Pool zwischengespeichert.

Die Belastungen der Lagerknoten werden, gruppiert nach Tätigkeiten vor der Lagerung, der Lagerung selbst und Tätigkeiten nach der Lagerung, ausgewertet. Die Ergebnisse der vor- und nachgelagerten Tätigkeiten werden an die eingehenden, respektive ausgehenden, Kanten gebunden. Die Belastungen durch den eigentlichen Lagervorgang werden eigens generierten Lagerkanten zugewiesen.

An den Verbauortknoten werden die Tätigkeiten für alle eingehenden SNr-LT-Kombinationen ausgewertet. Zusätzlich muss der Bedarf bestimmt werden. Für die Bedarfsermittlung stehen drei Varianten zur Verfügung:

- **Vorjahresverbrauch:** Der Verbrauch des Vorjahres wird für das aktuelle Jahr angenommen und linear auf alle Perioden verteilt. Es werden keine Schwankungen berücksichtigt, daher ist diese Methode nur bedingt für die Planung geeignet.
- **Tagesgenau:** Zur tagesgenauen Betrachtung von Bedarfsmengen werden die Prognosen oder Vergangenheitswerte aus einer Tabelle entnommen. Diese Tabelle wird mit Daten aus einem führenden System, z. B. SAP, befüllt.
- **Stückweise-linear:** Aus den Lieferabrufen der Vergangenheit oder Prognosen werden Bedarfsmengen abgeleitet. Die Menge eines Lieferabrufes wird auf den Zeitabschnitt vom Abrufzeitpunkt bis zum nächsten Lieferabruf linear verteilt.

Lieferanten-, Konsolidierungs- und Wareneingangsknoten werden nicht ausgewertet, da sie keine relevanten Informationen erhalten.

Auswertung der Kanten

Nach Abschluss der Berechnung der Knoten werden die Kanten ausgewertet. Die Tätigkeiten einer Kante werden für alle der Kante zugeordneten SNr-LT-Kombinationen ausgewertet. Die Tätigkeiten, die in einem PKE vor der Transporttätigkeit angeordnet sind, werden der Eingangsbelastung der Kante zugeordnet. Sie belasten die entsprechenden Ressourcen zum Zeitpunkt des Abtransportes aus dem Knoten. Die nach der Transporttätigkeit vorgesehenen Tätigkeiten belasten ihre Ressourcen bei Ankunft am Zielknoten. Beim Schreiben der Belastungen werden Ressourcen, die noch nicht verwendet wurden, automatisch angelegt.

Schreiben der Datenbank

Der Schreibprozess verläuft nach dem folgenden Schema: Zunächst werden alle Indexmengen geschrieben. Danach werden alle Knoten des Netzwerkes in die Datenbank über-

tragen und die verbindenden Kanten mit den gegebenenfalls verwendeten Tarifsystemen erstellt. Die Anzahl der benötigten Laderäume auf einer Kante wird abgeschätzt.

Virtuelle Ressourcen

Von der Lösung des Optimierungsmodells kann nur bedingt geschlossen werden, durch welche Tätigkeiten eine Belastung entstanden ist. Da diese Information jedoch für den Planer von hoher Relevanz ist, muss sie zurückgewonnen werden. Dies geschieht über zusätzliche Ressourcenbelastungen, die Ressourcen ohne Kosten und Schranken belasten. Diese *virtuellen Ressourcen* beinhalten in ihrem Namen einen internen Verweis auf die zuständige Tätigkeit, das Prozesskettenelement und die Prozesskette. Die Höhe der Belastung der virtuellen Ressource entspricht den durch die Belastung der realen Ressource entstehenden Kosten.

Die Auswirkungen auf die Laufzeit der Optimierungssoftware durch diese Ressourcenbelastungen sind nahezu unbedenklich. Exakte Lösungsalgorithmen entfernen sie im Pre-processing (vgl. [SM06], S.159). Der Aufwand der Heuristik steigt durch die zusätzlichen Belastungswerte, da diese jedoch keinerlei Beschränkungen und zielfunktionsrelevante Kosten aufweisen, ist dieser Effekt zu vernachlässigen.

9.3.4 Ausführung

Die Optimierung kann von kommerziellen Standardlösungsalgorithmen wie CPLEX[®], MOPS[®] oder Xpress[®] durchgeführt werden. Die vorgestellte Heuristik steht als Alternative zur Verfügung. Eine Kombination mit der Heuristik zur Generierung einer Startlösung, die dann von CPLEX[®] übernommen wird, ist ebenfalls möglich.

Unabhängig von der gewählten Lösungsmethode wird zunächst die Instanz-Datenbank eingelesen und ein Instanz-Objekt erzeugt. Dieses Objekt wird an die *SolverAdapter* übergeben.

Optimierung mit Standardlösungsalgorithmen

Die SolverAdapter der Standardlösungsalgorithmen generieren aus dem Objektmodell die erwartete Matrix. In einem ersten Schritt leitet der Adapter aus dem Instanzobjekt alle Entscheidungsvariablen und die darauf basierenden Restriktionen ab (die verwendete Struktur ist in Abbildung 9.12 dargestellt) und übermittelt diese an den Lösungsalgorithmus.

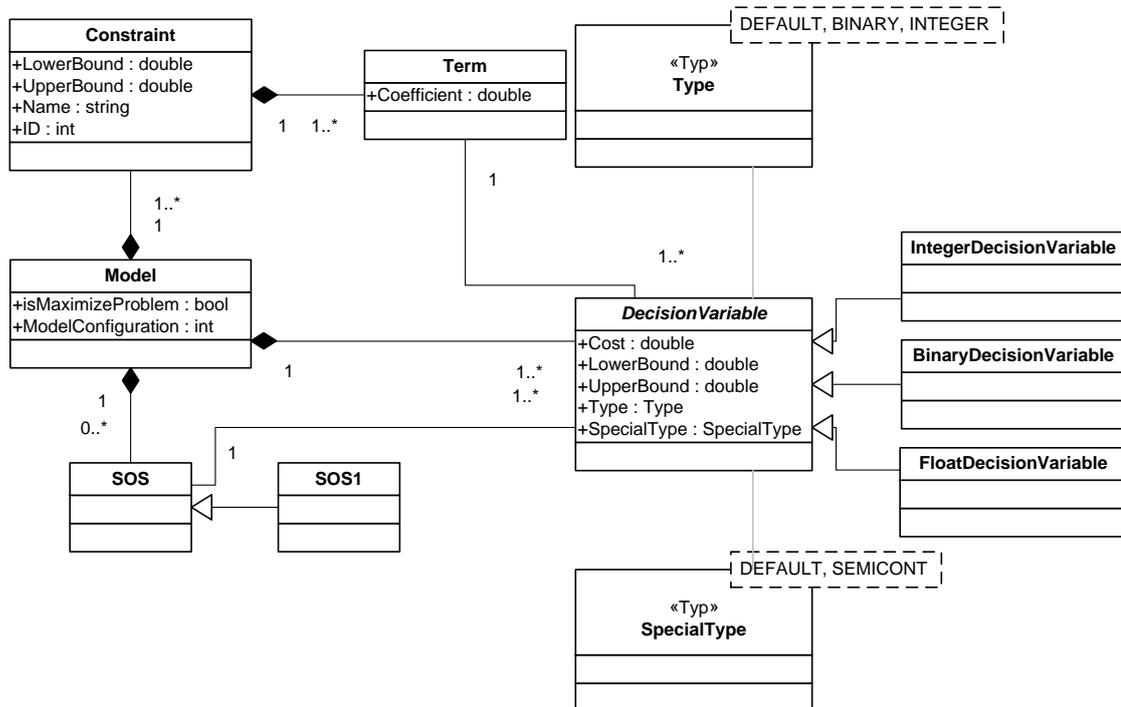


Abbildung 9.12: Klassendiagramm des *AbstractionLayers* zur Abbildung der Entscheidungsvariablen und Restriktionen

Ist die Verwendung von *MIP Starting Values* gewünscht und eine gültige Lösung gegeben, startet der SolverAdapter die Transformation der Pfad-Lösung zu gültigen Startwerten. Diese Startwerte entsprechen einer gültigen Belegung für alle binären, ganzzahligen und halb-stetigen Variablen.

Der SolverAdapter startet nun die Optimierung mit ausgewählten Parametern.

Ist die Optimierung abgeschlossen, liest der SolverAdapter die beste gefundene Lösung wieder in das Objektmodell ein. So steht sie für Auswertungen und die weitere Verwendung in anderen Optimierungen zur Verfügung.

Optimierung mit dem heuristischen Verfahren

Der SolverAdapter zum Starten der Heuristik ist sehr kompakt gehalten. Da die Heuristik unmittelbar auf dem Objektmodell der Instanz arbeitet, ist ein Vorbereiten und Transformieren der Daten nicht notwendig. Der Aufruf der Heuristik geschieht in zwei Schritten, zunächst wird die Konstruktionsheuristik ausgeführt. Findet diese eine gültige Lösung, wird die Verbesserungsheuristik gestartet. Die Lösung liegt zum Abschluss der Verbesse-

rungsheuristik bereits in der erwarteten Klassenstruktur vor, sodass keine nachfolgenden Schritte notwendig sind.

9.3.5 Auswertung

Die Lösung des Optimierungsmodells wird in zweierlei Hinsicht ausgewertet. Zum einen gilt es, aus den Belegungen der Entscheidungsvariablen eine Handlungsempfehlung für den Planer bzw. Disponenten zu generieren (s. Abschnitt 9.3.5). Zum anderen sollen die Kosten verursachungsgerecht den einzelnen (Teil-)Prozessen zugeordnet werden (s. Abschnitt 9.3.5).

Handlungsempfehlung

Die Handlungsempfehlung enthält Informationen über Bestell- und Auslagerungsvorgänge für den Disponenten.

Das *LEUS* erstellt eine Bestellliste, die die Bestellvorgänge nach Datum und Lieferanten sortiert nennt. Sie listet für jeden Tag und jedes Produkt die benötigte Menge und den zu verwendenden Ladungsträger auf.

Die zweite Liste umfasst die Auslagerungsvorgänge zur Unterstützung des innerbetrieblichen Transportes bei der Versorgung der Verbauorte. Sie enthält für jeden Tag Informationen über die auszulagernden Produkte, die vorgeschlagene Menge, den Ladungsträger und den Zielort der Ware.

Auswertung der Kosten

Die Auswertung der Kosten hat das Ziel, die Kosten des Lösungsvorschlages sachlich korrekt im Sinne der Prozesskostenrechnung (s. Abschnitt 2.2.1) den durchgeführten Tätigkeiten zuzuordnen. Diese Zuordnung wird durch die virtuellen Ressourcen ermöglicht (s. Abschnitt 9.3.3). Im Dialog mit Logistikplanern, die das *LEUS* verwenden, wurde deutlich, dass die Zuordnung der Kosten zu einer konkreten Sachnummer für den Entscheider von erheblicher Relevanz ist. Dies kann durch eine Aufschlüsselung aller entstandenen Kosten erreicht werden. Das *LEUS* übernimmt die Aufschlüsselung automatisch, die folgenden Absätze erläutern das Vorgehen.

Berechnung der Kosten je Sachnummer

Jede virtuelle Ressource verweist über ihren Namen auf die Tätigkeit und die Sachnummer, deren Bearbeitung zur Belastung geführt hat. Die Tätigkeit kann eindeutig einem Prozesskettenelement und einer Prozesskette zugeordnet werden.

Wird der Laderaum eines Fahrzeuges zu einem gewissen Teil von einer Sachnummer belegt, werden entsprechend diesem Anteil die Kosten des Transports dieser Sachnummer zugeordnet. Dieses Vorgehen entspricht der Berechnung nach dem Beanspruchungsprinzip (vgl. [PR06], S. 48), einem Konzept der Kosten- und Leistungsrechnung, das Kosten und Potenzialfaktoren entsprechend der Beanspruchung durch Bezugsfaktoren aufteilt. Die Kostentreiber *Ladungsträger* und *Ladungsträger pro Tag*³ werden ebenfalls nach dem Beanspruchungsprinzip verrechnet. Der Anteil der Kosten einer Sachnummer entspricht dem Anteil der von ihr verwendeten Ladungsträger an der Menge aller verwendeten Ladungsträger des selben Typs.

Auf die Kostentreiber *Bestellung* und *Flussunabhängige Belastung* lässt sich das Beanspruchungsprinzip nicht anwenden. Diese Kosten werden nach dem Durchschnittsprinzip auf alle betrachteten Sachnummern verteilt.

Kosten der Kostentreiber *Sachnummer*, *Bestellposition* und *Sachnummer pro Tag*⁴ können unmittelbar übernommen werden.

Abbildung 9.13 zeigt eine Übersicht der verwendeten Prinzipien.

Abschätzung der Jahreskosten

Die vorhergehend vorgestellten Kosten beziehen sich auf die Kosten einer Sachnummer über den ausgewählten Planungshorizont. Zur Bewertung eines Logistiksystems kann darüber hinaus eine Abschätzung der Jahreskosten herangezogen werden. Zur Abschätzung werden zunächst die Stückkosten aus den Kosten einer Sachnummer, bezogen auf die Anzahl verbrauchter Einheiten, berechnet. Die Jahreskosten ergeben sich aus den Stückkosten, hochgerechnet mit einer Abschätzung des Jahresverbrauchs.

9.4 Benutzeroberfläche

Die Benutzeroberfläche des *LEUS* ist in drei logisch separierte Bereiche untergliedert, die im Hauptbereich durch eigene Karteireiter repräsentiert werden:

³*Ladungsträger pro Tag* bildet die Belastung einer Ressource durch die Lagerung eines Ladungsträgers ab.

⁴*Sachnummer pro Tag* bildet die Belastung einer Ressource, durch die Lagerung einer Einheit einer Sachnummer ab.

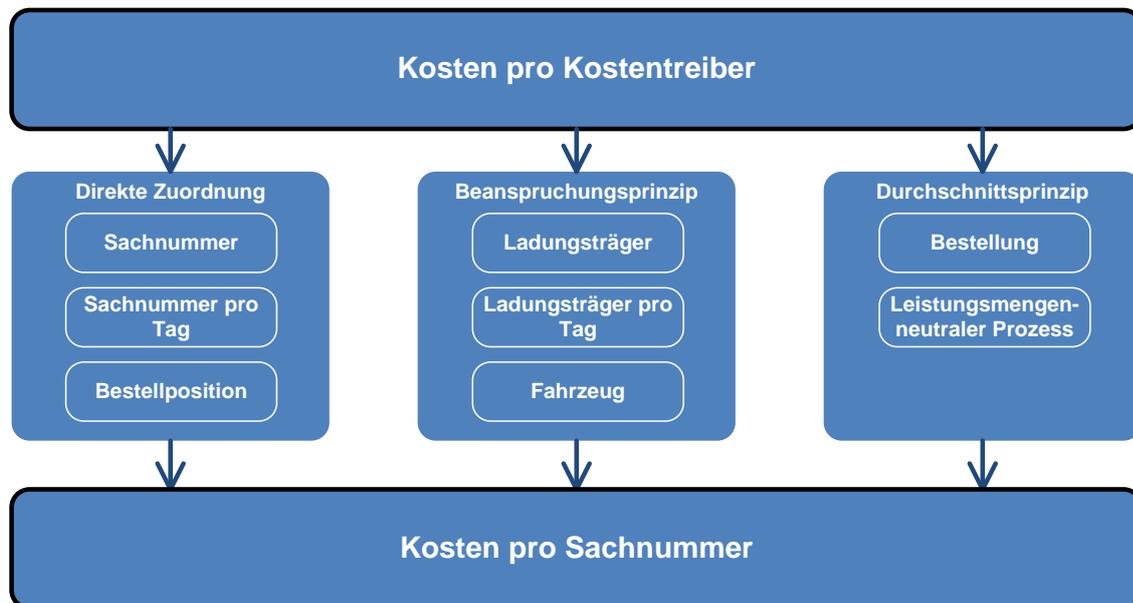


Abbildung 9.13: Angewendete Prinzipien zur Berechnung der Kosten je Sachnummer aus den Kosten je Kostentreiber

- **Datenbank und Administration:** enthält Funktionen zur Verwaltung der Stammdaten und der Benutzerkonten.
- **Prozesskettenaufbau:** bietet Zugriff auf alle Prozessinformationen. Der Bereich ermöglicht das Anlegen, Verändern und Konfigurieren von Prozessketten, Prozesskettenelementen und Tätigkeiten.
- **Auswertung und Optimierung:** umfasst die Steuerungsfunktionen zur Bewertung und Optimierung.

Im Folgenden wird das Benutzerinterface exemplarisch anhand der Funktionen *Konfiguration der Tätigkeiten* (s. Abschnitt 9.4.1) und *Konfiguration der Prozessketten* (s. Abschnitt 9.4.2) erläutert. Diese Bereiche verdeutlichen den Abstraktionsgrad und die Vielseitigkeit der Anwendbarkeit des Systems.

9.4.1 Konfiguration der Tätigkeiten

Tätigkeiten stellen das feingranularste Element einer Prozesskette dar. Sie repräsentieren eine Operation und ermöglichen die Berechnung der resultierenden Ressourcenbelastung.

Abbildung 9.14 zeigt die Konfigurationsseite einer Tätigkeit. Der Benutzer vergibt zunächst einen Namen und einen Beschreibungstext für die neue Tätigkeit. Die Art der Tä-

tigkeit wird als *operativ* oder *administrativ* festgelegt. Der Typ einer Tätigkeit entscheidet über ihre Auswirkungen und Verwendbarkeit in der Prozesskette:

- **Transport:** Der abgebildete Transport ändert den Ort. Als Ausgangsort wird in der *PK* der Ort des vorhergehenden *PKE* gewählt, Zielorte sind alle Orte, an denen nachfolgende *PKEs* ausgeführt werden können.
- **Lagern:** Die Tätigkeit bildete eine Zeittransformation ab.
- **Umpacken:** Wird diese Tätigkeit ausgeführt, kann der Ladungsträger gewechselt werden.
- **Handling:** Diese Tätigkeit ist ort- und zeitneutral und kann in jede *PKE* eingefügt werden.

Der Kostensatz ist eine Vorschrift zur Berechnung der Belastungen. Das *LEUS* verfügt über eine umfangreiche Basis generischer Kostensatzfunktionen. Jeder Benutzer kann bei Bedarf über das Web-Frontend weitere Funktionen programmieren. Sobald ein Kostensatz ausgewählt wurde, zeigt die Seite den zugehörigen Beschreibungstext an. Dieser erläutert die Ressourcen-Signatur des Kostensatzes. Mittels dieser Signatur können die verwendbaren Ressourcen eingeschränkt werden, so kann ein Kostensatz z. B. die Auswahl einer Mitarbeiterressource und eines Transportmittels erzwingen.

Die Auswahl der Ressourcen kann an Orte oder Ortsgruppen gebunden werden. Für jede Ortskonfiguration gilt, dass bei der späteren Generierung des Netzwerkes die engste Konfiguration gewählt wird. *Allgemein* entspricht der Standardauswahl, wenn keine weiteren Konfigurationen verwendet werden. Das Beispiel (s. Abbildung 9.14) zeigt eine engere Konfiguration für alle Orte der Gruppe *Lieferanten_WA_TMGS*. Dort soll keine Belastung stattfinden.

9.4.2 Konfiguration der Prozessketten

Die Prozessketten stellen einen gerichteten Graphen dar, dessen Knoten Prozessketten-elemente sind. Diese Ketten können, bedingt durch alternative Abläufe, komplex werden. Daher wurde eine grafisch unterstützte Konfiguration entwickelt. Abbildung 9.15 zeigt das Beispiel einer Lieferkette mit zwei alternativen Wegabschnitten, im externen Bereich einen konsolidierten oder direkten Transport, im internen Bereich einen Abschnitt mit Umpackvorgängen und eine direkte Verbindung zum Lager.

Die Lieferkette beginnt mit dem Element, das keine Eingangskanten hat. Weitere vor-konfigurierte *PKEs* können über die Funktion *Hinzufügen* am Fuß der Seite aufgenommen werden. Der Ort, bzw. die Ortsgruppe, und die Leistungsstelle eines *PKEs* werden bei Aufnahme in die Lieferkette konfiguriert. Fügt der Anwender eine Verknüpfung zwischen zwei

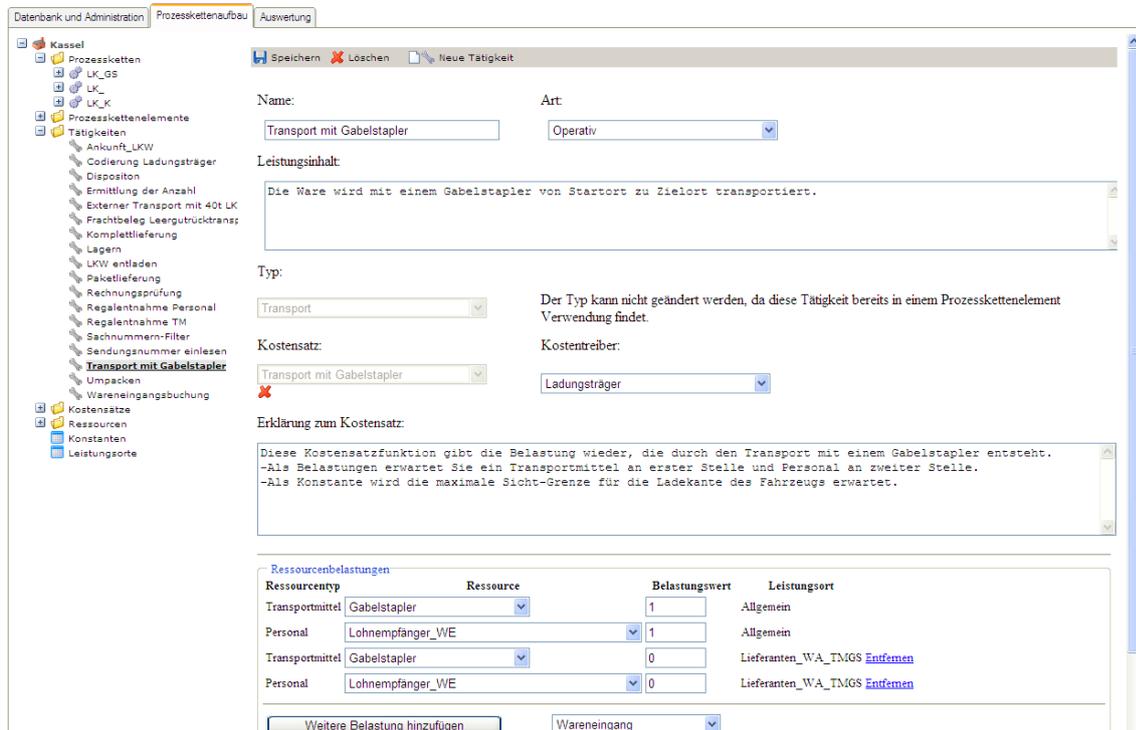


Abbildung 9.14: Konfiguration der Tätigkeiten

PKEs in den Graphen ein, überprüft das System, ob die Verbindung gültig ist. Ungültig wäre eine Beziehung, wenn:

- Zwei Transportelemente unmittelbar aufeinanderfolgen.
- Ein Transportelement Knoten verbindet, zwischen denen selbst oder ihren Gruppen kein Weg definiert ist.
- Ein Ortswechsel zwischen zwei ortsgebundenen Tätigkeiten ohne Transportfunktion erforderlich wäre.
- Ein Transportelement am selben Ort starten und enden soll.
- Ein ortsgebundenes PKE nicht am Zielort des vorhergehenden Transportelementes ausgeführt werden soll.
- Ein Zyklus entsteht.

Diese Ungültigkeiten werden während der Konfiguration der Prozesskette überprüft und dem Benutzer mitgeteilt, sobald sie durch eine Änderung entstehen.

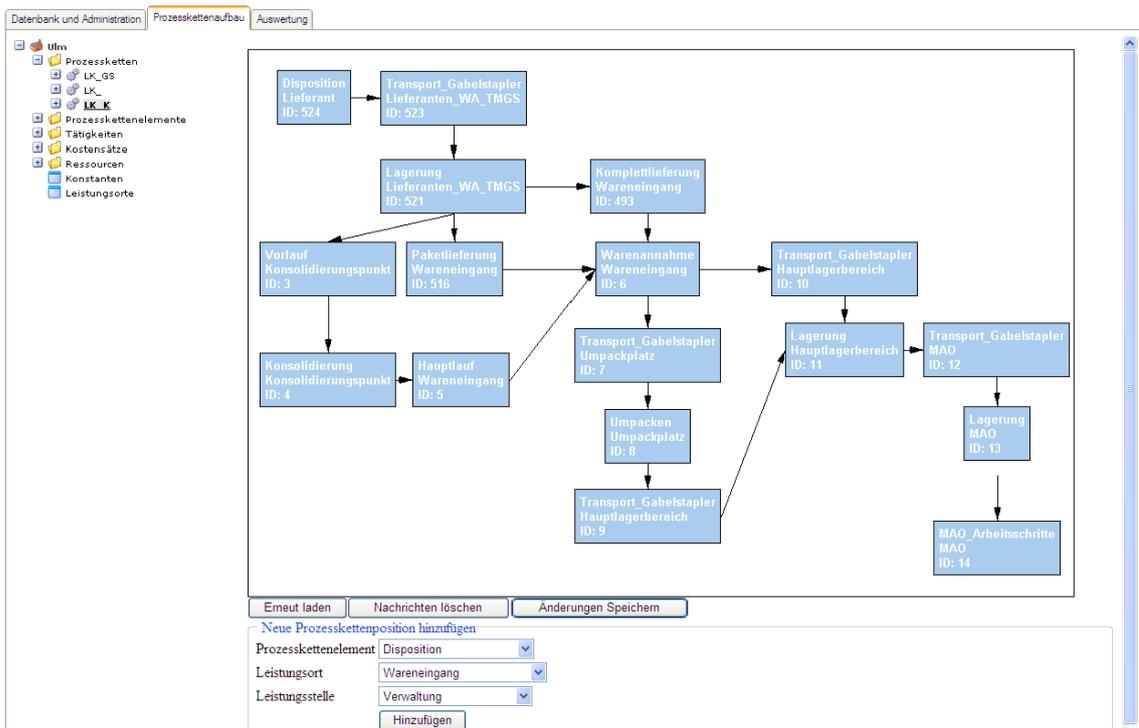


Abbildung 9.15: Grafisch unterstützte Konfiguration der Lieferketten

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellt umfassend und detailliert das Problem der operativen Materialflussplanung zur Befriedigung der Produktionsbedarfsmengen mit seinen unterschiedlichen Aspekten vor (s. Kapitel 2). Die vielfältigen Entscheidungsdimensionen wie Transportwege, Ladungsträger, Laderäume, Transportmodi sowie Bestell- und Lagermengen werden erläutert. Die komplexen Kostenzusammenhänge, bedingt durch Ressourcen mit linearen und stückweise-konstanten Kostenstrukturen und Tarifsystemen mit individuellen Rabattstufen und ihren stückweise-linearen Kosten, werden dargestellt.

Die Untersuchung relevanter Lösungsansätze zur Ermittlung optimaler Materialflusspläne umfasst Modelle aus drei Forschungsbereichen, der Losgrößen- und Bestellmengenprobleme, der Wiederbeschaffungsprobleme und der Netzwerkdesignprobleme (s. Kapitel 3). Im Abgleich mit den Aspekten der Fragestellung wird verdeutlicht, dass nur einzelne Anforderungen von den vorhandenen Lösungsansätzen erfüllt werden (s. Kapitel 4). Daraus resultierend war es Ziel dieser Arbeit, zunächst eine lineare Formulierung des Problems zu erstellen und ein exaktes Lösungsverfahren darauf anzuwenden. Ein heuristisches Verfahren ist als alternative Lösungsmethode neu entwickelt worden.

Die vorliegende Arbeit stellt eine neu entworfene Modellformulierung vor, die die genannte Fragestellung mit den vielseitigen Praxisaspekten mathematisch exakt als ein gemischt-ganzzahliges Programm abbildet (s. Kapitel 5). Die gewählte Modellformulierung entspricht der genannten Fragestellung. Zur Übertragung der Tarifsysteme in die lineare Formulierung wurde eine dynamische und vielseitig einsetzbare Struktur zur Abbildung logischer Aussagen, das Ressourcengruppen-System, entwickelt.

Das Modell wurde umfangreich evaluiert und so erweitert, dass das Auftreten zweier unerwünschter Effekte, dem *impliziten Umpacken* und der *unverbundenen Flusskanten*, verhindert wird (s. Abschnitt 5.4).

Das vorliegende Problem ist NP-schwer (s. Abschnitt 5.5). Daher ist die Ermittlung einer optimalen Lösung mit einem exakten Lösungsverfahren wie dem *Branch&Bound*-Algorithmus generell möglich, jedoch zeitintensiv. Allgemeine Verbesserungen der Modellierung verringern die Laufzeit des Algorithmus erfolgreich. Dazu gehören halbstetige Variablen, *SOS*-Mengen und Reformulierungen der Lagerkanten. Es konnten neue pro-

blemspezifische Verbesserungen wie Flussschranken, logische Implikationen, additive Kostenabbildungen, Schnittebenen zur Kostenabschätzung und zur Symmetriebrechung gefunden werden, die ebenfalls Laufzeitverbesserungen bewirken (s. Kapitel 6).

Zur Ermittlung nahezu-optimaler Lösungen wurde ein heuristisches Verfahren entwickelt und implementiert. Trotz der Komplexität des Modells ist es möglich, erfolgreiche Reparatur- und Verbesserungsschritte zu definieren. Die Heuristik kann als eigenständiges Verfahren oder zur Ermittlung von Startlösungen für den *Branch&Bound*-Algorithmus eingesetzt werden (s. Kapitel 7).

Die Auswertung (s. Kapitel 8) zeigt, dass die Verbesserungen der Modellformulierung die Laufzeit der exakten Optimierung deutlich verkürzt. Besonders geeignet scheint die Kombination aus sechs Verbesserungstechniken (*ExtBounds LC MC Additiv AdditivExt Sym ResSum*) zu sein. Die ausschließliche Verwendung der exakten Lösungsmethode ermittelt nur für einen Teil der Instanzen optimale Lösungen. Wird jedoch die heuristische Lösung als Startlösung verwendet, wird der Anteil optimal gelöster Instanzen deutlich höher. Der Vergleich beider Methoden verdeutlicht, dass die entwickelte Heuristik konkurrenzfähig ist. Sie ermittelt in kurzer Zeit gültige Lösungen und findet dabei in nahezu allen Fällen bereits die optimale Lösung. Die hohe Güte der Ergebnisse und die geringe Laufzeit der Berechnung belegen die Einsatzfähigkeit der Heuristik für die Praxis.

Die zwei Freiheitsgrade *Ladungsträger* und *Transportmodi im Mehrproduktfall*, die in der Literatur nur unzureichend untersucht wurden (s. Abschnitt 4.1), können genutzt werden, um erhebliche Einsparungspotenziale zu realisieren (s. Abschnitt 8.8). Die Berücksichtigung von Ladungsträgern mit individuellen Füllgraden ermöglicht ein Einsparungspotenzial von ca. 15%. Bei der Optimierung von Anlieferprofilen und Transportmodi ist eine Reduzierung der Kosten zwischen 13% und 59% erreichbar.

Im Rahmen der Fallstudien wurde deutlich, dass eine tiefe Durchdringung der Modellformulierung und der Lösungsmethoden zur erfolgreichen Anwendung notwendig ist. Das eigens entwickelte Entscheidungsunterstützungssystem *LEUS* kapselt daher die Methoden und bietet dem Anwender eine einfach zu verwendende Oberfläche zur Erstellung der Optimierungsinstanzen und Anwendung der Verfahren. Dennoch ermöglicht das *LEUS* eine vielseitige Verwendung des Modells (s. Kapitel 9).

Die in Abschnitt 4.4 genannten Ziele, Erstellung eines formalen Modells, Anwendung eines exakten Lösungsverfahrens, Entwicklung einer problemspezifischen Heuristik und die Bereitstellung der Methoden in einem Entscheidungsunterstützungssystem, wurden erfüllt. Die vorliegende Arbeit darf als Grundlage zur Bearbeitung der Fragestellung nach kostenminimaler Materialflusssteuerung gesehen werden. Das hier vorgestellte Problem wurde in dieser Form und mit den genannten Eigenschaften bislang nicht definiert. Es ist zu

erwarten, dass weitere Lösungsmethoden zur Optimierung dieser Fragestellung untersucht werden. Die Verwendbarkeit zweier möglicher Verfahren, dem *Relax-and-Fix*-Algorithmus (s. Abschnitt 6.3), eine auf dem *Branch&Bound*-Algorithmus aufsetzende Heuristik, und eine Meta-Heuristik (s. Abschnitt 7.5) wurden bereits aufgezeigt.

Die Berücksichtigung mehrstufiger Produkte im vorliegenden Modell würde den betrachteten Netzwerkausschnitt über den ersten Verbauort hinaus erweitern und die Abbildung von Logistikoperationen zwischen Verbauorten ermöglichen. Da sich die Anzahl der Produkte und die physikalischen Eigenschaften dieser durch Bearbeitung an einem Verbauort ändern, muss zur Darstellung dieser Veränderungen ein neuer Knotentyp definiert werden. Analog zu den Umpackknoten könnte dieser Produktionsknoten das Produkt und den Ladungsträger des Materialflusses ändern. Das Verhalten wird vor Beginn der Optimierung definiert, vergleichbar den mehrstufigen Losgrößenproblemen (s. Abschnitt 3.2).

Zur Abbildung des Verhaltens führender Dispositionssysteme kann es notwendig sein, ausschließlich geschlossene Bedarfsmengen zu betrachten. Sollen Bedarfsmengen nicht, wie im vorliegenden Modell, beliebig aufgeteilt werden, ist eine Erweiterung des Modells notwendig.

Zur Erleichterung des Verständnisses kann das *LEUS* um die Ausgabe grafischer Materialflusspläne erweitert werden.

Eine Funktion, die nach Einlesen von Materialbewegungsdaten, die tatsächlichen Abläufe im Netzwerk abbildet und deren Kosten bestimmt, würde den Planer in die Lage versetzen, die optimale Lösung eines Szenarios relativ zur aktuellen Situation zu bewerten. Eine Importfunktion, die das Objektmodell der Heuristik entsprechend befüllt, wäre hinreichend.

Die vorgestellten Lösungsmethoden und das entwickelte Entscheidungsunterstützungssystem wurden im Umfeld eines Nutzfahrzeugherstellers entwickelt und evaluiert. Die Übertragbarkeit auf weitere Branchen scheint möglich, da keine branchenspezifischen Anforderungen zu berücksichtigen waren. Im Einzelfall ist zu prüfen, ob andere Branchen Logistiknetzwerke verwenden, die sich nicht mit dem generischen Ansatz des *LEUS* abbilden und so optimieren lassen.

A Literaturverzeichnis

- [AF07] ARNOLD, D. ; FURMANS, K.: *Materialfluss in Logistiksystemen*. 5. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [AFDT99] ARMENTANO, V. A. ; FRANCA, P. M. ; DE TOLEDO, F. M. B.: A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. In: *Omega* 27 (1999), Nr. 2, S. 275–284
- [AKS07] ABSI, N. ; KEDAD-SIDHOUM, S.: MIP-based heuristics for multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times and shortage costs. In: *RAIRO Operations Research* 40 (2007), Nr. 2, S. 171–192
- [AKS08] ABSI, N. ; KEDAD-SIDHOUM, S.: The multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times and shortage costs. In: *European Journal of Operational Research* 185 (2008), Nr. 3, S. 1351–1374
- [AMO93] AHUJA, R.K. ; MAGNANTI, T.L. ; ORLIN, J.B.: *Network flows: theory, algorithms, and applications*. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1993
- [Ant65] ANTHONY, R. N.: *Planning and Control Systems – A Framework for Analysis*. Division of Research Graduate School of Business Administration Harvard University, Boston, 1965
- [Aro89] ARONSON, J. E.: A Survey of Dynamic Network Flows. In: *Annals of Operations Research* 20 (1989), 12, Nr. 1, S. 1–66
- [AS82] ARAS, Ö.A. ; SWANSON, L.A.: A Lot Sizing and Sequencing Algorithm for Dynamic Demands upon a Single Facility. In: *Journal of Operations Management* 2 (1982), Nr. 3, S. 177–185
- [AS05] AHN, B. ; SEO, K.K.: Multi-items ordering model considering transportation constraint on the inventory management. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 25 (2005), Nr. 1, S. 88–92
- [AT05] ANILY, S. ; TZUR, M.: Shipping Multiple Items by Capacitated Vehicles: An Optimal Dynamic Programming Approach. In: *Transportation Science* 39 (2005), Nr. 2, S. 233–248

- [AT06] ANILY, S. ; TZUR, M.: Algorithms for the Multi-item Multi-vehicles Dynamic Lot Sizing Problem. In: *Naval Research Logistics* 53 (2006), S. 157–169
- [ATW07] ANILY, S. ; TZUR, M. ; WOLSEY, L.A.: Multi-item Lot-sizing with Joint Set-up Costs. In: *Mathematical Programming Ser.A* (2007), S. 1–16
- [Bah83] BAHL, H.: Column generation based heuristic algorithm for multi-item scheduling. In: *IIE Transactions* (1983), Nr. 15, S. 136–141
- [Bäc96] BÄCK, T.: *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Oxford University Press, Inc. New York, 1996
- [BCST98] BIENSTOCK, D. ; CHOPRA S., O. Günlük ; TSAI, C.-Y.: Minimum cost capacity installation for multicommodity network flows. In: *Mathematical Programming* 81 (1998), S. 177–199
- [Bec07] BECKER, H.: *Auf Crashkurs - Automobilindustrie im globalen Verdrängungswettbewerb*. 2. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [Ber98] BERTSEKAS, D.P.: *Network Optimization: Continuous and Discrete Models*. Athena Scientific, 1998
- [BFG⁺99] BIXBY, R.E. ; FENELON, M. ; GU, Z. ; ROTHBERG, E. ; WUNDERLING, R.: MIP: Theory and practice closing the gap. In: *Proceedings of the 19th IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization: Methods, Theory and Applications* 174 (1999), S. 19–49
- [Bie99] BIENSTOCK, D.: Experiments with a network design algorithm using ϵ -approximate linear programs. In: *CORC Report* 4 (1999), S. 847
- [Bix02] BIXBY, R. E.: Solving Real-World Linear Programs: a Decade and more of Progress. In: *Operations Research* 50 (2002), S. 3–15
- [BJ94] BRÜGGEMANN, W. ; JAHNKE, H.: DLSP for Multi-Item Batch Production. In: *International Journal of Production Research* 32 (1994), Nr. 4, S. 755 – 768
- [BLR04] BOCTOR, FF ; LAPORTE, G. ; RENAUD, J.: Models and algorithms for the dynamic-demand joint replenishment problem. In: *International Journal of Production Research* 42 (2004), Nr. 13, S. 2667–2678
- [BMT86] BILLINGTON, P.J. ; McCLAIN, J.O. ; THOMAS, L.J.: Heuristics for Multi-Level Lot-Sizing with a Bottleneck. In: *Management Science* 28 (1986), Nr. 10, S. 989–1006
- [BP07] BURGER, N. ; PLOOG, K.: Zulieferwerk sorgt für JIS-Anlieferung von Lkw-Rahmen-Sets in drei Montagewerke. In: *Logistik für Unternehmen* 10-2007

- (2007), S. 40–41
- [BR84a] BAHL, H. ; RITZMAN, L.: A cyclical scheduling heuristic for lot sizing with capacity constraints. In: *International Journal of Production Research* (1984), Nr. 22, S. 791–800
- [BR84b] BAHL, H. ; RITZMAN, L.: An integrated model for master scheduling, lot sizing and capacity requirements planning. In: *Journal of the Operational Research Society* 35 (1984), Nr. 5, S. 389–399
- [Bra06] BRANDIMARTE, P.: Multi-item capacitated lot-sizing with demand uncertainty. In: *International Journal of Production Research* 44 (2006), Nr. 15, S. 2997–3022
- [Bra07] BRAUN, S.: *Die Prozesskostenrechnung: Ein fortschrittliches Kostenrechnungssystem?* 4. Verlag Wissenschaft und Praxis, Sternenfels, 2007
- [BT70] BEALE, E.M.L. ; TOMLIN, J.A.: Special facilities in a general mathematical programming system for non-convex problems using ordered sets of variables. In: *OR* 69 (1970), S. 447–454
- [Che05] CHEN, P.-S.: *Cost Minimization in Multi-Commodity, Multi-Mode generalized Networks with Time Windows*, Texas A&M University, Diss., 2005
- [Chv83] CHVATAL, V.: *Linear Programming. A Series of Books in the Mathematical Sciences*. WH Freeman and Company, New York, 1983
- [Cla02] CLARK, A.R.: Approximate combinatorial optimization models for large-scale production lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup times. In: *EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization, Pucón, Chile, November 4 to 6 IV ALIO* (2002), S. 1–27
- [Cla08] CLAUSEN, U.: Entsorgung und Kreislaufwirtschaft. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel B 7, S. 487 – 524
- [CLRS01] CORMEN, T. H. ; LEISERSON, C. E. ; RIVEST, R. L. ; STEIN, C.: *Introduction to Algorithms*. 2. MIT Press Cambridge, Massachusetts, 2001
- [CM01] CHOPRA, S. ; MEINDL, P.: *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. Prentice Hall, New Jersey, 2001
- [CM05] CHA, BC ; MOON, IK: The joint replenishment problem with quantity discounts under constant demand. In: *OR Spectrum* 27 (2005), Nr. 4, S. 569–581

- [Dan03] DANGELMAIER, W.: *Produktion und Information, System und Modell*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2003
- [DASS07] DENIZEL, M. ; ALTEKIN, F.T. ; SÜRAL, H. ; STADTLER, H.: Equivalence of the LP relaxations of the strong formulations for the capacitated lot-sizing problem with setup times. In: *OR Spectrum* (2007)
- [DBKZ92a] DIABY, M. ; BAHL, H.C. ; KARWAN, M.H. ; ZIONTS, S.: A Lagrangean relaxation approach for very-large-scale capacitated lot-sizing. In: *Management Science* 38 (1992), Nr. 9, S. 1329–1340
- [DBKZ92b] DIABY, M. ; BAHL, H.C. ; KARWAN, M.H. ; ZIONTS, S.: Capacitated Lot-Sizing and Scheduling by Lagrangean Relaxation. In: *European Journal of Operational Research* 59 (1992), Nr. 3, S. 444–458
- [DD05] DOMSCHKE, W. ; DREXL, A.: *Einführung in Operations Research*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2005
- [Der95] DERSTROFF, M.C.: *Mehrstufige Losgrößenplanung mit Kapazitätsbeschränkungen*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 1995
- [DEWZ94] DILLENBERGER, C. ; ESCUDERO, L.F. ; WOLLENSAK, A. ; ZHANG, W.: On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. In: *European Journal of Operational Research* 75 (1994), S. 275–286
- [Dom07] DOMSCHKE, W.: *Logistik: Transport*. 5. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München Wien, 2007
- [DPS06] DRÉO, J ; PÉTROWSKI, A. ; SIARRY, E. P. T. P. Taillard: *Metaheuristics for Hard Optimization*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [DS81] DIXON, P. ; SILVER, E.A.: A heuristic solution procedure for the multi-item single-level limited capacity lot-sizing problem. In: *Journal of Operations Research* 2 (1981), Nr. 1, S. 23–39
- [DSA94] DE SOUZA, K.X.S. ; ARMENTANO, V.A.: Multi-item capacitated lot-sizing by a cross decomposition based algorithm. In: *Annals of Operations Research* 50 (1994), Nr. 1, S. 557–574
- [DSV97] DOMSCHKE, W. ; SCHOLL, A. ; VOSS, S.: *Produktionsplanung, 2. Auflage*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 1997
- [EM87] EPPEN, G. ; MARTIN, R.: Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. In: *Operations Research* 35 (1987), Nr. 6, S. 832–848

-
- [Esc88] ESCUDERO, L.F.: S3 Sets. An Extension of the Beale-Tomlin Special Ordered Sets. In: *Mathematical Programming* 42 (1988), S. 113–123
- [Fie07] FIEBIG, S.: *Produktivitätsreserven durch Prozessinnovation - Langfristige Standortsicherung mit intelligenten Produktivitäts-, Beschaffungs- und Qualifizierungsinitiativen (Präsentation)*. 2007
- [Fle08] FLEISCHMANN, B.: Begriffliche Grundlagen. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel A 1.1, S. 3 – 12
- [FLRK80] FLORIAN, M. ; LENSTRA, J. K. ; RINNOOY KAN, A. H. G.: Deterministic Production Planning: Algorithms and Complexity. In: *Management Science* 26 (1980), Nr. 7, 669–679. <http://www.jstor.org/pss/2630701>
- [FMW08] FLEISCHMANN, B. ; MEYR, H. ; WAGNER, M.: Advanced Planning. In: H., Stadtler (Hrsg.) ; C., Kilger (Hrsg.): *Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel 4, S. 81–106
- [Fon07] FONOVEROVA, M.: *Optimal flows in dynamic Networks and Algorithms for their Finding*, Academy of Sciences of Moldova, Diss., 2007
- [Fri07] FRIEDRICH, S.: *Algorithmische Verbesserungen für die Lösung diskreter Optimierungsmodele*, Freie Universität Berlin, Diss., 2007
- [FSS01] FAHLE, T. ; SCHAMBERGER, S. ; SELLMANN, M.: Symmetry Breaking. In: GOOS, G (Hrsg.) ; HARTMANIS, J. (Hrsg.) ; LEEUWEN J. van (Hrsg.): *Principles and Practice of Constraint Programming - CP 2001* Bd. 2239/2001. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2001, S. 93 – 107
- [Gla73] GLASER, H.: *Zur Bestimmung kostenoptimaler Bestellmengen bei deterministisch gleichbleibendem und deterministisch schwankendem Bedarf*, Universität zu Köln, Diss., 1973
- [GMS95] GOPALAKRISHNAN, M. ; MILLER, D. ; SCHMIDT, C.: A framework for modeling setup carryover in the capacitated lot-sizing problem. In: *International Journal of Production Research* 33 (1995), S. 1973–1988
- [Gop00] GOPALAKRISHNAN, M.: A modified framework for modelling set-up carryover in the capacitated lotsizing problem. In: *International Journal of Production Research* 38 (2000), Nr. 14, S. 3421–3424
- [GSNCS08] GUTIÉRREZ, J. ; SEDEÑO-NODA, A. ; COLEBROOK, M. ; SICILIA, J.: An efficient approach for solving the lot-sizing problem with time-varying storage

- capacities. In: *European Journal of Operational Research* 189 (2008), Nr. 3, S. 682–693
- [GT05] GÜNTHER, H.O. ; TEMPELMEIER, H.: *Produktion und Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2005
- [Gud05] GUDEHUS, T.: *Logistik: Grundlagen-Strategien-Anwendungen*. 3. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2005
- [Gud06] GUDEHUS, T.: *Dynamische Disposition: Strategien und Algorithmen zur optimalen Auftrags-und Bestandsdisposition*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [Gud07a] GUDEHUS, T.: *Logistik 1*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [Gud07b] GUDEHUS, T.: *Logistik. 2. Netzwerke, Systeme und Lieferketten*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [Gün91a] GÜNTHER, H.O.: Bestellmengenplanung aus logistischer Sicht. In: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 61 (1991), Nr. 5, S. 641–666
- [Gün91b] GÜNTHER, H.O.: Ein Verfahren zur Bestellmengenplanung bei beschränkter Lagerkapazität. In: *Operations Research Proceedings 1990*, Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 1991, S. 491–498
- [Haa96] HAASE, K.: Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. In: *OR Spectrum* 18 (1996), Nr. 1, S. 51–59
- [Hel94] HELBER, S.: Kapazitätsorientierte Losgrößenplanung in PPS-Systemen. (1994)
- [Hel95] HELBER, S.: Lot sizing in capacitated production planning and control systems. In: *OR Spectrum* 17 (1995), Nr. 1, S. 5–18
- [HG08] HILL, J. ; GALBRETH, M.: A heuristic for single-warehouse multiretailer supply chains with all-unit transportation cost discounts. In: *European Journal of Operational Research* 187 (2008), Nr. 2, S. 473–482
- [Hin95] HINDI, K.S.: Computationally Efficient Solution of a Multi-Item, Capacitated Lot-Sizing Problem. In: *Computers & Industrial Engineering* 28 (1995), Nr. 4, S. 709–719
- [HK00] HAASE, K. ; KIMMS, A.: Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. In: *International Journal of Production Economics* 66 (2000), Nr. 2, S. 159–169
- [Hoc97] HOCHBAUM, D. S. ; HOCHBAUM, D. S. (Hrsg.): *Approximation Algorithms for NP-hard Problems*. PWS Pub. Co, Boston, 1997

-
- [HS03] HÄSELBARTH, L. ; SCHOLL, A.: Dynamische Bestellmengenplanung für verderbliche Luxusgüter. In: *Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft* 13 (2003)
- [HSS92] HEUTS, R.M.J. ; SEIDEL, H.P. ; SELEN, W.J.: A comparison of two lot sizing-sequencing heuristics for the process industry. In: *European Journal of Operational Research* 59 (1992), Nr. 3, S. 413–424
- [HY00] HOLMBERG, K. ; YUAN, D.: A Lagrangean Heuristic Based Branch-and-Bound Approach for the Capacitated Network Design Problem. In: *Operations Research* 48 (2000), S. 461–481
- [Ihd00] IHDE, G. B.: *Transport, Verkehr, Logistik*. Verlag Vahlen, München, 2000
- [IJ08] INDERFURTH, K. ; JENSEN, T.: Lagerbestandsmanagement. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel A 3.4, S. 153 – 167
- [ILO06] ILOG, Inc.: *CPLEX 10 User Manual*. 2006
- [ILO08] ILOG, Inc.: *CPLEX Product Description*. Version:2008. <http://www.ilog.de/products/cplex/>
- [Ise98] ISERMANN, H. ; ISERMANN, H. (Hrsg.): *Logistik - Gestaltung von Logistiksystemen*. Moderne Industrie, Landsberg/Lech, 1998
- [JÇL05] JARUPHONGSA, W. ; ÇETINKAYA, S. ; LEE, C.Y.E.E.: A dynamic lot-sizing model with multi-mode replenishments: polynomial algorithms for special cases with dual and multiple modes. In: *IIE Transactions* 37 (2005), Nr. 5, S. 453–467
- [JD06] JANS, R. ; DEGRAEVE, Z.: Modeling industrial lot sizing problems: a review. In: *International Journal of Production Research* (2006), Nr. 1, S. 1–25
- [JL08] JARUPHONGSA, W. ; LEE, C.Y.: Dynamic lot-sizing problem with demand time windows and container-based transportation cost. In: *Optimization Letters* 2 (2008), S. 39–51
- [JLRK77] JOHNSON, D.S. ; LENSTRA, J. K. ; RINNOOY KAN, A. H. G.: The complexity of the network design problem. In: *Networks* 8 (1977), Nr. 4, S. 279–285
- [Kal02] KALLRATH, J.: *Gemischt-ganzzahlige Optimierung: Modellierung in der Praxis; mit Fallstudien aus Chemie, Energiewirtschaft, Metallgewerbe, Produktion und Logistik*. Vieweg Verlag, 2002

- [Kal04] KALLRATH, J.: *Modeling Languages in Mathematical Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 2004
- [KD98] KIMMS, A. ; DREXEL, A.: Multi-Level Lot-Sizing – An Annotated Bibliography. In: DREXEL, A. (Hrsg.) ; KIMMS, A. (Hrsg.): *Beyond Manufacturing Resource Planning (MRP II)*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 1998, S. 184–216
- [KFGW03] KARIMI, B. ; FATEMI GHOMI, S.M.T. ; WILSON, J.M.: The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. In: *Omega* 31 (2003), Nr. 5, S. 365–378
- [Kim97] KIMMS, A.: *Multi-level Lot Sizing and Scheduling*. Physica-Verlag, Heidelberg, 1997
- [KL04] KRISTJANSSON, B. ; LEE, D.: The MPL Modeling System. In: *Modeling Languages in Mathematical Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 2004
- [Kla98] KLAUS, P.: Jenseits einer Funktionenlogistik: Der Prozeßansatz. In: *Logistik: Gestaltung von Logistiksystemen 2* (1998), S. 61–78
- [KM06] KALLRATH, J. ; MAINDL, T. I.: *Real Optimization with SAP®APO*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [KPP07] KAIBEL, V. ; PEINHARDT, M. ; PFETSCH, M. E.: Orbitopal Fixing. In: FISCHETTI, M. (Hrsg.) ; WILLIAMSON, D.P. (Hrsg.): *IPCO 2007* Bd. 4513/2007. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007, S. 74–88
- [Krc05] KRUMHOLTZ, H.: *Informationsmanagement*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2005
- [KS01] KISTNER, K.-P. ; STEVEN, M.: *Produktionsplanung*. 2. Physica-Verlag, Heidelberg, 2001
- [KW97] KALLRATH, J. ; WILSON, J.M.: *Business optimisation using mathematical programming*. Macmillan Houndmills, Basingstoke, England, 1997
- [Liu08] LIU, T.: Economic lot sizing problem with inventory bounds. In: *European Journal of Operational Research* 185 (2008), Nr. 1, S. 204–215
- [LLS07] *Kapitel* Approximation Algorithms for the Capacitated Multi-Item Lot-Sizing Problem via Flow-Cover Inequalities. In: LEVI, R. ; LODI, A. ; SVIRIDENKO, M.: *Integer Programming and Combinatorial Optimization, 12th International IPCO Conference, Ithaca, NY, USA, June 25-27, 2007. Proceedings*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007 (Lecture Notes in Computer Science 4513/2007), S. 454–468

-
- [Mae87] MAES, J.: Capacitated lotsizing techniques in manufacturing resource planning. (1987)
- [Mar99] MARTIN, R.K.: *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1999
- [Max08] MAXIMAL SOFTWARE, INC. (Hrsg.): *MPL Modeling System*. Release 4.2. 2111 Wilson Boulevard, Suite 700, Arlington, VA 22201, USA: Maximal Software, Inc., 2008
- [MDB95] MARTEL, A. ; DIABY, M. ; BOCTOR, F.: Multiple items procurement under stochastic nonstationary demands. In: *European Journal of Operational Research* 87 (1995), Nr. 1, S. 74–92
- [Mei08] MEISNER, Markus: *Klassifizierung von Optimierungsmodellen zur Bestellmengenplanung im operativen Supply Chain Management*, Universität Paderborn, DS&OR Lab, Diplomarbeit, 2008
- [Mey02] MEYR, H.: Kurz- und mittelfristige Planung in der Automobilindustrie zwischen Heute und Morgen. In: *Universität Augsburg, Working Paper* (2002), S. 1–29
- [Mey04] MEYR, H.: Supply chain planning in the German automotive industry. In: *OR Spectrum* 26 (2004), S. 447–470
- [MF04] MICHALEWICZ, Z. ; FOGEL, D. B.: *How to Solve It: Modern Heuristics*. 2. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2004
- [Mic09] MICROSOFT CORPORATION: *Microsoft .net 3.5*. <http://www.microsoft.com/net/>. Version: 2 2009
- [MNG06] MELO, MT ; NICKEL, S. ; GAMA, F. Saldanha d.: Dynamic multi-commodity capacitated facility location: a mathematical modeling framework for strategic supply chain planning. In: *Computers and Operations Research* 33 (2006), Nr. 1, S. 181–208
- [MR04] MELZER-RIDINGER, R.: *Materialwirtschaft und Einkauf 1: Beschaffung und Supply Chain Management*. 4. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München Wien, 2004
- [MS08] MAXIMAL SOFTWARE, Inc.: *MPL Product Description*. Version: 2008. <http://www.maximalsoftware.com/mpl/>
- [MVW86] MAES, J. ; VAN WASSENHOVE, L.: A simple heuristic for the multi item single level capacitated lotsizing problem. In: *OR Letters* (1986), Nr. 4, S. 265–273

- [MY93] MILLAR, H.H. ; YANG, M.: An application of Lagrangean decomposition to the capacitated multi-item lot sizing problem. In: *Computers and Operations Research* 20 (1993), Nr. 4, S. 409–420
- [MY94] MILLAR, H.H. ; YANG, M.: Lagrangian heuristics for the capacitated multi-item lot-sizing problem with backordering. In: *International Journal of Production Economics* 34 (1994), S. 1–15
- [Nie93] NIELSEN, J. ; KAUFMANN, M. (Hrsg.): *Usability Engineering*. Academic Press, San Diego, 1993. – 358 S.
- [NN04] NEAPOLITAN, R. E. ; NAIMIPOUR, K. ; 3 (Hrsg.): *Foundations of Algorithms Using C++ Pseudocode*. Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Massachusetts, 2004
- [NW88] NEMHAUSER, G.L. ; WOLSEY, L.A.: *Integer and combinatorial optimization*. Wiley-Interscience New York, NY, USA, 1988
- [OB00] ÖZDAMAR, L. ; BOZYEL, M.A.: The capacitated lot sizing problem with overtime decisions and setup times. In: *IIE Transactions* 32 (2000), S. 1043–1057
- [Or175] ORLICKY, J.: *Material requirements planning*. McGraw-Hill, New York, 1975
- [Pfo00] PFOHL, H.-C.: *Logistiksysteme – Betriebswirtschaftliche Grundlagen*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2000
- [Pfo04] PFOHL, H.-C.: *Logistikmanagement: Konzeption und Funktionen*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2004
- [PK89] PRENTIS, E.L. ; KHUMAWALA, B.M.: MRP lot sizing with variable production/purchasing costs: formulation and solution. In: *International Journal of Production Research* 27 (1989), Nr. 6, S. 965–984
- [PP97] POOLER, V.H. ; POOLER, D.J.: *Purchasing and Supply Management: Creating the Vision*. Kluwer Academic Publishers, 1997
- [PR06] PLINKE, W. ; RESE, M ; 7 (Hrsg.): *Industrielle Kostenrechnung – Eine Einführung*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [PW06] POCHE, Y. ; WOLSEY, L.A.: *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [QK05] QUADT, D. ; KUHN, H.: Conceptual framework for lot-sizing and scheduling of flexible flow lines. In: *International Journal of Production Research* 43 (2005), S. 2291–2308

-
- [QK07] QUADT, D. ; KUHN, H.: A taxonomy of flexible flow line scheduling procedures. In: *European Journal of Operational Research* 178 (2007), Nr. 3, S. 686–698
- [QK08a] QUADT, D. ; KUHN, H.: Capacitated lot-sizing and scheduling with parallel machines, backorders and setup-carryover. In: *Tech Note, Department of Production, Logistics and Operations Management. Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt* (2008), Nr. 1. – Technical Report
- [QK08b] QUADT, D. ; KUHN, H.: Capacitated lot-sizing with extensions: A review. In: *A Quarterly Journal of Operations Research* 6 (2008), Nr. 1, S. 61–83
- [Qua04] QUADT, D.: *Lot-Sizing and Scheduling for Flexible Flow Lines*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2004
- [RA02] REITH-AHLEMEIER, G.: *Ressourcenorientierte Bestellmengenplanung und Lieferantenauswahl : Modelle und Algorithmen für Supply-Chain-Optimierung und E-Commerce*. Leichlingen : Reith-Ahlemeier, G., 2002
- [Rap07] RAPP, C.: *Potenzialanalyse zur ganzheitlichen Optimierung von Lieferketten und Liefernetzen am Beispiel der EvoBus GmbH*, Hochschule Konstanz, Diplomarbeit, 2007
- [RMW00] ROHDE, J. ; MEYR, H. ; WAGNER, M.: Die Supply Chain Planning Matrix. In: *PPS Management, GITO Verlag* 5 (2000), Nr. 1, S. 10–15
- [Ros03] ROSSI, H.: *Ein heuristisches Dekompositionsverfahren für mehrstufige Losgrößenprobleme*, Freie Universität Berlin, Diss., 2003
- [Rot04] ROTHLAUF, F.: OptiNet: Ein Optimierungswerkzeug für baumförmige Netzwerkprobleme. In: SUHL, Voß (Hrsg.): *Quantitative Methoden in ERP und SCM*. DS&OR Lab, Paderborn, 2004, S. 15–34
- [Sal91] SALOMON, M.: *Deterministic Lotsizing Models for Production Planning*. (1991)
- [SBD08] SÜER, G.A. ; BADURDEEN, F.F. ; DISSANAYAKE, N.: Capacitated Lot Sizing by Using Multi-Chromosome Crossover Strategy. In: *Journal of Intelligent Manufacturing* 19 (2008), Nr. 3, S. 273–282
- [Sch01] SCHOLL, A.: *Robuste Planung und Optimierung – Grundlagen – Konzepte und Methoden – Experimentelle Untersuchungen*. Physica-Verlag, Heidelberg, 2001
- [Sch04] SCHICHL, H.: Models and the history of modeling. In: KALLRATH, J. (Hrsg.): *Modeling Languages in Mathematical Optimization*. Springer-Verlag, Heidel-

- berg Berlin, 2004, Kapitel 2, S. 25–36
- [Sch07] SCHÖNSLEBEN, P.: *Integrales Logistikmanagement: Operations and Supply Chain Management in umfassenden Wertschöpfungsnetzwerken*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [Sch08a] SCHÖNEBERG, T.: *Konzeption und Implementierung eines Entscheidungsunterstützungssystems zur Analyse und Bestimmung von kostenminimalen Materialflüssen im Zulieferwerk eines Automobilherstellers*, Universität Paderborn, Diplomarbeit, 2008
- [Sch08b] SCHOLL, A.: Optimierungsansätze zur Planung logistischer Systeme und Prozesse. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMAN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. 3. neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel A 2.2, S. 43–57
- [Sel02] SELLMANN, M.: *Reduction Techniques in Constraint Programming and Combinatorial Optimization*, Universität Paderborn, Diss., 2002
- [SG99] SOX, C.R. ; GAO, Y.: The capacitated lot sizing problem with setup carry-over. In: *IEE Transactions* 31 (1999), S. 173–181
- [Sie08] SIEFEN, K.: *Konzeptionierung und prototypische Implementierung einer primalen Heuristik zur Lösung eines operativen Supply Chain Modells*, Universität Paderborn, Diplomarbeit, 2008
- [Sim45] SIMON, H.A.: *Administrative Behavior: A Study of Decision-Making Processes in Administrative Organization*. Free Press, 1945
- [Sip06] SIPSER, M.: *Introduction to the Theory of Computation*. 2. PWS Pub. Co, 2006
- [SKK02] SELLMANN, M. ; KLIEWER, G. ; KOBERSTEIN, A.: Lagrangian Cardinality Cuts and Variable Fixing for Capacitated Network Design. In: *ESA '02: Proceedings of the 10th Annual European Symposium on Algorithms*. London, UK : Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2002, S. 845–858
- [SM06] SUHL, L. ; MELLOULI, T.: *Optimierungssysteme: Modelle, Verfahren, Software, Anwendungen*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [Soo78] SOOM, E.: So senken wir die Lagerkosten! In: *Management-Zeitschrift* 47 Nr. 10 (1978), S. 451–527
- [SS01] SHERALI, H.D. ; SMITH, J.C.: Improving Discrete Model Representations via Symmetry Considerations. In: *Management Science* 47 (2001), Nr. 10, S.

- 1396–1407
- [SS03] SUERIE, C. ; STADTLER, H.: The capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes. In: *Management Science* 49 (2003), S. 1039–1054
- [SS07] SCHEDLBAUER, M. ; SCHEUCHL, M.: Einflussfaktoren auf die Logistikplanung im automobilen Netzwerk. In: GÜNTNER, A. W. (Hrsg.): *Neue Wege in der Automobillogistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007, Kapitel 4.1.1, S. 319–332
- [Sta96] STADTLER, H.: Mixed integer programming model formulations for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing. In: *European Journal of Operational Research* 94 (1996), Nr. 3, S. 561–581
- [Sta97] STADTLER, H.: Reformulations of the shortest route model for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing. In: *OR Spectrum* 19 (1997), Nr. 2, S. 87–96
- [Sta03] STADTLER, H.: Multi level lot sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows. In: *Operations Research* 51 (2003), Nr. 3, S. 487–502
- [Sta07] STADTLER, H.: A general quantity discount and supplier selection mixed integer programming model. In: *OR Spectrum* 29 (2007), Nr. 4, S. 723–744
- [Sta08a] STADTLER, H.: Hierarchische Systeme der Produktionsplanung und -steuerung. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel A 4.2, S. 194 – 211
- [Sta08b] STADTLER, H.: Purchasing and Material Requirements Planning. In: STADTLER, H. (Hrsg.) ; KILGER, C. (Hrsg.): *Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies*. Springer, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel 11, S. 217–229
- [Sta08c] *Kapitel 11*. In: STADTLER, H.: *Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software, and Case Studies*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, S. 217–229
- [Sti06] STICKEL, M.: *Planung und Steuerung von Crossdocking-Zentren*, Universität Karlsruhe, Diss., 2006
- [Suc04] SUCKY, E.: Softwaregestützte Gestaltung von Supply Contracts. In: SUHL, L. (Hrsg.) ; VOSS, S. (Hrsg.): *Quantitative Methoden in ERP und SCM*. DS&OR Lab, Paderborn, 2004, S. 78–98

- [Sue05] SUERIE, C.: *Time Continuity in Discrete Time Models: New Approaches for Production Planning in Process Industries*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin : Springer, 2005
- [SY05] SAMBASIVAN, M. ; YAHYA, S.: A Lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers. In: *Computers & Operations Research* 41 (2005), S. 537–555
- [SYU⁺07] SAHIN, B. ; YILMAZ, H. ; UST, Y. ; GUNERI, A. F. ; GULSUN, B.: An approach for analysing transportation costs and a case study. In: *European Journal of Operational Research* (2007). <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2007.10.030>. – DOI 10.1016/j.ejor.2007.10.030
- [TD93] TEMPELMEIER, H. ; DERSTROFF, M.: Mehrstufige Mehrprodukt-Losgrößenplanung bei beschränkten Ressourcen und genereller Erzeugnisstruktur. In: *OR Spectrum* 15 (1993), Nr. 2, S. 63–73
- [Tem02] TEMPELMEIER, H.: A simple heuristic for dynamic order sizing and supplier selection with time-varying data. In: *Production and Operations Management* 11 (2002), Nr. 4, S. 499–515
- [Tem06] TEMPELMEIER, H.: *Material-Logistik*. 6. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2006
- [TK00] TIMPE, C.H. ; KALLRATH, J.: Optimal planning in large multi-site production networks. In: *European Journal of Operational Research* 126 (2000), Nr. 2, S. 422–435
- [TS07] THOMADSEN, T. ; STIDSEN, T.K.: The Generalized Fixed-Charge Network Design Problem. In: *Computers & Operations Research* 34 (2007), Nr. 4, S. 997–1007
- [Vah03] VAHRENKAMP, R.: *Quantitative Logistik für das Supply Chain Management*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München Wien, 2003
- [VBW92] VOLLMANN, T. E. ; BERRY, W. L. ; WHYBARK, D. C.: *Manufacturing Planning and Control Systems*. 4. McGraw-Hill, New York, 1992
- [Wan07] WANNENWETSCH: *Integrierte Materialwirtschaft und Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2007
- [WB97] WILLIAMS, H. P. ; BRAILSFORD, S. C.: The splitting of variables and constraints in the formulation of integer programming models. In: *European Journal of Operational Research* 100 (1997), S. 623–628

- [Wil05] WILLIAMS, H.P.: *Model building in mathematical programming (Reprint)*. 4. Wiley New York, 2005
- [Wäs08] WÄSCHER, G.: Paletten- und Containerbeladung. In: ARNOLD, D. (Hrsg.) ; ISERMANN, H. (Hrsg.) ; KUHN, A. (Hrsg.) ; TEMPELMEIER, H. (Hrsg.) ; FURMANS, K. (Hrsg.): *Handbuch Logistik*. Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2008, Kapitel A 3.5, S. 167 – 180
- [WW58] WAGNER, H.M. ; WHITIN, T.M.: Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. In: *Management Science* 5 (1958), Nr. 1, S. 89–96
- [Zan69] ZANGWILL, W. I.: A Backlogging Model and a Mult-Echelon Model of a Dynamic Economic Lot Size Production System - A Network Approach. In: *Management Science* 15 (1969), 5, Nr. 9, S. 506–527

B Glossar

Freiheitsgrad

Entscheidungsdimensionen einer Fragestellung – S. 23

Just-in-Sequence (JiS)

Andienverfahren zur Vermeidung von Lagerung, Pufferung und Sortierung am Zielort – S. 10

Just-in-Time (JiT)

Andienverfahren zur Vermeidung von Lagerung am Zielort – S. 10

Kanban

Auslösen einer Nachbestellung bei Erreichen einer Mindestbestandsmarke – S. 10

Kostentreiber

Einheit, an der unmittelbar der Prozess durchgeführt wird und die für die entstehenden Kosten verantwortlich ist – S. 12

Kurier-, Express- und Paketdienste (KEP-Dienste)

Speditionen für Stückguttransporte – S. 19

Ladehilfsmittelmenge (LHM-Menge)

Maximale Anzahl Sachnummern, die in einen Ladungsträger geladen werden kann – S. 20

Ladungsträger (LT)

Ladungsträger (wie Paletten, Gitterboxen, Wannen usw.) dienen der Zusammenfassung von Transport- und Lagergütern zur gemeinsamen Behandlung dieser – 20

Lieferzeiten

Zeitspanne vom Auslösen eines Materialabrufs bis zum Eintreffen des Materials, synonym: Wiederbeschaffungszeit – S. 17

Logistikkette (LK)

Folge von Transport-, Lager- und Produktionsprozessen, synonym: Prozesskette, – S. 13

Original Equipment Manufacturer (OEM)

Endprodukthersteller – S. 14

Prozesskette (PK)

Menge zusammengehöriger logistischer Operationen, geordnet in Reihenfolge der Ausführung – S. 159

Ressourcen

Einsatzmittel, deren Kapazität begrenzt ist und/oder deren Verwendung Kosten verursachen – S. 14

Ressourcenpool

Gruppe von Ressourcen, deren gemeinsame Kapazität beschränkt ist – S. 16

Sachnummer (SNr)

Bezeichner für ein Bauteil oder Produkt mit eindeutigen physikalischen Eigenschaften – S. 1

Sachnummer-Ladungsträger-Kombination (SNr-LT-Kombination)

Beziehung die ausdrückt, dass eine Sachnummer in einem Ladungsträger transportiert wird oder werden kann – S. 20

Set-Wagen

Bewegliche Ladungsträger, deren Inhalt dem Materialbedarf eines Fahrzeuges an einem Verbauort (Fahrzeug-Set) oder dem Schichtbedarf eines Verbauortes (Tages-Set) entspricht – S. 10

Supermarktwagen (SMW)

Puffer in beweglichen Lagereinheiten, die zur Entnahme von Ware in der Nähe des Verbauortes abgestellt werden – S. 10

Transportmodus

Verkehrsträger wie Schiene, LKW, Wasserweg mit zugehörigen Tarifvertrag und Konditionen – S. 17

Verbauort (VO)

Ort der ersten Produktionsleistung an einer Sachnummer nach dem Beschaffungsprozess – S. 8

Zulieferungslogistik

Zusammenfassung der Abschnitte der Beschaffungs- und Produktionslogistik, die

gemeinsam die Produktion mit neuen Bauteilen zu versorgen und einen Bereich der Entsorgungslogistik, die Rückführung von Ladungsträgern zu Lieferanten – S. 8

C Hinweise zur tabellarischen Übersicht der Modelle

Aus Platzgründen wurden für die Kriterien der tabellarischen Darstellungen Abkürzungen gewählt. Die folgende Aufstellung fasst alle verwendeten Kriterien zusammen.

Für jede Modellklasse wurde ein Modell als Referenzmodell gewählt und in der ersten Zeile der Tabelle dargestellt. Die mit **rot** gekennzeichneten Merkmalsausprägungen weisen auf Abweichungen gegenüber dem Referenzmodell hin.

C.1 Problemkontext

Die Tabellen klassifizieren nur das Hauptziel der Modelle. Weitere Nebenziele werden durch die Tabellen nicht dargestellt.

- **Zielausrichtung (C/P)**

C : Minimierung der Kosten

P : Maximierung des Profits

- **Planungshorizont (PlanHor (1/N/∞/R))**

1 : das Modell plant für eine Periode

N : es wird für eine endliche Anzahl an Perioden geplant

∞ : der Planungshorizont ist unendlich lang

R : rollender Planungshorizont mit *N* Perioden

- **Modellklassifizierung (Bucket (Big/Small))**

B : Big-Bucket-Modell

S : Small-Bucket-Modell

X : Zeitskala ist konstant

- **Zeitskala (Dis/Kon)**

D : diskrete Einteilung der Zeitskala

K : konstante Einteilung der Zeitskala

- **Informationsgrad (InfoGrad (Det/Stoch))**

D : deterministischer Informationsgrad

S : stochastischer Informationsgrad

- **Parameterentwicklung der Bedarfsmengen (Bedarf (Dyn/Stat))**

- D : dynamischer Bedarfsverlauf
- S : statischer Bedarfsverlauf

C.2 Ressourcen

Folgende Rahmenbedingungen können darin unterschieden werden, ob sie kapazitiert sind oder nicht:

- **Lagerkapazität (LagerKap. (Kap./ ∞))**

- K : kapazitiert
- ∞ : unkapazitiert

- **Produktionskapazität (ProdKap. (Kap./ ∞))**

- K : kapazitiert
- ∞ : unkapazitiert

- **Fahrzeuge ($\frac{K}{K}/\frac{\infty}{\infty}$)**

- ∞ : Keine Beschränkung
- $\frac{\infty}{K}$: Anzahl an Fahrzeugen unbeschränkt, Fahrzeuge haben Kapazitätsbeschränkungen
- $\frac{K}{K}$: Anzahl der Fahrzeug beschränkt, Fahrzeuge haben Kapazitätsbeschränkungen

- **Fahrzeugladung (Ladung (FTL/LTL/ ∞))**

- F : nur volle Truckladungen erlaubt (FTL)
- L : auch **nicht** volle Truckladungen erlaubt (FTL)
- ∞ : unkapazitierter Laderaum

- **Parallele Maschinen**

- : berücksichtigt
- : **nicht** berücksichtigt

Folgende Rahmenbedingungen sind relevant, wenn zeitliche Kapazitäten der Produktionsressourcen berücksichtigt werden:

- **Rüstzeiten**

- : berücksichtigt
- : **nicht** berücksichtigt

- **Sequenzabhängige Rüstzeiten (SequenzRüstzeit)**

- : berücksichtigt
- : **nicht** berücksichtigt

- **Produktionszeit**

- : berücksichtigt
- : **nicht** berücksichtigt

C.3 Kosten

- **variable Bestellkosten (VarBKost (K/V/o))**

- K : konstant
- V : veränderlich über die Zeit
- o : **nicht** berücksichtigt

Die folgenden Kosten können nur danach beurteilt werden, ob sie berücksichtigt werden oder nicht:

- **Transportkosten**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Produktionskosten (VarProdKosten)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Lagerkosten**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Rüstkosten bzw. fixe Bestellkosten (FixBestellKosten)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Sequenzabhängige Rüstkosten (SequenzRüstKosten)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

C.4 Produktion bzw. Bestellung

- **Anzahl berücksichtigter Produkte (Item (single/multi))**

- S : ein Produkt
- M : mehrere Produkte

Die nachfolgenden Rahmenbedingungen können nur danach beurteilt werden, ob sie berücksichtigt werden oder nicht:

- **Rüstkzustandsübernahme (SetupCarryover)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Angebotsrichtlinien (Backlog/Stockout) (Lieferrückstand)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Verlust/Verderb/Veralterung (Lost/Deter/Spoil)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

- **Beschränkte Produktionsmengen (MinMaxProdSize)**

- : berücksichtigt
- o : **nicht** berücksichtigt

C.5 Mehrstufige Losgrößenprobleme

Die folgenden Rahmenbedingungen sind nur in *mehrstufigen Losgrößenproblemen* relevant. Bei einstufiger Produktion erhalten alle weiteren Attribute ein „X“ als Ausprägung.

- **Anzahl Produktionslevel (Level (Single/Multi))**

S : single level

M : multi level

- **Losweitergabe (B/O)**

B : geschlossene Losweitergabe

O : offene Losweitergabe

- **Erzeugnisstruktur**

K : konvergierend

D : divergierend

S : seriell

A : allgemein

- **Vorlaufzeit**

- : berücksichtigt

- : **nicht** berücksichtigt

- **Systemweiter Lagerbestand (EchelonStock)**

- : berücksichtigt

- : **nicht** berücksichtigt

C.6 Lieferanten

Folgende Rahmenbedingungen sind nur bei einer *Lieferantenauswahl* relevant:

- **Anzahl berücksichtigter Produkte (Item (single/multi))**

S : ein Produkt

M : mehrere Produkte

- **Anzahl Lieferanten (AnzLief (Single/Multi))**

S : ein Lieferant

M : mehrere Lieferanten

- **Optimierungsperspektive (Persp (Buyer/BS/Supp))**

B : Käufersicht (Buyer)

$\frac{B}{S}$: optimale Bestellmengen und Rabattstufen für Käufer **und** Verkäufer (BS)

S : Verkäufersicht optimiert

- **Mengenrabatte (Rabatte (Block/Stufe))**

B : Blockrabatte

S : Stufenrabatte

X : Rabatte werden nicht berücksichtigt

- **Minimale oder Maximale Bestellmenge (MinMaxBestellSize)**
 - : berücksichtigt
 - : **nicht** berücksichtigt

C.7 Transport

Folgende Rahmenbedingungen sind nur bei Bestellmengenplanung mit Transportbetrachtung relevant:

- **Zuliefernetz (ZuliefNetz (D/K))**
 - D : Direkter Transport
 - R : Route über mehrere Bestelloorte
- **Wiederbeschaffungszeit (WiedBZeit (K/V/∞))**
 - K : konstant
 - V : variabel
 - ∞ : unendlich gering
- **Verlust/Verderb/Veralterung (Lost/Deter/Spoil)**
 - : berücksichtigt
 - : **nicht** berücksichtigt
- **Alternative Transporte (AlternTransporte)**
 - K : konstant
 - V : variabel

C.8 Anzahl Beschaffungsorte

Folgende Rahmenbedingungen sind nur bei Bestellmengenplanung mit vorgelagertem Depot relevant:

- **Anzahl Bestelloorte (AnzOrte (Single/Multi))**
 - S* : single
 - M* : multi
- **Depotsystem (R/DR)**
 - R* : außenstehender Händler (R-System)
 - D* : Teil des Systems (DR-System)
 - X* : **nicht** berücksichtigt
- **Bedarf (Ident/Unter)**
 - I* : Bedarfsmengen an allen Orten identisch
 - U* : Bedarfsmengen an Orten unterschiedlich
 - X* : **nicht** berücksichtigt

• **Lagerkosten (LagerK (Ident/Unter))**

- I : Lagerkosten an allen Orten identisch
- U : Lagerkosten an Orten unterschiedlich
- X : **nicht** berücksichtigt