

**Experimentelle Identifikation eines thermischen Modells
zur Überwachung kritischer Temperaturen in
hochausgenutzten permanenterregten Synchronmotoren
für automobile Traktionsanwendungen**

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik
der Universität Paderborn

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Tobias Huber

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker
Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Dieter Gerling

Tag der mündlichen Prüfung: 05.02.2016

Paderborn 2016

Diss. EIM-E/320

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Leistungselektronik und elektrische Antriebstechnik (LEA) an der Universität Paderborn, wobei große Teile in Zusammenarbeit mit einem Industriepartner durchgeführt wurden.

Während der Anfertigung meiner Arbeit haben mich zahlreiche Menschen begleitet und unterstützt, denen ich von Herzen danken möchte. Diese Menschen haben in hohem Maße zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen.

Mein Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker für das entgegengebrachte Vertrauen, zahlreiche Hinweise und Anregungen sowie die Begutachtung meiner Arbeit. Ebenso möchte ich Prof. Dr.-Ing. Dieter Gerling für die Übernahme des Koreferats danken.

Bei allen Arbeitskollegen am Fachgebiet LEA bedanke ich mich für die tolle Zusammenarbeit und das hervorragende Arbeitsklima. Besonders hervorheben möchte ich Dr.-Ing. Wilhelm Peters, Dr.-Ing. Andreas Specht, Dr.-Ing. Michael Leuer, Oliver Wallscheid und Oleg Buchholz, die mir als Diskussionspartner zur Verfügung standen und viele konstruktive Hinweise gaben. Beim Industriepartner möchte ich Dr.-Ing. Tobias Knoke und Dr.-Ing. Michael Meyer danken, die durch Formulierung von seriennahen Fragestellungen die Ausrichtung meiner Arbeit mitgeprägt und wertvolle Hinweise gegeben haben. Ich danke auch allen Studenten für die Beiträge im Rahmen von Abschlussarbeiten.

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich nicht nur durch das sorgfältige Korrekturlesen des Manuskriptes, sondern auch stets mental unterstützt und ermutigt haben. Ganz besonders möchte ich auch meiner Frau Chern Wei für die liebevolle Unterstützung, die unendliche Geduld und das Vertrauen in mich danken.

Tobias Huber
Paderborn, März 2016

Zusammenfassung

Um thermisch bedingten Lebensdauerverkürzungen in elektrischen Antrieben von Automobilen vorzubeugen, ist eine zuverlässige Temperaturüberwachung von entscheidender Bedeutung. Bei permanenterregten Synchronmotoren ist üblicherweise die Überwachung der Magnettemperatur im Flussschwärbetrieb notwendig, um eine irreversible Entmagnetisierung zu verhindern. Um den Isolationslack nicht zu zerstören, darf außerdem die maximal zulässige Wicklungstemperatur- bzw. Wickelkopftemperatur nicht überschritten werden. Während die messtechnische Erfassung der Magnettemperatur auf dem Rotor sehr aufwendig und praktisch nicht in der Serie realisierbar ist, kann die Wickelkopftemperatur im Stator gemessen werden. Jedoch muss auch der Statorsensor in die Wicklung eingebracht werden und kann im Falle eines Defekts nicht ohne weiteres ausgetauscht werden.

Vor diesem Hintergrund wird im Rahmen dieser Arbeit ein recheneffizientes thermisches Motormodell entwickelt, mit dessen Hilfe sich Temperaturen in den Permanentmagneten, in der Wicklung und im Wickelkopf präzise schätzen lassen. Die Eingänge des thermischen Modells entsprechen ausschließlich standardmäßig verfügbaren Messgrößen in der automobilen Zielhardware. Eine Modellstützung auf Basis messtechnisch ermittelter Temperaturgrößen im Stator oder Rotor ist nicht erforderlich. Die Modellparameter werden mittels einer Reihe aufeinander aufbauender lokaler Prüfstandsexperimente und unter Berücksichtigung einfacher theoretischer Zusammenhänge zum Wärmeaustausch im Motor identifiziert. Die Güte der Temperaturschätzung des identifizierten Modells wird auf Basis unterschiedlicher stationärer und transienter Lastprofile am Prüfstand validiert.

Während ausgewählte Größen, wie beispielsweise die Kühlmitteltemperatur und Zwischenkreisspannung als variabel angenommen werden, wird der Aussteuerungsgrad des Umrichters beim Betrieb des Motors im Flussschwärbereich auf einen konstant hohen Wert eingestellt. Die Umsetzung erfolgt durch den Einsatz eines Aussteuerungsreglers, dessen Aufgabe darin besteht, neben einer hohen Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Zwischenkreisspannung noch genügend Spannungsreserve vorzuhalten, um die Funktionsfähigkeit der unterlagerten Stromregelung sicherzustellen. Eine hohe Spannungsausnutzung hat den Vorteil, dass Drehmomente im Flussschwärbereich mit kleinerem Phasenstrom gestellt werden können. Dadurch kann einerseits die Drehmomentausbeute des Motors erhöht werden, andererseits muss aufgrund verringriger Kupferverluste weniger Dissipationswärme über die Kühlung abgeführt werden. Der Entwurf des Aussteuerungsreglers erfolgt auf Basis eines vereinfachten Streckenmodells, dessen Parameter experimentell ermittelt werden. Während Modellierungsungenauigkeiten durch eine robuste Reglerauslegung Rechnung getragen wird, erfordern dynamische Übergänge zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich darüber hinaus eine geeignete Anti-Reset-Windup Maßnahme.

Abstract

Monitoring critical temperatures in permanent magnet synchronous motors is crucial for preventing shortened motor life spans due to excessive thermal stress. While excessive magnet temperatures involve the risk of irreversible demagnetization when operating the motor in flux weakening mode, exceeding the thermal limits of the windings and end windings respectively can destroy the insulation varnish. While measuring the magnet temperature on the rotor is costly, sensitive and therefore not applicable in series production, winding and end winding temperatures can be obtained by means of temperature sensors. However, since these sensors need to be embedded into the winding hot spots, locations which are usually difficult to access, they cannot simply be replaced in case of sensor failures.

Therefore, an accurate and computationally efficient thermal motor model for estimating temperatures in the magnets, windings and end windings is derived in this thesis. Except for measurements at the inlet of the cooling circuit and in the test cabin, the model relies solely on commonly available quantities in the automotive target hardware. In particular, no temperature measurements in the difficult to access stator or rotor core are necessary. The model parameters are identified based on a number of complementary local test bench experiments as well as constraints resulting from rather simple assumptions concerning the dominant heat flow mechanisms in the motor. The high performance of the identified thermal model is demonstrated by test bench results based on different transient and steady-state load profiles.

While certain quantities, such as the coolant temperature and the DC-link voltage are assumed to be variable, the modulation degree of the inverter is set to a constantly high reference value when operating the motor in flux-weakening mode. In this context, a modulation/voltage controller is employed, whose primary task is to enable a good utilization of the DC-link voltage while maintaining a suitable voltage margin to guarantee the proper functionality of the subordinate current control loops. Optimizing the utilization of the DC-link voltage allows torque demands to be realized at lower current levels. That way, the maximum torque output of the motor can be increased, while copper losses due to flux-weakening along with the associated heat generation are reduced. The design of the voltage controller is also described in this work and represents the basis for the identification and validation of the thermal model. It is based on a simplified plant model, whose varying parameters are identified through experiments. The controller parameters are chosen in terms of a robust behaviour of the voltage control loop towards plant model inaccuracies. To enable dynamic and yet stable transitions between the constant torque and flux-weakening region of the motor, special attention needs to be paid to the design of the anti-reset windup measure.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	i
Zusammenfassung	iii
Abstract	v
Abkürzungsverzeichnis	xi
1 Einleitung	1
2 Grundlagen zur Drehmomentregelung von hochausgenutzten IPMSM	5
2.1 Modellierung von Permanentmagnet-Synchronmaschinen	6
2.1.1 Raumzeigerdarstellung	6
2.1.2 Spannungsgleichungen	8
2.1.3 Drehmomentbildung	11
2.2 Umrichter	11
2.2.1 Pulsweitenmodulation	13
2.2.2 Übermodulation	16
2.3 Feldorientierte Stromregelung	17
2.4 Arbeitspunktsteuerung	20
2.4.1 Erweiterung der Arbeitspunktsteuerung	24
3 Optimierung der Spannungsausnutzung mittels Aussteuerungsregelung	25
3.1 Modell der Strecke	28
3.2 Experimentelle Kennwertidentifikation	31
3.3 Reglerauslegung	37
3.3.1 Wahl der Reglerstruktur	37
3.3.2 Bestimmung der Reglerverstärkung	38
3.3.3 Zeitdiskretisierung	42
3.3.4 Einschränkung lokaler Stabilitätsnachweise für LPV-Systeme	45
3.3.5 Stellgrößenbegrenzung und ARW Maßnahme	48
3.4 Validierung	53
3.4.1 Drehmomentwechsel im Flussschwärbereich	53
3.4.2 Drehzahlübergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich	56
3.4.3 Drehmomentübergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich	58
3.5 Zusammenfassung	60

4 Modellbasierte Temperaturerfassung in IPMSM	63
4.1 Temperaturerfassung basierend auf elektrischen Größen	64
4.2 Thermische Modellierung auf Basis konzentrierter Elemente	70
4.2.1 Mechanismen der Wärmeübertragung	73
4.2.2 Analytische vs. experimentelle Parametrierung	76
4.2.3 Zustandsraumdarstellung eines LPTN	79
4.2.4 Verlustmodellierung	84
4.3 Zusammenfassung	88
5 Grundlagen der Identifikation dynamischer Systeme	91
5.1 Modellklassen	94
5.2 Parameteridentifikation dynamischer Systeme	96
5.2.1 Die Methode der kleinsten Quadrate (LS)	98
5.2.2 Die Methode der Hilfsvariablen (IV)	101
5.2.3 Anwendung der LS-Methodik auf MIMO-Systeme	103
5.2.4 Die Methode der Iterativen Optimierung (IO)	106
5.2.5 Das Bias-Varianz Dilemma	110
5.2.6 Identifikation von LPV-Modellen	114
5.2.7 Vorbereitung der Experimente	117
5.2.8 Modellvalidierung	120
6 Auswahl des lokalen Identifikationsverfahrens	123
6.1 Diskussion der Identifikations- und Validierungsergebnisse	127
6.1.1 Zeitkonstanten und Modellparameter	129
6.1.2 Zwischenfazit	131
7 Experimentelle Identifikation eines thermischen Motormodells	135
7.1 Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit	135
7.2 Wahl der Modellstruktur	138
7.2.1 Das 2-Knoten-Modell	139
7.2.2 Das erweiterte 2-Knoten-Modell	143
7.2.3 Das 3-Knoten-Modell	144
7.3 Verlustmodellierung	150
7.3.1 Polynomiale Approximation der Restverluste	151
7.3.2 Berücksichtigung variierender DC-Spannungen	152
7.4 Parameteridentifikation	157
7.4.1 Festlegung und Durchführung der lokalen Experimente	157
7.4.2 Durchführung der Parameteridentifikation	158
7.4.3 Interpretation der Identifikationsergebnisse	161
7.5 Zeitdiskrete Realisierung	166
8 Validierung des thermischen Modells	169
8.1 Stationäres Lastprofil bei konstanter Vorlauftemperatur	170
8.1.1 Validierung bei 20°C Vorlauftemperatur	171
8.1.2 Validierung bei 65°C Vorlauftemperatur	173
8.2 Stationäres Lastprofil bei variabler Vorlauftemperatur	177

8.3 Einfluss der Umgebungstemperatur	178
8.4 Transientes realitätsnahe Lastprofil	180
8.4.1 Auswirkung inkorrekt Modellinitialisierungen	183
9 Fazit	185
10 Ausblick	189
A Anhang	191
A.1 Aussteuerungsregler: Identifizierte Streckenparameter	191
A.2 Numerische Integration	192
A.2.1 Numerische Stabilität	193
A.2.2 Anwendung auf Zustandsraummodelle	195
A.3 Flussfehler in den Kennfeldern der Arbeitspunktsteuerung	197
A.4 Eigenschaften von Parameterschätzverfahren	200
A.5 Realisierung von Mehrgrößensystemen mittels Zustandsraummatrizen . .	202
A.6 Der Prüfstand am Fachgebiet LEA	203
A.7 Identifizierte Parameter des 2-Knoten Modells	205
A.8 Sonstige Validierungsprofile	205
Literaturverzeichnis	211
Verzeichnis eigener wissenschaftlicher Publikationen und Präsentationen	221

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen

ARW	Anti-Reset-Windup
ASM	Asynchronmotor
BCAT	Back Calculation and Tracking Algorithmus
BIBO	Bounded Input Bounded Output
FOR	Feldorientierte Regelung
IGBT	Isolated Gate Bipolar Transistor
IO	Methode der Iterativen Optimierung
IPMSM	Interior Permanent Magnet Synchronous Motor
IV	Instrumental Variables (Methode der Hilfsvariablen)
LEA	Fachgebiet Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik
LMA	Levenberg-Marquardt Algorithmus
LPTN	Lumped Parameter Thermal Network
LPV	Linear Parameter-Varying
LS	Least-Squares (Methode der kleinsten Quadrate)
LTI	Linear Time-Invariant
ME	Maximum Efficiency
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MISO	Multiple Input Single Output
ML	Maximum Likelihood Methode
MMSE	Minimum Mean Squared Error Estimator
MSE	Mean Squared Error (Mittlerer quadratischer Fehler)
MTPC	Maximum Torque Per Current
MTPF	Maximum Torque Per Flux
MVUE	Minimum Variance Unbiased Estimator
NdFeB	Neodym-Eisen-Bor
NRMSE	Normalized Root Mean Squared Error
PEM	Prediction Error Method
PWM	Pulsweitenmodulation
RCP	Rapid Control Prototyping

RK1	Runge-Kutta-Verfahren erster Ordnung
SISO	Single Input Single Output
SPMSM	Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motor

Formelzeichen

A	Zustandsmatrix
a	Aussteuerungsgrad des Umrichters
a_{max}	Maximal zulässiger Aussteuerungsgrad für sinusförmige Speisung (Nullpunktverschiebung vorausgesetzt)
a_{th}	Kritischer Aussteuerungsgrad (Reinitialisierung Aussteuerungsregler)
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
C_{PM}, C_W, \dots	Thermische Kapazitäten in unterschiedlichen Motorbereichen
d	Dämpfung
e	Gleichungs- bzw. Ausgangsfehler zwischen Modell und System
G_I	Übertragungsfunktion des Aussteuerungsreglers
G_i	Übertragungsfunktion der dem Aussteuerungsregler unterlagerten PT1-Strecke
G_z	DT2-Störübertragungsfunktion des Aussteuerungsregelkreises
H	Hessematrix
I	Einheitsmatrix
$IDENT^A$	Lokaler Trainingsdatensatz (Anregung mit Kupferverlusten)
$IDENT^B$	Lokale Trainingsdatensätze (S1-Aufheizvorgänge)
I_{max}	maximal zulässiger Strombetrag in Raumzeigerkoordinaten
i_k	Kurzschlussstrom des Motors
$J(\underline{\theta})$	Gütfunktion in Abhängigkeit von Parametervektor
K	Drehzahlunabhängiger Anteil der Verstärkung des Aussteuerungsreglers
K_{ARW}	Rückführfaktor der ARW-Maßnahme
K_i	Verstärkung der dem Aussteuerungsregler unterlagerten Strecke
K_R	Verstärkung des Aussteuerungsreglers
$\mathbf{L}_{dq,diff}$	Differentielle Induktivitätsmatrix

$L_{d,q}$	Motorinduktivitäten in d - und q -Richtung
M	Regressions- bzw. Datenmatrix für Parameterschätzung mittels LS-Methode
M	Motordrehmoment
N	Anzahl der Messwerte
n	Motordrehzahl; Störsignal
P_{norm}	Normierungsleistung (Verluste)
$P_{v,B}$	Reibungsverluste in den Lagern
$P_{v,Cu}$	Kupferverluste (gesamt)
$P_{v,Cu,W}$	Kupferverluste in den Wicklungen im Bereich der Nutung
$P_{v,Cu,WK}$	Kupferverluste im Wickelkopf
$P_{v,Fe}$	Eisenverluste in Stator und Rotor
$P_{v,ges}$	Gesamtverluste
$P_{v,rest}$	Restliche Verluste (Gesamtverluste abzüglich Kupferverluste)
p	Polpaarzahl
$\mathbf{Q}(\varepsilon)$	Rotationsmatrix: Rotiert einen Vektor um den Winkel ε
q	Verschiebeoperator
R	Elektrischer Widerstand der Statorwicklungen
$R_{PM-U}, R_{W-WK}, \dots$	Thermische Übergangswiderstände zwischen Temperaturknoten im Motor
t	Zeit
T_a	Zykluszeit eines abtastenden Systems
T_{aus}	Dominierende Zeitkonstante der DT2-Störübertragungsfunktion des Aussteuerungsregelkreises
T_i	Dominierende Zeitkonstante der dem Aussteuerungsregler unterlagerten Strecke
\underline{u}	Eingangsvektor des Systems
u_0	Nullkomponente der Strangspannungen
u_{DC}	Zwischenkreisspannung
u_{max}	Maximal zulässiger Spannungsraumzeiger für sinusförmige Speisung (Nullpunktverschiebung vorausgesetzt)
u_v	Strangspannungen
$u_{v,0}$	Um Nullkomponente korrigierte Strangspannungen
v	Weißes Messrauschen
W	Hilfsmatrix für Parameterschätzung mittels IV-Methode
\underline{x}	Zustandsvektor des Systems

\underline{y}	Ausgangsvektor des Systems
α	Dynamikabstand zwischen (innerem) Strom- und (äußerem) Aussteuerungsregelkreis
β	Empirischer Koeffizient zur Aufteilung der Kupferverluste in Wicklung- und Wickelkopfanteil
Δa	Abweichung zwischen Soll- und Istaussteuerungsgrad
$\Delta \vartheta$	Abweichung zwischen simulierter- und gemessener Temperatur (Schätzfehler); Abweichung zur Referenztemperatur
ε_{el}	Elektrischer Rotorlagewinkel
$\underline{\theta}$	Parametervektor des Systems
φ_{ui}	Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom
φ_u	Phasenlage des Spannungszeigers in dq -Koordinaten
γ_j	Empirische Koeffizienten zur Aufteilung der Verlusteinträge auf die modellierten Temperaturknoten
λ	Levenberg-Marquardt-Parameter; Wärmeleitfähigkeitskoeffizient eines Materials
ϑ_K	Kühlmitteltemperatur (Vorlauf)
ϑ_{PM}	Knotentemperatur im Bereich Permanentmagneten
ϑ_S	Knotentemperatur im Bereich des Stators
ϑ_{SJ}	Knotentemperatur im Bereich des Statorjochs
ϑ_U	Umgebungstemperatur (Prüfstandskabine bzw. Motorraum)
ϑ_W	Knotentemperatur im Bereich der Wicklung (Nutzung)
ϑ_{WK}	Knotentemperatur im Bereich des Wickelkopfes
σ_{DM}	Durchflussmenge des Kühlmittels
τ_{TP}	Zeitkonstante eines PT1-Tiefpassfilters
ω_{el}	Elektrische Drehkreisfrequenz
ω_{mech}	Mechanische Drehkreisfrequenz
ψ	Magnetischer Verkettungsfluss
ψ_e	Durch Modellierungsungenauigkeiten in der Arbeitspunktsteuerung verursachte Flussfehler
ψ_{\max}	Vorgesteuerter maximal zulässiger Fluss
$\psi_{\max,\Delta}$	Korrigierter maximal zulässiger Fluss
ψ_{opt}	Optimaler Fluss bei MTPC Betrieb
ψ_p	Von den Permanentmagneten erzeugter Fluss
ψ_{Δ}^R	Initialisierungswert für Integrator (Aussteuerungsregler)
ψ_{Δ}	Korrekturfluss (Stellgröße Aussteuerungsregler)
ψ_{Δ}^+	Obere Stellgrößenbegrenzung (Aussteuerungsregler)

ψ_{Δ}^- Untere Stellgrößenbegrenzung (Aussteuerungsregler)

Indizes

$\underline{x}_{\alpha\beta}$	Im statorfesten orthogonalen Koordinatensystem formulierte, vektorielle Größe
\underline{x}_{abc}	Im statorfesten Koordinatensystem mit an den Phasen ausgerichteten Einheitsvektoren formulierte, vektorielle Größe
\underline{x}_{dq}	Im rotorfesten Koordinatensystem formulierte, vektorielle Größe
x_d	Zeitdiskrete Größe
x_e	Fehlerbehaftete modellierte Größe
x_{ref}	bekannte Referenzgröße

Konstanten

$\alpha_{Cu} = 3,93 \cdot 10^{-3} K^{-1}$	Linearer Temperaturkoeffizient von Kupfer
$\alpha_{NdFeB} = -0,8 \dots -1,1 \cdot 10^{-3} K^{-1}$	Linearer Temperaturkoeffizient der magn. Flussdichte von Neodym-Eisen-Bor

Notation

\mathbf{x}	Matrix-Größe
$\dot{\underline{x}}$ bzw. $\frac{d\underline{x}}{dt}$	Zeitliche Ableitung einer Größe
\hat{x}	Geschätzte bzw. approximierte Größe
\bar{x}	Mittelwert einer Größe
\tilde{x}	Normierte Größe
\underline{x}	Vektorielle Größe
$x[k]$ bzw. x_k	Zum Zeitpunkt k abgetastete Größe
x^*	Sollgröße
$ x $	Betrag einer vektoriellen Größe
$E\{x\}$	Erwartungswert einer Größe
$\sigma(x)$	Standardabweichung einer Größe
$\nabla f(\underline{x}), \nabla^2 f(\underline{x})$	Gradient bzw. Krümmung einer (mehrdimensionalen) Funktion

1 Einleitung

In modernen Elektro- und Hybridfahrzeugen werden heute überwiegend Drehstrommotoren als Traktionsantriebe eingesetzt. Dabei stimmen die Eigenschaften der permanenterregten Synchronmotoren (PMSM) üblicherweise am weitreichendsten mit den Anforderungsprofilen an elektrische Antriebe in E-Fahrzeugen überein und werden daher gegenüber alternativen Motortypen favorisiert [BBB⁺10]. Zu letzteren gehören im Wesentlichen der Asynchronmotor, der geschaltete Reluktanzmotor sowie der Gleichstrommotor. Im Folgenden soll aufgrund der Relevanz für diese Arbeit lediglich der PMSM thematisiert werden. Detaillierte Gegenüberstellungen der Vor- und Nachteile unterschiedlicher Motortypen hinsichtlich ihrer Anwendung in Traktionsantrieben für Elektrofahrzeuge sind in [FBJ⁺10], [BU11] und [BBB⁺10] zu finden.

Bei hochausgenutzten permanenterregten Synchronmotoren werden überwiegend Magnete aus der Gruppe der Seltenen Erden eingesetzt. Meist bestehen die Legierungen aus Neodym, Eisen und Bor (NdFeB) oder Samarium und Cobalt (SmCo) und kombinieren hohe Remanenzflussdichten mit großen Koerzitivfeldstärken [Leo01]. Durch die Verwendung von Permanentmagneten kann auf die andernfalls für den Aufbau des rotorseitigen Magnetfeldes notwendige Erregerwicklung verzichtet werden. Im Gegensatz zu Asynchronmotoren werden auf diese Art und Weise die durch den Erregerstrom verursachten Kupferverluste im Rotor komplett vermieden, was dazu führt, dass PMSM zumindest im niedrigen und mittleren Drehzahlbereich (Betrieb unterhalb der Spannungsgrenze) mit hohen Wirkungsgraden von über 95% betrieben werden können [Pet15]. Da durch die Vermeidung von rotorseitigen Kupferverlusten gleichzeitig weniger Wärme über die Kühlung abgeführt werden muss, weisen PMSM darüber hinaus hohe volumen- und massenbezogene Leistungsdichten auf [BHM⁺10], [FBJ⁺10]. Diese Eigenschaften sind gerade in Elektrofahrzeugen von großer praktischer Bedeutung, da der Bauraum begrenzt ist und außerdem geringe Fahrzeuggassen angestrebt werden. Als Hauptnachteile von PMSM sind einerseits die vergleichsweise hohen finanziellen Risiken im Zusammenhang mit der schwer vorhersagbaren Preisentwicklung von Seltenerdmagneten im Rahmen der Serienproduktion zu nennen [Sch10]. Darüber hinaus führt der bei hohen Drehzahlen zur Einhaltung der Spannungsgrenze erforderliche zusätzliche flussschwächende Statorstrom zu abnehmenden Wirkungsgraden und birgt in Kombination mit hohen Magnettemperaturen zudem die Gefahr einer irreversiblen Entmagnetisierung. Um letztere zu verhindern, ist wiederum eine zuverlässige Überwachung der Magnettemperatur in Kombination mit einer entsprechenden Strategie zur Leistungsbegrenzung (Derating) des Motors erforderlich. Da sich mit der Permanentmagnettemperatur die Drehmomentcharakteristik der Maschine ändert, können Temperaturinformationen außerdem dazu genutzt werden, um die Drehmomentvorgaben über den gesamten Betriebsbereich präziser umzusetzen [WB13]. Neben den genannten allgemeinen Vor- und Nachteilen von PMSM bezüglich der betrachteten Applika-

tion können sich PMSM auch je nach Art der Ausführung (Rotortyp, Wicklungsschemata, etc.) in ihren Eigenschaften deutlich voneinander unterscheiden:

Rotortyp: Hinsichtlich des verwendeten Rotortyps lassen sich PMSM grob in zwei Gruppen aufteilen: Bei den SPMSM (Surface Permanent Magnet Synchronous Motors) werden die Magnete direkt auf die Rotoroberfläche aufgeklebt und mit einer Bandage fixiert. Bei der Gruppe der IPMSM (Interior Permanent Magnet Synchronous Motors) werden die Magnete dagegen in den Rotor eingelassen. Die beiden Rotortypen sind in Abb. 1.1 für einen Motor mit zwei Polpaaren mit exemplarischen Magnetanordnungen dargestellt. Der wesentliche Unterschied des IPMSM gegenüber dem SPMSM liegt in seiner richtungsabhängigen magnetischen Reluktanz. Da Magnete eine ähnlich große magnetische Permeabilität wie Luft aufweisen, fällt diese in Richtung der am Permanentmagnetfluss ausgerichteten d -Achse höher aus als in Richtung der im magnetischen Sinn senkrecht darauf stehenden q -Achse. Für die Induktivitäten gilt entsprechend $L_d < L_q$. In Folge der magnetischen Anisotropie verfügen IPMSM gegenüber SPMSM über einen zusätzlichen Drehmomentanteil, das sogenannte Reluktanzmoment, wodurch sich in Summe höhere Gesamtdrehmomente realisieren lassen¹ (s. auch Kapitel 2.1.3) [Bia05]. Die höhere Drehmomentausbeute kann wiederum genutzt werden, um den Aufwand an Magnetmaterial und damit die in den Statorwicklungen induzierten Spannungen zu reduzieren. Im Vergleich zu SPMSM ist daher beim Betrieb an der Spannungsgrenze ein geringerer flussschwächender Strom erforderlich, was wiederum zu einem höheren Wirkungsgrad führt [BBB⁺10]. Typischerweise werden Motoren für automobile Anwendungen ganz im Sinne einer möglichst hohen Leistungsausnutzung für ausgeprägte Konstant-Leistungs-Bereiche ausgelegt. Da in dem Fall der Motor über weite (Drehzahl-) Bereiche an der Spannungsgrenze betrieben wird, hat der sich dabei einstellende Wirkungsgrad hohe Bedeutung für den Wirkungsgrad des Motors insgesamt. Neben Drehmoment- und Wirkungsgradvorteilen birgt der IPMSM auch mechanische Vorteile. So sind die im Rotor eingebetteten Magneten im Gegensatz zu den aufgeklebten Magneten bei SPMSM grundsätzlich besser vor den bei hohen Drehzahlen auftretenden Fliehkräften geschützt [Sch10]. Aufgrund der genannten Vorteile wird in Traktionsantrieben für Elektro- und Hybridfahrzeuge bevorzugt die IPMSM Variante eingesetzt [Mey09], wie sie auch in dieser Arbeit Anwendung findet. Dabei sei jedoch angemerkt, dass die konstruktiven Vorteile des IPMSM je nach Ausnutzungsgrad durch einen erhöhten Aufwand bei der Modellierung und Regelung dieses Motortyps erkauft werden müssen [BHM⁺10].

Wicklungsart: Bei PMSM kommen im Wesentlichen zwei Wicklungsarten zum Einsatz, die verteilte und die konzentrierte Wicklung. Letztere ist auch unter dem Begriff Einzelzahnwicklung bekannt. Während bei der verteilten Wicklung die Wicklungen der einzelnen Phasen jeweils mehrere Statorzähne umfassen, umschließt die Einzelzahnwicklung genau einen Zahn. Die verteilte Wicklung hat den Vorteil, dass sich mit ihr ein näherungsweise sinusförmiges Feld erzeugen lässt. Gegenüber der Einzelzahnwicklung können somit die Drehmomentwelligkeit des Motors und ganz im Sinne eines verlustoptima-

¹Durch Optimierung der Magnetanordnung, z.B. durch geschicktes Einbringen von Flussbarrieren (s. Abb. 1.1b) lässt sich die Drehmomentausbeute des Motors weiter erhöhen [ZH07], [FJH⁺08].

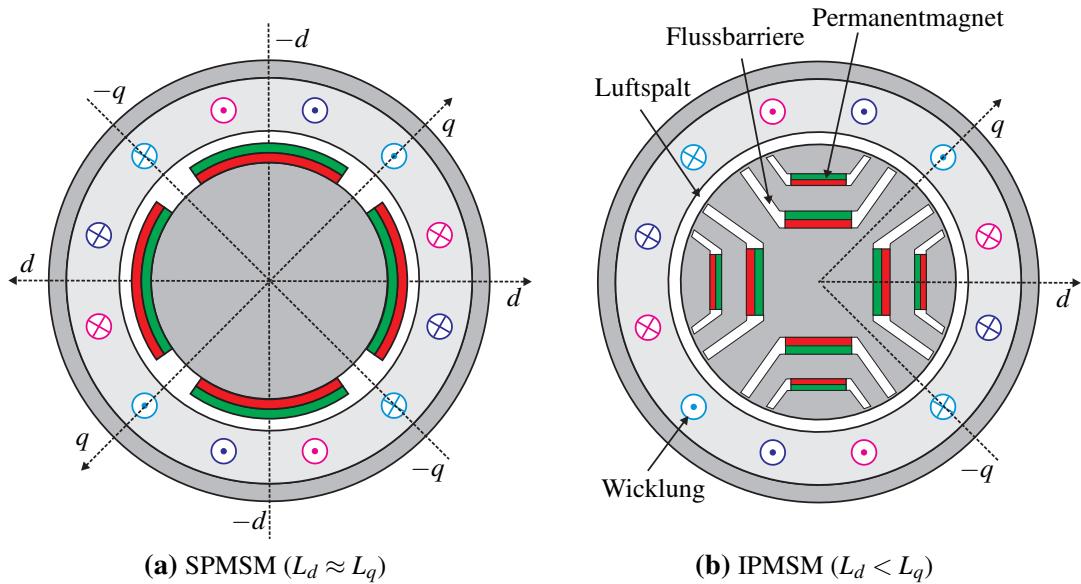


Abbildung 1.1: Radialer Motorquerschnitt: Exemplarische Magnetenordnungen PMSM mit Oberflächenmagneten (SPMSM) und vergrabenen Magneten (IPMSM)

len Betriebs Wirbelstromverluste in den Magneten reduziert werden [YFS09], [LKY⁺10]. Dieser Vorteil muss jedoch erkauft werden. So hat die verteilte Wicklung neben konstruktionstechnischen Nachteilen einen höheren Kupferbedarf, der sich in einem gegenüber der Einzelzahnwicklung größeren Wickelkopf und entsprechend längerem axialen Motorbauraum äußert [BBB⁺10]. Die zusätzlich anfallenden Kupferverluste im Wickelkopf sind dabei nicht nur aus Sicht des Wirkungsgrades als problematisch einzustufen. Aufgrund der üblicherweise schlechten Anbindung des Wickelkopfes an den Kühlmantel steigt die Gefahr der thermischen Beschädigung des Isolationslacks. Eine zuverlässige Überwachung der Wickelkopftemperatur in Kombination mit einer entsprechenden Derating Strategie ist daher unbedingt zu empfehlen [HPB14b]. Welcher Wicklungstyp letztlich verwendet wird, muss in Abhängigkeit vom konkreten Anwendungsfall entschieden werden.

In dieser Arbeit wird für einen IPMSM mit verteiltem Wicklungsschema ein recheneffizientes thermisches Modell zur Überwachung kritischer Temperaturen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten entwickelt. Dadurch soll einerseits thermisch bedingten Lebensdauerverkürzungen des Motors vorgebeugt werden, andererseits können Temperaturinformationen zur präziseren Umsetzung von Drehmomentvorgaben in der Arbeitspunktsteuerung der Antriebsregelung genutzt werden. Im Rahmen der experimentellen Identifikation und Validierung des thermischen Modells, soll der Prüflingsmotor durchgehend bei optimaler Ausnutzung der Zwischenkreisspannung des Umrichters betrieben werden. Durch die hohe Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Zwischenkreisspannung, können Drehmomente im Flussschwärbereich mit kleinerem Phasenstrom gestellt werden. Dadurch kann einerseits die Drehmomentausbeute des Motors erhöht werden, andererseits können die Kupferverluste aufgrund von Flussschwächung reduziert werden. Eine Verringerung der dissipierten elektrischen Leistung im Motor hat neben Wirkungsgradvorteilen außerdem zur Folge, dass weniger Wärme über die Kühlung abgeführt werden muss. Der Entwurf des Spannungs- bzw. Aussteuerungsreglers, der neben einer hohen Spannungs-

ausnutzung auch die Funktionsfähigkeit der unterlagerten Stromregelung sicherstellt, wird ebenfalls in dieser Arbeit thematisiert. Als Erweiterung der bereits bestehenden Motorregelung stellt dieser eine wichtige Grundlage für den Entwurf des thermischen Modells dar.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: Nachdem in Kapitel 2 die Grundlagen der Drehmomentregelung für den in dieser Arbeit untersuchten IPMSM genauer erläutert wurden, wird mit dem Aussteuerungsregler in Kapitel 3 eine darauf aufbauende Maßnahme zur Optimierung der Spannungsausnutzung im Flussschwärbereich vorgestellt und validiert. Im Anschluss daran werden in Kapitel 4 unterschiedliche Ansätze zur modellbasierten Temperaturüberwachung in IPMSM motiviert und gegenübergestellt. In dem Zusammenhang wird insbesondere auf die in dieser Arbeit favorisierte thermische Modellierung mittels konzentrierter Elemente genauer eingegangen. Da die Parametrierung des thermischen Motormodells auf experimentelle Art und Weise erfolgt, werden in Kapitel 5 zunächst die relevanten Grundlagen der System- bzw. Parameteridentifikation vorgestellt. Darauf aufbauend wird in Kapitel 6 anhand einer simulativen Untersuchung die Leistungsfähigkeit unterschiedlicher Identifikationsmethoden miteinander verglichen und eine Auswahl getroffen. In Kapitel 7 wird schließlich für den mit Temperatursensoren ausgestatteten IPMSM und unter Berücksichtigung einer Reihe technisch- und wirtschaftlich motivierter Randbedingungen ein thermisches Modell experimentell identifiziert. Die Validierung des Modells erfolgt in Kapitel 8 auf Basis stationärer und transienter Lastprofile bei variierenden Betriebsbedingungen (Kühlmitteltemperatur, Zwischenkreisspannung, etc.). In Kapitel 9 werden die wichtigsten Aspekte und Ergebnisse abschließend nochmal zusammengefasst und ein kurzer Ausblick auf zukünftige Arbeiten gegeben (Kapitel 10).

2 Grundlagen zur Drehmomentregelung von hochausgenutzten IPMSM

Die Kernaufgabe der Drehmomentregelung in Traktionsantrieben für Elektrofahrzeuge besteht ganz allgemein darin, die vom Fahrer über die Gaspedalposition oder von einer übergeordneten Komfort- bzw. Sicherheitsfunktion (Traktionskontrolle, etc.) bereitgestellte Drehmomentanforderung mit einer ausreichenden Dynamik und Präzision umzusetzen. Da die Reichweite von Elektrofahrzeugen aufgrund physikalischer, elektrochemischer und wirtschaftlicher Randbedingungen im Zusammenhang mit der Traktionsbatterie gegenüber konventionellen benzinbetriebenen Fahrzeugen stark eingeschränkt ist, ist es darüber hinaus umso wichtiger, das geforderte Drehmoment möglichst effizient zu stellen. Je nach Betriebsbereich spielt dabei die optimale Ausnutzung der verfügbaren Batteriespannung eine entscheidende Rolle. Aus diesen allgemein formulierten Anforderungen an die Drehmomentregelung können bei genauerer Betrachtung der Charakteristika des zu regelnden permanenterregten Synchronmotors mit eingebetteten Magneten (IPMSM) weitere konkretere Anforderungen abgeleitet werden. Dabei ist zu beachten, dass die für automobile Traktionsantriebe favorisierten hochausgenutzten IPMSM sich aufgrund der speziellen fahrzeugspezifischen Anforderungen in ihrem Verhalten deutlich von ihren Pendants in Industrieanwendungen unterscheiden und somit auch ganz eigene Herausforderungen an den Entwurf der Drehmomentregelung stellen [BHM⁺10]. So stellt beispielsweise die stark ausgeprägte magnetische Sättigung des Eisens keinen vernachlässigbaren Effekt dar und muss bei der Auslegung der Drehmomentregelung berücksichtigt werden [PB13], [AIO⁺07].

In den folgenden Abschnitten werden die Komponenten und die Funktionsweise der im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Drehmomentregelung vorgestellt. Obwohl der Entwurf der Drehmomentregelung (Aussteuerungsregler ausgenommen) selbst nicht Bestandteil der durchgeföhrten Arbeiten ist und bereits in [Mey09] bzw. [Pet15] behandelt wurde, setzen alle anschließenden Kapitel dennoch ein tiefergehendes Verständnis der Funktionsweise der Drehmomentregelung voraus. So wird in Abschnitt 2.1 zunächst auf die elektrische Modellierung sowie die Drehmomentbildung des zu regelnden IPMSM eingegangen. Anschließend wird in Abschnitt 2.2 der Frequenzumrichter vorgestellt, welcher als leistungselektronisches Stellglied der Drehmomentregelung fungiert. In dem Zusammenhang wird auch beschrieben, inwieweit sich mit der verwendeten Pulswidtemodulation (PWM) die Ausnutzung der verfügbaren Zwischenkreisspannung erhöhen lässt. Abschließend wird schließlich die Funktionsweise der Drehmomentregelung erläutert, wobei durch Aufteilung der Drehmomentregelung in Stromregelung (Abschnitt 2.3) und überlagerte Arbeits-

punktsteuerung (Abschnitt 2.4) der tatsächlichen Regelungsstruktur Rechnung getragen wird.

2.1 Modellierung von Permanentmagnet-Synchronmaschinen

Im folgenden Abschnitt wird zunächst die der elektrischen Modellierung des IPMSM zu grunde liegende Raumzeigerdarstellung erläutert, bevor darauf aufbauend in Abschnitt 2.1.2 und Abschnitt 2.1.3 die relevanten elektrischen und mechanischen Modellgleichungen hergeleitet werden.

2.1.1 Raumzeigerdarstellung

Die Modellierung mittels Raumzeigern findet vorwiegend in der elektrischen Antriebstechnik bei der Regelung von Drehstrommaschinen Anwendung. Ziel ist es durch Ausnutzung gewisser konstruktionsbedingter Maschinensymmetrien eine kompakte, gut handhabbare Beschreibungsmöglichkeit für die elektromagnetischen Verhältnisse in Drehstrommaschinen zu erhalten. Die Raumzeigermodellierung basiert auf der Annahme, dass die betrachteten dreiphasigen elektrischen Größen im Motor, wie der Strombelag oder die magnetische Flussdichte, als sinusförmig entlang des Rotorumfangs verteilt angenommen werden können¹ [KR59]. Auf Raumzeigern basierende Modelle werden daher auch als *Grundwellenmodelle* bezeichnet [Mey09]. Unter Berücksichtigung der Lage der um 120° versetzten Wicklungssachsen a , b und c kann den zugehörigen Stranggrößen $x_a(t)$, $x_b(t)$ und $x_c(t)$ auf Basis des Prinzips der Vektoraddition ein fiktiver komplexer Raumzeiger

$$\underline{x}(t) = \frac{2}{3} \left(x_a(t) \cdot e^{j0} + x_b(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_c(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = |\underline{x}| \cdot e^{j\varepsilon_{el}(t)} \quad (2.1)$$

zugeordnet werden. Dabei stellt $|\underline{x}|$ den Betrag und ε_{el} den Winkel des Raumzeigers in der komplexen Ebene dar. Der Vorfaktor 2/3 stellt sicher, dass die Länge des Raumzeigers im stationären Betrieb mit den Amplituden der Stranggrößen übereinstimmt. Dadurch können durch Projektion des Raumzeigers auf die drei Wicklungssachsen die Momentanwerte der jeweiligen Stranggrößen wieder korrekt (amplitudeninvariant) rekonstruiert werden. Der Raumzeiger gemäß Definition (2.1) lässt sich auch durch seine orthogonalen Komponenten ausdrücken:

$$\underline{x}(t) = x_\alpha(t) + jx_\beta(t) \quad (2.2)$$

Die Beschreibung der Stranggrößen durch einen Raumzeiger entspricht damit der Überführung dreier linear abhängiger Größen aus dem schiefwinkligen abc -Koordinatensystem in ein (kompakteres) orthogonales ständerfestes Koordinatensystem. In Anlehnung an (2.2) wird dieses Koordinatensystem häufig auch einfach als $\alpha\beta$ -Koordinatensystem bezeichnet.

¹Bezüglich der Zeitabhängigkeit der elektrischen Größen besteht dagegen ausdrücklich keine Einschränkung, weshalb auch transiente Vorgänge mit Raumzeigern behandelt werden können.

In Vektorschreibweise kann die Umrechnung der dreiphasigen Größen in $\alpha\beta$ -Koordinaten wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{23} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} ergibt sich durch Koeffizientenvergleich von (2.1) und (2.2) zu

$$\mathbf{T}_{23} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Transformation gemäß (2.3) und (2.4) im Allgemeinen nicht eindeutig ist. Das liegt daran, dass Informationen bezüglich Gleichanteilen in den Stranggrößen im Rahmen der Koordinatentransformation (2.3) verloren gehen. Gleichanteile müssen daher bei Bedarf mit einer zusätzlichen Gleichung, die der sogenannten Nullkomponente entspricht, beschrieben werden. Da bei Drehstrommaschinen der Sternpunkt üblicherweise nicht angeschlossen ist, sind die Leiterströme nullkomponentenfrei. Die in den Strangspannungen potentiell vorhandenen Nullkomponenten wirken sich lediglich dahingehend aus, dass sie das Potential des Sternpunktes gegenüber dem Stromrichterbezugspotential verschieben. Die Transformation (2.3) eliminiert damit lediglich diejenigen Strom- und Spannungskomponenten, die ohnehin keinen Einfluss auf die Maschinendynamik haben². Für den häufig vorliegenden Fall, dass den Stranggrößen keine Nullkomponente überlagert ist, können die dreiphasigen Komponenten über die Rücktransformation

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{32} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

mit

$$\mathbf{T}_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

eindeutig aus den Raumzeigerkomponenten rekonstruiert werden. Neben dem statorfesten $\alpha\beta$ -Koordinatensystem hat es sich für viele Anwendungen, insbesondere im Bereich der elektrischen Antriebsregelung als zweckmäßig erwiesen, zusätzlich ein rotorfestes mitdrehendes Koordinatensystem einzuführen. Hintergrund ist, dass die im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem vorliegenden Ströme, Flüsse und Spannungen Wechselgrößen darstellen, deren Grundschwingungsanteile in Abhängigkeit der Motordrehzahl n und der Polpaarzahl p mit der elektrischen Kreisfrequenz des Rotors

$$\omega_{\text{el}} = \frac{2\pi \cdot n \cdot p}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}. \quad (2.7)$$

²Der Vollständigkeit halber soll hier angemerkt werden, dass schwankende Sternpunktpotentiale über parasitäre Kapazitäten, beispielsweise zwischen den Wicklungen und dem Motorgehäuse, Verschiebungsströme verursachen, die in Realität sehr wohl Einfluss auf das elektrische Verhalten der Maschine nehmen können. Bei der elektrischen Modellierung von Drehstrommaschinen mittels Raumzeiger werden solche Effekte jedoch üblicherweise vernachlässigt [Pet15], [Böc09].

oszillieren. Für die Regelung von Wechselgrößen sind klassische Regelungsverfahren jedoch nur sehr eingeschränkt anwendbar und müssen in aller Regel aufwendig erweitert werden [Nuß10]. Durch Transformation der statorfesten Größen in ein sich mitdrehendes rotorfestes Koordinatensystem ändert sich die Perspektive auf das elektrische System des IPMSM, wodurch ein Übergang von Wechsel- zu Gleichgrößen ermöglicht wird. Für die Regelung von Gleichgrößen können klassische Regelungsverfahren eingesetzt werden, wie sie beispielsweise von der Stromregelung des Gleichstrommotors bekannt sind. Das rotorfeste Koordinatensystem wird üblicherweise als dq -Koordinatensystem bezeichnet. Die Längs- bzw. d -Achse (direct axis) ist dabei am Magnetisierungsfluss ψ_p ausgerichtet, die Quer- bzw. q -Achse (quadrature axis) steht senkrecht dazu. Die Umrechnung der statorfesten $\alpha\beta$ -Größen in die rotorfesten dq -Größen und umgekehrt erfolgt auf Basis einer vom elektrischen Rotorwinkel ε_{el} abhängigen Transformationsmatrix

$$\mathbf{Q}(\varepsilon_{el}) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_{el}) & -\sin(\varepsilon_{el}) \\ \sin(\varepsilon_{el}) & \cos(\varepsilon_{el}) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

entsprechend den Abbildungsvorschriften

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \mathbf{Q}(\varepsilon_{el}) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (2.9a)$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{Q}(-\varepsilon_{el}) \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}. \quad (2.9b)$$

Die Transformationsmatrix $\mathbf{Q}(\varepsilon_{el})$ entspricht einer Drehung im mathematisch positiven Sinn, $\mathbf{Q}(-\varepsilon_{el})$ einer Drehung im mathematisch negativen Sinn. Die Verwendung des elektrischen Rotorwinkels ε_{el} impliziert eine Drehung des dq -Koordinatensystems mit der für die Grundschatzungsanteile der Stranggrößen charakteristischen Kreisfrequenz ω_{el} . Dementsprechend bezieht sich der oben erwähnte Übergang von Wechsel- zu Gleichgrößen auch ausschließlich auf die Grundschatzungsanteile von Strömen, Flüssen und Spannungen, nicht jedoch auf potentielle Oberschwingungen. Der Zusammenhang der $\alpha\beta$ - und dq -Raumzeigerkomponenten sei abschließend nochmal in Abb. 2.1 veranschaulicht.

2.1.2 Spannungsgleichungen

Basierend auf der im vorangegangenen Kapitel eingeführten Raumzeigerdarstellung, können nun die dreiphasigen Spannungsgleichungen einer beliebigen Drehfeldmaschine

$$\begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a(t) \\ \psi_b(t) \\ \psi_c(t) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

zunächst in $\alpha\beta$ -Koordinaten

$$\begin{bmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_\alpha(t) \\ \psi_\beta(t) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

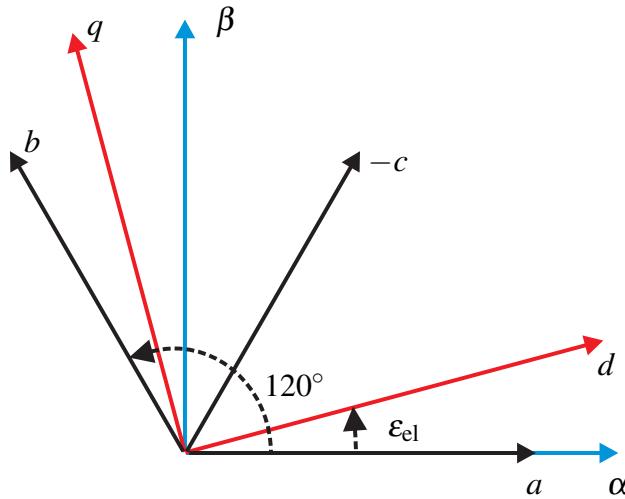


Abbildung 2.1: Darstellung der statorfesten und rotorfesten Koordinatensysteme

und schließlich in die für die Stromregelung vorteilhaften rotorfesten dq -Koordinaten

$$\begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d(t) \\ \psi_q(t) \end{bmatrix} + \omega_{\text{el}} \begin{bmatrix} -\psi_q(t) \\ \psi_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

überführt werden. Für die genauen Herleitungen sei auf [Böc09] verwiesen. Der hintere Term in (2.12) beschreibt die rotatorisch induzierte Spannung in den Statorwicklungen, welche eine Verkopplung der Spannungsgleichungen in d - und q -Richtung verursacht. Bezuglich der Stromregelung wird die Verkopplung als Störgröße betrachtet, welche durch eine geeignete Vorsteuerung am Reglerausgang kompensiert werden kann. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Spannungsgleichungen (2.10) bis (2.12) sehr allgemeiner Natur sind. Nimmt man beispielsweise an, dass die verketteten Flüsse gemäß

$$\begin{bmatrix} \psi_d(t) \\ \psi_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_d(i_d(t), i_q(t)) \\ \psi_q(i_d(t), i_q(t)) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

von den Stromkomponenten abhängen, lassen sich Eisen-Sättigungseffekte modellieren³. Diese spielen insbesondere bei hochausgenutzten Motoren, wie sie üblicherweise in der Automobilindustrie und im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden, eine große Rolle und können daher im Allgemeinen nicht vernachlässigt werden [PB13], [Pet15], [SSD⁺03]. Berechnet man unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten die zeitliche Ableitung der verketteten Flüsse in (2.12) mit Hilfe der Kettenregel, so lassen sich die Flüsse als Produkt aus zeitlicher Ableitung des Stromes und differentieller Induktivitäten $\mathbf{L}_{dq,\text{diff}}$ darstellen [Mey09]. Letztere ergeben sich aus den partiellen Ableitungen der Flüsse nach den Strö-

³Für den Fall, dass Flussharmonische, wie sie beispielsweise aus der Motorgeometrie resultieren, ebenfalls berücksichtigt werden sollen, kann für die verketteten Flüsse eine Abhängigkeit vom Rotorwinkel angenommen werden. Im Rahmen dieser Arbeit seien winkelabhängige Flussverkettungen jedoch vernachlässigt.

men i_d und i_q in Gestalt einer Jacobi-Matrix:

$$\mathbf{L}_{dq,\text{diff}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d(i_d, i_q)}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_d(i_d, i_q)}{\partial i_q} \\ \frac{\partial \psi_q(i_d, i_q)}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_q(i_d, i_q)}{\partial i_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{dd}(i_d, i_q) & L_{dq}(i_d, i_q) \\ L_{qd}(i_d, i_q) & L_{qq}(i_d, i_q) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Unter Einbeziehung der differentiellen Induktivitäten können die Spannungsgleichungen (2.12) nun wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{dq,\text{diff}}(i_d, i_q) \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_{\text{el}} \begin{bmatrix} -\psi_q \\ \psi_d \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Die Hauptdiagonalelemente der Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{dq,\text{diff}}$ werden als differentielle Selbstinduktivitäten bezeichnet und beschreiben zusammen mit dem Widerstand die arbeitspunktabhängige Dynamik der beiden Stromkomponenten. Die Nebendiagonalelemente beschreiben die Kopplung der Spannungsgleichungen durch Kreuzsättigungseffekte und werden auch als dynamische Kreuzkopplungsinduktivitäten bezeichnet. Im Gegensatz zur induzierten Spannung kann die dynamische Kreuzkopplung nicht einfach vorgesteuert werden, weshalb sie beim Entwurf der Stromregelung meistens vernachlässigt bzw. als Störgröße angenommen wird. Dieser Vereinfachung liegt die Annahme zu Grunde, dass die Kreuzkopplungsinduktivitäten in der Regel deutlich kleinere Werte als die Selbstinduktivitäten annehmen und somit ihr Einfluss auf das Betriebsverhalten der Stromregelung ohnehin begrenzt ist [Pet15]. Für den Fall, dass Sättigungseffekte komplett vernachlässigt werden, können den differentiellen Selbstinduktivitäten konstante Werte zugewiesen werden. Gl. (2.14) entspricht dann dem vereinfachten Ausdruck

$$\mathbf{L}_{dq,\text{diff}} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Der verkettete Fluss kann nun entsprechend (2.17) eindeutig in einen Permanentmagnetfluss- und einen Ankerrückwirkungsanteil aufgeteilt werden, eine Maßnahme die im Falle von Sättigung stets einer gewissen Willkür unterliegt und daher üblicherweise vermieden wird.

$$\psi_d = L_d i_d + \psi_p \quad (2.17a)$$

$$\psi_q = L_q i_q \quad (2.17b)$$

Die vereinfachten Spannungsgleichungen ergeben sich schließlich wie folgt:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_{\text{el}} \begin{bmatrix} -L_q i_q \\ L_d i_d + \psi_p \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Da der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Motor mit ausgeprägten Sättigungseffekten als gegeben vorausgesetzt sei, bildet das Modell (2.15) die elektromagnetischen Verhältnisse im Motor genauer ab als das Modell (2.18). Da die in Modell (2.15) beschriebene sättigungsbedingte nichtlineare Stromdynamik den Entwurf der Stromregelung jedoch erheblich verkompliziert, kann es vorteilhaft sein, von einer linearen Stromdynamik ent-

sprechend (2.18) auszugehen. Dagegen kann der Einfluss von Sättigungs- und Kreuzsättigungseffekten auf die induzierten Spannungen mit Hilfe von Flusskennfeldern (2.13) bequem beschrieben werden. Daher ist an dieser Stelle eine weitere Modellvereinfachung nicht notwendig. Der Entwurf der Stromregelung wird in Abschnitt 2.3 behandelt.

2.1.3 Drehmomentbildung

Die Drehmomentbildung basiert bei IPMSM typischerweise auf zwei physikalischen Prinzipien. So geht die Drehmomentbildung bei IPMSM einerseits auf die durch die Wechselwirkung von Verkettungsfluss und Statorstrom resultierende Lorentzkraft zurück. Anderseits wird durch magnetische Anisotropien ein zusätzlicher Drehmomentanteil aufgrund von Anziehungskräften generiert. Ganz allgemein kann das Gesamtdrehmoment über die Leistungsbilanz des Motors ermittelt werden [Böc09] und entspricht im Wesentlichen dem Kreuzprodukt aus Strom- und Flussvektor

$$M = \frac{3}{2} p (\underline{\psi} \times \underline{i}). \quad (2.19)$$

Gleichung (2.19) gilt unabhängig davon, welches Koordinatensystem verwendet wird und ob Sättigungseffekte zu berücksichtigen sind oder nicht. Für den Fall, dass letztere vernachlässigt werden können, folgt durch Einsetzen von (2.17a) und (2.17b) in (2.19) die Drehmomentgleichung im rotorfesten Koordinatensystem,

$$M = \frac{3}{2} p (\psi_p i_q + (L_d - L_q) i_d i_q). \quad (2.20)$$

Der erste Term beschreibt das der Lorentzkraft entsprechende Hauptdrehmoment, der zweite Term wird als Reluktanz- oder auch Reaktionsmoment bezeichnet. Da bei IPMSM aufgrund der varrierenden Reluktanz entlang des Rotorumfangs ($L_d < L_q$) beide Stromkomponenten zur Drehmomentbildung beitragen, ist im Gegensatz zu SPMSM ($L_d = L_q$) keine klare Unterscheidung zwischen fluss- und drehmomentbildender Stromkomponente möglich. Für den Fall, dass Sättigungseffekte nicht vernachlässigt werden können, verkomplizieren sich die Zusammenhänge in (2.20), sodass selbst zwischen Haupt- und Reluktanzdrehmoment nicht mehr eindeutig unterschieden werden kann. Da eine exakte Modellierung des Drehmoments unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten weder im Fokus dieser Arbeit steht, noch zum Verständnis der folgenden Kapitel beiträgt, soll an dieser Stelle von einer weiteren Vertiefung abgesehen werden. Es sei stattdessen auf [Pet15] und [BHM⁺10] verwiesen.

2.2 Umrichter

Für das Stellen variabler Drehmomente und Drehzahlen bei Drehstromantrieben sind leistungselektronische Stellglieder erforderlich, welche ein in der Frequenz und Amplitude steuerbares dreiphasiges Wechselspannungssystem bereitstellen können. Zu diesem

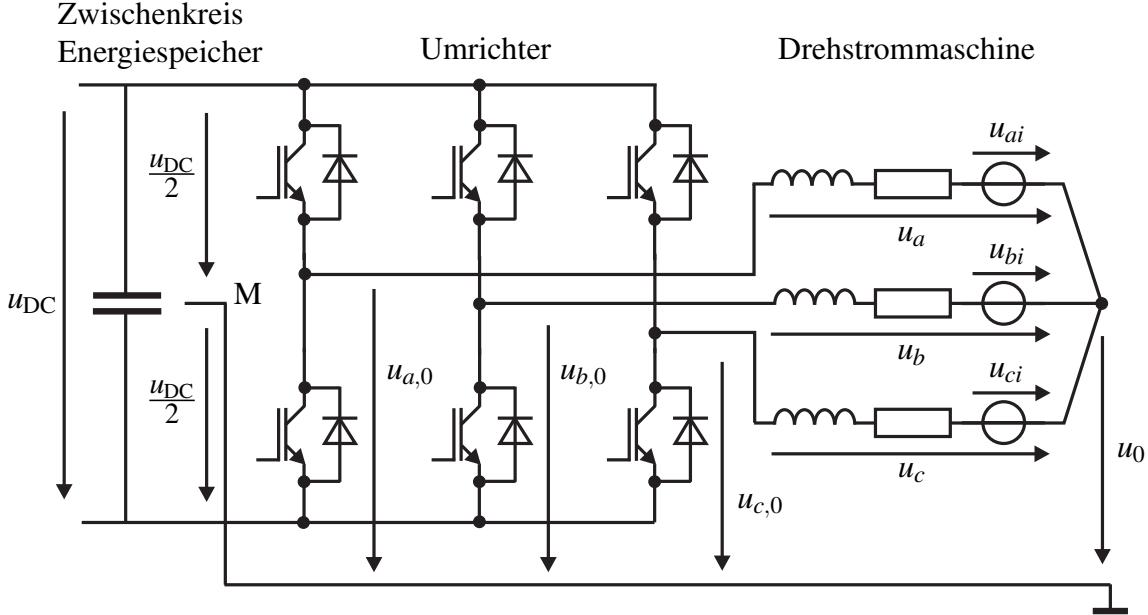


Abbildung 2.2: Prinzipschaltbild eines Wechselrichters in B6-Vollbrückenschaltung mit angegeschlossenem Elektromotor (ohmsch-induktive Last, Gegenspannung)

Zweck werden selbstgeführte Strom- bzw. Wechselrichter mit ein- und wiederausschaltbaren Leistungshalbleiterbauelementen verwendet. Diese weisen aufgrund ihrer schaltenden Arbeitsweise geringe Umwandlungsverluste mit Wirkungsgraden oberhalb von 97% auf [BBB⁺10]. Für Traktionsanwendungen im Automobilbereich kommen fast ausschließlich indirekte Umrichtertopologien mit Gleichspannungszwischenkreis zum Einsatz [Rie06]. Dabei wird durch geeignete Ansteuerung der aktiven Leistungshalbleiterbauelemente des Umrichters die zur Verfügung gestellte Gleichspannung in drei gepulste Wechselspannungen mit der gewünschten Frequenz und Amplitude umgewandelt. Die Gleichspannung kann je nach Anwendung entweder durch Gleichrichtung des Drehspannungsnetzes (Spannungszwischenkreis) oder durch einen Energiespeicher (Batterie, Kondensator, etc.) bereitgestellt werden. Das Prinzipschaltbild der häufig verwendeten B6-Schaltung ist in Abb. 2.2 dargestellt. Die B6-Schaltung besteht im Wesentlichen aus drei Halbbrücken, deren jeweilige aktive Leistungshalbleiterbauelemente - für den beschriebenen Anwendungsbereich werden vorzugsweise IGBT (Isolated Gate Bipolar Transistor) eingesetzt [Böc09] - komplementär geschaltet werden. An den zugehörigen Anschlusspunkten der Maschine kann somit entweder die positive oder negative Zwischenkreisspannung anliegen. Bezogen auf das fiktive Mittelpotential M des Umrichters, ergeben sich die Ausgangsspannungen wie folgt:

$$u_{v,0} = u_v - u_0 = \pm \frac{u_{DC}}{2}, \quad v \in \{a, b, c\}. \quad (2.21)$$

Insgesamt lassen sich mit dem Umrichter $2^3 = 8$ Schaltzustände darstellen, welche mittels der Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} auf acht elementare Spannungsraumzeiger im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem abgebildet werden. Die beiden Zustände, bei denen alle Klemmen der Maschine entweder mit dem positiven oder negativen Pol des Zwischenkreises verbunden sind, stellen die Nullspannungszeiger $u_{7,8} = 0$ dar. Die übrigen sechs Zustände liefern betragsgleiche Raumzeiger $u_1 \dots u_6$, die das in Abb. 2.3 dargestellte Hexagon aufspannen.

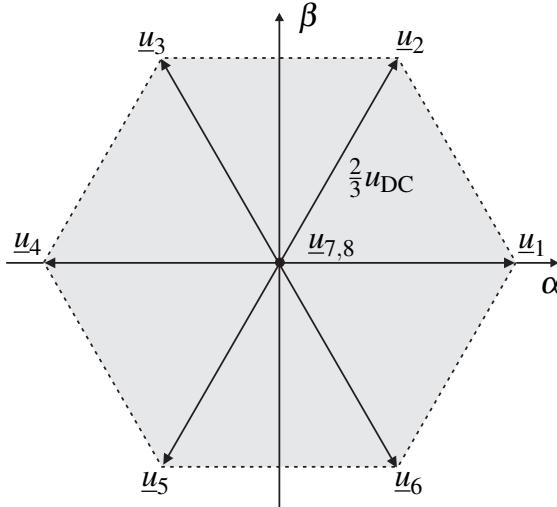


Abbildung 2.3: Stellbare Spannungsraumzeiger des Umrichters

Die Sternpunktspannung u_0 beschreibt das Gleichtaktverhalten der Ausgangsspannungen des Umrichters und stellt die Nullkomponente dar. Sie wird im Rahmen der Koordinatentransformation (2.3) eliminiert und hat keinen Einfluss auf die Berechnung des Spannungsraumzeigers. Im Gegensatz zur *Blocksteuerung*, bei der lediglich die Frequenz des erzeugten Drehspannungssystems durch aufeinanderfolgendes Schalten der Spannungszeiger $u_1 \dots u_6$ vorgegeben wird, kann mittels geeigneter Modulationsverfahren (Pulsweitenmodulation, Vektormodulation) auch die Amplitude der Ausgangs- bzw. Strangspannungen frei eingestellt werden. Somit lassen sich (im zeitlichen Mittel) beliebige Spannungen innerhalb des Hexagons in Abb. 2.3 realisieren. Im Hinblick auf die sich einstellenden Motorströme wirkt das ohmsch-induktive Verhalten der Drehstrommaschine auf die pulsierenden Strangspannungen wie ein Tiefpassfilter, wodurch ungewünschte Strom- bzw. Drehmomenttrippe gedämpft werden. Im motorischen Betrieb ist der Leistungsfluss von der Gleichspannungsseite zur Drehstromseite gerichtet, wobei die aktiven Leistungsbaulemente überwiegend den Strom führen. Im generatorischen Betrieb (Bremsen) kehrt sich die Richtung des Leistungsflusses um, und die antiparallelen Dioden führen überwiegend den Strom.

2.2.1 Pulsweitenmodulation

Die Ansteuerung des Umrichters erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe des PWM-Verfahrens der Dreieckmodulation, wobei der Modulationsträger mit der zeitdiskreten Vorgabe der gewünschten Strangspannungen synchronisiert wird (*Regular Sampling*) [Böc09], [Hol94], [Pet15]. Im Gegensatz zur Raumzeigermodulation ist bei der Dreiecksmodulation zu beachten, dass die Strangspannungen komplett unabhängig voneinander moduliert werden. Das hat zur Folge, dass eine direkte Anwendung der Dreiecksmodulation auf die sinusförmigen dreiphasigen Sollspannungsverläufe aus der Stromregelung zu einer suboptimalen Ausnutzung des Umrichters bzw. der zur Verfügung stehenden Zwischenkreisspannung führt. Dieser Sachverhalt lässt sich anhand des in Abb. 2.4a dargestellten

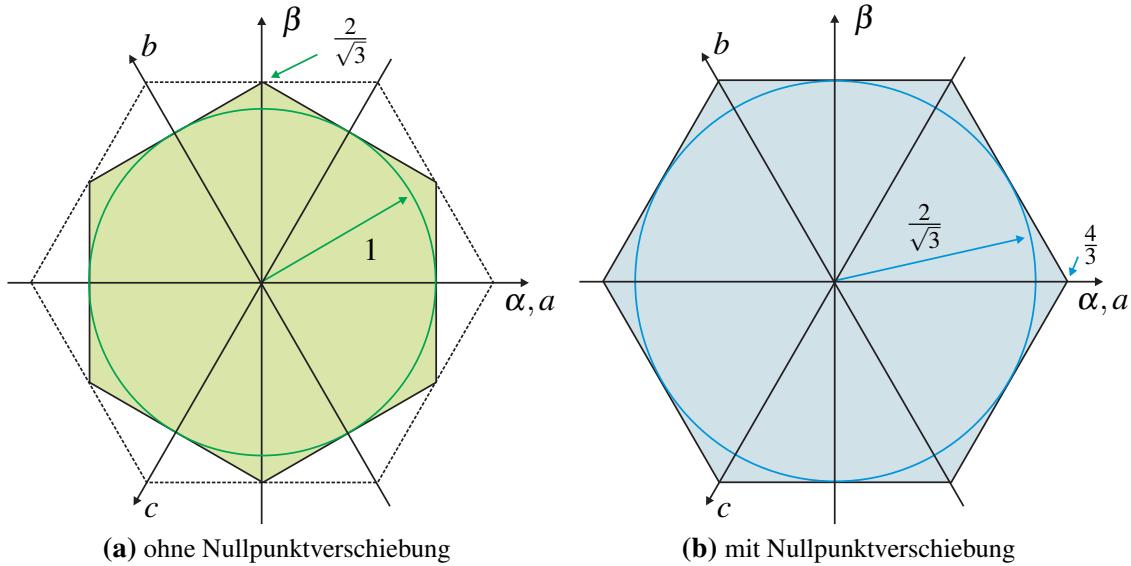


Abbildung 2.4: Realisierbare Aussteuerungsgrade ohne (links) und mit (rechts) Nullpunktverschiebung, die eingezeichneten Kreise stellen die jeweiligen Aussteuerungsgrenzen für sinusförmige Speisung dar.

reduzierten Aussteuerungsbereiches (grünes Hexagon⁴) veranschaulichen. Der Aussteuerungsgrad sei als Betrag des normierten Raumzeigers definiert:

$$a = \frac{\left| u_{\alpha\beta} \right|}{\frac{u_{DC}}{2}}. \quad (2.22)$$

Da gemäß der Definition des Raumzeigers in (2.1) dessen Länge im stationären Betrieb mit den Amplituden der sinusförmigen Stranggrößen übereinstimmt, ist gemäß Abb. 2.4a eine sinusförmige Speisung der Maschine nur dann möglich, wenn die Amplituden der Strangspannungen $\frac{u_{DC}}{2}$ betragsmäßig nicht überschreiten. Der maximal zulässige Aussteuerungsgrad (2.22) entspricht dann exakt dem Wert eins.

Um die Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Zwischenkreisspannung zu erhöhen, kann man sich zu Nutze machen, dass der Raumzeiger keine Informationen über potentielle Nullkomponenten enthält. Die sinusförmigen Strangspannungen u_a, u_b und u_c können daher durch Addition bzw. Subtraktion einer Nullkomponente im Gleichtakt verzerrt werden, ohne dass sich dadurch der Spannungsraumzeiger $u_{\alpha\beta}$ ändert. Die Idee ist es nun, die Maximalwerte der ursprünglichen (sinusförmigen) Strangspannungen mittels einer solchen *Nullpunktverschiebung* zu reduzieren. Die größtmögliche Reduktion wird genau dann erreicht, wenn zu jedem Zeitpunkt der Betrag der größten und kleinsten Strangspannung gleich groß ist, was einer Zentrierung des Mittelwert dieser beiden Spannungen entspricht. Der Mittelwert lässt sich mathematisch durch

$$u_0(t) = \frac{1}{2} (\max \{u_a(t), u_b(t), u_c(t)\} + \min \{u_a(t), u_b(t), u_c(t)\}) \quad (2.23)$$

⁴Das begrenzende grüne Hexagon ergibt sich aus der Schnittmenge der maximal zulässigen Strangspannungsamplituden. Für Details sei auf [Böc09] verwiesen.

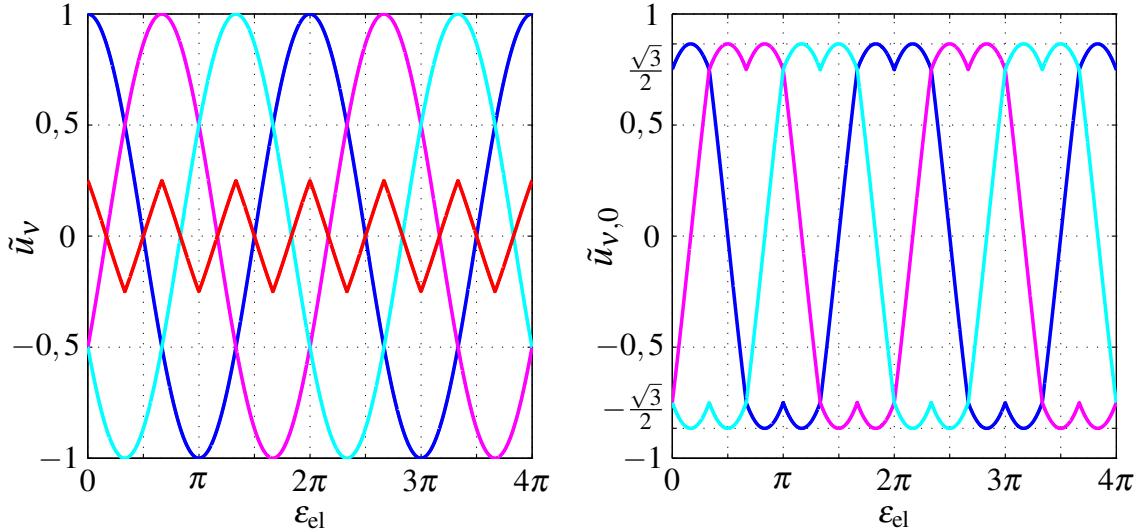


Abbildung 2.5: Links: Verlauf der ursprünglichen auf $\frac{u_{DC}}{2}$ normierten Strangsspannungen sowie der Nullkomponente (rot); Rechts: Verlauf der nullpunktverschobenen Strangsspannungen

ausdrücken und wird schließlich von den ursprünglichen Strangspannungen abgezogen:

$$u_{v,0}(t) = u_v(t) - u_0(t), \quad v \in \{a, b, c\}. \quad (2.24)$$

Die modifizierten Strangspannungen $u_{v,0}(t)$ enthalten dann den negierten Mittelwert $u_0(t)$ als Nullkomponente⁵. Die ursprünglichen und nullpunktverschobenen Verläufe der Strangspannungen sind in Abb. 2.5 dargestellt. Es fällt auf, dass durch Nullpunktverschiebung entsprechend (2.23) und (2.24) die Maximalwerte der ursprünglichen Strangspannungen um den Faktor $\frac{2}{\sqrt{3}}$ reduziert werden können. Die Strangspannungen verlieren dadurch zwar ihre gewohnte Sinusform, der Verlauf des Raumzeigers bleibt davon jedoch unbeeinflusst. Der eingesparte Bereich kann nun genutzt werden, um die Grundschatzung amplitude der Strangspannungen und damit die Amplitude des Raumzeigers zu erhöhen, ohne dabei den Bereich der sinusförmigen Speisung der Maschine zu verlassen. Dadurch lässt sich bei hohen Drehzahlen und Einsatz einer verlustoptimierten Arbeitspunktsteuerung gemäß Abschnitt 2.4 neben der Leistungsausbeute [AIO⁺07] meist auch der Wirkungsgrad des Motors erhöhen [BHM⁺10]. Die Auswirkung der Nullpunktverschiebung auf den realisierbaren Aussteuerungsbereich des Umrichters ist in Abb. 2.4b nochmal veranschaulicht. Der realisierbare Aussteuerungsbereich entspricht nun der gesamten stellbaren Spannungsebene des Umrichters. Gleichzeitig erhöht sich der für sinusförmige Speisung maximal zulässige Aussteuerungsgrad um etwa 15% auf $a_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15$. Im Folgenden sei davon ausgegangen, dass die eingesetzte Dreieckmodulation ausschließlich auf nullpunktverschobene Stranggrößen entsprechend (2.23) angewendet wird.

⁵Grundsätzlich ist es möglich, den Strangspannungen unterschiedlichste Nullkomponenten zu überlagern. Auf diese Art und Weise kann das PWM Verfahren hinsichtlich unterschiedlicher Kriterien (Ausnutzung der Zwischenkreisspannung, Schaltverluste, Strom- bzw. Drehmomenttrippe) optimiert werden [Hol94], [HL03]. Bei der in dieser Arbeit verwendeten Nullpunktverschiebung entsprechend (2.23) steht eine möglichst hohe Ausnutzung der Zwischenkreisspannung im Vordergrund.

2.2.2 Übermodulation

Im vorangegangenen Unterkapitel wurde beschrieben, wie mittels Nullpunktverschiebung der realisierbare Aussteuerungsbereich vergrößert werden kann. Dabei wurde stets von sinusförmiger Speisung des Motors ausgegangen, d.h. die sich aus den 3-phasigen Sollspannungsverläufen ergebenden Raumzeiger können unabhängig vom Rotorwinkel eingestellt werden. Dies ist jedoch nur dann gegeben, wenn sich die Spitze des Raumzeigers auf einer Kreisbahn bewegt, welche komplett innerhalb des Hexagons verläuft. Der maximal zulässige Aussteuerungsgrad darf in dem Fall $a_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ nicht überschreiten. Ein solcher Fall ist in Abb. 2.6 dargestellt. Der normierte Sollspannungszeiger in dq -Koordinaten ent-

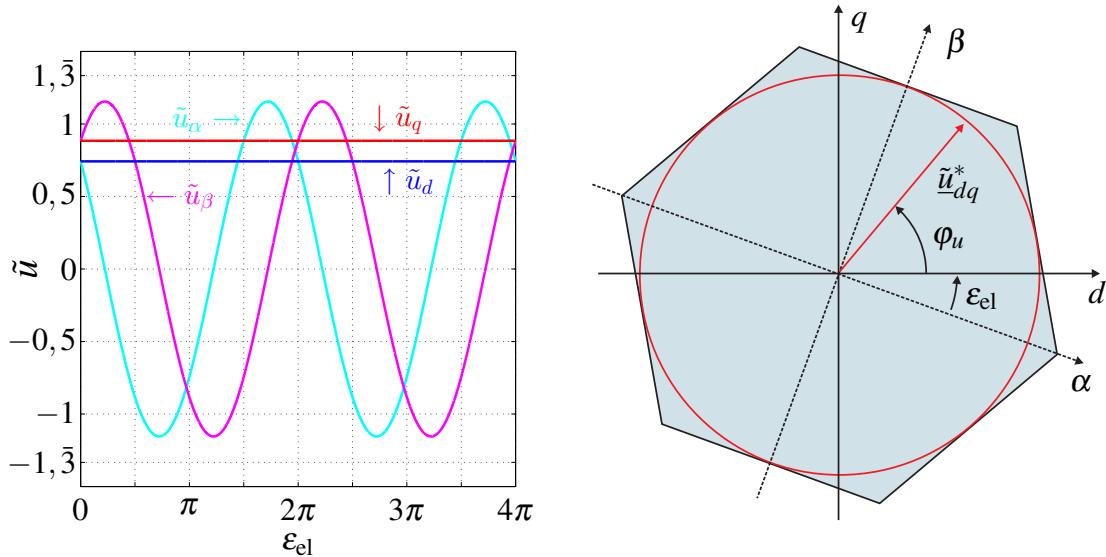


Abbildung 2.6: Sinusförmige Speisung: Keine Begrenzung des geforderten normierten Raumzeiger \tilde{u}_{dq}^* auf das Hexagon notwendig, die normierten Spannungsverläufe in $\alpha\beta$ - und dq -Koordinaten bleiben unverzerrt.

spricht exakt dem für sinusförmige Speisung gerade noch zulässigen Aussteuerungsgrad a_{max} . Da keine vom Rotorwinkel abhängige Begrenzung auf das Hexagon erfolgt, bleiben die sich bei Drehung des Motors ergebenden Raumzeigerkomponenten in statorfesten $\alpha\beta$ - und rotorfesten dq -Koordinaten entsprechend unverzerrt.

Anders dagegen, wenn Spannungszeiger mit Aussteuerungsgraden $a > a_{max}$ von der Stromregelung gefordert werden. Abhängig vom aktuellem Rotorwinkel liegen solche Spannungszeiger außerhalb des realisierbaren Aussteuerungsbereiches und müssen auf den Umfang des Hexagons begrenzt werden. Man spricht in diesem Fall von Übermodulation, wobei je nach Grad der Übermodulation der Aussteuerungsgrad Werte im Bereich $\frac{2}{\sqrt{3}} < a \leq \frac{4}{3}$ (s. Abb. 2.4b) annehmen kann. Die eingangs erwähnte Blocksteuerung entspricht dem Betrieb bei maximaler Übermodulation, wobei Spannungszeiger ausschließlich in den Ecken des Hexagons gestellt werden. In Abb. 2.7 sind exemplarisch für den Fall einer Übermodulation die Verläufe der Raumzeigerkomponenten dargestellt. Durch Begrenzung des Sollspannungszeigers auf das Hexagon werden die Spannungskomponenten verzerrt. Je nachdem wie die Begrenzung implementiert ist, wird dabei neben der Ampli-

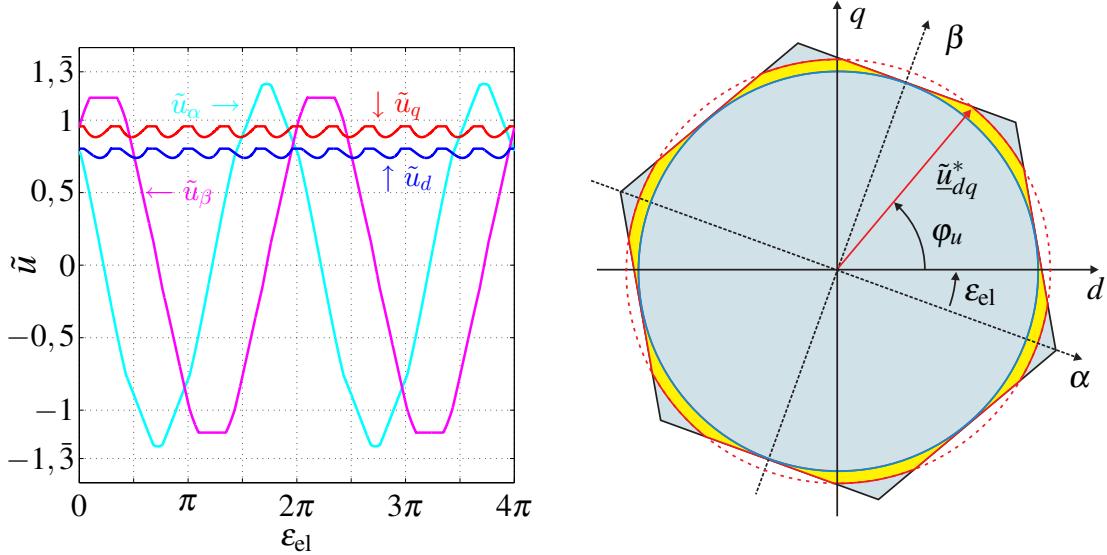


Abbildung 2.7: Übermodulation: Vom Rotorwinkel abhängige Begrenzung des geforderten normierten Raumzeigers \tilde{u}_{dq}^* auf das Hexagon, die normierten Spannungsverläufe in $\alpha\beta$ - und dq - Koordinaten werden verzerrt.

tude auch die Phasenlage φ_u des Zeigers verändert. In dieser Arbeit wird die Begrenzung aufgrund des geringen numerischen Aufwands im dreiphasigen Koordinatensystem nach dem Ansatz von [Mey09] durchgeführt. Dabei werden die Stränge unabhängig voneinander auf $\frac{U_{DC}}{2}$ begrenzt, was geometrisch als rechtwinklige (und damit i.A. nicht winkeltreue) Projektion des Sollspannungszeigers auf die Umrandung des Hexagons interpretiert werden kann. Ein stationär genaues Einregeln der gewünschten Motorströme ist im Falle von Übermodulation selbst bei einer ansonsten sinnvoll ausgelegten Stromregelung nicht mehr möglich. Dieser Umstand führt im schlimmsten Fall dazu, dass die maximal zulässigen Motorströme überschritten werden und die Regelung in den Fehlermodus übergeht (vgl. auch Abschnitt 3.3.5). Im Rahmen dieser Arbeit soll Übermodulation daher lediglich kurzzeitig beim transienten Einregeln von Strömen gestattet werden. Durch das Anfahren der Ecken des Hexagons kann in dem Zusammenhang die Dynamik der Stromregelung erhöht werden.

2.3 Feldorientierte Stromregelung

Auf Basis der vorangegangenen Abschnitte zur Motormodellierung sowie zum Aufbau und zur Arbeitsweise des Umrichters soll nun das Prinzip der feldorientierten Stromregelung erläutert werden. Die *feldorientierte Regelung (FOR)* von Drehstrommaschinen wurde bereits in den 1970er Jahren vorgestellt [Bla72] und basiert im Wesentlichen darauf, die Motorströme im mitdrehenden dq -Koordinatensystem zu regeln. Da durch Transformation vom statorfesten in das rotorfeste Koordinatensystem die Grundschwingungsanteile der elektrischen Wechselgrößen in Gleichgrößen übergehen, vereinfacht sich die Auslegung der Stromregelung erheblich. Eine ausführliche Beschreibung zur Auslegung der

feldorientierten Stromregelung für den dieser Arbeit zugrunde liegenden IPMSM wurde in [PHB11] und [Pet15] behandelt. Im Folgenden sollen daher lediglich einige wesentliche Aspekte nochmal kurz zusammengefasst werden. Grundlage der Stromregelung sind die in Abschnitt 2.1.2 eingeführten Spannungsgleichungen in rotorfesten Koordinaten. Dabei wird der Einfachheit halber von einer linearen Stromdynamik entsprechend (2.18) ausgegangen, d.h. der Einfluss von Sättigungs- und Kreuzsättigungseffekten auf die Dynamik der Stromkomponenten wird lediglich im Sinne einer robusten Reglerauslegung berücksichtigt. Der Einfluss von Sättigung auf die induzierten Spannungen wird dagegen durch den Einsatz von Kennfeldern explizit erfasst, wodurch sich das folgende Modell ergibt:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_{\text{el}} \begin{bmatrix} -\psi_q(i_d, i_q) \\ \psi_d(i_d, i_q) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Die Aufgabe der Stromregelung besteht darin, durch Anpassung der Spannungskomponenten u_d, u_q die gewünschten Sollströme i_d^*, i_q^* möglichst dynamisch einzustellen. Die Auswahl der Sollströme ist nicht Bestandteil der Stromregelung aber einer überlagerten Arbeitspunktsteuerung, deren Funktionsweise in Abschnitt 2.4 genauer behandelt wird. Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, bewirkt die induzierte Spannung eine Verkopplung der Spannungsgleichungen in d - und q -Richtung. Es bietet sich an, diese als deterministische Störgröße $u_{d,z}, u_{q,z}$ zu betrachten und mittels einer entsprechenden Vorsteuerung

$$u_d = u_{d,z} + \Delta u_d, \quad \text{mit} \quad u_{d,z} = \omega_{\text{el}} \psi_q(i_d, i_q) \quad (2.26a)$$

$$u_q = u_{q,z} + \Delta u_q, \quad \text{mit} \quad u_{q,z} = -\omega_{\text{el}} \psi_d(i_d, i_q) \quad (2.26b)$$

zu kompensieren. Dadurch ergeben sich zwei entkoppelte Eingrößen-Regelstrecken deren Übertragungsfunktionen mittels zweier PT1-Glieder der Form

$$G_d = \frac{I_d(s)}{\Delta U_d(s)} = \frac{K_d}{1 + s\tau_d}, \quad \text{mit} \quad \tau_d = \frac{L_d}{R} \quad \text{und} \quad K_d = \frac{1}{R} \quad (2.27a)$$

$$G_q = \frac{I_q(s)}{\Delta U_q(s)} = \frac{K_q}{1 + s\tau_q}, \quad \text{mit} \quad \tau_q = \frac{L_q}{R} \quad \text{und} \quad K_q = \frac{1}{R} \quad (2.27b)$$

beschrieben werden können. Hierfür können zwei voneinander unabhängige PI-Regler mittels des Verfahrens der Polvorgabe ausgelegt werden. Bei der Wahl der Pole bzw. der Reglerparameter muss beachtet werden, dass aufgrund von Sättigungseffekten die Streckenzeitzkonstanten τ_d, τ_q in Wirklichkeit stromabhängig sind. Der variierenden Streckendynamik kann entweder durch ein stromabhängiges Nachführen der Reglerparameter (adaptiver Reglerentwurf) [PB13] oder durch geschickte Wahl konstanter Reglerparameter im Rahmen einer Robustheitsanalyse (robuster Reglerentwurf) Rechnung getragen werden⁶. In jedem Fall muss sichergestellt sein, dass die Stromregelung ein stabiles und gleichzeitig hinreichend dynamisches Verhalten aufweist. Um sowohl das Führungs-

⁶Die in dieser Arbeit verwendete Stromregelung basiert auf dem robusten Entwurfsansatz gemäß [Pet15].

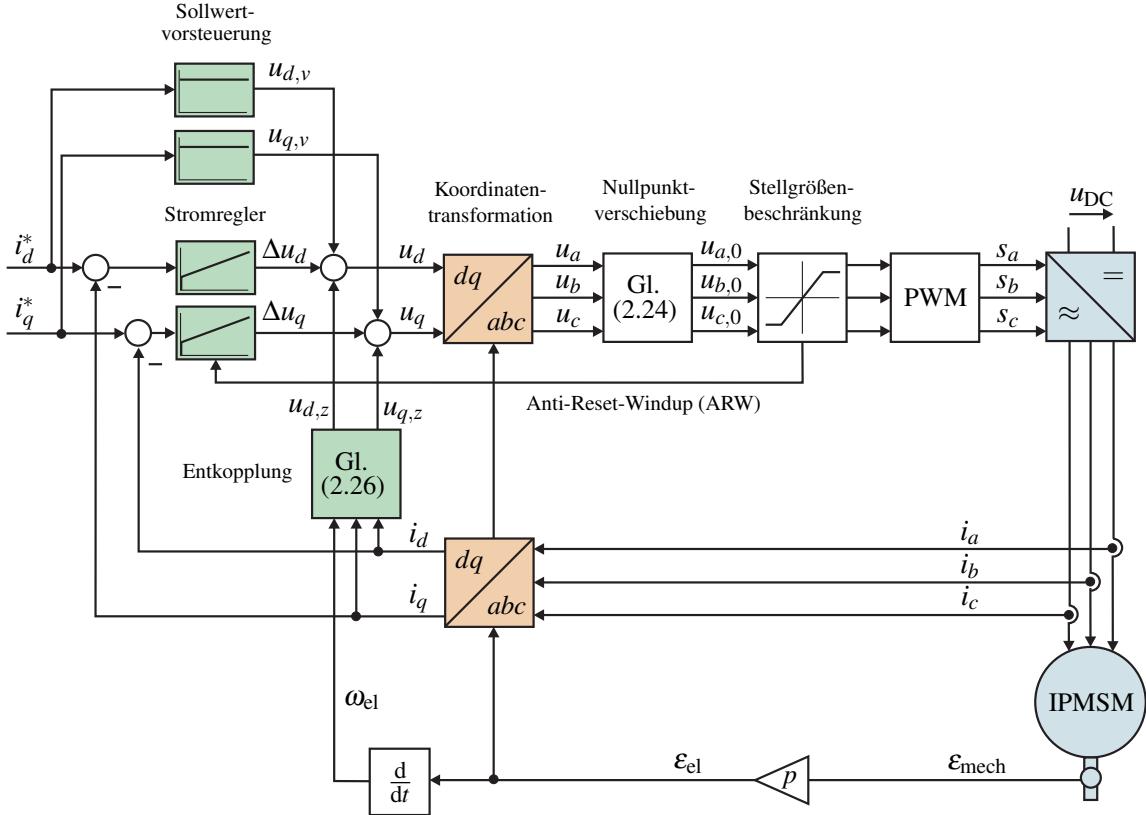


Abbildung 2.8: Struktur der feldorientierten Stromregelung für einen IPMSM

wie auch Störverhalten⁷ der Stromregelung zu optimieren, wird den PI-Reglern zudem eine Sollwertvorsteuerung überlagert. Dadurch ergeben sich beim Entwurf der Stromregelung zusätzliche Freiheitsgrade, über die das Führungsverhalten der Stromregelung beeinflusst werden kann [Sch09], [Pet15]. Die Struktur der Stromregelung ist in Abb. 2.8 dargestellt. Die Stellgrößen u_d und u_q , die sich aus den Sollwertvorsteuertermen $u_{d,v}$ und $u_{q,v}$, den Ausgängen der Stromregler Δu_d und Δu_q sowie den vorgesteuerten Entkopplungstermen $u_{d,z}$ und $u_{q,z}$ ergeben, werden mittels einer 2-stufigen Koordinatentransformation zunächst in das statorfeste $\alpha\beta$ -Koordinatensystem und anschließend in das abc -Koordinatensystem transformiert. Im Sinne einer höheren Ausnutzung der verfügbaren Zwischenkreisspannung wird im Anschluss daran der Aussteuerungsbereich des Umrichters durch Nullpunktverschiebung zunächst vergrößert, bevor die nullpunktverschobenen Strangspannungen $u_{a,0}, u_{b,0}, u_{c,0}$ schließlich mittels des in [Mey09] verwendeten Ansatzes unabhängig voneinander begrenzt werden (vgl. auch Abschnitt 2.2.2). Mit der Stellgrößenbegrenzung wird eine Nichtlinearität in den Regelkreis eingebracht, die dazu führt, dass sich beim Eintritt in die Begrenzung die Dynamik des Stromregelkreises gegenüber dem unbegrenzten Fall verringert. Um im Falle einer Begrenzung dennoch den stabilen Betrieb der Stromregelung aufrecht zu erhalten, muss ein unkontrolliertes Weglaufen der I-Anteile

⁷Störeinflüsse können im Wesentlichen als den Stellgrößen überlagerte Fehlerspannungen interpretiert werden, wie sie beispielsweise durch eine winkelabhängige Flussverkettung oder eine idealisierte Umrichtercharakteristik (Vernachlässigung von Spannungsabfällen aufgrund von Wechselrichtersperrzeiten, etc.) verursacht werden können [Pet15].

der Stromregler verhindert werden. Dazu wird die in [Pet15] beschriebene Anti-Reset-Windup (ARW) Maßnahme eingesetzt, bei der die Differenzen zwischen den jeweiligen unbegrenzten und begrenzten Stellgrößen auf die I-Anteile zurückgeführt werden. Die begrenzten Strangspannungen werden schließlich im Rahmen der PWM über die Schaltfolgen s_a, s_b, s_c an den Motorklemmen umgesetzt. Durch Messung und Rückführung der Motorströme i_a, i_b, i_c sowie des mechanischen Rotorwinkels $\varepsilon_{\text{mech}}$ wird der Regelkreis geschlossen.

Zeitdiskretisierung Um die obigen Ausführungen zur Funktionsweise der Stromregelung nicht unnötig zu verkomplizieren, wurde diese anhand eines zeitkontinuierlichen Modellierungsansatzes erläutert. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die Regelung typischerweise auf einer zeitdiskret arbeitenden Zielhardware implementiert wird. Das hat zur Folge, dass im Gegensatz zum kontinuierlichen Fall aufgrund von Abtast- und Haltegliedern weniger Informationen von der Regelstrecke zum Regler und umgekehrt übertragen werden können. So werden beispielsweise Stell- und Regelgrößen nur einmal pro Abtastperiode aktualisiert. Je nach Verhältnis zwischen Abtastzeit und der größten im Regelkreis auftretenden Frequenz kann das durch Abtastung aus dem kontinuierlichen System hervorgegangene zeitdiskrete System gegenüber dem zugrunde liegenden kontinuierlichen System deutlich unterschiedliche regelungstechnische Eigenschaften aufweisen. Wird dieser Tatsache beim zeitdiskreten Regelungsentwurf nicht ausreichend Rechnung getragen, z.B. weil ein *quasikontinuierlicher* Entwurfsansatz [Lun10] verwendet wurde, kann sich die Regelperformance gegenüber dem kontinuierlichen Fall erheblich verschlechtern. Um dies zu verhindern, empfiehlt es sich, den Regelungsentwurf direkt auf Basis eines zeitdiskreten Modells durchzuführen, bei dem die abtastende Arbeitsweise der Zielhardware bereits implizit berücksichtigt ist. Da bei elektrischen Traktionsantrieben für Hybrid- und Elektrofahrzeuge typischerweise hohe elektrische Frequenzen im Verhältnis zur Abtastperiode der Regelung auftreten [PB13], erfolgt der Entwurf der zeitdiskreten Stromregelung in [Pet15] ebenfalls auf Basis eines zeitdiskreten Motormodells. Für weitere Informationen rund um den Entwurf zeitdiskreter Regelungen sei auf einschlägige Literatur verwiesen [Lun10], [Gau09].

2.4 Arbeitspunktsteuerung

Wie bereits in Abschnitt 2.3 angemerkt, werden die von der Stromregelung einzuregelnden Sollströme von einer überlagerten Arbeitspunktsteuerung berechnet. Diese soll im Folgenden kurz erläutert werden und dient als wichtige Grundlage für das Verständnis des darauf folgenden Kapitels zum Aussteuerungsregler. Die Ausführungen dieses Abschnittes sind im Wesentlichen dem für das *at-Magazin* mitverfassten Beitrag [BHM⁺10] entnommen.

Eine wesentliche Forderung an die Antriebsregelung in einem Elektrofahrzeug besteht darin, das vom Fahrer oder von einer übergeordneten Instanz der Motorregelung geforderte Solldrehmoment M^* möglichst genau einzustellen. Dafür müssen entsprechend (2.20) geeignete Sollstromkomponenten i_d^*, i_q^* ausgewählt werden, wobei mehrere Kombinationen

der Stromkomponenten in Betracht kommen. In Abb. 2.9 sind die aus (2.20) resultierenden Drehmomentisolinien als Hyperbeln dargestellt. Der bestehende Freiheitsgrad kann dazu genutzt werden, die Verluste im IPMSM bei gleichzeitiger Einhaltung der verfügbaren Spannung zu minimieren. Gerade vor dem Hintergrund der Reichweitenproblematik bei Elektrofahrzeugen erscheint ein solcher Ansatz sinnvoll.

Unter der Annahme, dass die Gesamtverluste im Motor sowie im Umrichter im Wesentlichen durch die Kupferverluste $P_{v,Cu} \sim R(i_d^2 + i_q^2)$ bestimmt werden, besteht die Optimierungsstrategie darin, das geforderte Drehmoment mit minimaler Gesamtstromamplitude einzustellen. Diese Strategie wird als MTPC⁸ (Maximum Torque per Current) bezeichnet. Die resultierenden optimalen Stromkomponenten i_d^* , i_q^* sind nur vom Solldrehmoment M^* , nicht aber von der Drehzahl abhängig, so dass diese Beziehung durch Tabellen mit geringem Speicherbedarf implementiert werden kann.

Insbesondere bei hohen Drehzahlen treten ggf. zusätzlich erhebliche Eisenverluste durch Ummagnetisierung und durch Wirbelströme auf, die nicht primär von der (Grundschwingungs-) Stromamplitude abhängen. Um das Optimum zu finden, ist entweder ein genaues Verlustmodell zur Bestimmung der Eisenverluste notwendig oder die Verluste der Maschine werden im gesamten Betriebsbereich mit Hilfe eines Leistungsmessgerätes auf einem Prüfstand vermessen. Aus den Messdaten werden dann für den gesamten Strom- und Drehzahlbereich diejenigen Arbeitspunkte mit den geringsten Gesamtverlusten bzw. höchsten Wirkungsgraden ermittelt [VTBS09]. Diese Strategie wird entsprechend als ME (Maximum Efficiency) bezeichnet [PWB12], [WB13]. Im Gegensatz zur MTPC, können bei der ME-Strategie höhere Kupferverluste hingenommen werden, sofern dadurch die Eisenverluste überproportional reduziert werden. In jedem Fall ist das Ergebnis nun neben dem gewünschten Drehmoment von einem weiteren Parameter, der Drehzahl, abhängig, was die Tabellierung der optimalen Arbeitspunkte gegenüber der einfachen MTPC-Strategie erheblich aufwendiger werden lässt.

Im Folgenden soll daher die Methodik und praktische Implementierung einer Arbeitspunkttauswahl für den MTPC-Betrieb vorgestellt werden, wie sie auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurde. Die zugrunde liegenden relevanten Betriebsbereiche und Kennlinien (s. Abb. 2.9) können dabei entweder analytisch gemäß den Spannungs- und Drehmomentbeziehungen (2.18), (2.20) oder messtechnisch bestimmt werden. Eine analytische Bestimmung der MTPC-optimalen Wahl des Stromarbeitspunktes (vgl. [Leu14]) ist numerisch sehr aufwändig und daher zur Laufzeit der Regelung als kaum praktikabel einzuschätzen [Mey09]. Zudem sind gerade bei hochausgenutzten Maschinen aufgrund von Sättigungseffekten die dafür notwendigen Maschinenparameter L_d , L_q und ψ_p nur näherungsweise bekannt. Aufgrund der Unvollkommenheit der analytischen Beschreibung wird in den meisten Veröffentlichungen die messtechnische Variante bevorzugt. Dabei wird der Motor in verschiedenen relevanten Stromarbeitspunkten betrieben, die Spannungen zum Einprägen der Ströme sowie das entstehende Drehmoment werden gemessen. Die für die Arbeitspunktsteuerung notwendigen Kennfelder können dann unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten direkt aus den Messungen berechnet werden, eine Bestimmung sättigungs-

⁸In der Literatur wird häufig auch die Bezeichnung MTPA (Maximal Torque per Ampere) verwendet, was wegen Verquickung von Größenbezeichnungen mit Maßeinheiten jedoch kein guter Stil ist

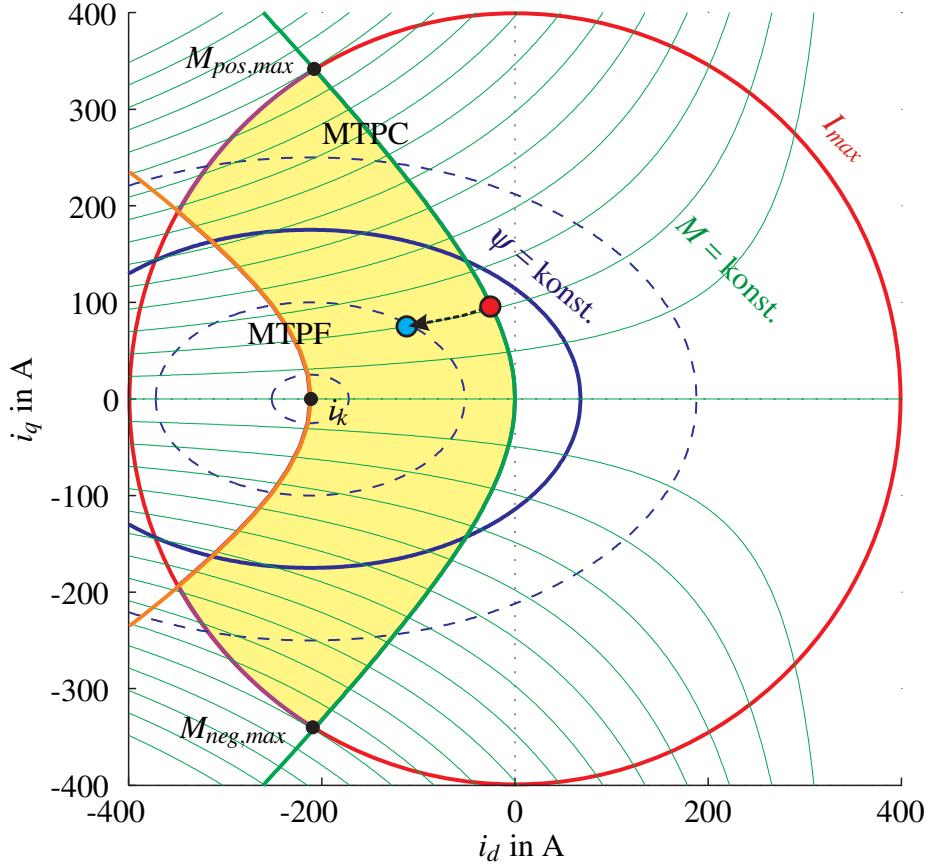


Abbildung 2.9: Exemplarische Kennfelder eines IPMSM in Stromkoordinaten [BHM⁺10]

abhängiger Maschinenparameter ist nicht erforderlich. Da die Berechnung der Kennfelder zudem offline erfolgen kann, sinkt der numerische Aufwand zur Laufzeit der Regelung erheblich. Ausgehend von der Annahme, dass die Verluste maßgeblich durch die Kupferverluste bestimmt werden, soll das geforderte Solldrehmoment mit minimaler Stromamplitude eingestellt werden. Dabei werde zunächst angenommen, dass keine weiteren Einschränkungen durch Strom- oder Spannungsgrenzen berücksichtigt werden müssen, was als Ankerstellbereich bezeichnet wird. Die optimalen Arbeitspunkte sind jeweils Tangentialpunkte der Kurven konstanten Drehmoments und der Kreise konstanter Strombetrags (bis auf I_{max} in Abb. 2.9 nicht eingezeichnet). Mathematisch wird dies mittels der Gradienten von Drehmoment und Strombetragssquadrat und Lagrangeschen Multiplikator λ formuliert:

$$\nabla |i|^2 = \left[\frac{\partial |i|^2}{\partial i_d}, \frac{\partial |i|^2}{\partial i_q} \right] = \lambda \left[\frac{\partial M}{\partial i_d}, \frac{\partial M}{\partial i_q} \right] = \lambda \nabla M. \quad (2.28)$$

Diese Bedingung kann analytisch oder bei tabellierten Messdaten numerisch ausgewertet werden und führt zur MTPC-Kennlinie $i_{d,opt}(M^*), i_{q,opt}(M^*)$ [MTT⁺90]. Es erweist sich aber als zweckmäßig, zur Charakterisierung der MTPC-Kennlinie statt dessen den zugehörigen Flusswert $\psi_{opt}(M^*)$ der MTPC-Kurve zu ermitteln. Die MTPC-Kurve wird durch den maximal zulässigen Strom I_{max} begrenzt. In den Begrenzungspunkten wird das maximale positive Drehmoment $M_{pos,max}$ bzw. das maximale negative Drehmoment

$M_{neg,max}$ erreicht.

Mit steigender Drehzahl steigt nach (2.18) der Spannungsbedarf der Maschine. Im stationären Betrieb folgt unter Vernachlässigung der ohmschen Spannungsabfälle

$$|u| = \omega_{el} |\psi| = \omega_{el} \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} \quad (2.29)$$

Kann der Spannungsbedarf eines Arbeitspunkts auf der MTPC-Kennlinie aufgrund steigender Drehzahl n bzw. Drehkreisfrequenz ω_{el} oder aber sinkender Zwischenkreisspannung u_{DC} nicht mehr gestellt werden, muss die MTPC-Kennlinie verlassen werden. Die Spannungsbegrenzung führt nun (unter Vernachlässigung von Sättigungseffekten und ohmschen Spannungsabfällen) auf die zusätzliche Bedingung

$$\psi^2 = (\psi_p + L_d i_d)^2 + (L_q i_q)^2 \leq \psi_{max}^2 = \frac{u_{max}^2}{\omega_{el}^2}, \quad (2.30)$$

welche geometrisch als Ellipsenflächen mit Mittelpunkt bei

$$i_d = i_k = -\frac{\psi_p}{L_d}, \quad i_q = 0 \quad (2.31)$$

interpretiert werden kann. Mit i_k wird der Kurzschlussstrom der Maschine bezeichnet. Charakteristischer Weise wird in diesem Arbeitspunkt der Permanentmagnetfluss vom Statorfluss vollständig kompensiert, d.h. der Spannungsbedarf der Maschine wird trotz $\omega_{el} \neq 0$ zu Null. Die theoretisch maximale Spannungsamplitude, bei der (unter Annahme der Nullpunktverschiebung) noch eine sinusförmige Speisung der Maschine erfolgen kann, ergibt sich aus der Zwischenkreisspannung über

$$u_{max} = \frac{u_{DC}}{\sqrt{3}}, \quad (2.32)$$

was gemäß Abb. 2.4b einem Aussteuerungsgrad von $a_{max} = 2/\sqrt{3}$ entspricht. Die Ellipsen beschränken den zulässigen Betriebsbereich; sie werden mit steigender Drehzahl bzw. sinkender Zwischenkreisspannung immer kleiner. Die Strategie der Flussschwächung lässt sich an einem Beispiel erläutern: Sollte der in Abb. 2.9 auf der MTPC-Kurve rot gekennzeichnete Arbeitspunkt aufgrund des Spannungsbedarfs nicht möglich sein, wird dieser entlang der Drehmomentisolinie zum möglichen neuen blauen Arbeitspunkt nach links verschoben, der auf der passenden Flussellipse liegt. Das gewünschte Drehmoment ist also trotz Spannungsbegrenzung noch realisierbar, wenn auch mit größerem Strom als auf der MTPC-Kurve. Die orangefarbene Kennlinie gibt das maximale Drehmoment bei gegebenem Fluss an (Maximum Torque per Flux, MTPF). Arbeitspunkte links der MTPF-Kurve sind daher nicht sinnvoll. Dadurch ergibt sich die in Abb. 2.9 gelb hinterlegte Fläche als sinnvoller Arbeitsbereich.

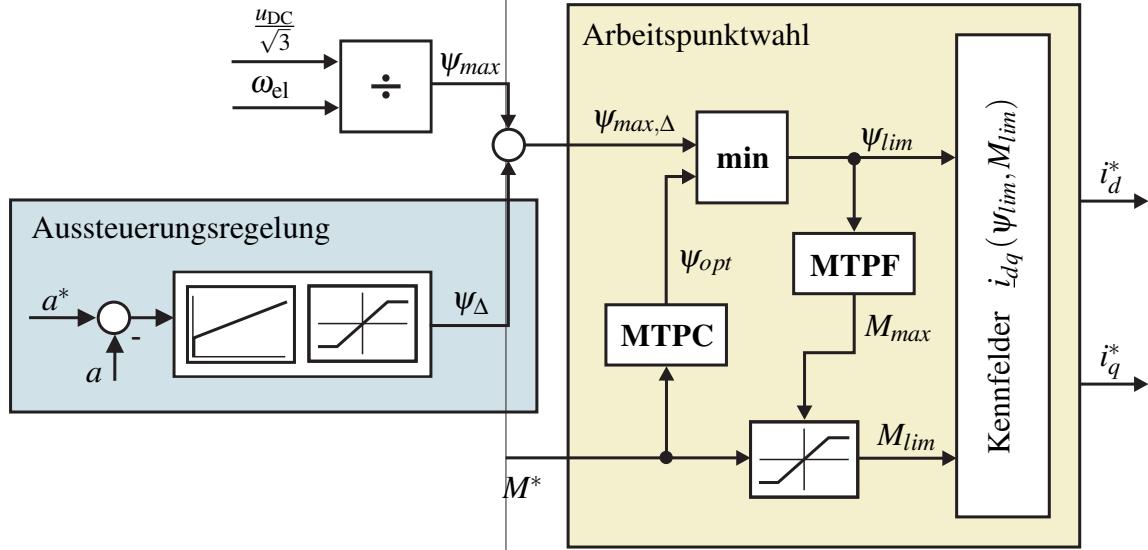


Abbildung 2.10: Um den Aussteuerungsregler erweitertes Modell der Arbeitspunktsteuerung

2.4.1 Erweiterung der Arbeitspunktsteuerung

Bezüglich der Spannungsbegrenzung besteht ein Zielkonflikt darin, dass einerseits die zur Verfügung stehende Spannung ganz im Sinne einer Minimierung der Kupferverluste möglichst gut ausgenutzt werden soll, andererseits aber für die Funktionsfähigkeit der unterlagerten Stromregler wenigstens eine kleine dynamische Stellgrößenreserve vorgehalten werden muss. Die beschriebene Arbeitspunktsteuerung kann aufgrund von Modellierungsungenauigkeiten die als Kompromiss zu wählende Spannung nicht mit der nötigen Genauigkeit garantieren, weshalb zusätzlich eine Rückführung des tatsächlichen Spannungsbedarfs durch Erfassung des Aussteuerungsgrades (2.22) vorgenommen wird. Der Aussteuerungsgrad a wird mit einer Sollaussteuerung a^* verglichen und der aus Frequenz und Zwischenkreisspannung vorberechnete Wert des Maximalflusses ψ_{max} über einen I- oder PI-Regler mit geeigneter Stellgrößenbegrenzung korrigiert. Die Auslegung des Aussteuerungsreglers wird in Kapitel 3 im Detail behandelt. Der korrigierte Flusswert $\psi_{max,\Delta}$ bestimmt nun zusammen mit dem Solldrehmoment M^* den Arbeitspunkt im Flussschwächbereich. Der Block *Arbeitspunktwahl* in Abb. 2.10 enthält zweidimensionale Kennfelder $i_{dq}(\psi_{lim}, M_{lim})$, über die die zugehörigen Stromsollwerte ermittelt werden. Im Ankerstellbereich mit ausreichender Spannungsreserve ist der maximal mögliche Fluss $\psi_{max,\Delta}$ größer als der optimale Fluss ψ_{opt} der MTPC-Kennlinie. Die Umschaltung zwischen Flussschwächbereich und Ankerstellbereich kann daher bequem durch Auswahl des Minimums dieser beiden Werte bewerkstelligt werden. Eine explizite Umschaltung zwischen zwei verschiedenen Regelungsstrukturen mit den damit verbundenen Problemen kann somit vermieden werden. Für den Fall, dass das gewünschte Drehmoment M^* bei gegebenem Fluss ψ_{lim} nicht zu realisieren ist, wird dieses entsprechend der hinterlegten MTPF-Kennlinie auf M_{max} bzw. M_{lim} begrenzt. Für weitergehende Details zur Arbeitspunktssteuerung sei auf [Mey09] verwiesen.

3 Optimierung der Spannungsausnutzung mittels Aussteuerungsregelung

Wie bereits in Abschnitt 2.4 angedeutet, führt eine bessere Ausnutzung der installierten Zwischenkreisspannung im Flusschwärbereich meist auch zu einem höheren Wirkungsgrad bzw. zu einer höheren Drehmomentausbeute des elektrischen Antriebs. Gleichzeitig muss aber stets eine kleine dynamische Stellgrößenreserve zur Spannungsgrenze vorgehalten werden, um die Funktionsfähigkeit der Stromregelung sicherzustellen. Der einfachste Ansatz besteht darin, die Spannungsgrenze entsprechend

$$\psi_{max} = \frac{u_{DC}}{\sqrt{3}\omega_{el}} \quad (3.1)$$

in einen maximal zulässigen Fluss umzurechnen und diesen zur Einhaltung der minimal notwendigen Spannungsreserve mittels eines konstanten Vorfaktors $k < 1$ zu reduzieren. Da die in der Arbeitspunktsteuerung hinterlegten Kennfelder aufgrund von Modellierungsungenauigkeiten (Vernachlässigung der ohmschen Spannungsabfälle, Temperaturabhängigkeit des Permanentmagnetmaterials, Umrichterverluste, Drehgeberoffsets, etc.) die Einhaltung des auf diese Art und Weise festgelegten (vorgesteuerten) Spannungsbedarfs des Motors nicht mit der nötigen Genauigkeit garantieren können, muss k entsprechend konservativ gewählt werden, um die Funktionsfähigkeit der Stromregelung zu jedem Zeitpunkt sicherzustellen. Das führt jedoch zu einer suboptimalen Ausnutzung der Zwischenkreisspannung, die es zu vermeiden gilt. Dieser Sachverhalt soll anhand von Abb. 3.1 nochmal veranschaulicht werden. Durch entsprechende Wahl von k kann zwar über dem durchfahrenden Lastprofil im Flusschwärbereich ($k \cdot \psi_{max} < \psi_{opt}$) zu jedem Zeitpunkt genügend Spannungsreserve vorgehalten werden, der Grad der Spannungsausnutzung bzw. der Aussteuerungsgrad schwankt aber insbesondere bei höher werdenden Drehzahlen erheblich, da hier Flussfehler überproportional verstärkt werden (s. auch Abschnitt 3.1). Zur quantitativen Abschätzung der auftretenden Flussfehler und ihrer jeweiligen Ursprünge sei auf Anhang A.3 verwiesen. Es bietet sich daher an, den tatsächlichen Spannungsbedarf des Motors mittels des in Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Aussteuerungsgrades (2.22) zu erfassen und auf einen gewünschten Sollwert einzuregeln. Bei der Festlegung des Sollaussteuerungsgrades ist zu beachten, dass mit dem eingesetzten dreiphasigen Umrichter nur Arbeitspunkte realisiert werden können, die sich innerhalb oder auf der Umrandung des von den sechs aktiven Spannungszeigern aufgespannten Hexagons befinden (s. Abb. 2.4b). Der erreichbare Aussteuerungsgrad ist somit von der Raumrichtung der zu stellenden Spannung $u_{\alpha\beta}^*$ abhängig. Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 besprochen, stellt sich

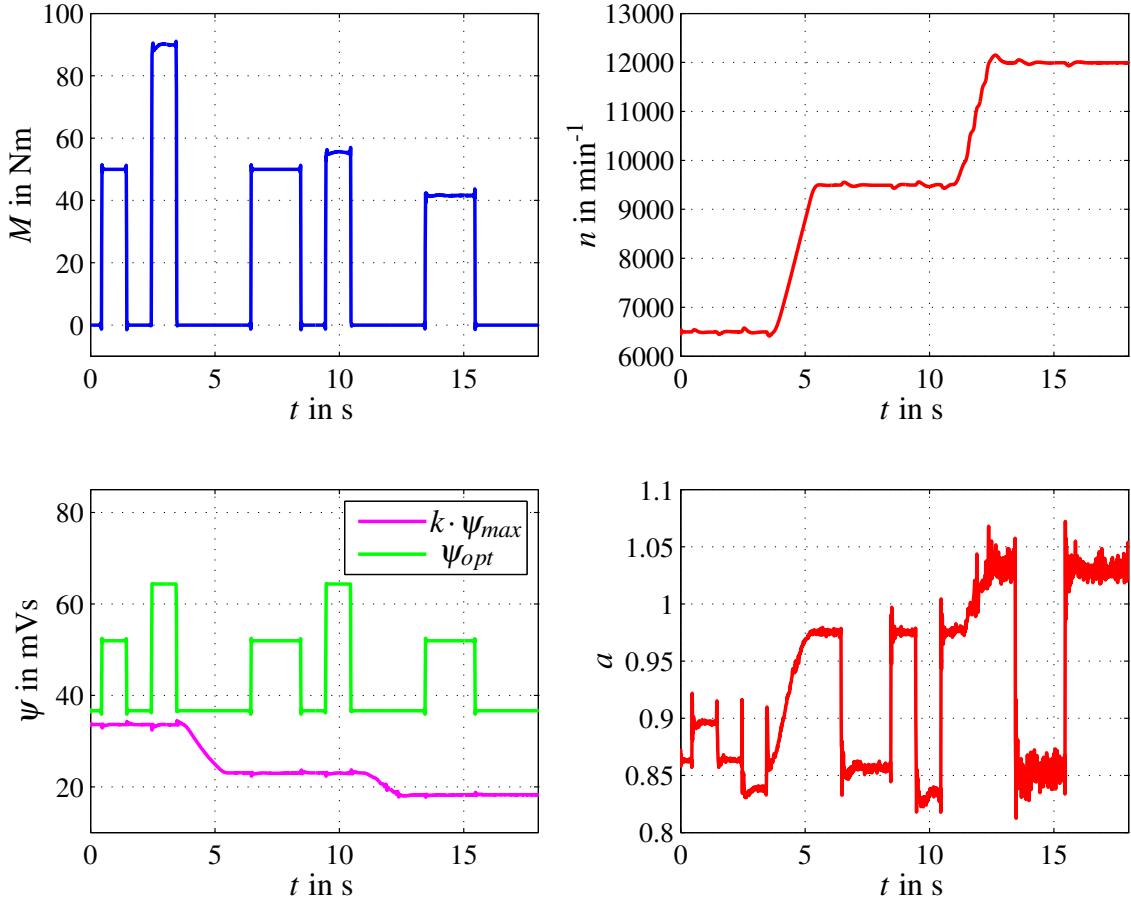


Abbildung 3.1: Darstellung der schwankenden Spannungsausnutzung bei Betrieb des Motors im gesteuerten Betrieb, d.h. mit reduziertem vorgesteuerten Fluss $k \cdot \psi_{max}$.

ein Aussteuerungsgrad von $a = a_{max} = 2/\sqrt{3}$ genau auf dem Innenkreis des Hexagons ein. Dieser Aussteuerungsgrad stellt daher die größtmögliche Aussteuerung dar, bei der eine sinusförmige Speisung des Motors noch gewährleistet werden kann (Nullpunktverschiebung vorausgesetzt). Um unabhängig vom Raumwinkel stets eine kleine dynamische Stellgrößenreserve vorzuhalten, beispielsweise zum Ausregeln von Störungen, wird man den Sollaussteuerungsgrad in der Praxis jedoch auf Werte leicht unterhalb von a_{max} festlegen. Für hochausgenutzte Motoren werden in [BHM⁺10] Werte zwischen $(0,95 \dots 0,98) \cdot a_{max}$ empfohlen. Im Gegensatz dazu führt Übermodulation ($a_{max} < a \leq 4/3$) zu einer raumrichtungsabhängigen Begrenzung des aus PI-Regelung und Vorsteuerung berechneten Soll-Spannungszeigers. Durch die damit einhergehende Verzerrung der rotorfesten Spannungsverläufe (s. Abb. 2.7) ist ein stationär genaues Einregeln der gewünschten Motorströme bzw. des gewünschten Drehmoments nicht mehr möglich. Die Aussteuerungsregelung soll daher so ausgelegt werden, dass der Spannungsbedarf des Motors im stationären Flusschwächerbetrieb stets knapp unterhalb des für sinusförmige Speisung maximal zulässigen Aussteuerungsgrades a_{max} gehalten wird. Im transienten Betrieb ist ein temporäres Anfahren der Ecken des Hexagons (Übermodulation) dagegen nicht nur zulässig, sondern im Sinne einer möglichst dynamischen Stromregelung sogar ausdrücklich gewünscht. Bei der

Auslegung des Aussteuerungsreglers geht es somit im Gegensatz zur unterlagerten Stromregelung nicht primär darum, eine möglichst hohe Regelkreisdynamik zur erzielen. Dies wäre auch vor dem Hintergrund der resultierenden Kaskadenstruktur nicht sinnvoll¹. Die eigentliche Aufgabe besteht darin, den Aussteuerungsregler so auszulegen, dass er einerseits schnell genug ist, um einem Überschreiten kritischer Aussteuerungsgrade rechtzeitig entgegenzuwirken. Anderseits soll ein gewisser Mindestdynamikabstand zum unterlagerten Stromregelkreis eingehalten werden, um ein dynamisches und stabiles Einregeln der Motorströme nicht zu behindern. Um diesen Zielkonflikt, selbst bei variierenden Streckenparametern, mit vertretbarem Aufwand optimal zu lösen, wird der Aussteuerungsregler in dieser Arbeit nach dem *Gain-Scheduling* Prinzip [RS00] ausgelegt.

Das Prinzip der Spannungs- bzw. Aussteuerungsregelung wurde bereits in zahlreichen wissenschaftlichen Beiträgen für unterschiedliche Motortypen aufgegriffen. Ausgehend von der Spannungsregelung für Gleichstrommaschinen in [Mey87] wurde in [Wie94] und [BJA93] der Spannungsbedarf von Asynchronmaschinen im Flussschwärbereich mit Hilfe entsprechender Regelungsstrukturen angepasst. Während in [Wie94] die Spannungsregelung einer Kaskade bestehend aus Fluss- und Stromregelung überlagert wurde, wurde selbige in [BJA93] parallel zur Flussregelung angeordnet. Je nachdem, ob der Motor im Ankerstell- oder Flussschwärbereich betrieben wird, findet eine implizite Umschaltung zwischen Fluss- und Spannungsregelung mit Hilfe von „min“ Blöcken statt. Durch den Parallelbetrieb kann die Staffelung der Zeitkonstanten, die für sinnvoll ausgelegte Kaskadenregelungen typisch ist, vermieden werden. Das bringt gerade vor dem Hintergrund des üblicherweise langsam Rotorflussaufbaus in Asynchronmaschinen Vorteile hinsichtlich dynamischer Beschleunigung- und Abbremsvorgänge. In [BPS⁺03] wird das Prinzip der kennfeldbasierten Spannungsregelung vorgestellt, welches auch in [MB06], [Mey09] und in dieser Arbeit Anwendung findet (vgl. Abb. 2.10). Die konkrete Auslegung des Spannungsreglers [BPS⁺03] bzw. des Aussteuerungsreglers [MB06], [Mey09] basierend auf einer Analyse der zugrunde liegenden nichtlinearen Regelstrecke wurde in den genannten Veröffentlichungen jedoch ebenso wenig behandelt, wie der bei dynamischen Drehzahl- bzw. Drehmomentänderungen als kritisch zu wertende Übergang zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich. Beide Aspekte werden in dieser Arbeit untersucht und wurden auch in [HPB15] veröffentlicht.

In den folgenden Abschnitten soll der systematische Entwurf einer zeitdiskreten Aussteuerungsregelung erläutert werden. Dafür wird in Abschnitt 3.1 die unterlagerte (nichtlineare) Strecke zunächst durch eine für die Reglerauslegung zweckmäßiger lineare Übertragungsfunktion approximiert und die zugehörigen arbeitspunktabhängigen Parameter bzw. Kennwerte werden in Abschnitt 3.2 experimentell auf Basis von Prüfstandsmessungen identifiziert. Anschließend wird in Abschnitt 3.3 der Entwurf der Aussteuerungsregelung nach dem Gain-Scheduling Prinzip erläutert. In dem Zusammenhang wird eine geeignete Stellgrößenbegrenzung und ARW-Maßnahme vorgestellt, mit deren Hilfe die Funktionalität der Stromregler auch bei dynamischen Übergängen zwischen Ankerstell- und Flus-

¹Um ein günstiges Regelverhalten zu erhalten und eine aus Stabilitätssicht problematische gegenseitige Schwingungsanregung zwischen innerem und äußerem Regelkreis zu verhindern, wird in Kaskadenstrukturen üblicherweise der äußere Regelkreis (hier: Aussteuerungsregelkreis) deutlich langsamer als der innere Regelkreis (hier: Stromregelung) ausgelegt [LW03].

schwächbereich sichergestellt werden kann. Die Funktions- und Leistungsfähigkeit der Aussteuerungsregelung wird schließlich in Abschnitt 3.4 anhand von Prüfstandsmessungen validiert.

3.1 Modell der Strecke

Für den Entwurf des Aussteuerungsreglers ist eine Identifikation der unterlagerten Strecke erforderlich, auf die der Regler wirkt. Abb. 3.2 stellt hierzu zunächst schematisch die Struktur des gesamten Aussteuerungsregelkreises dar. Die wesentlichen Streckenkomponenten werden in dieser Arbeit als gegeben vorausgesetzt. Das Prinzip der Arbeitspunktwahl (s. Abb. 2.10) wurde in [Mey09], die Auslegung der Stromregelung in [Pet15] behandelt.

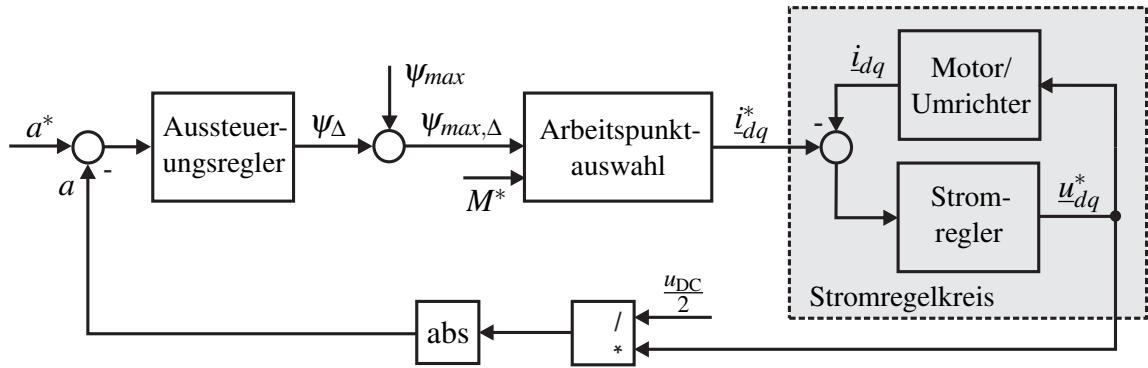


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Aussteuerungsregelkreises

Die Differenz zwischen Soll-Aussteuerungsgrad a^* und Ist-Aussteuerungsgrad a wird auf den Aussteuerungsregler aufgeschaltet, dessen Ausgang ein Korrekturfluss ψ_Δ ist. Dieser bildet in Summe mit dem vorgesteuerten maximal zulässigen Fluss ψ_{max} den korrigierten maximalen Gesamtfluss $\psi_{max,\Delta}$. Auf Basis von $\psi_{max,\Delta}$ wird nun zusammen mit dem Solldrehmoment M^* über die nichtlinearen Übertragungsglieder der Arbeitspunktwahl die Stromvorgabe i_{dq}^* bestimmt. Diese wird dann mittels der in Abb. 2.8 vorgestellten feldorientierten Regelung im Motor umgesetzt. Der Ist-Aussteuerungsgrad wird schließlich durch Normierung und Betragsbildung entsprechend (2.22) direkt aus den Stellgrößen u_{dq}^* bzw. $u_{\alpha\beta}^*$ der unterlagerten Stromregelkreise berechnet.

Die dem Aussteuerungsregler unterlagerte Regelstrecke enthält eine beträchtliche Anzahl an Nichtlinearitäten:

- Arbeitspunktsteuerung mit nichtlinearen Übertragungsgliedern (Kennfelder, Begrenzungen)
- Stromregelung mit Stellgrößenbegrenzungen
- Berechnung des Aussteuerungsgrades (Betragsbildung)

Darüber hinaus ist aufgrund von Sättigungseffekten und Temperatureinflüssen von schwankenden Motorparametern auszugehen. Eine exakte analytische Beschreibung der Regel-

strecke ist somit an vielfältige Randbedingungen geknüpft und nur mit einem hohen Beschreibungsaufwand zu gewährleisten. Da die Aufgabe der Aussteuerungsregelung, wie einleitend beschrieben, nicht darin besteht, Abweichungen des Aussteuerungsgrades von seinem Sollwert mit höchstmöglicher Dynamik auszuregeln, steht eine aufwendige Modellierung der unterlagerten Regelstrecke gefolgt von einem darauf aufbauenden ggf. nicht-linearen Reglerentwurf kaum im Verhältnis zum eigentlichen Nutzen. Zielführender erscheint dagegen der Versuch, die dominierende Dynamik der Regelstrecke mittels eines möglichst einfachen linearen Modells zu beschreiben. Modellierungsfehler können dann im Rahmen eines experimentellen Modellabgleichs durch Abbildung auf veränderlich angenommene Modellparameter implizit berücksichtigt werden. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von *quasi-linear-parameterveränderlichen (Quasi-LPV)* Modellen [RS00]. Gegenüber regulären LPV Modellen, die etwa durch Linearisierung um Arbeitspunkte aus nichtlinearen Modellen hervorgehen, werden bei Quasi-LPV Modellen Nichtlinearitäten im Sinne einer besser handhabbaren linearen Modellbeschreibung durch Annahme veränderlicher Parameter bewusst verschleiert. Für weitere Details zu LPV Modellen sowie deren Identifikation sei auf [RS00] und Abschnitt 5.2.6 verwiesen. Für die Auslegung des Aussteuerungsreglers gemäß Abb. 3.3 hat es sich als zweckmäßig erwiesen, die unterlagerte Strecke durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (PT1)

$$G_i(s) = \frac{a(s)}{\psi_{max,\Delta}(s)} = \frac{\Delta a(s)}{\psi_\Delta(s)} = \frac{K_i(\underline{\theta}_1)}{1 + T_i(\underline{\theta}_2)s} \quad (3.2)$$

zu approximieren. Dabei ist zu beachten, dass (3.2) nur für den Betrieb im Fluss schwächbereich Gültigkeit besitzen kann. Im Ankerstellbereich ($\psi_{opt} < \psi_{max,\Delta}$) kann der Aussteuerungsgrad aufgrund der „min“ Umschaltung in Abb. 2.10 über ψ_Δ nicht beeinflusst werden. Der Aussteuerungsgrad wird dann in gesteuerter Art und Weise über die MTPC Kennlinie $\psi_{opt}(M^*)$ festgelegt. Bevor die Kennwerte des PT1-Glieds (3.2), die Verstärkung K_i sowie die dominierende Streckenzzeitkonstante T_i , im Rahmen der experimentellen Streckenidentifikation in Abschnitt 3.2 bestimmt werden können, ist es notwendig eine Vorstellung davon zu entwickeln, von welchen Parametersätzen $\underline{\theta}_1$ bzw. $\underline{\theta}_2$ diese primär abhängen. Darauf aufbauend können schließlich die Identifikationsexperimente geplant werden.

Abhängigkeiten der Verstärkung K_i

Die Verstärkung eines PT1-Glieds entspricht mathematisch dem Quotienten aus stationärem Endwert der Sprungantwort und der nach dem Sprung anliegenden konstanten Eingangsgröße. Die Bestimmung des stationären Endwerts kann dabei analytisch oder experimentell erfolgen. Zur analytischen Bestimmung des Verstärkungsfaktors K_i in (3.2) wird von den bereits bekannten Spannungsgleichungen des IPMSM in rotorfesten Koordinaten

$$u_d = Ri_d + \frac{d}{dt}\psi_d - \omega_{el}\psi_q \quad (3.3a)$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d}{dt}\psi_q + \omega_{el}\psi_d \quad (3.3b)$$

ausgegangen. Unter Annahme stationären Betriebs

$$\frac{d}{dt} \psi_d = \frac{d}{dt} \psi_q = 0 \quad (3.4)$$

kann aus (3.3a) und (3.3b) der Flussbetrag

$$\begin{aligned} |\underline{\psi}| &= \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2} = \sqrt{\frac{(u_d - Ri_d)^2 + (u_q - Ri_q)^2}{\omega_{el}^2}} \\ &= \frac{\sqrt{|u|^2 - 2R(u_d i_d + u_q i_q) + R_s^2 |i|^2}}{|\omega_{el}|} \end{aligned} \quad (3.5)$$

gebildet werden. Da der Statorwiderstand R bei hochausgenutzten Maschinen in aller Regel sehr klein ist (hier: $R \approx 6 \text{ m}\Omega$), und ohmsche Spannungsabfälle im für den Aussteuerungsregler relevanten Flussschwärbereich somit lediglich einen sehr geringen Anteil am Gesamtspannungsbedarf der Maschine ausmachen ($< 2\%$), kann vereinfachend

$$|2R(u_d i_d + u_q i_q)| \ll |u|^2 \wedge R^2 |i|^2 \ll |u|^2 \quad (3.6)$$

angenommen werden. Angewendet auf (3.5), gilt, unter Berücksichtigung der Flusskomponenten in der Arbeitspunktsteuerung (s. Abb. 2.10), im Flussschwärbereich der Zusammenhang

$$|\underline{\psi}| = \psi_{max,\Delta} = \psi_{max} + \psi_\Delta = \frac{|u|}{|\omega_{el}|}, \quad (3.7)$$

bzw. aufgelöst nach dem Korrekturfluss

$$\psi_\Delta = \frac{|u|}{|\omega_{el}|} - \psi_{max} = \frac{|u| - \frac{u_{DC}}{\sqrt{3}}}{|\omega_{el}|} = \frac{\Delta u}{|\omega_{el}|}. \quad (3.8)$$

Die Änderung des Aussteuerungsgrades Δa auf eine Anregung mit ψ_Δ kann nun entsprechend der Definition des Aussteuerungsgrades (2.22) folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\Delta a = \frac{|\omega_{el}|}{\frac{u_{DC}}{2}} \psi_\Delta. \quad (3.9)$$

Die Verstärkung K_i ergibt sich dann direkt durch Umstellen von (3.9).

$$\frac{\Delta a}{\psi_\Delta} = K_i = \frac{2|\omega_{el}|}{u_{DC}} \quad (3.10)$$

Mit (3.10) wurde auf analytischem Wege bereits eine Berechnungsvorschrift des Verstärkungsfaktors K_i in Abhängigkeit der Größen ω_{el} und u_{DC} hergeleitet. Inwiefern diese den realen Gegebenheiten am Prüfstand entspricht, wird im Rahmen der experimentellen Kennwertidentifikation in Abschnitt 3.2 noch genauer untersucht.

Abhängigkeiten der Streckenzeitzkonstante T_i

Da in der Arbeitspunktsteuerung selbst keinerlei Verzögerungen enthalten sind, entspricht die Streckenzeitzkonstante T_i direkt der dominierenden Zeitkonstante des Stromregelkreises. Bei der Auslegung der Stromregler wird sättigungsbedingten Schwankungen der Streckenzeitzkonstanten nicht durch ein wie auch immer geartetes stromabhängiges Nachführen der Reglerparameter (s. [PB13] und [PWB11]) Rechnung getragen. Stattdessen werden die Stromregler robust gegenüber Sättigungseffekten ausgelegt. Durch die Zuweisung konstanter (robuster) Reglerparameter ändert sich bei variierenden Streckenzeitzkonstanten auch die Dynamik des Stromregelkreises. Darüber hinaus werden durch die Stellgrößenbegrenzungen weitere Nichtlinearitäten in den Stromregelkreis eingebracht, die ebenfalls Auswirkungen auf die Dynamik bzw. die dominierende Zeitkonstante des Stromregelkreises haben. Inwieweit die Stromregelung in der Stellgrößenbegrenzung betrieben wird, hängt davon ab, wie dynamisch die Stromregler ausgelegt wurden und bei welchem Aussteuerungsgrad sie betrieben werden. So steht den Stromreglern beim Betrieb mit hohen Aussteuerungsgraden weniger Spannungsreserve zur Verfügung. Bei transienten Einregelvorgängen greift die Stellgrößenbegrenzung entsprechend früher ein und verringert die Dynamik des Stromregelkreises.

Auf Basis der beschriebenen Vorüberlegungen zu den Abhängigkeiten der Kennwerte kann (3.2) nun konkretisiert werden:

$$G_i(s) = \frac{\Delta a(s)}{\psi_\Delta(s)} = \frac{K_i(\underline{\theta}_1)}{1 + T_i(\underline{\theta}_2)s}, \quad \text{mit} \quad \underline{\theta}_1 = [\omega_{\text{el}}, u_{\text{DC}}]^T, \quad \underline{\theta}_2 = [a, i_d, i_q]^T \quad (3.11)$$

Die quantitative Bestimmung der Kennwerte im relevanten Arbeitsbereich der Maschine wird im Folgenden auf Basis von Prüfstandsexperimenten durchgeführt.

3.2 Experimentelle Kennwertidentifikation

Bei der experimentellen Kennwertidentifikation werden die Parameter des angesetzten Prozessmodells allein durch Messungen des Zusammenhangs zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen bestimmt [Unb00]. So wird die dem Aussteuerungsregler unterlagerte Regelstrecke in unterschiedlichen Arbeitspunkten mit Sprüngen des Korrekturflusses ψ_Δ angeregt und die Sprungantworten werden in Form des Aussteuerungsgrades aufgezeichnet. Dazu wird der Aussteuerungsregelkreis aus Abb. 3.2 hinter dem Aussteuerungsregler geöffnet (s. Abb. 3.3). Anschließend wird für jedes Prüfstandsexperiment das gemessene Ein-/Ausgangsverhalten der Strecke durch Anpassung der Kennwerte K_i und T_i des linearen Übertragungsglieds (3.11) approximiert. Im Gegensatz zur Modellstruktur besitzen die identifizierten Kennwertsätze somit lediglich lokale Gültigkeit in der Umgebung des angefahrenen Arbeitspunktes. In Anlehnung an die in (3.11) beschriebenen Abhängigkeiten, ist es naheliegend Arbeitspunkte als 5-Tupel $(\omega_{\text{el}}, u_{\text{DC}}, a, i_d, i_q)$ zu verstehen. Es ist leicht ersichtlich, dass aufgrund der Vielzahl möglicher Kombinationen, der aus der Definition des Arbeitspunktes resultierende Identifikationsaufwand als beträchtlich eingestuft

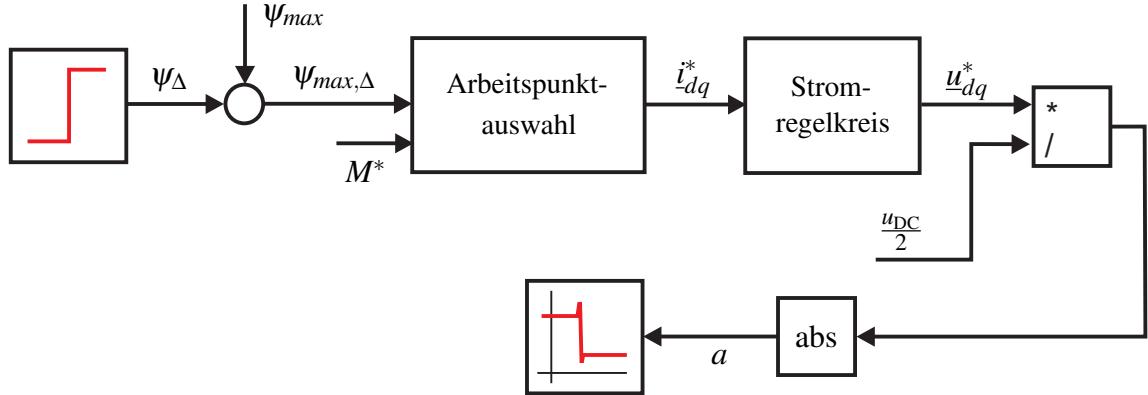


Abbildung 3.3: Aufzeichnung der Sprungantwort der Strecke

werden kann. Um den Identifikationsaufwand zu senken, werden daher eine Reihe vereinfachender Annahmen getroffen:

- Der für den Aussteuerungsregler relevante Sollaussteuerungsgrad im Flusschwärbereich sei in Anlehnung an [BHM⁺10] im Rahmen der gesamten Arbeit auf $a^* = 1,1 \cong 0,953 \cdot a_{max}$ festgelegt.
- Der Einfluss der Zwischenkreisspannung u_{DC} sei innerhalb des für diese Arbeit relevanten Bereichs ($250V \leq u_{DC} \leq 320V$) bereits hinreichend genau über den Zusammenhang (3.10) beschrieben und muss daher nicht separat identifiziert werden (s. auch Abb. 3.4).
- Vor dem Hintergrund der relativ schwachen Dynamikanforderungen an die Aussteuerungsregelung wurde es als zweckmäßig empfunden, das nichtlineare Streckenverhalten mittels eines Übertragungsgliedes erster Ordnung zu approximieren. Im Hinblick auf die Auslegung des Aussteuerungsreglers genügt es dabei grob zu eruieren, in welchem Wertebereich die Streckenzzeitkonstante T_i im relevanten Betriebsbereich variiert. Die Reglerparameter werden dann robust gegenüber Schwankungen innerhalb dieses Wertebereiches ausgelegt (s. Abschnitt 3.3). Eine explizite Modellierung von T_i kann dadurch vermieden und der Identifikationsaufwand erheblich gesenkt werden.

Auf Basis der beschriebenen Annahmen und der Tatsache, dass die Sollströme über die Kennfelder der Arbeitspunktwahl in Abb. 2.10 bereits eindeutig als Funktion von ω_{el} , u_{DC} , a und M^* festgelegt sind, können die der Identifikation zugrundeliegenden Arbeitspunkte im Wesentlichen als Drehzahl-Drehmoment-Kombinationen betrachtet werden. Die Identifikation wird schließlich wie folgt durchgeführt:

1. Zunächst werden unter Annahme einer Zwischenkreisspannung von 285 V sowie eines Sollaussteuerungsgrades $a^* = 1,1$ unterschiedliche für den Motorbetrieb relevante Drehzahl-Drehmoment-Arbeitspunkte angefahren. Dabei sei gefordert, dass die Arbeitspunkte allesamt im Flusschwärbereich liegen, da der Aussteuerungsregler im Ankerstellbereich nicht wirksam ist („min“ Block in Abbildung Abb. 2.10). Für das stationär genaue Einregeln des Sollaussteuerungsgrades wird ein einfacher

empirisch ausgelegter I-Regler mit geringer Verstärkung verwendet.

2. Befindet sich die Regelung bezüglich der Drehzahl und des Drehmoments im stationären Betrieb, erfolgt die Sprunganregung der unterlagerten Strecke mit einem negativen Korrekturfluss ψ_Δ (Der I-Regler wird zum Zeitpunkt der Sprunganregung deaktiviert). Bei der Anregung muss beachtet werden, dass die Regelstrecke bezüglich des Korrekturflusses nicht eingangslinear ist. So bewirkt eine Änderung von ψ_Δ im Flussschwärbereich stets auch eine Änderung des Maschinenstroms i_{dq} , welche aufgrund von Sättigungseffekten wiederum Einfluss auf die Streckenzeitzkonstante T_i hat. Um den relevanten Wertebereich letzterer abschätzen zu können, ist es daher sinnvoll, die Kennwertidentifikation für verschiedene Sprunghöhen durchzuführen. Die Wahl sinnvoller Sprunghöhen stellt dabei einen Zielkonflikt dar. Einerseits sollte die Anregungsamplitude ganz im Sinne hoher Signal-Rausch-Abstände (SNR) möglichst groß gewählt werden [IM11]; andererseits besteht die Gefahr, dass aufgrund des nichtlinearen Einflusses des Korrekturflusses auf die Dynamik der Regelstrecke, unrealistisch groß gewählte Anregungsamplituden zu wenig repräsentativen Identifikationsergebnissen führen. Als guter Kompromiss wurden die Sprunghöhen $\psi_\Delta = -10 \text{ mVs}$ und $\psi_\Delta = -5 \text{ mVs}$ festgelegt. Positive Sprunganregungen machen dagegen kaum Sinn, da ausgehend von Aussteuerungsgraden um $a = 1,1$ bereits vergleichsweise kleine positive Korrekturflüsse (niedriger SNR) zu kritischen Aussteuerungsgraden $a > a_{max}$ führen können.
3. Auf Basis der aufgezeichneten Sprungantworten werden schließlich die Kennwerte K_i und T_i für den jeweiligen Arbeitpunkt bestimmt. Die Schätzung der Kennwerte wird mit Hilfe der *iterativen Optimierung* durchgeführt² (vgl. auch Abschnitt 5.2.4). Die Kennwerte werden dabei in iterativer Weise solange angepasst, bis der Fehler zwischen Messung und dem Ausgang des Übertragungsgliedes minimal wird.

In Abb. 3.5 sind exemplarisch für eine Reihe unterschiedlicher Arbeitspunkte die gemessenen und die angenäherten Verläufe der Sprungantworten dargestellt. Alle weiteren Identifikationsergebnisse sind in Anhang A.1 zusammengefasst. Es fällt auf, dass unabhängig vom eingestellten Drehmoment die Verstärkung K_i mit steigenden Drehzahlen stetig zunimmt. Um zu überprüfen, ob die identifizierten Verstärkungen mit dem analytisch hergeleiteten Zusammenhang (3.10) übereinstimmen, wurden erstere für $\psi_\Delta = -10 \text{ mVs}$ über der Motordrehzahl aufgetragen und mittels einer linearen Funktion $f(n) = m \cdot n + b$ approximiert (rote Linie). Für die Approximation wurde die *Methode der kleinsten Quadrate* gemäß Abschnitt 5.2.1 verwendet. Die (Stichproben-) Standardabweichung [KKE01] des Fehlers beträgt

$$\sigma(\Delta K_i) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\hat{K}_{i,k} - \bar{K}_i)^2} \approx 1,4 \frac{1}{Vs}, \quad (3.12)$$

²Die in der Regressionsrechnung aufgrund ihrer einfachen Handhabung häufig eingesetzte *Methode der kleinsten Quadrate* (engl. *Least-Squares-Estimator* bzw. *LS-Estimator*) [KKE01] kann Parameter dynamischer Systeme i.A. nicht erwartungstreue schätzen. Hintergrund sind die in der Realität nur selten erfüllten Anforderungen an die Rauschcharakteristik. Für weitere Details zu dieser Problematik sei auf Abschnitt 5.2.1 oder einschlägige Literatur [Qui90], [IM11], [Buc10] verwiesen.

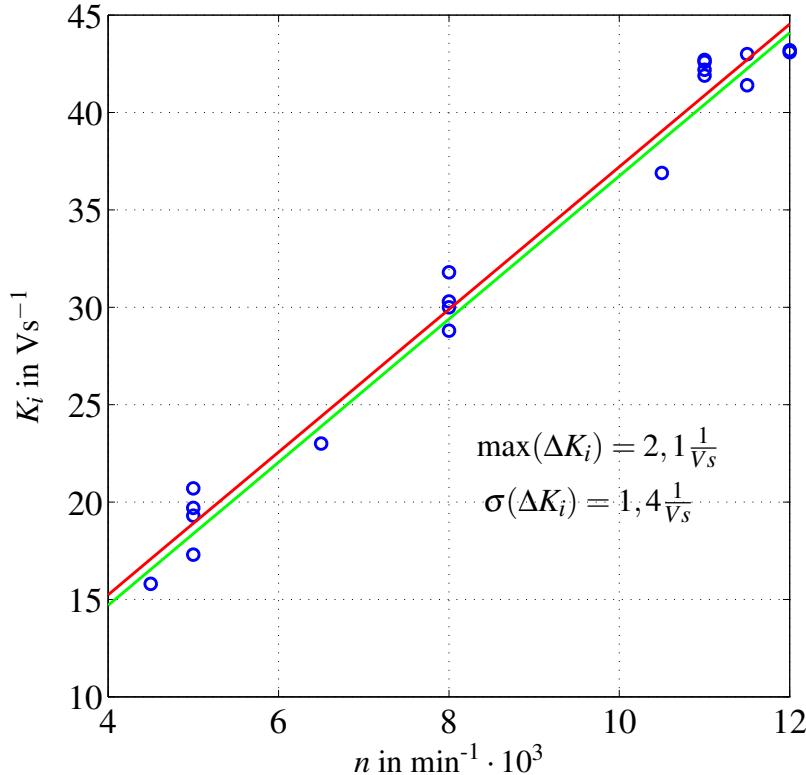


Abbildung 3.4: Gegenüberstellung der gefütteten (rote Linie) und analytisch bestimmten (grüne Linie) Funktion des Streckenparameters K_i über der Drehzahl. Die blauen Kreise repräsentieren die bei unterschiedlichen Drehmomenten messtechnisch ermittelten Werte entsprechend Tab. A.1.

wobei mit N die Anzahl der Stichproben bzw. Experimente (hier: $N = 19$) beschrieben wird. Bezogen auf den gesamten relevanten Wertebereich der Verstärkung entspricht das einem prozentualen Fehler von weniger als 5 %. Die analytisch berechnete Kurve (3.10) (grüne Linie) stimmt zudem bis auf einen Offset von $\Delta K_i \approx 0,5 \frac{1}{\text{Vs}}$ mit der gefütteten Kurve überein. Die geringen Abweichungen zwischen den identifizierten \hat{K}_i und den approximierenden linearen Kurvenverläufen sind einerseits auf die in Anhang A.3 beschriebenen Modellierungsungenauigkeiten in den Kennfeldern der Arbeitspunktwahl zurückzuführen. Andererseits ist zu beachten, dass der Aussteuerungsgrad direkt aus den Ausgängen der Stromregler berechnet wird. Bedingt durch die theoretisch unbegrenzte Änderungsgeschwindigkeit der Stromreglerausgangsgrößen \underline{u}_{dq}^* (P-Anteile der Regler), entstehen, aufgrund der sich schnell ändernden Ströme, Spitzen im Spannungsbedarf bzw. im Aussteuerungsgrad. Diese sind nicht nur transient bei Änderungen des Stromarbeitspunktes zu beobachten, sondern auch im stationären Betrieb aufgrund der den Strömen überlagerten Harmonischen³. Sofern die Spannungsspitzen über dem betrachteten Identifi-

³Solche Harmonische sind im Wesentlichen auf die schaltende Arbeitsweise des Umrichters, eine nicht ideal sinusförmige Flussverkettung, wie sie aus dem Wicklungsaufbau und der Verteilung des Permanentmagnetflusses über den Rotorumfang resultiert, sowie eine winkelabhängige Änderung der effektiven Luftspaltbreite aufgrund der Ausrichtung des Rotors gegenüber den Statorzähnen und Statornuten zurückzuführen [Pet15].

fikationsintervall nur in erster Näherung ein mittelwertfreies Rauschen beschreiben, sind gewisse zusätzliche Ungenauigkeiten bei der Identifikation der Kennwerte des angesetzten PT1-Glieds nicht auszuschließen. Im Hinblick auf die dominierende Streckenzeitzkonstante T_i , kann anhand der Identifikationsergebnisse in Tab. A.1 der relevante Wertebereich $0,8 \dots 3 \text{ ms}$ abgeschätzt werden. Von einer genaueren Modellierung von T_i wird abgesehen, da der tatsächliche Nutzen eines darauf aufbauenden Nachführers der Parameter des Aussteuerungsreglers als eher gering eingeschätzt werden kann. Dies ist im Wesentlichen den schwachen Dynamikanforderungen an die Aussteuerungsregelung beim Betrieb im Flussschwärbereich geschuldet und spiegelt sich auch im hohen Abstrahierungsgrad des gewählten PT1-Modellansatzes wieder.

Basierend auf den Ergebnissen der Kennwertidentifikation kann das zur Auslegung des Aussteuerungsreglers (s. Abschnitt 3.3) zugrunde liegende Streckenmodell schließlich wie folgt beschrieben werden:

$$G_i(s) = \frac{\Delta a(s)}{\psi_\Delta(s)} = \frac{K_i}{1 + T_i s}, \quad \text{mit} \quad K_i = \frac{2 |\omega_{\text{el}}|}{u_{\text{DC}}}, \quad T_i = 0,8 \dots 3 \text{ ms} \quad (3.13)$$

Es handelt sich hierbei um ein lineares parametervariantes (LPV) System, dessen Dynamik von den sich ändernden Parametern bzw. Kennwerten K_i und T_i beeinflusst wird.

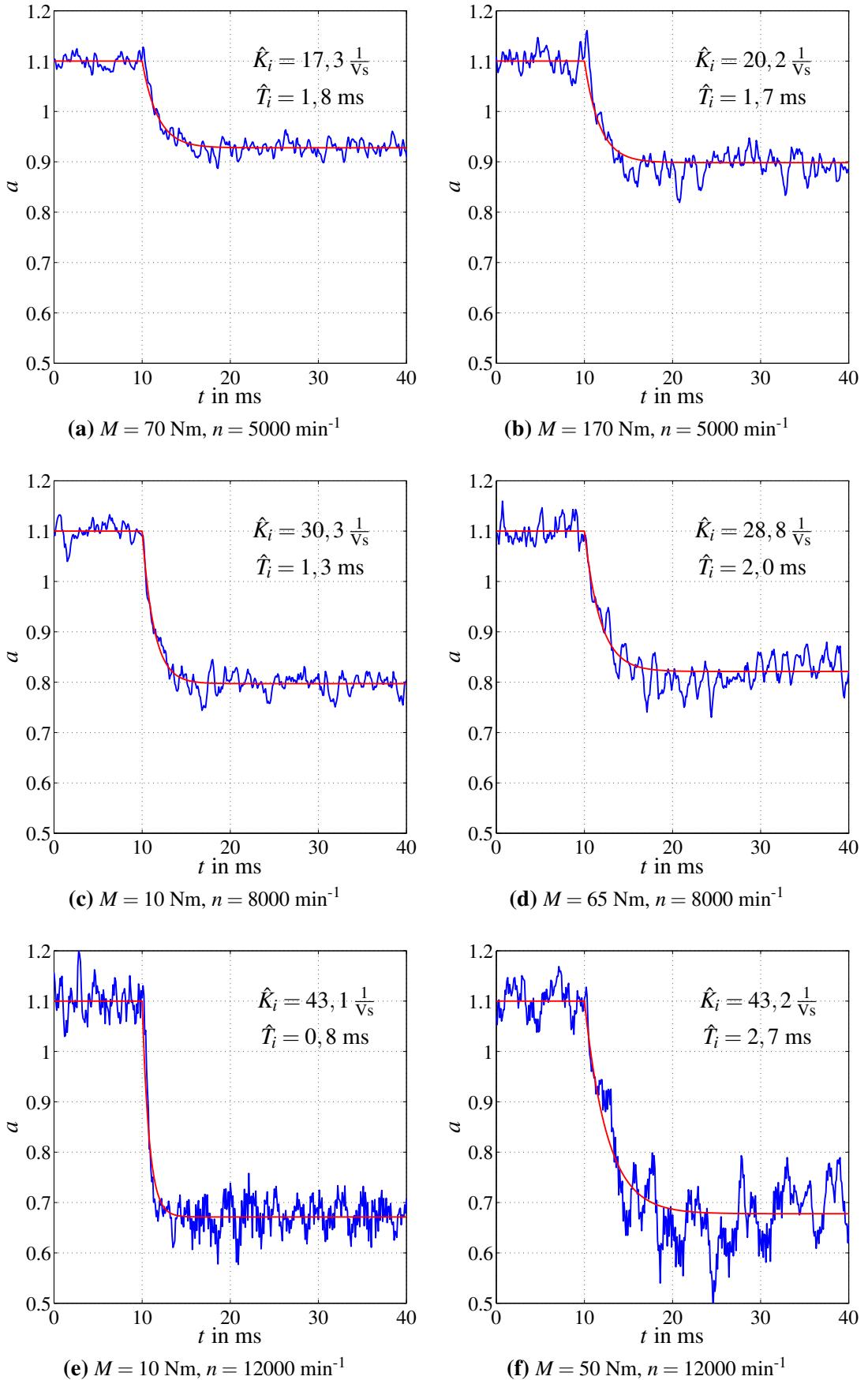


Abbildung 3.5: Gemessene (blaue Kurve) und mit PT1-Glied approximierte (rote Kurve) Sprungantworten des Aussteuerungsgrades bei Anregung mit Korrekturfluss $\psi_\Delta = -10 \text{ mVs}$.

3.3 Reglerauslegung

Auf Basis des in (3.13) beschriebenen parametervarianten Streckenmodells kann im Folgenden der Aussteuerungsregler ausgelegt werden. Die Auslegung des Reglers wird mittels eines quasikontinuierlichen Entwurfsansatzes durchgeführt. Bei dieser Vorgehensweise wird der Regler zunächst als zeitkontinuierlicher Regler entworfen, aber als zeitdiskreter Regler realisiert. Die zeitkontinuierliche Reglerauslegung wird in Abschnitt 3.3.1 und Abschnitt 3.3.2, die Zeitdiskretisierung sowie analytische Stabilitätsbetrachtungen werden in Abschnitt 3.3.3 und Abschnitt 3.3.4 behandelt. Bis dahin wird angenommen, dass sich der Motor durchgehend im Flussschwärbereich befindet. In Abschnitt 3.3.5 werden schließlich eine Stellgrößenbegrenzung und ARW Maßnahme für den Aussteuerungsregler vorgestellt, mit deren Hilfe auch stabile Übergänge zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich ermöglicht werden sollen.

3.3.1 Wahl der Reglerstruktur

Für der Wahl der Reglerstruktur können grundsätzlich eine PI- oder eine I-Realisierung als zweckmäßig erachtet werden. Letztere wird jedoch aus folgenden Gründen favorisiert:

- Der Ist-Aussteuerungsgrad wird entsprechend (2.22) direkt aus den Stellgrößen \underline{u}_{dq}^* der unterlagerten Stromregelkreise berechnet. Während variierende Aussteuerungsgrade im Flussschwärbereich stationär ausgeregelt werden sollen, macht ein transienter Eingriff des Aussteuerungsreglers wenig Sinn. Das gilt insbesondere für die sprungförmigen Änderungen der Stellgrößen \underline{u}_{dq}^* , wie sie durch Stromanregelvorgänge und Stromharmonische entstehen. Bei Einsatz eines Aussteuerungsreglers mit P-Anteil hätte die sprungförmige Änderung der Regelgröße auch eine sprungförmige Änderung des Korrekturflusses ψ_Δ zur Folge. Die resultierende Anregung der Regelkreise lässt sich durch den Einsatz eines I-Reglers umgehen, da dieser stets einen kontinuierlichen Verlauf von ψ_Δ gewährleistet. Die theoretischen Vorteile des I-Reglers gegenüber einem PI-Regler werden bereits in [Wie94] für den Spannungsregler einer Asynchronmaschine aufgezeigt.
- Aufgrund der schwachen Dynamikanforderungen an die Aussteuerungsregelung, ist die gegenüber der I-Regelung potentiell bessere Dynamik der PI-Regelung ohne wesentliche Bedeutung.

Im Gegensatz zur Motorzeitkonstante T_i kann ganz im Sinne einer möglichst konstanten Dynamik des Aussteuererregelkreises die arbeitspunktabhängige Verstärkung $K_i(|\omega_{el}|, u_{DC})$ durch entsprechende Anpassung der Verstärkung K_R des I-Reglers

$$G_I(s) = \frac{\psi_\Delta(s)}{\Delta a(s)} = \frac{K_R}{s}, \quad \text{mit} \quad K_R = \frac{K}{K_i(|\omega_{el}|, u_{DC})} \quad (3.14)$$

kompensiert werden. Während K_i in (3.14) auf analytischem Wege über (3.10) berechnet wird und den *Gain-Scheduling* Anteil des Reglers darstellt, muss der konstante Anteil K der Reglerverstärkung K_R noch bestimmt werden.

3.3.2 Bestimmung der Reglerverstärkung

Durch die Wahl der Reglerverstärkung K_R bzw. K wird die Dynamik der Aussteuerungsregelung im Flussschwärbereich festgelegt. Da während des Betriebs des Motors im Flussschwärbereich durchgehend ein konstanter Aussteuerungsgrad von $a^* = 1,1 \cong 0,953 \cdot a_{max}$ eingestellt werden soll, ist das Führungsverhalten der Aussteuerungsregelung, ganz im Gegensatz zur Stromregelung, von geringer Bedeutung. Ziel der Aussteuerungsregelung ist es dagegen, Abweichungen vom Sollaussteuerungsgrad, wie sie im Flussschwärbereich bei Drehzahl-, Drehmoment- und Temperaturänderungen auftreten können (s. auch Abb. 3.1), stationär auszuregeln. Die Abweichungen sind auf Modellierungsungenauigkeiten in den Kennfeldern der Arbeitspunktsteuerung zurückzuführen. Deren Einfluss kann vereinfachend durch eine dem Ausgang des Aussteuerungsreglers überlagerte Störgröße in Gestalt eines Flussfehlers ψ_e modelliert werden. Die Dynamik des Flussfehlers ist dabei direkt an die Drehmoment-, Drehzahl-, und Temperaturdynamik gekoppelt. Unter der Annahme, dass der Motor im Flussschwärbereich betrieben wird und die Ausgänge der Stromregler nicht begrenzt werden, ergibt sich das vereinfachte Strukturschaubild der Aussteuerungsregelung gemäß Abb. 3.6.

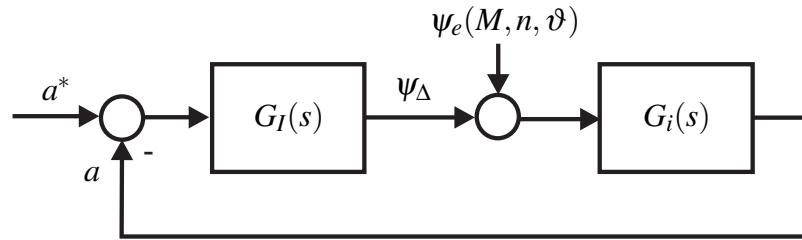


Abbildung 3.6: Vereinfachtes Strukturbild der Aussteuerungsregelung bei Betrieb des Motors im Flussschwärbereich

Die der Reglerauslegung zugrunde liegende Störübertragungsfunktion kann nun folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$G_z(s) = \frac{a(s)}{\psi_e(s)} = \frac{G_i(s)}{1 + G_I(s)G_i(s)}. \quad (3.15)$$

Ausdruck (3.15) stellt ein (parametervariantes) DT2-Glied (Bandpass) dar, wie man durch Einsetzen von (3.13) und (3.14) in (3.15) leicht erkennen kann.

$$G_z(s) = \frac{sK_i}{s^2T_i + s + K} \quad (3.16)$$

Durch Koeffizientenvergleich des Nenners mit dem allgemeinen charakteristischen Polynom eines PT2-Glieds

$$N(s) = s^2 + \frac{2d}{T_0}s + \frac{1}{T_0^2}, \quad (3.17)$$

können die Kennkreisfrequenz ω_0 bzw. deren Kehrwert T_0 sowie die Dämpfung d berech-

net werden.

$$T_0 = \frac{1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{T_i}{K}} \quad \text{und} \quad d = \frac{T_0}{2T_i} = \frac{1}{2\sqrt{KT_i}} \quad (3.18)$$

Die Pole des DT2-Glieds, welche die Dynamik des Aussteuerungsregelkreises beschreiben, ergeben sich schließlich durch Anwendung der PQ-Formel für quadratische Gleichungen auf das charakteristische Polynom (3.17).

$$p_{1,2}(s) = -\frac{d}{T_0} \pm \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{T_0} \quad (3.19)$$

Je nachdem wie dynamisch der Aussteuerungsregler ausgelegt wird, weist der Regelkreis entweder schwingfähiges ($d < 1$) oder aperiodisches Verhalten ($d \geq 1$) auf. Beide Fälle sind in Abb. 3.7 dargestellt. Da bei der Auslegung des Aussteuerungsreglers zunächst von unbegrenzten Verhältnissen ausgegangen wird, wurde die bei Übermodulation ($a > a_{max}$) auftretende rotorwinkelabhängige Begrenzung des Aussteuerungsgrades auf das Hexagon in den Sprungantworten der Einfachheit halber vernachlässigt. Für die Wahl geeigneter Dämpfungsgrade sind nun die folgenden Aspekte gegeneinander abzuwägen:

- Das primäre Ziel des Aussteuerungsreglers besteht darin, den stationären Spannungsbedarf des Elektromotors einzuregeln. Eine sehr dynamische Auslegung des Reglers kann daher nicht zielführend sein. Dies gilt umso mehr vor dem Hintergrund der verwendeten Kaskadenstruktur, bei der der Aussteuerungsregelkreis ohnehin deutlich langsamer als der unterlagerte Regelkreis ausgelegt werden sollte, um eine gegenseitige Schwingungsanregung der Regelkreise zu vermeiden.
- Die Aussteuerungsregelung muss schnell genug sein, um im Falle eines Arbeitspunktwechsels (entspricht aus regelungstechnischer Sicht dem Aufschalten eines Flussfehlers ψ_e), einen länger andauernden Betrieb des Motors in Übermodulation zu verhindern. Wird der kritische Aussteuerungsgrad a_{max} zu lange und zu signifikant überschritten, verliert die Stromregelung aufgrund unzureichender Spannungsreserve ihre Funktionsfähigkeit. Die tatsächlichen Motorströme werden nicht mehr entsprechend der Sollwertvorgabe der Arbeitspunktsteuerung eingeregelt, sondern folgen in unkontrollierter Weise den verzerrten rotorfesten Spannungen, wie sie durch die rotorwinkelabhängige Begrenzung des aus PI-Regelung und Vorsteuerung berechneten Soll-Spannungszeigers entstehen. Es können auf diese Weise unzulässig hohe Motorströme auftreten, die wiederum eine Notabschaltung der Prüfstands zur Folge haben.

Um die im ersten Aspekt erwähnte Schwingungsanregung der Regelkreise effektiv zu verhindern, ist eine Reglerauslegung mit Dämpfungsgraden $d > 1$ erstrebenswert. Gleichzeitig sollten jedoch unnötig große Dämpfungsgrade vermieden werden, um eine ausreichend hohe Dynamik des Aussteuerungsregelkreises (3.16) zur Sicherstellung der Funktionsfähigkeit der Stromregler zu erzielen. Die genaue Umsetzung einer solchen Reglerauslegung wird im Folgenden beschrieben.

Die dominierende Zeitkonstante des Aussteuerungsregelkreis T_{aus} kann direkt aus den Polen des DT2-Glieds berechnet werden. Sie stellt für Dämpfungsgrade größer eins die grös-

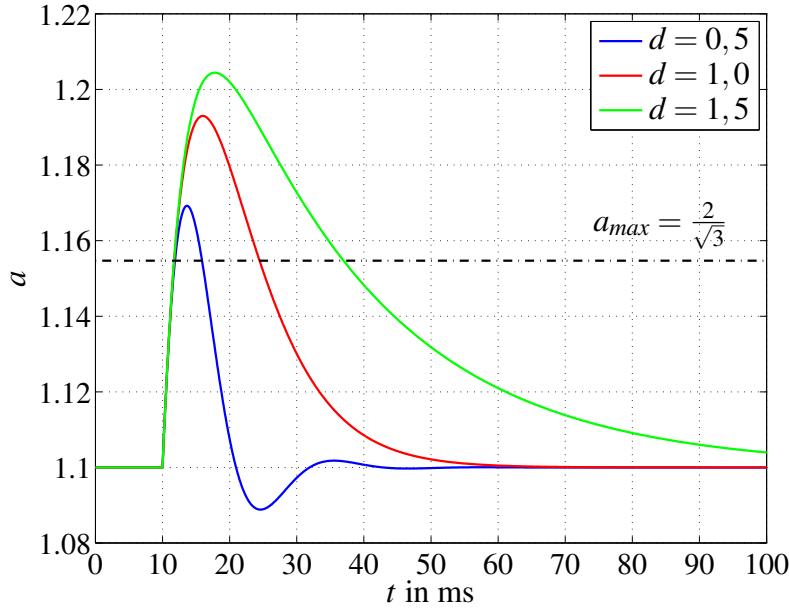


Abbildung 3.7: Exemplarische Sprungantworten der DT2-Störübertragungsfunktion (3.16) bei Anregung mit einem Flussfehler $\psi_e = 10 \text{ mVs}$ bei $t = 10 \text{ ms}$ für unterschiedliche Dämpfungsgrade $d > 0$.

Bere der beiden Regelkreiskonstanten dar und kann unter Berücksichtigung von (3.18) wie folgt berechnet werden:

$$T_{aus} = \frac{1}{\min(|\Re(p_{1,2})|)} = \frac{T_0}{d - \sqrt{d^2 - 1}} = \underbrace{\frac{2d}{d - \sqrt{d^2 - 1}}}_{\alpha} T_i. \quad (3.20)$$

Mit α sei der Dynamikabstand zwischen äußerem und innerem Regelkreis bezeichnet. Die untere Grenze des Dynamikabstands ergibt sich für den aperiodischen Grenzfall ($d = 1$) zu

$$\inf(\alpha) = 2. \quad (3.21)$$

Durch Umschreiben der Dämpfung als Funktion des Dynamikabstands entsprechend

$$d = \frac{\alpha}{2\sqrt{\alpha - 1}} \quad (3.22)$$

kann unter Berücksichtigung von (3.18) und (3.21) der Verstärkungsfaktor K direkt aus der Vorgabe des gewünschten Dynamikabstands $\alpha = \alpha_{nom}$ und der Streckenzeitzkonstante $T_i = T_{i,nom}$ auf die sich der Dynamikabstand bezieht, berechnet werden.

$$K = \frac{1}{T_{i,nom}} \frac{\alpha_{nom} - 1}{\alpha_{nom}^2}, \quad \text{falls } \alpha_{nom} \geq 2 \quad (3.23)$$

Bei der Wahl der Streckenzeitzkonstante $T_{i,nom}$ ist zu berücksichtigen, dass der Aussteuerungsregler robust gegenüber schwankenden Streckenzeitzkonstanten T_i des unterlagerten

Regelkreises ausgelegt werden soll. Um in jedem Fall sicherzustellen, dass der äußere Regelkreis um einen gewünschten Dynamikabstand langsamer als der innere Regelkreis ist (Kaskadenbedingung), ist es zweckmäßig sich an der maximal im Betrieb auftretenden Streckenzeitzkonstante zu orientieren. Gemäß den in Anhang A.1 zusammengefassten Identifikationsergebnissen, kann letztere zu ungefähr $T_i = 3$ ms angenommen werden. Ein auf diese Zeitkonstante bezogener Dynamikabstand stellt für den Betrieb des Motors im Flussschwärbereich eine untere Grenze dar: Für kleiner werdende Streckenzeitzkonstanten $T_i < T_{i,nom} = 3$ ms nimmt der tatsächliche Dynamikabstand α entsprechend der umgestellten Funktion (3.23),

$$\alpha = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - 4KT_i}}, \quad (3.24)$$

stetig zu. In Abb. 3.8 sind exemplarisch für drei Reglerauslegungen (s. Tab. 3.1) die für unterschiedliche Streckenzeitzkonstanten resultierenden Dynamikabstände und Regelkreiskonstanten aufgetragen. Die gestrichelten Kurven beschreiben Unsicherheiten bezüglich der Streckenverstärkung K_i . Gemäß Abb. 3.4 kann die Abweichung zwischen der am Prüfstand identifizierten und analytisch beschriebenen Streckenverstärkung (3.13) bis zu etwa $\pm 2 \frac{1}{\sqrt{s}}$ betragen. Sofern diese Abweichungen nicht auf Messfehler zurückzuführen sind, kann die tatsächliche Streckenverstärkung mittels des Gain-Scheduling Ansatzes in (3.14) nur in erster Näherung kompensiert werden.

	A	B	C
α_{nom}	5	10	15
$T_{i,nom}$ in ms	3	3	3
T_{aus} in ms	15	30	45
K in s^{-1}	53	30	21

Tabelle 3.1: Parameter für drei exemplarische Reglerauslegungen A, B und C

Es fällt auf, dass für die jeweiligen Reglerauslegungen die Dynamikabstände zwischen innerem und äußerem Regelkreis, abhängig von der Streckenzeitzkonstante und der mit einer Unsicherheit behafteten Streckenverstärkung, mit bis zu einem Faktor 4 variieren können. Gleichzeitig zeigt sich aber auch, dass die dominierende Regelkreiskonstante T_{aus} für die jeweiligen Reglerauslegungen innerhalb der Unsicherheitsbänder der Streckenverstärkung näherungsweise konstant gehalten werden kann. Dieser Umstand ist im Wesentlichen dem Gain-Scheduling Ansatz in (3.14) geschuldet, mit dessen Hilfe die variable Streckenverstärkung K_i im Sinne einer möglichst gleichbleibenden Regelkreisdynamik zumindest in erster Näherung kompensiert wird. Die Vernachlässigung einer derartigen Kompensation würde dagegen zu einer erheblich größeren Spreizung der Regelkreisdynamik (T_{aus}) und in Folge auch zu einer größeren Spreizung der Dynamikabstände führen. Zur Einhaltung eines gewissen Mindestdynamikabstandes müsste die Regelung daher konservativer ausgelegt werden, was wiederum die Gefahr erhöht, dass die Stromregelung, je nach angefahrenem Arbeitspunkt im Flussschwärbereich unzulässig lange in der Übermodulation betrieben wird.

Die Wahl des nominellen Dynamikabstands α_{nom} , bezogen auf die zugehörige Streckenzeitzkonstante $T_{i,nom}$, kann in empirischer Art und Weise am Prüfstand erfolgen. Aufgrund

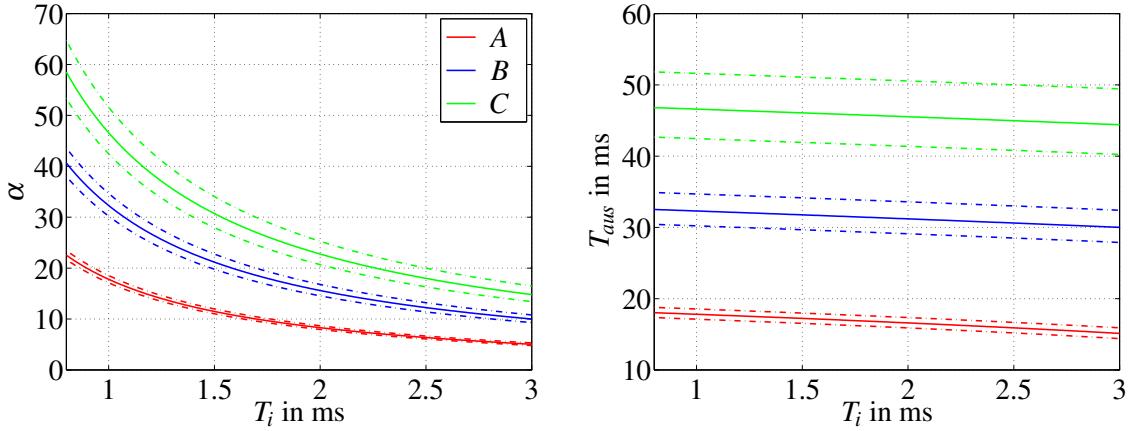


Abbildung 3.8: Verläufe der Dynamikabstände (links) und dominanten Regelkreiszeitkonstanten (rechts) in Abhängigkeit der Streckenzeitzkonstante T_i für exemplarische Reglerauslegungen entsprechend Tab. 3.1. Die gestrichelten Linien beschreiben die Unsicherheiten ($\pm 2 \frac{1}{\sqrt{s}}$) bzgl. der analytisch berechneten Streckenverstärkung K_i .

der Randbedingung ein aperiodisches Verhalten des Aussteuerungsregelkreises sicherzustellen sind hierbei lediglich Werte mit $\alpha \geq 2$ zulässig. Gleichzeitig muss sichergestellt sein, dass die Aussteuerungsregelung dynamisch genug eingestellt ist, um die Funktionsfähigkeit der Stromregler im gesamten Flusschwäzbereich zu gewährleisten. In dem Zusammenhang macht es Sinn, sich an der Dynamik der durch Arbeitspunktänderungen hervorgerufenen Flussfehler ψ_e zu orientieren. Die maximale Flussfehlerdynamik ergibt sich in dem Zusammenhang aus den aus Sicherheitsgründen am Prüfstand begrenzten Änderungsraten für Drehmoment und Drehzahl. Für die sehr dynamischen Änderungsraten, die im Rahmen der Validierung in Abschnitt 3.4 angesetzt wurden, hat sich ein nomineller Dynamikabstand von $\alpha_{nom} = 5$ bzw. eine Reglerverstärkung von $K = 53 \text{ s}^{-1}$ als geeignet erwiesen.

3.3.3 Zeitdiskretisierung

In Abschnitt 3.3 wurde die Auslegung des zeitkontinuierlichen Aussteuerungsreglers behandelt. Um den Aussteuerungsregler am Prüfstand in Betrieb nehmen zu können, muss dieser jedoch in zeitdiskreter Form vorliegen. Dafür wird im Folgenden ein *quasikontinuierlicher* Entwurfsansatz gewählt. Im Gegensatz zum Regelungsentwurf auf Basis eines zeitdiskreten Streckenmodells, wie er beispielsweise bei der Auslegung der dynamischen Stromregelung in [Pet15] durchgeführt wurde, wird bei einem quasikontinuierlichen Ansatz die schaltende Arbeitsweise der Rechenhardware im Rahmen der Reglerauslegung nicht explizit berücksichtigt. Dadurch kann je nach Verhältnis zwischen Abtastzeit und der maßgebenden Zeitkonstanten des Regelkreises, das durch Abtastung aus dem kontinuierlichem System hervorgegangene zeitdiskrete System gegenüber dem zugrunde liegenden kontinuierlichem System deutlich unterschiedliche regelungstechnische Eigenschaften aufweisen. Damit das Verhalten der zeitdiskreten Regelung in guter Näherung dem der zeitkontinuierlichen Regelung entspricht, wird bei quasikontinuierlichen Entwurfsansätzen

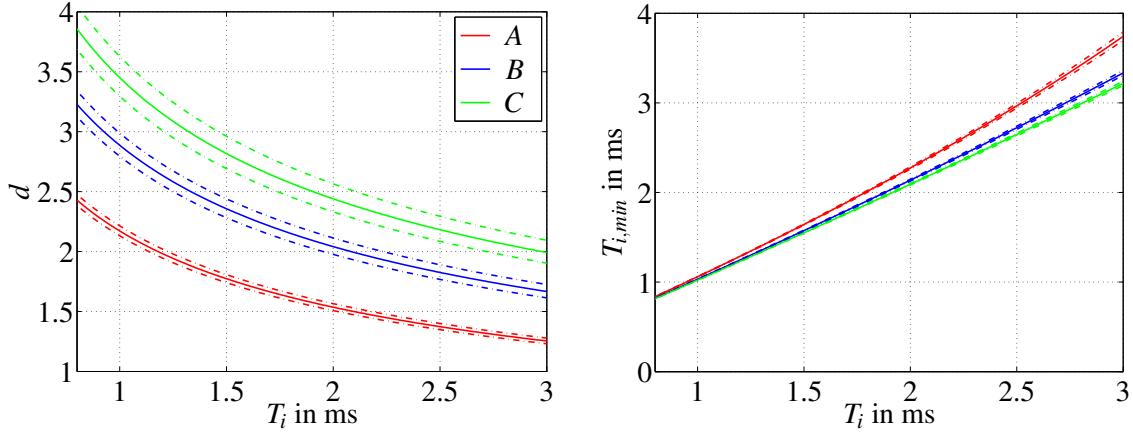


Abbildung 3.9: Verläufe der Dämpfungsgrade (links) und der kleinen Regelkreiszeitkonstanten (rechts) in Abhängigkeit der Streckenzeitzkonstante T_i für exemplarische Reglerauslegungen entsprechend Tab. 3.1. Die gestrichelten Linien beschreiben die Unsicherheiten ($\pm 2 \frac{1}{\sqrt{s}}$) bzgl. der analytisch berechneten Streckenverstärkung K_i .

zen üblicherweise gefordert, dass die verwendete Abtastzeit deutlich unterhalb der maßgebenden Zeitkonstanten des Regelkreises liegt. In der Literatur werden Faktoren im Bereich von etwa 20-30 zwischen Regelkreiszeitkonstante und Abtastzeit empfohlen [Lun10]. In Bezug auf automobile Traktionsantriebe, bei denen typischerweise Umrichter und Motorregelung mit einer Schaltfrequenz von etwa 10 kHz ($T_a = 100 \mu s$) betrieben werden [Pet15], dürften die dominanten Regelkreiszeitkonstanten somit 2 – 3 ms nicht unterschreiten. Wie man anhand der Verläufe der dominanten Regelkreiszeitkonstanten in Abb. 3.8 erkennen kann, wird diese Bedingung auch im Falle „dynamisch“ ausgelegter Aussteuerungsregelungen ($\alpha_{nom} = 5$) ohne Weiteres erfüllt.

Die Zeitdiskretisierung des Aussteuerungsreglers (3.14) erfolgt mittels einer gängigen Methode aus der numerischen Integration. Die Methode ist bekannt unter den Namen *Rechteckregel vorwärts* [KJ02], explizites *Euler*-Verfahren oder in Anlehnung an ihre Einordnung als explizites *Runge-Kutta*-Verfahren erster Ordnung auch *RK1*-Verfahren [FNT88]. Die Überführung des zeitkontinuierlichen I-Reglers (3.14) in seine zeitdiskrete Form

$$G_I(z) = K_R \frac{T_a}{z - 1} \quad \text{mit} \quad K_R = \frac{K}{K_i} \quad (3.25)$$

ist in Anhang A.2 beschrieben. Im Gegensatz zu alternativen numerischen Integrationsmethoden, wie der *Rechteckregel rückwärts* oder der *Trapezregel* hat das RK1-Verfahren zwar häufig Vorteile bezüglich des zur Ausführung notwendigen Rechenaufwandes (s. Anhang A.2.2), die numerische Stabilität des Verfahrens ist jedoch insbesondere für schwach gedämpfte Systeme $d < 1$ nur bedingt sichergestellt (s. Anhang A.2.1). Bezogen auf die Aussteuerungsregelung, deren Auslegung an die Bedingung geknüpft war, in jedem Fall Dämpfungsgrade $d > 1$ sicherzustellen, kann die Verwendung des RK1-Verfahrens allerdings als unkritisch betrachtet werden. So darf gemäß (A.15) die Abtastzeit bis zum Zwei-fachen der kleinsten Systemzeitkonstante betragen. In Abb. 3.8 sind ergänzend zu Abb. 3.9 die Dämpfungsgrade gemäß (3.18) sowie die kleinere der beiden Regelkreiszeitkonstanten

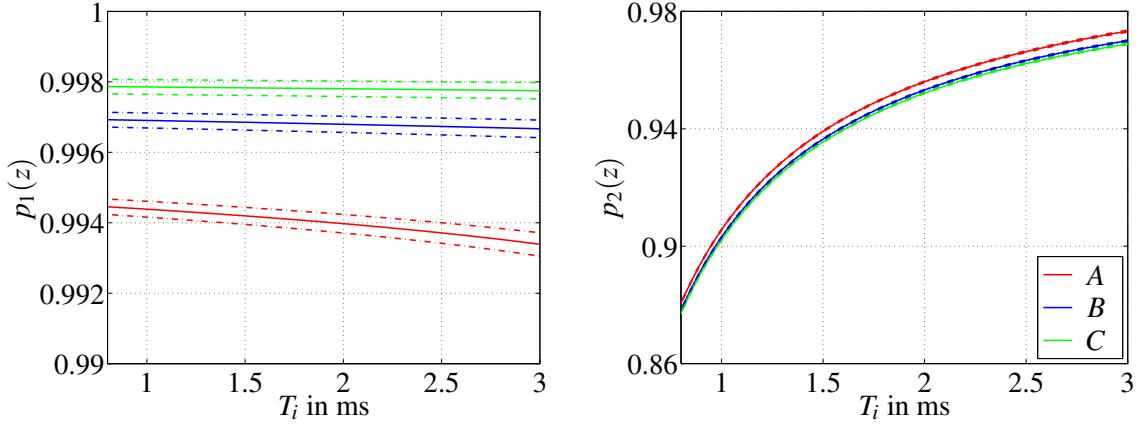


Abbildung 3.10: Verläufe der zeitdiskreten und durchgehend reelwertigen Pole der Übertragungsfunktion $G_z(z)$ in Abhängigkeit der Streckenzeitzkonstante T_i für exemplarische Reglerauslegungen gemäß Tab. 3.1. Die gestrichelten Linien beschreiben die Unsicherheiten ($\pm 2 \frac{1}{\sqrt{s}}$) bzgl. der analytisch berechneten Streckenverstärkung K_i .

des DT2-Glieds aufgetragen. Letztere wird analog zu (3.20) wie folgt berechnet:

$$T_{i,min} = \frac{1}{\max(|\Re(p_{1,2})|)} = \frac{2d}{d + \sqrt{d^2 - 1}} T_i. \quad (3.26)$$

Da gemäß Abb. 3.9 die kleine Regelkreiszeitkonstante $T_{i,min}$ Werte von etwa 0,8 ms nicht unterschreitet, wären theoretisch Abtastzeitzeiten bis zu 1,6 ms zulässig. Da die tatsächlich am Prüfstand verwendete Abtastzeit mit $T_a = 100 \mu s$ deutlich darunter liegt, kann die Anwendung des RK1-Verfahrens im vorliegenden Fall als numerisch unkritisch betrachtet werden. Dieser Umstand kann auch anhand der Polverläufe des RK1-diskretisierten Systems belegt werden. Dazu wird die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion (3.16) mit der zugehörigen RK1-Korrespondenz (A.13a) zunächst zeitdiskretisiert. Die Übertragungsfunktion im z -Bereich lautet wie folgt:

$$G_z(z) = \frac{K_i T_a (z-1)}{z^2 T_i + z(T_a - 2T_i) + K T_a^2 + T_i - T_a}. \quad (3.27)$$

Die Pole können wiederum durch Anwendung der PQ-Formel auf das charakteristische Polynom in (3.27) berechnet werden.

$$p_{1,2}(z) = 1 - \frac{T_a}{2T_i} \pm \frac{T_a \sqrt{1 - 4KT_i}}{2T_i} \quad (3.28)$$

Die mittels (3.28) berechneten Polverläufe sind in Abb. 3.10 für variierende Zeitkonstanten T_i dargestellt. Aufgrund der robusten Auslegung des zeitkontinuierlichen Aussteuerungsregelkreises auf Dämpfungsgrade größer Eins, sind neben den zeitkontinuierlichen auch die zeitdiskreten Pole rein reellwertig. Da mit der verwendeten Abtastzeit $T_a = 100 \mu s$ zudem die RK1-Bedingung (A.15) erfüllt ist, liegen alle zeitdiskreten Pole innerhalb des Einheitskreises der z -Ebene und sind somit stabil.

3.3.4 Einschränkung lokaler Stabilitätsnachweise für LPV-Systeme

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass im Rahmen der obigen Untersuchungen die Stabilität des (unbegrenzten) Aussteuerungsregelkreises lediglich lokal in der Umgebung der jeweils als konstant angenommenen Kennwert- bzw. Parametersätze $\varphi = [K_i, T_i]^T$ untersucht wurde. Dieser, häufig im Rahmen von Gain-Scheduling Ansätzen verwendeten Vorgehensweise, liegt die Idee zugrunde, ein LPV-System, in diesem Fall der Aussteuerungsregelkreis, in eine Vielzahl von LTI-Systemen mit jeweils konstanten Parametersätzen aufzuteilen und mittels gängiger lokalen Methoden (z.B. Eigenwertanalyse) auf Stabilität zu untersuchen. Sind alle LTI-Systeme innerhalb des relevanten Betriebsbereiches stabil, liegt der Schluss nahe, auch das LPV-System als stabil zu bewerten. Um eine solche Stabilitätsaussage ableiten zu können, wird bei LPV-Systemen allerdings üblicherweise vorausgesetzt, dass sich die Systemparameter gegenüber der Systemdynamik nur langsam ändern. Ist das nicht der Fall, kann mittels lokaler Untersuchungen, wie z.B. Eigenwertanalysen, im Allgemeinen kein abschließender Nachweis der Stabilität eines LPV-Systems durchgeführt werden. Hintergrund ist, dass sich bei schnell veränderlichen Parametern die zeitveränderliche Dynamik von LPV-Systemen erheblich von der lokaler LTI-Modelle unterscheiden kann. So wurde beispielsweise in [SA92] gezeigt, dass ein durch Eigenwertanalysen als stabil bewertetes schwingfähiges LPV-System bei schnellen Parametervariationen dennoch instabil werden kann. Dieser Sachverhalt soll anhand eines Beispiels veranschaulicht werden. Es sei dazu ein autonomes LPV-System zweiter Ordnung gegeben, welches jeweils in zwei lokale LTI-Systeme mit unterschiedlichen Dynamikmatrizen bzw. Parametersätzen zerlegt werden kann:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \left\{ \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.29)$$

mit

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -2 & -15 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Es wird außerdem davon ausgegangen, dass zwischen den Parametersätzen sprungartig umgeschaltet werden kann, was einer bezogen auf die Systemdynamik (sehr) schnellen Parametervariation entspricht. Die Eigenwerte können durch Nullsetzen der charakteristischen Polynome entsprechend

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (3.31)$$

berechnet werden:

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}_1) = -1 \pm 1,42j \quad (3.32a)$$

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}_2) = -2 \pm 5,48j. \quad (3.32b)$$

Da die komplexen Eigenwerte beider Dynamikmatrizen in der linken s -Halbebene liegen, haben beide LTI-Systeme einen periodischen aber stabilen Charakter. Die zugehörigen spiralförmigen Zustandstrajektorien sind im Phasendiagramm in Abb. 3.11a dargestellt. Man erkennt, dass trotz der asymptotisch stabilen Verläufe in Richtung des Nullpunktes, abwechselnd Phasen mit ansteigender und abfallender Amplitude durchlaufen wer-

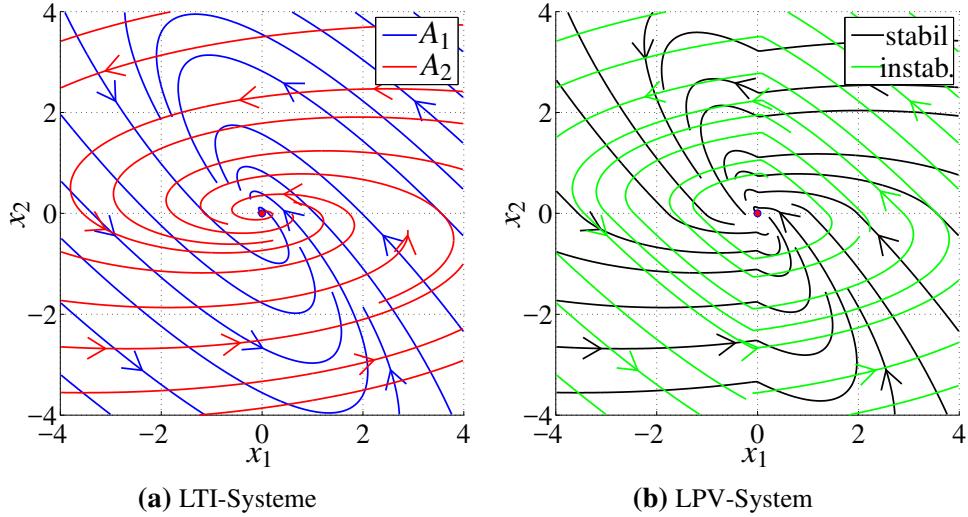


Abbildung 3.11: Periodischer Fall: Zustandstrajektorien zweier asymptotisch-stabiler LTI-Systeme \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 (links) sowie des zugehörigen LPV-Systems (rechts). Je nachdem, zu welchen Zeitpunkten zwischen den LTI-Systemen umgeschaltet wird, klingt die Amplitude des LPV-Zustandsvektors entweder auf oder ab.

den. Je nachdem, zu welchen Zeitpunkten zwischen den LTI-Systemen umgeschaltet wird, kann eine Aneinanderreihung abfallender oder ansteigender Phasen hervorgerufen werden. Während im ersten Fall mit einem raschen Abklingen der Zustandstrajektorie des LPV-Systems zu rechnen ist, kann im zweiten Fall das LPV-System trotz lokal stabiler Verhältnisse instabil werden. Zur Veranschaulichung sind beide Fälle in Abb. 3.11b dargestellt. Für den stabilen Fall wird im ersten und dritten Quadranten auf das LTI-Modell \mathbf{A}_2 , im zweiten und vierten Quadranten auf das System \mathbf{A}_1 geschaltet. Im instabilen Fall wird genau umgekehrt verfahren. Das Beispiel hat insoweit Relevanz für die Stabilität des Aussteuerungsregelkreises, als auch hier mit schnellen Parametervariationen zu rechnen ist. So lassen sich mittels der dynamisch ausgelegten Stromregelung schnelle Änderungen der Stromarbeitspunkte vornehmen, welche aufgrund von Sättigungseffekten zu ebenso schnellen Änderungen der Streckenzzeitkonstante T_i führen.

Die Aussteuerungsregelung wurde allerdings so ausgelegt, dass sie lokal stets Dämpfungsgrade größer eins, und somit lokal aperiodisch-stabiles Verhalten aufweist (vgl. Abb. 3.8). Dennoch stellen lokale Stabilitätsanalysen auch in diesem Fall nur ein notwendiges aber kein hinreichendes Kriterium für die Stabilität des LPV-Systems insgesamt dar. Zur Veranschaulichung seien dazu zwei weitere LTI-Systeme mit den Dynamikmatrizen

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -8 & -5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

und den zugehörigen Eigenwerten

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}_3) = \{-4; -3\} \quad (3.34a)$$

$$\lambda_{1,2}(\mathbf{A}_4) = \{-1, 2; -6, 8\} \quad (3.34b)$$

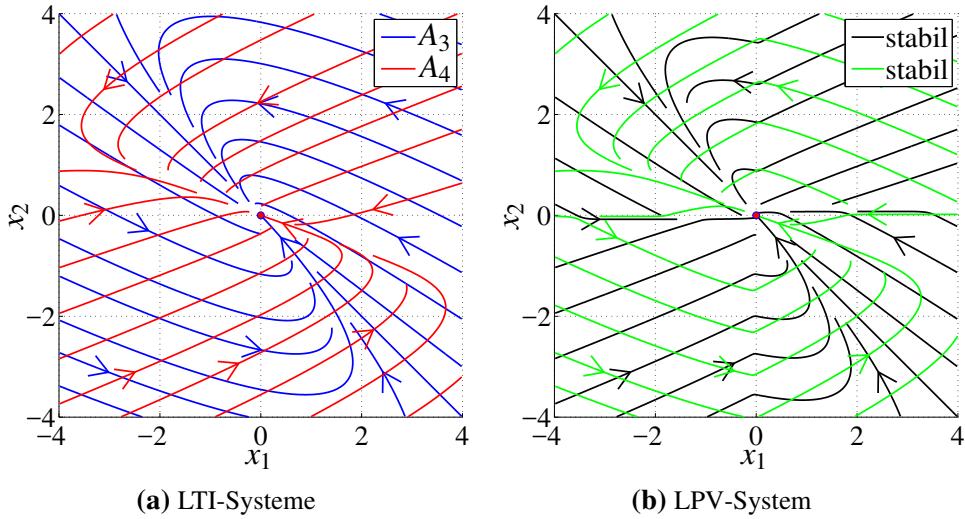


Abbildung 3.12: Aperiodischer Fall: Zustandstrajektorien zweier asymptotisch-stabiler LTI-Systeme A_3 und A_4 (links) sowie des zugehörigen LPV-Systems (rechts). Die Amplitude des LPV-Zustandsvektors klingt unabhängig davon ab, wann zwischen den Parametersätzen der beiden LTI-Systeme umgeschaltet wird.

betrachtet. Im Gegensatz zu den vorangehenden Systemen \mathbf{A}_1 und \mathbf{A}_2 mit periodischem Einschwingverhalten sind die Eigenwerte der Dynamikmatrizen \mathbf{A}_3 und \mathbf{A}_4 diesmal rein reellwertig. Die Zustandstrajektorien der LTI-Systeme sind Abb. 3.12a, die des LPV-Systems Abb. 3.12b zu entnehmen. Obwohl auf Basis der in Abb. 3.11b gewählten Umschaltregeln, keine kritische Aneinanderreihung ansteigender Phasen hervorgerufen wird, kann dies dennoch nicht grundsätzlich ausgeschlossen werden. Das liegt daran, dass auch im Falle von LTI-Systemen mit aperiodischen Einschwingverhalten je nach Anfangsauslenkung nicht zwangsläufig von einem (streng) monotonen Abfall der Zustandstrajektorie ausgegangen werden kann (vgl. \mathbf{A}_3 in Abb. 3.12a). Es ist somit zumindest theoretisch vorstellbar, dass im Falle einer entsprechend ungünstig gewählten Folge schneller Systemumschaltungen auch ein lokal aperiodisch-stabiles LPV-System insgesamt an Stabilität verliert. Inwieweit solche Bedenken in der Praxis von Bedeutung sind, muss im Einzelfall geprüft werden. Hinsichtlich des Aussteuerungsregelkreises konnten im Rahmen von Simulationen und Prüfstandsvalidierungen keine Instabilitäten beobachtet werden, sodass auf einen über lokale Eigenwertanalysen hinausgehenden (hinreichenden) LPV-Stabilitätsnachweis, z.B. auf Basis von *Ljapunov* Funktionen, verzichtet wurde⁴.

⁴Eine konservative Herangehensweise stellt der Test auf quadratische Stabilität dar, der beispielsweise in [Sch97] beschrieben wird. Die Stabilitätsanalyse erfolgt dabei auf Basis einer einzigen quadratischen Ljapunov-Funktion. Existiert eine solche Funktion für den gesamten relevanten Parameterraum des LPV-Systems, so kann das LPV-System innerhalb dieses Parameterraums als exponentiell stabil betrachtet werden. Da exponentielle Stabilität nur eine hinreichende Bedingung darstellt, kann auch bei Nicht-Existenz einer solchen Funktion das untersuchte LPV-System dennoch stabil sein. Der Stabilitätsnachweis wird in dem Fall aber erheblich aufwendiger, da auf parameter-abhängige Ljapunov-Funktionen zurückgegriffen werden muss [Sha12], [Bru04].

3.3.5 Stellgrößenbegrenzung und ARW Maßnahme

Bisher wurde angenommen, dass der Motor ausschließlich im Flussschwärbereich betrieben wird und länger andauernde kritische Übermodulationszustände durch eine hinreichend dynamische Auslegung des Aussteuerungsreglers verhindert werden. Die Aufgabe des Aussteuerungsreglers besteht dann lediglich darin, durch Korrektur des vorgesteuerten Flusses ψ_{max} in (3.1) sicherzustellen, dass ein gewünschter Spannungsbedarf des Motors stationär genau eingehalten wird. Je nachdem, ob der tatsächliche Spannungsbedarf des Motors aufgrund von Modellunsicherheiten kleiner oder größer ausfällt, ergibt sich am Eingang des Aussteuerungsreglers entweder ein positiver oder negativer Regelfehler. Über den Korrekturfluss ψ_Δ am Ausgang des Reglers wird dieser dann wieder ausgeglichen. Um nun die Notwendigkeit einer Stellgrößenbegrenzung mit *Anti-Reset-Windup* (ARW) Maßnahme zu verstehen, muss der betrachtete Betriebsbereich auf den Ankerstellbereich bzw. den Übergang zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich ausgeweitet werden. Besteht sich der Motor im Ankerstellbereich, können Drehmomente entsprechend der verwendeten MTPC- oder ME Strategie verlustoptimal gestellt werden. Entsprechend wird in der Arbeitspunktwahl in Abb. 2.10 statt des maximal zulässigen Flusses $\psi_{max,\Delta}$ der aus Sicht des Verluste vorteilhaftere Fluss $\psi_{opt}(M^*)$ über den min-Block ausgewählt. Da die Flussgrenze $\psi_{max,\Delta}$ im Ankerstellbereich somit keine Relevanz besitzt, verliert auch der Aussteuerungsregler seinen Einfluss auf die Regelstrecke. Die (positive) Regeldifferenz bleibt dagegen weiterhin bestehen und wird vom Regler kontinuierlich aufintegriert. Findet schließlich ein Übergang in den Flussschwärbereich statt, muss der Regler über die negative Regeldifferenz erst wieder abintegriert werden, bevor er seine gewünschte Wirkung entfalten kann. Das verzögerte Eingreifen des Aussteuerungsreglers kann ein signifikantes Überschwingen des Istaussteuerungsrades bzw. eine große Fehler-Zeit-Fläche zwischen Soll- und Istaussteuerungsgrad zur Folge haben. In der Literatur wird das beschriebene Phänomen typischerweise als *Wind-Up-Effekt* bezeichnet und ist beispielsweise in [Hip06] oder [MT09] beschrieben. Wird der für sinusförmige Speisung maximal zulässige Aussteuerungsgrad a_{max} zu lange und zu deutlich überschritten, kann durch die rotorwinkelabhängige Begrenzung der Stromreglerausgänge auf das Hexagon ein stationär genaues Einstellen der Sollströme nicht mehr sichergestellt werden (s. Abschnitt 2.2.2). Es besteht die Gefahr, dass die sich einstellenden Stromoszillationen die Betriebsgrenzen des Motors verletzen und die Motorregelung in den Fehlermodus (Überstromabschaltung) geht. Um dies zu verhindern, kann eine Kombination aus Stellgrößenbegrenzung und ARW-Maßnahme Abhilfe schaffen. Zwei häufig verwendete Gegenmaßnahmen sind beispielsweise in [MT09] für einen Drehzahlregler in PI-Ausführung vorgestellt. Angewandt auf den Aussteuerungsregler, ergeben sich die in Abb. 3.13 dargestellten Realisierungen, die im Folgenden erläutert werden.

Stellgrößenbegrenzung

Die Stellgrößenbeschränkung begrenzt den Ausgang des Aussteuerungsreglers mit Hilfe eines Sättigungsgliedes, dessen Wirkung mathematisch wie folgt ausgedrückt werden

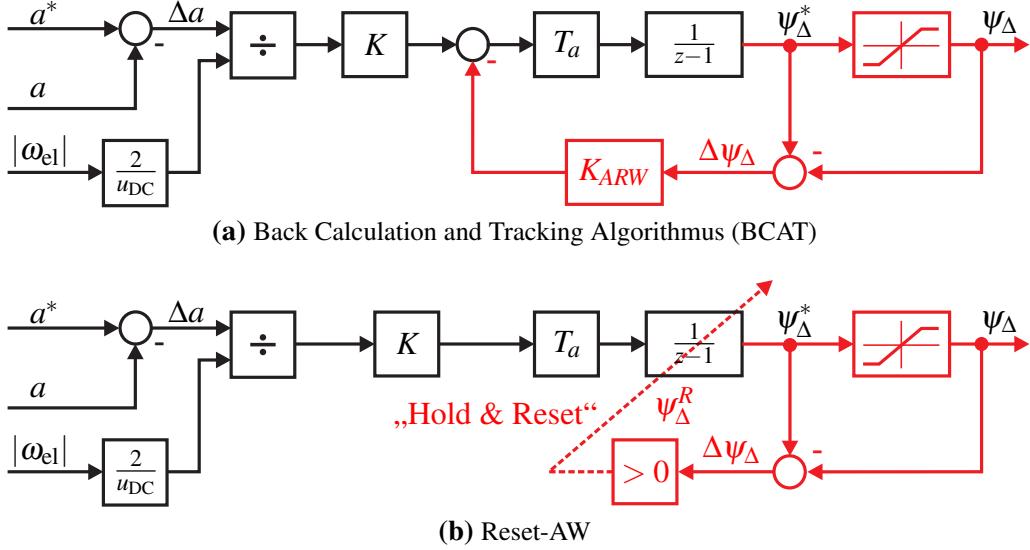


Abbildung 3.13: Aussteuerungsregler mit unterschiedlichen ARW Realisierungen [MT09].

kann:

$$\psi_{\Delta} = \begin{cases} \psi_{\Delta}^+ & \text{für } \psi_{\Delta}^* > \psi_{\Delta}^+ \\ \frac{K}{K_i} \frac{T_a}{z-1} \Delta a & \text{für } \psi_{\Delta}^- < \psi_{\Delta}^* < \psi_{\Delta}^+ \\ \psi_{\Delta}^- & \text{für } \psi_{\Delta}^* < \psi_{\Delta}^- \end{cases} \quad (3.35)$$

Die Grenzen $\psi_{\Delta}^- < 0$ und $\psi_{\Delta}^+ > 0$ werden dabei in einer Worst-Case Abschätzung (s. Anhang A.3) so ermittelt, dass in jedem Fall sichergestellt ist, dass die durch Modellierungsgenauigkeiten in der Arbeitspunktsteuerung verursachten Flussfehler vollständig kompensiert werden können und die Stellgrößenbegrenzung bei Normalbetrieb des Reglers im Flussschwäzbereich nicht erreicht wird. Dafür genügt aus folgenden Gründen eine rein stationäre Betrachtung:

1. Durch die Realisierung des Aussteuerungsreglers als Integrierer werden sprungförmige Änderungen des Aussteuerungsgrades aufgrund transienter Spannungsspitzen der Stromregler nur stark gedämpft an den Korrekturfluss ψ_{Δ} weitergegeben.
2. Durch die Auslegung der Aussteuerungsregelung auf Dämpfungsgrade größer eins ist kein transientes Überschwingen des Korrekturflusses ψ_{Δ} zu erwarten.

Wird ψ_{Δ}^+ dennoch erreicht, befindet sich der Motor im Ankerstellbereich. Die untere Grenze ψ_{Δ}^- ist dagegen hinsichtlich der Stellgrößenbegrenzung ohne konkrete Bedeutung, da unter normalen Umständen ein unkontrolliertes Aufintegrieren des Aussteuerungsreglers in negativer Richtung nicht möglich ist.

Anti-Reset-Windup

Die ARW-Maßnahme soll beim Eintritt in die Stellgrößenbegrenzung ($\psi_{\Delta}^* > \psi_{\Delta}^+$) sicherstellen, dass der Aussteuerungsregler nicht beliebig aufintegriert wird. Im Falle des sogenannten *Back Calculation and Tracking Algorithm* (BCAT) in Abb. 3.13a wird die

Differenz zwischen dem geforderten und dem begrenzten Korrekturfluss über einen Faktor K_{ARW} auf den Integrierer zurückgeführt. Befindet sich die Regelung nicht in der Stellgrößenbegrenzung (Flussschwärbereich), so ist $\Delta\psi_\Delta = 0$ und die ARW-Maßnahme ist inaktiv. Andernfalls (Ankerstellbereich) ist $\Delta\psi_\Delta > 0$, und der Integrator wird durch die ARW-Maßnahme gemäß folgendem Zusammenhang begrenzt:

$$\psi_\Delta^*(z) = \frac{\frac{K}{K_i} T_a}{z-1} \Delta a(z) - \frac{K_{ARW} T_a}{z-1} \underbrace{(\psi_\Delta^*(z) - \psi_\Delta^+(z))}_{\Delta\psi_\Delta}, \quad K_i = \frac{2 |\omega_{el}|}{u_{DC}} \quad (3.36a)$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{K_{ARW} T_a} (z-1) + 1} \left(\frac{K}{K_i K_{ARW}} \Delta a(z) + \psi_\Delta^+(z) \right). \quad (3.36b)$$

Gleichung (3.36b) entspricht der Überlagerung zweier PT1-Glieder mit jeweils der Zeitkonstante K_{ARW}^{-1} , wobei der erste Term der Regeldifferenz und der zweite Term der oberen Stellgrößengrenze ψ_Δ^+ folgt. Bei entsprechend großer Wahl des Rückführfaktors K_{ARW} kann der erste Term in (3.36b) vernachlässigt werden, und der unbegrenzte Fluss ψ_Δ^* entspricht (fast) ohne Verzögerung ψ_Δ^+ . Obwohl ein „Integrator Windup“ auf diese Weise effektiv verhindert werden kann, hat sich die BCAT Struktur für den Einsatz am Prüfstand dennoch als unzureichend herausgestellt. Hintergrund ist, dass bei dynamischen Übergängen vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich das Abintegrieren schlichtweg zu lange dauert. Die Problematik ist in Abb. 3.14 anhand von Prüfstandsmesschrieben nochmal anschaulich. Obwohl der Eintritt in den Flussschwärbereich bereits bei etwa 30 ms stattfindet ($a = a^*$), wird der Aussteuerungsregler aufgrund des langsamen Abintegrierens erst 35 ms später über den min-Block in der Arbeitspunktssteuerung auf die Strecke geschaltet ($\psi_{max,\Delta} = \psi_{opt}$). Da der Motor bis dahin aber bei maximaler Übermodulation (Blocksteuerung) betrieben wird und ein stationär genaues Einregeln der Sollströme folglich nicht mehr möglich ist, kann dem Überschreiten der Stromgrenzwerte des Motors nicht mehr rechtzeitig entgegengewirkt werden. Die Motorregelung geht somit bei etwa 65 ms in die Überstromabschaltung ($i_d^* = i_q^* = 0$).

Um solcherlei Zustände zu verhindern, kommt stattdessen eine sogenannte *Reset-AW*-Maßnahme [MT09] zum Einsatz. Ein vereinfachtes Schema der Maßnahme ist in Abb. 3.13b dargestellt. Bei der Reset-AW-Maßnahme wird der Integrator zum Zeitpunkt des Eintritts in die Stellgrößenbegrenzung auf seinem letzten Wert (hier: ψ_Δ^+) festgehalten („Hold“). Beim Verlassen der Begrenzung, wird die Integration dann entweder ausgehend von diesem fortgesetzt oder der Integrator wird mit einem neuen vorher festgelegten Startwert reinitialisiert („Reset“). Um sicherzustellen, dass die Stromregelung auch bei dynamischen Übergängen zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich stets mit ausreichend Spannungsreserve betrieben wird, wird die Reinitialisierung des Integrators mit einem flussschwächen Startwert $\psi_\Delta^* = \psi_\Delta^R < 0$ durchgeführt. Auf diese Weise kann auch bei dynamischen Übergängen einem kritischen Ansteigen des Spannungsbedarfs schnell und effektiv entgegengewirkt werden. Aus einem sicheren Betriebszustand heraus, kann der Aussteuerungsregler anschließend den Sollaustaussteuerungsgrad $a^* = 1,1$ entsprechend der in Abschnitt 3.3 festgelegten Dynamik einregeln.

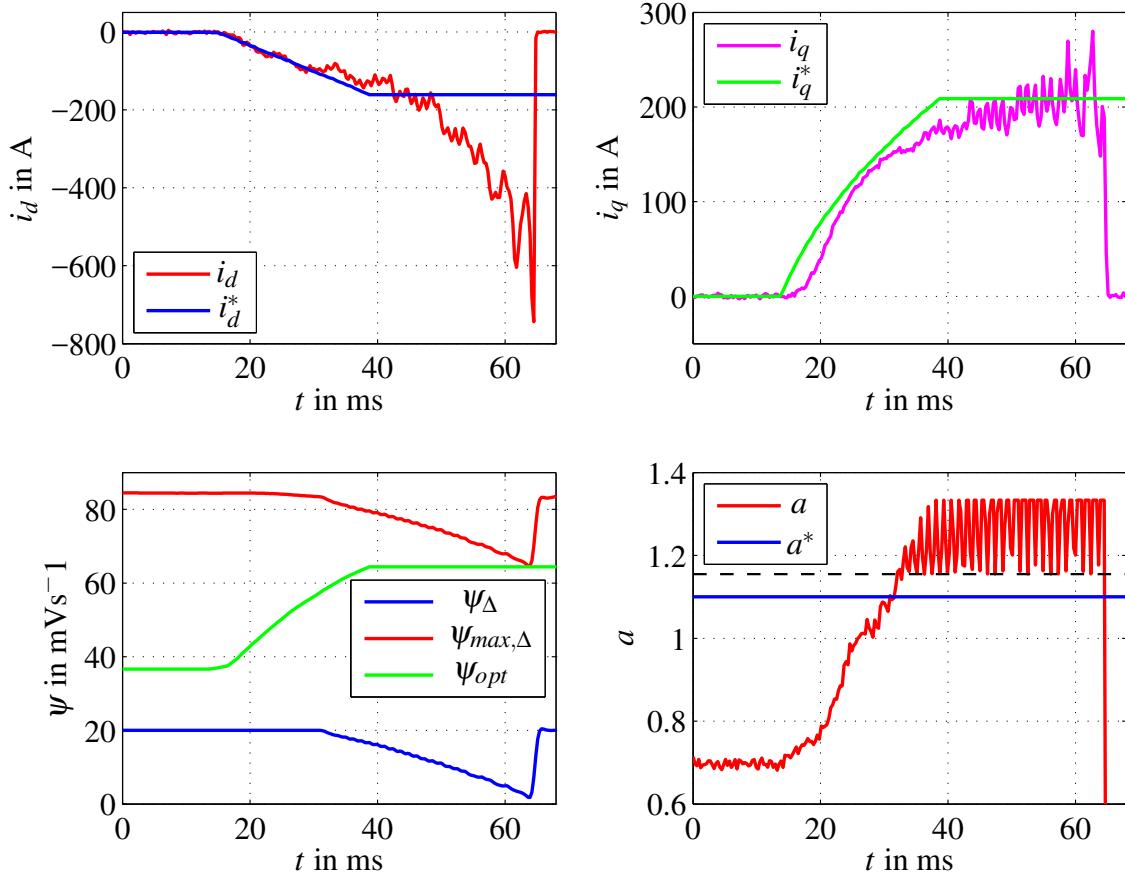


Abbildung 3.14: Drehmomentrampe bei 5000 min^{-1} : Kritischer Übergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich aufgrund verzögertem Eingreifen des Aussteuerungsreglers; die gestrichelte schwarze Linie kennzeichnet den für sinusförmige Speisung maximal zulässigen Aussteuerungsgrad $a_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Erweiterung der Reset-AW-Maßnahme

Die obigen Ausführungen sollen dazu dienen, das grundsätzliche Funktionsprinzip der am Prüfstand eingesetzten Reset-AW-Maßnahme im Hinblick auf Übergänge zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich verständlich zu machen. Bevor die Aussteuerungsregelung am Prüfstand in Betrieb genommen werden kann, muss jedoch ein weiteres Szenario beachtet werden. Es sei dazu angenommen, dass der Motor an der Grenze zum Flussschwärbereich, aber noch im Ankerstellbereich betrieben wird. Aufgrund der resultierenden kleinen positiven Regeldifferenz Δa integriert der Aussteuerungsregler langsam in Richtung seines oberen Grenzwertes ψ_{Δ}^+ auf. Findet nun kurz vor dem Eintritt in die Stellgrößenbegrenzung ein dynamischer Übergang in den Flussschwärbereich statt, bleibt die Reset-AW-Maßnahme wirkungslos und der Integrator muss auf regulärem Wege über die negative Regeldifferenz am Eingang des Reglers abintegriert werden. Da ein verzögertes Eingreifen des Aussteuerungsreglers und der damit verbundene temporäre Verlust der Funktionsfähigkeit der Stromregler zu kritischen Motorströmen führen kann (s. oben), wird die Reset-AW-Maßnahme entsprechend Abb. 3.15 erweitert. Der Aussteuer-

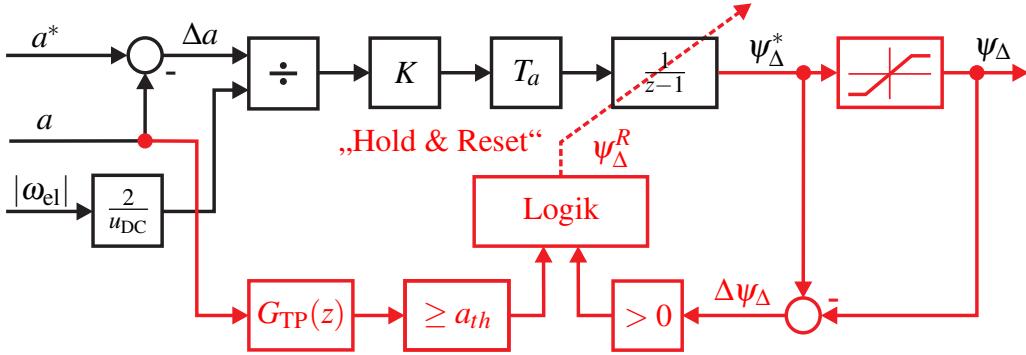


Abbildung 3.15: Aussteuerungsregler mit erweiterter Reset-AW-Maßnahme

ungsregler kann nun nicht mehr nur unmittelbar nach Verlassen des Ankerstellbereichs auf $\psi_{\Delta}^* = \psi_{\Delta}^R < 0$ zurückgesetzt werden, sondern auch bei Überschreiten eines kritischen Aussteuerungsgrades $a \geq a_{th}$. Durch Tiefpassfilterung des Aussteuerungsgrades mit dem PT1-Glied

$$G_{TP}(z) = \frac{1}{\frac{\tau_{TP}}{T_a}(z-1) + 1} \quad (3.37)$$

soll die Empfindlichkeit der ARW-Maßnahme gegenüber kurzzeitigen transienten Spannungsspitzen im Aussteuerungsgrad reduziert werden. Der kritische Aussteuerungsgrad $a_{th} > a_{max}$ sowie die Filterzeitkonstante τ_{TP} werden empirisch am Prüfstand ermittelt. Ziel ist es die Parameter so festzulegen, dass die ARW-Maßnahme einerseits bei kritischen Betriebsbereichsübergängen rechtzeitig eingreift und den Integrierer zurücksetzt, andererseits beim Normalbetrieb des Aussteuerungsreglers im Fluss schwärbereich inaktiv bleibt. So dient insbesondere a_{th} dem Zweck, zwischen dem Normalbetrieb des Aussteuerungsreglers im Fluss schwärbereich mit $a < a_{th}$ und kritischen Übergängen zwischen Ankerstell- und Fluss schwärbereich mit $a \geq a_{th}$ zu unterscheiden. Grundsätzlich gilt hierbei: Je kleiner das Maximum des DT2-förmigen Einschwingungsvorgangs gemäß (3.16) nach Aufschalten eines Flussfehlers ψ_e ausfällt, desto niedriger kann auch a_{th} angesetzt werden, ohne die Regelperformanz des Aussteuerungsreglers im Fluss schwärbereich durch unerwünschte ARW-Eingriffe zu degradieren. Das Maximum der DT2-Antwort hängt neben der Amplitude auch von der Dynamik der anregenden Flussfehleränderung ab, welche wiederum direkt an die zulässigen Änderungsraten für Drehmoment und Drehzahl am Prüfstand gekoppelt ist. Werden letztere, wie auch im Rahmen der Validierung in Abschnitt 3.4 der Fall, sehr groß gewählt, kann der Einschwingvorgang des Aussteuerungsgrades durchaus den unteren bis mittleren Übermodulationsbereich tangieren. Der Parameter a_{th} muss entsprechend größer gewählt werden, was wiederum die Gefahr kritischer Stromamplituden bei Betriebsbereichübergängen erhöht. Alternativ kann durch Erhöhung der Dynamik der Aussteuerungsregelung das Maximum der DT2-Antwort abgesenkt werden. Die abnehmende Dämpfung des Regelkreises sowie die Verringerung des Dynamikabstandes zur unterlagerten Stromregelung sind in dem Zusammenhang jedoch als kritisch zu betrachten.

3.4 Validierung

Im folgenden Abschnitt wird auf Basis von Messergebnissen die Funktions- und Leistungsfähigkeit der Aussteuerungsregelung demonstriert. Dazu wurden am Prüfstand eine Reihe von Fahrprofilen in Form von Drehmoment- und Drehzahlrampen durchfahren und die relevanten Messwerte und Variablen aufgezeichnet. Während in Abschnitt 3.4.1 das Regelverhalten im Flussschwärbereich untersucht wird, werden in Abschnitt 3.4.2 und Abschnitt 3.4.3 die als besonders kritisch zu wertenden Übergänge zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich genauer betrachtet. Die Parametrierung des Aussteuerungsreglers inklusive Stellgrößenbegrenzung und ARW-Maßnahme erfolgte in empirischer Art und Weise am Prüfstand, jedoch innerhalb der analytisch motivierten Grenzen der vorangehenden Kapitel. So wurden die Parameter des Aussteuerungsreglers insbesondere an die maximal zu erwartende Dynamik der Arbeitspunktänderungen angepasst. Die zulässigen Drehmoment- und Drehzahrraten δM bzw. δn wurden derart gewählt, dass die Aussteuerungsregelung theoretisch auch in hoch dynamischen Anwendungen, beispielsweise der aktiven Dämpfung von Schwingungen im Antriebsstrang [NBP04], eingesetzt werden könnte⁵. Die verwendeten Regler- und Betriebsparameter sind in Tab. 3.2 nochmal zusammengefasst.

Reglerparameter	Wert	Betriebsparameter	Wert
K in s^{-1}	53	a^*	1,1
a_{th}	1,22	T_a in μs	100
ψ_{Δ}^+ in mVs	20	δM in Nm/s	4000
ψ_{Δ}^- in mVs	-20	δn in min^{-1}/s	2000
ψ_{Δ}^R in mVs	-6	u_{DC} in V	285
τ_{TP} in ms	1		

Tabelle 3.2: Relevante Regler- und Betriebsparameter während der Validierung

3.4.1 Drehmomentwechsel im Flussschwärbereich

Beim ersten Validierungsszenario wird der Motor bei alternierenden positiven und negativen Drehmomenten zunächst durchgehend im Flussschwärbereich betrieben. Es wird eine hinreichend hohe Motordrehzahl (hier: $n = 8500 min^{-1}$) angefahren, bei der selbst im unbelasteten Betrieb des Motors, der Sollaussteuerungsgrad nur durch Aufschalten einer (kleinen) flussschwägenden d -Stromkomponente eingehalten werden kann. Die gemesse-

⁵Für das Abfahren realitätsnaher Fahrprofile am Prüfstand, wie sie beispielsweise der Validierung des thermischen Motormodells in Abschnitt 8.4 zugrunde liegen, können die maximalen Drehmomenteraten um den Faktor 4 kleiner gewählt werden (vgl. auch Tab. 8.1). Die damit einhergehenden niedrigeren Dynamikanforderungen vereinfachen die Parametrierung des Reglers bei gleichzeitiger Erhöhung der Regelperformanz.

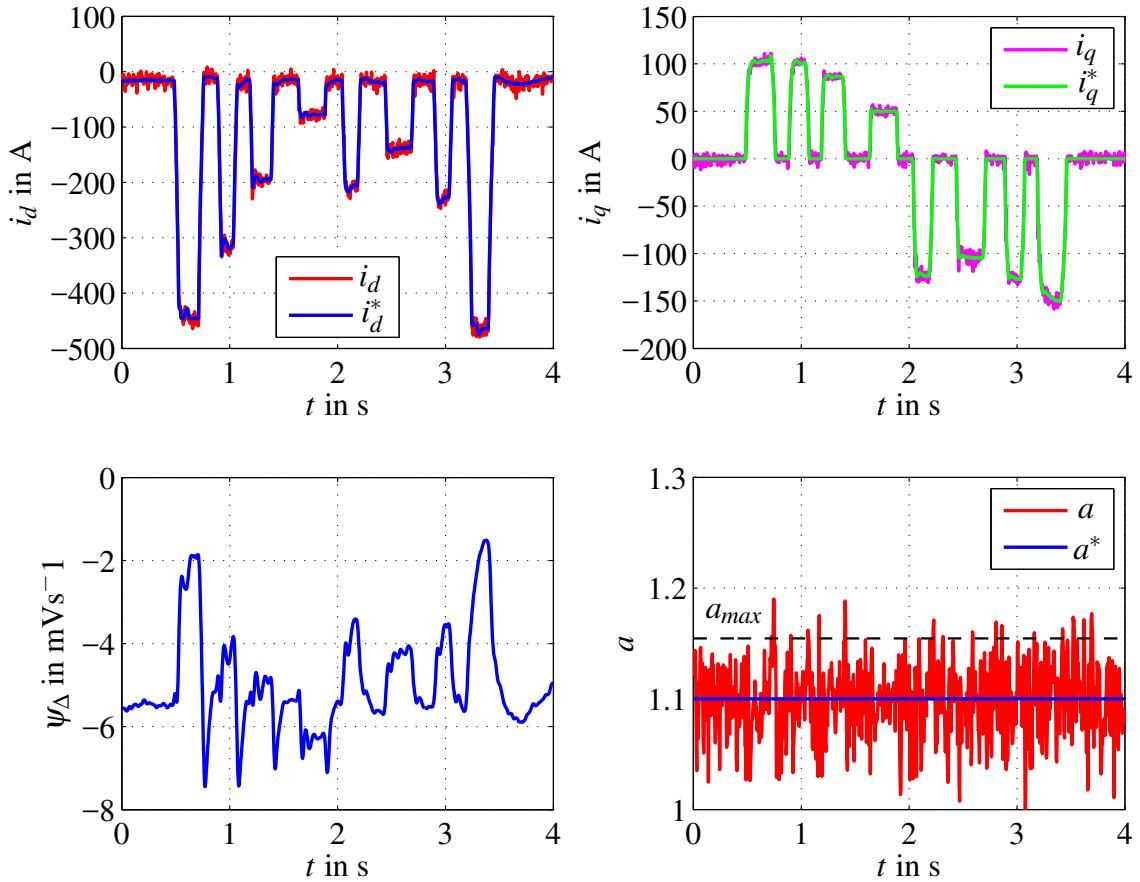


Abbildung 3.16: Drehmomentrampen im Flusschwärbereich bei $n = 8500 \text{ min}^{-1}$: Wechsel zwischen positiven ($i_q > 0$) und negativen Drehmomenten ($i_q < 0$) unterschiedlicher Amplituden und zwischenzeitlicher Entlastung ($i_q = 0$) des Motors.

nen Verläufe sind in Abb. 3.16 für das gesamte Messintervall und in Abb. 3.17 für einen 200 ms Ausschnitt dargestellt.

Die Validierungsergebnisse zeigen ein dynamisches und stationär genaues Einregeln der Sollströme bei gleichzeitiger Einhaltung des Sollaussteuerungsgrades. Die negativen Werte des Korrekturflusses ψ_Δ deuten darauf hin, dass der von der Arbeitspunktsteuerung vorgesteuerte Fluss ψ_{max} zu groß angenommen wurde. Ohne zusätzliche Flusschwächung würde der Spannungsbedarf des Motors bzw. der Aussteuerungsgrad des Umrichters somit oberhalb der über den Sollaussteuerungsgrad festgelegten Grenze liegen. Das Einschwingverhalten des Austeuerungsregelkreises in Abb. 3.17 entspricht in guter Näherung der aperiodisch ausgelegten DT2-Störgrößenübertragungsfunktion (3.16) nach Aufschalten eines Flussfehlers⁶. Bedingt durch die schnelle Änderungsrate des Drehmoments, wird der Motor dabei transient in Übermodulation ($a > a_{max}$) betrieben, ohne dabei die Performanz

⁶Das leichte Überschwingen des Aussteuerungsgrades zwischen 100 und 200 ms kann in der verringerteren Dynamik des Stromregelkreises aufgrund des kurzzeitigen Betriebs in der Stellgrößenbegrenzung ($a > a_{max}$) vermutet werden. Entsprechend Abb. 3.9 gehen steigende Streckenzeitzkonstanten mit einer abnehmenden Dämpfung des Aussteuerungsregelkreises einher.

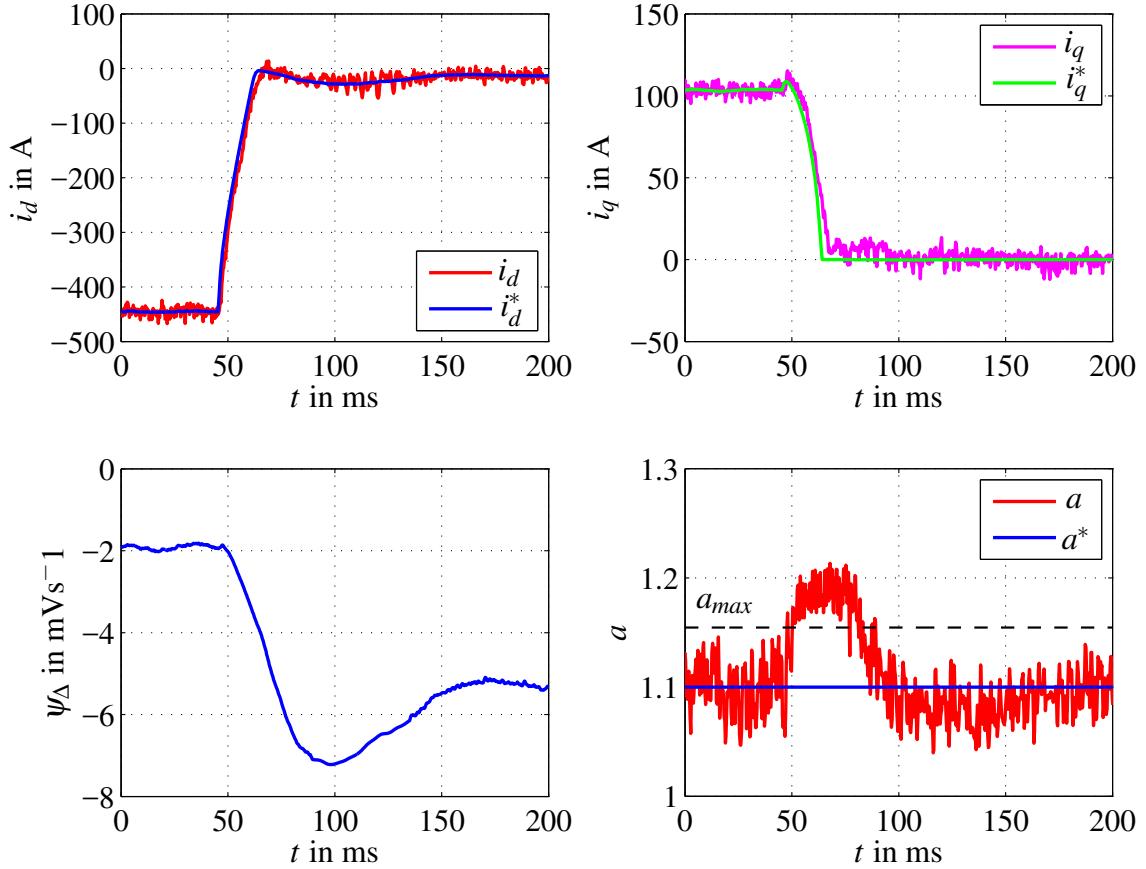


Abbildung 3.17: Drehmomentrampe ($100 \rightarrow 0 \text{ Nm}$) im Flussschwärbereich bei $n = 8500 \text{ min}^{-1}$
(Vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 3.16)

der Stromregler erkennbar zu verschlechtern. Das starke Rauschen des Aussteuerungsgrades ist auf die sprungförmigen Änderungen der Stromreglerausgänge u_{dq}^* zurückzuführen, wie sie durch Stroman Regelvorgänge und Stromharmonische verursacht werden. Durch die Realisierung des Aussteuerungsreglers als reiner Integrierer wird das Rauschen jedoch nur in stark gedämpfter Form auf den Reglerausgang übertragen. Um eine gegenseitige Schwingungsanregung der kaskadierten Regelkreise zu vermeiden, muss darüber hinaus jedoch auch sichergestellt sein, dass das Rauschen des Aussteuerungsgrades nicht zu ungewünschten Eingriffen der ARW-Maßnahme, also zu einem Zurücksetzen des Integrators führt. Um das zu verhindern, dürfen a_{th} und τ_{TP} nicht zu klein gewählt werden. Anhand der kontinuierlichen Verläufe des Korrekturflusses ψ_Δ in Abb. 3.16 und Abb. 3.17 kann man erkennen, dass das Rauschen des Aussteuerungsgrades weder direkt noch indirekt über ein etwaiges Eingreifen der ARW-Maßnahme sprungförmige Änderungen des Korrekturflusses verursacht. Andererseits können zu groß gewählte Werte für a_{th} und τ_{TP} dazu führen, dass bei Übergängen zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich die ARW-Maßnahme zu spät eingreift, um kritische Oszillationen auf den Motorströmen zu verhindern (vgl. Abb. 3.14). Solche Übergangsszenarien werden im Folgenden untersucht.

3.4.2 Drehzahlübergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich

Im Folgenden wird die Funktionsfähigkeit der Aussteuerungsregelung bei Übergängen zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich auf Basis von Drehzahlrampen validiert. Dazu wird der Motor bei einem festen Drehmoment von 30 Nm zunächst von 5000 min^{-1} auf die Maximaldrehzahl 12000 min^{-1} beschleunigt (s. Abb. 3.18) und im Anschluss daran wieder auf 5000 min^{-1} abgebremst (s. Abb. 3.19). Das Fahrprofil entspricht im Wesentlichen einem sogenannten Reversievorgang, wie er beispielsweise auch in [BJA93] zur Validierung der Spannungsregelung für eine Asynchronmaschine verwendet wurde. Ein Reversievorgang entspricht zwar nicht direkt einer typischen Fahrsituation, zeigt aber dennoch wesentliche Eigenschaften der Regelung.

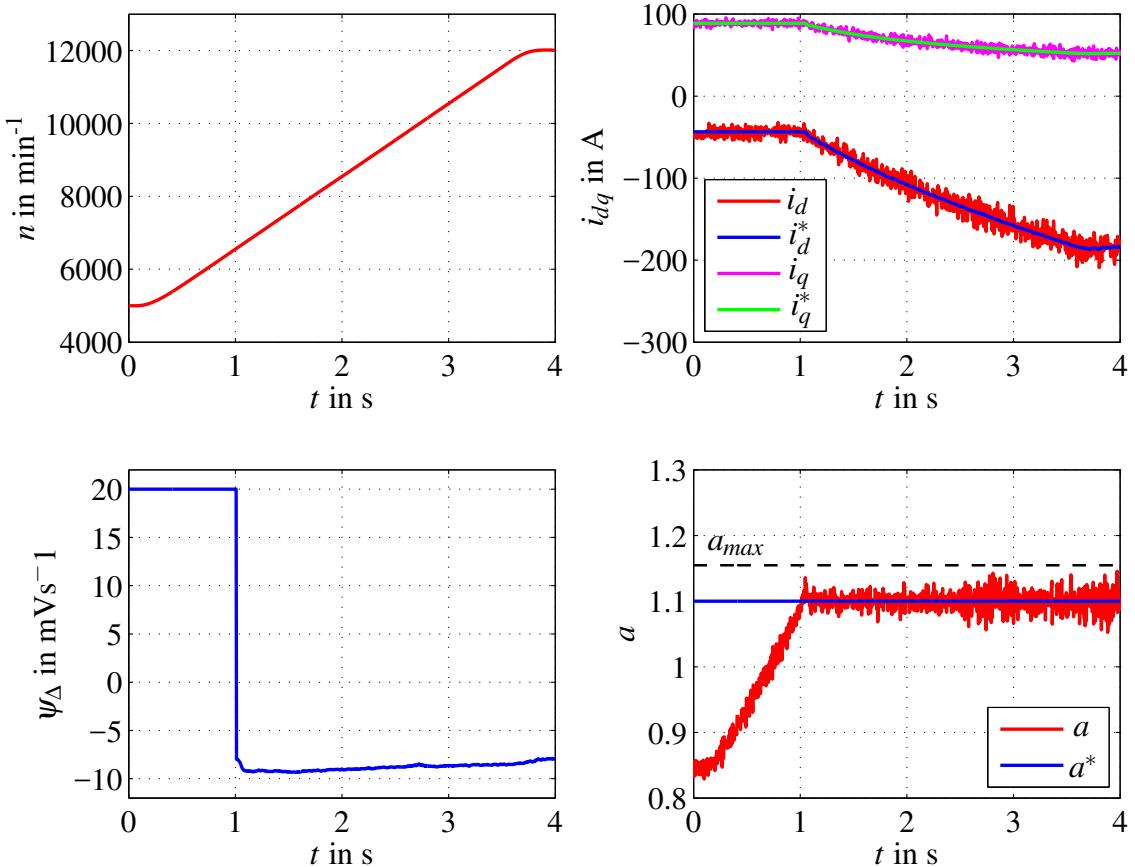


Abbildung 3.18: Beschleunigungsvorgang bei $M = 30 \text{ Nm}$: Übergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich

In Abb. 3.18 wird der Motor zu Beginn der Drehzahlrampe im Ankerstellbereich betrieben. Der Ist-Aussteuerungsgrad liegt entsprechend unterhalb seines Sollwertes und der Aussteuerungsregler befindet sich in seiner oberen Begrenzung ($\psi_\Delta = \psi_\Delta^+$). Mit zunehmender Drehzahl steigt der Spannungsbedarf des Motors und damit auch der Aussteuerungsgrad weiter an. Beim Erreichen des Sollaussteuerungsgrades ändert die Regeldiffe-

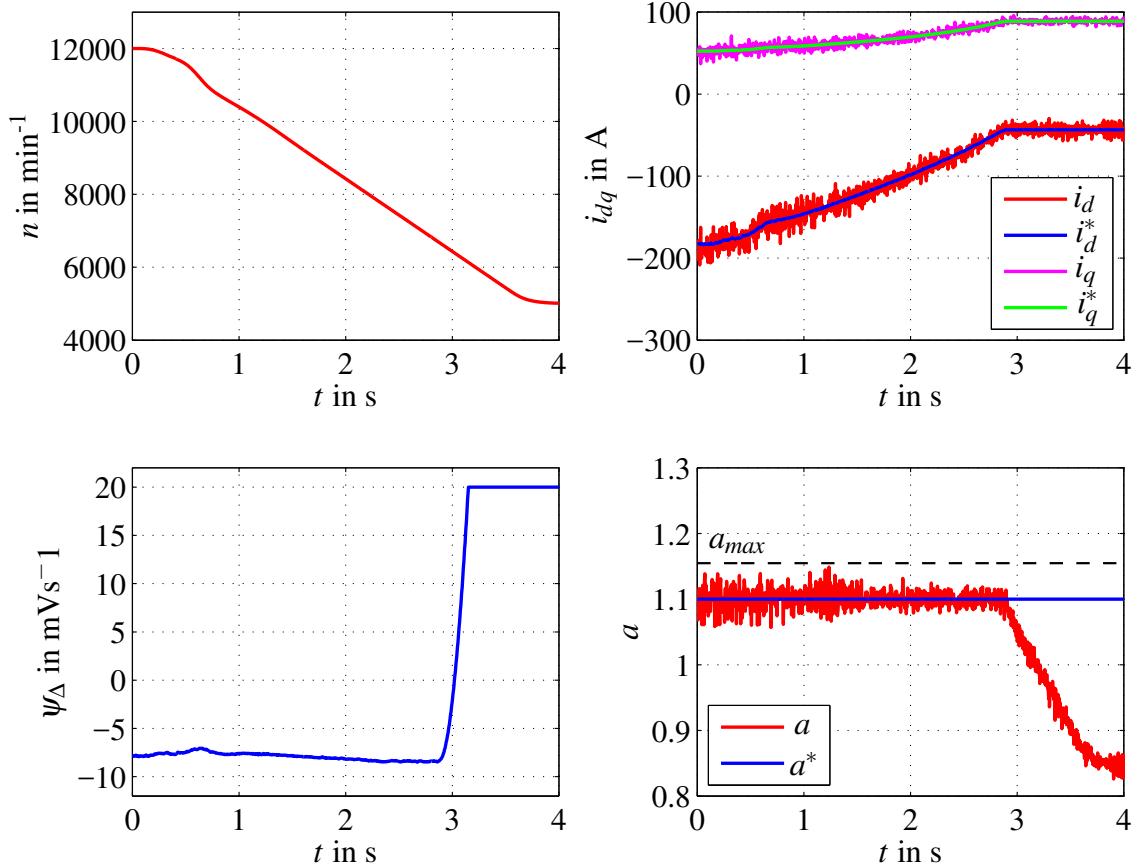


Abbildung 3.19: Abbremsvorgang bei $M = 30 \text{ Nm}$: Übergang vom Flussschwäch- in den Ankerstellbereich

renz ihr Vorzeichen, und die Stellgrößenbegrenzung wird verlassen. Die ARW-Maßnahme setzt in Folge den Integrierer auf den Wert ψ_{Δ}^R zurück, wodurch ein (zu) langsames Abintegrieren über die negative Regeldifferenz vermieden wird. Der schnelle Regeleingriff zeigt sich auch an dem geringen Überschwingen des Aussteuerungsgrades beim Eintritt in den Flussschwäzbereich. Während der weiteren Drehzahlzunahme im Flussschwäzbereich befindet sich der Aussteuerungsregler im Normalbetrieb, d.h. Korrekturfluss bzw. Sollströme werden kontinuierlich so angepasst, dass der Aussteuerungsgrad im Mittel genau dem Sollaussteuerungsgrad entspricht. Ohne die (negative) Flusskorrektur würden auf Basis des vorgesteuerten Flusses ψ_{max} Arbeitspunkte gewählt, die aufgrund ihres unzulässig hohen Spannungsbedarfs die ordnungsgemäße Funktionsfähigkeit der Stromregelung beeinträchtigen würden.

Beim Abbremsvorgang in Abb. 3.19 wird genau umgekehrt zum Beschleunigungsvorgang in Abb. 3.18 verfahren. Der Motor wird bei abnehmender Motordrehzahl zunächst im Flussschwäzbereich betrieben, wo der Aussteuerungsregler durch kontinuierliches Anpassen des Korrekturflusses ein stationär genaues Regelverhalten sicherstellt. Beim Verlassen des Flussschwäzbereiches ($\psi_{opt} < \psi_{max,\Delta}$) verliert der Aussteuerungsregler seinen Durchgriff auf die Arbeitspunktwahl, und die Sollströme werden ausschließlich auf Basis des vom Solldrehmoment abhängigen Flusses $\psi_{opt}(M^*)$ ausgewählt. Der Aussteuerungs-

regler läuft entsprechend wieder gegen seinen oberen Begrenzungswert und hat keinen Einfluss mehr auf den Aussteuerungsgrad.

3.4.3 Drehmomentübergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich

Wie man anhand der Validierungsergebnisse in Abschnitt 3.4.2 gut erkennen konnte, stellt der Übergang zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich auf Basis von Drehzahlrampen keine besondere Herausforderung für die Aussteuerungsregelung dar. Grund ist die vergleichsweise begrenzte Drehzahldynamik des Motors, mit der sich auch Arbeitspunktänderungen und die damit einhergehenden Änderungen der Flussfehler einstellen. Im Folgenden wird daher die Leistungsfähigkeit der Aussteuerungsregelung bei deutlich dynamischeren Übergängen zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich auf Basis von Drehmomentrampen validiert. Dabei werden zwei Szenarien unterschieden: In Abb. 3.20 wird zunächst die Grundfunktion der Reset-AW-Maßnahme entsprechend Abb. 3.13b validiert, in Abb. 3.21 soll dagegen insbesondere der Nutzen der erweiterten ARW-Maßnahme gemäß Abb. 3.15 anhand von Messchrieben verdeutlicht werden.

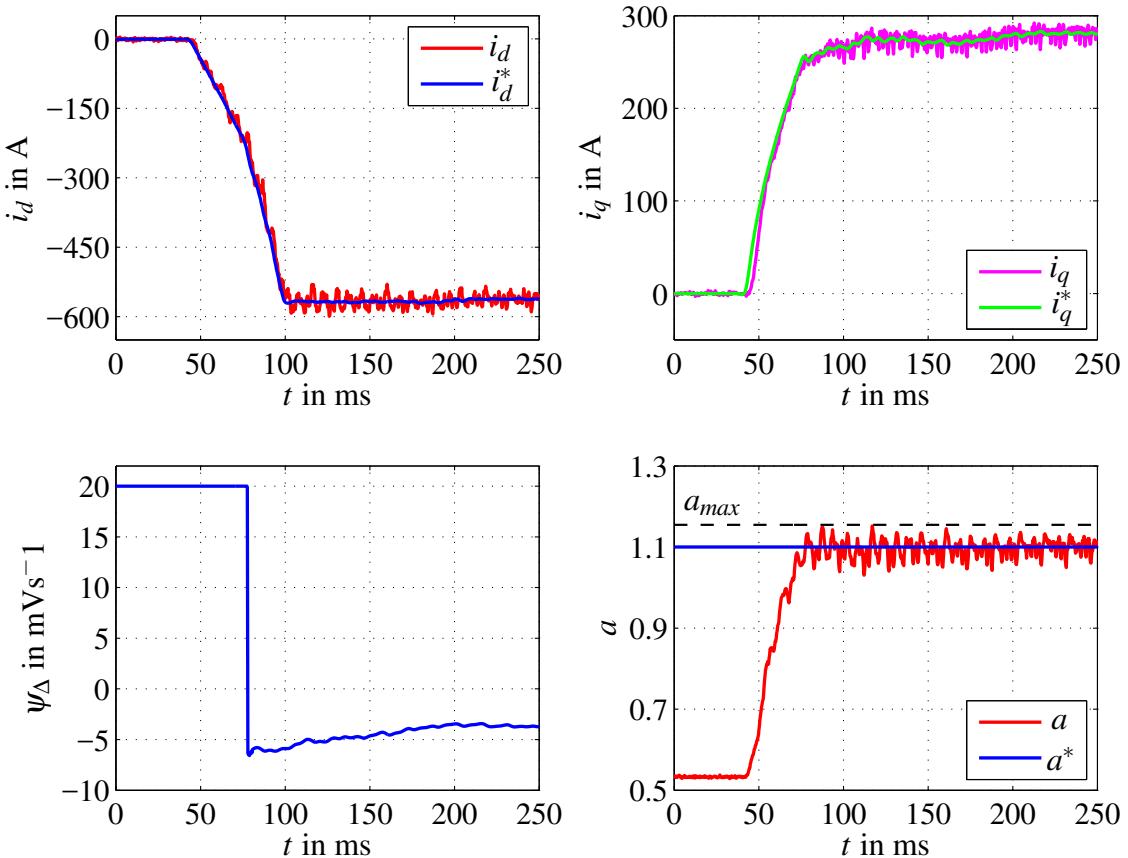


Abbildung 3.20: Drehmomentrampe ($0 \rightarrow 240 \text{ Nm}$) bei $n = 4000 \text{ min}^{-1}$: Übergang vom Ankerstell- in den Flussschwärbereich

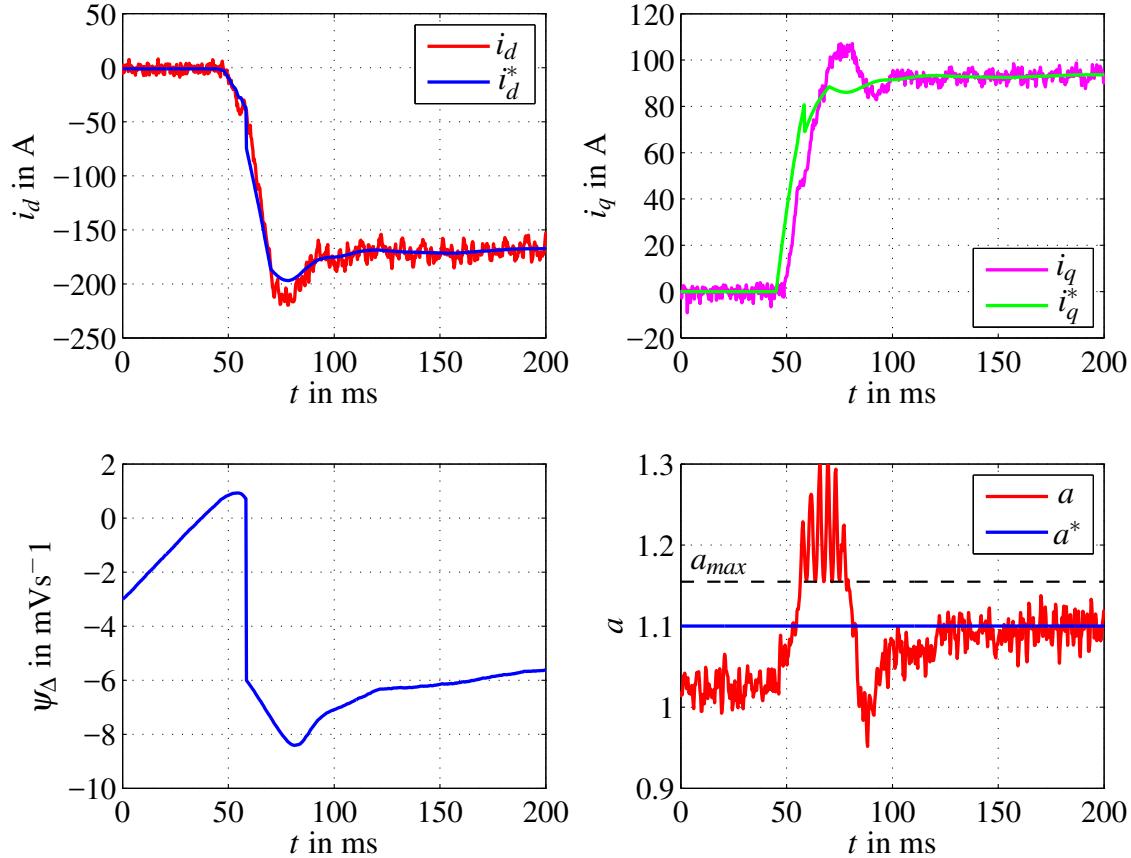


Abbildung 3.21: Drehmomentrampe (0-50 Nm) bei 6000 min^{-1} : Übergang vom Ankerstell- in den Fluss schwäzbereich

Im beiden Szenarien wird der Motor zu Beginn der Messung im Ankerstellbereich betrieben. Während der Korrekturfluss in Abb. 3.20 bereits seine obere Begrenzung erreicht hat, ist dieser Vorgang in Abb. 3.21 noch nicht abgeschlossen. Soll nun eine Drehmomentrampe abgefahren werden, wird im ersten Fall, unmittelbar nach Vorzeichenänderung der Regeldifferenz, der Integrator auf den vorgegebenen Initialisierungswert ψ_Δ^R zurückgesetzt. Entsprechend dynamisch und mit minimalem Überschwingen werden Aussteuerungsgrad und Ströme eingeregelt⁷. Anders dagegen im zweiten Fall, in dem die ARW-Maßnahme erst nach längerem Überschreiten des Grenzwertes a_{th} gemäß (3.37) eingreift und den Integrator zurücksetzt. Bis dahin wird die Stromregelung in der Übermodulation betrieben. Durch die rotorwinkelabhängige Begrenzung des Spannungszeigers auf das Hexagon, kommt es zu Oszillationen auf dem Aussteuerungsgrad und folglich auch auf den dq -Strömen. Da hohe Übermodulationsgrade im Gegensatz zu Abb. 3.14 jedoch nur kurzzeitig auftreten, kann ein Überschreiten kritischer Motorströme verhindert werden. Die

⁷Es sei darauf hingewiesen, dass ein ungünstig gewählter Wert ψ_Δ^R den Übergang in den Fluss schwäzbereich auf unterschiedliche Weisen beeinträchtigt. Wird er zu klein gewählt, ist lediglich die transiente Spannungsausnutzung des Motors suboptimal, d.h. der Aussteuerungsgrad nähert sich mit geringer Verzögerung von unten dem Sollaustaussteuerungsgrad an. Wird er zu groß gewählt, besteht die Gefahr, dass die Stromregelung zu lange und signifikant in Übermodulation betrieben wird und die entstehenden Oszillationen auf den Motorströmen zu einer Verletzung der zulässigen Grenzwerte des Motors führt.

Funktionsfähigkeit der Stromregelung ist somit insgesamt sichergestellt, und der Sollaussteuerungsgrad wird stationär genau eingeregelt.

3.5 Zusammenfassung

Aufgrund der ungenauen Vorsteuerung des Spannungsbedarfs des Motors in der Arbeitspunktsteuerung wurde ein Aussteuerungsregler entworfen, mit dessen Hilfe die zur Verfügung stehende Zwischenkreisspannung besser ausgenutzt werden kann. In Folge kann die Drehmomentausbeute des Motors erhöht und die Kupferverluste aufgrund von Fluss schwächung können reduziert werden. Gleichzeitig stellt der Regler sicher, dass stets ausreichend Spannungsreserve vorgehalten wird, um die Funktionsfähigkeit der unterlagerten Stromregler aufrecht zu erhalten.

Da die Aufgabe des Aussteuerungsreglers im Wesentlichen darin besteht, den stationären Spannungsbedarf des Motors im Flussschwärbereich zu justieren, hat es sich bei der Wahl des Streckenmodells als zweckmäßig erwiesen, von den nichtlinearen Zusammenhängen in der Realität zu abstrahieren und die dominierende Streckendynamik auf eine einfache handhabbare lineare PT1-Struktur mit arbeitspunktabhängigen Kennwerten abzubilden. Die Kennwerte des PT1-Modells wurden auf experimentellen Wege durch Abgleich des Modells mit Prüfstandsdaten identifiziert. Auf Basis dieses Streckenmodells wurde anschließend der Aussteuerungsregler entworfen. Aufgrund der geringen Dynamikanforderungen an den Aussteuerungsregler beim Betrieb im Flussschwärbereich sowie der Kaskadenanordnung aus Stromregelung und überlagerter Aussteuerungsregelung, hat es sich als sinnvoll erwiesen, den Aussteuerungsregler als reinen Integrierer auszuführen. Gegenüber einer PI-Struktur hat dieser bessere Dämpfungseigenschaften, was vor dem Hintergrund der stark verrauschten Regelgröße und der Gefahr einer gegenseitigen Anregung der kaskadierten Regelkreise von Vorteil ist. Die Wahl der Reglerverstärkung erfolgte im Sinne einer robusten Auslegung derart, dass der Aussteuerungsregelkreis auch bei variierenden Streckenzeitzkonstanten ein gut gedämpftes, aber dennoch hinreichend schnelles Einschwingverhalten aufweist. In dem Zusammenhang hat sich ein drehzahlabhängiges Nachführen der Streckenverstärkung als vorteilhaft erwiesen. Die Stabilität der mit dem Euler-Vorwärts Verfahren diskretisierten (unbegrenzten) Aussteuerungsregelung wurde mittels lokaler Eigenwertanalysen nachgewiesen. Obwohl letztere im Falle schnell veränderlicher Streckenzeitzkonstanten lediglich ein notwendiges Stabilitätskriterium darstellen, konnten im Rahmen von Simulationen und Prüfstandsvalidierungen keine Instabilitäten der Motorregelung beobachtet werden. Auf einen hinreichenden Stabilitätsnachweis nach Ljapunov wurde daher verzichtet.

Besonderes Augenmerk wurde dagegen auf die kritischen Übergänge zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich gerichtet. Da sich der Aussteuerungsregler beim Übergang in den Flussschwärbereich in seiner oberen Begrenzung befindet, kann ein Regeleingriff erst nach dem Abintegrieren über die negative Regeldifferenz erfolgen. Falls der Spannungsbedarf des Motors während dieses Zeitraums deutlich oberhalb der durch den Sollaussteuerungsgrad festgelegten Spannungsgrenze liegt, kann die Funktionsfähigkeit der

Stromregelung nicht aufrecht erhalten werden. Es treten Oszillationen auf den Motorströmen auf, die eine Verletzung der Grenzwerte des Motors zur Folge haben können. Um das zu verhindern, wurde eine ARW-Maßnahme vorgestellt, die bei Übergängen in den Flussschwärbereich den Integrierer rechtzeitig wieder auf ausreichende flussschwächen- de Werte zurücksetzt.

Die Funktions- und Leistungsfähigkeit des Aussteuerungsreglers wurde am Prüfstand an- hand (sehr) dynamischer Drehmoment- und Drehzahlrampen validiert. Es hat sich gezeigt, dass der Aussteuerungsregler sowohl im Flussschwärbereich, als auch bei dynamischen Übergängen zwischen Ankerstell- und Flussschwärbereich ein hinreichend schnelles und stationär genaues Einregeln des Sollaussteuerungsgrades sicherstellen kann. Er stellt somit eine geeignete Grundlage für die in Kapitel 7 und Kapitel 8 durchgeföhrte Identifikation und Validierung des thermischen Motormodells dar.

4 Modellbasierte Temperatur erfassung in IPMSM

Die Temperaturüberwachung von Elektromotoren in automobilen Traktionsanwendungen kann aus unterschiedlichen Gründen von Vorteil sein. Zunächst kann unter Berücksichtigung der lokalen Temperaturverhältnisse, der Motorbetrieb hinsichtlich Wirkungsgrad und Drehmomenttreue optimiert werden. So wurde in [Seb95], [SHB11] und [WB13] gezeigt, dass variierende Temperaturen im Stator ϑ_S und in den Permanentmagneten ϑ_{PM} einen signifikanten Einfluss auf die elektrischen Verluste wie auch das gestellte Drehmoment haben können. Sofern der Motor mit minimalen Gesamtverlusten (ME-Strategie) bei gleichzeitig höchstmöglicher Drehmomenttreue betrieben werden soll, wird daher neben den drehzahlabhängigen Eisenverlusten eine Berücksichtigung von Temperaturen in der Arbeitspunktsteuerung empfohlen. Eine mögliche Erweiterung der MTPC-basierten Arbeitspunktwahl aus Abb. 2.10 wurde in [WB13] vorgeschlagen und entspricht im Wesentlichen Abb. 4.1. Dabei sei jedoch angemerkt, dass die Realisierung einer solchen Arbeitspunktwahl aufgrund der erforderlichen mehrdimensionalen Kennfelder und des damit verbundenen hohen Speicher- und Rechenbedarfs für den Einsatz auf einer automobilen Zielhardware tendenziell ungeeignet ist. Aus dem Grund ist Abb. 4.1 lediglich als Prinzipbild zu verstehen.

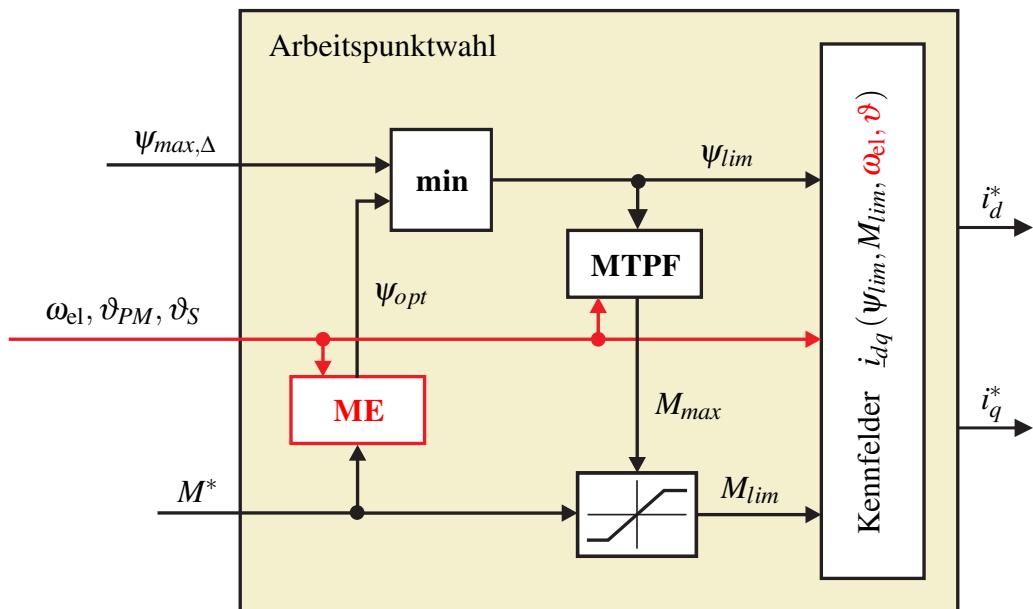


Abbildung 4.1: Struktur der drehzahl- und temperaturabhängigen Arbeitspunktsteuerung in Anlehnung an [WB13]

Darüber hinaus kann durch die Überwachung kritischer Motortemperaturen die thermische Ausnutzung des Motors erhöht werden, was wiederum kompaktere Motorbauweisen mit entsprechend höheren Leistungs- und Drehmomentdichten zulässt. Als kritische Temperaturen in hochausgenutzten PMSM können im Wesentlichen die Permanentmagnet- und die Wicklungstemperatur ($\vartheta_{PM}, \vartheta_W$) betrachtet werden. So birgt der bei hohen Drehzahlen zur Einhaltung der Spannungsgrenze erforderliche flusschwächende Strom in Kombination mit hohen Magnettemperaturen die Gefahr einer irreversiblen Entmagnetisierung der Permanentmagneten [HPH⁺12]. Die Einhaltung der zulässigen Wicklungstemperatur ist dagegen für den Schutz des Isolationslacks und der Vermeidung von Wicklungsschlüssen unabdingbar. Bei Motoren mit verteilten Wicklungen wird gegenüber Motoren mit konzentrierten Wicklungen eine Reduktion der Oberwellenwicklungsfaktoren durch einen größeren Wickelkopf erkauft [BBB⁺10]. Aufgrund der vergleichsweise schlechten thermischen Anbindung des Wickelkopfes an den Kühlmantel, muss deshalb insbesondere die Wickelkopftemperatur ϑ_{WK} überwacht werden [HPB14b]. Während die üblicherweise im Stator eingesetzten Temperatursensoren für die Erfassung der Wicklungs- und Wickelkopftemperatur durch die Anschaffung und Installation lediglich einen vernachlässigbaren Kostenfaktor darstellen, ist die Erfassung der Magnettemperatur auf dem Rotor in der Serienfertigung nicht wirtschaftlich sinnvoll zu realisieren [KHL14], [WHP⁺14]. So bleibt die messtechnische Erfassung der Temperaturen auf dem rotierenden Teil der Maschine mittels Schleifringen oder Rotortelemetriesystemen im Wesentlichen Laboruntersuchungen vorbehalten. Aber auch der Austausch eines defekten Sensors, der beispielsweise in die Statorwicklung eingebbracht ist, ist aufwendig. Dies mag im Prototypenstadium eines Motors noch akzeptabel sein. In der Serie stellen die mit dem Ausfall eines Sensors oder im schlimmsten Falle einer gesamten Sensorbaureihe verbundenen Kosten jedoch ein großes Gewährleistungsrisiko für Fahrzeughersteller und Zulieferer dar. Aus dem Grund wird für automobile Anwendungen der Einsatz modellbasierter Ansätze angestrebt. Die Ansätze lassen sich dabei in zwei Gruppen unterteilen, die entweder auf einem elektrischen (s. Abschnitt 4.1) oder thermischen Motormodell (s. Abschnitt 4.2) basieren. Im Folgenden werden beide Gruppen vorgestellt, und insbesondere die Verwendung thermischer Modelle zur Temperaturschätzung wird motiviert. Für einen umfassenderen Vergleich der Verfahren, speziell hinsichtlich ihrer Eignung Magnettemperaturen in hochausgenutzten PMSM zuverlässig schätzen zu können, sei zudem auf die Übersichtsbeiträge [WHP⁺14] und [WHP⁺16] verwiesen.

4.1 Temperaturerfassung basierend auf elektrischen Größen

Der ersten Gruppe liegt die Idee zugrunde, temperaturveränderliche elektrische Parameterwerte, wie den Statorwiderstand R oder den verketteten Fluss des Permanentmagneten ψ_p als „Temperaturfühler“ einzusetzen. Unter Ausnutzung der zugehörigen Temperaturkoeffizienten von Kupfer ($\alpha_{Cu} = 3,93 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$) [WB13] und des Permanentmagnetmaterials Neodym-Eisen-Bor ($\alpha_{NdFeB} = -0,8 \dots -1,1 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$) [Spe14] soll dann auf indirektem Wege die Temperatur in den Statorwicklungen und im Magneten durch ein Beobachter-

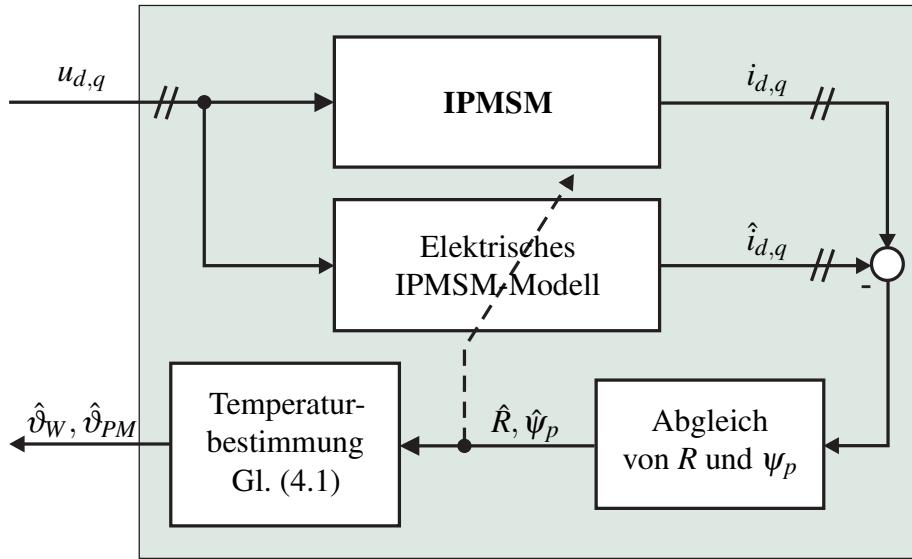


Abbildung 4.2: Prinzipbild einer Beobachterstruktur zur Bestimmung der Wicklungs- und Magnettemperatur basierend auf dem elektrischen Modell des Motors.

oder Schätzverfahren in Echtzeit bestimmt werden. Dabei werden Abweichungen zwischen dem elektrischen Verhalten des Motors und dem zugehörigen Motormodell auf temperaturbedingte Parametervariationen zurückgeführt, die mit Hilfe eines Modellabgleichs (nichtinvasiv) oder der Injektion eines Testsignals (invasiv) ermittelt werden können. Das Prinzipbild eines Beobachters zur Bestimmung der Wicklungs- und Magnettemperatur, basierend auf den Spannungsgleichungen des Motors in dq -Koordinaten, ist in Abb. 4.2 dargestellt¹. Ausgehend von der Annahme, dass die Flussdichte ψ_p und der Statorwiderstand R die einzigen fehlerhaften Größen im elektrischen Motormodell darstellen, können diese durch Vergleich der gemessenen und geschätzten Ströme abgeglichen werden. Die Abweichungen der Parameter von ihren Referenzwerten bei ϑ_{ref} dienen schließlich als Basis zur Ermittlung der Temperaturschätzwerte:

$$\hat{\vartheta}_W = \vartheta_{ref} + \frac{1}{\alpha_{Cu}} \left(\frac{\hat{R}}{R_{ref}} - 1 \right) \quad (4.1a)$$

$$\hat{\vartheta}_{PM} = \vartheta_{ref} + \frac{1}{\alpha_{NdFeB}} \left(\frac{\hat{\psi}_p}{\psi_{p,ref}} - 1 \right). \quad (4.1b)$$

Während eine „elektrische“ Ermittlung der Magnettemperatur bei entsprechendem Modellierungsaufwand mittels invasiver Signalinjektionsverfahren [RBG⁺10], [GKW12] und nichtinvasiver Flussbeobachteransätze [SWB14] noch zufriedenstellende Ermittlungsgenauigkeiten im Bereich von etwa $|\Delta\vartheta_{PM}| < 10$ K sicherstellen kann, erscheint die Ermittlung der Wicklungstemperatur basierend auf dem temperaturveränderlichen Widerstand der Statorwicklung zumindest bei hochausgenutzten PMSM kaum praktikabel. Die-

¹Inwiefern sich die Wicklungs- und Magnettemperatur mittels einer Beobachterstruktur gemäß Abb. 4.2 wirklich simultan schätzen lassen, muss ggf. noch überprüft werden. Grundsätzlich besteht die Gefahr, dass die Beobachter für R und ψ_p aufgrund der verkoppelten Spannungsgleichungen immer auch gegeneinander arbeiten.

se Einschätzung mag vor dem Hintergrund der deutlich höheren Temperaturempfindlichkeit des Wicklungswiderstands gegenüber der Flussdichte des Permanentmagneten ($\alpha_{Cu} \approx -4 \cdot \alpha_{NdFeB}$) zunächst etwas verwundern. Es ist jedoch zu bedenken, dass hochausgenutzte PMSM für automobile Traktionsanwendungen typischerweise sehr kleine Wicklungswiderstände im Bereich weniger $m\Omega$ besitzen. Der Anteil des ohmschen Spannungsabfalls an der Nennspannung des Motors liegt somit lediglich im niedrigen einstelligen Prozentbereich [WST10]. Um eine hinreichende Schätzgenauigkeit von $|\Delta\vartheta_W| < 10$ K zu erzielen, ist in Folge eine Ermittlungsgenauigkeit der Spannung von mindestens 0,1% (bezogen auf die Nennspannung) erforderlich. In der Realität sind solche Genauigkeiten mit dem elektrischen Motormodell kaum abzubilden, was unter anderem auf folgende Fehlerquellen zurückzuführen ist:

- **Umrichternichtlinearitäten:** Die Spannung, die an den Klemmen der Maschine anliegt, wird im Allgemeinen nicht gemessen, da dies aufgrund ihrer pulsweitenmodulierten Form einerseits aufwendig und andererseits für die Regelung im Allgemeinen auch nicht notwendig ist. Stattdessen wird die Spannung durch Multiplikation der berechneten Tastverhältnisse mit der gemessenen Zwischenkreisspannung berechnet. Um die Modellgenauigkeit zu erhöhen, müssen die Nichtlinearitäten des Umrichters (Durchlassverluste, Wechselsperrzeiten, etc.) daher mit berücksichtigt werden.
- **Flusskennfelder:** Aufgrund von Sättigungseffekten können die Motorinduktivitäten hochausgenutzter PMSM üblicherweise nicht als konstant angenommen werden [Pet15] und werden daher in stromabhängigen Flusskennfeldern bzw. Induktivitätsmatrizen abgelegt. Fehler, die auf Unsicherheiten in den Flusskennfeldern zurückgehen, können unterschiedliche Ursachen haben. Zum Beispiel findet die Erfassung der Flusskennfelder nur bei einer festen Drehzahl statt. Die Übertragung der erhaltenen Kennfelder auf andere Drehzahlen ist daher nur unter Vernachlässigung von Eisenverlusten zulässig. Zudem können die Induktivitäten der Maschine ebenfalls einer leichten Temperaturabhängigkeit unterliegen. Und schließlich ist die Berechnung der Kennfelder aus Messwerten selbst mit einer gewissen Ungenauigkeit behaftet.
- **Stromsensoren:** Strommessungen können ebenfalls mit leichten Offsetfehlern behaftet sein.

Die hohe Empfindlichkeit der Schätzung der Wicklungstemperatur gegenüber Fehlern im elektrischen Motormodell kann mit Hilfe einer einfachen analytischen Empfindlichkeitsanalyse nochmal veranschaulicht werden. Dabei sei von den stationären Spannungsgleichungen des Motors bei vernachlässigten Sättigungseffekten ausgegangen. Durch Umstellen der Spannungsgleichungen

$$u_d = Ri_d - \omega_{el}L_q i_q \quad (4.2a)$$

$$u_q = Ri_q + \omega_{el}(L_d i_d + \psi_p) \quad (4.2b)$$

nach den zu schätzenden Parametern ((4.2a) nach R , (4.2b) nach ψ_p) können, in Anlehnung an die oben aufgeführten Fehlerquellen, abweichende Spannungen, Ströme und In-

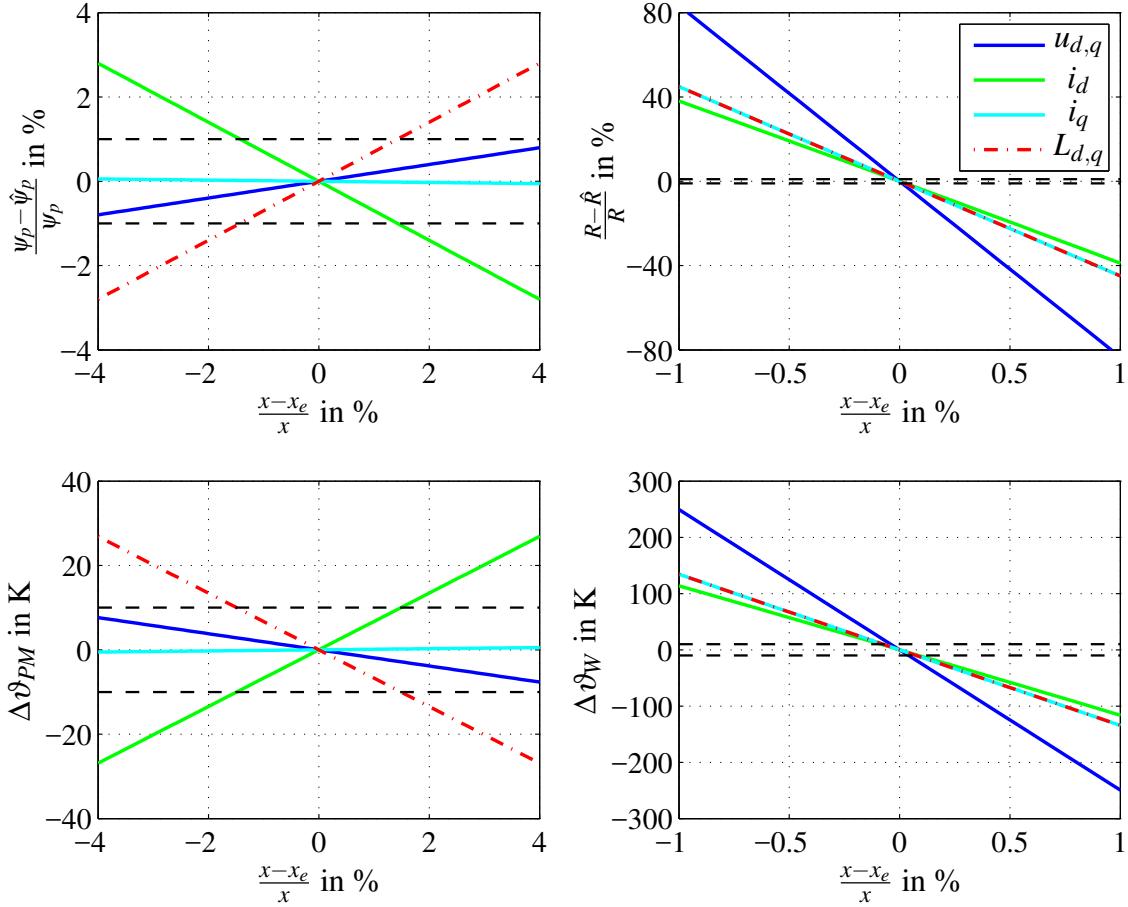


Abbildung 4.3: Schätzfehler der Flussdichte und des Statorwiderstands (oben) sowie der Magnet- und Wicklungstemperatur (unten) in Abhängigkeit unterschiedlicher Modellierungsfehler für einen exemplarischen Arbeitspunkt bei mittlerer Drehzahl und mittlerem Drehmoment; die gestrichelten schwarzen Linien markieren die $\pm 1\%$ bzw. $\pm 10\text{ K}$ Grenzen.

duktivitäten hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Schätzgenauigkeit des Beobachters untersucht werden. Die Superposition der jeweiligen Fehlerterme ergibt sich schließlich wie folgt:

$$\psi_p - \hat{\psi}_p = \frac{u_q - u_{q,e}}{\omega_{\text{el}}} - \frac{\omega_{\text{el}} L_d (i_d - i_{d,e})}{\omega_{\text{el}}} - \frac{R(i_q - i_{q,e})}{\omega_{\text{el}}} - \frac{\omega_{\text{el}} (L_d - L_{d,e}) i_d}{\omega_{\text{el}}} \quad (4.3a)$$

$$R - \hat{R} = \frac{u_d - u_{d,e}}{i_d} + \frac{(u_d + \omega_{\text{el}} L_q i_q) (i_{d,e} - i_d)}{i_d i_{d,e}} + \frac{\omega_{\text{el}} L_q (i_q - i_{q,e})}{i_d} + \frac{\omega_{\text{el}} (L_q - L_{q,e}) i_q}{i_d} \quad (4.3b)$$

$$\frac{\omega_{\text{el}} (L_q - L_{q,e}) i_q}{i_d}.$$

Unter der Annahme, dass die Fehlerterme in (4.3) nur einzeln auftreten können, sind in Abb. 4.3 die resultierenden relativen Schätzfehler für R und ψ_p sowie die zugehörigen Temperaturschätzfehler aufgetragen. Obwohl die Ergebnisse in Abb. 4.3 nur für den zu-

grunde liegenden Arbeitspunkt des Motors (mittleres Drehmoment und mittlere Drehzahl) Gültigkeit besitzen, belegen sie doch die einleitenden Ausführungen zur Praktikabilität elektrischer Temperaturschätzungen. So zeigt sich insbesondere, dass bereits geringfügige Modellierungsfehler im Bereich von < 1 % signifikante Schätzfehler bei der Wicklungstemperatur verursachen können. Die Empfindlichkeit der Magnettemperaturschätzung gegenüber Modellierungsfehlern kann dagegen als erheblich geringer eingeschätzt werden. Um zufriedenstellende Schätzgenauigkeiten zu erhalten, sind jedoch auch hier hohe Modellgüten mit Ungenauigkeiten < 1 % erforderlich. In [SWB14] wurde diese Einschätzung für einen hochausgenutzten IPMSM auch anhand von Prüfstandsmessungen belegt.

Trotz der oben beschriebenen Vorbehalte bezüglich einer Schätzung der Wicklungstemperatur basierend auf den Spannungsgleichungen des Motors, lassen sich dennoch Literaturbeiträge mit genau diesem Fokus finden [ML96], [ZLH10], [UH10], [LZS13]. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die in den Beiträgen untersuchten Motoren sich relativ stark von dem hochausgenutzten 60 kW IPMSM dieser Arbeit unterscheiden. So wurde beispielsweise in [ML96] die Schätzung der Wicklungstemperatur für einen 200 W PMSM durchgeführt. Trotz des vergleichsweise großen ohmschen Spannungsanteils an der Gesamtspannung der Maschine, konnten Genauigkeiten von $|\Delta\vartheta_W| < 10^\circ\text{C}$ lediglich bei niedrigen und mittleren Drehzahlen experimentell nachgewiesen werden. Bei hohen Drehzahlen mit dominierendem induzierten Spannungsanteil nahm die Genauigkeit der Schätzung dagegen deutlich ab. Ein Ansatz zur elektrischen Schätzung der Wicklungstemperatur in hochausgenutzten IPMSM höherer Leistungsklasse wurde dagegen in [WST10] vorgestellt. In dem Beitrag wird ein Teststrom in die Phasen eines 12 kW Motors injiziert, und die sich einstellenden Spannungen und Ströme werden vor und nach der Strominjektion gemessen. Unter der Annahme näherungsweise ähnlicher Bedingungen vor und nach der Injektion, sollen durch Differenzbildung nicht modellierte Effekte wie Spannungsabfälle aufgrund von Umrichternichtlinearitäten oder Offsetfehler bei der Strommessung eliminiert und die gewünschten Anforderungen an die Güte der Temperaturschätzung erreicht werden. Neben der Tatsache, dass es sich dabei um ein invasives Verfahren handelt, welches einen mehr oder weniger störenden Einfluss auf den Motorbetrieb hat (Drehmomenttripple, zusätzliche Verluste, etc.), kann aufgrund fehlender Validierungsergebnisse nicht abschließend beurteilt werden, inwieweit die in [WST10] vorgeschlagene Vorgehensweise tatsächlich erfolgversprechend ist. Vor dem Hintergrund ist es nicht verwunderlich, dass alle nennenswerten Verfahren zur elektrischen Ermittlung der Magnettemperatur in hochausgenutzten PMSM, temperaturbedingte Veränderungen des Statorwiderstandes entweder komplett vernachlässigen [GKW12] oder durch messtechnische Erfassung der Wicklungstemperatur berücksichtigen [RBG⁺10], [SWB14].

Die Beiträge zur elektrischen Ermittlung der Magnettemperatur können ebenfalls in invasive und nichtinvasive Verfahren unterteilt werden. Die nichtinvasiven Verfahren werden im Wesentlichen durch sogenannte Flussbeobachter repräsentiert, die insbesondere auch im Kontext der *Sensorlosen Regelung* [ITD⁺06] oder der *Direct Torque Control (DTC)* [Mey09] eine große Rolle spielen. Bei beiden Anwendungen kann jedoch davon ausgegangen werden, dass die Genauigkeitsanforderungen bzgl. der Flussamplitude für eine Schätzung von Magnettemperaturen unzureichend sind [SWB14]. Neben der hohen Sensitivität gegenüber Mess- und Modellierungsfehlern haben Flussbeobachter generell den

Nachteil, dass sie nur bei mittleren bis hohen Drehzahlen gute Schätzergebnisse liefern können. Bei kleinen Motordrehzahlen mit entsprechend kleinen induzierten Spannungen, nimmt die Sensitivität gegenüber Mess- und Modellierungsfehlern dagegen noch weiter zu. Abhilfe können an dieser Stelle invasive Verfahren schaffen. So wurde in [GKW12] der Einfluss der temperaturabhängigen Änderung der Remanenzflussdichte ψ_p auf den Sättigungsgrad des Motors ausgewertet. Konkret wird dazu ein DC-Spannungsimpuls in Richtung der d -Achse injiziert, und der Sättigungsgrad wird aus dem resultierenden Stromverlauf geschätzt. Die Magnettemperatur ergibt sich dann aus der Änderung des Sättigungsgrades aufgrund der temperaturbedingten Flussänderung. In [RBG⁺10] wird dagegen auf den Ausgang der Stromregler ein hochfrequentes Spannungssignal addiert. Durch Auswertung der Stromantwort auf Basis eines vom Permanentmagnetfluss abhängigen Impedanzmodels, können Rückschlüsse auf die Magnettemperatur gezogen werden. Im Gegensatz zum nichtinvasiven Flussbeobachter ist bei beiden invasiven Verfahren neben ihrem störenden Einfluss auf den Motorbetrieb, als weiterer Nachteil ihre Beschränkung auf niedrige Motordrehzahlen zu nennen. Bei hohen Drehzahlen und insbesondere beim Betrieb an der Spannungsgrenze können die Testsignale, auf denen invasive Verfahren beruhen, nicht mehr hinreichend genau eingeprägt werden. Hintergrund sind unter anderem die hohen elektrischen Grundfrequenzen im Verhältnis zur Schaltfrequenz.

Unabhängig davon ob ein invasives oder nichtinvasives Verfahren verwendet wird, ist bei elektrischen Verfahren zu beachten, dass die geschätzten Magnet- und Wicklungstemperaturen lediglich elektrisch effektive Temperaturmittelwerte darstellen. Mit anderen Worten, Temperaturänderungen werden nur insoweit erfasst, als sie mit Änderungen des (mittleren) Wicklungswiderstands bzw. der (mittleren) Permanentmagnetflussdichte einhergehen. Falls im Bereich der Wicklung oder der Permanentmagneten stark inhomogene Temperaturverteilungen zu erwarten sind, bilden die geschätzten Temperaturen die Realität somit ungenau ab. Dies gilt insbesondere dann, wenn statt Temperaturmittelwerten lokale Temperaturmaxima („Hot Spots“) überwacht werden sollen. Hot Spots treten beispielsweise in Motoren mit verteiltem Wicklungsschema im Bereich der Statorwicklung auf: Aufgrund der vergleichsweise schlecht an den Kühlmantel angebundenen Wickelköpfen, kann je nach angefahrenem Arbeitpunkt die Temperatur in diesem Bereich signifikant über der Wicklungstemperatur im Bereich der Nutung liegen. Dies trifft auch für den in dieser Arbeit untersuchten Motor zu, wie an dem sich stationär einstellenden Temperaturhubverhältnisses zwischen Wickelkopf und Wicklung in Abb. 7.4 zu erkennen.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass trotz einiger vorteilhafter Eigenschaften der elektrischen Verfahren, die gerade in Kombination mit thermischen Modellen intelligent ausgenutzt werden können (s. Kapitel 10 und [WHP⁺14]), eine zuverlässige Überwachung kritischer Temperaturen in hochausgenutzten Motoren mit verteilten Wicklungsschemata alleine auf Basis elektrischer Verfahren nicht zu realisieren ist. Hauptgründe liegen insbesondere in der teils sehr hohen Empfindlichkeit der Verfahren gegenüber Mess- und Modellierungsfehlern sowie der Unfähigkeit lokale Temperaturmaxima (z.B. im Wickelkopf) hinreichend genau zu schätzen. Hinzu kommt, dass selbst die Schätzung der mittleren Magnettemperatur für den gesamten Drehzahlbereich der Maschine nur mittels einer Kombination aus Beobachter und invasivem Signalinjektionsverfahren möglich ist. Vor dem Hintergrund der beschriebenen Nachteile elektrischer Verfahren wurde in dieser Arbeit

die Temperaturschätzung mittels thermischer Modelle bevorzugt.

4.2 Thermische Modellierung auf Basis konzentrierter Elemente

Als Alternative zu den elektrischen Ansätzen kann mittels thermischer Modelle das thermische Verhalten des Motors auch direkt erfasst werden. Im Gegensatz zu elektrischen Verfahren zur Temperaturschätzung, besitzen thermische Modelle eine Vielzahl an Freiheitsgraden (Modellstruktur, Parametrierungsmethodik, etc.) mit denen sich sehr flexible Lösungen für den konkreten Motortyp und Anwendungsfall realisieren lassen. Ganz allgemein geht es bei der thermischen Modellierung darum, eine mathematische Beschreibungsform zu finden, mit der sich Wärmeaustauschvorgänge in Abhängigkeit von Geometrie- und Materialdaten des Motors beschreiben lassen. In dem Zusammenhang kann auch der Einfluss extern eingebrachter Wärmeeinträge (z.B. aufgrund dissipierter elektrischer Leistung) auf das Temperaturverhalten berücksichtigt werden. Ein beliebter Ansatz stellt dabei die thermische Modellierung mittels konzentrierter Elemente dar. Die resultierenden Modelle sind auch unter der Bezeichnung *Lumped Parameter Thermal Networks (LPTN)* bekannt. Bei LPTN werden Wärmeübertragungsprozesse mittels thermischer Ersatzschaltbilder beschrieben, welche eng an die bekannten Ersatzschaltbilder zur Beschreibung elektronischer Schaltungen angelehnt sind. In Tab. 4.1 sind die wesentlichen Analogien zwischen elektrischen und thermischen Ersatzschaltbildern zusammengefasst. Die Modellie-

Thermische Größen	Elektrische Größen
Temperatur ϑ in K	Potential ϕ in V
Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ in K	Spannung u in V
Wärmefluss \dot{Q} in Js oder W	Strom i in A
Thermischer Widerstand R in K/W	Elektrischer Widerstand R in V/A
Thermische Kapazität C in J/K oder Ws/K	Elektrische Kapazität C in As/V

Tabelle 4.1: Analogien zwischen thermischer und elektrischer Modellierung

rung mittels LPTN basiert dabei auf der Hypothese, dass das reale System in eine finite Anzahl örtlich begrenzter Bereiche unterteilt werden kann, die wiederum über thermische Widerstände und Kapazitäten miteinander verbunden sind. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Bereiche jeweils näherungsweise homogene Temperaturverteilungen aufweisen und entsprechend mit einer einzigen (mittleren) Knotentemperatur hinreichend genau beschrieben werden können. Aus mathematischer Sicht wird bei der Methode der konzentrierten Parameter die instationäre Wärmeleitungsgleichung nach Fourier [MN10]

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta(\underline{x}, t)}{\partial t} = p + \lambda \nabla^2 \vartheta(\underline{x}, t), \quad (4.4)$$

die den Wärmehaushalt eines Körpers in Abhängigkeit von Ort und der Zeit beschreibt, in eine finite Anzahl zeitlicher Differentialgleichungen (erster Ordnung) überführt. In die-

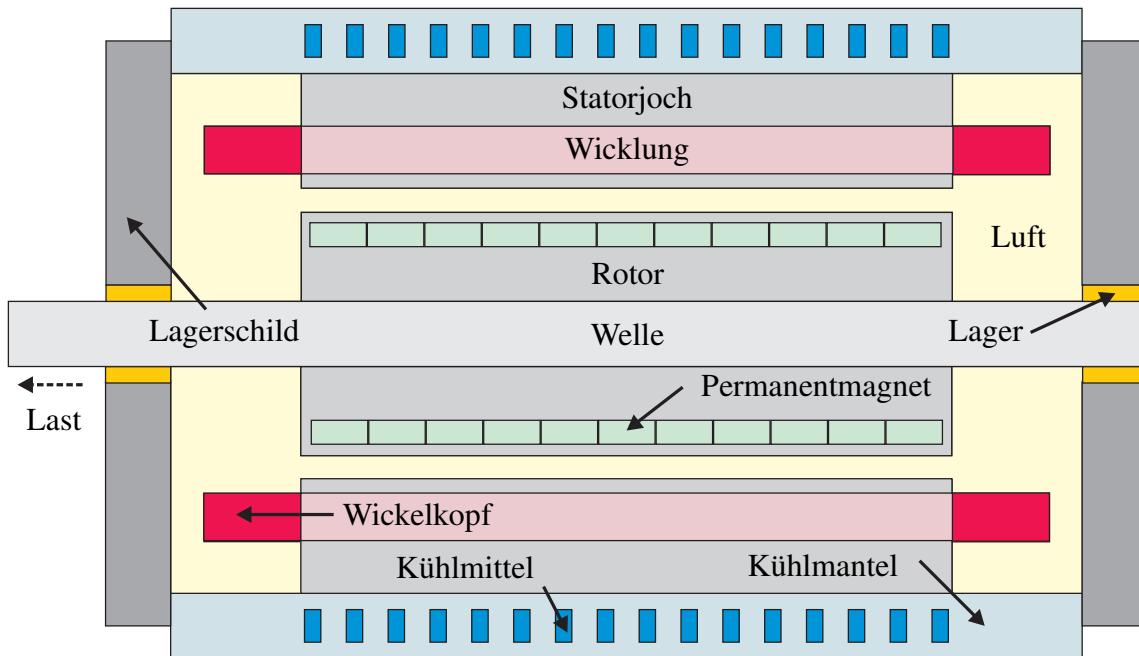


Abbildung 4.4: Prinzipbild: Axialer Querschnitt eines PMSM mit Flüssigkeitskühlung

sem Sinne können LPTN als (grobes) Mittel zur Beschaffung einer numerischen Lösung der partiellen Differentialgleichung (4.4) angesehen werden. In (4.4) sind mit ρ die Massendichte, mit c_p die spezifische Wärmekapazität, mit λ der Wärmeleitfähigkeitkoeffizient des Materials und mit p die Wärmestromdichte als ein Quellterm für die thermische innere Energie (z.B. Leistungseinträge durch elektrische Verluste) bezeichnet.

In Abb. 4.4 ist ein Querschnittsbild eines IPMSM dargestellt. Trotz der starken geometrischen Abstrahierungen, kann man leicht erahnen, dass es sich bei dem betrachteten Motor um ein komplexes geometrisches Gebilde mit zahlreichen Materialanisotropien handelt. Ziel ist es daher durch geschickte Wahl der LPTN-Struktur, einerseits die Modellordnung und damit den Rechenaufwand zu minimieren, andererseits aber auch den Genauigkeitsanforderungen an die zu modellierenden Temperaturknoten gerecht zu werden. In dem Zusammenhang ist sowohl die Ausnutzung geometrischer Symmetrien im Motor [DG06], als auch die Identifikation der dominanten Wärmepfade (z.B. mit Hilfe von FEM Simulationen) von entscheidender Bedeutung. In der Literatur lassen sich zahlreiche Beispiele für potentielle LPTN-Strukturen für Elektromotoren finden [MRT91], [BM94], [KHL14], [HPB14b], [DG06], [DdlPA⁺10], [BCL⁺03]. Die konkrete Beschaffenheit und Komplexität der Modelle hängt dabei neben konstruktionsspezifischen Motoreigenschaften im Wesentlichen von folgenden Fragen ab:

- Für welche Bereiche im Motor sollen Temperaturvorhersagen ermöglicht werden ?
- Welche Genauigkeitsanforderungen bestehen ?
- Ist eine Schätzung lokaler Temperaturmaxima („Hot Spots“) vorgesehen ?
- Soll das Modell auf analytischem oder experimentellen Wege parametriert werden ?

Die qualitative Auswirkung der ersten zwei Fragen auf die Modellstruktur ist insoweit offensichtlich, als dass eine Zunahme der zu schätzenden Temperaturen sowie der Genauigkeitsanforderungen die Modellkomplexität erhöhen. Neben der Anzahl spielt in dem Zusammenhang auch der Ort der Temperaturknoten eine wichtige Rolle. So erfordern Bereiche mit vergleichsweise inhomogener Temperaturverteilung ggf. eine höhere Auflösung bzw. eine höhere Anzahl an Temperaturknoten. Das kann beispielsweise für die Permanentmagneten zutreffen, falls diese in mehreren Lagen entlang der radialen Motorachse angeordnet sind (s. Abb. 1.1b). Auch eine Modelldiskretisierung entlang mehrerer Raumachsen erhöht die Modellkomplexität. Sollen beispielsweise Wickelkopftemperaturen erfasst werden, ist eine eindimensionale Betrachtung in radialer Richtung nicht mehr ausreichend. Das Modell muss in dem Fall um eine axiale Komponente erweitert werden [KHL14]. Eine weitere Erhöhung der Modellkomplexität ist zu erwarten, falls lokale Temperaturmaxima geschätzt werden sollen. Da LPTN-Netzwerke charakteristischerweise Temperaturmittelwerte modellieren, können lokale Maxima (und Minima) i.A. nur durch höhere Auflösungen in diesen Bereichen hinreichend genau erfasst werden. Eine Möglichkeit, zunehmenden Modellordnungen entgegenzuwirken, kann dagegen darin bestehen das Modell auf experimentellem Wege, also auf Basis von Messdaten, zu parametrieren. Im Gegensatz zu rein analytischen Parametrierungsansätzen auf Basis von Geometrie- und Materialdaten lassen sich dadurch sehr kompakte, wenn auch physikalisch weniger aussagekräftige Modellstrukturen realisieren. In Abschnitt 4.2.2 werden die analytische und experimentelle Parametrierung nochmal genauer gegenüber gestellt.

In Abb. 4.5 ist ein exemplarisches LPTN für einen PMSM dargestellt. Das LPTN ist an [DdlPA⁺10] angelehnt und orientiert sich direkt am Querschnittsbild Abb. 4.4. Die Temperaturknoten des LPTN spiegeln die örtlich begrenzten isothermen Bereiche des Motors wieder, denen entsprechend ihrer Wärmespeicherfähigkeit Wärmekapazitäten zugeordnet sind. Die Knoten sind unter Berücksichtigung der dominanten Wärmepfade des Motors über thermische Widerstände miteinander verbunden. Je nachdem, welcher Wärmeübertragungsmechanismus zwischen zwei Knoten vorherrscht, handelt es sich bei den Widerständen entweder um Leitungs-, Konvektions- oder Strahlungswiderstände (s. auch Abschnitt 4.2.1). Wärmeinträge in das LPTN, wie sie durch Dissipation (Stromwärmeverluste, Eisenverluste, Reibungsverluste) in den durch die Temperaturknoten repräsentierten Bereichen entstehen, sind durch Stromquellen dargestellt². In Abschnitt 4.2.4 werden in dem Zusammenhang unterschiedliche Ansätze zur Verlustmodellierung für PMSM vorgestellt. Im gegebenen LPTN werden alle Wärmeinträge über die thermischen Widerstände an das Kühlmittel im außen liegenden Kühlmantel abgeführt. Da die Kühlmitteltemperatur ϑ_K eine messbare Eingangsgröße des thermischen Systems darstellt, wird sie nicht modelliert und entsprechend mittels einer Spannungsquelle beschrieben.

²Es sei darauf hingewiesen, dass für eine korrekte Temperaturschätzung die Knotenverluste nicht exakt den tatsächlich auftretenden Gesamtverlusten in den jeweils repräsentierten örtlichen Bereichen entsprechen dürfen. Hintergrund ist ein systematischer Modellierungsfehler, der durch die Konzentration eigentlich verteilter Verlusteinträge in einzelnen Knoten verursacht wird [GD05], [GD06].

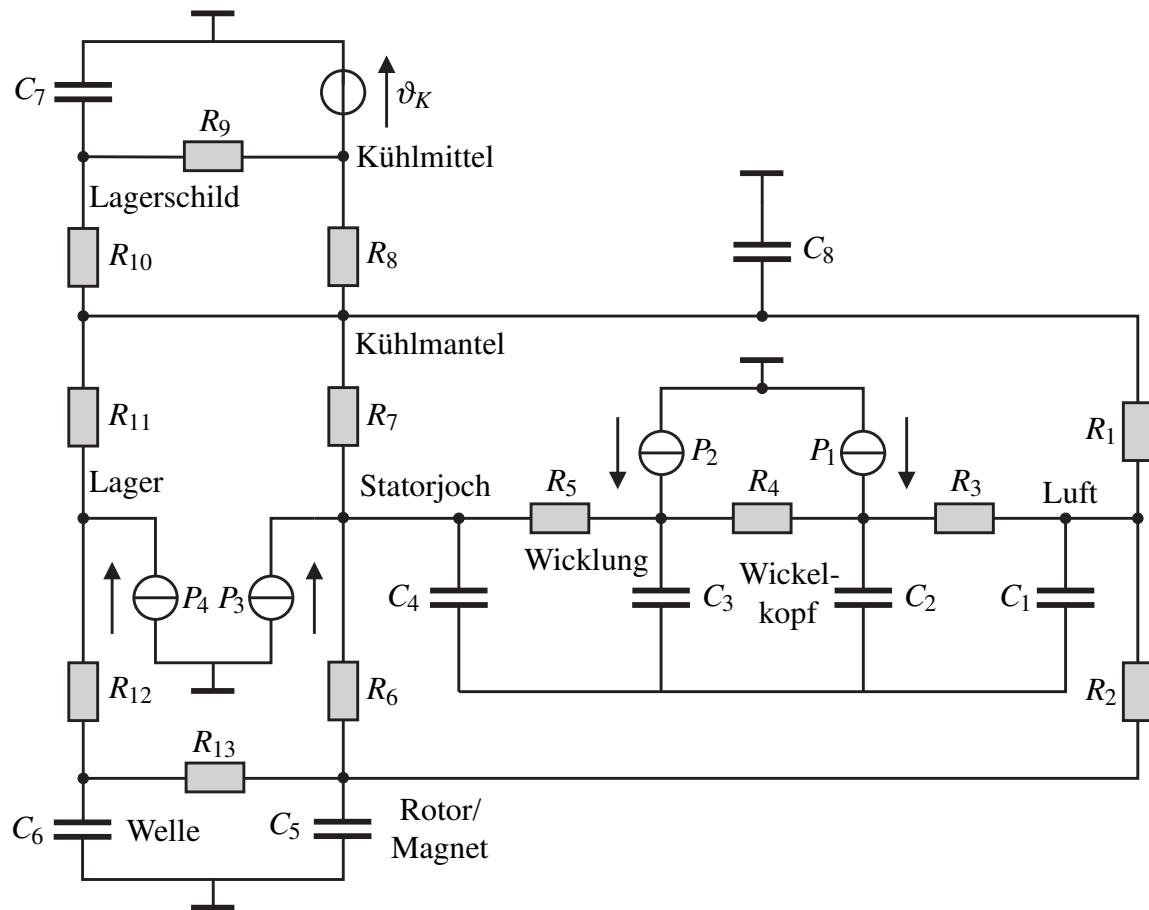


Abbildung 4.5: Exemplarisches LPTN eines IPMSM in Anlehnung an Abb. 4.4 und [DdlPA⁺10]

4.2.1 Mechanismen der Wärmeübertragung

Beim Energietransport in der Wärmelehre unterscheidet man drei verschiedene Transportmechanismen: Wärmeleitung, Wärmeströmung (Konvektion) und Wärmestrahlung. Im Folgenden werden die drei Arten der Wärmeübertragung sowie ihre Auswirkung auf die thermischen Widerstände eines LPTN kurz erläutert.

Wärmeleitung

Wärmeleitung liegt immer dann vor, wenn ein Energietransport durch Wechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen stattfindet, die aber nicht selbst transportiert werden. Wärmeleitung kann sowohl zwischen Festkörpern, als auch in Fluiden (z.B. Luft, Kühlmittel) stattfinden. Die Wärmeflussdichte \dot{q} kann entsprechend dem Fourier'schen Wärmeleitungssatz [MN10] folgendermaßen beschrieben werden³:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla \vartheta(\underline{x}). \quad (4.5)$$

³Das negative Vorzeichen in (4.5) bedeutet, dass ein positiver Wärmestrom stets in Richtung abnehmender Temperaturen, also in entgegengesetzter Richtung des Gradienten fließt.

Im eindimensionalen Fall und unter Annahme eines linearen Temperaturprofils zwischen den Stirnflächen des betrachteten Körpers mit den konstanten Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 vereinfacht sich (4.5), und der Wärmeffuss kann in folgender Form angegeben werden:

$$\dot{Q} = \int_A \dot{q} = \frac{\lambda A}{L} (\vartheta_1 - \vartheta_2), \quad \vartheta_1 > \vartheta_2. \quad (4.6)$$

In (4.6) wird mit A die vom Wärmeffuss \dot{Q} durchströmte Fläche und mit L die Länge des durchströmten Pfades beschrieben. Der Parameter λ beschreibt die Wärmeleitfähigkeit des als isotrop angenommen Materials des Körpers. Die allgemeine Berechnungsvorschrift für den Wärmeleitungswiderstand lautet schließlich wie folgt:

$$R = \frac{L}{\lambda A}. \quad (4.7)$$

In den meisten Fällen können L und A direkt aus der Geometrie der entsprechenden Motorkomponenten abgeleitet werden. Problematisch erweist sich jedoch häufig die korrekte Berücksichtigung von Kontaktstellen zwischen den Oberflächen der Komponenten. Da Kontaktwiderstände häufig von zahlreichen Parametern, wie Materialhärte, Rauheit und Kontaktierungsdruck der Oberflächen etc. abhängen, sind empirische Faktoren bzw. Erfahrungswerte bei der Bestimmung von Wärmeleitungswiderständen von großer Bedeutung [SBC05]. Falls diese nicht vorliegen sollten, können kommerzielle Software Pakete bei der Berechnung kritischer Leitungswiderstände unterstützen. Gleichwohl wird man in den meisten Fällen einzelne Parameter auch auf experimentellem Wege ermitteln müssen [BCL⁺03].

Wärmekonvektion

Wärmekonvektion bezeichnet einen massegebundenen Energietransport in einem strömenden Fluid (Flüssigkeit, Gas) durch makroskopische Teilchenbewegung, der stets auch von Wärmeleitung (meist untergeordnet) begleitet wird [MN10]. Im Elektromotor sind konvektive Wärmeübergänge zwischen Festkörpern und bewegten Fluiden insbesondere im Luftspalt zwischen Rotor und Stator sowie zwischen Stator und Kühlmittel, aber auch zwischen Wickelkopf und der Luft im Inneren des Motors zu finden. Der Konvektionswiderstand zwischen der Oberfläche eines Festkörpers und dem angrenzenden Fluid kann analog zu (4.5) hergeleitet werden und ist folgendermaßen definiert:

$$R = \frac{1}{h_C A}. \quad (4.8)$$

Mit h_C wird der konvektive Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet, A beschreibt die Fläche über der der Wärmeausstausch stattfindet. Der Wärmeübergangskoeffizient h_C ist von einer Vielzahl von Parametern, wie Strömungsart, Strömungsgeschwindigkeit, Geometrie, Stoffwerte des Fluids, etc. abhängig und kann mit hoher Genauigkeit nur unter großem Aufwand unter Verwendung der Methode der *Computational Fluid Dynamics* (CFD) berechnet werden. Für technische Anwendungen ist dagegen eine näherungsweise Berech-

nung von h_C basierend auf empirischen Korrelationen mit dimensionslosen Kennzahlen (z.B. der *Nusselt*-, *Reynolds*- oder *Prandtl*- Zahl) in der Regel ausreichend [MN10]. Wie im Falle der Wärmeleitungswiderstände, müssen vereinzelt jedoch auch hier Parameter auf experimentellem Wege identifiziert werden [BCL⁺03]. Die Nusselt-Zahl (Nu) beschreibt das Verhältnis von Wärmestrom infolge von Konvektion, zu Wärmestrom infolge von Leitung und ist eng mit dem Konvektionswiderstand bzw. dem Wärmeübergangskoeffizient

$$h_C = \frac{\lambda_{Fluid} \cdot Nu}{2L}. \quad (4.9)$$

verwandt. In (4.9) bezeichnet L die sogenannte charakteristische Länge, eine für die Strömung maßgebende Abmessung, die abhängig von der jeweiligen Geometrie zu definieren ist. Die Nusselt-Zahl selbst ist von der aktuell dominierenden Strömungsart (laminäre, turbulente Strömung) abhängig, welche wiederum mittels der Reynolds-Zahl (Re) identifiziert werden kann [HCH12]:

$$Re = \frac{v \cdot L \cdot \rho}{\eta}. \quad (4.10)$$

Mit v ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit, mit ρ die Dichte und mit η die Viskosität des Fluids bezeichnet. Experimente haben gezeigt, dass die Strömung von Fluiden mit einer Reynolds-Zahl von bis zu 2000 laminar und für Werte über 3000 turbulent ist. Für Werte zwischen diesen beiden Grenzen ist die Strömung instabil und kann von einem Typ in den anderen übergehen. $Nu = 2$ entspricht einer rein laminaren Strömung, d.h. die Moleküle der Flüssigkeit bewegen sich exakt parallel zur Oberfläche des Festkörpers. In dem Fall kann (4.8) durch Einsetzen von (4.9) in (4.7) überführt werden. Zunehmende Nusselt-Zahlen ($Nu > 2$) charakterisieren dagegen einen zunehmenden Wärmestrom infolge von Konvektion, wie er insbesondere durch turbulente Strömungen mit entsprechend großen Reynold-Zahlen hervorgerufen wird. In elektrischen Maschinen treten turbulente Strömungen beispielsweise bei hohen Drehzahlen im Luftspalt zwischen Rotor und Stator auf. Durch die ansteigende Strömungsgeschwindigkeit der Luft (v) wird der Wärmeaustausch begünstigt und der Konvektionswiderstand gesenkt.

Wärmestrahlung

Bei *Wärmestrahlung* wird davon ausgegangen, dass Körper Energie in Form elektromagnetischer Strahlung emittieren oder absorbieren. Wärmestrahlung hängt somit nicht von einem Übertragungsmedium ab, wie z.B. einem Festkörper oder Fluid, und unterscheidet sich in diesem Punkt von Wärmeleitung und Konvektion. Wärmestrahlung findet im Motor beispielsweise über den Luftspalt bzw. zwischen Wickelkopf und Lagerschild statt. Da Wärmeübertragung aufgrund von Strahlung in vergleichsweise geringem Maße im Motor stattfindet, wird in den meisten Fällen von der Modellierung von Strahlungswiderständen abgesehen [MRT91], [And13], [Kli10]. Der Vollständigkeit halber soll die Definition des Strahlungswiderstandes hier dennoch aufgeführt werden:

$$R = \frac{1}{h_R A}. \quad (4.11)$$

Mit h_R ist wieder der Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet, A beschreibt die Oberfläche über die der Wärmeausstausch stattfindet. Während A relativ leicht aus den geometrischen Daten des Motors bestimmt werden kann, ist die Berechnung von h_R nur für einfache geometrische Oberflächen trivial. Für komplexere geometrische Strukturen muss dagegen auf einschlägige Literatur und Erfahrungswerte vertraut werden.

4.2.2 Analytische vs. experimentelle Parametrierung

In Abschnitt 4.2 wurde bereits angedeutet, dass die Wahl der Struktur- und Komplexität eines LPTN stets auch davon abhängig ist, wie letzteres parametriert werden soll. Dariüber hinaus stellt sich vor der Festlegung der Parametrierungsmethodik die Frage, ob das thermische Modell bereits im Rahmen des Entwurfsprozesses des Motors verwendet werden soll oder lediglich der Temperaturüberwachung im späteren Betrieb dient? Vor diesem Hintergrund werden im Folgenden die analytische und die experimentelle Parametrierung gegenübergestellt und die Vor- und Nachteile der beiden Vorgehensweisen diskutiert.

Beim *analytischen Parametrierungsansatz* werden Wärmewiderstände und Wärmekapazitäten im LPTN auf Basis von Geometrie- und Materialdaten des Motors sowie unter Verwendung physikalischer Zusammenhänge zur Wärmeübertragung berechnet. Gute Beiträge zu analytisch parametrierten LPTN für Asynchronmotoren sind beispielsweise in [MRT91], [SBC05] und [BCS08] zu finden, entsprechende LPTN für PMSM werden dagegen in [DG06], [DdIPA⁺10], [Kli10], [DBM10], [FZW⁺10] und [And13] thematisiert. Analytische LPTN haben den großen Vorteil, dass sie parallel zum Entwurfsprozess der Maschine entwickelt werden können, ohne auf aufwendige thermische Vermessungen angewiesen zu sein. Auf diese Weise können bereits im Rahmen der Motorauslegung gezielte thermische Optimierungsmaßnahmen vorgenommen werden, eine wichtige Voraussetzung für die Konstruktion kompakter Motoren mit hohen Leistungsdichten. Die im Gegensatz zur FEM Simulation hohe Recheneffizienz der analytischen LPTN-Modelle⁴ gestattet zudem umfangreiche Simulationen zur Untersuchung der Empfindlichkeit des Modells gegenüber Parameterschwankungen, wie sie auf Material- und Fertigungstoleranzen zurückzuführen sind. Ein Hauptnachteil bei der analytischen Modellparametrierung liegt darin, dass viele thermische Phänomene nicht rein analytisch beschrieben werden können und die zugehörigen Berechnungsvorschriften somit von empirischen Faktoren abhängen (vgl. Abschnitt 4.2.1). Die genaue Bestimmung dieser Faktoren setzt dagegen Erfahrung im Bereich der thermischen Modellierung des jeweiligen Motortyps voraus [BCS⁺09]. Zwar gibt es kommerzielle Programme wie *Motor-CAD* [CNS03], die den Anwender beim Entwurf und der Parametrierung von LPTN für Elektromotoren unterstützen. Die resultierende Modellgüte ist allerdings stark davon abhängig, ob eine ausreichende Kenntnis der Geometrie und Materialdaten des Motors vorhanden ist. Außerdem wird vorausgesetzt, dass die tatsächliche Motortopologie einer der bereits in der Software hinterlegten Mustertopologien entspricht, was häufig nicht der Fall ist [BCS⁺09]. Neben einer ungünstig gewählten Modellstruktur oder ungenau bestimmten Modellparametern, kann die Güte

⁴Eine Vielzahl der analytischen LPTN für Elektromotoren in der Literatur weist lediglich Knotenzahlen zwischen 8 und 15 auf (vgl. auch Abb. 4.5).

des LPTN auch durch eine fehlerhafte Verlustmodellierung degradiert werden. So stellt insbesondere die bei LPTN-Ansätzen charakteristischerweise durchgeführte Konzentration eigentlich verteilter Verlusteinträge in einer einzigen Verlustquelle einen systematischen Fehler im Rahmen der Modellierung dar [MRT91], [GD06]. Hintergrund ist, dass durch die Konzentration der Verlusteinträge auf einen einzigen Punkt fälschlicherweise von einem konstanten Wärmefluss bzw. einem linearen Temperaturprofil innerhalb des betroffenen Teilkörpers ausgegangen wird. In Folge wird die modellierte Knotentemperatur systematisch zu hoch geschätzt. Es gibt mehrere Möglichkeiten diesem Fehler zu begegnen. Am naheliegensten ist es, durch Aufteilung des betroffenen Knoten bzw. Teilkörpers in mehrere Unterknoten mit jeweils eigenen Verlustquellen näher an der Realität zu modellieren [BCS⁺09]. Die damit verbundene Erhöhung der Modellkomplexität ist vor dem Hintergrund des zunehmenden Parametrierungs- und Rechenaufwands jedoch häufig nicht zielführend. Stattdessen kann durch gezieltes Einfügen von Kompensationselementen in Form negativer Widerstände [MRT91] oder zusätzlicher Lasten [GD06] der Fehler auch (weitestgehend) korrigiert werden.

Beim *experimentellen Parametrierungsansatz* wird auf Basis von Messdaten eine Parameteridentifikation durchgeführt. Die LPTN-Parameter werden innerhalb gewisser physikalisch sinnvoller Grenzen solange variiert, bis das Ein-/Ausgangsverhalten des Modells das thermische Verhalten des Motors in guter Näherung widerspiegelt. Experimentell parametrierte LPTN für PMSM in automobilen Traktionsanwendungen sind in [KHL14] und [Miu11] für konzentrierte und in [BP14] und [HPB14b] für verteilte Wicklungsschemata zu finden. Sie alle dienen dem Zweck der Temperaturüberwachung einiger weniger kritischer Temperaturen und zeichnen sich besonders durch ihre Kompaktheit (2-4 Knoten) und hohe Recheneffizienz aus. Im Gegensatz zur analytischen Parametrierung erfordert die experimentelle Parametrierung zudem keine einschlägige Erfahrung auf dem Gebiet der thermischen Motormodellierung. Stattdessen kann der Modellabgleich auf Basis weniger und vergleichsweise einfacher physikalisch motivierter Randbedingungen vorgenommen werden. Allerdings sind für die Modellparametrierung eine Vielzahl iterativer Mess- und Identifikationsschritte notwendig, welche bereits die Verfügbarkeit eines mit umfangreicher Temperatursensorik ausgestatteten Prototypenmotors voraussetzen. Aus diesem Grund können bei der experimentellen Parametrierung auch keine a-priori Aussagen zum thermischen Verhalten des Motors gemacht werden, welche z.B. im Entwicklungsprozess genutzt werden könnten. Aufgrund der typischerweise hohen Abstrahierungsgrade experimentell identifizierter Modelle ist eine konkrete physikalische Interpretation einzelner Modellparameter zudem nur eingeschränkt möglich. Hintergrund ist, dass im Rahmen des Modellabgleichs Modellierungsfehler im Sinne einer möglichst genauen Verhaltensnachbildung des zugrunde liegenden Systems in impliziter und weitestgehend intransparenter Weise auf die Modellparameter abgebildet werden. Eine gezielte nachträgliche Anpassung einzelner Parameter an neue Motorvarianten ist in solchen abstrakten Modellen daher kaum möglich. Folglich muss bei thermisch relevanten Änderungen der Motorkonstruktion der gesamte Mess- und Identifikationsprozess auf Basis einer neuen Temperaturmaschine wiederholt werden.

Selbstverständlich gibt es neben rein analytisch- oder experimentell parametrierten LPTN auch Mischformen. So werden beispielsweise in [BCL⁺03] auf Basis eines analytischen

Modellansatzes nur die analytisch schwierig zu berechnenden Modellparameter auf experimentellem Wege identifiziert. Auf diese Weise kann die Genauigkeit des Modells erhöht werden, ohne wie im rein experimentellen Fall signifikante Modellabstrahierungen in Kauf nehmen zu müssen.

In dieser Arbeit wurde aus folgenden Gründen eine rein experimentelle Modellparametrierung bevorzugt:

1. Da die Rechenleistung der Zielhardware im E-Fahrzeug stark begrenzt ist, besteht die Aufgabe darin, ein möglichst recheneffizientes Modell zur Überwachung kritischer Temperaturen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten der Maschine zu entwickeln. Das Modell sollte somit einerseits eine möglichst niedrige Ordnung aufweisen, andererseits aber das Verhalten des thermischen Systems in den gewünschten Temperaturknoten hinreichend genau beschreiben. Physikalisch motivierte Randbedingungen an Modellstruktur und -Parameter sind dabei nur insoweit von Relevanz, als sie die Herleitung des Verhaltensmodells erleichtern. Die experimentelle Modellparametrierung stellt an dieser Stelle die bevorzugte Lösungsmethodik dar, da die Anpassung der Modellparameter gerade im Sinne einer möglichst genauen Nachbildung des systemseitig betrachteten Ein-/Ausgangsverhaltens durchgeführt wird. Zwar lässt sich eine Verhaltensnachbildung auch auf analytischem Wege realisieren. Da jedoch keine auf Messungen basierende Modellkorrektur erfolgt, ist die resultierende Modellperformance ausschließlich davon abhängig, wie exakt die physikalisch-thermischen Vorgänge im Motor und speziell in der Umgebung der betrachteten Temperaturknoten modelliert werden. Um vergleichbare Schätzergebnisse wie im experimentellen Fall zu erzielen, sind analytische Modelle daher typischerweise auf höhere Modellordnungen angewiesen, die wiederum mit einem entsprechend hohen Modellierungsaufwand einhergehen. Das gilt umso mehr, falls wie im vorliegenden Fall nicht sichergestellt ist, dass die zu überwachenden Temperaturknoten in guter Näherung lokalen Temperaturmittelwerten entsprechen⁵. Ohne nachträgliche Anwendung von Methoden zur Ordnungsreduktion (engl. *Model Order Reduction* bzw. MOR), z.B. auf Basis einer Hänkel Singulärwertanalyse [EZ08], [DdlPA⁺10], sind analytische Modelle daher rechenaufwendiger als ihre abstrakteren, experimentell identifizierten Pendants.
2. Die analytische Parametrierung setzt die Verfügbarkeit umfangreicher Geometrie- und Materialdaten des Motors voraus. Eine experimentelle LPTN-Parametrierung erfordert dagegen einen mit umfangreicher Temperatursensorik ausgestatteten Prüflingsmotor. Während Geometrie- und Materialdaten nur sehr eingeschränkt zugänglich waren, wurde ein mit Temperatursensorik ausgestatteter Prüflingsmotor vom Industriepartner zur Verfügung gestellt.
3. Die Genauigkeit des thermischen Modells hängt in hohem Maße von der Kenntnis der lokalen Verlusteinträge ab. Da letztere nicht direkt gemessen werden können, müssen sie stattdessen modelliert werden. Eine analytische oder auf FEM Simulationen basierende Modellierung der lokalen Verlusteinträge gestaltet sich dabei be-

⁵Die Unsicherheit bezüglich der lokalen Temperaturverteilungen ist auf die begrenzte Anzahl der im Stator und Rotor verbauten Temperatursensoren zurückzuführen.

liebig aufwendig. Beim experimentellen Modellierungsansatz besteht dagegen die Möglichkeit Verlusteinträge im Rahmen eines gesamtheitlichen Modellabgleichs implizit mitzuschätzen (vgl. Abschnitt 4.2.4).

4.2.3 Zustandsraumdarstellung eines LPTN

Für Identifikations- und Simulationszwecke ist es erforderlich, die schematische LPTN-Darstellung in eine mathematische Beschreibungsform zu überführen. Der Anschaulichkeit halber soll dafür im Folgenden das exemplarische LPTN in Abb. 4.6 betrachtet werden. Das Modell besteht aus vier Temperaturknoten ϑ_1 bis ϑ_4 , denen die thermischen Kapazi-

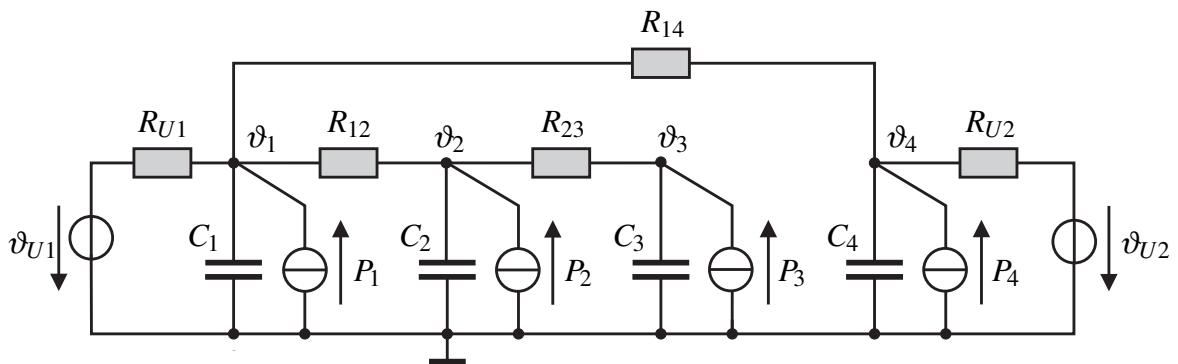


Abbildung 4.6: Exemplarisches LPTN mit 4 Temperaturknoten

täten C_1 bis C_4 zugeordnet sind. Da die Knotentemperaturen im Gegensatz zu denen eines Differenzmodells (z.B. $\vartheta_{i,\Delta} = \vartheta_i - \vartheta_{U1}$) direkt gegenüber dem thermischen Nullpunkt betrachtet werden, entsprechen die Spannungen Potentialen (vgl. Tab. 4.1). Die Knoten sind über die thermischen Widerstände R_{12} , R_{23} und R_{14} miteinander gekoppelt, wobei die äußeren Temperaturknoten ϑ_1 und ϑ_4 zusätzlich über die thermischen Widerstände R_{U1} und R_{U2} mit den Umgebungstemperaturen ϑ_{U1} und ϑ_{U2} verbunden sind. Letztere können der gemessenen Temperatur eines Kühlmediums oder der Umgebungsluft im Motorraum entsprechen. Die verteilten Verlusteinträge im Motor werden durch die Knotenverluste P_1 bis P_4 repräsentiert. Für die Temperaturen ϑ_1 bis ϑ_4 gelten die Differentialgleichungen (4.12a) bis (4.12d), die sich direkt durch Anwendung des *Superpositionsprinzips nach Helmholtz* auf das RC-Netzwerk in Abb. 4.6 ergeben.

$$C_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{1}{R_{12}} (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \frac{1}{R_{14}} (\vartheta_4 - \vartheta_1) + \frac{1}{R_{U1}} (\vartheta_{U1} - \vartheta_1) + P_1 \quad (4.12a)$$

$$C_2 \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{1}{R_{12}} (\vartheta_1 - \vartheta_2) + \frac{1}{R_{23}} (\vartheta_3 - \vartheta_2) + P_2 \quad (4.12b)$$

$$C_3 \frac{d\vartheta_3}{dt} = \frac{1}{R_{23}} (\vartheta_2 - \vartheta_3) + P_3 \quad (4.12c)$$

$$C_4 \frac{d\vartheta_4}{dt} = \frac{1}{R_{14}} (\vartheta_1 - \vartheta_4) + \frac{1}{R_{U2}} (\vartheta_{U2} - \vartheta_4) + P_4 \quad (4.12d)$$

Für spätere Identifikationszwecke bietet es sich zudem an, die obigen Gleichungen in die besser handhabbare Zustandsraumdarstellung zu überführen:

$$\begin{aligned}\frac{d\vartheta}{dt} &= \mathbf{A} \underline{\vartheta} + \mathbf{B} \underline{u} \\ \underline{y} &= \mathbf{I} \underline{\vartheta}.\end{aligned}\quad (4.13)$$

Die Zustandsgrößen entsprechen den Temperaturen ϑ_1 bis ϑ_4 und sind im Zustandsvektor $\underline{\vartheta}$ zusammengefasst. Da die Temperaturen im Prüflingsmotor direkt gemessen werden können, entspricht die Ausgangsmatrix der Einheitsmatrix⁶. Die Eingangsgrößen \underline{u} setzen sich aus den Umgebungstemperaturen ϑ_{U1} und ϑ_{U2} sowie den Knotenverlusten P_1 bis P_4 zusammen. Für die System- und die Eingangsmatrix gilt zudem:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{U1}} \right) & \frac{1}{C_1 R_{12}} & 0 & \frac{1}{C_1 R_{14}} \\ \frac{1}{C_2 R_{12}} & -\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23}} \right) & \frac{1}{C_2 R_{23}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3 R_{23}} & -\frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_4 R_{14}} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{U2}} \right) \end{bmatrix} \quad (4.14a)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_4} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix}, \quad R_{ij} > 0, C_{ij} > 0. \quad (4.14b)$$

Im Gegensatz zu einem Differenzenmodell (z.B. $\vartheta_{i,\Delta} = \vartheta_i - \vartheta_{U1}$) mit einer um eins spaltenreduzierten Eingangsmatrix, lässt sich mit dem dargestellten Modell auch der *dynamische* Einfluss der Umgebungstemperatur ϑ_{U1} auf das thermische Systemverhalten abbilden: Änderungen der Umgebungstemperatur ϑ_{U1} wirken sich zunächst auf den angrenzenden Knoten ϑ_1 und erst anschließend, d.h. verzögert, über die thermischen Übergänge auf die anderen anderen Knoten aus.

Obwohl die Zustandsraumdarstellung (4.13) ein exaktes mathematisches Abbild der LPTN-Struktur in Abb. 4.6 darstellt, setzt die Einsatzfähigkeit des Modells in der Praxis eine hinreichend genaue Kenntnis der Knotenverluste voraus. Diese können nicht direkt gemessen und müssen deshalb modelliert werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die Knotenverluste mit Hilfe numerischer Simulationen zu berechnen. Sofern exakte Geometrie- und Materialdaten des Motors vorliegen, lassen sich mittels kommerziell verfügbarer FEM Tools sehr genaue elektromagnetische Motormodelle entwickeln. Ein großer Vorteil dieser Modelle besteht darin, dass nicht nur die im Motor auftretenden Verlustarten (Kupferverluste, Ummagnetisierungsverluste, Wirbelstromverluste, Reibungsverluste) in ihrer Gesamtheit bilanziert, sondern auch ihre lokalen Verlustverteilungen berechnet werden können. Letztere lassen sich wiederum in Knotenverluste umrechnen, die dann als Eingangsgröße dem

⁶Dieser Umstand ist gerade aus Sicht der experimentellen Parameteridentifikation vorteilhaft, da aus dem gemessenen Ein-/Ausgangsverhalten eindeutig auf die zugrundeliegende Zustandsraumrealisierung geschlossen werden kann (s. Anhang A.5).

LPTN zur Verfügung stehen. Um die Echtzeitfähigkeit des thermischen Modells sicherzustellen, werden die Knotenverluste in Voruntersuchungen für unterschiedliche Motorarbeitspunkte simuliert und anschließend in Kennfeldern abgespeichert. Falls keine numerischen Verlustmodelle zur Verfügung stehen, lassen sich Knotenverluste alternativ auch auf analytischem und/oder messtechnischem Wege modellieren. In beiden Fällen werden die Knotenverluste zunächst als Linearkombinationen der Verlustarten bzw. Verlustanteile im Motor P_{v1} bis P_{vm} beschrieben.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2m} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \cdots & \gamma_{3m} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \cdots & \gamma_{4m} \end{bmatrix}}_{\Gamma} \begin{bmatrix} P_{v1} \\ P_{v2} \\ \vdots \\ P_{vm} \end{bmatrix}, \quad \gamma_{ij} \geq 0 \quad (4.15)$$

Über die Koeffizienten der Matrix Γ werden die Verlustanteile in die Knotenverluste umgerechnet. Da eine rein analytische Modellierung der Koeffizienten γ_{ij} nicht mit der notwendigen Genauigkeit zu realisieren ist, bietet es sich an, die Koeffizienten entsprechend (4.16) der Eingangsmatrix zuzuordnen und im Rahmen des Modellabgleichs implizit mitzuschätzen.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_4} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_4 \\ \vartheta_{U1} \\ \vartheta_{U2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{v1} \\ \vdots \\ P_{vm} \\ \vartheta_{U1} \\ \vartheta_{U2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \gamma_{11} & \frac{1}{C_1} \gamma_{12} & \cdots & \frac{1}{C_1} \gamma_{1m} & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ \frac{1}{C_2} \gamma_{21} & \frac{1}{C_2} \gamma_{22} & \cdots & \frac{1}{C_2} \gamma_{2m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_3} \gamma_{31} & \frac{1}{C_3} \gamma_{32} & \cdots & \frac{1}{C_3} \gamma_{3m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_4} \gamma_{41} & \frac{1}{C_4} \gamma_{42} & \cdots & \frac{1}{C_4} \gamma_{4m} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{v1} \\ \vdots \\ P_{vm} \\ \vartheta_{U1} \\ \vartheta_{U2} \end{bmatrix}$$

Auf die Modellierung der Verlustanteile P_{v1} bis P_{vm} wird in Abschnitt 4.2.4 genauer eingegangen.

Systemtheoretische Eigenschaften von LPTN

Aus der Betrachtung des Beispielmodells in Abb. 4.6 können eine Reihe von Forderungen an das zu identifizierende Modell formuliert werden. Diese Forderungen können zur Überprüfung der geschätzten Parameter oder zur Formulierung von Randbedingungen für den Identifikationsalgorithmus genutzt werden. Aus den Gleichungen (4.12a) bis (4.12d) wird ersichtlich, dass der Wärmefluss zwischen jeweils zwei Knoten von der Differenz der beiden Knotentemperaturen abhängig ist. In Zustandsraumdarstellung werden die Temperaturdifferenzen dagegen nicht direkt, sondern indirekt über die Parameter der Systemmatrix sowie die mit den Umgebungstemperaturen verknüpften Parametern der Eingangsmatrix

gebildet. In einem Modell, welches die Vorgänge des Wärmetransports physikalisch korrekt abbildet, müssen deshalb für die verallgemeinerte Zustandsraumbeschreibung

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} & b_{1U} \\ b_{21} & \dots & b_{2m} & b_{2U} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} & b_{nU} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_m \\ \vartheta_U \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

insbesondere die folgenden Bedingungen gelten:

- Sämtliche Hauptdiagonalelemente der Systemmatrix sind negativ ($a_{kk} < 0$, für alle $k = 1 \dots n$).
- Alle Nebendiagonalelemente der Systemmatrix sind größer oder gleich Null ($a_{jk} \geq 0$, für alle $j \neq k$). Matrizen, die diese Eigenschaft erfüllen, werden auch als *Metzler-Matrizen* bezeichnet [GSM07].
- Alle Elemente der Eingangsmatrix sind größer oder gleich Null ($b_{jk} \geq 0$, für alle $j = 1 \dots n \wedge k = 1 \dots m+1$). Unter Berücksichtigung der Metzler Eigenschaft der Systemmatrix entspricht (4.17) somit einem *positiven* System nach [Lue79]. Das bedeutet, dass im Falle positiver Eingangsgrößen und einer positiven Anfangsauslenkung, die Zustandsvariablen bzw. die Temperaturen niemals negativ werden können.
- Alle mit Temperaturen verknüpften Elemente einer Zeile ergeben in Summe Null, d.h.

$$\sum_{k=1}^n a_{jk} + b_{jU} = 0, \quad \text{für alle } j = 1 \dots n. \quad (4.18)$$

Dadurch wird der physikalisch unsinnige Fall ausgeschlossen, dass Wärmefluss auch ohne bestehende Temperaturdifferenzen stattfinden kann.

- Physikalisch unsinnige oder als irrelevant eingeschätzte Wärmepfade zwischen zwei Temperaturknoten werden durch entsprechende Nulleinträge auf der Nebendiagonalen der Systemmatrix abgebildet.
- Das Zustandsraummodell (4.17) ist exponentiell stabil im Sinne von *Ljapunov*. Um das zu zeigen, kann man zunächst eine verallgemeinerte Energiefunktion des LPTN aufstellen:

$$E(\underline{\vartheta}) = \frac{1}{2} C_1 \vartheta_1^2 + \frac{1}{2} C_2 \vartheta_2^2 + \dots + \frac{1}{2} C_n \vartheta_n^2 > 0 \quad \text{für } \underline{\vartheta} \neq 0. \quad (4.19)$$

Die Tatsache, dass $E(\underline{\vartheta})$ mit der Maßeinheit JK (vgl. Tab. 4.1) keine Energieform im physikalischen Sinne beschreibt, ist an dieser Stelle unerheblich [Gau11]. Die zeitliche Ableitung von (4.19) ergibt nun wie folgt:

$$\frac{dE(\underline{\vartheta})}{dt} = \frac{\partial E(\underline{\vartheta})}{\partial \underline{\vartheta}} \frac{d\underline{\vartheta}}{dt} = C_1 \vartheta_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} + C_2 \vartheta_2 \frac{d\vartheta_2}{dt} + \dots + C_n \vartheta_n \frac{d\vartheta_n}{dt}. \quad (4.20)$$

Ersetzt man nun die zeitlichen Ableitungen der Temperaturen ϑ_i in (4.20) durch die Zustandsgleichungen des freien (d.h. $\underline{u} = \underline{0}$) Systems (4.13), so folgt:

$$\begin{aligned}\frac{dE(\underline{\vartheta})}{dt} &= \vartheta_1 \left(-\left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{U1}} + \dots \right) \vartheta_1 + \frac{1}{R_{12}} \vartheta_2 + \dots \right) + \\ &\quad \vartheta_2 \left(\frac{1}{R_{12}} \vartheta_1 - \left(\frac{1}{R_{12}} + \dots \right) \vartheta_2 + \dots \right) + \dots \\ &= -\frac{1}{R_{U1}} \vartheta_1^2 - \frac{1}{R_{12}} (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 - \dots < 0 \quad \forall R_{ij} > 0.\end{aligned}\quad (4.21)$$

Gemäß der 2. *Methode von Ljapunov* ist die Ruhelage eines Systems asymptotisch stabil, wenn in ihrer Umgebung eine positiv definite *Ljapunov-Funktion* existiert, deren Ableitung negativ definit ist [Gau11]. Beide Forderungen sind entsprechend (4.19) und (4.21) für die Energiefunktion $E(\underline{\vartheta})$ erfüllt. Ferner kann gezeigt werden, dass die Existenz einer *quadratischen* Ljapunov Funktion (vgl. (4.19)) zugleich die *exponentielle* Stabilität der untersuchten Ruhelage garantiert [GJ09]. So konvergiert der Zustandsvektor $\underline{\vartheta}(t)$ ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\underline{\vartheta}(t_0) = \underline{\vartheta}_0 \in \mathbb{R}^n$ für alle $t \geq t_0$ mit

$$\|\underline{\vartheta}(t)\| \leq a e^{-b(t-t_0)} \|\underline{\vartheta}_0\| \quad \text{für } a, b > 0 \quad (4.22)$$

in seine Ruhelage bzw. thermisches Gleichgewicht. Wo letzteres sich genau befindet, hängt von den thermischen Kapazitätswerten sowie den Wärmeein- und austrägen ins LPTN ab. Da bei linearen Systemen der Stabilitätscharakter aller Ruhelagen aber ohnehin gleich ist, sind LPTN systembedingt exponentiell stabil im Sinne von Ljapunov. Die obige Stabilitätsbetrachtung gilt im Übrigen auch für den Fall „schnell“ veränderlicher thermischer Widerstände (z.B. aufgrund von Konvektionseffekten über dem Luftspalt im Motor). Das liegt daran, dass $E(\underline{\vartheta})$ die Ljapunovkriterien unabhängig von den eigentlichen Werten der thermischen Widerstände $R_{ij} > 0$ erfüllt⁷.

- Sofern der Motor innerhalb seiner spezifizierten thermischen Grenzen betrieben wird, können die zugehörigen LPTN als *BIBO-stabil* mit ausschließlich negativen reellwertigen Eigenwerten betrachtet werden. Außerhalb der spezifizierten Grenzen besteht dagegen die Gefahr eines „thermischen Weglaufens“, bedingt durch die Mitkopplung eingangseitiger Verlusteinträge mit Temperaturknoten (s. auch Abschnitt 7.4.3 und [ML96]).

Es ist zwar grundsätzlich möglich, das Ein-/Ausgangsverhalten eines Messschreibs auch unter Verletzung der obigen Randbedingungen zu fitten, jedoch bildet ein solches Modell die physikalischen Gesetzmäßigkeiten des Wärmetransports i.A. nicht korrekt ab. Das kann wiederum dazu führen, dass das identifizierte Modell nur einen eingeschränkten Gültigkeitsbereich besitzt und damit die gegebenen Genauigkeitsanforderungen im relevanten Betriebsbereich nicht einhält (vgl. auch Abschnitt 5.2.5).

⁷In Abschnitt 3.3.4 wurde auf die beschränkte Aussagekraft lokaler Stabilitätsuntersuchungen bei LPV-Systemen hingewiesen, falls sich die Systemparameter schnell gegenüber der Systemdynamik ändern. Obige Betrachtung auf Basis der Ljapunov Funktion $E(\underline{\vartheta})$ stellt dagegen einen hinreichenden LPV-Stabilitätsnachweis dar [Sha12].

4.2.4 Verlustmodellierung

Um das thermische Verhalten des IPMSM korrekt zu beschreiben und die relevanten Temperaturen mit guter Genauigkeit zu schätzen, müssen die effektiven Verlusteinträge in die einzelnen Temperaturknoten hinreichend genau modelliert werden. In Abschnitt 4.2.3 wurde dazu vorgeschlagen, die Knotenverluste jeweils als Linearkombination der unterschiedlichen Verlustarten im Motor zu beschreiben. Während die Verlustkoeffizienten in (4.15) im Rahmen des Modellabgleichs mitgeschätzt werden, können die Verlustarten bzw. Verlustanteile analytisch oder basierend auf Messungen modelliert werden.

Analytische Verlustmodellierung

Die analytische Verlustmodellierung zielt darauf ab, die physikalischen Zusammenhänge zwischen den üblicherweise bekannten bzw. messbaren elektrischen Größen und den verschiedenen Verlustanteilen im Motor mittels möglichst einfacher mathematischer Formeln hinreichend genau zu beschreiben (vgl. auch [ML96], [DdlPA⁺10] und [Pet15]). Da die Verlustkoeffizienten γ_{ij} im Rahmen des Modellabgleichs geschätzt werden, ist es nicht unbedingt erforderlich die genaue Höhe der Verlustanteile zu berechnen. Stattdessen genügt es, die Verlustanteile bis auf einen jeweiligen linearen Skalierungsfaktor korrekt zu modellieren. Die Skalierungsfaktoren werden dann den Verlustkoeffizienten in der Eingangsmatrix zugeschrieben und im Rahmen des Modellabgleichs implizit mitgeschätzt. Im Folgenden werden die wichtigsten Verlustarten im Motor vorgestellt und die Grenzen der analytischen Modellierung diskutiert.

Die *ohmschen Kupferverluste* entstehen in den Wicklungen des Motors und folgen der Gleichung

$$P_{v,Cu}(\bar{\vartheta}_W) = \frac{3}{2}R_{ref}(1 + \alpha_{Cu}\Delta\bar{\vartheta}_W)(i_d^2 + i_q^2), \quad \Delta\bar{\vartheta}_W = \bar{\vartheta}_W - \vartheta_{ref}. \quad (4.23)$$

R_{ref} beschreibt den ohmschen Widerstand der Statorwicklungen bei Referenztemperatur, α_{Cu} den linearen Wärmekoeffizient von Kupfer und $\bar{\vartheta}_W$ die mittlere Temperatur in Wicklung und Wickelkopf. Da gerade bei IPMSM mit verteiltem Wicklungsschemata die Temperatur im Wickelkopf signifikant von der Wicklungstemperatur im Bereich Nutung abweichen kann, ist eine Aufteilung der Kupferverluste in einen Wicklungs- und Wickelkopfanteil sinnvoll.

$$\begin{aligned} P_{v,Cu}(\vartheta_W, \vartheta_{WK}) &= P_{v,Cu}(\vartheta_W)\beta + P_{v,Cu}(\vartheta_{WK})(1 - \beta), \quad \beta \in (0, 1) \\ &= \frac{3}{2}R_{ref}(1 + \alpha_{Cu}(\Delta\vartheta_W\beta + \Delta\vartheta_{WK}(1 - \beta)))(i_d^2 + i_q^2) \end{aligned} \quad (4.24a)$$

$$P_{v,Cu,W} = \frac{3}{2}R_{ref}(1 + \alpha_{Cu}\Delta\vartheta_W)\beta(i_d^2 + i_q^2), \quad (4.24b)$$

$$P_{v,Cu,WK} = \frac{3}{2}R_{ref}(1 + \alpha_{Cu}\Delta\vartheta_{WK})(1 - \beta)(i_d^2 + i_q^2), \quad (4.24c)$$

Die Aufteilung der Kupferverluste erfolgt entsprechend des noch unbekannten Faktors β^8 . Der Aufteilungsfaktor β kann folgendermaßen ermittelt werden: Der Motor wird bei einer Drehzahl knapp über Null thermisch angeregt und die Gesamtverluste werden über einen längeren Zeitraum von einem Leistungsmessgerät gemessen. Die Länge des Zeitraums orientiert sich dabei an den thermischen Wicklungs- und Wickelkopfzeitkonstanten. Unter der Annahme, dass bei niedrigen Drehzahlen die Gesamtverluste im Motor fast ausschließlich den Kupferverlusten zugeordnet werden dürfen, kann β durch Abgleich des analytischen Ausdrucks (4.24a) mit den gemessenen Gesamtverlusten geschätzt werden. Für die Berechnung der Kupferverluste entsprechend (4.24b) und (4.24c) im späteren Betrieb wird die Kenntnis der Wicklungs- und Wickelkopftemperatur vorausgesetzt. Auf eine Messung kann verzichtet werden, falls beide Temperaturen Knoten bzw. Ausgänge des thermischen Modells darstellen und auf den Modelleingang zurückgeführt werden.

Die *Eisenverluste* basieren auf der Steinmetzgleichung und setzen sich aus Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverlusten zusammen [MP09]. Zum Zwecke der Temperaturüberwachung in PMSM mittels LPTN, wurden in [ML96], [Kas07] und [DdlPA⁺10] vereinfachte Ansätze zur Eisenverlustmodellierung basierend auf einem Grundwellenmodell des Motors vorgestellt. Die Ansätze folgen im Wesentlichen dem folgenden Ausdruck:

$$P_{v,Fe} = \underbrace{\mu_h(\psi_d^2 + \psi_q^2)\omega_{el}}_{\text{Ummagnetisierungsverluste}} + \underbrace{\mu_w(\psi_d^2 + \psi_q^2)\omega_{el}^2}_{\text{Wirbelstromverluste}}. \quad (4.25)$$

Die obige Berechnungsvorschrift hat den Vorteil, dass die magnetischen Verkettungsflüsse in d - und q -Richtung sowie die Drehfrequenz ω_{el} permanent verfügbare Größen innerhalb der Motorregelung darstellen und somit problemlos zur Berechnung der Eisenverluste herangezogen werden können. Die Koeffizienten μ_h und μ_e müssen dagegen empirisch bestimmt werden und beschreiben u.A. den Einfluss unbekannter Materialkonstanten und harmonischer Oberwellen.

Die *Lagerverluste* stellen mit Abstand den kleinsten Verlustanteil dar und können entweder komplett vernachlässigt oder entsprechend Gleichung (4.26) berücksichtigt werden. Unter der Annahme eines konstanten Reibdrehmoments M_{reib} , können die Lagerverluste als proportional zur Drehzahl angenommen werden:

$$P_{v,B} = M_{reib} \omega_{mech}. \quad (4.26)$$

Um ein thermisches Modell hoher Genauigkeit zu erhalten ist es wichtig, dass alle Verlustanteile bis auf jeweils einen linearen Skalierungsfaktor möglichst genau modelliert werden. In dem Zusammenhang sollten insbesondere die Abhängigkeiten der Verlustanteile vom angefahrenen Arbeitspunkt durch die obigen Zusammenhänge hinreichend genau beschrieben werden. Während die Forderung im Falle der Kupfer- und Lagerverluste als

⁸Sofern es sich bei den modellierten Temperaturen um repräsentative Temperaturmittelwerte für den sich innerhalb („Wicklung“) und außerhalb der Nutzung („Wickelkopf“) befindlichen Wicklungsbereich handelt, entsprechen β bzw. $(1 - \beta)$ in guter Näherung der relativen Leiterlängen in Wicklung und Wickelkopf. Da eine solch idealisierende Annahme in Realität höchstens näherungsweise Gültigkeit besitzt, besitzt β i.A. nur eingeschränkte physikalische Bedeutung.

erfüllt angenommen werden darf, gilt dies nicht für den Fall der analytisch modellierten Eisenverluste gemäß (4.25). So wurde in [Pet15] auf Basis von FEM Daten für einen Prototypenmotor gezeigt, dass die Abhängigkeit der Eisenverluste vom Arbeitspunkt (i_d, i_q) erheblich von der Abhängigkeit der Flussverkettung $\psi(i_d, i_q)$ in (4.25) abweicht. So fällt insbesondere das sich bei Betrieb mit Kurzschlussstrom ergebende Minimum der Flussverkettung nicht mit dem Eisenverlustminimum zusammen. Die Ergebnisse lassen sich aufgrund der sehr ähnlichen Bauform des in [Pet15] untersuchten Motors direkt auf diese Arbeit übertragen. Grundsätzlich ist es zwar denkbar, Ungenauigkeiten bei der Modellierung der Eisenverluste im Rahmen des Modellabgleichs auf die freien Modellparameter abzubilden. Dadurch steigt jedoch die Gefahr ein Modell zu erhalten, welches lediglich lokale Gültigkeit besitzt und folglich als nicht repräsentativ für den gesamten Arbeitsbereich der Maschine betrachtet werden kann (vgl. auch Abschnitt 5.2.5). In dieser Arbeit wird daher eine auf Messungen basierende Verlustmodellierung bevorzugt.

Messtechnische Verlustmodellierung

Ein wesentlicher Nachteil der analytischen Verlustmodellierung liegt in der fehleranfälligen Modellierung der Eisenverluste. Je nach angefahrenem Arbeitspunkt können die modellierten Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverluste deutlich größer oder kleiner als die tatsächlichen Verluste ausfallen, was wiederum negative Auswirkungen auf die Güte der Temperaturschätzung hat. Vor dem Hintergrund ist es vorteilhaft, eine Verlustmodellierung anzusetzen, welche die tatsächlich im Motor anfallenden Gesamtverluste berücksichtigt. Die Idee dabei ist, die auftretenden Gesamtverluste im Motor messtechnisch zu erfassen und in einem Kennfeld abzulegen. Die Verluste können bei konstant angenommener Zwischenkreisspannung mit $P_{v,ges} = f(M^*, n)$ angesetzt werden. Bei variabler Zwischenkreisspannung ist es dagegen sinnvoller, die Verluste in Abhängigkeit des Strombetrags entsprechend $P_{v,ges} = f(|i|, n)$ zu modellieren und auf diese Weise der Funktionsweise der Arbeitspunktsteuerung im Flussschwärbereich besser Rechnung zu tragen. Für genauere Details sei auf Abschnitt 7.3.2 verwiesen. Hauptnachteil eines rein kennfeldbasierten Modellierungsansatzes liegt in der Vernachlässigung von thermisch bedingten Verluständerungen⁹. Dass diese jedoch nicht komplett vernachlässigt werden sollten, ist in Abb. 4.7 anhand einer exemplarischen Verlustmessung zu erkennen. Die Verlustleistung steigt im betrachteten Intervall um etwa 20% gegenüber dem sich einstellenden Wert unmittelbar nach Aufschalten des Drehmoments an. Da der Verlauf von $P_{v,ges}$ in guter Näherung den thermischen Zeitkonstanten in Wicklung- und Wickelkopf folgt, liegt die Idee nahe, die Temperaturabhängigkeit der Gesamtverluste komplett den Kupferverlusten zuzuschreiben und den Einfluss des schwach temperaturempfindlichen Permanentmagnetmaterials auf die Eisenverluste der Einfachheit halber zu vernachlässigen. Die Gesamtverluste können folglich in einen temperaturabhängigen Kupferverlustanteil $P_{v,Cu}$ und einen temperaturunabhängigen restlichen Verlustanteil $P_{v,rest}$ aufgespalten werden. Unter der Annahme, dass die Kupferverluste mit hinreichender Genauigkeit analytisch bestimmt werden können

⁹Während der verlusttechnischen Vermessung des Motors können thermische Effekte im Verlustkennfeld weitestgehend dadurch verhindert werden, dass alle Messungen bei ähnlichen Wicklungs- und Permanentmagnettemperaturen, bestenfalls automatisiert, durchgeführt werden.

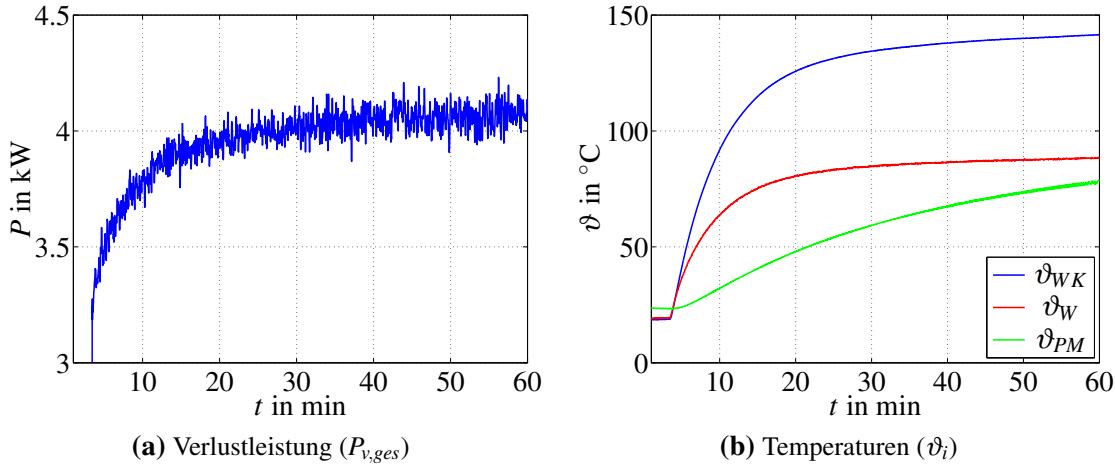


Abbildung 4.7: Verlauf der gemessenen Gesamtverlustleistung (links) in Abhängigkeit der Temperaturverläufe in Wicklung, Wickelkopf und Permanentmagnet (rechts) nach sprungförmiger Drehmomentanregung im Ankerstellbereich ($n = 3000 \text{ min}^{-1}$).

(vgl. Gleichungen (4.24a) bis (4.24c)), ergeben sich die Restverluste als Differenz aus gemessenen Gesamtverlusten und analytisch bestimmten Kupferverlusten wie folgt:

$$P_{v,rest}(|i|, n) = P_{v,ges}(|i|, n, \vartheta_W, \vartheta_{WK}) - P_{v,Cu,W}(|i|, \vartheta_W) - P_{v,Cu,WK}(|i|, \vartheta_{WK}). \quad (4.27)$$

Unter Vernachlässigung von Reibungsverlusten entsprechen die Restverluste in guter Näherung den Eisenverlusten. Durch Einsetzen der Verlustanteile in (4.16) nimmt das thermische Modell eingangsseitig schließlich folgende Form an:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_4} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_4 \\ \vartheta_{U1} \\ \vartheta_{U2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \gamma_{11} & \frac{1}{C_1} \gamma_{12} & \frac{1}{C_1} \gamma_{13} & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ \frac{1}{C_2} \gamma_{21} & \frac{1}{C_2} \gamma_{22} & \frac{1}{C_2} \gamma_{23} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_3} \gamma_{31} & \frac{1}{C_3} \gamma_{32} & \frac{1}{C_3} \gamma_{33} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_4} \gamma_{41} & \frac{1}{C_4} \gamma_{42} & \frac{1}{C_4} \gamma_{43} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} P_{v,Cu,WK} \\ P_{v,Cu,W} \\ P_{v,rest} \\ \vartheta_{U1} \\ \vartheta_{U2} \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

Durch Kombination aus analytischer und messtechnischer Verlustmodellierung ist also zum einen eine explizite Berücksichtigung temperaturbedingter Änderungen der Kupferverluste möglich, zum Anderen sind die arbeitspunktabhängigen Eisenverluste im messtechnisch erfassten Verlustkennfeld $P_{v,ges}$ bzw. $P_{v,rest}$ bereits implizit berücksichtigt. Eine aufwendige oder wie im Falle von (4.25) ungenaue analytische Modellierung kann somit vermieden werden.

4.3 Zusammenfassung

Eine messtechnische Erfassung kritischer Temperaturen in der Statorwicklung sowie in den Permanentmagneten ist in automobilen Traktionsanwendungen aus technischer Sicht und aus Kostengründen nicht erstrebenswert. Aus diesem Grund werden modellbasierte Ansätze bevorzugt, welche entweder auf einem elektrischen oder einem thermischen Motormodell basieren. Bei den auf elektrischen Modellen basierenden Ansätzen ist die Idee, durch Beobachtung bzw. Schätzung thermisch bedingter Variationen des Wicklungswiderstandes und der Remanenzflussdichte, Rückschlüsse auf die verursachenden Temperaturschwankungen in der Statorwicklung und in den Permanentmagneten zu ziehen. Während die Schätzung einer mittleren Magnettemperatur durch Kombination nichtinvasiver (mittlerer bis hoher Drehzahlbereich) und invasiver (niedriger Drehzahlbereich) elektrischer Verfahren mit noch akzeptablem Modellierungsaufwand zu bewerkstelligen ist, gilt dies nicht für die Schätzung der Wicklungs- oder gar der Wickelkopftemperatur. Hauptgrund ist der bei hochausgenutzten Maschinen typischerweise sehr kleine ohmsche Widerstand der Statorwicklungen. Temperaturbedingte Schwankungen des ohmschen Spannungsabfalls sind daher nur mit inakzeptabel hohem Mess- und Modellierungsaufwand hinreichend genau zu erfassen. Da elektrische Ansätze somit nicht als eigenständige Lösungen für die angestrebte Temperaturüberwachung in Betracht kommen, wird stattdessen die thermische Modellierung bevorzugt. Um thermische Modelle auf einer automobilen Rechenhardware in Echtzeit ausführen zu können, muss jedoch von den komplizierten Wärmeaustauschvorgängen im Motor abstrahiert werden. Grundlage dafür stellt die Modellierung mittels konzentrierter Elemente dar. Durch Ausnutzung geometrischer Motorsymmetrien und Zusammenfassung örtlicher Bereiche mit näherungsweise homogener Temperaturverteilung in Temperaturknoten, lässt sich das thermische Verhalten des Motors bereits mit LPTN-Modellen niedriger Ordnung in guter Näherung beschreiben. Die genaue strukturelle Beschaffenheit der Modelle hängt dabei vom konkreten Motortyp und Anwendungsfall ab. Hinsichtlich der Modellparametrierung sind zwei Fälle zu unterscheiden: Bei der analytischen Parametrierung werden thermische Parameter ausschließlich auf Basis von Geometrie- und Materialdaten des Motors berechnet. Bei der experimentellen Parametrierung wird dagegen ein Modellabgleich auf Basis von Messungen durchgeführt. Die Modellparameter werden dabei im Sinne einer möglichst genauen Nachbildung des systemseitig betrachteten Ein-/Ausgangsverhaltens angepasst. Da das vorrangige Ziel der Arbeit darin besteht, zwei Temperaturknoten im Wickelkopf und in den Permanentmagneten zuverlässig zu überwachen, stellt die näher am Systemverhalten angelehnte experimentelle Parametrierungsmethodik den zielgerichteteren Lösungsansatz dar. Durch Anwendung geeigneter Methoden aus der Systemidentifikation lässt sich somit auch ohne einschlägige Erfahrung auf dem Gebiet der thermischen Motormodellierung eine genaue Temperaturschätzung auf Basis sehr kompakter Modelle realisieren. Dass die hohe Recheneffizienz experimentell identifizierter Modelle typischerweise zu Lasten ihrer physikalischen Aussagekraft geht, ist vor dem Hintergrund der Zielsetzung dieser Arbeit prinzipiell von untergeordneter Bedeutung. Dennoch sollte die der Parameteridentifikation zugrunde liegende Modellstruktur im Sinne einer hohen Modellperformance an der physikalischen Realität angelehnt sein. Die Wahl eines physikalisch sinnvollen Ansatzes zur Modellierung der nicht direkt messbaren Knotenverluste ist daher nur konsequent. Die Knotenverluste wer-

den dazu als Linearkombinationen der im Motor auftretenden Verlustarten beschrieben. Während die Umrechnung der Verlustarten in die Temperaturknoten im Rahmen des Modellabgleichs vorgenommen wird, müssen die Verlustarten selbst auf analytischem oder messtechnischem Wege ermittelt werden. Dafür bietet es sich an, die Gesamtverluste im Motor zunächst messtechnisch zu erfassen und anschließend in einen Kupfer- und einen restlichen Verlustanteil aufzuspalten. Der restliche Verlustanteil, der im Wesentlichen den Eisenverlusten entspricht, kann als temperaturunabhängig angenommen und somit direkt in einem Kennfeld abgelegt werden. Eine aufwendige oder potentiell ungenaue analytische Modellierung der Eisenverluste wird auf diese Weise vermieden. Gleichzeitig können mittels einer analytischen Modellierung der Kupferverluste Temperaturabhängigkeiten in Wicklung und Wickelkopf explizit berücksichtigt werden.

5 Grundlagen der Identifikation dynamischer Systeme

Für den Entwurf von Regelungen, Beobachter- oder Diagnosestrukturen wird ein mathematisches Streckenmodell benötigt, welches beispielsweise in Form von Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Bei der Herleitung des Streckenmodells wird üblicherweise zwischen der *theoretischen* und *experimentellen* Modellbildung unterschieden [IM11]. Bei der theoretischen Modellbildung werden mit Hilfe von Erhaltungssätzen und phänomenologischen Gleichungen Differentialgleichungen aufgestellt. Da in dem Zusammenhang meistens vereinfachende Annahmen wie konzentrierte Parameter oder starre Körper getroffen werden, sind die in den Gleichungen vorkommenden Parameter auf rein analytischem Wege nur in Ausnahmefällen derart zu bestimmen, dass das Verhalten des Modells mit dem realen System exakt übereinstimmt. Die theoretische Modellbildung kann somit zwar als probates Mittel zur Festlegung einer geeigneten Modellstruktur betrachtet werden, die Modellparameter müssen dagegen in der Regel durch Identifikation aus Messdaten gewonnen werden. In der Literatur wird in dem Zusammenhang häufig zwischen *White-Box*-, *Black-Box*- und *Grey-Box*-Modellen unterschieden [Buc10], wobei die Übergänge fließend sind. Während bei klassischen *White-Box*-Modellen das zugrunde liegende System komplett, d.h. Struktur und Parameter, auf theoretischem Wege modelliert wird, werden *Black-Box*-Modelle ausschließlich experimentell identifiziert. *Grey-Box*-Modelle stellen entsprechend Mischformen dar, bei denen einzelne Modellteile auf theoretischem Wege (z.B. Festlegung der Strukturgleichungen), andere experimentell (z.B. Identifikation der Parameter) ermittelt werden. Abhängig vom zu modellierenden System sowie der geplanten Anwendung und erforderlichen Modellgüte kann es sinnvoll sein, den Fokus mehr in Richtung der theoretischen oder der experimentellen Modellierung zu verschieben. Obwohl die theoretische Analyse prinzipiell mehr Informationen über das System liefern kann, hat die experimentelle Analyse in den letzten 50 Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen. Dafür sind u.A. die folgenden Gründe verantwortlich [IM11]:

- Theoretische Analysen können bereits für einfache Systeme sehr komplex und zeitaufwendig werden.
- Modellparameter können über theoretische Betrachtungen häufig nur mit unzureichender Genauigkeit bestimmt werden.
- Nicht alle Phänomene in einem physikalischen System sind bekannt oder können hinreichend genau mathematisch beschrieben werden.
- Experimentell identifizierte Modelle können häufig in kürzerer Zeit und mit geringerem Aufwand erhalten werden als rein theoretische Modelle.

Mit der Einführung digitaler Computer in den 60-er Jahren wurden sehr leistungsfähige Identifikationsmethoden für eine Vielzahl parametrischer und nicht-parametrischer Modelltypen entwickelt. Ziel ist stets, das Ein-/Ausgangsverhalten des realen Systems möglichst genau auf eine mehr oder weniger genau spezifizierte Modellstruktur abzubilden. Dafür wird der Fehler zwischen den gemessenen System- und den simulierten Modellausgängen im Rahmen eines Modellabgleichs minimiert. Da die experimentelle Systemidentifikation auf gemessenen Ein-Ausgangsdaten (Trainingsdaten) basiert, ist i.A. nicht sichergestellt, dass die resultierenden Modelle auch die tatsächlichen physikalischen Abläufe im System korrekt beschreiben. Dies wird für Anwendungen, bei denen lediglich die Nachbildung des Ein-/Ausgangsverhaltens im Vordergrund steht, z.B. die Temperaturüberwachung mittels thermischer Modelle, auch nicht ausdrücklich gefordert. Im Sinne eines möglichst großen Gültigkeitsbereichs, der nicht auf die der Identifikation zugrunde liegenden Trainingsdaten beschränkt ist, hat es sich jedoch als nützlich erwiesen, theoretisches a-priori Wissen über das System in Form von Randbedingungen im Rahmen der experimentellen Modellidentifikation explizit zu berücksichtigen [IM11]. In Abb. 5.1 ist ein allgemeines Ablaufdiagramm zur experimentellen Systemidentifikation dargestellt. Im ersten Schritt wird die konkrete Zielapplikation inklusive aller zu berücksichtigen technischen und wirtschaftlichen Randbedingungen (Genauigkeitsanforderungen, verfügbare Rechenhardware, etc.) festgelegt. Darauf aufbauend kann bereits ein geeigneter Modelltyp und die zu verwendenden Ein- und Ausgänge ausgewählt werden. Im nächsten Schritt wird bereits verfügbares a-priori Wissen zum zu identifizierenden System zusammengetragen. Dabei kann es sich um theoretische Zusammenhänge in Form physikalischer Erhaltungssätze, Beobachtungen zum Systemverhalten oder um zulässige Betriebsbedingungen, unter denen Messungen durchgeführt werden können, handeln. In Abhängigkeit der Zielapplikation und dem verfügbaren a-priori Wissen können dann im nächsten Schritt die Experimente und Messungen geplant werden. Dabei werden unter anderem die Form und Amplitude der Systemanregung, die zu verwendenden Abtast- und Messzeiten sowie das notwendige Messequipment ausgewählt. Sofern das System offline identifiziert werden soll, können die geplanten Messungen bereits vor der eigentlichen Systemidentifikation durchgeführt werden. Nach Durchführung der Experimente werden die Messdaten dann ggf. noch nachbearbeitet. Ziel ist es dabei, Signalanteile, die nicht modelliert werden sollen, vor Durchführung der Identifikation zu filtern (Rauschen) bzw. zu entfernen (Offsets, Drifts). Auf die nachbearbeiteten Messdaten sowie eine geeignete Modellstruktur, die der Zielapplikation und den physikalischen Gegebenheiten des Systems gleichermaßen Rechnung trägt, kann schließlich die favorisierte Identifikationsmethodik angewandt werden. Um eine Aussage treffen zu können, inwieweit das identifizierte Modell das Verhalten des realen Systems im relevanten Betriebsbereich hinreichend genau beschreibt, muss abschließend noch eine Modellvalidierung durchgeführt werden. Dabei werden System und identifiziertes Modell mit neuen Eingangsdaten angeregt, und die jeweiligen Ausgänge werden miteinander verglichen. Liegen die Abweichungen zwischen Modell- und Systemausgängen für unterschiedliche Anregungsprofile innerhalb zulässiger Grenzen, wird die Identifikation als erfolgreich abgeschlossen betrachtet. Andernfalls muss überprüft werden, inwieweit die vorherigen Schritte sinnvoll durchgeführt wurden bzw. welche Korrekturmaßnahmen ergriffen werden sollten. So ist es beispielsweise vorstellbar, dass die der Identifikation zugrunde liegende Modellstruktur zur Abbildung des Systemverhaltens

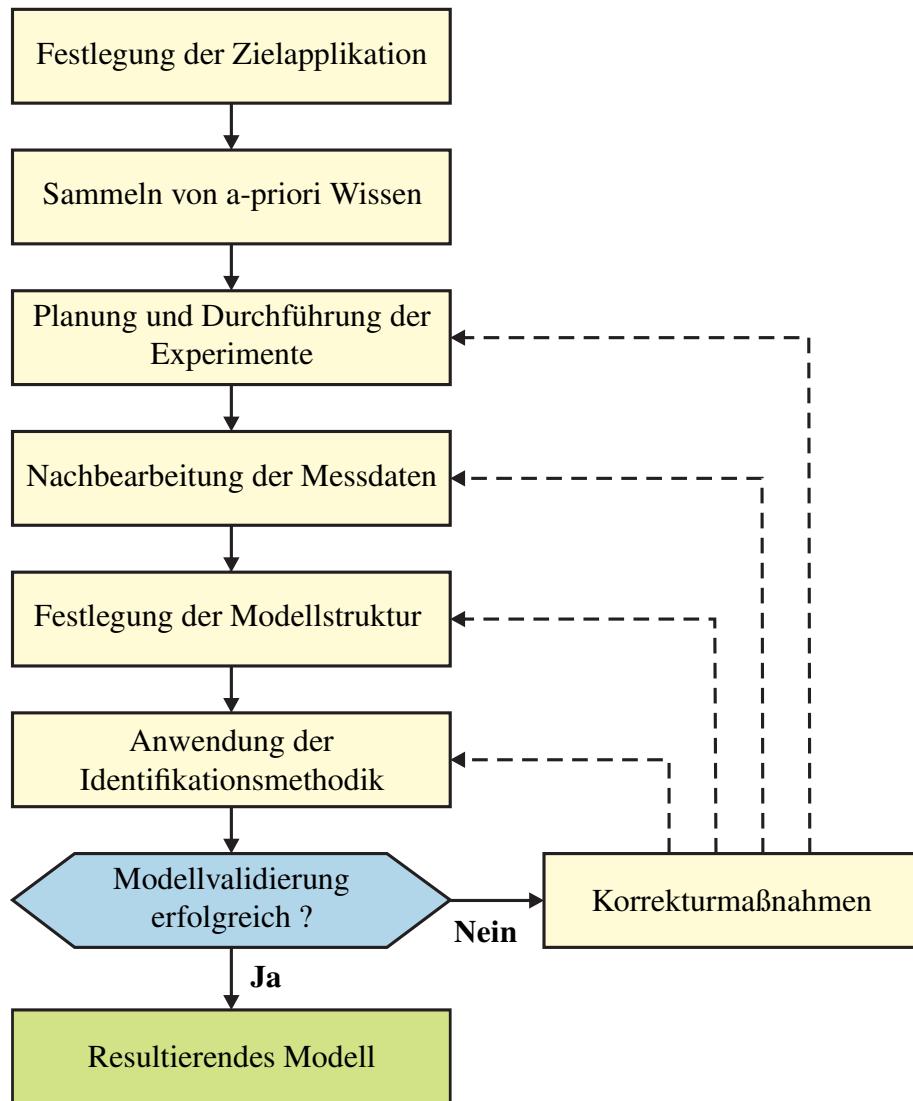


Abbildung 5.1: Allgemeines Ablaufdiagramm der Systemidentifikation

schlichtweg ungeeignet ist und entsprechend angepasst werden muss. Die beschriebenen Schritte zur Systemidentifikation werden solange wiederholt, bis das resultierende Modell die für die Zielapplikation vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen erfüllt.

In den folgenden Kapiteln werden die wichtigsten Grundlagen der Systemidentifikation genauer erläutert. In Abschnitt 5.1 werden dazu zunächst die wichtigsten Modellklassen vorgestellt. Mit der Methode der kleinsten Quadrate in Abschnitt 5.2.1 und der darauf aufbauenden Methode der Hilfsvariablen in Abschnitt 5.2.2 werden anschließend zwei lineare Ansätze zur Identifikation von Modellparametern vorgestellt. Die Ansätze werden zunächst auf Eingrößensysteme und erst in Abschnitt 5.2.3 auf Mehrgrößensysteme angewendet. Mit der Methode der iterativen Optimierung in Abschnitt 5.2.4 wird im Anschluss daran ein deutlich aufwendigeres nichtlineares Identifikationsverfahren vorgestellt, mit welchem sich auf sehr flexible Weise theoretisches Systemwissen im Rahmen der Parameteridentifikation berücksichtigen lässt. Die Bedeutung einer gezielten Vorgabe von

theoretischem Systemwissen wird in Abschnitt 5.2.5 vor dem Hintergrund der Wahl einer geeigneten Modellstruktur genauer diskutiert. Da davon ausgegangen werden darf, dass die Annahme konstanter Modellparameter im Falle des zu identifizierenden thermischen Systems eine unzulässige Abstrahierung von der Realität darstellt, werden in Abschnitt 5.2.6 Vorgehensweisen und Probleme im Zusammenhang mit der Identifikation von linearen parameterveränderlichen (LPV) Modellen thematisiert. In Abschnitt 5.2.7 und Abschnitt 5.2.8 werden schließlich noch einige praktische Aspekte zur Parameteridentifikation diskutiert, die bei der Vorbereitung der Experimente und Modellvalidierung berücksichtigt werden sollten.

5.1 Modellklassen

In Anlehnung an [Qui90], [Lju87], [IM11] und [Kug08] werden ausgehend von einem linearen zeitinvarianten Eingrößensystem (engl. *Single Input Single Output* bzw. *SISO*) die daraus ableitbaren Modellklassen vorgestellt. Sie stellen die Grundlage für alle nachfolgenden Abschnitte zur Parameteridentifikation dar. Ganz allgemein kann ein parametrisches SISO-Modell im Zeitbereich wie folgt ausgedrückt werden:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)u(k-i) + \sum_{i=0}^{\infty} h(i)n(k-i). \quad (5.1)$$

Dabei beschreibt $u(k)$ das Eingangssignal, $y(k)$ das Ausgangssignal und $n(k)$ eine stochastische Störung. Mit $g(i)$ und $h(i)$ werden die Impulsantworten des LTI-Systems bezeichnet. Durch Einführung des Verschiebeoperators q mit $u(k+1) = qu(k)$ bzw. $u(k-1) = q^{-1}u(k)$ kann (5.1) in

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)q^{-i}u(k) + \sum_{i=0}^{\infty} h(i)q^{-i}n(k), \quad (5.2)$$

umgeschrieben werden. Der Übersichtlichkeit halber, kann man (5.2) mit Hilfe der Übertragungsoperatoren

$$G(q) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)q^{-i}, \quad \text{und} \quad H(q) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i)q^{-i} \quad (5.3)$$

alternativ auch durch

$$y(k) = G(q)u(k) + H(q)n(k) \quad (5.4)$$

ausdrücken. Um $G(q)$ und $H(q)$ zu schätzen, müssen diese typischerweise parametrisiert werden. In [Lju87] wird dazu vorgeschlagen, die Übertragungsoperatoren (Potenzreihen in q bzw. q^{-1}) als gebrochen rationale Funktionen auszudrücken, wobei die Parameter den Koeffizienten der Zähler- und Nennerpolynome entsprechen. Durch Zusammenfassung aller gemeinsamen Pole von $G(q)$ und $H(q)$ in dem Polynom $A(q)$ lässt sich dann die

verallgemeinerte Modellstruktur

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}n(k). \quad (5.5)$$

aufstellen¹. Die Polynome A, B, F, C, D entsprechen ganzrationalen Funktionen in q^{-1} und lassen sich folgendermaßen ausdrücken:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}, \quad (5.6a)$$

$$B(q) = 1 + b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb}, \quad (5.6b)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}, \quad (5.6c)$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd}, \quad (5.6d)$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}. \quad (5.6e)$$

Die Variablen na, nb, nc, nd, nf beschreiben die jeweiligen Polynomordnungen. Je nachdem, welche der fünf Polynome A, B, F, C, D verwendet werden, ist eine Unterteilung in unterschiedliche Modellklassen möglich. Die wichtigsten deterministischen Modellklassen mit stochastischen Störungen sind in Tab. 5.1 zusammengefasst (vgl. auch [Kug08]).

Modellklasse	Modellgleichung
FIR	$y(k) = B(q)u(k) + n(k)$
ARX	$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}n(k)$
ARMAX	$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)}n(k)$
ARARX	$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{D(q)A(q)}n(k)$
OE	$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + n(k)$
BJ	$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}n(k)$

Tabelle 5.1: Einige häufig verwendete Modellklassen als Spezialfälle von (5.5). Verwendete Abkürzungen: AR=Auto Regressive, MA=Moving Average, X=eXogenous input, OE=Output Error, BJ=Box-Jenkins, FIR=Finite Impulse Response

Um das Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems hinreichend genau abbilden zu können, ist die Wahl einer geeigneten Modellklasse von großer Bedeutung. Dabei ist es nicht unbedingt hilfreich, die Modellklasse mit den meisten Freiheitsgraden (z.B. Box-Jenkins) auszuwählen, da sich damit auch die Identifikation der Parameter verkompliziert (vgl. auch Abschnitt 5.2.5). Unter Beachtung der physikalischen Beschaffenheit des zu identifizierenden thermischen Systems, genügt daher im Folgenden eine Betrachtung der Modellklassen

¹Die Einführung des Verschiebungsoperators ermöglicht - ähnlich wie die Laplace-Transformation bei Differentialgleichungen - eine kompakte Darstellung von Differenzengleichungen. Die Manipulation letzterer lässt sich somit auf ein einfaches algebraisches Problem reduzieren, welches unter Berücksichtigung sehr allgemeiner Annahmen mittels elementarer Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) gelöst werden kann [Kee11].

ARX und OE.

ARX-Modell

Das ARX-Modell stellt die einfachste Modellklasse mit einer deterministischen Eingangsgröße dar. Es fällt insbesondere auf, dass die Übertragungsoperatoren $G(q)$ und $H(q)$ ein gemeinsames Nennerpolynom $A(q)$ haben. Es wird also angenommen, dass dem Systemausgang ein mit der Systemdynamik formgefiltertes *weißes Rauschen*² überlagert ist. Diese Annahme ist in der Praxis jedoch i.A. nicht zutreffend und führt dazu, dass die Schätzung der ARX-Parameter je nach Rauschintensität mehr oder weniger fehlerbehaftet ist. Der Grund, warum sich die ARX-Struktur dennoch großer Beliebtheit erfreut, hat damit zu tun, dass sich ihre Modellparameter mittels der aus der linearen Regressionsanalyse bekannten *Least-Squares-Methode (LS)* auf sehr einfache und recheneffiziente Weise analytisch berechnen lassen. Genauere Details dazu werden in Abschnitt 5.2 beschrieben.

OE-Modell

Im Gegensatz zum ARX-Modell hat das OE-Modell den Vorteil, dass die Systemdynamik komplett unabhängig von der Rauschdynamik modelliert werden kann. Da keine Parameter für die Modellierung der Rauschdynamik vorgesehen sind, kann eine Verkopp lung von System- und Rauschdynamik, wie im Falle der ARX-Struktur, ausgeschlossen werden. Aus physikalischer Sicht ist ein solcher Modellsatz i.A. realistischer. So darf man in der Praxis häufig davon ausgehen, dass die auf das System wirkende Störung im Wesentlichen in Form eines dem Systemausgang überlagerten weißen Messrauschen in Erscheinung tritt. Entscheidender Nachteil des OE-Modells gegenüber dem ARX-Modell besteht allerdings darin, dass die Modellparameter nur mittels rechenaufwendiger numerischer Optimierungsmethoden, z.B. dem *Gauss-Newton-Verfahren* (s. Abschnitt 5.2.4), zu berechnen sind.

5.2 Parameteridentifikation dynamischer Systeme

Unter Annahme einer vorgegebenen Modellstruktur besteht das Ziel der Identifikationsaufgabe darin, einen Parametervektor mittels gemessener Ein- und Ausgangsdaten so zu schätzen, dass ein noch zu definierender Modellfehler minimiert wird. Zwei häufig verwendete Modellfehler sind in Abb. 5.2 dargestellt [IM11], [Qui90].

²Unter weißem Rauschen werden idealisierte Signale zusammengefasst, deren Leistungsdichte für alle Frequenzen konstant ist [KKE01]. Diese Aussage ist im Zeitbereich äquivalent zu der Forderung nach Unkorreliertheit aller benachbarter Signalwerte.

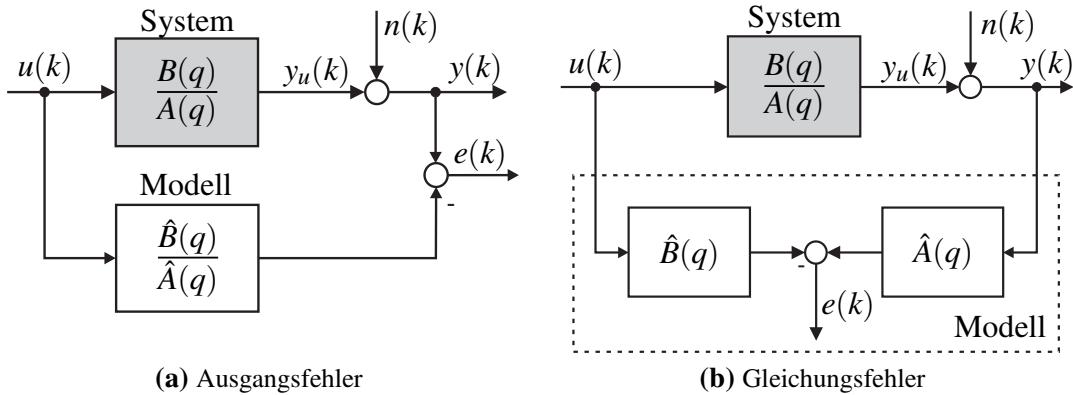


Abbildung 5.2: Blockschaltbilder zur Darstellung des Ausgangs- und Gleichungsfehlers

Es wird davon ausgegangen, dass sich das reale System durch die lineare Differenzengleichung

$$y_u(k) + a_1 y_u(k-1) + \dots + a_n y_u(k-na) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-nb) \quad (5.7)$$

beschreiben lässt. Die gemessenen Systemausgänge in Abb. 5.2 können als Überlagerung des ungestörten Ausgangs $y_u(k)$ mit einem Störsignal $n(k)$ betrachtet werden.

$$y(k) = y_u(k) + n(k) \quad (5.8)$$

Unter Annahme eines korrekt identifizierten Modells repräsentiert der *Ausgangsfehler* somit lediglich das dem Systemausgang überlagerte Störsignal. Bezeichnet man die bis zum Zeitpunkt $k-1$ bestimmten Parameter mit \hat{a}_i bzw. \hat{b}_i , so folgt gemäß der Definition des Ausgangsfehlers entsprechend Abb. 5.2a der Ausdruck

$$\begin{aligned} e(k) &= y(k) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)} u(k) \\ &= -\hat{a}_1 e(k-1) - \dots - \hat{a}_{na} e(k-na) + y(k) + \hat{a}_1 y(k-1) + \dots + \hat{a}_{na} y(k-na) \\ &\quad - \hat{b}_1 u(k-1) - \dots - \hat{b}_{nb} u(k-nb). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Sei nun vereinfachend angenommen, dass

$$e(k-1) = -\hat{a}_1 e(k-2) \quad (5.10)$$

gilt, dann folgt durch Einsetzen von (5.10) in (5.9) der Ausdruck

$$e(k) = -\hat{a}_1 (-\hat{a}_1 e(k-2) - \dots) - \dots = \hat{a}_1^2 e(k-2) + \dots \quad (5.11)$$

Anhand von (5.11) ist leicht zu erkennen, dass der Ausgangsfehler nichtlinear von den zu schätzenden Parametern abhängt. Die Minimierung des Ausgangsfehlers stellt somit ein nichtlineares Optimierungsproblem dar, welches durch Anwendung numerischer Verfahren iterativ gelöst werden kann (s. Abschnitt 5.2.4).

Der *Gleichungsfehler* wird gemäß Abb. 5.2b folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} e(k) &= \hat{A}(q)y(k) - \hat{B}(q)u(k) \\ &= y(k) + \hat{a}_1y(k-1) + \dots + \hat{a}_{na}y(k-na) - \hat{b}_1u(k-1) - \dots - \hat{b}_{nb}u(k-nb). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Im Gegensatz zum Ausgangsfehler hängt der Gleichungsfehler linear von den zu schätzenden Parametern ab, eine wichtige Voraussetzung für die Anwendbarkeit direkter analytischer Parameterschätzer wie der Methode der kleinsten Quadrate.

5.2.1 Die Methode der kleinsten Quadrate (LS)

Die Methode der kleinsten Quadrate (engl. Least-Squares bzw. LS) hat ihre Ursprünge in der Regressionsanalyse, wo es darum geht, Beziehungen zwischen einer abhängigen und einer oder mehreren unabhängigen Variablen mathematisch zu beschreiben. Ein in der Praxis häufig auftretender Fall ist beispielsweise die Suche nach einer Geraden durch eine Menge von Messpunkten. Die Parameter der Geraden können durch Minimierung der Summe der Fehlerquadrate mittels einfacher Matrizenoperationen bestimmt werden [KKE01]. Im Folgenden wird gezeigt, dass die LS-Methode unter gewissen Bedingungen auch zur Parameteridentifikation dynamischer Systeme geeignet ist [Klu06]. Dabei steht die Minimierung des Gleichungsfehlers im Vordergrund. Da dieser sich wiederum als Differenz aus gemessenem und prädizierten Ausgang interpretieren lässt, wird die LS-Methode auch als *Prädiktionsfehlermethode (PEM)* klassifiziert [Qui90]. Der prädizierte Ausgang entspricht der Einschritt-Vorhersage des Ausgangssignals $y(k)$ aufgrund von Messungen bis zum Zeitschritt $k-1$ und kann wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k|k-1) &= -\hat{a}_1y(k-1) - \dots - \hat{a}_{na}y(k-na) + \hat{b}_1u(k-1) + \dots + \hat{b}_{nb}u(k-nb) \\ &= \underline{m}^T(k)\underline{\hat{\theta}} \end{aligned} \quad (5.13)$$

mit dem Datenvektor

$$\underline{m}^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-na)|u(k-1) \dots u(k-nb)] \quad (5.14)$$

und dem Parametervektor

$$\underline{\hat{\theta}}^T = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{na}|\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{nb}]. \quad (5.15)$$

Eingesetzt in (5.12) ergibt sich dann der Ausdruck

$$y(k) = \underline{m}^T(k)\underline{\hat{\theta}} + e(k). \quad (5.16)$$

Möchte man nun die $na + nb$ Parameter in (5.16) bestimmen, benötigt man mindestens $N \geq na + nb$ Messgleichungen. Diese lassen sich in Vektor-Matrix-Notation wie folgt ausdrücken:

$$\underline{y}^{(N,1)} = \underline{\mathbf{M}}^{(N,na+nb)} \underline{\hat{\theta}}^{(na+nb,1)} + \underline{e}^{(N,1)} \quad (5.17)$$

mit

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k+N) \end{pmatrix}, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} \underline{m}^T(k) \\ \vdots \\ \underline{m}^T(k+N) \end{pmatrix}, \underline{e} = \begin{pmatrix} e(k) \\ \vdots \\ e(k+N) \end{pmatrix}.$$

Das quadratische Gütemaß bzgl. des Gleichungsfehlers in Abhängigkeit der Modellparameter wird nun wie folgt definiert:

$$J(\underline{\theta}) = (\underline{y} - \mathbf{M}\underline{\theta})^T(\underline{y} - \mathbf{M}\underline{\theta}) = \underline{e}^T\underline{e} = \sum_{n=k+1}^{k+N} e^2(n) \quad (5.18)$$

Die Minimierung von Gl. (5.18) stellt ein Extremwertproblem dar, dessen notwendige Bedingung mathematisch folgendermaßen beschrieben werden kann:

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{\theta}}|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} = -2\mathbf{M}^T(\underline{y} - \mathbf{M}\hat{\underline{\theta}}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.19)$$

Der gesuchte Parametervektor kann schließlich durch Umstellung von (5.19) mit Hilfe der sogenannten *Pseudoinverse* berechnet werden:

$$\hat{\underline{\theta}} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \underline{y} \quad (5.20)$$

Im Prinzip handelt es sich bei der Pseudoinverse um eine verallgemeinerte Inversionsvorschrift für überbestimmte Gleichungssysteme bzw. Matrizen. Im vorliegenden Fall lassen sich mit ihr die Parameter dynamischer Systeme mittels einfacher Matrizoperationen auf sehr recheneffiziente Weise bestimmen. Die Anwendbarkeit der Pseudoinverse ist dabei jedoch stets an die Bedingung geknüpft, dass die gesuchten Parameter auch *identifizierbar*³ sind. Dafür muss sichergestellt sein, dass die Korrelationsmatrix $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ vollen Rang besitzt und die Lösung von (5.19) tatsächlich dem Minimum des Extremwertproblems entspricht (hinreichende Bedingung). Beides kann durch Prüfung der positiven Definitheit

$$\det(\mathbf{M}^T \mathbf{M}) > 0 \quad (5.21)$$

überprüft werden. Es kann außerdem gezeigt werden (vgl. [IM11]), dass (5.21) im Wesentlichen dann erfüllt ist, wenn

- das zu identifizierende System stabil, beobachtbar und kontrollierbar ist und
- der Modelleingang *fortdauernd angeregt*⁴ wurde.

Neben (5.21) setzt die Identifizierbarkeit von Parametern mittels der LS-Methodik außerdem voraus, dass das der Identifikation zugrunde liegende System einer ARX-Struktur

³Das ist genau dann der Fall, wenn die Schätzung als *konsistent im quadratischen Mittel* bezeichnet werden kann (s. Anhang A.4).

⁴Die Forderung nach einer fortlaufenden Anregung setzt voraus, dass die verwendeten künstlichen oder natürlichen Anregungssignale die relevanten Moden des zu identifizierenden Systems ausreichend anregen. Üblicherweise werden in dem Zusammenhang hohe Anregungsamplituden (großer Signal-Rausch-Abstand) und breite Anregungsfrequenzspektren gefordert, sofern die zulässigen Betriebsgrenzen des Systems dadurch nicht verletzt werden [Sch09].

entsprechend Tab. 5.1 entspricht. Dieser Umstand wird im Folgenden genauer betrachtet.

Erwartungstreue der LS-Schätzung

Aus der Literatur (z.B. [IM11], [Klu06]) ist bekannt, dass die Parameterschätzung dynamischer Systeme mittels der LS-Schätzung nur dann *erwartungstreu* bzw. *biasfrei* (s. auch Anhang A.4) durchgeführt werden kann, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. Der Gleichungsfehler \underline{e} entspricht mittelwertfreiem weißem Rauschen.
2. Der Gleichungsfehler \underline{e} und die Datenmatrix \mathbf{M} sind unkorreliert.

Um die Frage zu klären, ob bzw. unter welchen Bedingungen \underline{e} weißem Rauschen entspricht, wird zunächst davon ausgegangen, dass die Modellparameter bereits den Systemparametern entsprechen ($\hat{\underline{\theta}} = \underline{\theta}$). Für den ungestörten Fall ($n(k) = 0$ bzw. $y(k) = y_u(k)$) gilt dann:

$$y_u(k) = -a_1 y_u(k-1) - \dots - a_{na} y_u(k-na) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{nb} u(k-nb). \quad (5.22)$$

Wird nun das unverrauschte Ausgangssignal durch ein Störsignal $n(k)$ überlagert

$$y_u(k) = y(k) - n(k), \quad (5.23)$$

ergibt sich durch Einsetzen von (5.23) in (5.22) der Ausdruck

$$\begin{aligned} y(k) &= -a_1 y(k-1) - \dots - a_{na} y(k-na) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{nb} u(k-nb) \\ &\quad + n(k) + a_1 n(k-1) + \dots + a_{na} n(k-na) \\ &= \underline{\mathbf{m}}^T(k) \underline{\theta} + n(k) + a_1 n(k-1) + \dots + a_{na} n(k-na) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Durch Vergleich mit der Messgleichung (5.16), folgt schließlich für den Gleichungsfehler der Ausdruck

$$e(k) = n(k) + a_1 n(k-1) + \dots + a_{na} n(k-na) = A(q) n(k) \quad (5.25)$$

Da eine erwartungstreue Parameterschätzung für den Gleichungsfehler eine weiße Rauschcharakteristik voraussetzt (s. obige Forderungen), muss im Umkehrschluss die Störung $n(k)$ entsprechend

$$n(k) = \frac{1}{A(q)} v(k) \quad (5.26)$$

aus einem weißen Rauschsignal $v(k)$ erzeugt werden. Diese Forderung ist genau dann erfüllt, sofern das zu identifizierende System einer ARX-Struktur entsprechend Tab. 5.1 bzw. Abb. 5.3 entspricht.

Da die geforderte Rauschcharakteristik gemäß (5.26) die physikalische Realität i.A. eher ungenau beschreibt - in den meisten praktischen Anwendungen wird man annehmen dürfen, dass die Ausgangsstörung $n(k)$ selbst einem weißen Messrauschen entspricht (OE-Modell) - ist die Parameterschätzung dynamischer Prozesse mittels der LS-Methode feh-

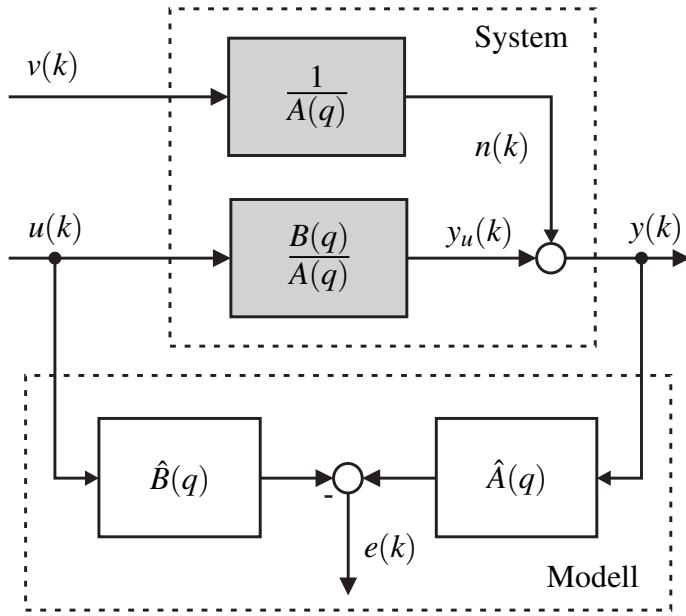


Abbildung 5.3: ARX-Struktur als Randbedingung für die erwartungstreue Parameterschätzung dynamischer Systeme mittels der LS-Methodik

lerbehaftet bzw. nicht erwartungstreu. Die systematischen Schätzfehler sind dabei umso größer, je größer die Varianz des Störsignals im Vergleich zur Varianz des Nutzsignals ausfällt [IM11].

5.2.2 Die Methode der Hilfsvariablen (IV)

Im vorangegangenen Abschnitt wurde verdeutlicht, dass eine erwartungstreue Parameterschätzung dynamischer Systeme, basierend auf der LS-Methodik, nur dann sichergestellt werden kann, falls die dem Ausgang überlagerte Störung $n(k)$ einem formgefilterten (farbigen) Rauschen entsprechend (5.26) entspricht. Da die damit einhergehende ARX-Klassifizierung des Systems die physikalische Realität in den meisten Fällen ungenau beschreibt, ist die Parameterschätzung i.A. biasbehaftet. Abhilfe schaffen an dieser Stelle Modifikationen der LS-Methodik, wie die *verallgemeinerte LS Methode* (engl. *generalized least squares* bzw. *GLS*) oder die *Methode der Hilfsvariablen* (engl. *instrumental variables* bzw. *IV*) [IM11]. Beide Methoden ermöglichen auch bei weißem Ausgangsräuschen erwartungstreue Parameterschätzungen auf Basis der recheneffizienten linearen LS-Methodik. Auf die Verwendung rechenaufwendiger nichtlinearer Schätzverfahren (s. Abschnitt 5.2.4) kann somit verzichtet werden. Im Folgenden wird in Anlehnung an [Buc10], [Klu06] und [Kra13] die in dieser Arbeit verwendete IV-Methode vorgestellt. Dazu wird zunächst der SISO-Fall betrachtet.

Ausgehend von der nach dem Gleichungsfehler umgestellten Messgleichung

$$\underline{e} = \underline{y} - \mathbf{M}\hat{\theta}, \quad (5.27)$$

wird diese zunächst auf beiden Seiten mit einer noch zu bestimmenden transponierten Hilfsvariablen Matrix \mathbf{W} multipliziert.

$$\mathbf{W}^T \underline{e} = \mathbf{W}^T \underline{y} - \mathbf{W}^T \mathbf{M} \hat{\underline{\theta}} \quad (5.28)$$

Sofern die Hilfsvariablen unkorreliert mit dem Gleichungsfehler sind, d.h.

$$\mathbf{W}^T \underline{e} = \underline{0} \quad (5.29)$$

und analog zu (5.21) die Forderung nach positiver Definitheit

$$\det(\mathbf{W}^T \mathbf{M}) > 0 \quad (5.30)$$

erfüllt ist, lassen sich die Modellparameter gemäß

$$\hat{\underline{\theta}} = (\mathbf{W}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{W}^T \underline{y} \quad (5.31)$$

bestimmen. Formel (5.31) entspricht exakt der aus der LS-Schätzung bekannten Pseudoinversen (5.20), sofern $\mathbf{W} = \mathbf{M}$ gewählt wird. In dem Fall ist jedoch die geforderte Unkorreliertheit zwischen Hilfsvariablen und Rauschen nicht gegeben, was zu einer biasbehafteten Parameterschätzung führt. Für alle Hilfsvariablen, welche dagegen die Forderung nach Unkorreliertheit erfüllen, ist die Parameterschätzung konsistent, d.h. asymptotisch erwartungstreu für $N \rightarrow \infty$. Die Varianz der Schätzung bei endlichen Messwerten N hängt jedoch stark von den gewählten Hilfsvariablen ab. Man kann zeigen, dass die Parametervarianz mit steigender Korrelation zwischen Daten- und Hilfsvariablenmatrix abnimmt. Die Hilfsvariablen sollten daher möglichst stark korreliert mit den Spalten der Datenmatrix gewählt werden, gleichzeitig aber unkorreliert mit dem Gleichungsfehler. Im Idealfall wäre dies genau dann gegeben, wenn die Hilfsvariablenmatrix statt den gemessenen Ausgangswerten lediglich deren unverrauschte Nutzsignalanteile enthalten würde. Da die unverrauschten Nutzsignalanteile jedoch nicht direkt zur Verfügung stehen, verwendet man stattdessen häufig Simulationsdaten des Ausgangs, die auf Basis eines mit der LS-Methodik identifizierten Modells erzeugt wurden. Zwar können die Simulationsdaten aufgrund der fehlerbehafteten LS-Parameterschätzung die unverrauschten Systemausgangswerte lediglich in erster Näherung wiedergeben, dennoch sind sie üblicherweise stark korreliert mit den gemessenen Systemausgängen und zugleich unkorreliert mit dem Messrauschen. Zur Verbesserung der Schätzergebnisse wird das Verfahren solange wiederholt, bis eine hinreichende Genauigkeit der Parameterschätzung erzielt worden ist. Die Vorgehensweise sei abschließend nochmal kurz zusammengefasst:

1. Schätzung der Modellparameter mittels der LS-Methodik auf Basis verrauschter Ausgangsdaten.

$$\hat{\underline{\theta}}_1 = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \underline{y} \quad (5.32)$$

2. Modellsimulation mittels des in Schritt 1 geschätzten Parametersatzes.

$$\hat{y}(k) = G(q, \hat{\underline{\theta}}_1) u(k) = \frac{\hat{B}_1(q)}{\hat{A}_1(q)} u(k) \quad (5.33)$$

3. Bildung der Hilfsvariablenmatrix auf Basis der simulierten Ein- und Ausgangsdaten.

$$\mathbf{W} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -\hat{y}_{k-1} & \dots & -\hat{y}_{k-na} & u_{k-1} & \dots & u_{k-nb} \\ -\hat{y}_k & \dots & -\hat{y}_{k+1-na} & u_k & \dots & u_{k+1-nb} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\hat{y}_{k+N-1} & \dots & -\hat{y}_{k+N-na} & u_{k+N-1} & \dots & u_{k+N-nb} \end{array} \right) \quad (5.34)$$

4. Durchführung der Parameterschätzung mittels der Pseudoinverse unter Verwendung der Hilfsvariablenmatrix aus Schritt 2.

$$\hat{\underline{\theta}}_2 = (\mathbf{W}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{W}^T \underline{y} \quad (5.35)$$

5. Wiederholung der Schritte 2 bis 4 bis $\Delta \hat{\underline{\theta}}_i = \hat{\underline{\theta}}_i - \hat{\underline{\theta}}_{i-1}$ hinreichend klein ist.

5.2.3 Anwendung der LS-Methodik auf MIMO-Systeme

Bisher wurde die Identifikation dynamischer Systeme basierend auf der LS-Methodik der Einfachheit halber nur für SISO-Systeme vorgestellt. Da das in dieser Arbeit betrachtete thermische Motorsystem einem Mehrgrößensystem (engl. *Multiple Input Multiple Output* bzw. *MIMO*) entspricht, muss die LS-Methodik entsprechend erweitert werden. Grundsätzlich können parametrische MIMO-Systeme mittels folgender Modellansätze beschrieben werden:

- Zustandsraumdarstellung
- Übertragungsmatrizen
- Impulsantwort Matrizen bzw. Markov Parameter Matrizen

Die Zustandsraumdarstellung hat den Vorteil, dass sie sich direkt am physikalisch-theoretischen Modell des Systems orientiert. Durch die Berücksichtigung theoretischen Systemwissens können je nach verwendetem Identifikationsverfahren Modelfreiheitsgrade auf ein physikalisch-plausibles Minimum reduziert werden, was die Identifikation eines repräsentativen Modells vereinfacht (s. auch Abschnitt 5.2.5). In dem Zusammenhang ist auch zu berücksichtigen, dass beim vorliegenden thermischen System die messbaren Ausgangsgrößen (Temperaturen) exakt den Systemzuständen entsprechen. Damit kann aus dem gemessenen Ein-Ausgangsverhalten in eindeutiger Weise auf die Zustandsraumrealisierung geschlossen werden (s. Anhang A.5). Ein Umstand, der insbesondere bei der Identifikation global gültiger LPV-Modelle als ausgesprochen vorteilhaft erachtet werden darf (vgl. Abschnitt 5.2.6). Im Folgenden sei davon ausgegangen, dass bereits ein theoretisches Grey-Box- Modell in Zustandsraumdarstellung vorliegt. Bei dem Modell könnte es sich beispielsweise um das LPTN in Abb. 4.6 handeln, welches die tatsächliche thermische Systemstruktur bereits hinreichend genau widerspiegelt. Da die der Identifikation zugrunde liegenden gemessenen Ein- und Ausgangsdaten in periodisch abgetasteter Form vorliegen, ist es naheliegend die Parameteridentifikation auf Basis eines zeitdiskreten Zu-

standsraummodells der Form

$$\underline{x}(k) = \mathbf{A}_d^{(n,n)} \underline{x}(k-1) + \mathbf{B}_d^{(n,p)} \underline{u}(k-1) \quad (5.36a)$$

$$\underline{y}(k) = \mathbf{C}_d^{(n,n)} \underline{x}(k), \quad \mathbf{C}_d = \mathbf{I} \quad (5.36b)$$

durchzuführen. Das Zustandsraummodell entspricht bezüglich der Ordnung sowie der Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen seinem theoretischen (zeitkontinuierlichen) Pendant. Das MIMO-Modell (5.36) kann im nächsten Schritt in eine den Ausgängen entsprechende Anzahl von MISO (engl. *Multiple Input Single Output*) Modellen der Form

$$y_i(k) = x_i(k) = \underline{a}_{d,i}^T \underline{x}(k-1) + \underline{b}_{d,i}^T \underline{u}(k-1) \quad (5.37)$$

aufgeteilt werden. Diese entsprechen aufgrund des angenommenen Spezialfalls ($\mathbf{C}_d = \mathbf{I}$) genau den Zustandsgleichungen (5.36a) und können in die für die LS-Methodik charakteristische Regressionsform

$$x_i(k) = \underline{m}_i^T(k) \underline{\theta}_{d,i} \quad (5.38)$$

mit

$$\underline{m}_i^T(k) = [-x_1(k-1) \dots -x_n(k-1) | u_1(k-1) \dots u_p(k-1)], \quad (5.39a)$$

$$\underline{\theta}_{d,i}^T = [a_{d,1} \dots a_{d,n} | b_{d,1} \dots b_{d,p}] \quad (5.39b)$$

überführt werden. Unter Berücksichtigung der N Messgleichungen folgt die Vektor-Matrix-Notation

$$\underline{x}_i = \mathbf{M}_i \underline{\theta}_{d,i} \quad (5.40)$$

mit der Daten- bzw. Regressionsmatrix

$$\mathbf{M}_i = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -x_1(k-1) & \dots & -x_n(k-1) & u_1(k-1) & \dots & u_p(k-1) \\ -x_1(k) & \dots & -x_n(k) & u_1(k) & \dots & u_p(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_1(k-1+N) & \dots & -x_n(k-1+N) & u_1(k-1+N) & \dots & u_p(k-1+N) \end{array} \right) \quad (5.41)$$

Auf Basis von (5.41) lassen sich mittels der Pseudoinversen (5.20) und der darauf aufbauenden Methode der Hilfsvariablen die Parameter aller n Zustandsgleichungen bzw. MISO-Modelle identifizieren. Im Anschluss daran können die MISO Modelle wieder zum zeitdiskreten MIMO-Zustandsraummodell zusammengeführt werden. Die Anwendbarkeit der Pseudoinverse setzt auch im MISO-Fall die positive Definitheit der Korrelationsmatrix entsprechend (5.21) voraus. Darüber hinaus wird gefordert, dass die fortlaufend angeregten Eingänge der MISO-Systeme idealerweise untereinander unkorreliert, zumindest aber linear unabhängig voneinander sind. Je nachdem, wie gut diese Forderung erfüllt ist, kann die Korreliertheit der Variablen der Datenmatrix (Regressoren) insgesamt verringert werden, was sich wiederum positiv auf die *Kondition* der zu invertierenden Korrelationsmatrizen $\mathbf{M}_i^T \mathbf{M}_i$ auswirkt. Die Matrixkondition, die das Verhältnis zwischen größtem und kleinstem Eigenwert der Korrelationsmatrix angibt, ist ein Maß für die Stabilität und Genauigkeit der geschätzten Parameter.

ten Singulärwert einer Matrix beschreibt, kann in dem Zusammenhang als Maß für die Empfindlichkeit der Parameterschätzung gegenüber Mess- oder Quantisierungsrauschen verstanden werden. Sie kann, wie in [Kra13] gezeigt wurde, entweder einen verstärkenden (schlechte Kondition bzw. große Konditionszahlen) oder dämpfenden (gute Kondition bzw. kleine Konditionszahlen) Einfluss auf die Varianz der Parameterschätzung ausüben. In der Praxis wird man eine gewisse Korreliertheit zwischen den Regressoren üblicherweise nicht komplett verhindern können. Das gilt umso mehr für verkoppelte Systeme, deren Zustände bereits systembedingt eine gewisse gegenseitige Abhängigkeit aufweisen. In der multivariablen Regressionsanalyse wird die Problematik sich stark ähnelnder Regressoren häufig mit den Begriffen *Kollinearität* (linear abhängige Regressoren) bzw. *Multikollinearität* (fast linear abhängige Regressoren) adressiert [FG05]. Eine Möglichkeit, die durch Multikollinearität verursachte Parametervarianz zu reduzieren, stellt die gezielte Eliminierung irrelevanter Modellfreiheitsgrade auf Basis von a-priori Wissen dar [LP95] (s. auch Abschnitt 5.2.5). Im Hinblick auf die LS-Methodik wird man dabei im Wesentlichen versuchen, redundante Regressoren in der Datenmatrix durch Auswertung der Nulleinträge in der System- und Eingangsmatrix des theoretischen Modells zu eliminieren. Dabei ist zu beachten, dass die Nulleinträge in den Zustandsraummatrizen des zeitkontinuierlichen theoretischen Modells aufgrund der Zusammenhänge (A.19) nicht eins zu eins auf die Zustandsraummatrizen des exakten zeitdiskreten Identifikationsmodells (5.36) übertragen werden dürfen, d.h. es gilt i.A. $a_{ij} = 0 \rightarrow a_{d,ij} \neq 0$. Diese Problematik kann jedoch in einigen Fällen umgangen werden, wenn statt des zeitdiskreten Zustandsraummodells (5.36) eine RK1-approximierte Version der Form

$$\frac{\underline{x}(k) - \underline{x}(k-1)}{T_a} = \mathbf{A}\underline{x}(k-1) + \mathbf{B}\underline{u}(k-1) \quad (5.42a)$$

$$\underline{y}(k) = \mathbf{C}\underline{x}(k), \quad \mathbf{C} = \mathbf{I} \quad (5.42b)$$

verwendet wird. Die Nulleinträge der zeitkontinuierlichen Zustandsraummatrizen in (5.42) entsprechen dann direkt denen des theoretischen Modells. Um den mit der RK1-Approximation einhergehenden Diskretisierungsfehler zu minimieren, wird bei diesem Ansatz eine hinreichend kleine Abtastzeit vorausgesetzt. Wie in Abschnitt 5.2.7 erläutert, können zu klein gewählte Abtastzeiten jedoch die Rauschempfindlichkeit der Parameterschätzung erhöhen. Aus dem Grund wird die Verwendung numerischer Differentiationsverfahren (z.B. RK1) zur Schätzung zeitkontinuierlicher Modellparameter auf Basis der LS-Methodik i.A. nur dann als sinnvoll erachtet, wenn lediglich zeitliche Ableitungen niedrigen Grades approximiert werden sollen [IM11]. Spätestens ab Ableitungen viertes Grades wird aus Genauigkeitsgründen empfohlen, Methoden zu verwenden (z.B. Zustandsvariablenfilter), die unempfindlicher gegenüber Messrauschen sind. Obwohl die Anwendung der LS-Methodik auf Basis des Modellansatzes (5.42) bereits die Möglichkeit bietet, direkt zeitkontinuierliche Systemparameter unter Berücksichtigung einer Reihe einfacher struktureller Randbedingungen (Systemordnung, Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen, Nulleinträge in den Zustandsraummatrizen) zu schätzen, ist die Flexibilität und potentielle Leistungsfähigkeit der Methodik dennoch beschränkt. So entsprechen die identifizierten Modellparameter nicht direkt den physikalischen Systemparametern, was die Interpretation erschwert. Außerdem ist eine Berücksichtigung physikalischer Randbedingungen nur sehr eingeschränkt

möglich. So können weder physikalisch-mathematische Zusammenhänge, noch plausible Wertebereiche für die Modellparameter vorgeben werden, ein Umstand der eine gezielte Reduktion der Parametervarianz im Sinne einer optimalen Lösung des *Bias-Varianz-Dilemmas* (s. Abschnitt 5.2.5) nicht zulässt.

5.2.4 Die Methode der Iterativen Optimierung (IO)

In den vorangegangen Kapiteln wurde die Parameterschätzung dynamischer Systeme mittels der LS-Methodik sowie der darauf aufbauenden und hinsichtlich der Rauschcharakteristik unempfindlicheren IV-Methodik diskutiert. Die Schätzung der Parameter lässt sich dabei mittels einfacher recheneffizienter Matrizenoperationen bewerkstelligen und ist dem Umstand geschuldet, dass der zu minimierende Gleichungsfehler linear von den zu schätzenden Parametern abhängt. Die Beschränkung der LS- und IV-Methodik auf lineare Schätzprobleme ist der Grund dafür, warum die geschätzten Parameter i.A. nicht den physikalischen Systemparametern entsprechen. Liegt ein theoretisches Grey-Box-Modell vor, dessen physikalische Parameter in nichtlinearer Weise in die Strukturgleichungen eingehen und innerhalb gewisser vorgegebener Wertebereiche geschätzt werden sollen, stößt die LS-Methodik an ihre Grenzen. Man kann in diesem Fall die Parameterschätzung als nichtlineares und beschränktes Optimierungsproblem verstehen, welches mittels numerischer Algorithmen gelöst werden kann⁵. Ganz allgemein kann das Optimierungsproblem mathematisch wie folgt ausgedrückt werden:

$$\min_{\underline{\theta}} J(\underline{\theta}) \quad (5.43)$$

$$\text{Bed.: } \begin{aligned} g(\underline{\theta}) &\leq 0 \\ h(\underline{\theta}) &= 0 \end{aligned}$$

Ziel ist es, den Parametersatz $\underline{\theta}$ solange zu verändern, bis die Gütfunktion J in ihr Minimum konvergiert. Gleichzeitig soll bei der Suche nach dem optimalen Parametersatz sichergestellt sein, dass die in Form von Gleichungen und Ungleichungen formulierten Randbedingungen in (5.43) nicht verletzt werden. Die Randbedingungen beschreiben dabei das bereits vorhandene a-priori Systemwissen (z.B. Zustandsraumsystem auf Basis physikalischer Strukturgleichungen, zulässige Wertebereiche einzelner Parameter, etc.). Eine in der Praxis häufig verwendete Gütfunktion für die Behandlung von MIMO-Systemen basiert auf der Annahme, dass für den Fall gaussverteilter Fehler zwischen den System- und Modellausgängen, die Minimierung der zugehörigen Fehlerkovarianzmatrix der Wahl des optimalen Parametersatzes entspricht. Die Fehlerkovarianzmatrix stellt in dem Zusammenhang ein statistisches Maß für die Varianz und Kovarianz der gemessenen Ausgänge dar, die nicht vom parametrisierten Modell beschrieben werden kann. In Anlehnung an die *Maximum-Likelihood-Methode (ML)* in [Lju87] und [SS89], lautet die zu

⁵In der Literatur ist in diesem Zusammenhang häufig von der Klasse der Prädiktionsfehlermethoden (PEM) die Rede, zu denen auch die LS-Methodik gehört. Während die LS-Methodik jedoch lediglich einen recheneffizienten Spezialfall zur Parameterschätzung von ARX-Modellen darstellt, lässt sich die iterative Optimierung (IO) auf eine weitaus größere Anzahl an Modellstrukturen anwenden (z.B. OE oder AR-MAX).

minimierende Gütfunktion schließlich wie folgt:

$$J(\underline{\theta}) = \det(\mathbf{E}(\underline{\theta})) = \det\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underline{e}(k, \underline{\theta}) \underline{e}^T(k, \underline{\theta})\right). \quad (5.44)$$

Da im Rahmen der iterativen Optimierung eine Gütfunktion minimiert werden soll, wird in (5.44) der quadratischen Fehlermatrix $\mathbf{E}(\underline{\theta})$ ⁶ über die Determinante ein Funktionswert zugeordnet. Gegenüber der LS- hat die IO-Methodik den Vorteil, dass sie nicht auf die Minimierung von Gleichungsfehlern beschränkt ist. So kann die Minimierung des Gütemaßes (5.44) ebenso gut auf Basis von Ausgangsfehlern durchgeführt werden, auch wenn diese gemäß (5.11) in nichtlinearer Weise von den zu schätzenden Parametern abhängen. Während im Falle von Gleichungsfehlern die Berechnung der Modellausgänge basierend auf zurückliegenden *gemessenen* Werten erfolgt (Prädiktion), geschieht dies im Falle von Ausgangsfehlern auf Basis *simulierter* Werte (Simulation). Ist man wie im vorliegenden Fall daran interessiert, ein Modell zu erhalten, welches ausschließlich auf Basis gemessener Eingangsgrößen die Ausgangsgrößen des Systems über einem beliebig langen Horizont korrekt schätzt bzw. simuliert, stellt die Minimierung der Ausgangsfehler das eigentliche Ziel der Parameteridentifikation dar. Die iterative Anpassung des Parametervektors erfolgt schließlich auf Basis des Ausdrucks

$$\underline{\theta}(k+1) = \underline{\theta}(k) + \alpha \underline{s}[k]. \quad (5.45)$$

Der Koeffizient α stellt als Schrittweite des Algorithmus ein Maß dafür dar, wie weit der Algorithmus in Richtung des Suchvektors $\underline{s}(k)$ fortschreiten soll, um den Parametersatz zum Zeitpunkt $k+1$, also $\underline{\theta}(k+1)$, zu erhalten. Die Berechnung des Suchvektors kann mittels des *Gradientenabstiegsverfahrens* durchgeführt werden (vgl. auch Abb. 5.4). Die Idee ist es dabei, den Gradienten (Steigung)

$$\nabla J(\underline{\theta}) = \frac{\partial J(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}^T} = \left[\frac{\partial J(\underline{\theta})}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial J(\underline{\theta})}{\partial a_n}, \frac{\partial J(\underline{\theta})}{\partial b_1}, \dots, \frac{\partial J(\underline{\theta})}{\partial b_p} \right] \quad (5.46)$$

in jedem Iterationsschritt zu berechnen und die Parameter in negativer Richtung des Gradienten anzupassen. Der Suchvektor hat dann die Form

$$\underline{s}(k) = -\nabla J(\underline{\theta}(k)). \quad (5.47)$$

Die Optimierung wird solange wiederholt, bis das Minimum bzw. Optimum gefunden ist. Das ist idealerweise genau dann der Fall, wenn für den Gradienten

$$\nabla J(\underline{\theta}) = 0 \quad (5.48)$$

⁶Im Gegensatz zur Fehlerkovarianzmatrix wird bei der in (5.44) verwendeten quadratischen Fehlermatrix $\mathbf{E}(\underline{\theta})$ keine Mittelwertbereinigung der Fehler durchgeführt. Das hat den Vorteil, dass auch Offsetfehler, wie sie aufgrund von Modellabstrahierungen in der Praxis häufig auftreten, ebenfalls erfasst werden.

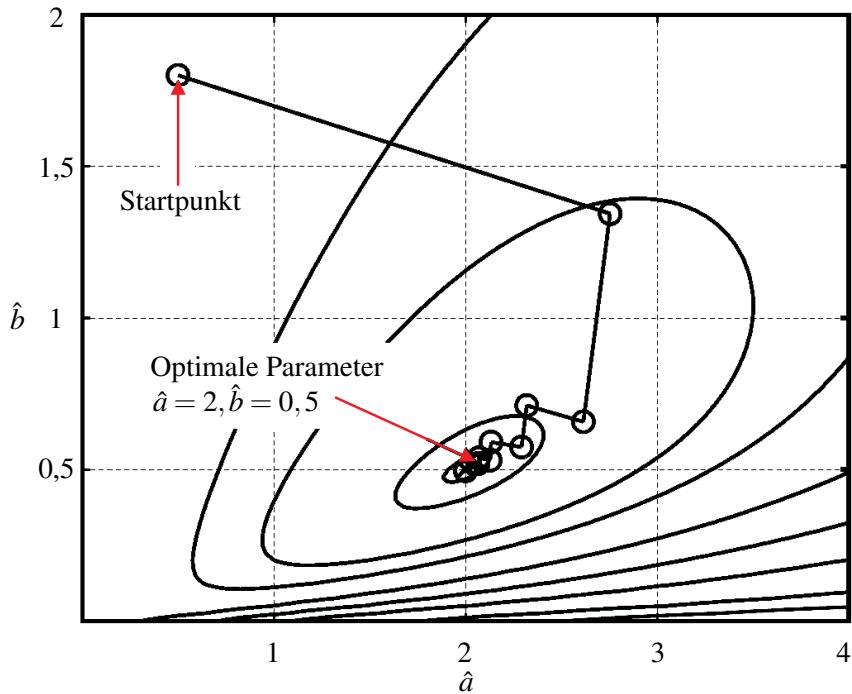


Abbildung 5.4: Verlauf des Suchvektors am Beispiele eines Gradientenabstiegverfahrens mit Konturen einer 2-dimensionalen Gütfunktion (Abbildung an [IM11] angelehnt)

gilt und darüber hinaus die Hessematrix (Krümmung)

$$\mathbf{H} = \nabla^2 J(\underline{\theta}) = \frac{\partial^2 J(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}^T \partial \underline{\theta}} \quad (5.49)$$

positiv definit ist. Da in Realität aufgrund numerischer Ungenauigkeiten und den vorgegebenen Randbedingungen häufig nicht sichergestellt ist, dass das ideale Minimum entsprechend (5.48) auch erreicht wird, werden stattdessen Abbruchkriterien vorgegeben:

$$\begin{aligned} \|\underline{\theta}(k+1) - \underline{\theta}(k)\| &\leq \varepsilon_{\underline{\theta}}, \\ J(\underline{\theta}(k)) - J(\underline{\theta}(k+1)) &\leq \varepsilon_J. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Das Gradientenabstiegsverfahren wird aufgrund der Verwendung der ersten Ableitung auch als Optimierungsalgorithmus erster Ordnung klassifiziert. Wird die Schrittweite α klein genug gewählt, lässt sich mit dem Verfahren eine sichere Konvergenz in das Minimum sicherstellen. Die guten Konvergenzeigenschaften müssen jedoch durch den Nachteil einer lediglich linearen Konvergenzrate erkauft werden, weshalb das Verfahren insbesondere in der Nähe des Minimums sehr langsam werden kann [Def11]. Abhilfe können an dieser Stelle Optimierungsverfahren zweiter Ordnung schaffen, die bei der Berechnung des Suchvektors neben der Steigung, auch die Krümmung der Gütfunktion mit berücksichtigen. So wird beim sogenannten *Newton-Algorithmus* [IM11] der Suchvektor über

den Ausdruck

$$\underline{s}(k) = -\mathbf{H}^{-1}(k)\nabla J(\underline{\theta}(k)) \quad (5.51)$$

berechnet. Sofern angenommen werden darf, dass die Gütfunktion quadratisch von den zu schätzenden Parameter abhängt, kann der optimale Parametersatz analog zur LS-Methode in lediglich einem Iterationsschritt gefunden werden. Obwohl diese Annahme in der Realität bestenfalls näherungsweise zutrifft, lassen sich mit dem Newton-Algorithmus dennoch deutlich höhere Konvergenzraten als mit dem Gradientenabstiegsverfahren realisieren. Dabei ist neben der numerisch problematischen Inversenbildung in (5.51) zu beachten, dass die Hessematrix üblicherweise nicht zur Verfügung steht und auf Basis von Gradien-ten angenähert werden muss. Optimierungsalgorithmen, die statt der exakten Hessematrix \mathbf{H} approximierte Versionen $\hat{\mathbf{H}}$ verwenden, werden als *Quasi-Newton-Algorithmen* bezeichnet. Einer der bekanntesten Vertreter stellt der sogenannte *Gauss-Newton-Algorithmus* dar [IM11]. Als Hauptnachteil des Gauss-Newton-Algorithmus gegenüber dem Gradientenabstiegsverfahren ist zu nennen, dass, bedingt durch die mehr oder weniger fehlerhafte Approximation der Hessematrix sowie der numerisch häufig kritischen Inversion selbiger, die Konvergenz des Algorithmus,

$$J(\underline{\theta}(k+1)) \leq J(\underline{\theta}(k)), \quad (5.52)$$

nicht sichergestellt ist. Um die Robustheit zu erhöhen, hat sich deshalb in der Praxis mit dem *Levenberg-Marquardt-Algorithmus* (*LMA*) eine „gedämpfte“ Version des Gauss-Newton Algorithmus etabliert. Der Suchvektor wird dabei folgendermaßen berechnet:

$$\underline{s}(k) = -(\hat{\mathbf{H}}(k) + \lambda \operatorname{diag}[\hat{\mathbf{H}}](k))^{-1}\nabla J(\underline{\theta}(k)). \quad (5.53)$$

Über den sogenannten LM-Parameter λ wird zwischen dem Gradientenabstiegs- und Gauss-Newton-Verfahren interpoliert. Divergiert der LMA, d.h. $J(\underline{\theta}(k+1)) > J(\underline{\theta}(k))$, wird λ erhöht, und der Suchvektor wird stärker im Sinne in Richtung des Gradientenabstiegs gedreht. Konvergiert der LMA dagegen, d.h. die Gütfunktion nimmt entsprechend (5.52) ab, wird λ entsprechend verringert. Der Suchvektor wird dann wieder zunehmend auf Basis des (schnellen) Gauss-Newton Verfahrens berechnet. Die Verwendung der Diagonalmatrix $\operatorname{diag}[\hat{\mathbf{H}}](k)$ hat gegenüber der Einheitsmatrix in [IM11] zudem den Vorteil, dass die Schrittweite des LMA in Richtung kleiner Gradienten vergrößert wird. Gegenüber einem klassischen Gradientenabstiegsverfahren, bei dem die Schrittweite richtungsunabhängig über den Koeffizienten α festgelegt wird (vgl. (5.45)), wird die Konvergenzgeschwindigkeit auf diese Weise erhöht.

Globale Optimierung

Die Güte der Parameterschätzung mittels des Verfahrens der iterativen Optimierung hängt entscheidend davon ab, inwieweit es dem Optimierungsalgorithmus gelingt, das *globale* Minimum der Gütfunktion zu finden. Konvergiert der Algorithmus lediglich in ein *lokales* Minimum, ist die Parameterschätzung i.A. fehlerbehaftet und nicht erwartungstreu

[IM11]. Da mehrdimensionale Optimierungsprobleme i.A. eine Vielzahl lokaler Minima aufweisen, ist es von entscheidender Bedeutung dieser Problematik mit geeigneten Maßnahmen zu begegnen. Die Konvergenz iterativer Optimierungsalgorithmen in ihr globales Minimum ist im Wesentlichen an 2 Bedingungen geknüpft:

- Das globale Minimum liegt im zulässigen Suchraum.
- Die Startparametrierung bzw. Initialisierung des Algorithmus wird so gewählt, dass diese im Einzugsbereich des globalen Minimums liegt.

Da der zulässige Suchraum über die Randbedingungen an die Parameter festgelegt wird, kann die erste Bedingung durch eine realitätsnahe Vorgabe der Randbedingungen erfüllt werden. Hier sollte im Zweifelsfall der Suchraum zu Lasten der Konvergenzdauer vergrößert werden, um sicherzustellen, dass das globale Minimum innerhalb des zulässigen Suchraums liegt. Ein pragmatischer Ansatz zur Einhaltung der zweiten Bedingung, ist in der Literatur unter dem Namen *Multi-Start-Prinzip* bekannt [LMS02]. Die grundsätzliche Vorgehensweise lässt sich dabei folgendermaßen zusammenfassen:

1. Zufällige Wahl der Startparameter innerhalb des zulässigen Suchraums.
2. Durchführung der iterativen Optimierung (hier: mittels LMA) bis zum Erreichen eines lokalen Minimums bzw. Abbruchkriteriums.
3. Abspeichern des identifizierten Parametersatzes sowie des zugehörigen Wertes der Gütfunktion.
4. Wiederholung der Schritte 1 bis 3 mit neuen zufälligen Startparametrierungen⁷.
5. Auswahl des Parametersatzes mit dem kleinsten Gütfunktionswert.

Obwohl das Multi-Start Prinzip für eine begrenzte Anzahl zufälliger Startparametrierungen nicht garantieren kann, dass das globale Minimum auch tatsächlich gefunden wird, so lässt sich mit dem ermittelten Parametersatz das Ein-/Ausgangsverhalten des untersuchten Systems häufig mit zufriedenstellender Genauigkeit nachbilden. Neben dem Multi-Start-Prinzip stehen mit dem *genetischen Algorithmus* und der *Partikelschwarmoptimierung* darüber hinaus zwei weitere (biologisch inspirierte) globale Optimierungsansätze zur Verfügung. Anwendungsbeispiele sind u.A. in [TWR04] und [EEB08] zu finden, wo die thermischen Parameter eines Transformators und die elektrischen Parameter einer Asynchronmaschine geschätzt wurden.

5.2.5 Das Bias-Varianz Dilemma

Bisher wurde Problematik der Systemidentifikation ausschließlich aus Sicht der Parameter betrachtet. Bezieht man die Wahl der Modellstruktur ebenfalls in die Betrachtung mit ein, so stellt sich zwangsläufig die Frage, wie komplex bzw. flexibel das Modell beschaffen

⁷Um die Suche nach dem globalen Minimum mittels dem Multi-Start Ansatz zu beschleunigen, bietet es sich an die Optimierungen auf mehreren Computerkernen parallel zu rechnen. Zu dem Zweck wurde in dieser Arbeit die *Parallel Computing Toolbox* von Matlab eingesetzt.

sein sollte, um die Dynamik des zu identifizierenden Systems im Rahmen der Parameteridentifikation hinreichend genau auf die Modelfreiheitsgrade abzubilden. Ein naheliegender Ansatz besteht darin, die Modellflexibilität durch Hinzunahme zusätzlicher Modelfreiheitsgrade zu erhöhen. Durch Erhöhung der Modellordnung und Vernachlässigung physikalisch-theoretischer Randbedingungen können auf diese Weise systematische Fehler (Bias) und eine daraus resultierende *Unteranpassung* des Modells an die gemessenen Trainingsdaten weitestgehend verhindert werden. Anderseits führt ein Modell mit redundanten Freiheitsgraden dazu, dass die in den Trainingsdaten implizit enthaltenen Informationen über die Systemdynamik mit einer gewissen Willkür bzw. Streuung (Varianz) auf die Modellparameter abgebildet werden, ohne gleichzeitig die Fittingeigenschaften des Modells signifikant zu verbessern. Man spricht in dem Zusammenhang von einer *Überanpassung* des Modells an die Trainingsdaten. Typischerweise gehen bei überangepassten Modellen (leicht) verbesserte Fittingergebnisse überproportional zu Lasten ihrer physikalischen Bedeutung. In Folge verlieren überangepasste Modelle bei Anregung mit neuen Eingangssequenzen schnell an Gültigkeit. Der beschriebene Zielkonflikt wird in der Literatur häufig auch unter dem Begriff *Bias-Varianz Dilemma* zusammengefasst, welcher ursprünglich im Zusammenhang mit dem Entwurf künstlicher neuronaler Netze geprägt wurde. So wurde in [BD92] der Einfluss der Neuronenanzahl auf den mittleren quadratischen Fehler (engl. *mean-squared-error* bzw. *MSE*) zwischen System- und Modellausgang untersucht. Der MSE lässt sich dabei in zwei Fehlerterme aufspalten, wie sie aus einer Unteranpassung (Biasfehler) und Überanpassung (Varianzfehler) des Modells an die Trainingsdaten resultieren:

$$\underbrace{E \{(y - \hat{y})^2\}}_{\text{MSE=Modellfehler}^2} = \underbrace{(y - E \{\hat{y}\})^2}_{\text{Biasfehler}^2} + \underbrace{E \{(\hat{y} - E \{\hat{y}\})^2\}}_{\text{Varianzfehler}}. \quad (5.54)$$

Wie man anhand der Kurvenverläufe in Abb. 5.5 erkennen kann, können Bias- und Varianzfehler nicht gleichzeitig minimiert werden, sodass ein Kompromiss gefunden werden muss. Ein optimaler Kompromiss besteht im Sinne einer hohen Modellgüte darin, die Neuronenanzahl bzw. die Modellflexibilität möglichst so zu wählen, dass der Modellfehler minimal wird. Trotz seiner historischen Nähe zu neuronalen Netzen, lässt sich das Bias-Varianz Dilemma grundsätzlich auf jede Form des „Anlernens“ von Modellen auf Basis von Messdaten übertragen [Def11] und hat daher auch in dieser Arbeit großen Einfluss auf die Festlegung der (thermischen) Modellstruktur sowie die bevorzugte Methodik der Parameteridentifikation.

Die Suche nach dem minimalen Modellfehler bzw. MSE kann als iterativer Prozess verstanden werden. Dabei bietet es sich an, die Parameteridentifikation zunächst auf Basis einfacher Modellstrukturen mit vergleichsweise wenigen Freiheitsgraden durchzuführen. Die Modellkomplexität wird anschließend schrittweise erhöht, bis die zur Verfügung stehenden Modelfreiheitsgrade (gerade so) ausreichend sind, um die Systemdynamik abzubilden. Eine über das unbedingt notwendige Maß hinausgehende Erhöhung des Varianzfehlers (Überanpassung) kann somit verhindert werden. In der Praxis sollten bei dieser Vorgehensweise insbesondere die folgenden Aspekte berücksichtigt werden:

- Biasfehler können nur bedingt aus den Fittingeigenschaften des Modells abgeleitet werden.

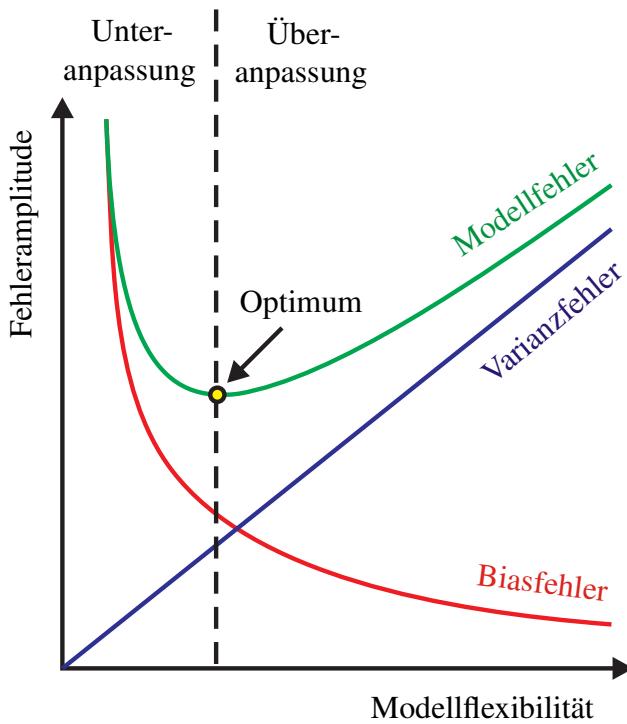


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung des Bias-Varianz Dilemmas in Anlehnung an die Untersuchungen zu neuronalen Netzen in [BD92]

tet werden: Sofern die Trainingsdaten die Systemdynamik unzureichend bzw. nur für einen begrenzten Arbeitsbereich (lokal) wiederspiegeln, besteht die Gefahr, dass systematische Modellierungsfehler unerkannt bleiben und die Modellflexibilität entsprechend zu niedrig angesetzt wird. Die Untermodellierung des Systems tritt dann erst im Rahmen der Modellvalidierung in Erscheinung.

- Varianzfehler können im Wesentlichen dadurch reduziert werden, dass entweder die Flexibilität des Modells eingeschränkt oder die Anzahl der Trainingsdaten erhöht wird [Def11]. Da neben der zur Verfügung stehenden Messdauer auch die minimal zulässige Modellflexibilität aufgrund von Genauigkeitsanforderungen an die darzustellende Systemdynamik begrenzt ist, ergibt sich für den Varianzfehler eine theoretische untere Grenze. Inwieweit diese Grenze erreicht wird, hängt davon ab, im welchem Umfang theoretisches Systemwissen verfügbar ist und im Rahmen der Parameteridentifikation berücksichtigt werden kann. Während sich mit der recheneffizienten LS-Methodik die Modellflexibilität nur auf vergleichsweise grobe Art und Weise, z.B. über die Änderung der Modellordnung beeinflussen lässt, gestattet die aufwendigere iterative Optimierung deutlich präzisere Eingriffe. Durch die Möglichkeit, Systemwissen in Form eines theoretischen Grey-Box-Modells als Randbedingung für die Parameteridentifikation vorzugeben, können mit der iterativen Optimierung redundante Modelfreiheitsgrade gezielt ausgeschlossen werden. Im Gegensatz zur LS-Methodik lassen sich auf diese Weise Varianzfehler effektiv reduzieren, ohne dass dies durch eine Zunahme der Biasfehler erkauft werden muss. Diese Eigenschaft ist umso wichtiger, wenn, aufgrund stark korrelierter Eingangsgrößen, einer

begrenzten Anzahl von Messdaten und überlagertem Messrauschen bzw. niedrigem Signal-Rausch-Abstand, ohnehin mit signifikanten Parametervarianzen zu rechnen ist.

Der MSE aus Sicht der Parameterschätzung

In Ausdruck (5.54) wurde der MSE als Gütemaß zur Beurteilung der Prädiktionseigenschaften eines Modells bzgl. seiner Ausgangsgrößen eingeführt. Biasfehler und Varianzfehler beschreiben in dem Zusammenhang Fehleranteile, wie sie auf eine bias- und mit entsprechender Unsicherheit (Varianz) behaftete Parameterschätzung zurückzuführen sind. Vor diesem Hintergrund kann der MSE und das damit verbundene Bias-Varianz Dilemma ebenso gut auf Basis der Modellparameter formuliert werden. Zur Unterscheidung werden in diesem Fall die Begriffe Biasfehler und Varianzfehler durch die Begriffe Bias und Varianz ersetzt. Als statistisches Gütemaß der Parameterschätzung ist der MSE dann folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} E\left\{\|\hat{\theta} - \underline{\theta}\|^2\right\} &= E\left\{\sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \theta_i)^2\right\} = \text{spur}\left\{E\{(\hat{\theta} - \underline{\theta})(\hat{\theta} - \underline{\theta})^T\}\right\} \\ &= \text{spur}\left\{E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^T\}\right\} + \|E\{\hat{\theta}\} - \underline{\theta}\|^2 \\ &= \underbrace{\|E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2\}\|}_{\text{Varianz}} + \underbrace{\|E\{\hat{\theta}\} - \underline{\theta}\|^2}_{\text{Bias}^2} \end{aligned} \quad (5.55)$$

Mit $\underline{\theta}$ sind in (5.55) die wahren Systemparameter, mit $\hat{\theta}$ die geschätzten Parameter bezeichnet. Die Gültigkeit von (5.55) lässt sich leicht anhand des skalaren Falls beweisen:

$$\begin{aligned} E\{(\hat{\theta} - \theta)^2\} &= E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\} + E\{\hat{\theta}\} - \theta)^2\} \\ &= E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2 + (E\{\hat{\theta}\} - \theta)^2\} + 2E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})(E\{\hat{\theta}\} - \theta)\} \\ &= E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2 + (E\{\hat{\theta}\} - \theta)^2\} + 2(E\{\hat{\theta}\} - \theta) \underbrace{E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})\}}_{E\{\hat{\theta}\} - E\{\hat{\theta}\} = 0} \\ &= E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2 + (E\{\hat{\theta}\} - \theta)^2\} \\ &= \underbrace{E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2\}}_{\text{Varianz}} + \underbrace{(E\{\hat{\theta}\} - \theta)^2}_{\text{Bias}^2}. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Ein Parameterschätzer, der den MSE für eine beliebige Anzahl von Messungen minimiert, wird als *minimum mean squared error estimator (MMSE)* bezeichnet und löst das oben beschriebene Bias-Varianz Dilemma in optimaler Weise. Für den Spezialfall einer biasfreien Parameterschätzung entspricht die Minimierung des MSE dagegen direkt einer Minimierung der Parametervarianz. Ein solcher Schätzer wird entsprechend als *minimum variance unbiased estimator (MVUE)* bezeichnet und erfüllt gemäß Anhang A.4 die Eigenschaften der Erwartungstreue und Effizienz.

5.2.6 Identifikation von LPV-Modellen

In den vorangegangenen Kapiteln wurde stets angenommen, dass die zu identifizierenden Systeme mittels einfacher LTI-Modellansätze hinreichend genau beschrieben werden können. In vielen Fällen ist diese Annahme jedoch unzulässig und es müssen stattdessen nichtlineare oder lineare parameterveränderliche (LPV) Modelle angesetzt werden. Da nichtlineare Modelle in dieser Arbeit nicht behandelt werden, soll lediglich auf letztere genauer eingegangen werden. Ganz allgemein können LPV-Modelle in Zustandsraumdarstellung folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \mathbf{A}(\rho)\underline{x}(t) + \mathbf{B}(\rho)\underline{u}(t) \quad (5.57a)$$

$$\underline{y}(t) = \mathbf{C}(\rho)\underline{x}(t) \quad (5.57b)$$

Der Parametervektor ρ enthält dabei die sogenannten *Scheduling Variablen*, die für die Variation der Systemdynamik verantwortlich sind. Die Scheduling Variablen stellen messbare Größen dar, die i.A. als unabhängig vom aktuellen Zustand angenommen werden können⁸. Bezugnehmend auf diese Arbeit basiert sowohl der Entwurf des Aussteuerungsreglers in Kapitel 3, als auch die Identifikation des thermischen Motormodells in Kapitel 7 auf einem LPV-Modellansatz. Im ersten Fall wurde mittels eines Quasi-LPV-Modellansatzes vom tatsächlichen nichtlinearen Streckenverhalten abstrahiert. Auf Basis lokal gültiger linearer Streckenmodelle wurde anschließend der Aussteuerungsregler in Gain-Scheduling Manier berechnet. Anders als die der Aussteuerungsregelung zugrundeliegende empirische Streckenmodellierung, ist die Modellierung des thermischen Motorverhaltens direkt an theoretischen Überlegungen zu den physikalischen Mechanismen der Wärmeübertragung angelehnt (vgl. Abschnitt 4.2). Der Übergang vom LTI- zum LPV-Modell erfolgt, wenn einzelne Modellparameter des in Abschnitt 4.2.3 exemplarisch vorgestellten LPTN Zustandsraummodells als arbeitspunktabhängig angenommen werden. Die Annahme arbeitspunktabhängiger Modellparameter kann einerseits physikalisch motiviert sein (z.B. drehzahlabhängiger thermischer Widerstand über dem Luftspalt; strom- und drehzahlabhängige Aufteilung der Verlustanteile auf die Knoten). Andererseits kann durch Erhöhung der Modellflexibilität auch das Ziel verfolgt werden, Modellierungsfehler im Rahmen der Identifikation implizit auf die Modellparameter abzubilden. Dabei ist jedoch sicherzustellen, dass die Hinzunahme von Modelfreiheitsgraden durch Annahme arbeitspunktabhängiger Parameter stets im Sinne der Minimierung des MSE (vgl. Bias-Varianz Dilemma in Abschnitt 5.2.5) erfolgt.

Die experimentelle Identifikation von LPV-Modellen kann auf zweierlei Art und Weise durchgeführt werden: Bei den *globalen* Identifikationsansätzen wird davon ausgegangen, dass basierend auf einem einzigen Experiment, das System durch fortlaufende Anregung der Eingänge und der Scheduling Parameter komplett identifiziert werden kann. Als Schwierigkeit ist in dem Zusammenhang die Sicherstellung einer hinreichenden simultanen Anregung der Eingänge und Scheduling Parameter zu nennen [LBC13], [VMP⁺13].

⁸Eine Ausnahme bilden LPV-Modelle, die beispielsweise zum Zwecke der Synthese eines Gain-Scheduling Reglers durch Linearisierung um die Ruhelagen (Zustände) eines nichtlinearen Modells berechnet wurden.

So wurde in [LBC13] angemerkt, dass die mit globalen Identifikationsansätzen einhergehenden komplexen Anforderungen an die Anregung, bei praktischen Anwendungen nur selten erfüllt sein dürften. Nicht zuletzt auch deswegen wird in dieser Arbeit als Alternative ein *lokaler* Identifikationsansatz verfolgt. Lokalen Identifikationsansätzen liegt die Idee zugrunde, das (globale) LPV-System mittels einer Reihe lokal gültiger LTI-Modelle zu approximieren. Die grundsätzliche Vorgehensweise kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

1. Durchführung lokaler Experimente am Prüfstand, bei denen die Eingangsgrößen zwar fortlaufend angeregt, die Scheduling Parameter aber während der Experimente konstant gehalten werden müssen.
2. Identifikation lokal gültiger LTI-Modelle basierend auf den gemessenen Ein-Ausgangsdaten.
3. Ggf. Transformation der identifizierten LTI-Modelle in eine gemeinsame konsistente Zustandsraumform.
4. Approximation des global gültigen LPV-Modells durch Interpolation der lokalen Zustandsraumparameter.

Lokale Identifikationsansätze stellen gegenüber ihren globalen Pendants in den meisten Fällen die praktikablere Herangehensweise hinsichtlich der Identifikation von LPV-Modellen dar. Das liegt einerseits darin, dass aufgrund der Forderung nach konstanten Scheduling Parametern während der lokalen Experimente auf komplizierte Anregungen wie im globalen Fall verzichtet werden kann. Darüber hinaus steht für die Identifikation von LTI-Modellen eine ganze Bandbreite von Algorithmen zur Verfügung, die sowohl in diversen Standardwerken behandelt wurden (z.B. [IM11]), als auch in gängigen Softwaretools (z.B. Matlab System Identification Toolbox [Lju11]) bereits implementiert sind. Die für diese Arbeit relevanten Algorithmen wurden in Abschnitt 5.2.1 bis Abschnitt 5.2.4 vorgestellt. Neben praktischen Vorteilen sind bei lokalen Identifikationsansätzen jedoch auch eine Reihe von Einschränkungen zu beachten, die an dieser Stelle kurz beschrieben werden sollen:

- Die Identifikation lokaler LTI-Modelle basiert auf der Annahme, dass die Scheduling Parameter im Rahmen der lokalen Experimente konstant gehalten werden können. Sofern die Scheduling Parameter Betriebsarbeitspunkte des Systems darstellen, wird somit gefordert, dass das System über die gesamte Dauer der lokalen Experimente hinweg in jeweils konstanten Arbeitspunkten betrieben werden kann. Diese Forderung ist in vielen Fällen, z.B. für mechatronische Systeme mit positions-abhängiger Dynamik [Svv03], [PSv⁺08] oder für bestimmte thermische Systeme [MPP11] erfüllt. Andernfalls muss auf globale Identifikationsansätze ausgewichen werden.
- Da lokale LTI-Modelle bei konstanten Scheduling Parametern identifiziert werden, enthält das resultierende LPV-Modell keine Informationen bzgl. möglicher dynamischer Einflüsse der Scheduling Parameter auf das Systemverhalten. Lokale Ansätze sollten daher idealerweise nur auf Systeme angewendet werden, deren Scheduling Parameter einen statischen Einfluss auf die Systemdynamik ausüben. Da dies in vie-

len Anwendungen nicht gegeben ist, kann abweichend davon gefordert werden, dass die Scheduling Parameter vergleichsweise langsam variieren und somit aus Sicht der Systemdynamik als quasi-stationär betrachtet werden können [RS00].

- Es ist allgemein bekannt, dass die Abbildung des (messtechnisch erfassten) Übertragungsverhaltens auf ein Zustandsraummodell i.A. nicht eindeutig ist (vgl. auch Anhang A.5). Sofern die Modellierung des Übertragungsverhaltens eines LTI-Systems im Vordergrund steht, kann dieser Umstand in der Regel als unkritisch bewertet werden. Ganz anders stellt sich der Sachverhalt im Falle von LPV-Systemen dar. Um ein global gültiges LPV-Modell zu erhalten, ist eine korrekte Interpolation zwischen den lokal identifizierten LTI-Modellen zwingend erforderlich. Das setzt wiederum voraus, dass alle lokalen Modelle in einer konsistenten Zustandsraumform dargestellt sind [TFH⁺07]. Sofern dies nicht bereits im Rahmen der lokalen Identifikationsdurchläufe sichergestellt wird (z.B. durch Berücksichtigung von a-priori Wissen zur Systemstruktur [VMP⁺13] oder durch eine direkte Messung aller Systemzustände [PCW13]), sind im Nachgang an die Identifikation entsprechende Modelltransformationen nötig. In [LM07] wurde dazu vorgeschlagen die lokalen Modelle in der sogenannten *internally balanced form* zu realisieren. Unter gewissen Bedingungen lassen sich die transformierten lokalen Modelle dann direkt durch Interpolation zu einem global gültigen LPV-Modell zusammenführen.
- In Abschnitt 5.2.5 wurde die Bedeutung des Bias-Varianz Dilemmas im Hinblick auf die Wahl einer sinnvollen Modellstruktur diskutiert. Aus Sicht der lokalen Identifikation von LPV-Systemen ist insbesondere die Gefahr einer Überanpassung der lokalen LTI-Modelle an die Trainingsdaten als kritisch einzustufen. So kann die Forderung nach konstanten Scheduling Parametern im Rahmen der lokalen Experimente zu starken Einschränkungen bei der Wahl zulässiger Anregungssequenzen führen. Diese können je nach Anwendung sowohl die Dauer, die Amplitude oder die Form der Anregung betreffen und dazu führen, dass die Trainingsdatensätze die Systemdynamik unzureichend widerspiegeln. Das inverse Problem ist in Folge schlecht konditioniert, was zu mehr oder weniger starken Unsicherheiten bei der Parameteridentifikation führt. Zunehmende Parametervarianzen verringern dabei nicht nur die Güte der lokalen Modelle (Varianzfehler). Sie führen gleichzeitig dazu, dass ähnlich wie im Falle inkonsistenter Zustandsraumdarstellungen (s. oben) zwischen den lokalen Modellen nicht mehr korrekt interpoliert werden kann.

Trotz der beschriebenen Einschränkungen lokaler Identifikationsansätze, basiert die Identifikation des thermischen Motormodells in Kapitel 7 auf einem lokalem Ansatz. Dafür sind zum Einen einer Reihe vorteilhafter Systemeigenschaften verantwortlich:

- Es kann in guter Näherung eine rein statische Abhängigkeit der thermischen Systemdynamik von den sich schnell veränderlichen Scheduling Parametern (Strom, Drehzahl) angenommen werden.
- Die Scheduling Parameter können im Rahmen der lokalen Experimente (näherungsweise) konstant gehalten werden.
- Die Identifikation der lokalen Modelle basiert auf einer direkten Zustandsmessung.

Die Abbildung des Übertragungsverhaltens auf die Modellparameter ist somit eindeutig und die Konsistenz der Zustandsraumbasis bereits während der Identifikation sichergestellt (vgl. Anhang A.5). Auf nachträgliche und potentiell uneindeutige Modelltransformationen (s. [LM07]) kann folglich komplett verzichtet werden.

Darüber hinaus bietet insbesondere die in Abschnitt 5.2.4 besprochene IO-Methodik die Möglichkeit, umfangreiches a-priori Systemwissen im Rahmen der Parameteridentifikation zu berücksichtigen. Durch gezielte Eliminierung redundanter Modelfreiheitsgrade können ganz im Sinne einer optimalen Auflösung des Bias-Varianz Dilemmas Parametervarianzen verringert werden, ohne dabei signifikante systematische Modellierungsfehler in Kauf nehmen zu müssen. Die Zusammenführung der lokal identifizierten Modelle zu einem global gültigen LPV-Modell mittels Interpolation kann dadurch erheblich vereinfacht werden. In [LBC13] und [VMP⁺13] wird ebenfalls auf die Vorteile lokaler LPV-Identifikationsansätze auf Basis von a-priori Systemwissen bzw. theoretischer Grey-Box-Modelle hingewiesen.

5.2.7 Vorbereitung der Experimente

Im Rahmen der experimentellen System- bzw. Parameteridentifikation werden Modellparameter, ggf. unter Berücksichtigung physikalisch-motivierter Randbedingungen, auf Basis von Messdaten geschätzt. Die der Identifikation zugrunde liegenden Experimente sollten daher so geplant werden, dass aus den gemessenen Ein-Ausgangsdaten (idealerweise) eindeutige Rückschlüsse auf die innere Beschaffenheit des Systems gezogen werden können. In dem Zusammenhang sind insbesondere die folgenden Faktoren von Bedeutung:

- Systemanregung (Amplitude, Form, Frequenzspektrum)
- Abtastzeit
- Dauer der Experimente

Vor dem Hintergrund des in dieser Arbeit anvisierten Ziels der Identifikation eines thermischen Motormodells soll im Folgenden auf die konkrete Wahl der obigen Faktoren etwas genauer eingegangen werden.

Wahl der Systemanregung

Bei der Wahl geeigneter Systemanregungen werden natürliche und künstliche Testsignale unterschieden. Bei natürlichen Testsignalen kommen die im Prozessverlauf auftretenden Signalverläufe der Eingangsgrößen zum Einsatz. In diesem Fall liegt i.A. keine im Sinne der Parameterschätzung optimale Systemerregung vor, weshalb in dieser Arbeit die Identifikation basierend auf künstlichen Testsignalen bevorzugt wird. Idealerweise werden künstliche Testsignale so ausgelegt, dass sie die relevanten Systemmoden möglichst stark anregen [IM11]. Für den vorliegenden Fall eines nicht schwingungsfähigen thermischen Systems, kommen im Wesentlichen Sprünge bzw. einfache und mehrfache Rechteckimpulse als Testsignale in Frage. Die Testsignale entsprechen Verlustleistungseinträgen in den je-

weiligen Knoten, wodurch Erwärmungs- und Abkühlvorgänge angeregt werden. Durch die Wahl hoher Anregungsamplituden, die sich jedoch im Rahmen der zulässigen thermischen Motorgrenzen bewegen müssen, kann die Empfindlichkeit der Parameterschätzung gegenüber Messrauschen verringert werden. Durch Variation der Impulsbreite können dagegen sowohl das transiente Temperaturverhalten kurz nach sprunghafter Dissipationsänderung, als auch thermische Gleichgewichte bzw. Beharrungszustände in gewünschter Weise in den Vordergrund gerückt werden. Kurze Impulse eignen sich dabei insbesondere zur Anregung von mittleren und hohen Frequenzen und damit der Identifikation des transienten Temperaturverlaufs. Lange Impulse dienen dagegen dem Zweck, thermische Gleichgewichte bzw. Beharrungszustände mit hoher Genauigkeit identifizieren zu können. Sind lange Impulse unterrepräsentiert oder nicht vorhanden, muss das thermische Gleichgewicht aus dem Temperaturverlauf extrapoliert abgeschätzt werden, wodurch stationäre Fehler entstehen können. Umgekehrt führt eine zu geringe Anzahl von kurzen Impulsen zu Fehlern im transienten Temperaturverlauf [Hae04]. Um eine möglichst gleichmäßige Anregung aller relevanten Systemmoden zu erreichen, könnte man an dieser Stelle sogenannte *Pseudo-Random-Binary-Sequence (PRBS)* Signale zur Systemanregung einsetzen. PRBS Signale haben ihren Ursprung im Bereich der Identifikation nicht-parametrischer Modelle (z.B. Frequenzgänge) mittels der Korrelationsanalyse. Im Gegensatz zu parametrischen Modellen besitzen nicht-parametrische Modelle keinerlei Informationen bzgl. der inneren Beschaffenheit (Ordnung, Struktur) des zu identifizierenden Systems. Die Beziehung zwischen Ein- und Ausgang liegt entsprechend in Form von Tabellen oder Kurven vor. Ein analytischer Zusammenhang wie bei parametrischen Modellen besteht i.A. nicht. Als Hauptvorteil von PRBS Signalen wird in dem Zusammenhang häufig die Möglichkeit der direkten Bestimmung von Impulsantworten bzw. Frequenzgängen mittels der Korrelationsanalyse genannt [IM11]. Verantwortlich dafür ist die Eigenschaft von PRBS, die wesentlichen Charakteristiken eines weißen Rauschen gut nachzubilden. So entspricht die Autokorrelationsfunktion des PRBS näherungsweise einem Dirac-Impuls, was im Frequenzbereich einem breitbandigen Spektrum mit konstanter Amplitude entspricht. Somit werden alle Systemmoden gleichermaßen angeregt, was für die Bestimmung des Frequenzganges eines Systems von großer Bedeutung ist. Für die Identifikation des (parametrischen) thermischen Motormodells ist die Verwendung von PRBS Signalen aus den folgenden Gründen dagegen wenig zielführend:

1. Die relativ große Spreizung der dominierenden thermischen Systemzeitkonstanten (z.B. zwischen Wicklung und Permanentmagneten) führt dazu, dass die genaue Identifikation thermischer Gleichgewichte nur durch eine unzulässig lange Messperiode sichergestellt werden kann. Andernfalls fehlen im PRBS Signal Impulse längerer Leistungsbeaufschlagung, deren Ausbleiben zu einer vergleichsweise ungenauen Identifikation thermischer Gleichgewichte führt [Hae04].
2. Bei der Identifikation parametrischer Modelle steht nicht die Bestimmung des Frequenzganges im Vordergrund, sondern der Parameter einer bereits vorgegebenen Modellstruktur. Durch die Vorgabe einer mehr oder weniger detaillierten Modellstruktur als Randbedingung für die Parameteridentifikation nimmt die Empfindlichkeit der Parameterschätzung gegenüber der Systemanregung ab (vgl. Abschnitt 5.2.5). Im Gegensatz zur ausschließlich auf Ein- und Ausgangsspektren basierenden Schätz-

zung des Frequenzganges, spielt die Forderung nach einem konstanten Anregungs- spektrum (PRBS) somit eine untergeordnete Rolle.

3. Das thermische Verhalten des Motors wird in dieser Arbeit mittels eines LPV-Modells beschrieben. Der verwendete lokale Identifikationsansatz setzt voraus, dass für die Dauer der lokalen Experimente die Scheduling Parameter konstant gehalten werden (vgl. Abschnitt 5.2.6). Da letztere im vorliegenden Fall dem Strombetrag und der Motordrehzahl entsprechen, müssen die lokalen LTI-Systeme größtenteils *entweder* auf Basis von Aufheiz- *oder* auf Basis von Abkühlvorgängen (Sprüngen) identifiziert werden. Eine Aneinanderreihung von Aufheiz- und Abkühlvorgängen (Rechteckimpulse), wie sie im Falle einer PRBS-Sequenz vorgesehen wäre, ist somit unzulässig.

Die lokale Identifikation des thermischen Motorsystems basiert über weite Strecken auf einfachen sprungförmigen Aufheizvorgängen, die, je nachdem für welchen Arbeitsbereich das thermische Systemverhalten identifiziert werden soll, in unterschiedlichen Betriebspunkten des Motors (Strombetrag, Drehzahl) durchgeführt werden. Gleichzeitig wird durch die Vorgabe physikalisch-motivierter Randbedingungen im Rahmen der Parameteridentifikation einer möglichen Überanpassung an die Trainingsdaten vorgebeugt.

Wahl der Abtastzeit

In [IM11] wird empfohlen, die Abtastzeit in etwa so zu wählen, dass sie $1/5$ bis $1/15$ der Streckenzeitzkonstanten beträgt. Deutlich größer gewählte Abtastzeiten bergen die Gefahr, dass die aufgezeichneten Messdaten die Systemdynamik unzureichend widerspiegeln, was eine fehlerhafte Parameterschätzung zur Folge hat. Andererseits kann auch eine zu klein gewählte Abtastzeit problematisch sein, wenn sich der Ausgang zweier aufeinander folgender Abtastpunkte kaum noch ändert, d.h. $y(k) \approx y(k - 1)$. Dieser Umstand ist besonders kritisch, wenn Modelle auf Basis der Gleichungsfehleranordnung in Abb. 5.2b identifiziert werden sollen. Das liegt daran, dass die Zeilen der zu invertierenden Korrelationsmatrix $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ in (5.20) näherungsweise linear abhängig werden und sich die Matrixkondition entsprechend verschlechtert. Die damit einhergehende Zunahme der Rauschempfindlichkeit der Parameterschätzung kann im Extremfall dazu führen, dass die zu identifizierende Systemdynamik im Messrauschen untergeht. Im Allgemeinen stellt die Wahl einer sinnvollen Abtastzeit kein Problem dar, sofern die Streckenzeitzkonstanten nicht zu weit auseinander liegen. Hat man es dagegen mit einem *steifen* System mit stark voneinander abweichen den Streckenzeitzkonstanten zu tun⁹, stellt die Wahl der Abtastzeit entsprechend der obigen Erläuterungen einen Zielkonflikt dar.

⁹Messungen am Prüfstand haben gezeigt, dass für das zu identifizierende thermische Motorsystem je nach Arbeitspunkt mit Spreizungen der Streckenzeitzkonstanten von bis zu einem Faktor 30 zu rechnen ist.

Wahl der Experimentdauer

Um die Dynamik des thermischen Systems hinreichend genau messtechnisch zu erfassen, sollte die Dauer eines Experiments mindestens bis zum Erreichen des thermischen Gleichgewichtszustands andauern. Ist nach Abschluss eines Aufheizvorgangs keine weitere Arbeitspunktänderung vorgesehen, sollte die Messung abgebrochen werden. Andernfalls besteht die Gefahr, dass thermische Gleichgewichtszustände im Rahmen der Parameteridentifikation zu Lasten thermischer Transienten übergewichtet werden. Für den Fall, dass eine alternierende Anregungsfolge aus Aufheiz- und Abkühlvorgängen zulässig ist, kann durch Verlängerung der Messdauer die Anzahl der Trainingsdaten erhöht und Varianzfehler in Folge reduziert werden (vgl. Abschnitt 5.2.5).

5.2.8 Modellvalidierung

Um eine belastbare Aussage hinsichtlich der Güte des identifizierten Modells treffen zu können, muss das Modell vorab validiert werden. In der Literatur lassen sich dazu zahlreiche Ansätze finden. Eine Möglichkeit besteht darin, mittels sogenannter *Residuenanalysen* den Teil der Validierungsdaten zu untersuchen, der nicht durch das identifizierte Modells beschrieben wird. Residuen entsprechen dabei den Verläufen der Ausgangsfehler. Basierend auf Kreuzkorrelationen zwischen den Eingängen und den Residuen kann beispielsweise beurteilt werden, ob ein identifiziertes Modell die Zusammenhänge zwischen den Ein- und Ausgängen korrekt beschreibt. Hohe Korrelationszahlen deuten darauf hin, dass dies für bestimmte Ein-/Ausgangskombinationen nicht der Fall ist. Ab wann ein Korrelationsgrad als statistisch signifikant betrachtet wird, hängt von der Breite des zugehörigen Konfidenzintervalls ab. Das Konfidenzintervall beschreibt dabei den Bereich, innerhalb dessen das wahre Modell mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit liegen muss, sofern die Ausgangsfehler auf Messrauschen und nicht etwa auf systematische Modellierungsfehler (Untermodellierung) zurückzuführen sind. Die Idee ist also, die Modellflexibilität schrittweise zu erhöhen, bis die Kreuzkorrelationswerte innerhalb des Konfidenzintervalls liegen. Die Auswirkung der Untermodellierung kann dann nicht mehr von der durch Messrauschen induzierten Parametervarianz unterschieden werden. Ein Umstand, der als Indikator für eine sinnvolle Modellauswahl interpretiert werden kann.

In dieser Arbeit wird von statistischen Modellvalidierungen abgesehen. Stattdessen wird die Modellperformance anhand von Vergleichen zwischen simulierten und gemessenen Ein-/Ausgangsdaten bewertet. Dabei ist zu beachten, dass die Vergleiche nicht ausschließlich auf Basis der der Identifikation zugrundeliegenden Trainingsdaten erfolgen sollten. Zwar lassen sich potentielle Untermodellierungen bzw. Biasfehler bereits anhand unbefriedigender Fittingergebnisse erkennen; eine zuverlässige Detektion von Übermodellierungen bzw. Varianzfehlern erfordert jedoch einen Vergleich des Modells mit *neuen* Ein-/Ausgangsdatensätzen. In der Literatur ist in dem Zusammenhang häufig vom Prinzip der *Kreuzvalidierung* die Rede [Gui08], [IM11]. Für den Vergleich der simulierten und gemessenen Ausgänge können unterschiedliche Gütekriterien, wie beispielsweise der maximale betragliche Fehler

$$e_{\max}(i) = \max |\hat{y}_{i,k} - y_{i,k}|, \quad (5.58)$$

der mittlere betragliche Fehler

$$e_{\text{MBF}}(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\hat{y}_{i,k} - y_{i,k}|, \quad (5.59)$$

der mittlere quadratische Fehler (engl. mean squared error)

$$e_{\text{MSE}}(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{y}_{i,k} - y_{i,k})^2 \quad (5.60)$$

oder der *Normalized Root Mean Squared Error*

$$e_{\text{NRMSE}}(i) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_{i,k} - y_{i,k})^2}{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_{i,k} - \bar{y}_i)^2}} \quad (5.61)$$

herangezogen werden. In den obigen Formeln wird mit $y_{i,k}$ der gemessene und mit $\hat{y}_{i,k}$ der geschätzte Wert des Ausgangs i zum Zeitpunkt k bezeichnet. Mit \bar{y}_i wird der Mittelwert des Ausgangs i bezeichnet. Der NRMSE kann Werte zwischen $-\infty$ (schlechter Fit) und 1 (perfekter Fit) annehmen.

Über die Kreuzvalidierung hinaus, ist es außerdem sinnvoll zu überprüfen, inwieweit das identifizierte Modell hinsichtlich seiner Parameter, Eigenwerte und Zeitkonstanten die wesentlichen Eigenschaften des realen Systems (z.B. Dynamik, Stabilität) in physikalisch plausibler Art und Weise abbildet.

6 Auswahl des lokalen Identifikationsverfahrens

In Kapitel 5.2.6 wurde die Identifikation von LPV-Systemen auf Basis eines lokalen Identifikationsansatzes erläutert. Das LPV-System wird dabei in eine Reihe von LTI-Systemen zerlegt, welche mit gängigen (lokalen) Methoden identifiziert werden können. Anschließend werden die LTI-Modelle über Interpolation in ein globales LPV-Modell überführt. An dieser Stelle stellt sich die Frage, auf welche Weise die Identifikation der lokalen Modelle bewerkstelligt werden sollte, sodass im Bereich zwischen den Stützstellen ohne signifikanten Genauigkeitsverlust interpoliert werden kann. Neben einem möglichst geringen Bias ist in dem Zusammenhang die Parametervarianz von Bedeutung. Werden die lokalen Modelle mit großer Unsicherheit geschätzt, erhöhen sich einerseits die damit zusammenhängenden lokalen Varianzfehler zwischen System- und Modellausgang (vgl. Abschnitt 5.2.5). Gleichzeitig ergibt sich aus Sicht des LPV-Modells ein (stark schwankender) inkonsistenter globaler Parametersatz. Die innerhalb eines solchen Parametersatzes über Interpolation berechneten Modelle sind physikalisch unplausibel und i.A. ungeeignet, um das Ein-Ausgangsverhalten des Systems hinreichend genau zu approximieren. Vor diesem Hintergrund ist es erstrebenswert, dass lokale Parametersätze erwartungstreu und darüber hinaus möglichst effizient, d.h. mit minimaler Parametervarianz, geschätzt werden. Ein Parameterschätzer, der beide Forderungen erfüllt, minimiert den MSE und wird entsprechend als *minimum mean squared error estimator (MMSE)* bezeichnet. Ein solcher Schätzer löst das in Abschnitt 5.2.5 beschriebene Bias-Varianz Dilemma in optimaler Weise.

Im Rahmen dieses Kapitels werden auf simulativem Wege die zeitkontinuierlichen Modellparameter eines exemplarischen Referenzmodells zur Beschreibung des thermischen Verhaltens eines PMSM identifiziert. Die Parameteridentifikation erfolgt mittels der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten LTI-Identifikationsmethoden, wobei die Modellstruktur des Referenzmodells sowie eine grobe Vorstellung der Wertebereiche, innerhalb derer die physikalischen Referenzparameter liegen, als bekannt vorausgesetzt werden darf (Grey-Box-Modell). Die Aufgabe soll einerseits darin bestehen, die grundsätzliche Funktionsfähigkeit der Identifikationsansätze zu demonstrieren. Darüber hinaus soll auf Basis der Simulationsergebnisse der Ansatz identifiziert werden, welcher die Eigenschaften eines MMSE am Besten in sich vereint. Basierend auf diesem Ansatz werden dann in Kapitel 7 die lokalen Identifikationen zur Bestimmung des thermischen Modells für den untersuchten IPMSM durchgeführt.

Das thermische Referenzmodell entspricht der in Abb. 4.6 dargestellten LPTN Struktur

und kann in Zustandsraumdarstellung folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vartheta_{SJ} \\ \vartheta_W \\ \vartheta_{WK} \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \vartheta_{SJ} \\ \vartheta_W \\ \vartheta_{WK} \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 \\ b_{31} & 0 & 0 \\ b_{41} & 0 & b_{43} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} P_{in} \\ \vartheta_K \\ \vartheta_U \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Die Zustände entsprechen Temperaturknoten im Statorjoch (ϑ_{SJ}), in der Wicklung (ϑ_W), im Wickelkopf (ϑ_{WK}) sowie im Rotor bzw. den Permanentmagneten (ϑ_{PM}). Die Modell-eingänge werden durch den Verlustleistungseintrag P_{in} , die Kühlmitteltemperatur ϑ_K so-wie die Temperatur der Umgebungsluft außerhalb des Motors ϑ_U repräsentiert. Die Be-rechnung der System- und Eingangsparameter erfolgt durch Einsetzen der physikalischen Parameterwerte (s. Tab. 6.1¹) in

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{U1}} \right) & \frac{1}{C_1 R_{12}} & 0 & \frac{1}{C_1 R_{14}} \\ \frac{1}{C_2 R_{12}} & -\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23}} \right) & \frac{1}{C_2 R_{23}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_3 R_{23}} & -\frac{1}{C_3} \left(\frac{1}{R_{23}} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_4 R_{14}} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_4} \left(\frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{U2}} \right) \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

bzw.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \gamma_{11} & \frac{1}{C_1 R_{U1}} & 0 \\ \frac{1}{C_2} \gamma_{21} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_3} \gamma_{31} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_4} \gamma_{41} & 0 & \frac{1}{C_4 R_{U2}} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Die Identifikation der Parameter des Referenzmodells erfolgt dann auf vier unterschiedli-che Art und Weisen:

1. Identifikation eines zeitdiskreten Modells auf Basis der LS-Methodik; anschließend Umrechnung in ein zeitkontinuierliches Modell (**LS**).
2. Identifikation eines zeitdiskreten Modells auf Basis der IV-Methodik; anschließend Umrechnung in ein zeitkontinuierliches Modell (**IV1**).
3. Identifikation der zeitkontinuierlichen Modellparameter durch Anwendung der IV-Methodik auf ein RK1-diskretisiertes Modell (**IV2**).
4. Identifikation der physikalischen Modellparameter durch Anwendung der IO-Me-thodik auf ein Grey-Box-Modell (**IO**).

Im Gegensatz zu den ersten beiden Ansätzen (LS und IV1) werden bei den letzten bei-den Ansätzen die zeitkontinuierlichen (IV2) und sogar physikalischen Modellparameter (IO) des Referenzmodells auf direktem Wege ermittelt. Auf diese Weise ist eine Berück-

¹Die verwendeten Parameterwerte basieren auf einer in [Kli10] durchgeföhrten analytischen Untersuchung zur thermischen Modellierung eines PMSM für Traktionsantriebe in KFZ.

sichtigung theoretischen a-priori Wissens über die Modellordnung hinaus möglich. So lassen sich beim IV2-Ansatz bekannte Nulleinträge im Referenzmodell durch Weglassen der entsprechenden Regressorvariablen während der Parameteridentifikation berücksichtigen. Bei Verwendung der IO-Methodik werden dagegen direkt die physikalischen Parameterwerte des Referenzmodells identifiziert. Die Struktur des Referenzmodells sowie zulässige Wertebereiche für die Schätzung der physikalischen Parameter werden dabei als Randbedingungen vorgegeben. Bei der Festlegung der Wertebereiche wurde die (konservative) Annahme getroffen, dass plausible Schätzparameter innerhalb eines Bereiches von ± 2 Größenordnungen um ihre jeweiligen Referenzparameter liegen müssen.

Parameter	Einheit	Wert	Beschreibung
C_1	Ws/K	12000	Thermische Kapazität Statorjoch (SJ)
C_2	Ws/K	5000	Thermische Kapazität Wicklung (W)
C_3	Ws/K	1000	Thermische Kapazität Wickelkopf (WK)
C_4	Ws/K	17000	Thermische Kapazität PM (PM)
R_{12}	K/W	0,04	Thermischer Widerstand (SJ-W)
R_{14}	K/W	0,1	Thermischer Widerstand (SJ-PM)
R_{23}	K/W	0,05	Thermischer Widerstand (W-WK)
R_{U1}	K/W	0,02	Thermischer Widerstand SJ-Kühlmittel
R_{U2}	K/W	0,7	Thermischer Widerstand PM-Umgebungsluft
γ_{11}	-	0,1	Prozentualer Verlustaufteilungskoeffizient (SJ)
γ_{21}	-	0,3	Prozentualer Verlustaufteilungskoeffizient (W)
γ_{31}	-	0,3	Prozentualer Verlustaufteilungskoeffizient (WK)
γ_{41}	-	0,3	Prozentualer Verlustaufteilungskoeffizient (PM)

Tabelle 6.1: Parameter des thermischen Referenzmodells in Anlehnung an [Kli10]

Unabhängig vom verwendeten Identifikationsansatz muss sichergestellt sein, dass die Parameter des Referenzmodells auch identifizierbar sind. Dafür wird in Abschnitt 5.2.1 neben einer fortdauernden Anregung gefordert, dass das zu identifizierende System stabil sowie vollständig steuerbar und beobachtbar ist. Da es sich beim zu identifizierenden System um ein lineares RC-Netzwerk handelt, ist exponentielle Stabilität eine inhärente Eigenschaft des Systems (vgl. auch Abschnitt 4.2.3). Die Überprüfung der Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit des Systems lässt sich anhand der *Kalman* Kriterien durch einfache Rangüberprüfung der Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsmatrizen entsprechend (A.46) und (A.47) nachweisen². Die verwendeten Anregungsprofile für Identifikation und Validierung sind in Abb. 6.1 dargestellt. Das Validierungsprofil wurde ganz im Sinne der Kreuzvalidierung so gewählt, dass es sich bzgl. Verlauf und angefahrener Arbeitspunkte deutlich vom

²Da in der Realität die zu schätzenden Parameter nicht a-priori bekannt sind, kann alternativ auch eine Überprüfung auf *strukturelle* Steuerbarkeit bzw. Beobachtbarkeit auf Basis algebraischer oder graphentheoretischer Bedingungen durchgeführt werden. Für gute Übersichtsbeiträge sei auf [Lun10] und [SJB11] verwiesen.

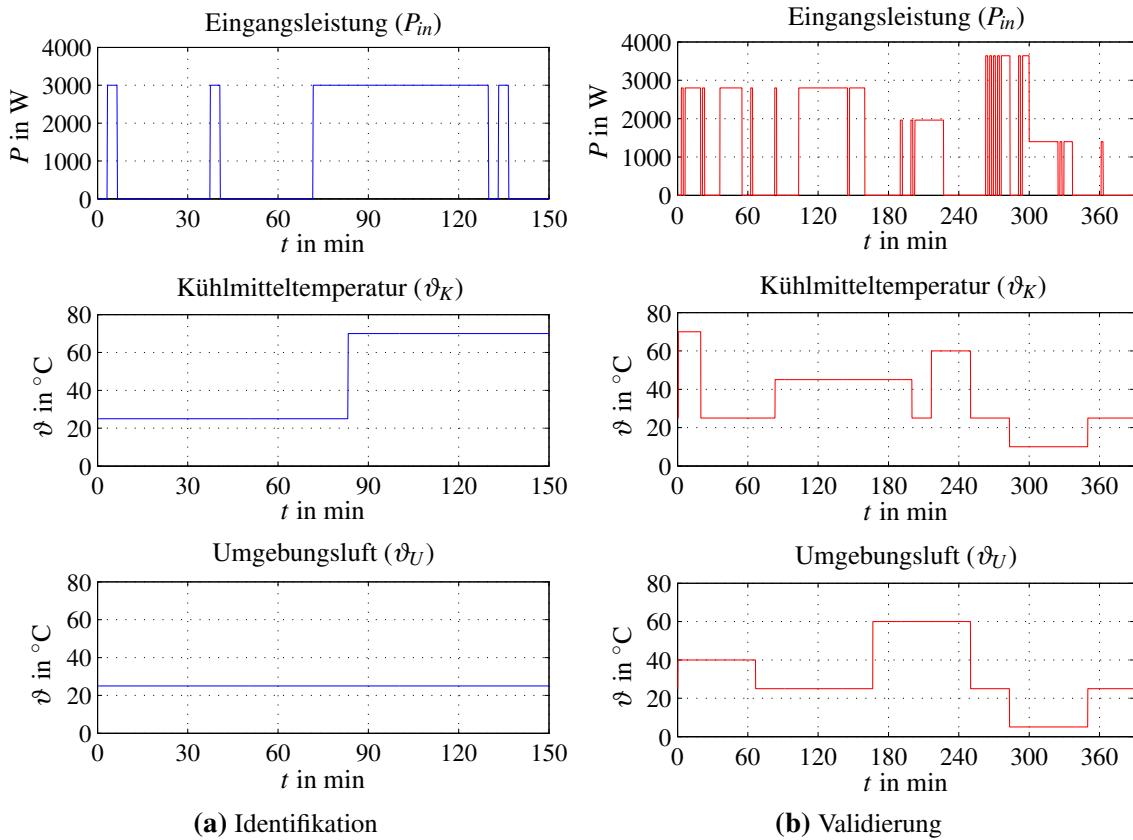


Abbildung 6.1: Verwendete Anregungssequenzen für Identifikation und Validierung

Identifikationsprofil unterscheidet. Letzteres wurde im Sinne einer Worst-Case Betrachtung bewusst einfach gehalten und erfüllt mit seinen fortlaufend angeregten und linear unabhängigen Eingängen gerade mal die Minimalanforderung für die Identifizierbarkeit von Parametern in MISO- bzw. MIMO-Systemen (vgl. Abschnitt 5.2.3). Insbesondere der niedrige und konstant angenommene Wert der Umgebungstemperatur ist aus Sicht der Parameteridentifikation als ungünstig zu betrachten (niedriger SNR, lediglich Anregung des Gleichanteils), spiegelt aber bereits die begrenzte Möglichkeit der Temperaturbeeinflussung in der Prüfstandskabine wieder. Abweichend von der idealisierten Annahme in Kapitel 5, wurde zudem angenommen, dass die der Parameteridentifikation zugrunde liegenden Trainingsdaten nicht nur ausgangsseitig, sondern auch eingangsseitig von einem mittelwertfreien weißen Rauschen überlagert sind³. Die Rauschvarianz sei dabei für die gemessenen Temperaturen (ϑ_{SI} , ϑ_W , ϑ_{WK} , ϑ_{PM} , ϑ_K , ϑ_U) zu $\sigma_{\vartheta,N}^2 = (2 \text{ K})^2$ und für die gemessene Eingangsleistung P_{in} zu $\sigma_{P_{in},N}^2 = (100 \text{ W})^2$ angenommen. Für alle Identifikationen wurde zudem eine Abtastzeit von $T_a = 40 \text{ s}$ angenommen. Vor dem Hintergrund der

³Da Messrauschen kein Bestandteil der eigentlichen Systemanregung darstellt, ist es vorstellbar, dass eine exklusive Minimierung des Ausgangsfehlers mittels der besprochenen Identifikationsansätze zu einer suboptimalen und nicht erwartungstreuen Parameterschätzung führt. Die Problematik verrauschter Ein- und Ausgänge wird in der Literatur zur Systemidentifikation häufig unter dem Begriff *errors-in-variables* geführt. Falls notwendig, kann die Problematik mit entsprechend erweiterter LS-Methoden, wie der *Total-Least-Squares-Methode*, adressiert werden [IM11].

relativ stark gespreizten Zeitkonstanten des Referenzmodells (vgl. Abb. 6.4) hat sich diese Abtastzeit, über alle Identifikationsansätze hinweg, als guter Kompromiss zwischen Rauschempfindlichkeit der Schätzung einerseits und hinreichend genauer Erfassung der Systemdynamik andererseits erwiesen (vgl. auch Abschnitt 5.2.7).

6.1 Diskussion der Identifikations- und Validierungsergebnisse

Im Folgenden werden die beschriebenen Identifikationsansätze (LS, IV1, IV2, IO) auf Basis ihrer Identifikations- und Validierungsergebnisse miteinander verglichen werden. Dabei wird zunächst das Ein-Ausgangsverhalten der geschätzten Modelle dem des Referenzmodells gegenübergestellt. Anschließend werden außerdem die identifizierten Zeitkonstanten und Modellparameter mit denen des Referenzmodells verglichen.

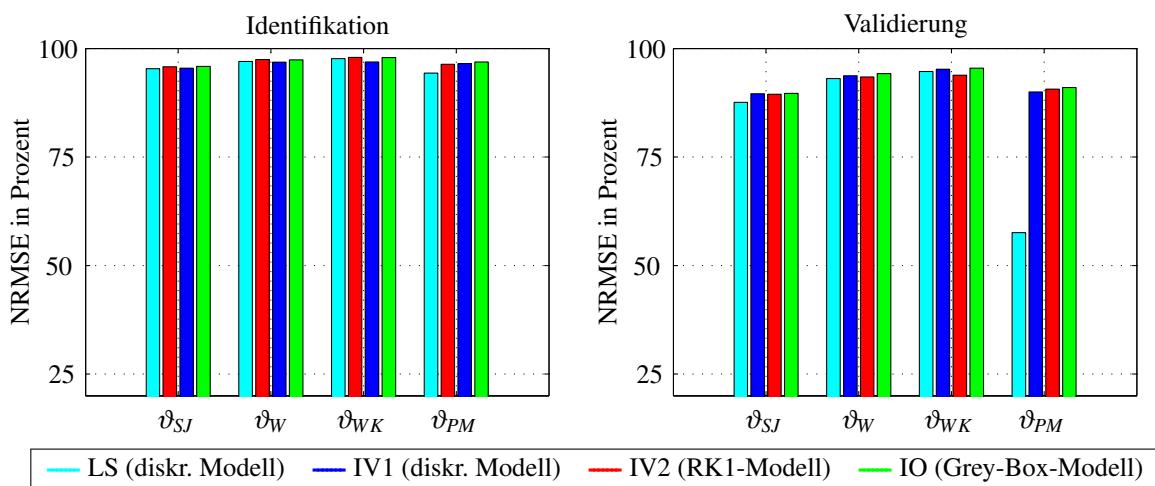


Abbildung 6.2: Grad der Übereinstimmung (NRMSE) zwischen den Ausgängen des Referenzmodells und den geschätzten Modellen auf Basis der verrauchten Identifikations- und Validierungsdaten

In Abb. 6.2 ist der Grad der Übereinstimmung zwischen den Ausgängen des Referenzmodells und denen der geschätzten Modelle dargestellt. Die Berechnung der prozentualen Fittingwerte wurde mittels des NRMSE-Gütemaß in (5.61) durchgeführt. Anhand der guten Übereinstimmungen mit den Identifikationsdaten, kann man bereits die grundsätzliche Funktionsfähigkeit aller untersuchten Identifikationsansätze feststellen. Um eine belastbare Aussage darüber machen zu können, inwieweit die identifizierten Modelle das Ein-Ausgangsverhalten des Referenzmodells wirklich korrekt abbilden, ist dagegen eine Modellvalidierung unumgänglich. Die zugehörigen Simulationsergebnisse sind in Abb. 6.3 dargestellt und wurden in Abb. 6.2 (rechte Abbildung) mittels des NRMSE-Gütemaß bewertet.

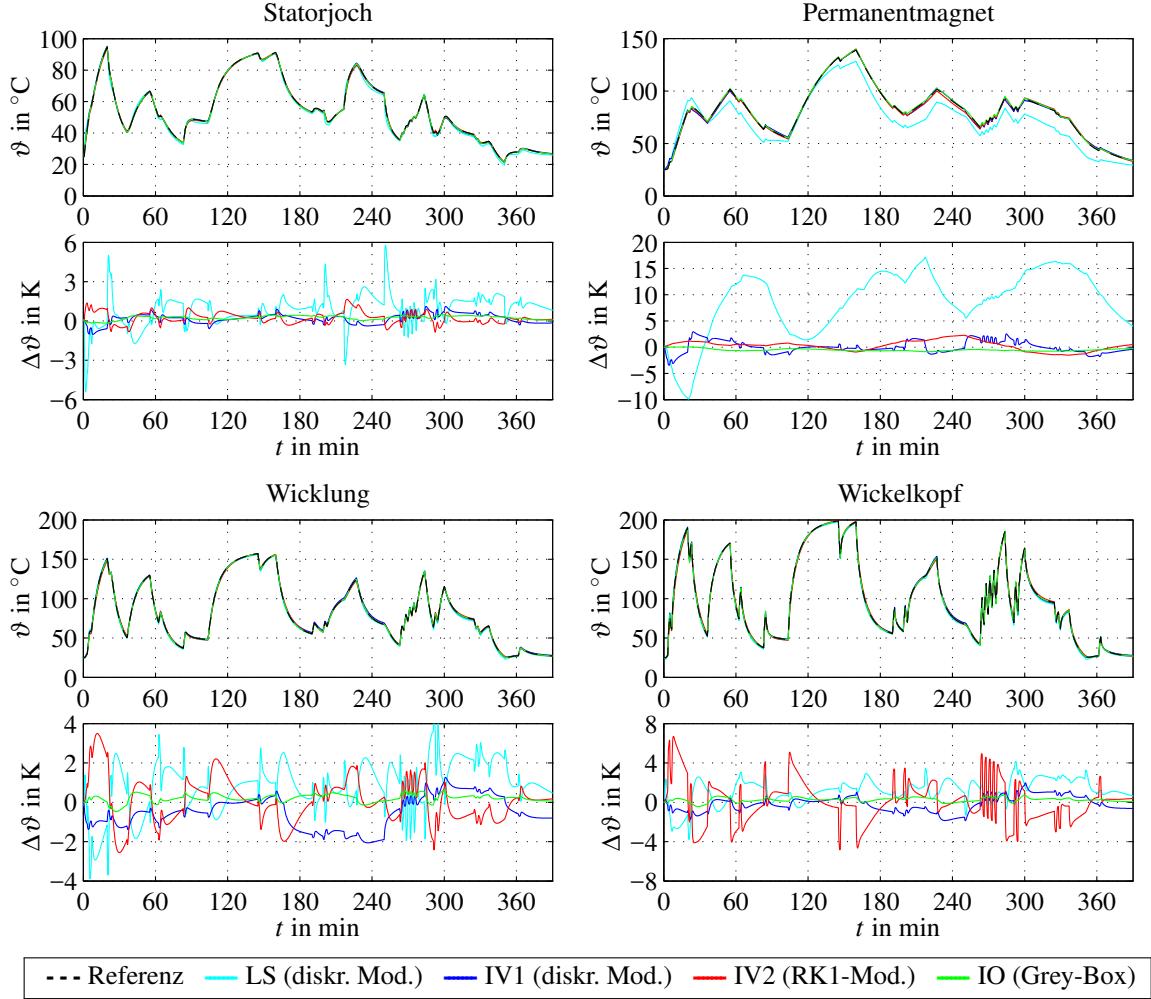


Abbildung 6.3: Vergleich der simulierten Ausgänge des Referenzmodells mit denen der geschätzten Modelle über dem Validierungsprofil gemäß Abb. 6.1b; der Übersichtlichkeit halber wurde das den Ausgängen des Referenzmodells überlagerte Messrauschen ausgeblendet.

Man kann erkennen, dass abgesehen vom zeitdiskreten LS-Modell, alle geschätzten Modelle das Ein-Ausgangsverhalten des Referenzmodells mit relativ hoher Genauigkeit approximieren. Dabei ist noch zu berücksichtigen, dass die Wahl einer von $T_a = 40$ s abweichenden Abtastzeit, je nach betrachteten Identifikationsansatz, die Schätzgüte sogar noch weiter erhöhen kann. Das gilt insbesondere für die Identifikationsansätze LS und IV2. So kann im ersten Fall eine etwas größer gewählte Abtastzeit die Rauschempfindlichkeit der Schätzung der Magnettemperatur noch etwas verbessern (Verringerung des Varianzfehlers). Das mag vor dem Hintergrund der abnehmenden Anzahl an Messwerten zunächst etwas verwundern, kann jedoch mit der insgesamt besseren Kondition des inversen Problems begründet werden. Der Biasfehler, wie er auf die inkorrekte ARX-Modellannahme der LS-Identifikation zurückzuführen ist, bleibt dagegen bestehen und begrenzt die potentielle Leistungsfähigkeit des LS-Ansatzes gegenüber den anderen Ansätzen. Im Falle

des IV2-Ansatzes wäre die Wahl einer etwas kleineren Abtastzeit vorteilhafter, um den durch die RK1-Approximation entstehenden Diskretisierungsfehler zu reduzieren. Dieser ist insbesondere für die vergleichsweise großen Abweichungen zwischen gemessener und simulierter Wicklungs- und Wickelkopftemperatur verantwortlich. Verglichen damit, fällt der Varianzfehler beim IV2-Ansatz erheblich kleiner aus. Das lässt sich beispielsweise daran ablesen, dass der auf dem exakten (zeitdiskreten) Modell beruhende IV1-Ansatz trotz zusätzlicher redundanter Modelfreiheitsgrade - Nulleinträge im zeitkontinuierlichen Referenzmodell können nicht eins-zu-eins auf das exakte zeitdiskrete Modell übertragen werden - eine höhere Modellperformanz erzielt. Insgesamt lässt sich zu den IV-Ansätzen schlussfolgern, dass sie hinsichtlich der Auflösung des Bias-Varianz Dilemmas unterschiedliche Schwerpunkte setzen. Während beim IV1-Ansatz eine biasfreie Parameteridentifikation durchgeführt wird, kann auf Varianzfehler nur über eine Erhöhung der Anzahl der Trainingsdaten Einfluss genommen werden. Beim IV2-Ansatz besteht darüber hinaus die Möglichkeit, Nulleinträge im Referenzmodell durch Weglassen der entsprechenden Regressorvariablen zu berücksichtigen (Eliminierung redundanter Freiheitsgrade) und auf diese Weise Varianzfehler zu reduzieren. Dafür muss jedoch eine vereinfachte RK1-Modellannahme in Kauf genommen werden, die je nach gewählter Abtastzeit zu einem mehr oder weniger großen Diskretisierungs- bzw. Biasfehler führt. Der nichtlineare IO-Identifikationsansatz weist bzgl. der Abbildung des Ein-Ausgangsverhaltens die höchste Modellperformanz auf. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Parameteridentifikation direkt auf Basis eines am Referenzmodell angelehnten Grey-Box-Modells durchgeführt wird. Je nachdem, wie genau Struktur und Parameter des Referenzmodells bekannt sind, kann der Varianzfehler durch Vorgabe entsprechender Randbedingungen somit praktisch beliebig reduziert werden. Gleicher gilt für den Biasfehler, sofern sichergestellt ist, dass der iterative Algorithmus in sein globales Minimum konvergiert. Das zu diesem Zweck angewendete Multi-Start Prinzip wurde bereits in Abschnitt 5.2.4 beschrieben⁴.

6.1.1 Zeitkonstanten und Modellparameter

Bisher wurden die betrachteten Identifikationsansätze lediglich bezüglich der resultierenden Modellperformanz untersucht. Gerade aus Sicht der in dieser Arbeit favorisierten *lokalen* LPV- Identifikationsmethodik, deren Leistungsfähigkeit im Wesentlichen davon abhängt, ob zwischen den lokal identifizierten Modellen sinnvoll interpoliert werden kann, ist eine genauere Betrachtung der Systemdynamik und Modellparameter zweckmäßig. Eine hohe Güte der interpolierten Modelle (und damit des gesamten LPV-Modells) kann i.A. nur dann gewährleistet werden, wenn nicht nur das lokale Ein-Ausgangsverhalten des Referenzsystems, sondern idealerweise auch seine innere Beschaffenheit (Struktur, Dynamik, Parameterwerte) möglichst exakt erfasst wird. Voraussetzung dafür ist, dass lokale Parameter im Sinne einer MMSE derart bestimmt werden, dass Bias und Varianz minimiert werden. Ein einfacher Vergleich der identifizierten Systemdynamiken lässt sich mittels

⁴Es hat sich gezeigt, dass die dem LMA basierende IO-Methodik bereits nach wenigen Initialisierungen (< 10) in sein globales Minimum konvergiert. Der Zeitaufwand für die Suche nach dem globalen Minimum lag beim verwendeten PC (CPU: Intel Core i7 mit 2,67 GHz, 6 GB Arbeitsspeicher) durchgehend bei maximal 3 Minuten, was nicht zuletzt auch der Parallelisierbarkeit von bis zu vier Optimierungen geschuldet ist.

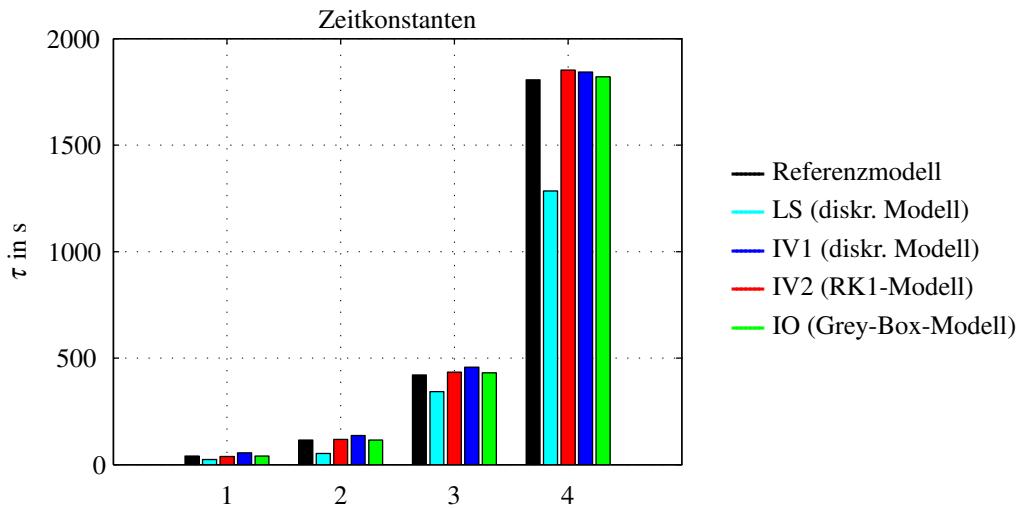


Abbildung 6.4: Vergleich der Zeitkonstanten des Referenzmodells mit den Zeitkonstanten der geschätzten Modelle

der Eigenwertanalyse durchführen. Die Eigenwerte werden dabei durch Auswertung des charakteristischen Polynoms

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (6.4)$$

bestimmt. Die (erwartungsgemäß) negativen reellwertigen Eigenwerte s_i der identifizierten Modelle lassen sich entsprechend

$$\tau_i = -\frac{1}{s_i} \quad (6.5)$$

auch als Zeitkonstanten der (modal transformierten) Modelle darstellen. In Abb. 6.4 sind die Zeitkonstanten der identifizierten Modelle denen des Referenzmodells gegenübergestellt. Mit Ausnahme des LS-Modells, stimmen die Zeitkonstanten der identifizierten Modelle sehr gut mit denen des Referenzmodells überein. Der IO-Ansatz liefert dabei erneut die besten Ergebnisse, was abschließend auch nochmal direkt anhand der Modellparameter veranschaulicht werden soll. Zu diesem Zweck werden die relativen Abweichungen zwischen den Parametern der System- und Eingangsmatrizen des Referenzmodells und denen der geschätzten Modelle gebildet:

$$\tilde{e}_a = \left| \frac{a_{ij} - \hat{a}_{ij}}{a_{ij}} \right| \cdot 100\%, \quad i = 1 \dots 4, j = 1 \dots 4 \quad (6.6a)$$

$$\tilde{e}_b = \left| \frac{b_{ik} - \hat{b}_{ik}}{b_{ik}} \right| \cdot 100\%, \quad i = 1 \dots 4, k = 1 \dots 3. \quad (6.6b)$$

Die Ergebnisse sind in Abb. 6.5 für die Systemmatrix und in Abb. 6.6 für die Eingangsmatrix dargestellt. Die relativen Parameterabweichungen bei Anwendung des IO-Ansatzes fallen erheblich kleiner aus, als bei den anderen Ansätzen. Gleiches gilt folglich auch für das parameterbezogene MSE Gütemaß (5.55). Beim IV2-Ansatz setzt die Möglichkeit der expliziten Berücksichtigung von Nulleinträgen im Referenzmodell die Annahme eines

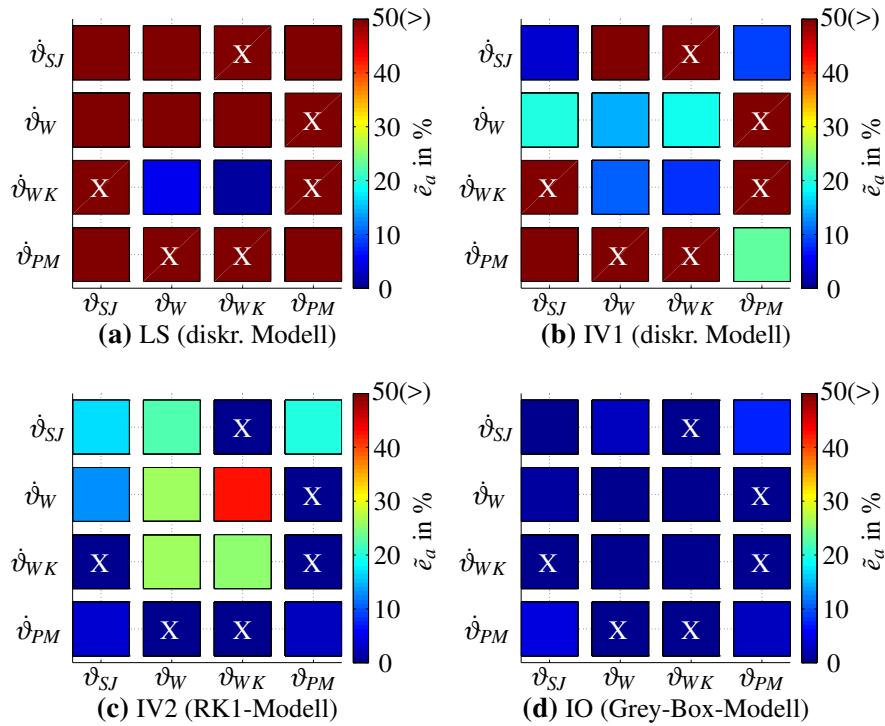


Abbildung 6.5: Relative Abweichungen der geschätzten Systemparameter von denen des Referenzmodells; Mit ‘X’ markierte Felder entsprechen Nulleinträgen im Referenzmodell. Sofern diese nicht als Randbedingung während der Identifikation vorgegeben werden können (LS, IV1), nehmen die zugehörigen relativen Fehler auch bei geringfügigen absoluten Parameterabweichungen den Wert unendlich an.

zeitkontinuierlichen RK1-Modells voraus. Je nach gewählter Abtastzeit, führt die Approximation des Referenzmodells mittels des RK1-Ansatzes zu einer mehr oder weniger biasbehafteten Parameterschätzung. Der Vorteil der reduzierten Parametervarianz läuft somit Gefahr, relativiert zu werden, was auch der Grund für das insgesamt bessere Abschneiden des IV1- gegenüber dem IV2-Ansatz ist (vgl. Abb. 6.3 bis und Abb. 6.6). Der LS-Ansatz zeigt erwartungsgemäß die größten Parameterabweichungen zum Referenzmodell. Gründe dafür sind die biasbehaftete Parameterschätzung (fehlerhafte ARX-Modellannahme) sowie die fehlende Möglichkeit über die Systemordnung hinaus a-priori Wissen vorzugeben.

6.1.2 Zwischenfazit

Auf Basis eines exemplarischen Referenz LPTN wurden die in Abschnitt 5.2.6 vorgestellten Identifikationsmethoden für LTI-Systeme hinsichtlich ihrer Eignung für lokale LPV-Identifikationsansätze untersucht. Da die Interpolation der lokalen Modelle konsistente Parametersätze voraussetzt, sollten die Identifikationsschritte einen möglichst geringen Bias sowie niedrige Parametervarianzen sicherstellen. Anhand der Simulationsergebnisse hat sich gezeigt, dass der IO-Ansatz das größte Potential besitzt, diese Forderungen im Sinne einer Minimierung des MSE zu erfüllen. Dafür muss neben sinnvollen a-priori Annahmen,

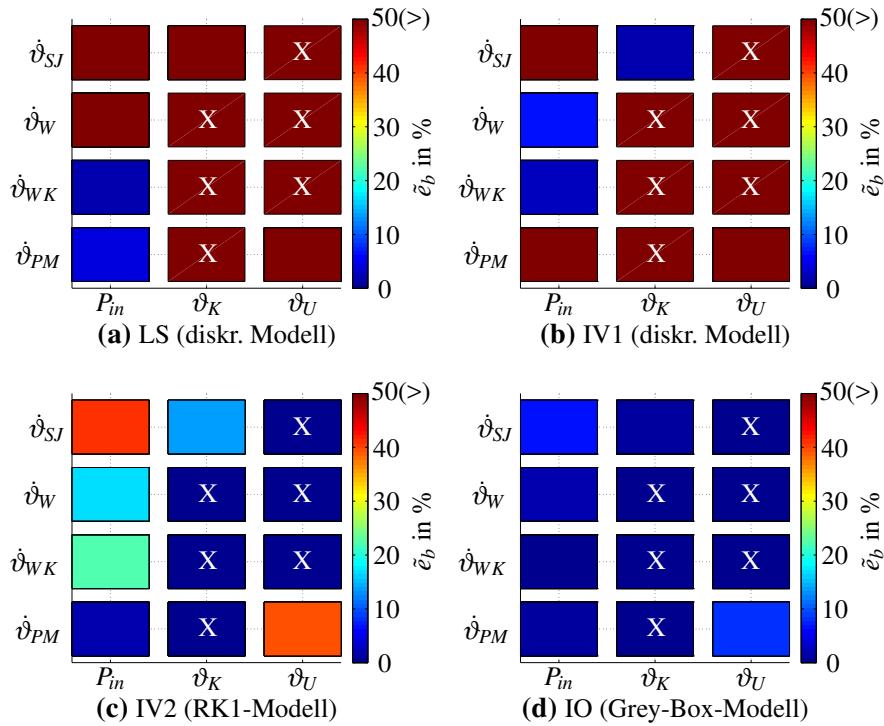


Abbildung 6.6: Relative Abweichungen der geschätzten Eingangsparameter von denen des Referenzmodells; Mit ‘X’ markierte Felder entsprechen Nulleinträgen im Referenzmodell.

die sich gerade bei realen Anwendungen auch am Abstrahierungsgrad des Modells orientieren, sichergestellt sein, dass der Algorithmus in sein globales Minimum konvergiert. Der Zeitaufwand bei Anwendung des Multi-Start-Prinzips kann auch vor dem Hintergrund der Parallelisierbarkeit von bis zu vier LMA-Optimierungen als unkritisch eingeschätzt werden. Um die Wahl der IO-Methodik für die Identifikation des thermischen LPV-Modells in Kapitel 7 zu motivieren, seien die wesentlichen Vorteile der Methodik abschließend nochmal zusammengefasst:

- Die IO-Methodik betrachtet die Parameteridentifikation als nichtlineares (beschränktes) Optimierungsproblem, welches numerisch gelöst wird. Auf diese Weise lassen sich physikalische Systemparameter direkt schätzen, auch wenn diese in nichtlinearer Weise mit den Regressoren bzw. Zustandsvariablen verknüpft sind. In Kombination mit der Möglichkeit (physikalisch-motivierte) Randbedingungen zu berücksichtigen, lassen sich wesentliche systeminhärente Eigenschaften wie z.B. Stabilität oder Positivität, unabhängig von den konkret identifizierten Parameterwerten auf das Modell übertragen.
- Durch die Möglichkeit Randbedingungen im Rahmen der Parameteridentifikation zu berücksichtigen, ist eine gezielte Eliminierung redundanter Modelfreiheitsgrade möglich, eine wichtige Voraussetzung zur optimalen Auflösung des Bias-Varianz Dilemmas. Sofern die Minimierung des MSE mit einer Verringerung der Parametervarianz einhergeht, wird die Interpolation lokal identifizierter Modelle zudem erheblich vereinfacht (vgl. Abschnitt 5.2.6).

- Für den Idealfall, dass Modell- und Systemstruktur exakt übereinstimmen, die zulässigen Parameterbereiche während der Identifikation die wahren Systemparameter enthalten und der Algorithmus darüber hinaus in sein globales Minimum konvergiert, lässt sich mittels der IO-Methodik eine erwartungstreue und effiziente Schätzung sicherstellen (vgl. MVUE in Anhang A.4).
- Für die Lösung des iterativen Optimierungsproblems steht mit dem LMA ein zuverlässiger numerischer Algorithmus zur Verfügung, der in der System Identification Toolbox von Matlab bereits implementiert sind und somit direkt angewendet werden kann.

7 Experimentelle Identifikation eines thermischen Motormodells

In Kapitel 4 wurde bereits ausführlich der Sinn und Zweck einer Temperaturerfassung in IPMSM für automobile Traktionsanwendungen thematisiert. Im Kern geht es darum, durch zuverlässige Überwachung kritischer Motortemperaturen einerseits die thermische Ausnutzung des Motors zu erhöhen und anderseits die Arbeitspunktsteuerung hinsichtlich Wirkungsgrad und Drehmomenttreue zu optimieren. Da die Temperaturüberwachung vor dem Hintergrund ihres geplanten Einsatzes in Serienfahrzeugen auf möglichst kostengünstige Weise realisiert werden soll, werden modellbasierte Ansätze präferiert. Da rein elektrische Ansätze aufgrund einer Reihe inhärenter Beschränkungen nicht als eigenständige Lösungen für die gewünschte Temperaturüberwachung in Betracht kommen, wird in dieser Arbeit die thermische Modellierung auf Basis von konzentrierten Elementen (LPTN) bevorzugt. In Abschnitt 4.2 wurden die gängigen Ansätze zur Modellierung und Parametrierung von LTPN für Elektromotoren bereits vorgestellt.

In den folgenden Unterkapiteln wird die Vorgehensweise für die Identifikation eines thermischen Motormodells unter Berücksichtigung einer Reihe gegebener technischer Randbedingungen beschrieben. Alle notwendigen Messungen wurden auf Basis eines mit zahlreichen Temperatursensoren ausgestatteten PMSM am Prüfstand des Fachgebiets Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik (LEA) der Universität Paderborn durchgeführt. Eine Übersicht zum Prüfstandaufbau ist in Anhang A.6 zu finden. Nachdem in Abschnitt 7.1 die vorliegende Arbeit unter Berücksichtigung des gegebenen Anforderungsprofils wissenschaftlich abgegrenzt wurde, wird in Abschnitt 7.2 zunächst die Wahl einer geeigneten Modellstruktur thematisiert. Anschließend wird in Abschnitt 7.3 auf die konkrete Umsetzung der Verlustmodellierung unter Annahme variierender Zwischenkreisspannungen eingegangen. Basierend auf der zuvor festgelegten Modellstruktur wird in Abschnitt 7.4 die konkrete Vorgehensweise zur Identifikation der thermischen Modellparameter erläutert. Nachdem das identifizierte Modell im Hinblick auf Stabilität und physikalische Plausibilität analysiert wurde, wird es schließlich in Abschnitt 7.5 zeitdiskretisiert und somit an die digital arbeitende Rechenhardware am Prüfstand angepasst.

7.1 Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit

Die Überwachung der Permanentmagnet- und Wickelkopftemperatur im gesamten relevanten Drehmoment-Drehzahl-Bereich des untersuchten Motors (vgl. Tab. 7.1) soll unter Berücksichtigung einer Reihe wirtschaftlich- und technisch motivierter Randbedingungen

erfolgen:

1. Die geschätzten Temperaturen liegen durchgehend innerhalb eines $|\Delta\vartheta| < 5 \text{ K}$ Bands um die gemessenen Referenztemperaturen, wobei folgende Betriebsbedingungen angenommen werden:
 - Konstanter Aussteuerungsgrad im Flussschwärbereich ($a^* > 95\%$).
 - Variierende Zwischenkreisspannung ($u_{DC} = 250 \dots 320 \text{ V}$)¹.
 - Variierende Kühlmitteltemperatur im Vorlauf ($\vartheta_K = 20 \dots 65^\circ\text{C}$) bei näherungsweise konstanter Durchflussmenge ($\sigma_{DM} \approx 7 \text{ l/min}$).
 - Variierende Umgebungstemperatur in der Prüfstandskabine (soweit realisierbar).
2. Die Eingänge des thermischen Modells werden ausschließlich auf Basis standardmäßig verfügbarer Messgrößen in der automobilen Zielhardware berechnet. Dazu gehören die Motordrehzahl, der Phasenstrom und die Zwischenkreisspannung sowie die Vorlauftemperatur des Kühlmittels und ggf. die Umgebungstemperatur im Motorraum bzw. in der Prüfstandskabine. Auf eine Modellstützung auf Basis von Temperaturmessungen im Inneren des Motors wird entsprechend verzichtet.
3. Aufgrund der knapp bemessenen Rechenleistung der Zielhardware im E-Fahrzeug, wird das thermische Motormodell in möglichst recheneffizienter Weise realisiert.

Für die Parametrierung des thermischen Modells wird ein experimenteller Identifikationsansatz gewählt. Der Ansatz deckt sich ideal mit obigem Anforderungsprofil, welches eine genaue und recheneffiziente Überwachung weniger Temperaturknoten vorsieht. Zwar ist die physikalische Interpretierbarkeit experimentell identifizierter Modelle aufgrund ihrer typischerweise niedrigen Ordnung begrenzt; da die Modelle jedoch nicht im Entwicklungsprozess des Motors Verwendung finden, ist der hohe Abstraktionsgrad als eher unkritisch einzuschätzen. Würde dagegen die thermische Optimierung des Motordesigns vor der eigentlichen Motorkonstruktion im Vordergrund stehen, wären analytische oder analytisch-experimentelle Parametrierungsansätze zu bevorzugen. Für eine Literaturübersicht und Gegenüberstellung der experimentellen und analytischen Parametrierung von LPTN für Elektromotoren sei auf Abschnitt 4.2.2 verwiesen.

Aktuelle Literaturbeiträge zu experimentell parametrierten LPTN für PMSM in automobilen Traktionsanwendungen sind in [Miu11], [KHL14], [BP14], [HPB14a] und [HPB14b] zu finden. Die in [Miu11] und [KHL14] beschriebenen Modellansätze basieren auf Motoren mit konzentrierten Wicklungsschemata. Aufgrund der vergleichsweise homogenen Temperaturverteilung innerhalb dieses Wicklungstyps wird von einer separaten Schätzung der Wickelkopftemperatur abgesehen. Während in [Miu11] auf Basis der gemessenen Wicklungs- und Kühlmitteltemperatur lediglich die Permanentmagnettemperatur geschätzt

¹Die Spannung der Traktionsbatterie in Elektrofahrzeugen bricht bei Belastung aufgrund elektrochemischer Prozesse ein. Das Verhältnis von maximaler zu minimaler Traktionsspannung kann bereits aufgrund des bei Lithium-Ionen-Akkus genutzten Zellspannungsbereichs von 2,5 V bis 4,2 V bis zu 1,7 betragen [Poh12].

Typ	IPMSM
Nennleistung	60 kW
Maximaldrehzahl	12.000 min ⁻¹
Maximaldrehmoment	210 Nm
Magnetmaterial	Neodym-Eisen-Bor (NdFeB)
Kühlkonzept	Flüssigkeitskühlung (Kühlmantel)
Kühlmittel	Wasser-Glykol Gemisch
Wicklungstyp	Verteilte Wicklung
Zielapplikation	Traktionsmotor (E-Fahrzeug)

Tabelle 7.1: Charakteristika des untersuchten Prüflingsmotors

wird, ermöglicht der Ansatz in [KHL14] darüber hinaus auch eine Schätzung der Wicklungstemperatur. Temperaturmessungen im Statorjoch sorgen in [KHL14] zudem dafür, dass der Einfluss der Kühlung auf das thermische Verhalten des Motors inhärent im Modell berücksichtigt ist. Verminderte Kühlmitteldurchflussmengen, wie sie beispielsweise durch Fehler im Kühlkreislauf (Leck, Ausfall der Kühlmittelpumpe, blockierte Kühlrippe) entstehen können, werden auf diese Weise ebenfalls erfasst. Nachteilig erweist sich dagegen, dass die Installation und der Austausch der Statorjochsensoren aufwendig und kostenintensiv ist. Aus dem Grund wird in dieser Arbeit von einem fehlerfreien Kühlkreis und konstanten Kühlmitteldurchflussmengen ausgegangen. Modellstützende Temperaturmessungen im Motorinneren sind in dem Fall nicht zwingend erforderlich (vgl. auch [HPB14a] und [HPB14b]). Ein wesentlicher Unterschied der Modellansätze in [Miu11] und [KHL14] besteht darin, dass die Temperaturschätzung in [Miu11] auf einem statio-nären, in [KHL14] dagegen auf einem transienten Modell basiert. So wird in [Miu11] implizit angenommen, dass die Zeitkonstante der Magnettemperatur des untersuchten 80 kW PMSM in guter Näherung der Zeitkonstante der Wicklungstemperatur folgt. Ein möglicher Grund für diese Annahme kann zum einen in einer geringeren Wärmekapazität des verwendeten Rotors vermutet werden. Außerdem wird in [Miu11] das Kühlmedium (Öl) direkt in den Luftspalt des Motors eingebracht. Bezuglich der thermischen Kopplung von Rotor und Stator stellt dies einen erheblichen Unterschied zur Kühlung über einen außen liegenden Kühlmantel dar (vgl. [KHL14], [BP14], [HPB14b]). So sorgt die in [Miu11] eingesetzte Art der Kühlung zum einen dafür, dass der Rotor direkt Wärme an das Kühlmedium abgeben kann, zum anderen weist die Wärmeübertragung über den Luftspalt in diesem Fall eine geringere Abhängigkeit von der Drehzahl auf. Da in [Miu11] keine transienten Validierungsergebnisse vorgestellt wurden, ist eine quantitative Einschätzung der zu erwartenden Temperaturschätzfehler nicht möglich. In [KHL14] wurden dagegen für den untersuchten 12 kW IPMSM und Drehzahlen $n < 5.000 \text{ min}^{-1}$ sehr gute Schätzergebnisse $|\Delta\vartheta| < 5 \text{ K}$ für die Wicklungs- als auch die Magnettemperatur erzielt. Die Robustheit der Temperaturschätzung gegenüber variierenden Kühlbedingungen wurde jedoch nicht weiter untersucht.

Ansätze zu experimentell parametrierten LPTN für PMSM mit verteilten Wicklungssche-mata sind in [BP14], [HPB14a] und [HPB14b] zu finden. In [BP14] wird für einen 17 kW

PMSM ein transientes 3-Knoten Modell zur Schätzung der Wickelkopf- und Magnettemperatur identifiziert. Da der Motor mit rein sinusförmigen Spannungen betrieben wird, treten keine PWM-bedingten Wirbelstromverluste in den Magneten auf. Da letztere bei Motoren mit verteilten Wicklungsschemata typischerweise den dominierenden Anteil an den ohnehin vergleichsweise kleinen Magnetverlusten ausmachen (vgl. [YFS09]), können Magnetverluste in [BP14] folglich komplett vernachlässigt werden. Die Schätzung der noch unbekannten Verlustkoeffizienten und thermischen Parameter wird auf Basis einfacher Kurzschluss- und Leerlauftests durchgeführt. Inwieweit das identifizierte Modell eine zufriedenstellende Schätzung der Wickelkopf- und Magnettemperatur sicherstellt, kann anhand der dargestellten Validierungsergebnisse jedoch nur bedingt beurteilt werden. Das liegt zum einen daran, dass die Validierung lediglich bei einer konstanten und sehr niedrigen Motordrehzahl (10 % der Nenndrehzahl) durchgeführt wurde. Zum anderen wurden die Kühlmittel- und Umgebungstemperatur im Rahmen der Validierung konstant gehalten. Da außerdem keine messtechnische Erfassung der Magnettemperatur vorgenommen wurde, ist keine verlässliche Aussage zur Güte der Magnettemperaturschätzung möglich.

Die in den folgenden Abschnitten vorgestellte Modellidentifikation unterscheidet sich von anderen vergleichbaren Literaturbeiträgen hinsichtlich der spezifischen Charakteristika des untersuchten Motors bzw. Antriebs (verteiltes Wicklungsschema, weiter Drehzahlbereich, Umrichterbetrieb, Kühlkonzept) sowie der konkreten Randbedingungen des eingangs formulierten Anforderungsprofils (variierende Kühlmitteltemperatur und Zwischenkreisspannung, Verzicht auf modellstützende Temperaturmessungen im Motorinneren, etc.). Die spezielle Kombination aus beidem macht die Entwicklung einer dedizierten Identifikationsmethodik (Wahl der Modellstruktur, Parameteridentifikation) erforderlich, die in dieser Form in der Literatur nicht vorhanden ist.

7.2 Wahl der Modellstruktur

Die Wahl einer geeigneten Modellstruktur stellt im Rahmen der Systemidentifikationen einen Zielkonflikt dar, der als Bias-Varianz Dilemma bereits in Abschnitt 5.2.5 beschrieben wurde. Die Auflösung des Bias-Varianz Dilemmas ist an die Bedingung geknüpft, dass die angesetzten Modelfreiheitsgrade gerade so ausreichend sind, um die Systemdynamik mit der geforderten Genauigkeit abzubilden. Unnötige Redundanz, welche im Rahmen der Parameteridentifikation die Gefahr einer Überanpassung des Modells an die Trainingsdaten erhöht, soll in dem Zusammenhang verhindert werden. Nicht zuletzt auch aufgrund der Forderung nach einem möglichst recheneffizienten Modell bietet es sich an, die Parameteridentifikation zunächst auf Basis einfacher Modellstrukturen mit einer vergleichsweise geringen Anzahl an Freiheitsgraden durchzuführen. Sofern sich im Rahmen des Modellabgleichs abzeichnet, dass die angenommene Modellkomplexität unzureichend ist, um die Systemdynamik hinreichend genau zu beschreiben, können schrittweise zusätzliche Modelfreiheitsgrade hinzugefügt werden. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis schließlich ein Modell vorliegt, mit dem sich die gewünschten Genauigkeiten einhalten werden (vgl. auch Abb. 5.1).

7.2.1 Das 2-Knoten-Modell

Ziel dieser Arbeit besteht darin, die Temperaturen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten an zwei ausgewählten Messpunkten möglichst genau zu schätzen. Ein sehr einfacher Modellansatz, bei dem zwischen Wickelkopf- und Magnettemperatur ein direkter Wärmepfad existiert, ist in Abb. 7.1 dargestellt.

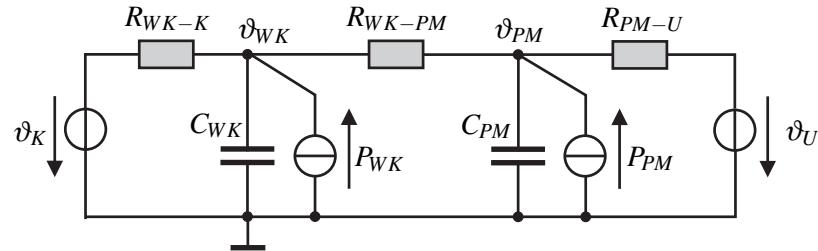


Abbildung 7.1: Thermisches 2-Knoten Modell mit Temperaturknoten im Wickelkopf (WK) und Permanentmagnet (PM)

Die Zustandsgleichungen des LPTN lauten wie folgt:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vartheta_{WK} \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix}}_{\dot{\vartheta}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{WK}} \left(\frac{1}{R_{WK-PM}} + \frac{1}{R_{WK-K}} \right) & \frac{1}{C_{WK}} \frac{1}{R_{WK-PM}} \\ \frac{1}{C_{PM}} \frac{1}{R_{WK-PM}} & -\frac{1}{C_{PM}} \left(\frac{1}{R_{WK-PM}} + \frac{1}{R_{PM-U}} \right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \vartheta_{WK} \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix}}_{\underline{\vartheta}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C_{WK}} \gamma_{11} & \frac{1}{C_{WK}} \gamma_{12} & \frac{1}{C_{WK}} \frac{1}{R_{W-KE}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{PM}} \gamma_{22} & 0 & \frac{1}{C_{PM}} \frac{1}{R_{PM-U}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} P_{v,Cu} \\ P_{v,rest} \\ \vartheta_K \\ \vartheta_U \end{bmatrix}}_u. \quad (7.1)$$

Der Temperaturknoten ϑ_{WK} ist über den Widerstand R_{WK-PM} mit dem Temperaturknoten ϑ_{PM} , sowie über den Widerstand R_{WK-K} mit der Vorlauftemperatur des Kühlmittels ϑ_K verbunden. Darüber hinaus besteht über den Wärmewiderstand R_{PM-U} eine Verbindung zwischen ϑ_{PM} und der Umgebungstemperatur ϑ_U in der Prüfstandskabine. Grundsätzlich gilt für alle verwendeten thermischen Widerstände in Abb. 7.1, dass die darüber beschriebenen Wärmeübergänge einen Wärmeleitungs- und Wärmekonvektionsanteil besitzen. Letzterer ist dafür verantwortlich, dass R_{WK-PM} und R_{PM-U} eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Motordrehzahl (Luftverwirbelungen im Luftspalt und im Motorinneren), im Falle von R_{WK-K} dagegen von der Durchflussmenge des Kühlmediums (σ_{DM}) besitzen. Da σ_{DM} während der Motorbetriebs als konstant angenommen werden darf (vgl. Anforderungsprofil in Abschnitt 7.1), muss der Einfluss auf R_{WK-K} nicht explizit identifiziert bzw. modelliert werden.

Die Verlusteinträge ins Modell (7.1), werden in Anlehnung an Abschnitt 4.2.4 durch die temperaturabhängigen Kupferverluste $P_{v,Cu}$ und die als temperaturunabhängig angenommenen Restverluste $P_{v,rest}$ repräsentiert. Die Kupferverluste werden vollständig im Tempe-

raturknoten ϑ_{WK} umgesetzt und tragen somit lediglich indirekt zur Erwärmung des Temperaturknotens ϑ_{PM} bei. Die Restverluste, die im Wesentlichen den Eisenverlusten entsprechen, werden dagegen direkt in den Temperaturknoten ϑ_{WK} und ϑ_{PM} dissipiert. Die Koeffizienten γ_{11} , γ_{12} und γ_{22} dienen dem Zweck der Umrechnung der Verlustkomponenten im Eingangsvektor in die Knotenverluste. Da die lokale Verteilung der Restverluste im Motor als abhängig vom aktuell angefahrenen Drehzahl-Strombetrag-Arbeitspunkt $(n, |i|)$ angenommen werden kann, - die in [YA09] durchgeführten Untersuchungen zu den in IPMSM auftretenden Eisenverlusten legen diese Vermutung nahe - sollten für die Koeffizienten γ_{12} und γ_{22} entsprechende Kennfelder $\gamma_{12}(n, |i|)$ bzw. $\gamma_{22}(n, |i|)$ identifiziert werden. Die zusätzlichen Freiheitsgrade ermöglichen es außerdem, Modellierungsfehler, wie sie auf die hohe Modellabstrahierung zurückzuführen sind, im Rahmen des Modellabgleichs in gewissem Rahmen zu kompensieren. Für weitere Details sei auf Abschnitt 7.2.3 verwiesen.

Identifikation der LTI-Modellparameter

Das Ziel dieses Kapitels besteht zunächst darin zu prüfen, ob die minimale Ordnung des 2-Knoten-Modells (7.1) genügend Freiheitsgrade bietet, um das Verhalten des thermischen Systems mit hinreichender Genauigkeit abzubilden. Für das betrachtete LPV-Modell geht damit notwendiger Weise die Forderung einher, dass jedes lokale LTI-Untermodell unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen an die Parameteridentifikation noch genügend Flexibilität besitzen muss, um zu große Biasfehler zu verhindern. Wie bereits in Abschnitt 5.2.5 beschrieben, können Untermodellierungen bereits im Rahmen des Modellabgleichs anhand der Fittingergebnisse erkannt werden.

Im Folgenden werden die Parameter des 2-Knoten-Modells auf Basis eines lokalen Experiments identifiziert. Das verwendete Anregungsprofil (normiert auf die Gesamtverluste P_{norm}) ist in Abb. 7.2 dargestellt. Von großer Bedeutung ist dabei insbesondere die Wahl der Motordrehzahl n , welche aus Sicht der LPV-Theorie einen Scheduling Parameter im thermischen Modell darstellt. Da eine Änderung der Motordrehzahl aufgrund von Wärmekonvektionsvorgängen Einfluss auf die Widerstände R_{WK-PM} und R_{PM-U} und somit auf die thermische Systemdynamik nimmt, muss n während des lokalen Experiments konstant gehalten werden. Durch die Wahl einer sehr niedrigen Drehzahl können zudem die frequenzabhängigen Restverluste (Reibungsverluste, Eisenverluste) minimiert und gegenüber den Kupferverlusten vernachlässigt werden. Die Forderung nach konstanten Scheduling Parametern im Rahmen lokaler Experimente ist bezüglich der Verlustkoeffizienten $\gamma_{12}(|i|, n)$ und $\gamma_{22}(|i|, n)$ in diesem Fall bedeutungslos.

Die Identifikation der lokalen (LTI) Parameter wird mittels der IO-Methodik durchgeführt. Das der Parameteridentifikation zugrunde liegende Grey-Box-Modell umfasst dabei die um die $P_{v,rest}$ reduzierte Modellstruktur (7.1) sowie zulässige Wertebereiche für die Modellparameter. Letztere wurden aufgrund des hohen Abstrahierungsgrades des Modells von der Realität relativ konservativ gewählt und erstrecken sich je nach betrachtetem Parameter über 3 – 4 Größenordnungen. Die Fittingergebnisse des Modellabgleichs sind in Abb. 7.3 dargestellt. Je nach (zufällig) gewählter Initialisierung bzw. Startparametrierung,

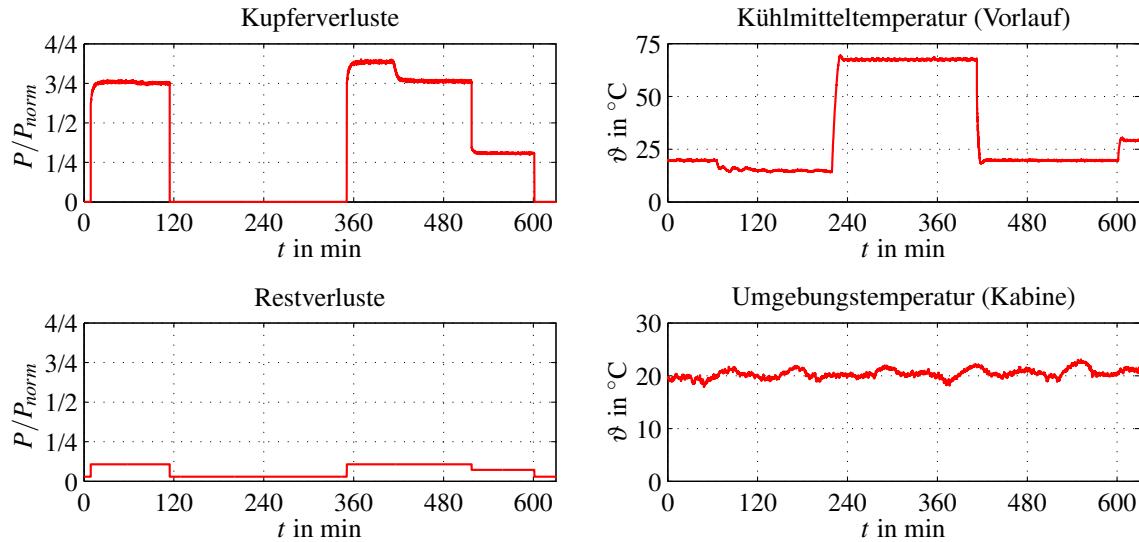


Abbildung 7.2: Verwendetes Anregungsprofil zur Identifikation des thermischen 2-Knoten Modells (7.1). Die Motordrehzahl wurde während des gesamten Profils bei $n = 100 \text{ min}^{-1}$ gehalten.

konvergiert der LMA (in den meisten Fällen) in eines von zwei auf sehr ähnlichem Niveau liegende Minima. Die zugehörigen Parametersätze unterscheiden sich jedoch signifikant voneinander (vgl. Anhang A.7) und führen daher auch zu recht unterschiedlichen Temperaturverläufen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten. Während beim ersten identifizierten Parametersatz in Abb. 7.3a die Wickelkopftemperatur sehr genau, dafür aber zu Lasten der Magnettemperatur geschätzt wird, verhält es sich beim zweiten Parametersatz in Abb. 7.3b genau umgekehrt. Selbst bei vergrößertem Suchraum und unterschiedlichster Startparametrierungen, konnte kein Parametersatz für das 2-Knoten Modell identifiziert werden, mit dem sich sowohl der Verlauf der Wickelkopf- als auch der Magnettemperatur hinreichend genau approximieren lässt. Offenbar ist die thermische Kopplung zwischen den beiden ausgewählten Referenzknoten im Wickelkopf und in den Permanentmagneten zu schwach, um die thermisch-physikalischen Wirkzusammenhänge mittels des gewählten 2-Knoten Ansatzes korrekt zu beschreiben.

Man kann festhalten, dass die Vorgabe physikalisch motivierter Randbedingungen (Grey-Box-Modell) hilfreich sein kann, um bereits während der frühen Identifikationsphase und nicht erst im Rahmen der Validierung ungünstig gewählte Modellknotenkombinationen und Wärmepfade zu erkennen. Darüber hinaus kann man bei genauerer Betrachtung von Abb. 7.3b eine weitere interessante Beobachtung machen. So liefert der inkorrekt geschätzte Verlauf der Wickelkopftemperatur einen wertvollen Hinweis darauf, wie der Temperaturverlauf des zweiten Modellknotens im Idealfall aussehen sollte, um unter Einhaltung der gegebenen Randbedingungen eine genaue Magnettemperaturschätzung sicherzustellen. Vergleicht man den geschätzten Verlauf der Wickelkopftemperatur mit dem gemessenen Temperaturverlauf der Wicklung (im Bereich der Nutung), so stellt man eine überraschend gute Übereinstimmung fest. Obwohl man den genauen Abweichungen nicht allzu viel Bedeutung beimesse kann, erscheint es an dieser Stelle dennoch sinnvoll, den Temperaturknoten im Wickelkopf durch einen entlang des radialen Wärmepfads des Motors

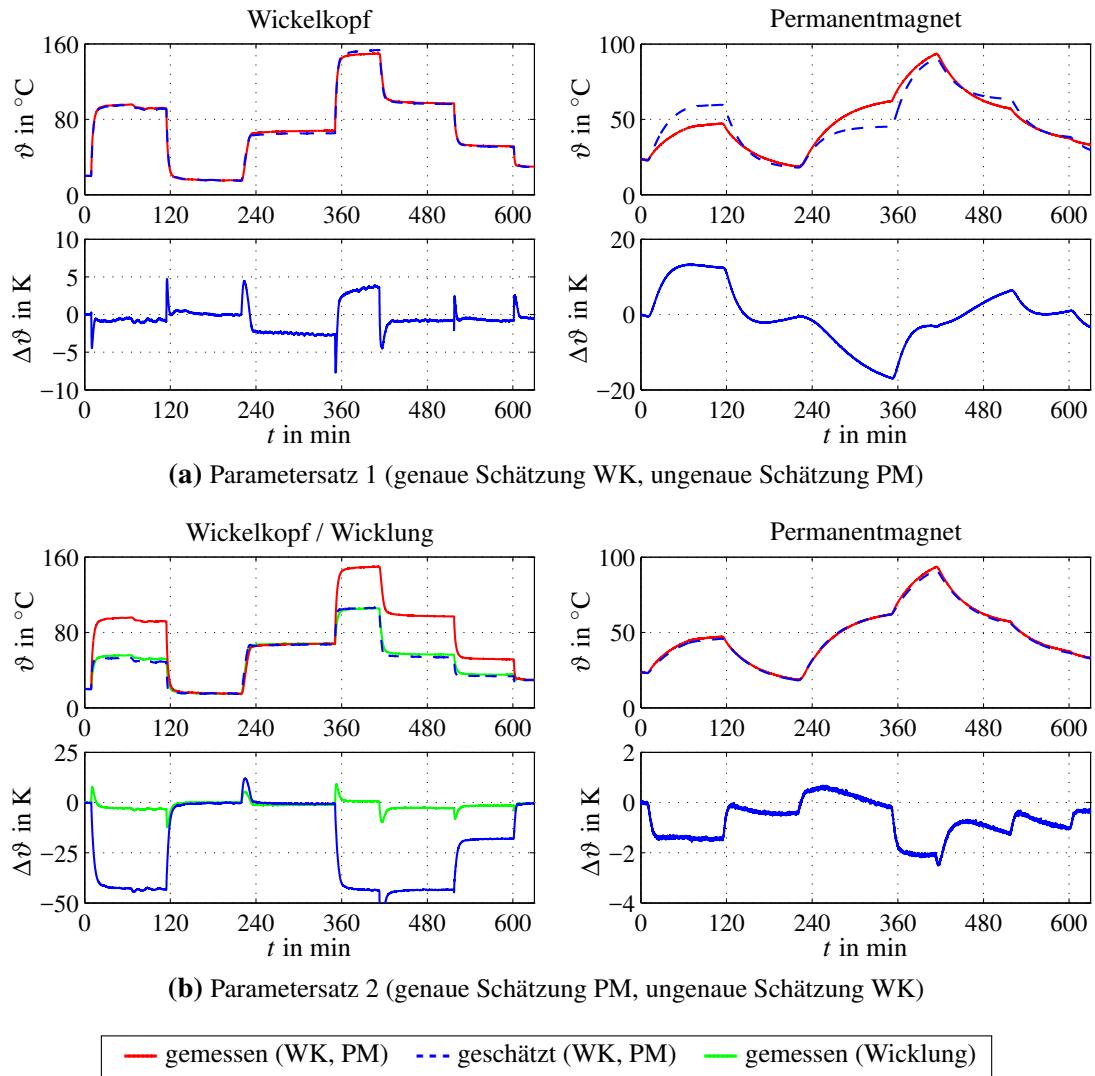


Abbildung 7.3: Vergleich der gemessenen und geschätzten Temperaturverläufe über dem Anregungsprofil in Abb. 7.2.

zentraler positionierten Knoten in der Wicklung bzw. im Stator zu ersetzen bzw. zu ergänzen.

Der Vollständigkeit halber sei noch darauf hingewiesen, dass im Falle eines untermodellierten thermischen Systems i.A. nicht davon ausgegangen werden kann, dass auch nur einer der gewünschten Temperaturverläufe mit zufriedenstellender Genauigkeit geschätzt wird. Es erweist sich dann entsprechend schwieriger, anhand der geschätzten Temperaturverläufe Rückschlüsse auf potentiell geeignete Knotenkombinationen zu ziehen. Durch die Möglichkeit der Priorisierung einzelner Temperaturknoten während der Identifikation kann jedoch in einem gewissen Rahmen Abhilfe geschaffen werden. Dafür wird als Alternative zu (5.44) die Spur der gewichteten Fehlermatrix

$$J(\underline{\theta}) = \text{spur}(\mathbf{Z}\mathbf{E}(\underline{\theta})) \quad (7.2)$$

als zu minimierende Gütefunktion angesetzt [Lju11]. Über die Gewichtungsfaktoren der Diagonalmatrix Z wird die Priorisierung der Temperaturknoten vorgenommen. Ein schwach priorisierte Temperaturknoten stellt dem Optimierungsalgorithmus zusätzliche Freiheitsgrade zur Verfügung, mit denen die möglichst genaue Nachbildung der höher priorisierten Knoten realisiert werden soll. Gelingt dies, können aus dem geschätzten Temperaturverlauf des niedriger priorisierten Knotens wiederum Rückschlüsse gezogen werden, durch welchen Temperaturknoten dieser ggf. ersetzt werden sollte.

7.2.2 Das erweiterte 2-Knoten-Modell

Die in Abschnitt 7.2.1 dargestellten Identifikationsergebnisse belegen die mangelnde Eignung des 2-Knoten Ansatzes (7.1) das thermische Verhalten des Motors im Wickelkopf und in den Permanentmagneten mit zufriedenstellender Genauigkeit abzubilden. Die hohen Abweichungen zwischen gemessenen und geschätzten Temperaturverläufen deuten in dem Zusammenhang auf eine signifikante Untermodellierung hin. Es wird daher empfohlen, den Temperaturknoten im Wickelkopf durch einen Knoten in der thermisch besser an die Permanentmagneten angebundenen Wicklung zu ersetzen. An dieser Stelle drängt sich nun die Frage auf, in welcher Weise dann die Schätzung der Wickelkopftemperatur realisiert werden soll. In [HPB14b] wurden dazu zwei potentielle Modellansätze untersucht und miteinander verglichen.

Der erste Ansatz basiert auf der Annahme, dass die Änderung der Wicklungs- und Wickelkopftemperatur in erster Näherung mit derselben Zeitkonstante erfolgt. Diese Annahme kann anhand einfacher thermischer Aufheiz- und Abkühlvorgänge für den betrachteten Motor bestätigt werden (vgl. auch Abb. 7.3b). Die Idee besteht nun darin, zunächst die Wicklungs- und die Magnettemperatur über ein entsprechend identifiziertes 2-Knoten-Modell der Form (7.1) zu schätzen, um im Anschluss daran die geschätzte Wicklungstemperatur über ein vom Arbeitspunkt abhängiges Kennfeld in die Wickelkopftemperatur umzurechnen. Das Kennfeld kann komplett unabhängig von der Identifikation des (transienten) 2-Knoten-Modells auf Basis von Messungen im thermischen Gleichgewichtszustand der Maschine über die Berechnungsvorschrift

$$V(|i|, n)|_{\dot{\vartheta}=0} = \frac{\vartheta_{WK} - \vartheta_{ref}}{\vartheta_W - \vartheta_{ref}} \quad (7.3)$$

ermittelt werden (s. Abb. 7.4) und stellt somit eine Art stationäre Modellerweiterung dar. Die Referenztemperatur ϑ_{ref} wird als gewichteter Mittelwert aus Umgebungs- und Kühlmitteltemperatur gebildet und sorgt in (7.3) dafür, dass die Kennfeldeinträge im Grunde Temperaturhubkoeffizienten entsprechen. Zwar wurde die grundsätzliche Tauglichkeit des erweiterten 2-Knoten-Modellansatzes für den betrachteten Motor anhand von Prüfstandsergebnissen in [HPB14b] bereits belegt, die zu erwartenden Schätzfehler bei der Wickelkopftemperatur fallen mit $|\Delta\vartheta| < 8\text{ K}$ jedoch vergleichsweise hoch aus und liegen außerhalb des anvisierten Zielbereichs von $|\Delta\vartheta| < 5\text{ K}$ (vgl. Abschnitt 7.1). Dafür sind im Wesentlichen folgende Faktoren verantwortlich:

1. Da das Kennfeld in Abb. 7.4 lediglich für eine konstante Umgebungs- und Kühl-

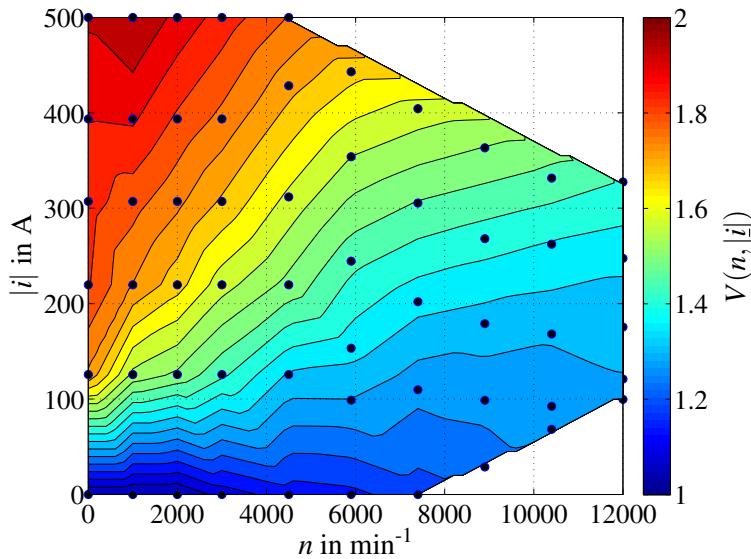


Abbildung 7.4: Temperaturhubkoeffizient zwischen Wicklung und Wickelkopf im thermischen Gleichgewicht für unterschiedliche Arbeitspunkte und bei konstanter Umgebungs- und Kühlmitteltemperatur ($\vartheta_{ref} = \vartheta_K = \vartheta_U = 20^\circ\text{C}$).

mitteltemperatur von jeweils 20°C Gültigkeit besitzt, sind bei abweichenden Temperaturen entsprechende Ad-Hoc Maßnahmen erforderlich. Diese liefern je nach Testszenario teils suboptimale Ergebnisse.

2. Die Umrechnung über ein statisches Kennfeld setzt voraus, dass die Änderung der Wicklungs- und Wickelkopftemperatur mit idealerweise derselben Zeitkonstante erfolgt. Da diese Annahme, nicht zuletzt auch aufgrund des drehzahlabhängigen thermischen Widerstandes über den Luftspalt in Realität höchstens näherungsweise zu treffend sein kann (vgl. auch Tab. 7.7), verschlechtert sich entsprechend die Güte der Temperaturschätzung im Wickelkopf.
3. Die Wickelkopftemperatur wird direkt aus der geschätzten Wicklungstemperatur über die im Kennfeld Abb. 7.4 hinterlegten Verstärkungsfaktoren berechnet. Schätzfehler bei der Wicklungstemperatur wirken sich damit in ebenso verstärkter Form auf die Schätzung der Wickelkopftemperatur aus.

Aufgrund der beschriebenen Nachteile der kennfeldbasierten Umrechnung zwischen Wicklung und Wickelkopftemperatur, wird auf den erweiterten 2-Knoten Ansatz nicht weiter eingegangen. Stattdessen wird mit dem 3-Knoten-Ansatz in Abschnitt 7.2.3 der zweite und vielversprechendere Modellansatz in [HPB14b] und [HPB14a] vorgestellt. Alle folgenden Untersuchungen in dieser Arbeit basieren auf dem 3-Knoten-Ansatz.

7.2.3 Das 3-Knoten-Modell

Beim erweiterten 2-Knoten-Ansatz wird auf eine explizite axiale Modelldiskretisierung zur Beschreibung des Wärmeaustauschs zwischen Wicklung und Wickelkopf zu Gun-

ten einer stärker empirisch-motivierten stationären Modellerweiterung verzichtet. Die beschriebenen Nachteile in Abschnitt 7.2.2 motivieren jedoch eine ganzheitlichere Erfassung der Wärmeaustauschvorgänge zwischen Wicklung, Wickelkopf und den Permanentmagneten. Eine kohärentere Alternative zum erweiterten 2-Knoten-Modell stellt in dem Zusammenhang ein 3-Knoten-Ansatz entsprechend dem thermischen Ersatzschaltbild in Abb. 7.5 dar.

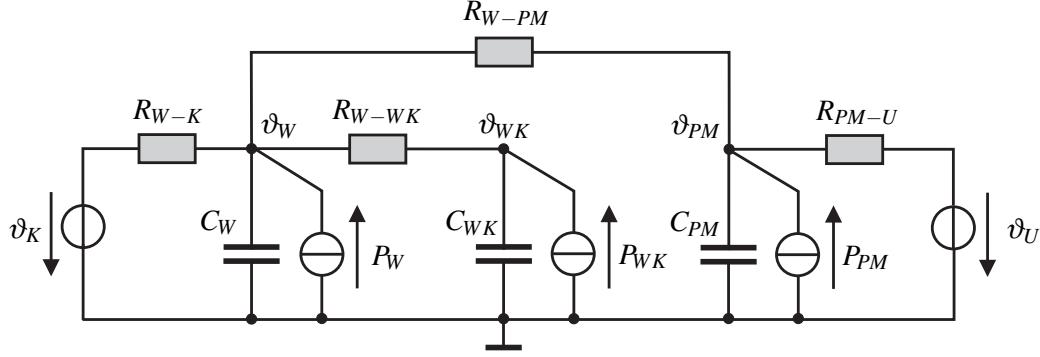


Abbildung 7.5: Thermisches 3-Knoten-Modell mit Temperaturknoten in W, WK und PM

In Zustandsraumdarstellung lässt sich das LPTN folgendermaßen ausdrücken,

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vartheta_{WK} \\ \vartheta_W \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix}}_{\dot{\vartheta}} = \mathbf{A} \underbrace{\begin{bmatrix} \vartheta_{WK} \\ \vartheta_W \\ \vartheta_{PM} \end{bmatrix}}_{\underline{\vartheta}} + \mathbf{B} \underbrace{\begin{bmatrix} P_{v,Cu,WK} \\ P_{v,Cu,W} \\ P_{v,rest} \\ \vartheta_K \\ \vartheta_U \end{bmatrix}}_{\underline{u}}, \quad (7.4a)$$

wobei für die System- und Eingangsmatrix gilt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{WK}} \left(\frac{1}{R_{W-WK}} \right) & \frac{1}{C_{WK}} \frac{1}{R_{W-WK}} & 0 \\ \frac{1}{C_W} \frac{1}{R_{W-WK}} & -\frac{1}{C_W} \left(\frac{1}{R_{W-PM}} + \frac{1}{R_{W-WK}} + \frac{1}{R_{W-K}} \right) & \frac{1}{C_W} \frac{1}{R_{W-PM}} \\ 0 & \frac{1}{C_{PM}} \frac{1}{R_{W-PM}} & -\frac{1}{C_{PM}} \left(\frac{1}{R_{W-PM}} + \frac{1}{R_{PM-U}} \right) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{WK}} \gamma_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_W} \gamma_{22} & \frac{1}{C_W} \gamma_{23} & \frac{1}{C_W} \frac{1}{R_{W-K}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{PM}} \gamma_{33} & 0 & \frac{1}{C_{PM}} \frac{1}{R_{PM-U}} \end{bmatrix}. \quad (7.4b)$$

Die Temperaturknoten in Wicklung, Wickelkopf und den Permanentmagneten werden durch die Zustände ϑ_W , ϑ_{WK} und ϑ_{PM} repräsentiert. Der Temperaturknoten ϑ_W ist über den Widerstand R_{W-PM} mit dem Temperaturknoten ϑ_{PM} sowie über den Widerstand R_{W-K} mit der Kühlmitteleintrittstemperatur ϑ_K verbunden. Da die Durchflussmenge des Kühlmittels (σ_{DM}) näherungsweise konstant gehalten wird, wird auch R_{W-K} in erster Näherung als konstant angenommen. Für den thermischen Widerstand R_{W-PM} wird eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Motordrehzahl angenommen, welche auf Wärmekonvektionsvor-

gänge über den Luftspalt der Maschine zurückzuführen ist (vgl. [KHL14], [HPB14a]). Der Temperaturknoten ϑ_{PM} ist zudem noch über den Wärmewiderstand R_{PM-U} mit der Umgebungstemperatur ϑ_U in der Prüfstandskabine verbunden. Da bei höheren Motordrehzahlen aufgrund von Luftverwirbelungen im Bereich der Rotorwelle eine begünstigte thermische Kopplung des Motors mit der Kabinenluft zu erwarten ist, ist es zweckmäßig auch R_{PM-U} als drehzahlabhängig anzunehmen.

Die auf analytischem Wege bestimmten Kupferverluste $P_{v,Cu,W}$ und $P_{v,Cu,WK}$ werden vollständig in den Temperaturknoten ϑ_W und ϑ_{WK} umgesetzt und tragen lediglich indirekt zur Erwärmung des Temperaturknotens ϑ_{PM} bei. Die Restverluste $P_{v,rest}$ werden dagegen direkt in den Temperaturknoten ϑ_W und ϑ_{PM} dissipiert. Über die ebenfalls zu identifizierenden Verlustkoeffizienten γ_{ij} werden die Verlustkomponenten im Eingangsvektor in die Knotenverluste umgerechnet. Dabei geht es neben physikalisch motivierten Überlegungen, die u.A. eine arbeitspunktabhängige Eisenverlustverteilung im Motor nahelegen (vgl. [YA09]) auch darum, Modellierungsfehler im Rahmen des Modellabgleichs zu kompensieren. Letztere sind im Wesentlichen auf folgende Ursachen zurückzuführen:

- Starke Abstrahierung von den komplexen physikalisch-thermischen Zusammenhängen (Vernachlässigung zahlreicher Wärmepfade, Konzentration eigentlich verteilter Verlusteinträge in einer einzigen Verlustquelle, etc.).
- Fehler bei der Modellierung der Kupferverluste: Stromverdrängungseffekte sowie ohmsche Verlustanteile aufgrund von pulsfrequenten Stromharmonischen (PWM Betrieb) werden vernachlässigt; Temperaturabhängigkeit der Kupferverluste wird mittels einen stark abstrahierten 2-Knoten-Ansatz modelliert.
- Fehler bei der Berechnung der Kupferverluste werden über (4.27) auch auf die Restverluste übertragen. Hinzu kommen Messfehler bei der verlusttechnischen Vermessung des Motors.

Inwieweit Modellierungsfehler kompensiert werden können, hängt im Wesentlichen davon ab, ob zu diesem Zweck geeignete Modelfreiheitsgrade zur Verfügung stehen. Da angenommen werden darf, dass alle obigen Modellierungsfehler im relevanten Arbeitsbereich in ihrer Ausprägung variieren, ist es naheliegend, auch einzelne Verlustkoeffizienten als arbeitspunktabhängig ($n, |i|$) anzunehmen. Die konkrete Auswahl der arbeitspunktabhängigen Verlustkoeffizienten und der daraus resultierenden Modelfreiheitsgrade sollte dabei stets im Sinne einer Minimierung des MSE erfolgen (vgl. Bias-Varianz Dilemma in Abschnitt 5.2.5). So sollten zwar genügend Freiheitsgrade zur Abbildung systematischer Modellierungsfehler vorgehalten werden, gleichzeitig ist jedoch darauf zu achten, dass unnötige Redundanz (Varianzfehler) soweit wie möglich vermieden wird. Im Rahmen dieser Arbeit hat es sich als vorteilhaft erwiesen, die Koeffizienten γ_{11} und γ_{33} als arbeitspunktabhängig anzunehmen. Dadurch lassen sich einerseits Fehler bei der Modellierung der Kupferverluste (γ_{11}) sowie der Restverluste (γ_{33}) kompensieren. Andererseits kann über γ_{33} der arbeitspunktabhängigen lokalen Verteilung der Eisen- bzw. Restverluste im Motor in angemessenem Maße Rechnung getragen werden [YA09]. Die Abhängigkeiten der Parameter des 3-Knoten Modells von den Scheduling Variablen sind in Tab. 7.2 nochmal zusammengefasst.

Modellparameter	Scheduling Variablen
γ_{11}	$ i , n$
γ_{33}	$ i , n$
R_{W-PM}	n
R_{PM-U}	n
R_{W-K}	σ_{DM}

Tabelle 7.2: Abhängigkeiten der Parameter des 3-Knoten Modells von den Scheduling Variablen

Identifikation der LTI-Modellparameter

Analog zur Identifikation des 2-Knoten-Modells (7.1), wird auch das 3-Knoten Modell (7.4) auf Basis des Anregungsprofils in Abb. 7.2 identifiziert. Bedingt durch die konstante und sehr niedrig gehaltene Motordrehzahl von $n = 100 \text{ min}^{-1}$, werden arbeitspunktabhängige thermische Einflüsse auf das Systemverhalten weitestgehend unterdrückt, weshalb sich das 3-Knoten Modell (7.4) ebenfalls als LTI-Modell ansetzen lässt. Als ein wesentlicher Unterschied zum 2-Knoten Modell ist dagegen zu nennen, dass das 3-Knoten Modell eine Aufteilung der Kupferverluste in einen Wicklungs- und Wickelkopfanteil entsprechend (4.24) vorsieht.

Die für die Identifizierbarkeit der Parameter notwendige Voraussetzung der vollständigen strukturellen Steuer- und Beobachtbarkeit wird durch die direkt messbaren Zustände (Beobachtbarkeit) einerseits und durch die vollständige Verkopplung der Modellzustände andererseits gewährleistet. Bei einer vollständigen Zustandsverkopplung ist in jedem Fall sichergestellt, dass alle Zustände mit mindestens einem Eingang direkt oder indirekt verbunden sind, der Strukturgraph keine *Dilation*² enthält und das System damit strukturell steuerbar im Sinne von [Lun10] und [SJB11] ist.

Die Parameteridentifikation kann schließlich mit der auf dem LMA basierenden IO-Methodik unter Berücksichtigung eines um die Restverluste reduzierten Grey-Box-Modells der Form (7.4) durchgeführt werden. Durch Anwendung des Multi-Start Prinzips wird zudem der Problematik lokaler Minima Rechnung getragen (vgl. Abschnitt 5.2.4). Die Ergebnisse des Modellabgleichs sind Anhang A.7 (identifizierte Parameterwerte) und Abb. 7.6 (Temperaturverläufe) zu entnehmen. Die gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und geschätzten Temperaturverläufen deutet darauf hin, dass das angesetzte 3-Knoten-Modell auch unter den gegebenen Randbedingungen an die Parameteridentifikation (theoretische Modellstruktur, physikalisch-plausible Wertebereiche der Parameter) genügend Freiheitsgrade besitzt, um die thermische Systemdynamik in den betrachteten Messpunkten hinreichend genau abzubilden.

²Der Strukturgraph eines Systems besitzt genau dann eine Dilation, wenn die Menge aller Eingangs- und Zustandsknoten, die eine gerichtete Kante zu einem Zustandsknoten haben, kleiner ist als die Menge der Zustandsknoten selbst.

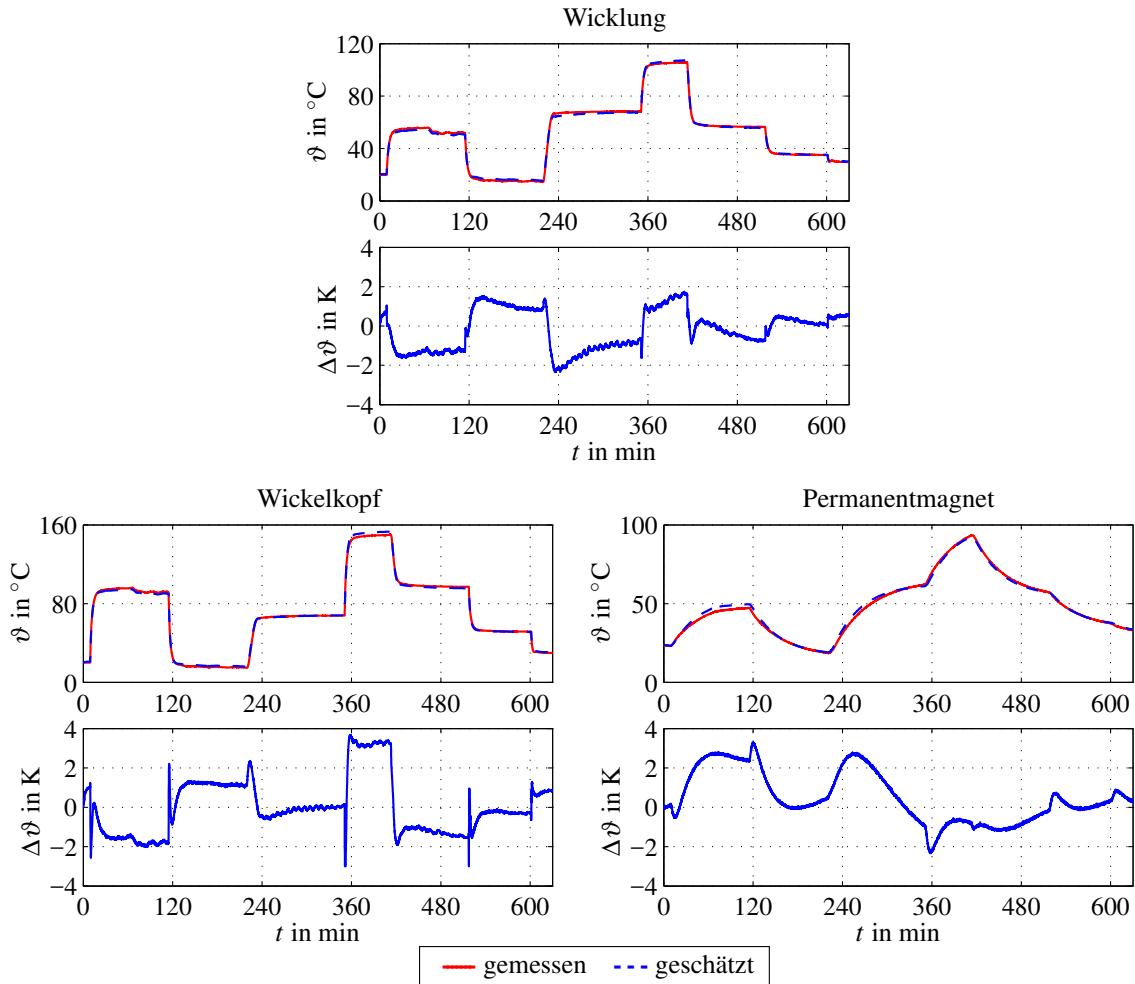


Abbildung 7.6: Vergleich der gemessenen und geschätzten Temperaturverläufe über dem Anregungsprofil in Abb. 7.2.

Berücksichtigung des Wärmepfads zur Umgebung

Bei Betrachtung des schematischen Querschnittsbildes des IPMSM in Abb. 4.4 ist davon auszugehen, dass die thermische Kopplung der Magnete zur (lastseitigen) Umgebung primär über den Rotor bzw. die Rotorwelle erfolgt. Da die Temperatur letzterer jedoch weder geschätzt noch gemessen wird, ist im LPTN in Abb. 7.5 ersatzweise ein Wärmepfad zwischen den Permanentmagneten und der Umgebungsluft in der Prüfstandskabine vorgesehen. Zwar kann diese zugegebenermaßen recht grobe Abstrahierung damit begründet werden, dass bei höheren Drehzahlen aufgrund von Luftverwirbelungen bzw. Wärmekonvektion, eine zunehmende thermische Kopplung zwischen Rotorwelle und Kabinenluft zu erwarten ist; da Wärmeflüsse zwischen Last und Motor auf diese Weise aber nicht mehr im Modell erfasst werden, drängt sich die Frage auf, ob der Wärmepfad zur Umgebung nicht auch komplett vernachlässigt werden kann. So wurden beispielsweise mittels des in [KHL14] vorgestellten thermischen Motormodells, auch ohne Wärmepfad zur Umgebung sehr gute Temperaturschätzungen erreicht.

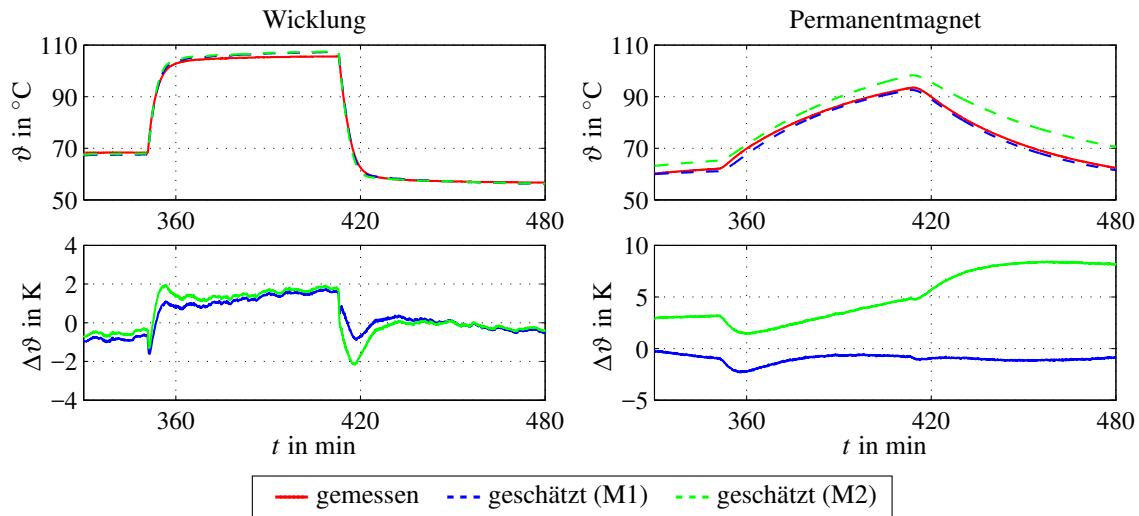


Abbildung 7.7: Vergleich der gemessenen und geschätzten Temperaturverläufe über dem Anregungsprofil in Abb. 7.2 unter Berücksichtigung (M1) und unter Vernachlässigung (M2) des Wärmepfades zur Umgebung.

Im Folgenden wird erläutert, warum eine Vernachlässigung des Wärmepfads zur Umgebung, zumindest für den in dieser Arbeit betrachteten Motor, dennoch die ungünstigere Variante darstellt. Zu diesem Zweck wird das Modell (7.4) einmal unter Berücksichtigung (M1) und einmal unter Vernachlässigung (M2) des Wärmepfades zur Umgebung auf Basis des Anregungsprofils in Abb. 7.2 identifiziert³. Die geschätzten Temperaturverläufe für Wicklung und Permanentmagnet sind in Abb. 7.7 dargestellt. Man erkennt, dass die Schätzfehler der Magnettemperatur beim M2-Ansatz deutlich größer als beim M1-Ansatz ausfallen. Das liegt daran, dass die Modellstruktur M2 thermische Gleichgewichtszustände, bei denen die Magnettemperatur unterhalb der Wicklungstemperatur liegt, nicht darstellen kann. Wie man jedoch anhand von Abb. 7.7 leicht erkennen kann, sind solche Arbeitspunkte in Realität durchaus nicht unüblich (vgl. auch Abb. 7.11b). Die nicht darstellbaren Temperaturdifferenzen werden daher durch entsprechende Fehler bei der Temperaturschätzung ausgeglichen (z.B. durch eine zu groß geschätzte Magnet- oder zu klein geschätzte Wicklungstemperatur).

Es mag zunächst etwas verwundern, dass die oben beschriebene Problematik in [KHL14] nicht zu einer sichtbaren Verschlechterung der Temperaturschätzung führt. Bei genauerer Betrachtung der in [KHL14] dargestellten Temperaturverläufe fällt allerdings auf, dass die gemessene Magnettemperatur für die angefahrenen thermischen Gleichgewichtszustände fast durchgehend oberhalb der im Modell angrenzenden Statortemperatur (hier: Wicklung) liegt. Der Grund dafür kann im konzentrierten Wicklungsschema des untersuchten Motors und den damit einhergehenden höheren Wirbelstromverlusten in den Magneten vermutet

³Im Falle des M2-Ansatzes wird das 3-Knoten-Modell um die Eingänge $P_{v,rest}$ (Anregung) und ϑ_U (Vernachlässigung Umgebungs pfad) reduziert. In Folge ist die Magnettemperatur nicht mehr direkt mit einem Modelleingang verbunden. Da die Magnettemperatur aufgrund ihrer thermischen Kopplung mit der Wicklungstemperatur aber immer noch indirekt eingeschränkt ist, ist die für die Identifizierbarkeit des M2-Modells wichtige Bedingung der strukturellen Steuerbarkeit weiterhin erfüllt [Lun10].

werden. Die Vernachlässigung des Wärmepfads zur Umgebung führt somit nicht zwangsläufig zu Fehlern in der Temperaturschätzung. Dabei sei vorausgesetzt, dass die Modellierungsfehler, wie sie durch die systematische Untermodellierung entstehen, aus Sicht des thermischen Motorverhaltens entweder vernachlässigbar sind, oder aber im Rahmen der Parameteridentifikation (implizit) auf die bestehenden Modelfreiheitsgrade abgebildet werden.

7.3 Verlustmodellierung

Die grundsätzliche Vorgehensweise zur Modellierung der im Eingangsvektor des thermischen Modells hinterlegten Verlustkomponenten, wurde in Abschnitt 4.2.4 im Detail erläutert und soll an dieser Stelle nochmal kurz zusammengefasst werden.

1. Zunächst wird der Motor bei konstanter Zwischenkreisspannung, konstantem Sollaussteuerungsgrad und (weitestgehend) konstanten thermischen Verhältnissen in unterschiedlichen Drehmoment-Drehzahl-Arbeitspunkten vermessen.
2. Die ermittelten Gesamtverluste werden in einem Kennfeld $P_{v,ges}(|i|, n)$ abgelegt. Falls eine Unterscheidung zwischen motorischem ($i_q > 0$) und generatorischem Betrieb ($i_q < 0$) aus Genauigkeitsgründen sinnvoll erscheint, kann alternativ auch ein erweitertes Verlustkennfeld der Form $P_{v,ges}(|i| \cdot \text{sgn}(i_q), n)$ angesetzt werden.
3. Die Kupferverluste werden entsprechend der analytischen Zusammenhänge (4.24) in einen Wicklungs- und Wickelkopfanteil $P_{v,Cu,W}$ bzw. $P_{v,Cu,WK}$ aufgeteilt. Unter der Annahme, dass Temperaturabhängigkeit der Gesamtverluste primär den Kupferverlusten zugeordnet werden kann, stellen sie den temperaturabhängigen Teil der Gesamtverluste dar.
4. Die als temperaturunabhängig angenommenen Restverluste $P_{v,rest}$ ergeben sich schließlich aus den messtechnisch ermittelten Gesamtverlusten, abzüglich der analytisch berechneten Kupferverluste:

$$P_{v,rest} = P_{v,ges}(\vartheta_W, \vartheta_{WK}) - P_{v,Cu,W}(\vartheta_W) - P_{v,Cu,WK}(\vartheta_{WK}). \quad (7.5)$$

Im thermischen Modell können die Restverluste dann entweder direkt als Kennfeld hinterlegt oder mit Hilfe von Polynomen approximiert werden ($\hat{P}_{v,rest}$). Welcher Ansatz bevorzugt werden sollte, kann nicht eindeutig beantwortet werden und hängt maßgeblich von den zur Verfügung stehenden Rechenressourcen der Zielhardware ab. Sind letztere sehr knapp bemessen, kann es von Vorteil sein, von der Verwendung potentiell rechenintensiver Polynome abzusehen und stattdessen ein Kennfeld anzusetzen. Zwischen den Stützstellen des Kennfeldes kann dann auf einfache und recheneffiziente Weise linear interpoliert werden. In dem Zusammenhang ist jedoch zu bedenken, dass auch der für die Hinterlegung des Kennfeldes notwendige Speicherplatz zur Verfügung stehen muss. Außerdem kann das thermische Modell aufgrund seiner im Minutenbereich liegenden Modellzeitkonstanten mit entsprechend niedrigen Taktfrequenzen gerechnet werden. Folglich stünde mehr Zeit

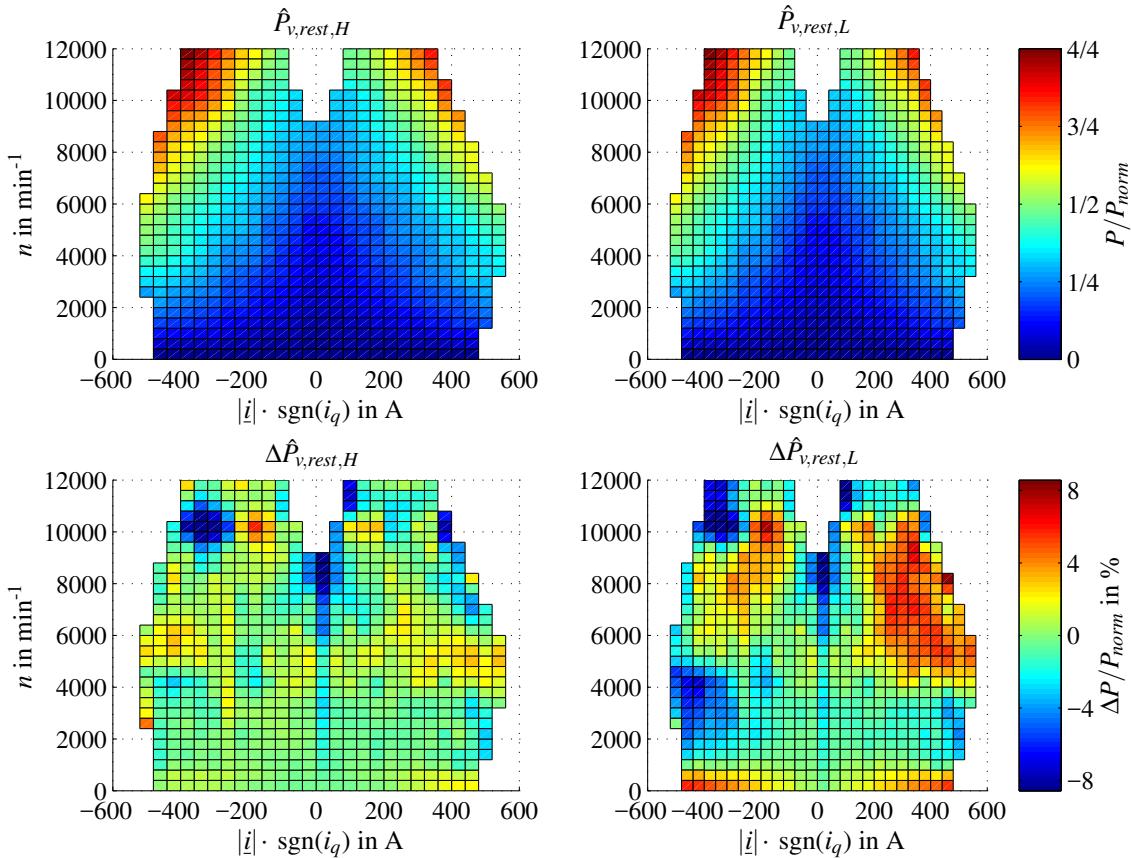


Abbildung 7.8: Mit unterschiedlichen Polynomen approximierte Verlustkennfelder (oben) sowie deren Abweichungen zum gemessenen Verlustkennfeld (unten)

für die Berechnung aufwendiger Approximationsspolynome zur Verfügung, was wiederum die Problematik des hohen Rechenaufwandes entschärft. Zudem lassen sich durch sinnvolle Wahl der Polynomordnung zufällige Messfehler bzw. Ausreißer im Verlustkennfeld besser unterdrücken, ein Umstand der im Hinblick auf die Güte des thermischen Modells ebenfalls erstrebenswert erscheint.

7.3.1 Polynomiale Approximation der Restverluste

In Abb. 7.8 sind zwei approximierte Verlustkennfelder sowie ihre Abweichungen zum gemessenen Verlustkennfeld dargestellt. Die Kennfeldapproximationen wurden mit Hilfe der *Curve Fitting Toolbox* von Matlab durchgeführt. Die Kennfelder $\hat{P}_{v,\text{rest},H}$ und $\hat{P}_{v,\text{rest},L}$ unterscheiden sich dabei in der Ordnung der zugrunde liegenden Polynome. Während im einen Fall die Approximation des gesamten Kennfeldes auf Basis eines 2-dimensionalen Polynoms der Ordnung drei gemäß

$$f_L(|i|, n) = \alpha_{00} + \alpha_{01} \cdot n + \alpha_{10} \cdot |i| + \alpha_{11} \cdot |i| \cdot n + \alpha_{12} \cdot |i| \cdot n^2 \quad (7.6)$$

durchgeführt wurde, wurde im anderen Fall zwischen motorischem ($i_q > 0$) und generatorischem ($i_q < 0$) Betrieb unterschieden. Für beide Betriebsbereiche wurde dann jeweils ein 2-dimensionales Polynom der Ordnung vier angesetzt:

$$\begin{aligned} f_{H,mot}(|\underline{i}|, n) = & \alpha_{01} \cdot n + \alpha_{11} \cdot |\underline{i}| \cdot n + \alpha_{02} \cdot n^2 + \alpha_{30} \cdot |\underline{i}|^3 + \alpha_{21} \cdot |\underline{i}|^2 \cdot n + \alpha_{12} \cdot |\underline{i}| \cdot n^2 \\ & + \alpha_{03} \cdot n^3 + \alpha_{40} \cdot |\underline{i}|^4 + \alpha_{31} \cdot |\underline{i}|^3 \cdot n + \alpha_{33} \cdot |\underline{i}|^2 \cdot n^2 + \alpha_{13} \cdot |\underline{i}| \cdot n^3, \end{aligned} \quad (7.7a)$$

$$\begin{aligned} f_{H,gen}(|\underline{i}|, n) = & \beta_{01} \cdot n + \beta_{11} \cdot |\underline{i}| \cdot n + \beta_{02} \cdot n^2 + \beta_{30} \cdot |\underline{i}|^3 + \beta_{21} \cdot |\underline{i}|^2 \cdot n + \beta_{12} \cdot |\underline{i}| \cdot n^2 \\ & + \beta_{03} \cdot n^3 + \beta_{40} \cdot |\underline{i}|^4 + \beta_{31} \cdot |\underline{i}|^3 \cdot n + \beta_{33} \cdot |\underline{i}|^2 \cdot n^2 + \beta_{13} \cdot |\underline{i}| \cdot n^3. \end{aligned} \quad (7.7b)$$

Wie man anhand von Abb. 7.8 gut erkennen kann, liegen die Abweichungen der beiden Approximationsansätze in einem Bereich um etwa $\pm 8\%$ bezogen auf den Maximalwert der Restverluste P_{norm} . Aufgrund der größeren Anzahl an Freiheitsgraden kann im Falle von (7.7) jedoch insgesamt eine höhere Übereinstimmung mit den Messdaten erzielt werden. Das liegt nicht zuletzt auch daran, dass die getrennte Betrachtung des motorischen und generatorischen Betriebs (gleicher Strombetrag bei unterschiedlicher i_{dq} -Kombination) der Asymmetrie des restlichen Verlustkennfeldes besser Rechnung trägt. Eine Erhöhung der Freiheitsgrade über (7.7) hinaus ist nicht sinnvoll, da die Genauigkeit der Verlustapproximation dadurch nicht mehr weiter erhöht wird. Vielmehr steigt die Gefahr einer Überanpassung an die Messdaten, was die physikalische Bedeutung des approximierten Kennfeldes zunehmend verringert. Eine Absenkung der Polynomordnung auf Werte unterhalb von (7.6) ist ebenfalls nicht zu empfehlen, da die unzureichende Komplexität bzw. Flexibilität des resultierenden Polynoms eine ungenaue Approximation der Verlustcharakteristik zur Folge hat (Unteranpassung). Inwieweit sich dadurch die Güte der Temperaturschätzung verschlechtert, ist vorab nicht ohne Weiteres zu beziffern und hängt im Wesentlichen davon ab, ob es im Rahmen der Modellidentifikation gelingt, die Fehler im Zusammenhang mit der Approximation der Restverluste geschickt auf die zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade abzubilden. Im Rahmen der späteren Parameteridentifikation und Modellvalidierung wird ganz im Sinne einer hohen Modellperformanz der komplexere Approximationsansatz (7.7) verwendet. Es kann aber gezeigt werden, dass weder die Verwendung des einfachen Approximationsansatzes (7.6), noch die Verwendung des auf Messungen basierenden Originalkennfeldes die Güte der Temperaturschätzung signifikant verschlechtern.

7.3.2 Berücksichtigung variierender DC-Spannungen

Entsprechend des Anforderungsprofils an das thermische Motormodell in Abschnitt 7.1 soll die geforderte Güte der Temperaturschätzung auch bei variierenden Zwischenkreisspannungen innerhalb eines Bereiches zwischen 250 V und 320 V sichergestellt werden. In dem Zusammenhang stellen sich im Wesentlichen drei aufeinander aufbauende Fragen:

1. Welchen Einfluss haben variierende DC-Spannungen auf die Verluste im Motor?
2. Wie kann der Einfluss variierender DC-Spannungen auf die Verluste in der Verlustmodellierung hinreichend genau berücksichtigt werden?

3. Wie kann sichergestellt werden, dass der thermische Einfluss der von der DC-Spannung abhängigen Verlustanteile im relevanten Betriebsbereich in repräsentativer Art und Weise auf das thermische Modell abgebildet wird?

Da die Beantwortung der dritten Frage eine mehr oder weniger gesamtheitliche Betrachtung der gesamten Identifikationsproblematik (Wahl der thermischen Modellstruktur, Verlustmodellierung, Parameteridentifikation, Modellvalidierung) erforderlich macht, wird im Folgenden zunächst auf die besser abgrenzbaren ersten Fragen eingegangen. Selbstverständlich lässt sich die Beantwortung der beiden ersten Fragen aufgrund der komplizierten Verlustmechanismen im Motor nahezu beliebig aufwendig gestalten. Es ist jedoch nicht zielführend, an dieser Stelle zu umfangreiche Untersuchungen zu den physikalischen Zusammenhängen zwischen DC-Spannung und den unterschiedlichen Verlustarten anzustellen. Grund dafür ist, dass die Verlustmodellierung im Rahmen der thermischen Modellierung lediglich als Mittel zum Zweck zu verstehen ist. Verlusteinflüsse, die auf die zu schätzenden Temperaturen im Motor nur geringe oder gar keine Auswirkung haben, können problemlos vernachlässigt werden. In Folge kann man sich zunächst darauf beschränken, die bei varierenden DC-Spannungen aus thermischer Sicht dominierenden Verlustmechanismen im Motor zu identifizieren und im Verlustmodell zu berücksichtigen.

Zur Analyse der dominanten Verlustmechanismen, wird die Maschine zunächst bei drei unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen ($u_{DC1} = 250\text{ V}$, $u_{DC3} = 320\text{ V}$, $u_{DC2} = \frac{u_{DC3} - u_{DC1}}{2} = 285\text{ V}$) und Drehzahlen vermessen. Bei jeder Zwischenkreisspannung und Drehzahl wird ein Drehmomentraster mit einer Schrittweite von 10 Nm abgefahren und die Verluste in den entsprechenden (M, n) -Arbeitspunkten der Maschine werden mit einem Leistungsmessgerät erfasst. Um thermische Effekte in den Verlustkennfeldern weitestgehend zu unterdrücken, wird zudem sichergestellt, dass die Verlustmessungen stets bei näherungsweise gleichbleibenden Wicklungs- und Magnettemperaturen durchgeführt werden. Die sich bei den verschiedenen Zwischenkreisspannungen einstellenden Gesamtverluste $P_{v,ges}$ (normiert auf die maximalen gemessenen Gesamtverluste P_{norm}) sind in Abb. 7.9 übereinander aufgetragen. Eine Hauptursache für die starken Abweichungen der Verlustverläufe, gerade im Flussschwärbereich, kann in der Art und Weise, wie Arbeitspunkte im Motor realisiert werden, vermutet werden. So werden ganz im Sinne eines verlustoptimalen Betriebs Arbeitspunkte unter Berücksichtigung der gegebenen Strom- und Spannungsgrenzen mit minimal notwendigem Phasenstrom gestellt (MTPC Betrieb). Im Flussschwärbereich bzw. beim Betrieb an der Spannungsgrenze ist dafür die möglichst hohe Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Zwischenkreisspannung entscheidend (vgl. Kapitel 3). Sinkende Zwischenkreisspannungen führen dazu, dass der Betrieb an der Spannungsgrenze nur bei gleichzeitiger Erhöhung des flussschwächen d -Stroms aufrecht erhalten werden kann. Bei steigender Zwischenkreisspannung kann der Grad der Flussschwächung dagegen reduziert werden. Während eine Verringerung der DC-Spannung den Phasenstrom und die dazu proportionalen Kupferverluste erhöht, werden letztere durch eine Erhöhung der DC-Spannung wieder reduziert. Die in Abb. 7.9 nach Eintritt in den Flussschwärbereich erkennbare Unsymmetrie zwischen motorischem und generatorischem Betrieb ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass die Kupferverluste den Spannungsbedarf im motorischen Betrieb erhöhen und im generatorischen Betrieb reduzieren. Im generatorischen Betrieb können Drehmomente entsprechend mit weniger Flussschwächung und

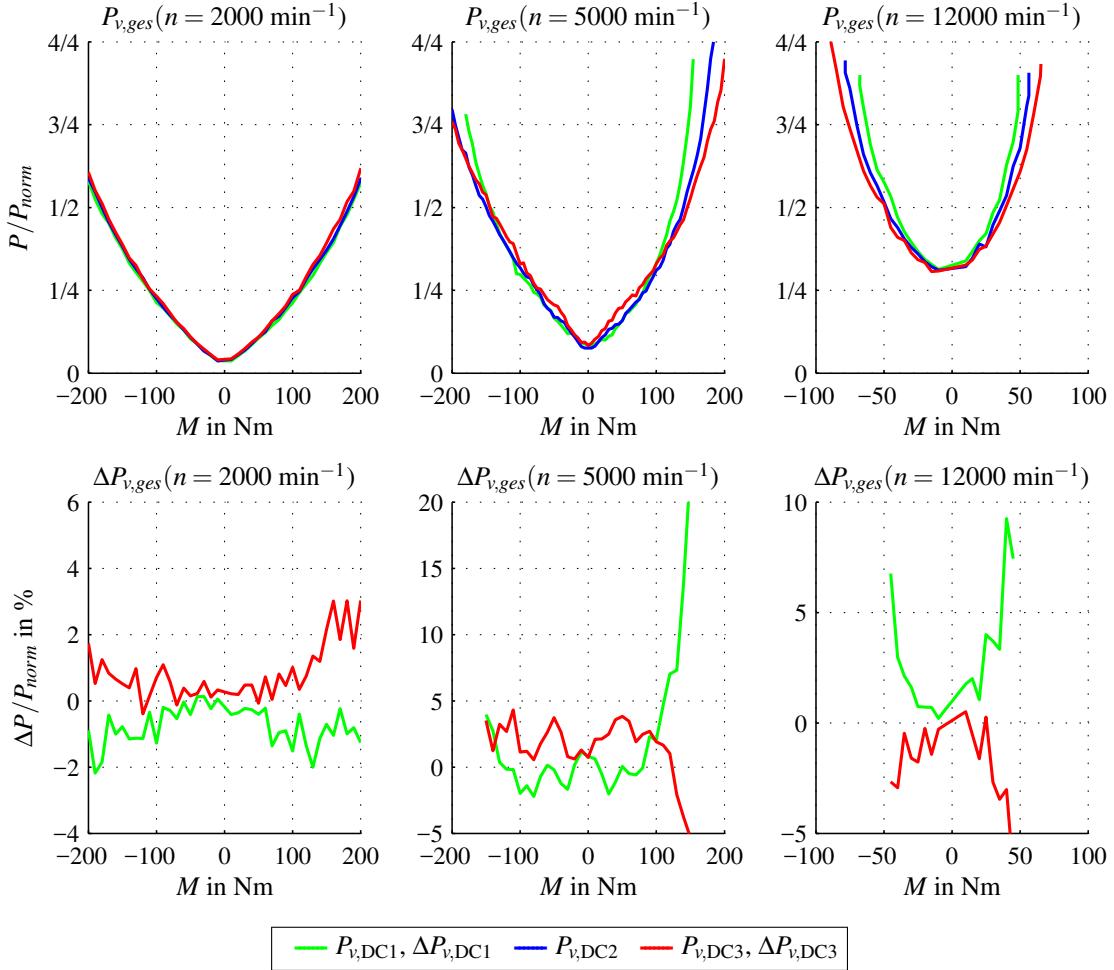


Abbildung 7.9: Oben: Normierte Darstellung der Gesamtverluste im Motor bei unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen in Abhängigkeit von Drehzahl und Drehmoment; Unten: Normierte Darstellung der Verlustabweichungen ($\Delta P_{v,DC1} = P_{v,DC2} - P_{v,DC1}$, $\Delta P_{v,DC3} = P_{v,DC3} - P_{v,DC2}$).

damit geringeren Kupferverlusten gestellt werden.

Um zu überprüfen, inwieweit die Abhängigkeit der Verluste von der DC-Spannung tatsächlich auf eine Erhöhung bzw. Senkung der Kupferverluste zurückzuführen ist, wurden in Abb. 7.10 die Verlustverläufe statt über dem Drehmoment nun über dem Strombetrag aufgetragen. Anhand der resultierenden Verlustabweichungen kann gezeigt werden, dass die Abhängigkeit der Verluste von der DC-Spannung durch Modellierung der Verluste in Abhängigkeit von Drehzahl und Strombetrag bereits ziemlich gut erfasst werden kann. Dass die abgebildeten Verlustergebnisse im Flusschwärbereich mit unterschiedlichen i_{dq} -Kombinationen gestellt werden, spielt dabei offensichtlich eine untergeordnete Rolle. So liegen die maximalen Abweichungen zu den bei u_{DC2} aufgenommenen Verlusten, bezogen auf P_{norm} , bei lediglich -3% (u_{DC1}) bzw. 6% (u_{DC3}). Zudem fällt auf, dass die Abweichungen der bei unterschiedlichen Spannungsniveaus aufgenommenen Verluste nur geringfügig von der Drehzahl abhängen. Die relative Invarianz der Abweichungen gegen-

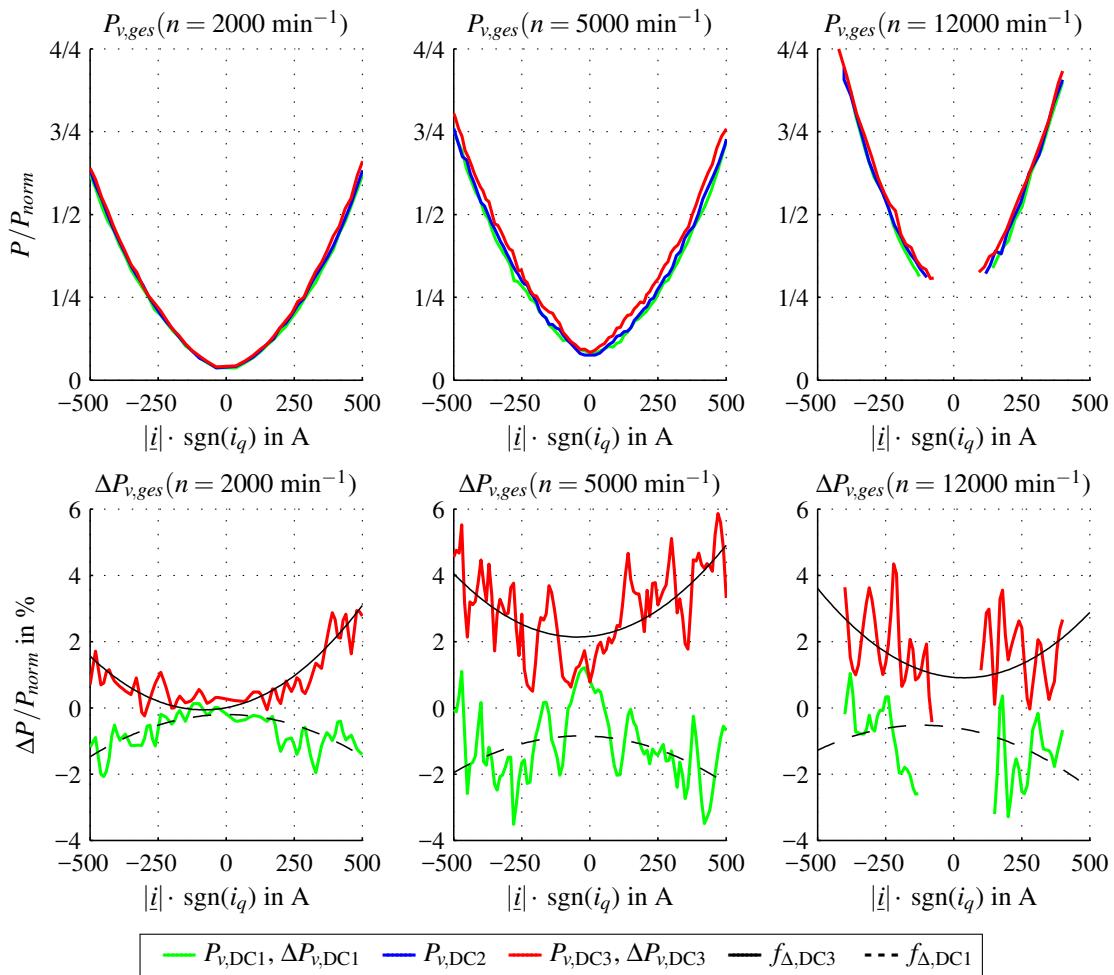


Abbildung 7.10: Oben: Normierte Darstellung der Gesamtverluste im Motor bei unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen in Abhängigkeit von Drehzahl und Strombetrag; Unten: Normierte Verlustabweichungen (gemessen und approximiert)

über Drehzahl und Stromwinkel kann so interpretiert werden, dass die Änderung der DC-Spannung über den Strombetrag im Wesentlichen die Kupferverluste beeinflusst. Im Falle der Eisenverluste wäre dagegen eine signifikante Abhängigkeit von der Drehzahl und evtl. auch vom Stromwinkel zu erwarten. Diese Einschätzung deckt sich im auch mit Hinweisen aus der Literatur. So wurde in [Poh12] anhand eines hochausgenutzten IPMSM für automobile Traktionsanwendungen gezeigt, dass die Variation der DC-Spannung in einem spezifizierten Bereich von 250 V - 400 V über den oben beschriebenen Effekt der Fluss schwächung einen gegenüber den Eisenverlusten deutlich überproportionalen Einfluss auf Kupferverluste ausübt⁴. Dass auch im Ankerstellbereich eine Abweichung der Verluste

⁴Gemäß [Poh12] liegt das zum Teil auch daran, dass die unterschiedlichen Eisenverlustmechanismen sich teilweise in ihrer Wirkung kompensieren: So wird bei fallender Zwischenkreisspannung der Betrieb an der Spannungsgrenze mit mehr Flusschwächung realisiert. Das hat über die Verringerung der maximalen Flussdichte der Grundwelle im Motor einerseits eine Reduktion der Eisenverluste zur Folge. Andererseits kann bei stärkerer Flusschwächung und höherer Drehzahl der Anteil der durch die (Fluss-)Oberwellen verursachten Eisenverluste ansteigen, was vorherigem Effekt wiederum entgegenwirkt.

beobachtet werden kann, ist dagegen darauf zurückzuführen, dass über das Niveau der DC-Spannung auch die Höhe des Stromrippels (PWM Betrieb) beeinflusst wird. Eine Erhöhung des Stromrippels aufgrund steigender DC-Spannungen hat über den Effektivwert des Stromes einerseits eine Zunahme der Kupferverluste zur Folge. Gleichzeitig werden über die entstehenden Stromharmonischen auch weitere Eisenverluste im Motor verursacht.

Es lässt sich festhalten, dass der Einfluss der DC-Spannung auf die Verluste im Motor im Wesentlichen auf die Anpassung des Strombetrags in der Arbeitspunktsteuerung und die damit einhergehende Erhöhung bzw. Absenkung der Kupferverluste zurückzuführen ist. Vor diesem Hintergrund kann man annehmen, dass der Einfluss variierender DC-Spannungen mit der zu Beginn des Abschnitts beschriebenen Aufteilung der Gesamtverluste in Kupferverluste und Restverluste (implizit) bereits hinreichend genau erfasst wird. Um den mittleren Fehler bei der Verlustberechnung zu minimieren, sollte die Verlustvermessung allerdings bei einer Zwischenkreisspannung durchgeführt werden, die möglichst mittig im spezifizierten Betriebsspannungsbereich liegt. Im vorliegenden Fall entspricht diese Spannung $u_{DC2} = 285$ V.

Spannungsabhängige Korrektur der Restverluste

Sofern die spannungsabhängigen Verlustabweichungen in Abb. 7.10 keinen signifikanten Einfluss auf das thermische Verhalten des Motors ausüben, können selbige auch vernachlässigt werden. Im Sinne einer möglichst genauen Temperaturschätzung bietet es sich jedoch an, die Verlustabweichungen dennoch zu berücksichtigen. Dazu werden letztere zunächst mit zwei Polynomen ($f_{\Delta,DC1}$, $f_{\Delta,DC3}$) der Form

$$f_{\Delta}(|i|, n) = \alpha_{00} + \alpha_{10} \cdot |i| + \alpha_{01} \cdot n + \alpha_{20} \cdot |i|^2 + \alpha_{11} \cdot |i| \cdot n + \alpha_{02} \cdot n^2 \quad (7.8)$$

approximiert (vgl. Abb. 7.10). Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Abweichungen nicht auf Fehler bei der Modellierung der Kupferverluste zurückzuführen sind, werden die approximierten Verlustabweichungen komplett den Restverlusten zugeschrieben. Ein durch Messung ermitteltes Verlustkennfeld $P_{v,rest}(u_{DC2})$ wird somit im Betrieb gemäß

$$P_{v,rest} = P_{v,rest}(u_{DC2}) + \Delta P_{v,rest}(u_{DC}) \quad (7.9)$$

korrigiert. Mit $\Delta P_{v,rest}(u_{DC})$ sei der von der aktuellen Betriebsspannung abhängige Korrekturterm bezeichnet, der sich aus den approximierten Verlustabweichungen wie folgt berechnet:

$$\Delta P_{v,rest}(u_{DC}) = \begin{cases} \frac{(u_{DC} - u_{DC2})}{|u_{DC3} - u_{DC2}|} \cdot f_{\Delta,DC3}, & \text{für } u_{DC2} \leq u_{DC} < u_{DC3} \\ \frac{(u_{DC2} - u_{DC})}{|u_{DC1} - u_{DC2}|} \cdot f_{\Delta,DC1}, & \text{für } u_{DC1} < u_{DC} < u_{DC2} \end{cases} \quad (7.10)$$

Je nachdem, wie signifikant die aktuelle DC-Spannung u_{DC} von der Referenzspannung u_{DC2} abweicht, wird der Korrekturterm $\Delta P_{v,rest}$ entsprechend der Ausdrücke in (7.10) skaliert. Im Rahmen der Validierung hat sich gezeigt, dass die Korrektur der Restverluste entsprechend (7.9) mit einer Erhöhung der Genauigkeit der Temperaturschätzung von bis

zu 1-2 K einhergeht. Die beschriebene Maßnahme findet daher auch in dieser Arbeit Verwendung.

7.4 Parameteridentifikation

Auf Basis des in Abschnitt 7.2.3 festgelegten 3-Knoten Modells sowie der Verlustmodellierung entsprechend Abschnitt 7.3 kann im nächsten Schritt die Identifikation der Modellparameter durchgeführt werden. Im Gegensatz zu den Untersuchungen zur Modellstruktur in Abschnitt 7.2, die auf lediglich einem lokalen Experiment beruhten, steht in diesem Kapitel nun die Parametrierung des 3-Knoten Modells innerhalb des gesamten relevanten Arbeitsbereichs des Motors im Vordergrund. Die Identifikation der arbeitspunktunabhängigen und abhängigen Parameter wird mit Hilfe eines auf der IO-Methodik basierenden lokalen Identifikationsansatzes durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.2.4 und Abschnitt 5.2.6). Vorab muss der Motor jedoch im Rahmen zahlreicher Prüfstandsexperimente thermisch vermessen werden. Die Messungen erfolgen entsprechend der in Tab. 7.3 gelisteten Betriebsbedingungen und unter Einhaltung der thermischen Motorgrenzen. So dürfen die Temperaturen in Wicklung und Wickelkopf 150 °C und in den Permanentmagneten 120 °C nicht überschreiten.

Betriebsgröße	Variable	Wert
Zwischenkreisspannung	u_{DC2}	285 V
Sollaussteuerungsgrad (Flussschwärbereich)	a^*	1,1 bzw. 95,3%
Kühlmitteltemperatur (Vorlauf)	ϑ_K	20-65 °C
Umgebungstemperatur (Prüfstandskabine)	ϑ_U	20 °C
Durchflussmenge (Kühlmittel)	σ_{DM}	7 $\frac{1}{\text{min}}$

Tabelle 7.3: Betriebsbedingungen am LEA Prüfstand während der thermischen Motorvermessung

7.4.1 Festlegung und Durchführung der lokalen Experimente

Die Anregung muss für jedes lokale Experiment so gewählt werden, dass Parametervariationen aufgrund variierender Arbeitspunkte ($n, |i|$) entweder bestmöglich vermieden werden, oder ihr Einfluss auf das Ein-/Ausgangsverhalten des Systems zumindest weitestgehend unterdrückt wird. Unter Berücksichtigung der thermischen Modellstruktur (7.4) und den darin angenommenen Arbeitspunktabhängigkeiten (vgl. Tab. 7.2) lassen sich somit zwei Anregungsprofile für die lokalen Identifikationsschritte ableiten. Beim ersten Anregungsprofil wird der Motor bei einer sehr niedrigen Drehzahl fast ausschließlich mit Kup-

ferverlusten thermisch angeregt, während gleichzeitig die Vorlauftemperatur variiert wird. Dieses Anregungsprofil wurde bereits im Rahmen der Untersuchungen zur Modellstruktur eingesetzt (vgl. Abb. 7.2) und dient im Wesentlichen der Identifikation der vom Arbeitspunkt unabhängigen Modellparameter. Die auf dem ersten Anregungsprofil basierenden Messdaten bzw. Trainingsdatensätze $IDENT(\underline{u}, \underline{\vartheta})$ seien im Folgenden mit $IDENT^A$ abgekürzt.

Das zweite Anregungsprofil beschreibt dagegen reine Aufheizvorgänge, die für etwa 50 unterschiedliche S1-Arbeitspunkte (M, n) durchgeführt werden. Die zugehörigen Trainingsdatensätze dienen der Identifikation der arbeitpunktabhängigen Modellparameter und werden unter dem Kürzel $IDENT^B$ zusammengefasst. Damit der Motor in einem möglichst weiten Drehmoment-/Drehzahlbereich bei Dauerbelastung innerhalb der thermischen Grenzen vermessen werden kann, ist es zweckmäßig die Vorlauftemperatur auf einen möglichst niedrigen Wert einzustellen⁵. Die thermische Vermessung des Motors in der (M, n) -Ebene hat im Wesentlichen verfahrenstechnische Vorteile. So kann die Auswahl der zu stellenden i_{dq} -Kombinationen komplett der Arbeitspunktsteuerung und dem darin enthaltenen Aussteuerungsregler (vgl. Abb. 2.10) überlassen werden. Die identifizierten Verlustkoeffizienten γ_{11} und γ_{33} werden dagegen in der aus verlusttechnischer Sicht repräsentativeren $(n, |\underline{i}|)$ -Ebene abgespeichert und gelten sowohl für den motorischen als auch den generatorischen Betrieb des Motors. Um die Dynamik des thermischen Systems hinreichend genau zu erfassen, sollte die Länge der Aufheizvorgänge zudem so gewählt werden, dass der gesamte thermische Übergang aller drei Temperaturknoten von einem thermischen Gleichgewicht in ein anderes dargestellt wird. Da das theoretische thermische Gleichgewicht jedoch erst nach sehr langer Zeit erreicht wird, wird stattdessen ein aus experimenteller Sicht vertretbarer thermischer Gleichgewichtszustand definiert. Dazu genügt eine Betrachtung der Magnettemperatur, da diese sich im ausgewählten Messpunkt stets langsamer ändert, als die Knotentemperaturen in der Wicklung und im Wickelkopf (vgl. Abb. 7.11). Es hat sich gezeigt, dass Aufheizvorgänge bei Erreichen der Abbruchbedingung $\frac{\Delta\vartheta_{PM}}{\Delta t} < 0,2 \frac{K}{min}$ beendet werden können, ohne dass sich dadurch die stationäre Genauigkeit des identifizierten Modells merklich verschlechtert.

7.4.2 Durchführung der Parameteridentifikation

Nachdem der Motor im Rahmen zahlreicher lokaler Experimente thermisch vermessen wurde und die aufgenommenen Messdaten in den entsprechenden Trainingsdatensätzen $IDENT^A$ und $IDENT^B$ abgelegt wurden, können schließlich die Parameter des thermischen LPV-Modells identifiziert werden. Um einen konsistenten (globalen) Parametersatz zu erhalten, wird die Parameteridentifikation mittels einer Serie aufeinander aufbauender (lokaler) Identifikationschritte durchgeführt. Dabei werden identifizierte lokale Parameter den bereits bestehenden theoretischen Randbedingungen des Identifikationsalgorithmus hinzugefügt und somit in zukünftigen Identifikationsschritten als zusätzliches a-priori Wissen berücksichtigt. Die konkrete Vorgehensweise der Parameteridentifikation ist im

⁵Unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Kühlleistung am Prüfstand, wurde eine minimale Vorlauftemperatur von $\vartheta_K = 20^\circ C$ ermittelt.

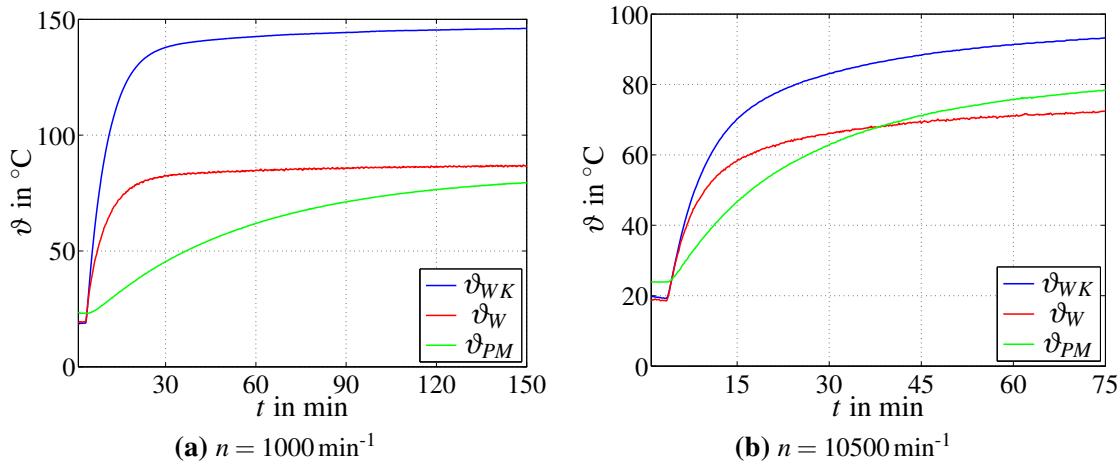


Abbildung 7.11: Aufheizvorgänge für zwei exemplarische S1-Drehmomente bei unterschiedlichen Drehzahlen ($IDENT^B$ Profile).

Ablaufdiagramm in Abb. 7.12 veranschaulicht und wird im Folgenden nochmal kurz erläutert:

1. Im ersten Schritt wird zunächst der lokale Identifikationsdatensatz $IDENT^A$ ausgewählt und die Parameter C_W , C_{PM} , C_{WK} , R_{W-K} , R_{W-WK} , R_{W-PM} , R_{PM-U} , γ_{11} und γ_{22} werden unter Berücksichtigung der gegebenen theoretischen Randbedingungen (Grey-Box-Modell) identifiziert. Die vom Arbeitspunkt unabhängigen Parameter C_W , C_{PM} , C_{WK} , R_{W-K} , R_{W-WK} , γ_{22} und γ_{23} werden in den nachfolgenden Identifikationsschritten als gegeben vorausgesetzt und nicht erneut identifiziert⁶. Dafür werden die Randbedingungen an die Parameteridentifikation entsprechend erweitert.
2. Die folgenden Identifikationsschritte basieren ausschließlich auf dem zweiten Anregungsprofil (S1-Betrieb). So wird zunächst der Datensatz $IDENT_{k,max}^B$ ausgewählt. Der Datensatz stellt einen Aufheizvorgang bei gegebener Drehzahl n_k und innerhalb der thermischen Grenzen des Motors bei maximal zulässigem Dauerdrehmoment $M_{k,max}$ dar. Die als arbeitspunktabhängig angenommenen Parameter werden identifiziert und ihre lokal gültigen Werte $R_{W-PM}(n_k)$, $R_{PM-U}(n_k)$, $\gamma_{11}(n_k, |i|_{max})$ und $\gamma_{33}(n_k, |i|_{max})$ in entsprechenden Kennfeldern abgelegt.
3. Anschließend werden die restlichen Trainingsdatensätze $IDENT_{k,l}^B$, welche Aufheizvorgänge bei derselben Drehzahl n_k , aber abweichenden Drehmomenten $M_{k,l} < M_{k,max}$ darstellen, nacheinander ausgewählt. Für die Identifikation der Verlustkoeffizienten $\gamma_{11}(n_k, |i|_l)$ und $\gamma_{33}(n_k, |i|_l)$ werden die bereits identifizierten Parameter $R_{W-PM}(n_k)$ und $R_{PM-U}(n_k)$ durch Erweiterung der Randbedingungen als gegeben vorausgesetzt.

⁶Die Bestimmung des Verlustkoeffizienten γ_{23} ist das Resultat einer Reihe empirischer Untersuchungen zur Festlegung sinnvoller Arbeitspunktabhängigkeiten im Modell. In dem Zusammenhang hat es sich als ausreichend erwiesen, γ_{23} einen konstanten Wert zuzuweisen. Eine direkte Identifikation von γ_{23} (und γ_{33}) ist aufgrund der aus thermischer Sicht vernachlässigbaren Restverluste im Anregungsprofil in Abb. 7.2 ohnehin nicht möglich.

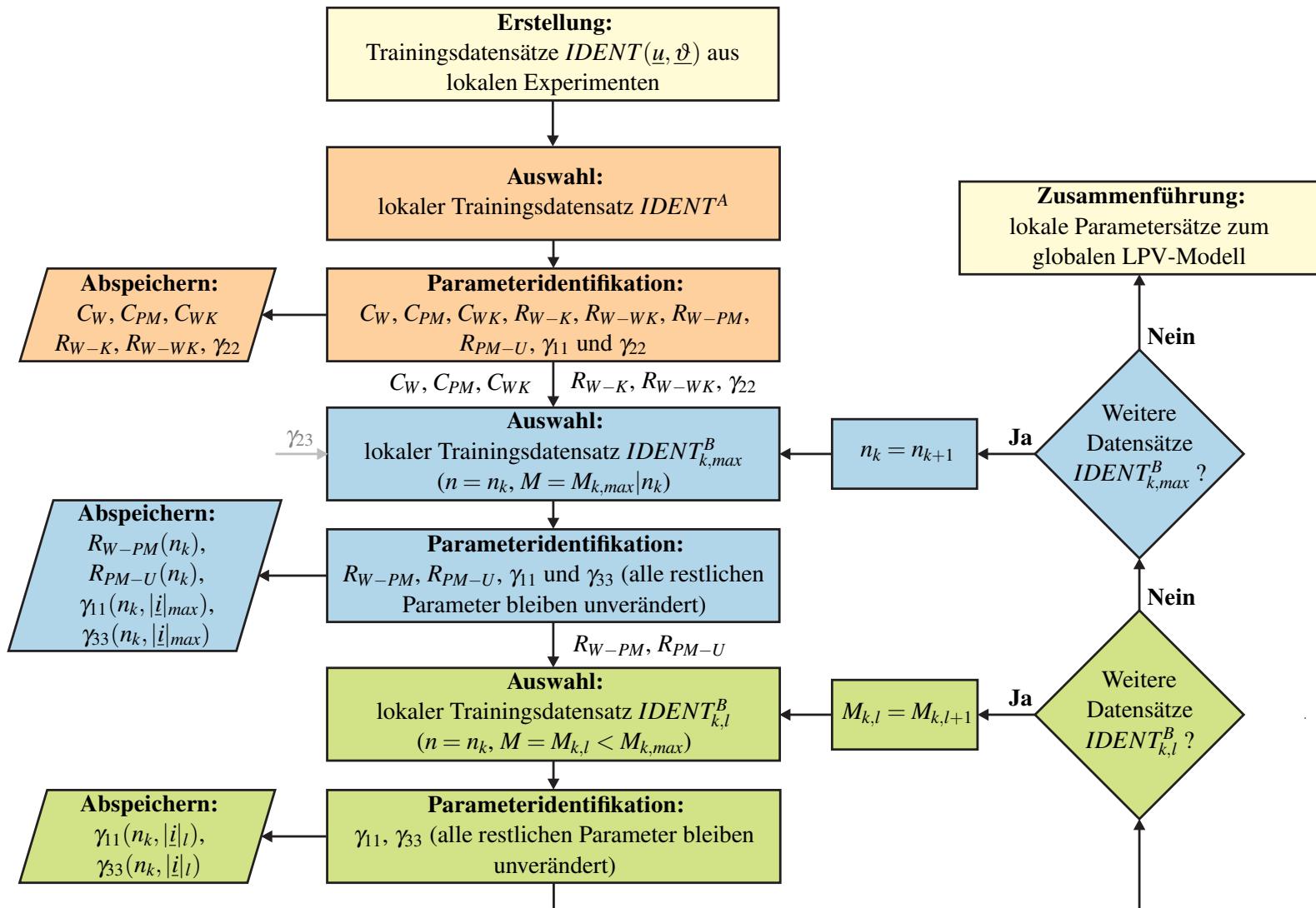


Abbildung 7.12: Ablaufdiagramm zur Identifikation der Parameter des thermischen 3-Knoten Modells.

4. Die Schritte 3 und 4 werden solange wiederholt, bis alle verfügbaren Trainingsdatensätze verarbeitet und die zugehörigen lokalen Parametersätze identifiziert wurden. Dabei ist noch zu beachten, dass die Verlustkoeffizienten nur dann identifiziert werden können, sofern unter Berücksichtigung des Messrauschens und der Anzahl aufgenommener Messpunkte eine ausreichende thermische Anregung durch Kupferverluste und Restverluste sichergestellt ist. Da dies bei sehr kleinen Drehzahlen ($n < 1000 \text{ min}^{-1}$) und/oder Strombeträgen ($|i| < 50 \text{ A}$) nicht immer der Fall ist, wird je nach betroffenem Arbeitspunkt der entsprechende Verlustkoeffizient γ_{11} bzw. γ_{33} nicht identifiziert, sondern über Interpolation aus bereits identifizierten Werten berechnet. Im Rahmen der lokalen Identifikation wird der interpolierte Wert dann wieder als gegeben vorausgesetzt.
5. Die identifizierten lokalen Parametersätze werden zu einem globalen Parametersatz zusammengeführt, welcher der Parametrierung eines auf der 3-Knoten Struktur (7.4) aufbauenden LPV-Modells dient.

Die identifizierten Modellparameter sind Tab. 7.4, Abb. 7.13 und Abb. 7.14 zu entnehmen. Das resultierende 3-Knoten LPV-Modell ist in der Lage, alle lokalen Trainingsdatensätze $IDENT^A$ und $IDENT^B$ mit hohen Genauigkeiten innerhalb eines $|\Delta\vartheta| < 3 \text{ K}$ Bandes um die gemessenen Temperaturen zu approximieren. Eine signifikante systematische Untermodellierung kann damit bereits weitestgehend ausgeschlossen werden. Hinzu kommt, dass die relativ gleichmäßigen Verläufe der arbeitspunktabhängigen Parameter in Abb. 7.13 und Abb. 7.14 auf einen konsistenten (globalen) Parametersatz hindeuten. Zwischen den lokalen Identifikationsstützstellen eines solchen Parametersatzes kann direkt (linear) interpoliert werden, ohne dass dies mit einer signifikanten Verschlechterung der Modellperformance einhergeht.

Parameter	Einheit	Identifizierter Wert
C_{WK}	Ws/K	$6,59 \cdot 10^3$
C_W	Ws/K	$3,47 \cdot 10^4$
C_{PM}	Ws/K	$4,85 \cdot 10^4$
R_{W-WK}	K/W	0,0125
R_{W-K}	K/W	0,0035
γ_{22}	-	15
γ_{23}	-	2,5

Tabelle 7.4: Identifizierte konstante Parameter des 3-Knoten Modells

7.4.3 Interpretation der Identifikationsergebnisse

Durch Vorgabe theoretischen a-priori Wissens in Form eines physikalischen Grey-Box-Modells, wurde im letzten Abschnitt darauf abgezielt, die Identifikation eines genauen thermischen Motormodells zu erleichtern. So lassen sich neben der gewünschten Reduzierung von Parametervarianzen im Sinne eines konsistenten LPV-Parametersatzes, auch

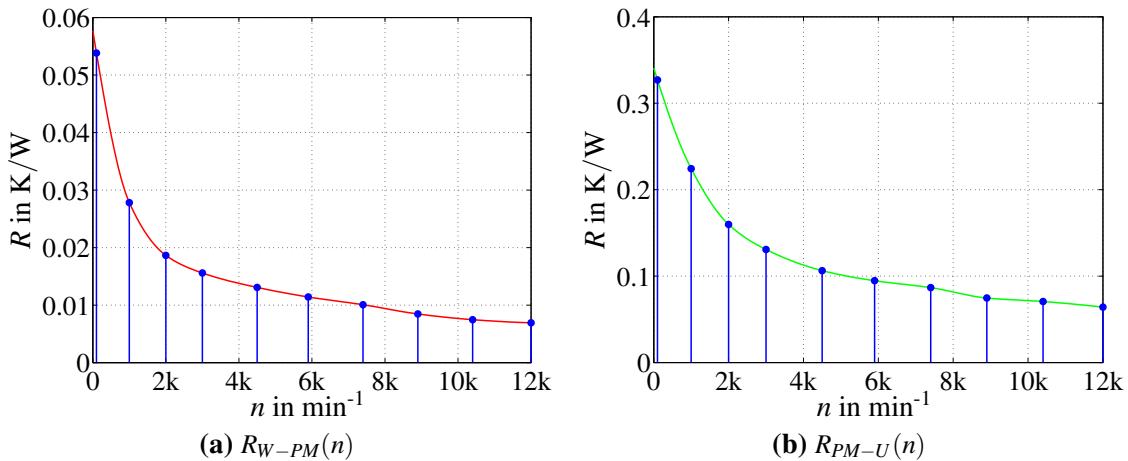


Abbildung 7.13: Identifizierte thermische Widerstände mit Konvektionsanteil über dem Luftspalt (links) und zwischen PM und Kabinenluft (rechts); die Punkte entsprechen den lokalen Identifikationsstützstellen

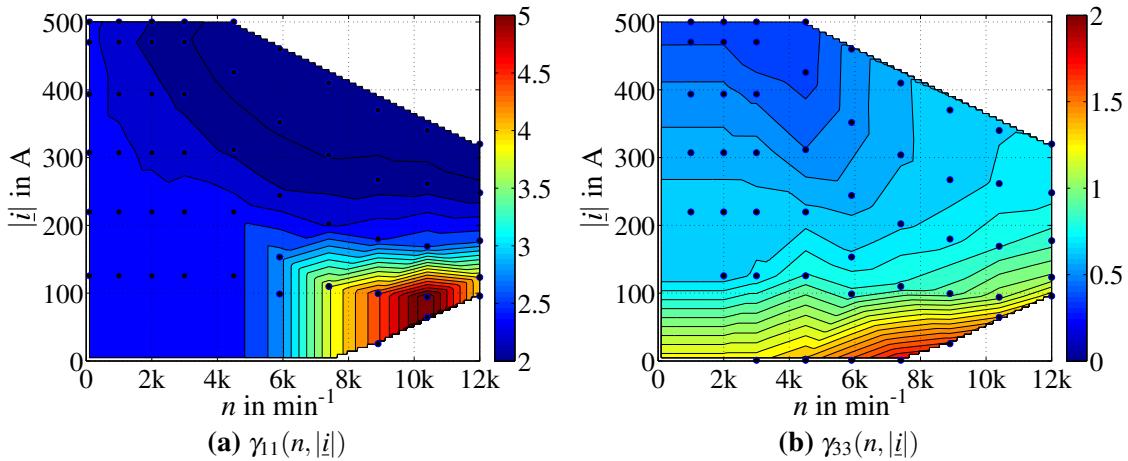


Abbildung 7.14: Kennfelder der identifizierten Verlustkoeffizienten; die Punkte entsprechen den lokalen Identifikationsstützstellen ($IDENT^B$ Trainingsdatensätze).

wesentliche thermische Systemeigenschaften direkt auf das angesetzte 3-Knoten Modell abbilden. Dazu gehören die grundlegenden Prinzipien des Wärmeaustauschs (z.B. Wärme- fluss als Resultat von Temperaturdifferenzen), als auch die systeminhärenten Eigenschaf- ten der exponentiellen Stabilität und Positivität (vgl. Abschnitt 4.2.3). Inwieweit das iden- tifizierte thermische Modell darüber hinaus physikalisch interpretierbar ist, soll im Folgen- den untersucht werden. Eine Möglichkeit besteht darin, das Modell auf Basis seiner iden- tifizierten Parameter zu analysieren. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Interpretierbar- keit der Parameter stets vor dem Hintergrund des hohen Abstrahierungsgrades des Modells zu sehen ist. Durch die intransparente Weise, mit der Modellierungsfehler im Rahmen der Parameteridentifikation auf die bestehenden Modelfreiheitsgrade abgebildet werden, wird die Aussagekraft einzelner Parameterwerte stark eingeschränkt. So sind insbesondere die identifizierten Verlustkoeffizienten γ_{ij} nur schwer physikalisch zu interpretieren. Die- ser Umstand ist jedoch nicht alleine der Abbildung von Modellierungsfehlern geschuldet,

sondern auch der unbekannten Aufteilung der Eisenverluste im Motor. Rein qualitativ betrachtet ist dagegen die drehzahlabhängige Abnahme der Widerstandswerte in Abb. 7.13 vor dem Hintergrund der vermuteten Wärmekonvektionsvorgänge durchaus nachzuvollziehen. Die bei zunehmender Drehzahl abnehmenden Kurvensteigungen können in einer Verschiebung des dominierenden Strömungsmechanismus von laminar ($< 2000 \text{ min}^{-1}$) zu turbulent ($> 3000 \text{ min}^{-1}$) vermutet werden (vgl. auch [HCH12]). Ebenfalls physikalisch plausibel erscheinen aufgrund der zu erwartenden guten thermischen Kopplung zwischen Wicklung und Wickelkopf bzw. Wicklung und Kühlmittel die vergleichsweise kleinen thermischen Widerstandswerte R_{W-WK} und R_{W-K} .

Analyse des Modellverhaltens

Vor dem Hintergrund der eingeschränkten physikalischen Interpretierbarkeit einzelner Modellparameter kann eine gesamtheitlichere Betrachtung des identifizierten Modells von Vorteil sein. So kann auf Basis einer stationären Analyse des Ein-/Ausgangsverhaltens untersucht werden, welchen Einfluss die jeweiligen Eingangsgrößen im thermischen Gleichgewicht auf die zu schätzenden Temperaturen haben. Dazu wird für das identifizierte thermische Modell zunächst die zugehörige Übertragungsmatrix

$$\begin{aligned}\mathbf{G}(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \\ &= \frac{1}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}\mathbf{C} \operatorname{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{B}, \quad \text{wobei gilt: } \mathbf{C} = \mathbf{I}\end{aligned}\quad (7.11)$$

berechnet. Die Nullstellen des charakteristischen Polynoms entsprechen den Eigenwerten der Systemmatrix, die im vorliegenden Fall allesamt reell und negativ und somit für das exponentiell stabile Modellverhalten verantwortlich sind [GJ09]. Durch Anwendung des Endwertsatzes der Laplace Transformation

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot H(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (7.12)$$

auf die Übertragungsglieder in $\mathbf{G}(s)$ - mit $h(t)$ sei die Sprungfunktion bezeichnet - können schließlich für verschiedene Arbeitspunkte die stationären Verstärkungsfaktoren zwischen Temperaturen und Modelleingängen bestimmt werden. In Tab. 7.5 und Tab. 7.6 wurden die Verstärkungen exemplarisch für zwei Arbeitspunkte bei sehr unterschiedlichen Drehzahlen berechnet.

	$P_{v,Cu,WK}$	$P_{v,Cu,W}$	$P_{v,rest}$	ϑ_K	ϑ_U
ϑ_{WK}	0,0363 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0520 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0093 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,9909	0,0091
ϑ_W	0,0079 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0520 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0093 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,9909	0,0091
ϑ_{PM}	0,006 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0446 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,0174 $\frac{\text{K}}{\text{W}}$	0,8496	0,1504

Tabelle 7.5: $n = 100 \text{ min}^{-1}, |i| = 500 \text{ A}$: Stationäre Verstärkungsmatrix bei niedriger Drehzahl

	$P_{v,Cu,WK}$	$P_{v,Cu,W}$	$P_{v,rest}$	ϑ_K	ϑ_U
ϑ_{WK}	0,0309 $\frac{K}{W}$	0,0501 $\frac{K}{W}$	0,0105 $\frac{K}{W}$	0,9539	0,0461
ϑ_W	0,0065 $\frac{K}{W}$	0,0501 $\frac{K}{W}$	0,0105 $\frac{K}{W}$	0,9539	0,0461
ϑ_{PM}	0,0059 $\frac{K}{W}$	0,0453 $\frac{K}{W}$	0,0140 $\frac{K}{W}$	0,8633	0,1367

Tabelle 7.6: $n = 12000 \text{ min}^{-1}, |i| = 300 \text{ A}$: Stationäre Verstärkungsmatrix bei hoher Drehzahl

Auf Basis der Matrizeneinträge lassen sich eine Reihe qualitativer Aussagen zum Verhalten des Modells ableiten, die einerseits zum besseren Verständnis der thermischen Vorgänge im System beitragen, andererseits aber auch die Plausibilität des identifizierten Modells belegen:

- Der stationäre Einfluss der Kühlmitteltemperatur (ϑ_K) auf die zu schätzenden Temperaturen ist signifikant, was auf eine sehr gute thermische Anbindung des Stators zum Kühlmantel hindeutet. Bei abnehmender Durchflussmenge des Kühlmittels ist dagegen zu erwarten, dass die thermische Kopplung zwischen Kühlmantel und Stator aufgrund des größer werdenden Konvektionswiderstandes ins Kühlmittel entsprechend abnimmt.
- Gegenüber der Kühlmitteltemperatur fällt der Einfluss der Umgebungstemperatur (ϑ_U) auf das thermische Modellverhalten deutlich geringer aus. Das ist im Wesentlichen auf die vergleichsweise schlechte thermische Anbindung des Motors an die Umgebungsluft in der Prüfstandskabine zurückzuführen, die sich auch in den vergleichsweise großen thermischen Widerstandswerten für R_{PM-U} in Abb. 7.13b widerspiegelt.
- Mit steigender Drehzahl nähern sich die zu ϑ_U gehörenden Verstärkungswerte bzgl. Wicklungs- und Wickelkopftemperatur denen der Magnettemperatur an. Ursächlich dafür ist insbesondere die drehzahlabhängige Abnahme des thermischen Widerstandes R_{W-PM} über dem Luftspalt (s. Abb. 7.13a). Durch die verbesserte thermische Kopplung zwischen Permanentmagneten und Wicklung bzw. Wickelkopf wird der Einfluss der Eingangsgrößen gleichmäßiger auf alle Temperaturknoten verteilt.
- Die Drehzahlabhängigkeit des thermischen Widerstandes über dem Luftspalt ist auch dafür verantwortlich, dass der stationäre Einfluss der Restverluste auf die Magnettemperatur bei steigenden Drehzahlen abnimmt. Das liegt daran, dass aufgrund der verbesserten thermischen Kopplung zwischen Stator und Rotor, mehr Wärme bzw. ein größerer Teil der in die Magneten eingetragenen Restverluste über den Luftspalt ins Kühlmittel abgeführt werden kann.
- Mit Ausnahme von $P_{v,Cu,WK}$, ist der stationäre Einfluss aller Eingangsgrößen auf Wicklungs- und Wickelkopftemperatur in einem Arbeitspunkt jeweils identisch. Das ist ebenfalls nicht verwunderlich, da der Wickelkopf im angesetzten 3-Knoten Modell ausschließlich mit der Wicklung verbunden ist. Unter Vernachlässigung der direkten Verlusteinträge in den Wickelkopf ($P_{v,Cu,WK}$), wird die Wickelkopftemperatur im thermischen Gleichgewicht somit stets denselben Wert wie die Wicklungstemperatur haben.

atur annehmen.

Um Aussagen zum dynamischen Verhalten des identifizierten Modells machen zu können, bietet es sich an, die Zeitkonstanten der verkoppelten PT1-Glieder des Zustandsraummodells zu bestimmen. Im Gegensatz zu den mittels Eigenwertanalyse berechenbaren Zeitkonstanten des modal transformierten bzw. entkoppelten Modells, können die Zeitkonstanten des verkoppelten Modells direkt den Zuständen bzw. den Temperaturen zugeordnet werden. Die Zeitkonstanten der Temperaturknoten entsprechen den negativen Kehrwerten der Hauptdiagonalelemente der Systemmatrix in (7.4b) und ergeben sich wie folgt:

$$\tau_{WK} = C_{WK} R_{W-WK}, \quad (7.13a)$$

$$\tau_W = C_W \left(\frac{R_{W-WK} R_{W-K} R_{W-PM}}{R_{W-PM} R_{W-K} + R_{W-K} R_{W-WK} + R_{W-WK} R_{W-PM}} \right), \quad (7.13b)$$

$$\tau_{PM} = C_{PM} \left(\frac{R_{W-PM} R_{PM-U}}{R_{W-PM} + R_{PM-U}} \right). \quad (7.13c)$$

Da R_{W-PM} und R_{PM-U} aufgrund von Konvektionseffekten drehzahlabhängig sind, variieren mit ihnen auch die Modellzeitkonstanten τ_W bzw. τ_{PM} . Die sich bei steigenden Dreh-

	0 min^{-1}	3000 min^{-1}	6000 min^{-1}	9000 min^{-1}	12000 min^{-1}
τ_{WK} in s	82	82	82	82	82
τ_W in s	91	80	76	71	68
τ_{PM} in s	2420	670	479	368	302

Tabelle 7.7: Zeitkonstanten der Modellknoten für verschiedene Drehzahlen

zahlen einstellende Abnahme der Zeitkonstanten τ_W und insbesondere τ_{PM} (vgl. Tab. 7.7) deckt sich in guter Näherung mit den gemessenen S1-Temperaturverläufen, welche als Teil der IDENT^B Trainingsdatensätze während der Parameteridentifikation verwendet wurden (vgl. Abb. 7.11).

Stabilität des Simulationsmodells

Durch die Vorgabe systemspezifischer Randbedingungen an die Parameteridentifikation wurde die Stabilität des identifizierten thermischen Modells (7.4) bereits a-priori sichergestellt. In dem Zusammenhang wurde jedoch der Einfachheit halber angenommen, dass die temperaturabhängigen Kupferverluste auf Basis der *gemessenen* Wicklungs- und Wickelkopftemperatur ϑ_W bzw. ϑ_{WK} berechnet werden. Unter Berücksichtigung der arbeitspunktabhängigen Zustandsraummatrizen lässt sich das Identifikationsmodell dann folgendermaßen ausdrücken:

$$\dot{\hat{\underline{\vartheta}}} = \mathbf{A}(n) \hat{\underline{\vartheta}} + \mathbf{B}(n, |i|) \underline{u}(\vartheta_W, \vartheta_{WK}). \quad (7.14)$$

Da das Ziel der Arbeit darin besteht, das thermische Motormodell im späteren Betrieb als reines Simulationsmodell zu betreiben, müssen die Kupferverluste jedoch auf Basis der

geschätzten Temperaturen $\hat{\vartheta}_W$ bzw. $\hat{\vartheta}_{WK}$ berechnet werden. Da die Kupferverluste somit abhängig von den Modellzuständen sind, stellen sie im Gegensatz zum obigen Fall keine exogenen Eingangsgrößen mehr dar. Zwar lässt sich die Rückführung der Zustände bzw. Temperaturen auf den Modelleingang auch im Nachgang an die Parameteridentifikation problemlos realisieren. Es besteht jedoch die Gefahr, dass das resultierende Simulationsmodell dadurch instabil wird. Die Ursache liegt im mitkoppelnden Charakter der Zustandsrückführung. So führen positive Fehler in der Temperaturschätzung (z.B. $\hat{\vartheta}_W > \vartheta_W$) zu einem Anstieg der modellierten Kupferverluste, welche wiederum den Schätzfehler erhöhen. Wird der Fehler in der Temperaturschätzung auf diese Weise verstärkt (Schleifenverstärkung größer eins) ist ein „thermisches Weglaufen“ des Modells mit entsprechendem Verlust der BIBO-Stabilität die Folge. Um die Zulässigkeit der nachträglich vorgenommenen Zustandsrückführung zu überprüfen, bietet es sich zunächst an, den von den Zuständen abhängigen Teil der Kupferverluste in die Systemmatrix zu verschieben. Das System bekommt dann die Form

$$\dot{\hat{\vartheta}} = \underbrace{(\mathbf{A}(n) + \mathbf{B}(n, |\underline{i}|)\mathbf{U}_\Delta)}_{\mathbf{A}_{sim}(n, |\underline{i}|)} \hat{\vartheta} + \mathbf{B}(n, |\underline{i}|) \underline{u}^*, \quad (7.15)$$

wobei der exogene Eingangsvektor \underline{u}^* und die Matrix \mathbf{U}_Δ folgendermaßen definiert sind:

$$\underline{u}^* = [P_{ref}(1 - \alpha_{Cu}\vartheta_{ref})(1 - \beta), \ P_{ref}(1 - \alpha_{Cu}\vartheta_{ref})\beta, \ P_{v,rest}, \ \vartheta_K, \ \vartheta_U]^T, \quad (7.16a)$$

$$\mathbf{U}_\Delta = \begin{bmatrix} P_{ref}\alpha_{Cu}(1 - \beta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{ref}\alpha_{Cu}\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (7.16b)$$

$$P_{ref} = \frac{3}{2}R_{ref}(i_d^2 + i_q^2) = \frac{3}{2}R_{ref}|\underline{i}|^2. \quad (7.16c)$$

In (7.15) beschreibt \mathbf{A}_{sim} die erweiterte Systemmatrix des Simulationmodells. Die Überprüfung der BIBO-Stabilität kann nun auf Basis lokaler Eigenwertanalysen innerhalb des relevanten $(n, |\underline{i}|)$ -Betriebsbereich des Motors (vgl. Abb. 7.14) durchgeführt werden. Da sich die dabei ergebenden Eigenwerte ausschließlich negativ und reellwertig herausgestellt haben, kann auf diese Weise die Zulässigkeit der nachträglichen Zustandsrückführung bestätigt werden.

7.5 Zeitdiskrete Realisierung

Bevor das identifizierte thermische Modell am Prüfstand validiert werden kann, muss es an die zeitdiskret arbeitende *Rapid Control Prototyping (RCP)* Hardware angepasst werden. Ganz im Sinne der in Abschnitt 7.1 geforderten recheneffizienten Realisierung des thermischen Modells, wird die Modelldiskretisierung mittels des RK1-Verfahrens (Rechteckregel Vorwärts) durchgeführt (vgl. Anhang A.2). Der Grund für die vergleichsweise hohe Recheneffizienz des RK1-Verfahrens ist im vorliegenden Fall insbesondere vor dem Hintergrund des LPV-Charakters des thermischen Modells zu sehen. So ist neben der Ein-

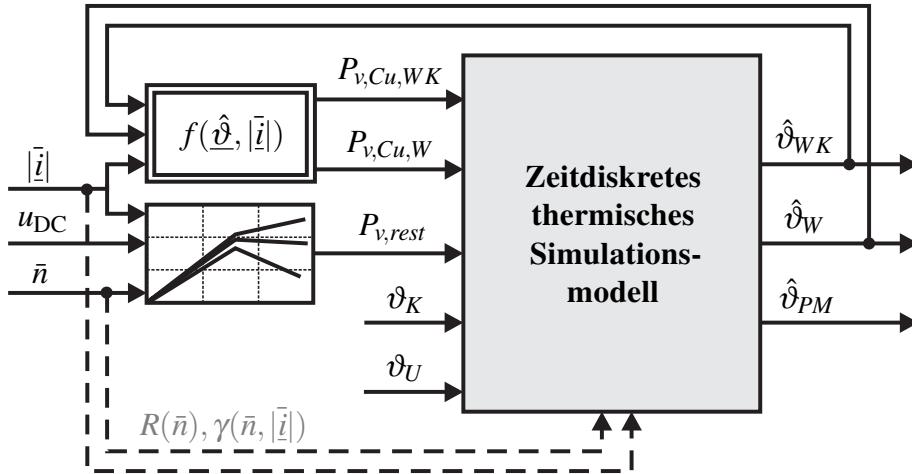


Abbildung 7.15: Vereinfachtes Prinzipbild des thermischen Simulationsmodells

gangsmatrix auch die Systemmatrix des zeitkontinuierlichen Simulationsmodells (7.15) abhängig vom angefahrenen Arbeitspunkt ($n, |\bar{i}|$). Im Falle einer exakten Diskretisierung würde dieser Umstand die permanente Neuberechnung der ohnehin rechenaufwendigen Transitionsmatrix (A.19a) erforderlich machen. Durch Approximation der Transitionsmatrix mittels Rechteckregel Rückwärts (A.24) oder Trapezregel (A.26) kann der Rechenaufwand gegenüber der exakten Diskretisierung zwar deutlich verringert werden, aufgrund der immer noch notwendigen Inversenbildungen stellt das RK1-Verfahren jedoch immer noch die recheneffizienteste Variante dar. Das RK1-diskretisierte Simulationsmodell (vgl. auch Abb. 7.15) kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\hat{\vartheta}_{k+1} = \mathbf{A}_{sim}(\bar{n}, |\bar{i}|) T_a \hat{\vartheta}_k + \mathbf{B}(\bar{n}, |\bar{i}|) T_a \bar{u}_k^* + \hat{\vartheta}_k. \quad (7.17)$$

Die Wahl der Abtastzeit T_a erfolgt unter Berücksichtigung der numerischen Stabilitätsbereiche des RK1-Verfahrens (vgl. Anhang A.2.1) sowie eines maximal zulässigen Diskretisierungsfehlers von $\pm 0,5$ K. Während die Stabilität der RK1-Diskretisierung aufgrund des aperiodischen Modellverhaltens (rein reellwertige Eigenwerte) gemäß (A.15) bereits bei Abtastzeiten $T_a < 100$ s sichergestellt ist, sind für das Einhalten des maximalen zulässigen Diskretisierungsfehlers erheblich kleinere Abtastzeiten ($T_a < 3$ s) erforderlich. Da die Motorregelung am Prüfstand mit einer Abtastfrequenz von 10 kHz gerechnet wird, erfolgt die Aktualisierung der Modellmatrizen und Eingangsgrößen in (7.17) auf Basis gemittelter Drehzahl- und Stromwerte. Das hat den Vorteil, dass auch schnelle Arbeitspunktänderungen ($\tau < T_a$) im thermischen Modell berücksichtigt werden können, ohne dafür das ganze Modell in einem schnelleren Task berechnen zu müssen⁷. Bedingt durch die RK1-Diskretisierung in Kombination mit der geringen Modellordnung und vergleichsweise groß wählbaren Modellabtastzeit im niedrigen Sekundenbereich, kann der Rechenaufwand für das thermische 3-Knoten Modell bestmöglich minimiert werden. So lässt sich bereits an einem handelsüblichen Windows 7 PC mit Intel Core i7 Prozessor, 2,7 GHz Taktfrequenz

⁷Grundsätzlich ist es zwar möglich, das kompilierte Modell auf der am Prüfstand verwendeten dSpace RCP-Umgebung im schnellen 100 μ s Task der Motorregelung mitzurechnen. Das ist jedoch für die Einhaltung der gewünschten Genauigkeit weder notwendig noch recheneffizient.

und einem Arbeitsspeicher von 6 GB, ein 8-stündiges Temperaturprofil in Matlab/Simulink (R2012a) in lediglich 4 Sekunden simulieren. Unter Annahme einer Abtastzeit von $T_a = 2\text{ s}$, entspricht das einer durchschnittlichen Rechendauer pro Abtastschritt von weniger als $300\text{ }\mu\text{s}$.

8 Validierung des thermischen Modells

Nachdem das thermische Modell identifiziert und zeitdiskretisiert wurde, wird es im Folgenden anhand von am Prüfstand des Fachgebietes LEA aufgenommenen Messergebnissen validiert. Da das Modell selbst keinen Einfluss auf den Motorbetrieb hat (z.B. über ein temperaturgestütztes *Derating*), ist neben einer online Validierung, bei der das Modell parallel zur Motorregelung auf der RCP-Umgebung mitgerechnet wird, auch eine Validierung in offline-Manier denkbar. Dabei wird der Prüflingsmotor zunächst mittels unterschiedlicher Lastprofile thermisch angeregt und die relevanten Ein- und Ausgangsgrößen werden aufgezeichnet. Anschließend wird das Modell mit den gemessenen Eingangsgrößen vom Prüfstand angeregt und die simulierten bzw. geschätzten Temperaturverläufe in Wickelkopf, Wicklung und den Permanentmagneten werden mit den gemessenen verglichen. Die Validierung des thermischen Modells auf Basis von offline-Simulationen hat den Vorteil, dass nachträgliche Modellanpassungen problemlos durchgeführt werden können, ohne dass zeitlich aufwendige Prüfstandsmessungen wiederholt werden müssen. So basieren auch die folgenden Validierungsergebnisse ausschließlich auf offline Simulationen. Die Ergebnisse unterscheiden sich jedoch nicht von denen einer online Validierung, sofern die Abtastzeit (hier: $T_a = 2 \text{ s}$) und die Eingangsgrößen des Modells identisch sind.

Betriebsgröße	Variable	Wert
Zwischenkreisspannung	u_{DC}	250 – 320 V
Sollaussteuerungsgrad	a^*	95,3%
max. zulässige Drehmomentrate	δM	1000 Nm/s
max. zulässige Drehzahlrate	δn	1500 min ⁻¹ /s
Kühlmitteltemperatur	ϑ_K	20-65 °C
Umgebungstemperatur	ϑ_U	20 – 35 °C
Durchflussmenge	σ_{DM}	7 $\frac{1}{\text{min}}$

Tabelle 8.1: Betriebsbedingungen während der Validierung

Die Validierung erfolgt auf Basis einer Reihe unterschiedlicher Anregungsprofile sowie unter variierenden Betriebsbedingungen (vgl. Tab. 8.1). So wird in Abschnitt 8.1 die Güte des Modells zunächst auf Basis eines stationären Lastprofils bei unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen und Vorlauftemperaturen untersucht. Während die Vorlauftemperaturen bei den Validierungsprofilen in Abschnitt 8.1 als konstant angenommen werden, wird in Abschnitt 8.2 auch der dynamische Einfluss einer variierenden Vorlauftemperatur auf das Modellverhalten untersucht. Nachdem in Abschnitt 8.3 überprüft wurde, inwieweit der Einfluss der Umgebungstemperatur in der Prüfstandskabine auf das thermische System-

verhalten korrekt durch das Modell beschrieben wird, wird in Abschnitt 8.4 die Güte der Temperaturschätzung abschließend auch noch auf Basis eines realistischen Fahrspiels demonstriert. In dem Zusammenhang wird auch die Auswirkung fehlerhafter Modellinitialisierungen genauer untersucht.

8.1 Stationäres Lastprofil bei konstanter Vorlauftemperatur

Um sowohl die Dynamik als auch die stationäre Genauigkeit des identifizierten Modells korrekt bewerten zu können, sollten bei der Festlegung der Lastprofile insbesondere die folgenden Aspekte beachtet werden:

1. **Kreuzvalidierung:** Um das Modell hinsichtlich seiner Gültigkeit im relevanten Arbeitsbereich zu validieren, sollten ausschließlich Arbeitspunkte ausgewählt werden (motorisch und generatorisch), die nicht bereits im Rahmen der Identifikation angefahren wurden und die zudem einen möglichst breiten Arbeitsbereich abdecken.
2. **Höhe der Anregung:** Um die Modellgüte in Worst-Case-Manier abschätzen zu können, sollten die Arbeitspunkte im Sinne einer maximalen Verlustanregung gewählt werden. Als Grundlage dienen dabei die thermischen Grenzen des S1-Bereiches unter Annahme einer Vorlauftemperatur von 65 °C. In dem Fall ist ganz im Sinne einer besseren Vergleichbarkeit der Validierungsergebnisse sichergestellt, dass das verwendete Lastprofil in unveränderter Form unter allen spezifizierten Betriebsbedingungen gemäß Tabelle (8.1) abgefahren werden kann, ohne dass die thermischen Belastungsgrenzen des Motors überschritten werden.
3. **Form und Dauer der Anregung:** Das Lastprofil sollte so festgelegt werden, dass ausgeprägte Übergänge von einem thermischen Gleichgewicht in ein anderes dargestellt werden. Dafür sollten sich Arbeitspunkte hoher thermischer Anregung mit Arbeitspunkten niedrigerer thermischer Anregung abwechseln. Um die Dynamik des Modells beurteilen zu können, ist es zweckmäßig, Arbeitspunktwechsel frühestens nach $1 \cdot \tau_{PM}$, aus Zeitgründen aber spätestens nach $2 \cdot \tau_{PM}$ vorzunehmen. Um potentielle Temperaturdrifts zu erkennen bzw. auszuschließen, ist außerdem auf eine ausreichende Dauer des gesamten Anregungsprofils zu achten.

Den obigen Anforderungen entsprechend kann schließlich ein Lastprofil festgelegt werden, auf Basis dessen das Modell unter unterschiedlichen Betriebsbedingungen validiert wird. Wie auch im Rahmen der Identifikation bietet es sich dabei aus verfahrenstechnischen Gründen an, das Lastprofil in Form von Drehmoment-Drehzahl-Trajektorien vorzugeben und die Wahl der Stromarbeitspunkte i_d, i_q bzw. $|i|$ der Arbeitspunktsteuerung (inkl. Aussteuerungsregler) zu überlassen.

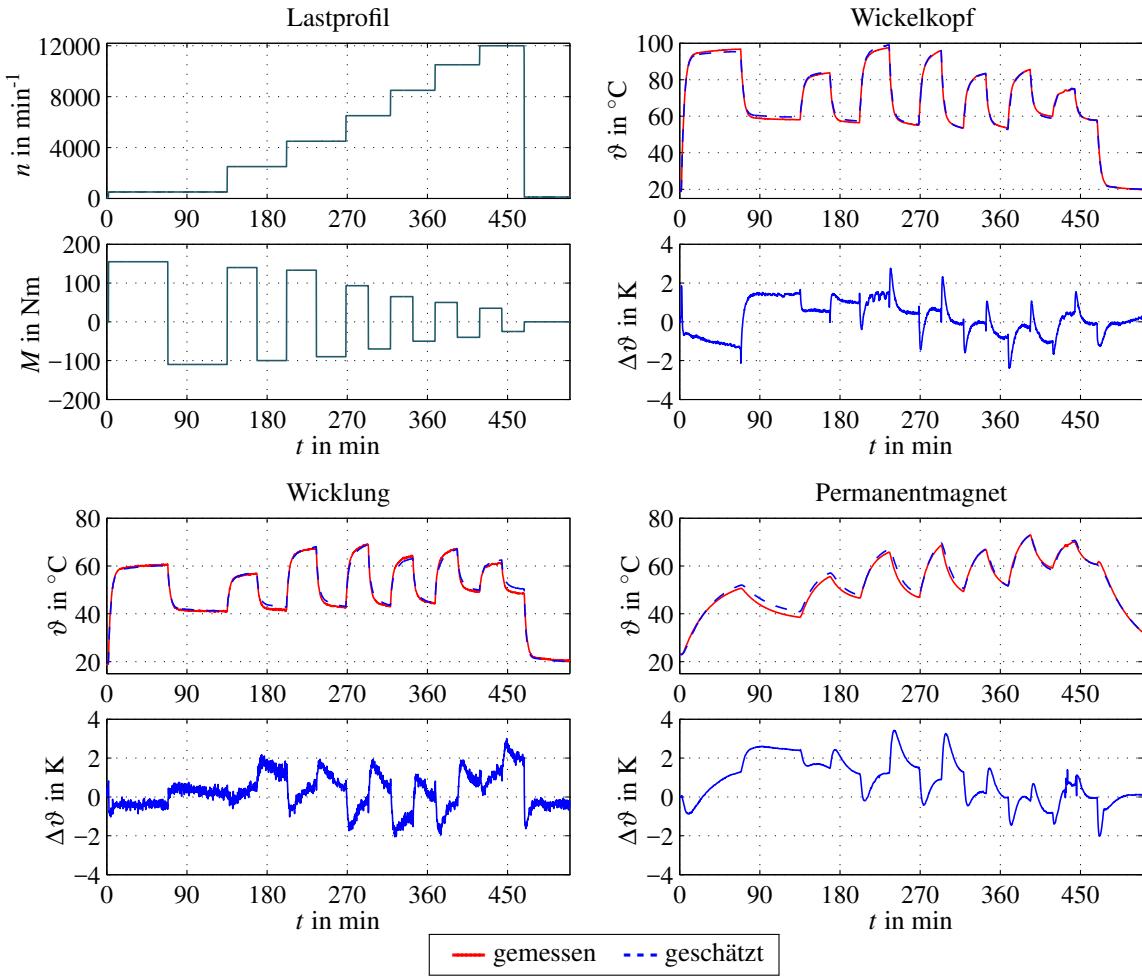


Abbildung 8.1: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_U = 20^{\circ}\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 250\text{ V}$

8.1.1 Validierung bei 20°C Vorlauftemperatur

In Abb. 8.1 und Abb. 8.2 sind erste Validierungsergebnisse auf Basis eines stationären Lastprofils entsprechend obiger Anforderungen dargestellt. Die Vorlauf- und Kabinentemperatur wurden während der Prüfstandsexperimente durchgehend auf einem konstanten Niveau von etwa 20°C gehalten, was im Wesentlichen den Betriebsbedingungen während der Identifikation (vgl. IDENT^B Trainingsdatensätze in Abschnitt 7.4.1) entspricht. Im dargestellten Lastprofil sorgen die angefahrenen positiven (motorischen) Drehmomente für eine Aufheizung des Motors, die negativen (generatorischen) Drehmomente dagegen für eine Abkühlung. Das liegt zum einen daran, dass die generatorischen Drehmomentbeträge bei allen angefahrenen Drehzahlen stets etwas kleiner als ihre motorischen Pendants gewählt wurden. Hinzu kommt, dass generatorische Drehmomente beim Betrieb des Motors an der Spannungsgrenze mit weniger flussschwächendem Strom und folglich geringeren Kupferverlusten gestellt werden können (vgl. Abschnitt 7.3.2). Gleiches gilt für den Betrieb bei hohen Zwischenkreisspannungen, weshalb die Temperaturen des bei $u_{\text{DC}} = 250\text{ V}$ durchfahrenen Lastprofils in Abb. 8.1 im Flussschwäzbereich auch tendenziell oberhalb der

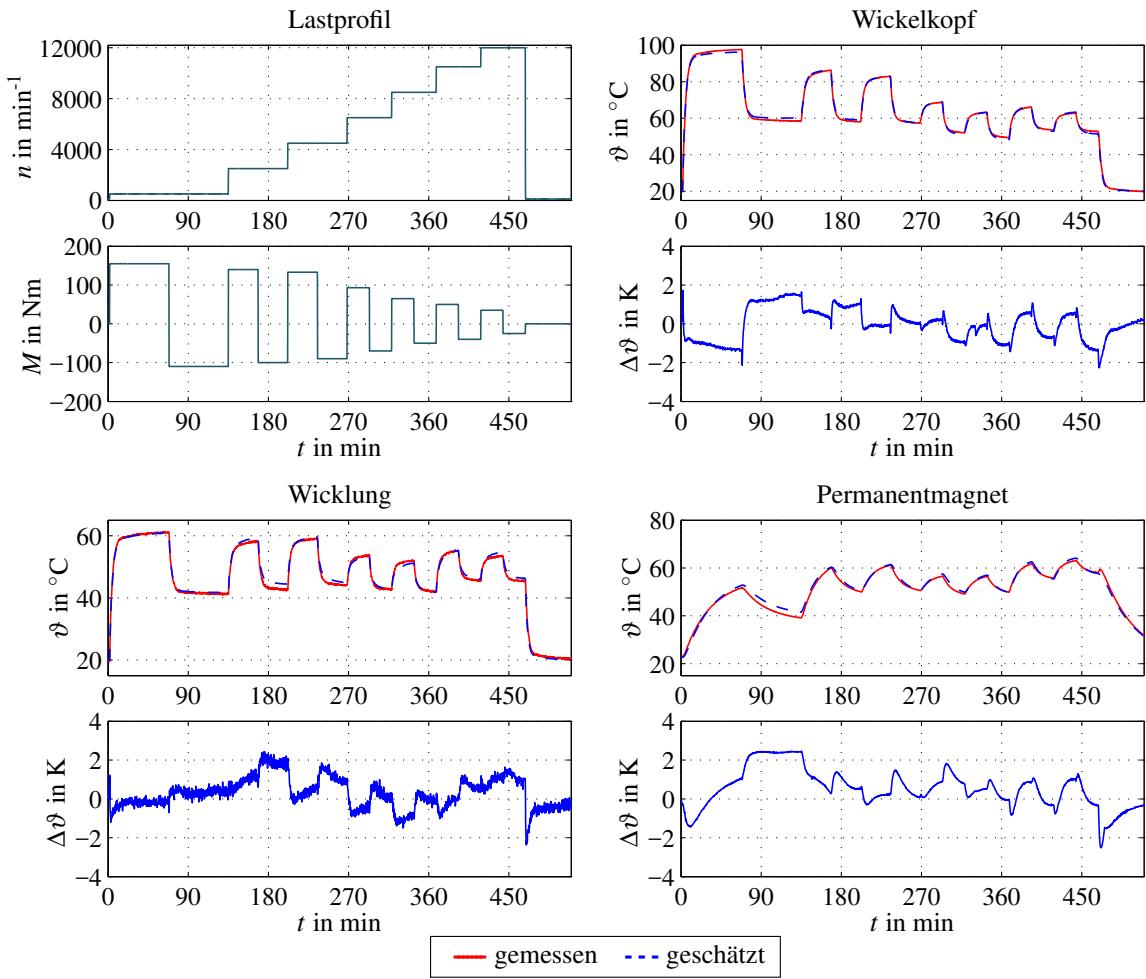


Abbildung 8.2: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 320\text{ V}$

Temperaturen des bei $u_{\text{DC}} = 320\text{ V}$ durchfahrenen Lastprofils in Abb. 8.2 liegen.

Unter den gegebenen Bedingungen stimmen die geschätzten und gemessenen Temperaturverläufe mit hoher Genauigkeit überein. Die maximalen Schätzfehler betragen für alle Temperaturknoten in etwa $\pm 3\text{ K}$ und liegen damit innerhalb des eingangs spezifizierten Toleranzbandes von $|\Delta\vartheta| < 5\text{ K}$. Es fällt zudem auf, dass die Temperaturschätzung im transienten Bereich tendenziell etwas schlechter ausfällt als in der Nähe thermischer Gleichgewichtszustände. Das liegt daran, dass die Approximationsgüte thermischer Transiente durch die (geringe) Ordnung des thermischen Modells begrenzt wird. Hinsichtlich der Abbildung thermischer Gleichgewichtszustände steht mit den als arbeitspunktabhängig angenommenen empirischen Verlustkoeffizienten $\gamma_{11}(n, |i|)$ und $\gamma_{33}(n, |i|)$ dagegen eine vergleichsweise große Anzahl an Modelfreiheitsgraden zur Erhöhung der stationären Modellgenauigkeit zur Verfügung.

8.1.2 Validierung bei 65°C Vorlauftemperatur

Inwiefern der Einfluss der Vorlauftemperatur in repräsentativer Art und Weise auf das identifizierte Modell abgebildet wurde, kann anhand der bei 20 °C durchgeführten Validierungen nicht abschließend beurteilt werden. Das liegt daran, dass die lokalen Parameter zur Approximation der IDENT^B Trainingsdatensätze ebenfalls bei einer Vorlauftemperatur von 20 °C identifiziert wurden und somit nicht zwangsläufig Gültigkeit für davon abweichende Vorlauftemperaturen besitzen müssen. Aus diesem Grund wird das thermische Modell erneut auf Basis des bereits vorgestellten stationären Lastprofils validiert, die Vorlauftemperatur entspricht mit 65 °C diesmal jedoch der oberen Grenze des spezifizierten Betriebsbereichs. Um sonstige Fehlereinflüsse zu minimieren, wird die DC-Spannung zudem auf den während der Identifikation verwendeten Wert von 285 V eingestellt. In Abb. 8.3 sind die Validierungsergebnisse dargestellt. Es fällt auf, dass im Gegensatz zu

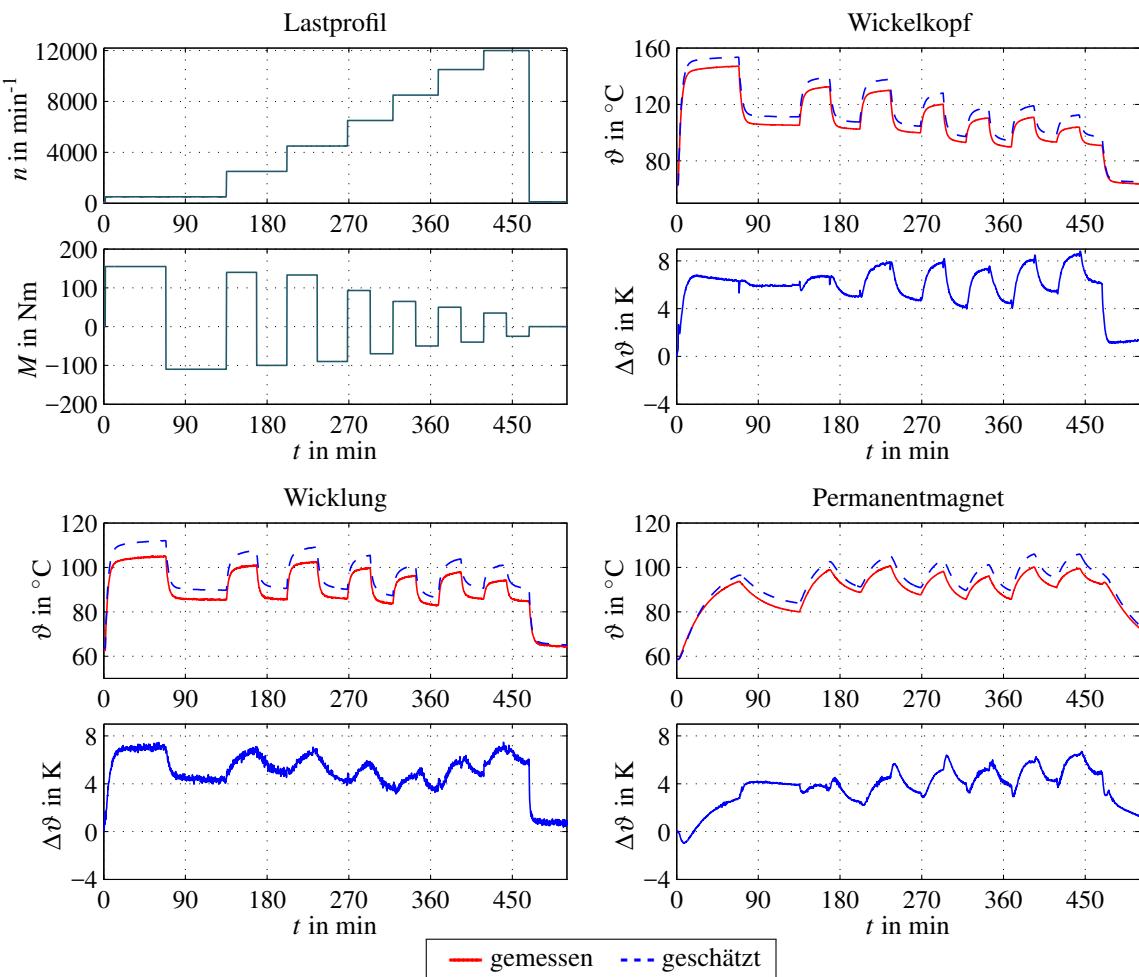


Abbildung 8.3: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

den Validierungen bei 20 °C Vorlauftemperatur, alle drei Knotentemperaturen im Mittel zu hoch geschätzt werden. Lediglich im Stillstand des Motors ($t > 470 \text{ min}$) nähern sich die geschätzten Temperaturverläufe den gemessenen in guter Näherung an. Die Tatsache,

dass der der Magnettemperatur überlagerte Offsetfehler mit +4 K niedriger ausfällt als im Falle der Wicklungs- und WickelkopfTemperatur (+6 K), legt den Schluss nahe, dass die eigentliche Fehlerursache auf wicklungsnahe Modellabstrahierungen zurückzuführen ist. Diese Vermutung wird auch dadurch gestützt, dass der mittlere Fehler der Magnettemperaturschätzung bei niedrigen Drehzahlen ($n = 500 \text{ min}^{-1}$) geringer ausfällt als bei hohen Drehzahlen. Bei niedrigen Drehzahlen besteht aufgrund des großen thermischen Widerstandes über dem Luftspalt (vgl. Abb. 7.13a) eine vergleichsweise schwache thermische Kopplung zwischen Rotor und Stator. Wicklungsnahe Modellierungsfehler wirken sich daher nur in verminderter Intensität auf die Knotentemperatur in den Permanentmagneten aus.

Aufgrund des hohen Abstrahierungsgrades des Modells sowie der auf Experimenten basierenden Parameteridentifikation ist es an dieser Stelle sicherlich schwierig, die genaue Ursache/n für die beobachteten Offsetfehler eindeutig zu identifizieren und zu quantifizieren. Das ist zur Einhaltung des eingangs spezifizierten Anforderungsprofils an das thermische Modell aber auch nicht erforderlich und daher auch nur bedingt zielführend. So wird im Folgenden angenommen, dass die Offsetfehler durch einen fälschlicherweise als konstant angenommenen thermischen Widerstand zwischen Wicklung und Kühlmittel (R_{W-K}) verursacht werden. Die Annahme eines konstanten Widerstandes R_{W-K} wurde bisher damit begründet, dass die Durchflussmenge und damit indirekt auch die Strömungsgeschwindigkeit des Kühlmittels konstant gehalten werden. Vernachlässigt wurde dabei jedoch, dass aufgrund der temperaturabhängigen Viskosität des Kühlmittels Wasser [SMK⁺13] der Widerstand R_{W-K} streng genommen auch von der Kühlmittel- bzw. Vorlauftemperatur ϑ_K abhängig ist. Da die Viskosität von Wasser mit steigenden Temperaturen abnimmt und die Fließfähigkeit (Kehrwert der Viskosität) entsprechend begünstigt, ist in Folge eine Zunahme des konvektiven Wärmestroms ins Kühlmittel zu erwarten. Dieser Zusammenhang kann auch anhand der Reynold- und Nusselt-Zahl erläutert werden (vgl. Abschnitt 4.2.1): Durch die abnehmende Viskosität des Fluids steigt mit der Reynold-Zahl (4.10) auch die davon abhängige Nusseltzahl, welche sich wiederum proportional zum konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten (4.9) bzw. umgekehrt proportional zum konvektiven thermischen Widerstand (4.8) verhält.

Auf Basis der beschriebenen Zusammenhänge kann nun erläutert werden, warum das thermische Modell im obigen Falle alle Temperaturen im Mittel zu hoch einschätzt. Der Grund liegt in der Identifikation des Widerstands R_{W-K} auf Basis des *IDENT^A* Anregungsprofils entsprechend Abb. 7.2. Die dabei durchgeführte Variation der Vorlauftemperatur zwischen 20 und 65 °C setzt im Rahmen der lokalen Identifikationsmethodik voraus, dass alle Modellparameter auch tatsächlich als unabhängig von ϑ_K betrachtet werden können. Vor dem Hintergrund der obigen Überlegungen erscheint diese Forderung jedoch höchstens in grober Näherung erfüllt. Realistischer Weise sollte der Widerstand ins Kühlmittel als abhängig von der Vorlauftemperatur angenommen werden, d.h. $R_{W-K}(\vartheta_K)$. Die Vorlauftemperatur stellt somit neben der Drehzahl und dem Strombetrag ebenfalls einen Scheduling Parameter des thermischen Modells dar. Die Vernachlässigung der Abhängigkeit des Widerstandes R_{W-K} von der Vorlauftemperatur stellt im Rahmen der Identifikation des lokalen Parametersatzes auf Basis des *IDENT^A* Profils einen systematischen Modellierungsfehler dar und führt dazu, dass R_{W-K} bestenfalls im Mittel korrekt geschätzt wird. Dieser

Umstand wirkt sich bei hohen Vorlauftemperaturen dann dahingehend aus, dass durch den zu groß angesetzten Widerstand R_{W-K} die modellierten Wärmeflüsse ins Kühlmittel kleiner als in der Realität ausfallen und die tatsächlichen Temperaturen im Motor überschätzt werden (vgl. Abb. 8.3). Dass ein umgekehrter Effekt im Rahmen der Validierungsprofile bei $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$ nicht beobachtet werden konnte, kann damit begründet werden, dass das thermische Verhalten des Motors, mit Ausnahme des bei $n = 100 \text{ min}^{-1}$ durchfahrenen *IDENT^A* Profils, ausschließlich bei einer konstanten Vorlauftemperatur von 20°C identifiziert wurde (vgl. *IDENT^B* Trainingsdatensätze). Die Auswirkung eines fehlerhaft angenommenen Widerstands R_{W-K} kann somit im Rahmen des Modellabgleichs auf implizite Weise kompensiert werden (z.B. durch entsprechende Anpassung der empirischen Verlustkoeffizienten).

Modellanpassung

Abschließend stellt sich die Frage, inwieweit der beschriebene Modellierungsfehler korrigiert werden kann. Ein naheliegender Ansatz besteht darin, die Identifikation der vom Arbeitspunkt unabhängigen Parameter auf Basis eines modifizierten *IDENT^A* Anregungsprofils (bei konstanter Vorlauftemperatur) vorzunehmen und die Anpassung des Widerstandes R_{W-K} an abweichende Vorlauftemperaturen auf Basis einfacher empirischer Untersuchungen durchzuführen. Das Hauptproblem bei dieser Vorgehensweise besteht darin, dass der Einfluss einer konstant gehaltenen Vorlauftemperatur auf das thermische Verhalten des Motors im Rahmen der Identifikation nicht mehr von dem der ebenfalls konstanten Umgebungstemperatur ϑ_U unterschieden werden kann¹. Der Einfachheit halber wird an dieser Stelle auf eine Wiederholung der Parameteridentifikation verzichtet und lediglich eine empirische Anpassung von R_{W-K} vorgenommen. Dabei wird R_{W-K} zunächst solange reduziert, bis die Offsetfehler in Abb. 8.3 nahezu verschwinden. Man erhält somit neben dem bei $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$ gültigen Wert R_{W-K} einen um etwa 20% reduzierten Wert $R_{W-K}(\vartheta_K = 65^\circ\text{C}) = 0,8 \cdot R_{W-K}$. Die temperaturabhängige Anpassung des Widerstands kann über folgenden Zusammenhang beschrieben werden:

$$R_{W-K}(\vartheta_K) = R_{W-K} - 0,2 \cdot R_{W-K} \cdot \left(\frac{\vartheta_K - 20^\circ\text{C}}{65^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} \right) \quad (8.1)$$

Die Verringerung der Offsetfehler aufgrund des Nachführens von $R_{W-K}(\vartheta_K)$ sowie die damit einhergehende Erhöhung der Schätzgüte insgesamt ist anhand der Validierung in Abb. 8.4 gut zu erkennen. Das gilt im Übrigen auch im Falle abweichender Zwischenkreisspannungen, wie auch die Validierungsergebnisse in Abb. A.8 bzw. Abb. A.9 belegen. Es sei an dieser Stelle jedoch darauf hingewiesen, dass die Ermittlung des bei $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$ gültigen Widerstandswertes R_{W-K} auf Basis eines einfachen empirischen Abgleichs des Modells mit Messdaten, das Prinzip der Kreuzvalidierung in Abb. 8.4 bereits verletzt. Um zu überprüfen, ob der (stationäre) Einfluss der Vorlauftemperatur durch die beschriebene Modellanpassung tatsächlich in korrekter Art und Weise im Modell berücksichtigt ist,

¹ Auf die Forderung nach unkorrelierten, mindestens aber linear unabhängigen Eingangsgrößen wurde bereits in Abschnitt 5.2.3 im Zusammenhang mit der Identifizierbarkeit von Parametern in MISO- bzw. MIMO Systemen hingewiesen.

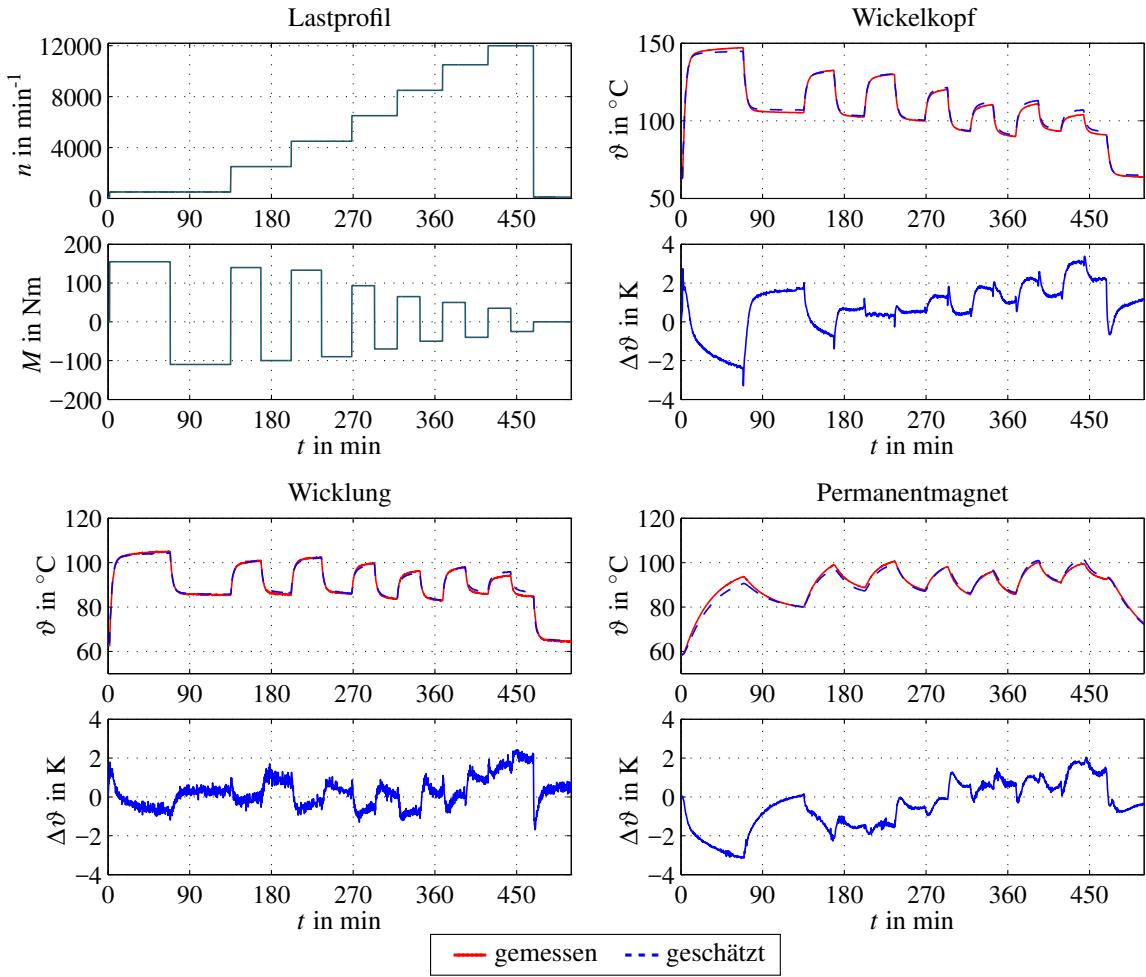


Abbildung 8.4: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe unter Annahme eines nachgeführten thermischen Widerstands $R_{W-K}(\vartheta_K)$; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285\text{ V}$

wird das Modell daher auch nochmal bei einer Vorlauftemperatur von $\vartheta_K = 45^\circ\text{C}$ validiert. Anhand der sehr guten Übereinstimmung zwischen geschätzten und gemessenen Temperaturen in Abb. 8.5, kann schließlich die Zulässigkeit der in (8.1) beschriebenen Adaptionsmaßnahme innerhalb des spezifizierten Betriebsbereiches bestätigt werden. Die leichte Drehzahlabhängigkeit der Schätzfehler im Wickelkopf und in den Permanentmagneten kann im Übrigen dadurch erklärt werden, dass die beiden Knoten lediglich indirekt über den Wicklungsknoten mit der Kühlung verbunden sind. Die Korrektur eines wicklungsnahen Modellierungsfehlers muss deshalb auch nicht zwangsläufig denselben positiven Effekt auf die Temperaturschätzung haben wie im Falle der Wicklung selbst. Das gilt umso mehr, wenn man bedenkt, dass im Rahmen der Parameteridentifikation Modellierungsfehler in impliziter Weise auf die bestehenden Modelfreiheitsgrade abgebildet werden, wodurch eine gezielte nachträgliche Korrektur solcher Fehler ohnehin nur sehr eingeschränkt möglich ist.

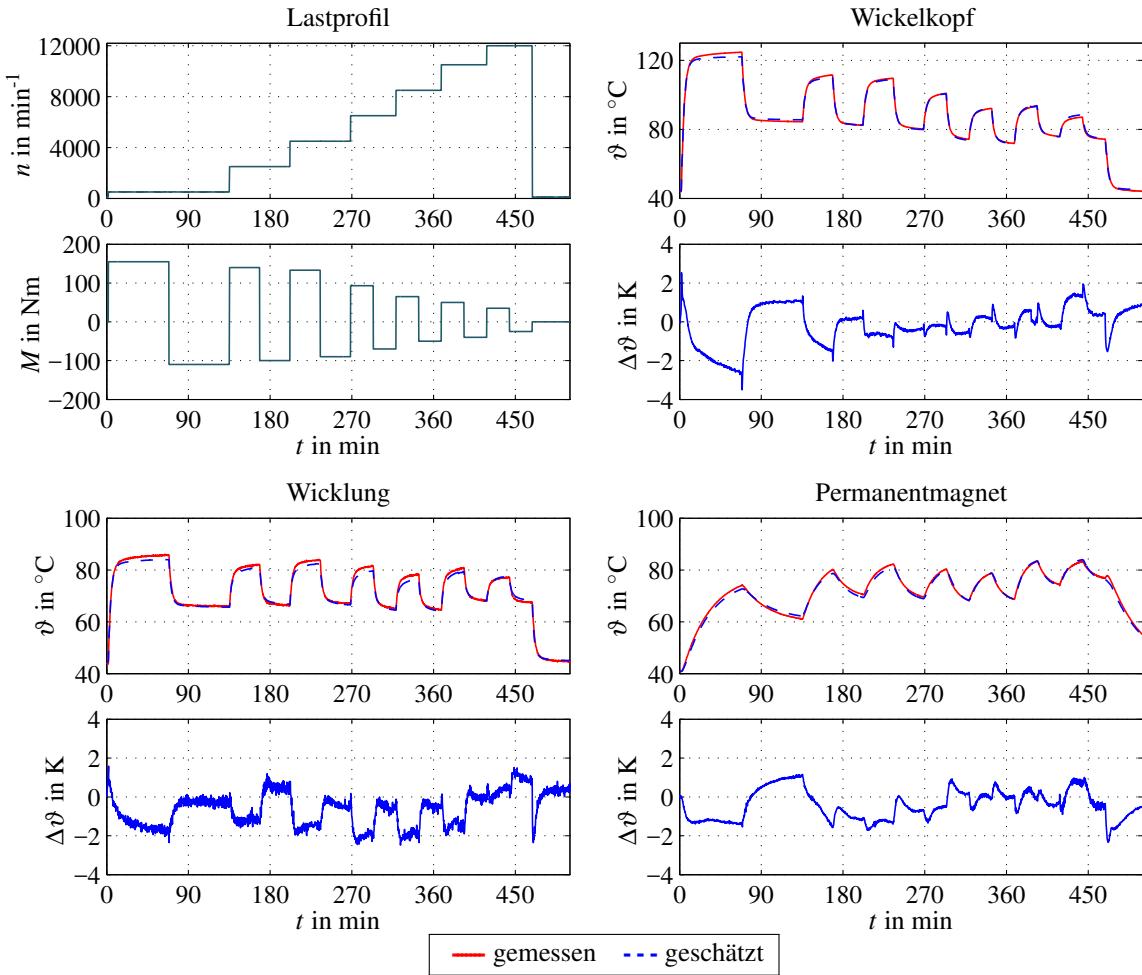


Abbildung 8.5: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe unter Annahme eines nachgeführten thermischen Widerstands $R_{W-K}(\vartheta_K)$; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 45^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285\text{ V}$

8.2 Stationäres Lastprofil bei variabler Vorlauftemperatur

In den vorangegangen Kapiteln wurde die Untersuchung der Schätzgenauigkeit des thermischen Modells lediglich unter der Annahme konstanter Vorlauftemperaturen durchgeführt. Um zu überprüfen, ob im identifizierten Modell auch der dynamische Einfluss der Vorlauftemperatur auf das thermische Verhalten des Motors korrekt berücksichtigt ist, wurde ein weiteres stationäres und rein motorisches Lastprofil durchfahren. Die Vorlauftemperatur wurde dabei in regelmäßigen Abständen dynamisch zwischen 20 und 65 °C variiert. Anhand der Validierungsergebnisse in Abb. 8.6 kann gezeigt werden, dass auch der dynamische Einfluss der Vorlauftemperatur mit hoher Genauigkeit durch das thermische Modell beschrieben wird. Zudem wird nochmals verdeutlicht, dass selbst im Falle ausgeprägter thermischer Übergänge bzw. Temperaturhübe, die hohe Genauigkeit der Temperaturschätzung durchgehend aufrecht erhalten werden kann.

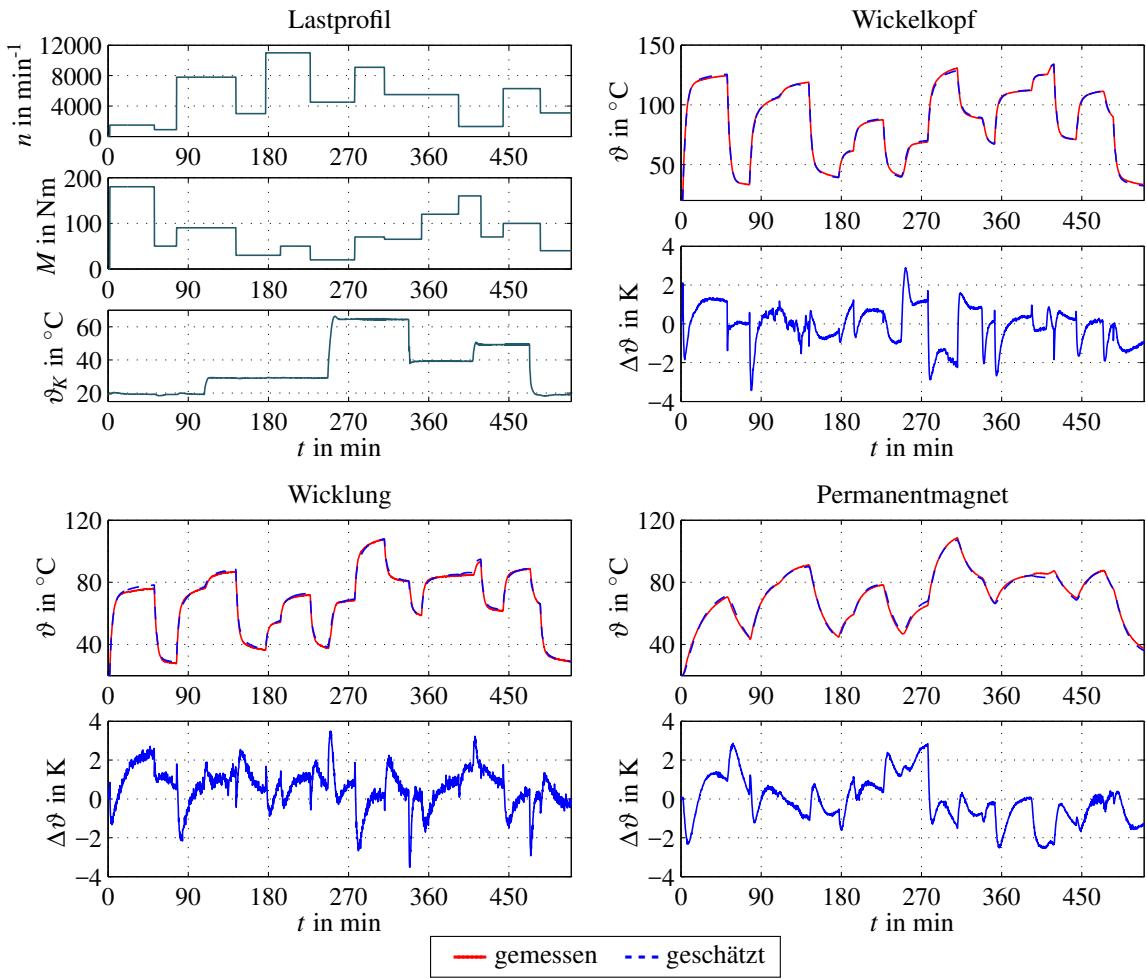


Abbildung 8.6: Lastprofil bei variabler Vorlauftemperatur: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20 - 65 ^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_U = 20 ^{\circ}\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

8.3 Einfluss der Umgebungstemperatur

Bisher wurden alle Validierungen bei einer Kabinen- bzw. Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20 ^{\circ}\text{C}$ durchgeführt. Da dies genau der Umgebungstemperatur während der Identifikationsexperimente entspricht, kann anhand der Validierungsergebnisse noch nicht abschließend beurteilt werden, inwieweit der Einfluss der Umgebungstemperatur ϑ_U auf das thermische Motorverhalten hinreichend genau durch das in Abschnitt 8.1.2 angepasste 3-Knoten Modell erfasst wird. Diese Frage soll mittels der nachfolgenden Experimente geklärt werden.

Dazu wird der Motor bei verschiedenen Drehzahlen zunächst in seinen thermischen Gleichgewichtszustand gebracht. Anschließend wird die Umgebungstemperatur „sprungartig“ geändert und die gemessenen und simulierten Temperaturverläufe werden miteinander verglichen. Die angefahrenen Arbeitspunkte sowie die Vorlauftemperatur werden während des gesamten Vorgangs näherungsweise konstant gehalten. Der Sprung der Umgebungstemperatur wird folgendermaßen realisiert: Der Motor wird zunächst mit abgeschalteter

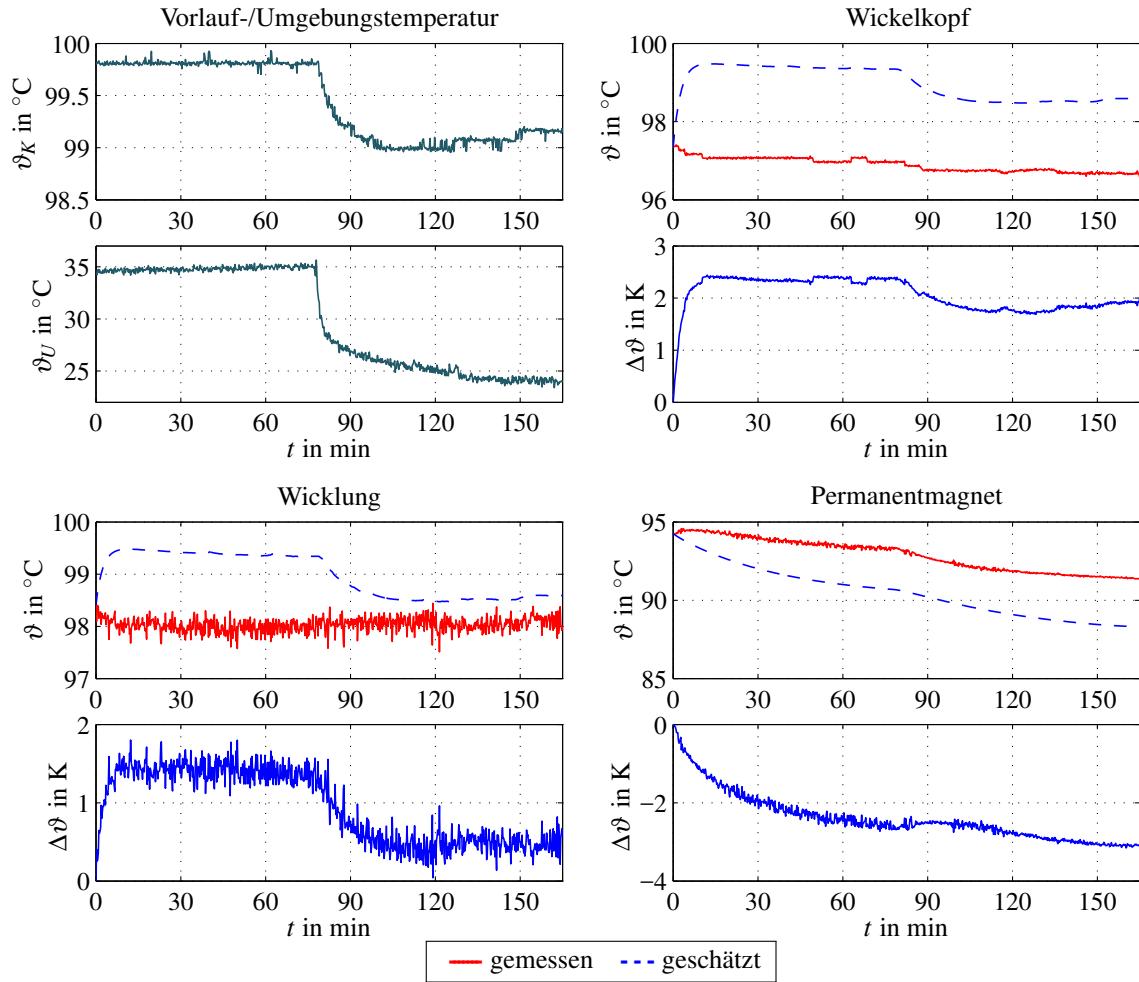


Abbildung 8.7: Sprung der Umgebungstemperatur ϑ_U : Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $M = 0 \text{ Nm}$, $n = 100 \text{ min}^{-1}$, $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

Klimaanlage in der Prüfstandskabine betrieben. Durch die Erwärmung des Motors aufgrund von Dissipation sowie der hoch gewählten Vorlauftemperatur erhitzt sich die Umgebungsluft in der Prüfstandskabine auf bis zu 35°C . Nach Erreichen des thermischen Gleichgewichtszustandes wird die Klimaanlage wieder eingeschaltet, wodurch die Umgebungstemperatur innerhalb weniger Minuten aus thermischer Sicht „sprungartig“ abnimmt.

Anhand der gemessenen und geschätzten Temperaturverläufe in Abb. 8.7, Abb. 8.8 und Abb. A.10 kann man am Beispiel unterschiedlicher Drehzahlen sehen, dass der stationäre und dynamische Einfluss der Umgebungstemperatur, zumindest im validierten Bereich von $20 - 35^\circ\text{C}$, mit hoher Genauigkeit durch das Modell erfasst wird. Die geringe (gemessene) Empfindlichkeit der betrachteten Temperaturknoten gegenüber Änderungen der Umgebungstemperatur stimmt in etwa mit den analytisch berechneten stationären Modellverstärkungen in Tab. 7.5 und Tab. 7.6 überein und folgt der Ungleichung

$$\frac{\partial \vartheta_W}{\partial \vartheta_U} = \frac{\partial \vartheta_{WK}}{\partial \vartheta_U} < \frac{\partial \vartheta_{PM}}{\partial \vartheta_U} < 0,15. \quad (8.2)$$

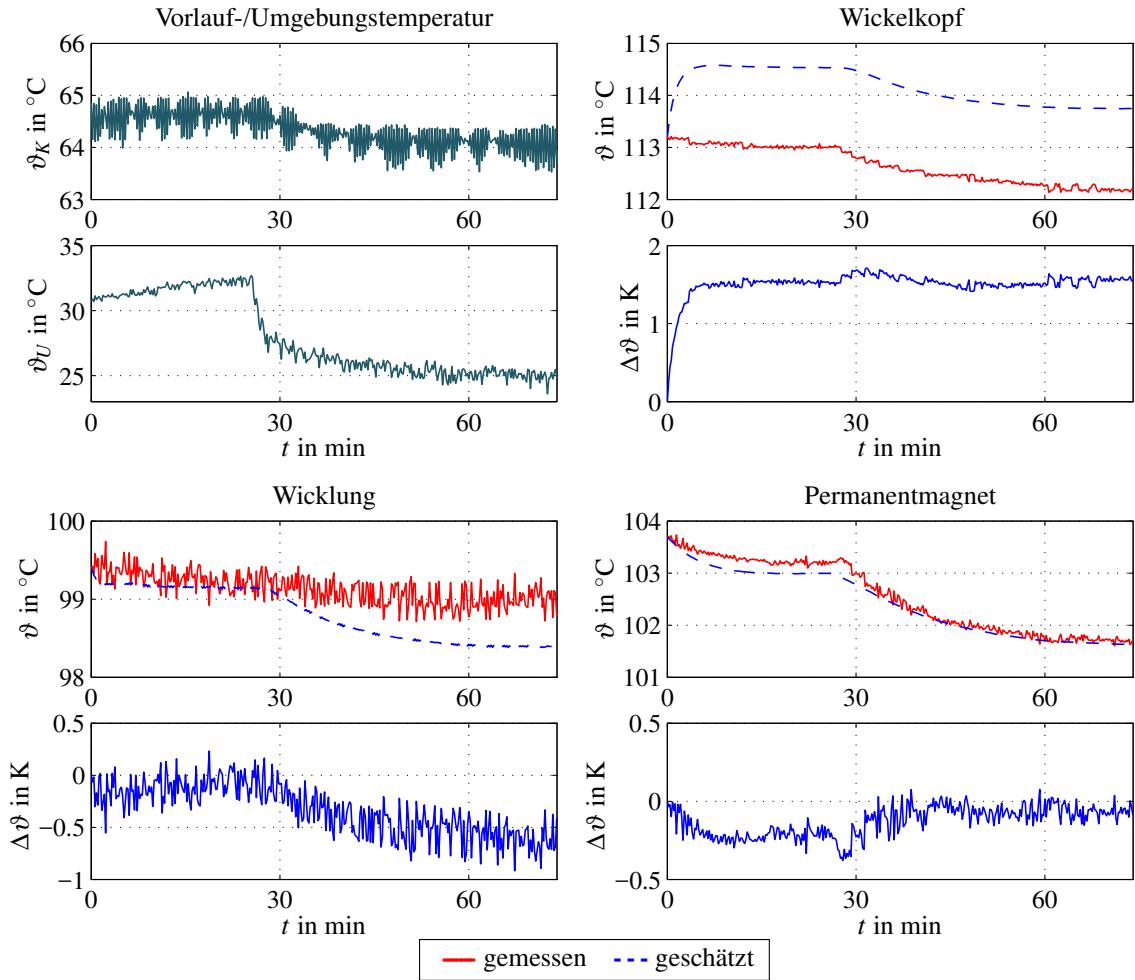


Abbildung 8.8: Sprung der Umgebungstemperatur ϑ_U : Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $M = 50 \text{ Nm}$, $n = 10500 \text{ min}^{-1}$, $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

Um bezüglich des Einflusses der Umgebungstemperatur wirklich belastbare Aussagen zur Modellgüte treffen zu können, wären neben einem insgesamt breiteren Temperaturbereich (z.B. $0^\circ\text{C} < \vartheta_U < 60^\circ\text{C}$) auch größere Temperaturhübe wünschenswert. Solche Experimente können mit der derzeitigen Ausbaustufe der Prüfstandskabine von LEA jedoch nicht umgesetzt werden.

8.4 Transientes realitätsnahes Lastprofil

Mit den stationären Lastprofilen in den vorangegangenen Kapiteln lässt sich aufgrund der wenigen Arbeitspunktwechsel und daraus resultierenden ausgeprägten thermischen Transienten die Dynamik und stationäre Genauigkeit der thermischen Modells gut analysieren. Da bei realen Fahrspielen jedoch permanente Arbeitspunktänderungen zu erwarten sind, ist die praktische Relevanz der vorangegangenen Validierungsergebnisse nicht sofort er-

sichtlich. Aus dem Grund wird die Güte der Temperaturschätzung abschließend noch auf Basis eines realen Fahrspiels demonstriert. Das am Prüfstand verwendete Lastprofil wird dabei aus Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdaten $v(t)$ bzw. $a(t)$ abgeleitet, die während eines gemischten Fahrzyklus (Stadt, Überland, Autobahn) mit Hilfe eines GPS-Gerätes aufgezeichnet wurden. Die Berechnung der Drehmoment- und Drehzahl-Profile erfolgt auf Basis einiger essentieller Kräftegleichungen zur Beschreibung der Längsdynamik eines Fahrzeugs [BU11]. So wird zunächst die Antriebskraft F_a als Summe aus Beschleunigungskraft F_b , Luftwiderstand F_l und Rollwiderstand F_r berechnet. Da der Steigungswinkel während des Fahrzyklus zu Null angenommen wird, kann die Hangabtriebskraft F_h vernachlässigt werden. Die Berechnungsvorschriften für die Längskräfte lauten wie folgt:

$$F_a = F_b + F_l + F_r + F_h, \quad (8.3a)$$

$$F_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot c_w \cdot A_F \cdot v^2, \quad (8.3b)$$

$$F_r = c_r \cdot m \cdot g, \quad (8.3c)$$

$$F_b = \left(m + \frac{J_{\text{Rad}}}{r_{\text{Rad}}^2} \right) \cdot a = m_{\text{eff}} \cdot a, \quad (8.3d)$$

$$F_h = 0. \quad (8.3e)$$

Die Umrechnung der Antriebskraft F_a und der (gemessen) Geschwindigkeit v in die am Prüfstand verwendbaren rotatorischen Drehmoment/Drehzahl Größen erfolgt schließlich auf Basis der folgenden Ausdrücke:

$$M = \frac{F_a \cdot r_{\text{Rad}}}{i_G} \quad (8.4a)$$

$$n = i_G \cdot n_{\text{Rad}} = i_G \cdot \frac{v}{2\pi r_{\text{Rad}}} \quad (8.4b)$$

Für die konkrete Berechnung des Lastprofils werden die an den *VW e-up!* angelehnten Parameterwerte in Tab. 8.2 zunächst in die obigen Gleichungen eingesetzt. Anschließend werden durch Anpassung des Übersetzungsverhältnisses i_G die gemessenen Geschwindig-

Parameter	Abk.	Wert
Masse (inkl. Fahrer)	m	1200 kg
Massenträgheit der Räder	J_{Rad}	9 kg m ²
Effektive Gesamtträgheit	m_{eff}	1300 kg
Wirksame Querschnittsfläche	A_F	2,07 m ²
Luftwiderstandsbeiwert	c_w	0,32
Rollwiderstandsbeiwert	c_r	0,009
Radradius	r_{Rad}	0,3 m
Übersetzung Differentialgetriebe	i_G	11
Spezifische Dichte (Luft)	ρ_l	1,184 kg/m ³
Erdbeschleunigung	g	9,81 m/s ²

Tabelle 8.2: An [Pet15] angelehnte Parameter zur Berechnung des M/n -Lastprofils

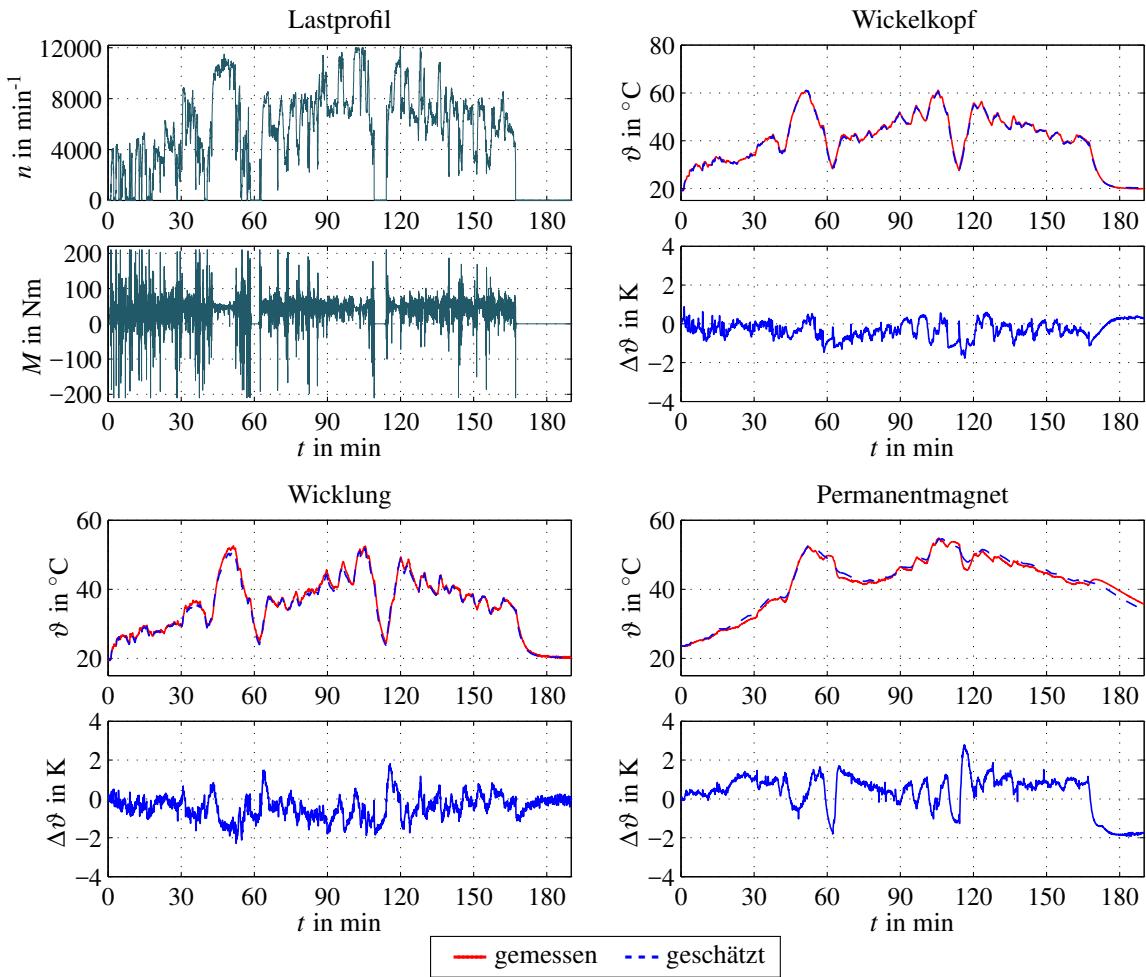


Abbildung 8.9: Realistisches Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 320 \text{ V}$

keitswerte so skaliert, dass der komplette Drehzahlbereich des Motors angefahren wird. Um darüber hinaus und im Sinne einer möglichst hohen thermischen Anregung den gesamten Leistungsbereich des Motors im Lastprofil abzubilden, wird das gemessene Beschleunigungsprofil $a(t)$ ebenfalls noch entsprechend skaliert.

Das resultierende Lastprofil sowie der darauf basierende Vergleich der gemessenen und geschätzten Temperaturen ist in Abb. 8.9 und Abb. 8.10 bei zwei unterschiedlichen Betriebsbedingungen dargestellt. Während sich die Temperaturverläufe in Abb. 8.9 bedingt durch die niedrig angesetzte Vorlauftemperatur und hohe Zwischenkreisspannung (weniger Kupferverluste beim Betrieb des Motors an der Spannungsgrenze) auf einem vergleichsweise niedrigen Niveau bewegen, wird umgekehrt in Abb. 8.10 (hohe Vorlauftemperatur, niedrige Zwischenkreisspannung) ein hohes Temperaturniveau mit großen Temperaturhüben geradezu begünstigt. In beiden Fällen belegen die sehr geringen Schätzfehler, die in allen Temperaturknoten durchgehend innerhalb eines $|\Delta\vartheta| < 3 \text{ K}$ Bandes liegen, die hohe Güte des thermischen Modells.

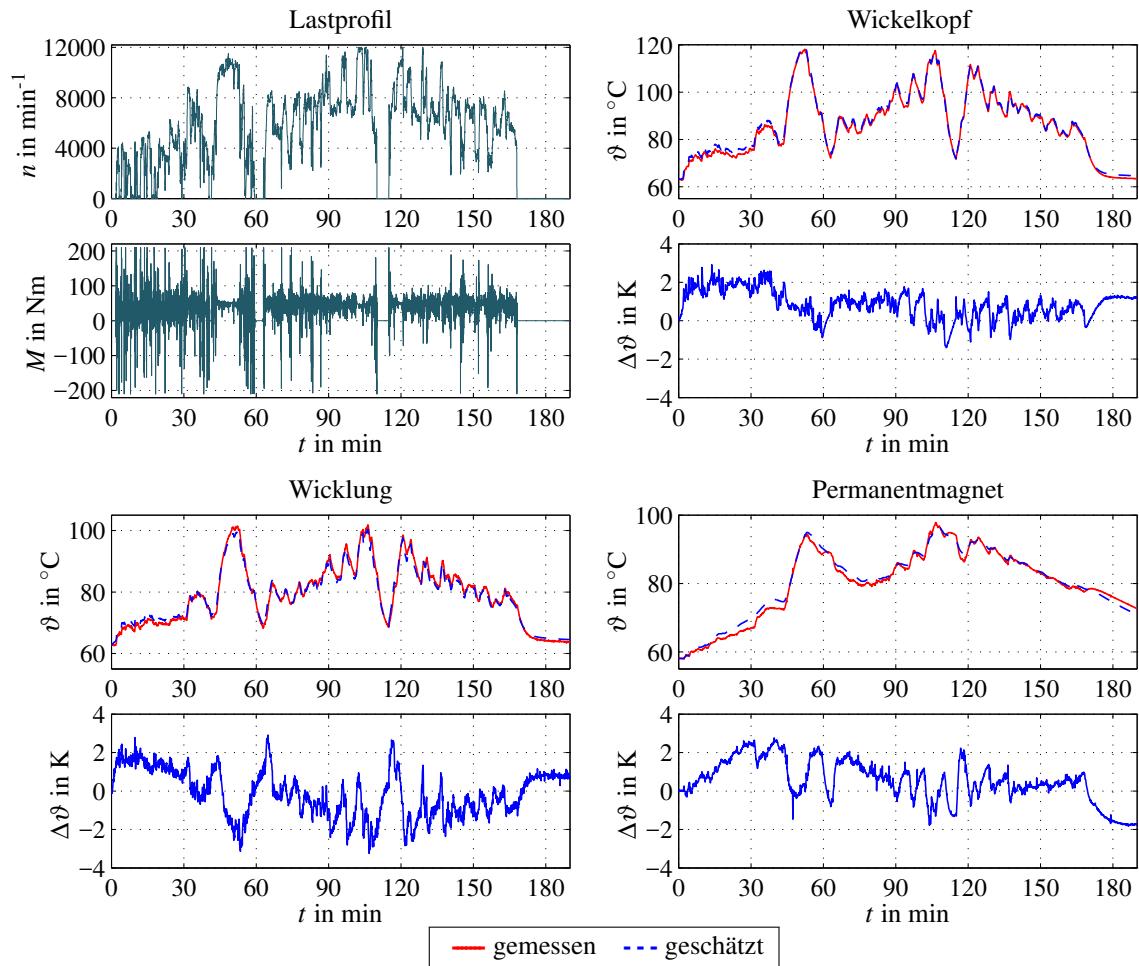


Abbildung 8.10: Realistisches Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 250\text{ V}$

8.4.1 Auswirkung inkorrektener Modellinitialisierungen

Bis hierhin wurde bei allen Validierungsprofilen angenommen, dass das thermische Modell zu Beginn der Validierung einmalig mit den gemessenen Temperaturen initialisiert wird. Da letztere aber gerade geschätzt werden sollen und somit in der Praxis höchstens in grober Näherung bekannt sein dürften, soll auf Basis des realistischen Lastprofils in Abb. 8.10 abschließend auch die Auswirkung einer inkorrekteten Modellinitialisierung untersucht werden. Dazu werden die Temperaturknoten des Modells mit um etwa 20°C zu niedrig angenommenen Temperaturen initialisiert. Die sich einstellenden Temperaturverläufe sind dem dargestellten Ausschnitt in Abb. 8.11 zu entnehmen.

Man kann gut erkennen, dass die geschätzten Temperaturen trotz inkorrektener Initialisierungswerte sicher gegen die gemessenen Temperaturen konvergieren. Die Konvergenzvorgänge entsprechen thermischen Ausgleichsvorgängen im Modell, die den Modellzeitkonstanten folgen und erst mit Erreichen eines thermischen Gleichgewichtszustands abgeschlossen sind. Anschließend verhält sich das Modell wieder exakt wie im Falle der korrekten Initialisierung (vgl. Abb. 8.10).

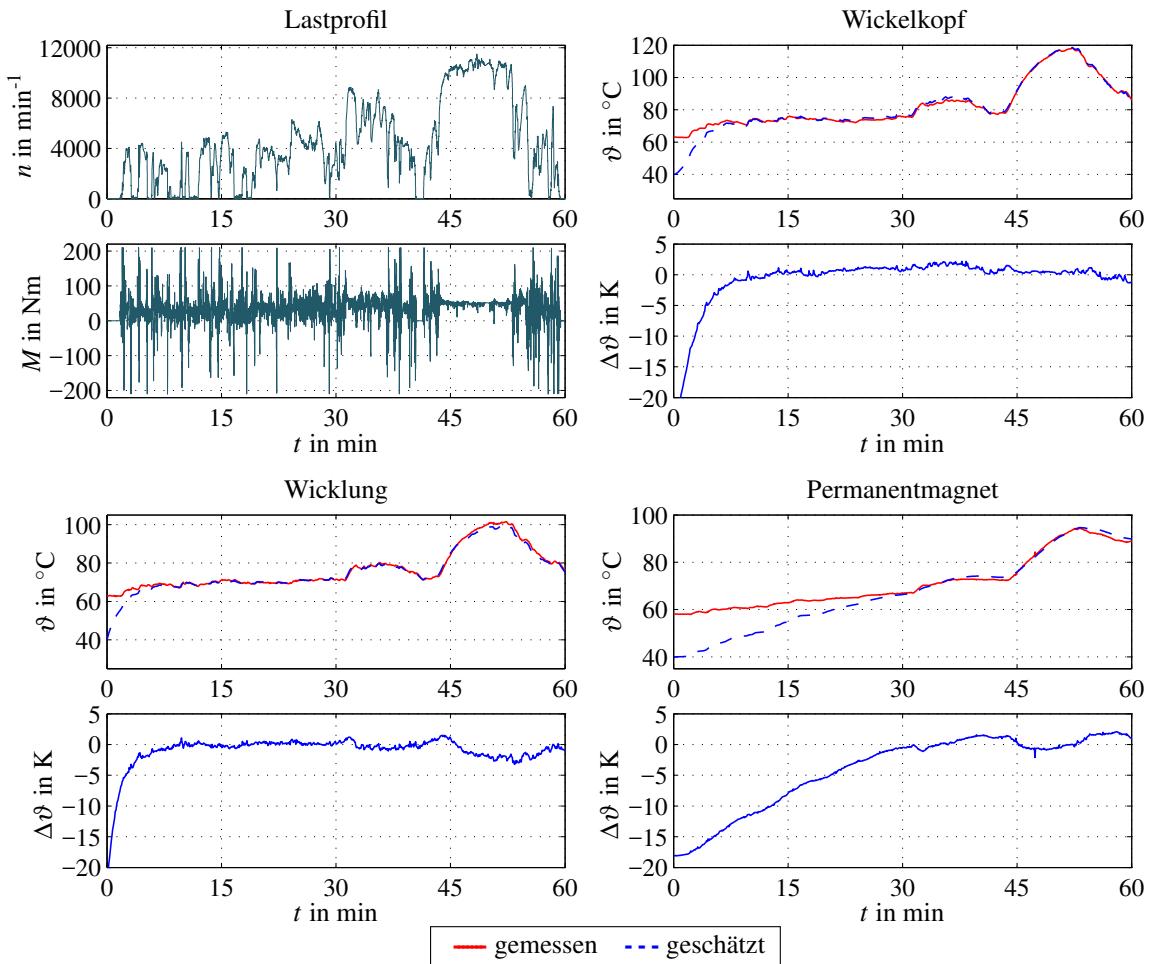


Abbildung 8.11: Validierungsausschnitt: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe bei inkorrektener Initialisierung der Modellknoten; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65 \text{ } ^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25 \text{ } ^{\circ}\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 250 \text{ V}$

9 Fazit

Um permanenterregte Synchronmotoren im Antriebsstrang von Automobilen innerhalb ihrer thermischen Grenzen betreiben zu können, ist die fortlaufende und zuverlässige Überwachung kritischer Temperaturen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten von großer Bedeutung. Auf diese Weise kann einerseits thermisch bedingten Lebensdauerverkürzungen vorgebeugt werden, andererseits können Temperaturinformationen zur präzisen Umsetzung von Drehmomentvorgaben in der Arbeitspunktssteuerung genutzt werden. Durch eine optimale Ausnutzung der verfügbaren Zwischenkreisspannung kann die Drehmomentausbeute des Motors erhöht und die Kupferverluste aufgrund von Flussschwächung reduziert werden. Gleichzeitig muss weniger Dissipationswärme über die Kühlung abgeführt werden.

Mit dem Aussteuerungsregler in Kapitel 3 wurde eine geeignete Maßnahme zur Optimierung der Spannungsausnutzung im Flussschwäcbereich des Motors vorgestellt. Dabei wird stets eine kleine dynamische Stellgrößenreserve zur Spannungsgrenze vorgehalten, um die Funktionsfähigkeit der Stromregelung sicherzustellen. Der Entwurf des Aussteuerungsreglers erfolgte auf Basis einer einfach handhabbaren linearen PT1-Struktur mit arbeitspunktabhängigen Parametern. Letztere können dabei teils analytisch, teils experimentell ermittelt werden. Neben der robusten Auslegung des Reglers ist insbesondere die Wahl einer geeigneten Anti-Reset-Windup-Maßnahme von großer Bedeutung. Durch sie soll bei dynamischen Übergängen vom Ankerstell- in den Flussschwäcbereich ein aus Sicht der Stromregelung kritisches Überschreiten des Sollaussteuerungsgrades über einen längeren Zeitraum verhindert werden. Im Rahmen unterschiedlicher Validierungszenarien am Prüfstand, konnten auch bei dynamischen Drehmoment- und Drehzahlrampen die stationäre Genauigkeit und zufriedenstellende Dynamik des Reglers bestätigt werden.

Die modellbasierte Erfassung kritischer Motortemperaturen im Wickelkopf und in den Permanentmagneten ist gerade in automobilen Traktionsanwendungen aus technischer und wirtschaftlicher Sicht einer Temperaturmessung vorzuziehen. Modellbasierten Ansätzen kann entweder ein elektrisches oder thermisches Motormodell zugrunde liegen. Eine Gegeüberstellung der beiden Ansätze hat gezeigt, dass die elektrischen Ansätze nicht als eigenständige Lösungen für die gewünschte Temperaturüberwachung in Betracht kommen. Aus dem Grund wurde auch die thermische Modellierung auf Basis von Netzwerken mit konzentrierten Elementen (LPTN) in dieser Arbeit bevorzugt. Die Auswahl geeigneter LPTN-Strukturen hängt neben dem zu modellierenden Motortyp stark vom konkreten Anwendungsfall und der ausgewählten Parametrierungsmethodik ab. Besteht das Ziel beispielsweise darin, gezielte thermische Optimierungsmaßnahmen im Rahmen der Motorauslegung vorzunehmen, muss ein LPTN parallel zum Entwurfsprozess der Motors entwickelt werden. Die Parametrierung des Modells erfolgt in dem Fall ausschließlich auf

analytische Art und Weise auf Basis von Geometrie- und Materialdaten. Steht dagegen die Überwachung (weniger) kritischer Motortemperaturen im Vordergrund, kann alternativ auch eine experimentelle Parametrierungsmethodik verfolgt werden. Da diese direkt am tatsächlichen Systemverhalten angelehnt ist und sich damit sehr kompakte und genaue thermische Modelle realisieren lassen, stellt sie für den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfall den zielgerichteteren Lösungsansatz dar.

Gleiches gilt für die auf Messungen basierende Verlustmodellierung, mit dessen Hilfe insbesondere die komplizierte und fehleranfällige analytische Modellierung der Eisenverluste umgangen werden kann. Die temperaturabhängigen Kupferverluste lassen sich dagegen durch einen einfachen analytischen Modellierungsansatz hinreichend genau beschreiben. Die Aufteilung der gemessenen Gesamtverluste in einen Kupferverlustanteil und einen im Wesentlichen den Eisenverlusten entsprechenden restlichen Verlustanteil hat außerdem den Vorteil, dass der Einfluss variierender Zwischenkreisspannungen dadurch bereits in guter Näherung erfasst wird. Hintergrund ist, dass der Einfluss der Zwischenkreisspannung auf die Verluste im Motor, im Wesentlichen auf die Anpassung des Strombetrags in der Arbeitspunktsteuerung und die damit einhergehende Erhöhung bzw. Absenkung der Kupferverluste zurückzuführen ist. Der Einfluss variierender Zwischenkreisspannungen auf die Eisen- bzw. restlichen Verluste kann dagegen als deutlich geringer eingeschätzt werden und wird im vorliegenden Fall mit Hilfe zweier einfacher Polynome approximiert.

Für die Identifikation des thermischen Modells zur Schätzung der Temperaturverläufe in den spezifizierten Knoten im Wickelkopf und in den Permanentmagneten, hat sich ein 2-Knoten-Ansatz als zu stark abstrahiert herausgestellt. Abhilfe konnte dagegen das Hinzufügen eines zusätzlichen Knotens in der Wicklung schaffen. Aufgrund einer Reihe physikalisch- und empirisch motivierter Erwägungen, wurden im resultierenden 3-Knoten-Modell einige Modellparameter zudem als strom- und/oder drehzahlabhängig angenommen. Um vor diesem Hintergrund einen konsistenten und innerhalb des relevanten Betriebsbereichs gültigen LPV-Parametersatz zu erhalten, wurde die Identifikation von letzterem auf Basis einer Reihe aufeinander aufbauender lokaler Experimente durchgeführt. Vorteilhaft hat sich in dem Zusammenhang die Anwendung der Methode der iterativen Optimierung in Verbindung mit einem Multi-Start Initialisierungsansatz zur Vermeidung lokaler Minima erwiesen. Im Gegensatz zu linearen Ansätzen, wie der Methode der Hilfsvariablen, lassen sich mit der iterativen Optimierung unterschiedlichste Randbedingungen im Rahmen der Parameteridentifikation bequem berücksichtigen. So kann durch Vorgabe eines theoretischen Grey-Box-Modells beispielsweise sichergestellt werden, dass wesentliche thermische Systemeigenschaften wie Stabilität oder Positivität direkt auf das Modell übertragen werden. Die Eliminierung redundanter Modelfreiheitsgrade verhindert in dem Zusammenhang eine Überanpassung des Modells an die lokalen Trainingsdaten. Das ist ganz im Sinne einer optimalen Lösung des Bias-Varianz Dilemmas und entschärft darüber hinaus die i.A. nicht unkritische Interpolation lokal identifizierter Parametersätze.

Eine physikalische Interpretierbarkeit der identifizierten thermischen Parameter über die angesetzten Randbedingungen an die Parameteridentifikation hinaus ist nur eingeschränkt möglich, da im Rahmen der Identifikation auch zahlreiche Abstrahierungs- bzw. Modellierungsfehler in impliziter Weise auf die zu identifizierenden Parameter abgebildet werden. Aus diesem Grund wurde die Plausibilität des Modells vor Durchführung der Validierung

auch durch systemtheoretische Analysen des stationären und transienten Modellverhaltens überprüft und bestätigt.

Im Rahmen der Modellvalidierung wurde abschließend die Güte der Temperaturschätzung innerhalb des relevanten Betriebsbereichs untersucht. Die bei höheren Vorlauftemperaturen auftretenden Offsetfehler wurden auf die vernachlässigte Temperaturabhängigkeit des Wärmeübergangs zwischen Kühlmittel und Wicklung zurückgeführt und durch ein Nachführen des entsprechenden Konvektionswiderstandes erfolgreich korrigiert. So konnte schließlich anhand zahlreicher stationärer und transienter Lastprofile gezeigt werden, dass die geschätzten Temperaturen auch unter variierenden Betriebsbedingungen (Vorlauftemperatur, Umgebungstemperatur, Zwischenkreisspannung) durchgehend innerhalb eines $|\Delta\vartheta| < 4\text{ K}$ Bandes um die gemessenen Referenztemperaturen liegen. Da das Modell zudem ohne jegliche Stützung durch Temperaturmessungen im Inneren des Motors auskommt, ausschließlich auf leicht zugängliche bzw. standardmäßig verfügbare Messgrößen in der automobilen Zielhardware zurückgreift und als 3-Knoten-Modell in zeitdiskreter RK1-Realisierung zudem äußerst recheneffizient ist, können alle eingangs spezifizierten Anforderungen als erfüllt betrachtet werden.

10 Ausblick

Da die Identifikation und Validierung des thermischen 3-Knoten Modells ausschließlich am Prüfstand des Fachgebiets LEA und innerhalb des Bemessungsbereichs des Motors durchgeführt wurde, ist noch zu überprüfen, inwieweit das Modell auch im Elektrofahrzeug und bei Überlastbetrieb genaue Temperaturschätzungen sicherstellen kann. Problematisch könnten sich in dem Zusammenhang insbesondere nicht berücksichtigte Wärmeein- und -austräge über die Rotorwelle auswirken, wie sie auf die veränderte thermische Anbindung des Motors an die Umgebung zurückzuführen sind. Darüber hinaus sollte die Empfindlichkeit des Modells gegenüber alterungsbedingter Veränderungen der thermischen Motoreigenschaften bzw. der Verlustcharakteristik untersucht werden. Neben der Vermeidung thermisch bedingter Lebensdauerverkürzungen und der Optimierung der Arbeitspunktsteuerung hinsichtlich Wirkungsgrad und Drehmomenttreue sind zudem weitere interessante Anwendungsgebiete für das identifizierte thermische Modell denkbar:

- Die Erhöhung der Zuverlässigkeit elektrischer und elektronischer Systeme wird gerade in sicherheitskritischen Anwendungen (z.B. Automobil- / Flugzeugbranche) große Bedeutung beigemessen. Das Konzept der funktionalen Sicherheit gemäß ISO 26262 (Functional Safety for Road Vehicles) zielt in dem Zusammenhang darauf ab, Gefährdungen (für Mensch und/oder Sachwerte), wie sie durch Fehlfunktionen einzelner Systeme verursacht werden können, soweit wie möglich zu minimieren. Durch das auf Redundanz basierende Prinzip der virtuellen Sensorfusion ist es grundsätzlich möglich, ein thermisches Modell, einen elektrischen Fluss- bzw. Rotortemperaturbeobachter (RTB) und Temperaturmessungen mittels eines *Kalman Filters* zu kombinieren. Damit könnte einerseits die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ermittlung kritischer Motortemperaturen im gesamten Betriebsbereich erhöht werden. Andererseits können mittels eines Fehlermanagements als kritisch einzustufende Zustände (irreversible Entmagnetisierung; Fehler im Kühlkreislauf; Ausfall, Offset- und multiplikative Fehler von Temperatursensoren) erkannt, die Ursache korrekt bestimmt (Fehlerdiagnose) und mittels entsprechender Maßnahmen die Gesamtfunktionalität des Motors im Sinne eines fehlertoleranten Betriebs soweit wie möglich aufrecht erhalten werden.
- Um den Motor vor thermischer Überhitzung (Wicklung, Wickelkopf) und irreversibler Entmagnetisierung zu schützen, muss bei Überschreiten kritischer Temperaturen im Überlastbetrieb ein Derating in Form einer Drehmoment- respektive Verlustleistungsbegrenzung erfolgen. Auf thermischen Modellen basierende Derating-Strategien für PMSM sind zwar vereinzelt in der Literatur zu finden [Mi11], die eingesetzten (statischen) kennfeldbasierten Implementierungsansätze sind jedoch insbesondere aus Sicht der thermischen Ausnutzung des Motors als suboptimal einzuschätzen.

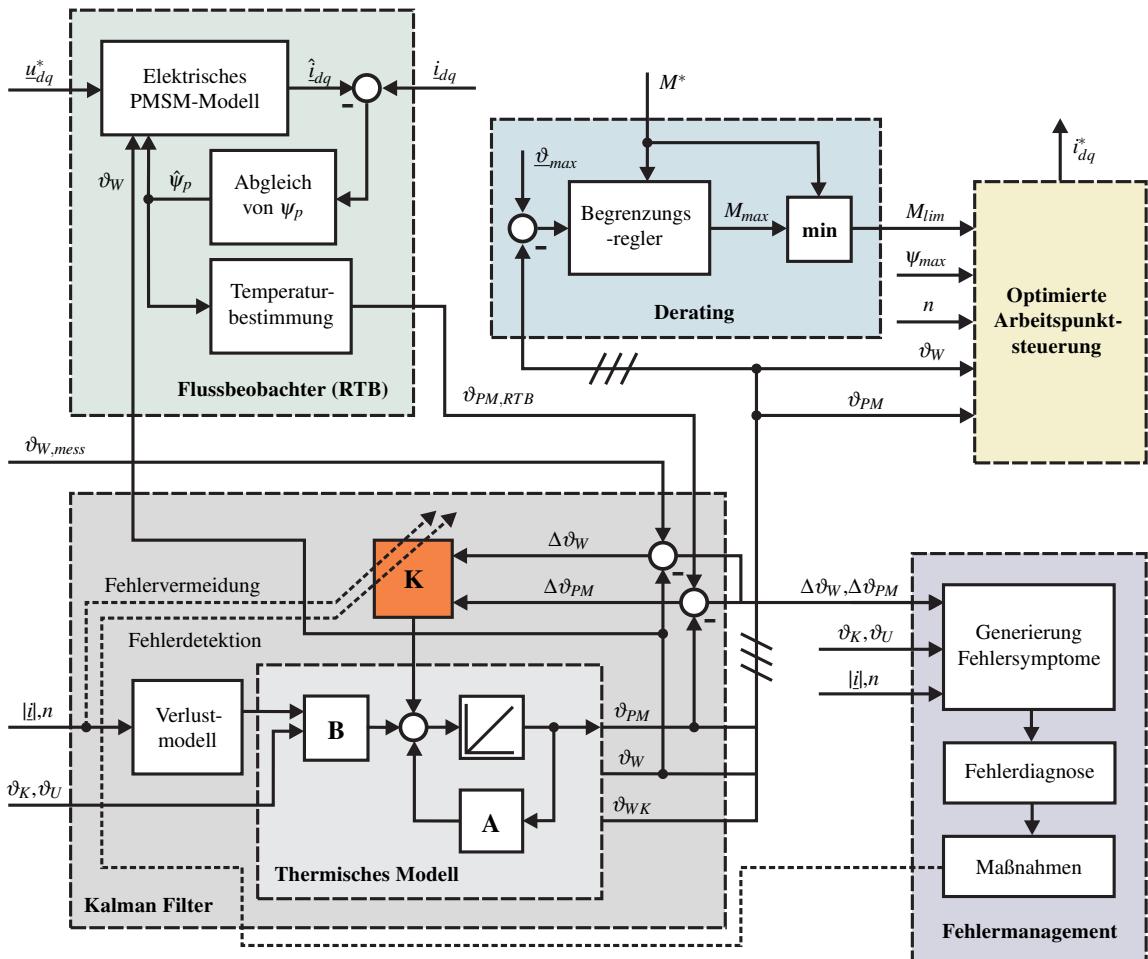


Abbildung 10.1: Exemplarische Struktur eines Thermomanagementsystems für PMSM

stufen. Vor diesem Hintergrund wäre eine Strategie der reglerbasierten Drehmomentbegrenzung wünschenswert, die auch unter Berücksichtigung der Prädiktionseigenschaften des thermischen Modells sowohl die thermische Ausnutzung des Motors als auch den Fahrkomfort erhöht. Die dem Derating zugrunde liegende Temperaturschätzung könnte dabei als Resultat der virtuellen Sensorfusion (Kalman Filter) aufgefasst werden.

Die oben genannten Funktionseinheiten lassen sich in einem Thermomanagementsystem zusammenfassen, welches exemplarisch in Abb. 10.1 dargestellt ist. Über die Rückführmatrix \mathbf{K} des Kalman Filters wird je nach Betriebszustand des Motors festgelegt, inwieweit dem thermischen Modell, dem Flussbeobachter oder dem Temperatursensor in der Wicklung ($\vartheta_{W,mess}$) bei der Berechnung der Temperaturschätzwerte „vertraut“ wird.

A Anhang

A.1 Aussteuerungsregler: Identifizierte Streckenparameter

Der Entwurf des Aussteuerungsreglers in Abschnitt 3.3 basiert auf den Ergebnissen einer zuvor durchgeföhrten experimentellen Streckenidentifikation. Die Kennwerte (K_i, T_i) der zugrunde gelegten PT1-Struktur wurden dafür in unterschiedlichen Drehzahl-Drehmoment Arbeitspunkten (n, M) aus den gemessenen Sprungantworten der Korrekturflussanregungen (ψ_Δ) ermittelt und sind in Tab. A.1 zusammengefasst.

n in min^{-1}	M in Nm	ψ_Δ in Vs	K_i in Vs^{-1}	T_i in ms
4500	100	-0,01	15,8	3,0
5000	70	-0,01	17,3	1,8
5000	80	-0,005	19,7	2,4
5000	150	-0,005	19,3	2,8
5000	150	-0,01	20,7	2,1
5000	170	-0,01	20,2	1,7
6500	30	-0,01	23,0	1,3
8000	10	-0,005	30,0	3,0
8000	10	-0,01	30,3	1,3
8000	65	-0,01	28,8	2,0
8000	70	-0,005	31,8	2,0
10500	40	-0,01	36,9	2,3
11000	0	-0,005	42,2	1,4
11000	30	-0,01	41,9	1,4
11000	40	-0,005	42,6	1,9
11000	50	-0,005	42,7	1,7
11500	0	-0,01	41,4	2,5
11500	30	-0,01	43,0	1,6
12000	10	-0,01	43,1	0,8
12000	50	-0,01	43,2	2,7

Tabelle A.1: Identifizierte PT1-Streckenparameter in unterschiedlichen Arbeitspunkten

A.2 Numerische Integration

Um Differentialgleichungen auf einer digitalen Rechenhardware in recheneffizienter Art und Weise zu lösen, ist eine näherungsweise bzw. numerische Berechnung von Integralen erforderlich. Ausgehend von einem Integrierer bzw. I-Regler im Laplace Bereich

$$G_I(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_R}{s} \quad (\text{A.1})$$

lässt sich die zugehörige Differentialgleichung im Zeitbereich

$$\dot{y}(t) = K_R u(t) \quad (\text{A.2})$$

durch Integration auf die folgende Form bringen.

$$y(kT_a) = y((k-1)T_a) + K_R \int_{(k-1)T_a}^{kT_a} u(\tau) d\tau \quad (\text{A.3})$$

Der zweite Term in (A.3) kann durch numerische Integration mittels einer Differenzen-gleichung angenähert werden. In Anlehnung an [KJ02] werden im Folgenden die drei einfachsten und bekanntesten numerischen Integrationsverfahren vorgestellt.

1. Rechteckregel vorwärts (RK1)

Bei der *Rechteckregel vorwärts* wird die Integration durch die Untersumme

$$\int_{(k-1)T_a}^{kT_a} u(\tau) d\tau \approx T_a u((k-1)T_a) = T_a u_{k-1} \quad (\text{A.4})$$

angenähert. Der I-Regelalgorithmus entspricht somit der Differenzengleichung

$$y_k = y_{k-1} + K_R T_a u_{k-1}. \quad (\text{A.5})$$

Durch Transformation von (A.5) in den z-Bereich, folgt die zeitdiskrete Übertra-gungsfunktion

$$G_I(z) = K_R \frac{T_a}{z-1}. \quad (\text{A.6})$$

2. Rechteckregel rückwärts

Bei der *Rechteckregel rückwärts* wird die Integration durch die Obersumme

$$\int_{(k-1)T_a}^{kT_a} u(\tau) d\tau \approx T_a u(kT_a) = T_a u_k \quad (\text{A.7})$$

angenähert. Der I-Regelalgorithmus entspricht dann der Differenzengleichung

$$y_k = y_{k-1} + K_R T_a u_k \quad (\text{A.8})$$

und die zeitdiskrete Übertragungsfunktion ist

$$G_I(z) = K_R \frac{T_a z}{z - 1}. \quad (\text{A.9})$$

3. Trapezregel

Die *Trapezregel* stellt im Gegensatz zu den vorangegangenen numerischen Integrationsmethoden mit

$$\int_{(k-1)T_a}^{kT_a} u(\tau) d\tau \approx \frac{T_a}{2} (u(kT_a) + u((k-1)T_a)) = \frac{T_a}{2} (u_k + u_{k-1}) \quad (\text{A.10})$$

eine genauere Approximation des Integrals in (A.3) dar. Der I-Regelalgorithmus entspricht der Differenzengleichung

$$y_k = y_{k-1} + K_R \frac{T_a}{2} (u_k + u_{k-1}), \quad (\text{A.11})$$

worüber sich durch Transformation in den z-Bereich die zeitdiskrete Übertragungsfunktion

$$G_I(z) = K_R \frac{T_a}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1} \quad (\text{A.12})$$

bestimmen lässt.

Wie durch Vergleich von (A.1) mit (A.6), (A.9) und (A.12) leicht ersichtlich wird, entstehen die zeitdiskreten Übertragungsfunktionen durch Substitution der Laplace-Variable s in der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion entsprechend folgender Korrespondenzen:

$$s = \frac{z-1}{T_a} \quad \text{Rechteckregel vorwärts}, \quad (\text{A.13a})$$

$$s = \frac{z-1}{T_a z} \quad \text{Rechteckregel rückwärts}, \quad (\text{A.13b})$$

$$s = \frac{2}{T_a} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad \text{Trapezregel}. \quad (\text{A.13c})$$

A.2.1 Numerische Stabilität

Je nach gewähltem Integrationsverfahren werden die Pole des zeitkontinuierlichen Systems entsprechend (A.13) in unterschiedliche Bereiche in der z-Ebene abgebildet. Dieser Sachverhalt ist in Abb. A.1 am Beispiel der (stabilen) linken s-Halbebene veranschaulicht.

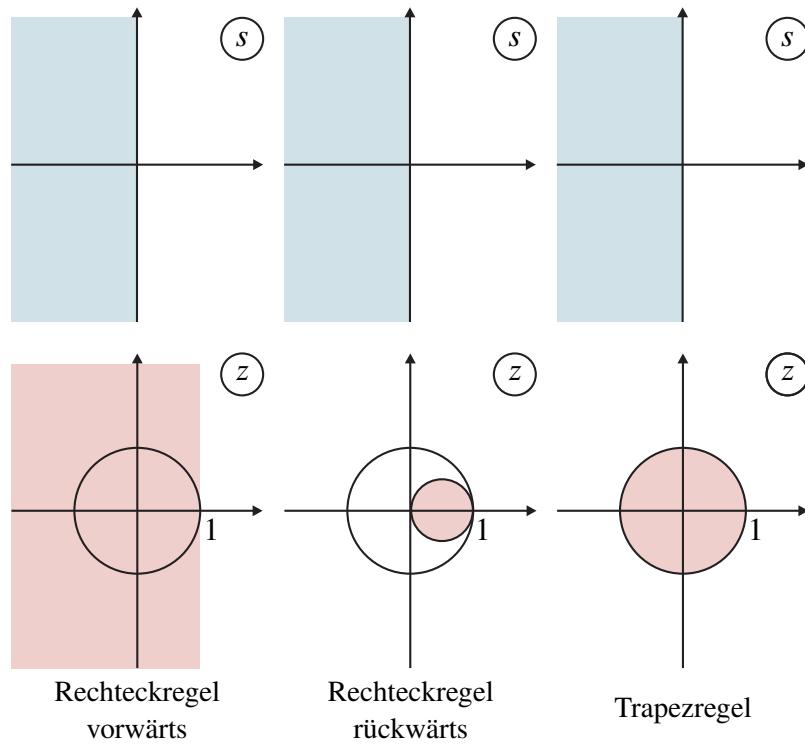


Abbildung A.1: Abbildung der Stabilitätsbereiche der s -Ebene in die z -Ebene bei verschiedenen Verfahren zur numerischen Integration [KJ02]

Es fällt auf, dass im Falle der Rechteckregel vorwärts, stabile Pole in der s -Ebene auf instabile Pole außerhalb des Einheitskreises in der z -Ebene abgebildet werden können¹. Die numerische Stabilität des Integrationsverfahrens ist somit nur bedingt sichergestellt und hängt entscheidend von der verwendeten Abtastzeit T_a sowie der Dämpfung des Systems ab [Böc91]. Grundsätzlich ist das RK1-Verfahren (Rechteckregel vorwärts) nur dann numerisch stabil, falls alle Eigenwerte s_i des zeitkontinuierlichen Systems innerhalb eines Kreises

$$\left| s_i + \frac{1}{T_a} \right| < \frac{1}{T_a} \quad (\text{A.14})$$

liegen [FNT88]. Aus (A.14) kann eine obere Grenze für die Abtastzeit abgeleitet werden:

$$T_a < T_{a,max} = \min_i \frac{-2 \operatorname{Re}(s_i)}{|s_i|^2}. \quad (\text{A.15})$$

¹Der umgekehrte Fall kann im Übrigen bei Verwendung der Rechteckregel rückwärts eintreten. Bei der Wahl zu großer Abtastzeiten kann ein eigentlich instabiles System in der s -Ebene in der z -Ebene fälschlicherweise als stabil angenommen werden. Vor Anwendung der Rechteckregel rückwärts wird man sich also davon überzeugen müssen, ob das zu untersuchende System auch wirklich stabil ist.

Anhand von (A.15) kann gezeigt werden, dass gerade im Falle schwach gedämpfter Systeme mit Dämpfungsgraden²

$$d = -\frac{\Re(s_i)}{|s_i|} \ll 1, \quad d \in \{-1, 1\} \quad (\text{A.16})$$

vergleichsweise kleine Abtastzeiten notwendig werden können. So ist es durchaus möglich, dass die für „quasikontinuierliche“ Entwurfsansätze häufig empfohlenen Faktoren zwischen Abtastzeit und Regelkreiszeitkonstante von 20-30 bei Verwendung des RK1-Verfahrens sogar noch zu klein angesetzt sind. Dieser Sachverhalt wurde in [Böc91] anhand des elektrischen Modells einer Asynchronmaschine demonstriert. So konnte für das schwach gedämpfte Maschinenmodell ($d = 0,15 \dots 0,3$) eine RK1-Diskretisierung erst ab einem Faktor von etwa 50 als numerisch stabil betrachtet werden. Deutlich unkritischer stellt sich der Sachverhalt dagegen für stark gedämpfte, nicht schwingungsfähige Systeme ($\Im(s_i) = 0$) dar, für die gemäß (A.15) die Abtastzeit bis zum Zweifachen der kleinsten Systemzeitkonstante betragen darf.

A.2.2 Anwendung numerischer Integrationsmethoden auf Zustandsraummodelle

Im Gegensatz zu numerischen Integrationsmethoden wie der Rechteckregel rückwärts oder der Trapezregel, ist das RK1-Verfahren nicht A-stabil³. Enthält ein System hochfrequente Eigenwerte, muss die numerische Stabilität des RK1-Verfahrens daher durch die Wahl vergleichsweise kleiner Abtastzeiten sichergestellt werden (vgl. (A.15)). Gegenüber der Rechteckregel rückwärts oder der Trapezregel kann dieser Umstand zu einem erhöhten Rechenaufwand führen. Andererseits kann das RK1-Verfahren für gut gedämpfte lineare, aber parametervariante (LPV) Systeme dagegen die deutlich recheneffizientere Wahl darstellen. Um diesen Sachverhalt besser verständlich zu machen, ist es hilfreich die numerischen Integrationsverfahren auf die allgemeine Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\underline{x}}(t) = \mathbf{A}\underline{x}(t) + \mathbf{B}\underline{u}(t) \quad (\text{A.17a})$$

$$\underline{y}(t) = \mathbf{C}\underline{x}(t) \quad (\text{A.17b})$$

anzuwenden [FNT88]. Das zeitkontinuierliche Zustandsraummodell (A.17) kann unter der Annahme konstanter Eingangsgrößen \underline{u} zwischen zwei aufeinanderfolgenden Abtastschritten

²Man beachte, dass die Definition der Dämpfung in (A.16), welche dem Kosinus des Winkels des jeweiligen Eigenwertes in der komplexen Ebene entspricht, für beliebige LTI Systeme Gültigkeit besitzt. Im Gegensatz zur PT₂-spezifischen Definition (3.18), können mittels A.15 allerdings keine Dämpfungsgrade $d > 1$ (Kriechfall) dargestellt werden.

³Ein numerisches Integrationsverfahren heißt A-stabil, wenn sein Stabilitätsgebiet die komplette linke s -Halbebene enthält.

ten $k \cong kT_a$ und $k+1 \cong (k+1)T_a$ folgendermaßen zeitdiskretisiert werden⁴:

$$\underline{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \underline{x}_k + \mathbf{B}_d \underline{u}_k \quad (\text{A.18a})$$

$$\underline{y}_k = \mathbf{C}_d \underline{x}_k. \quad (\text{A.18b})$$

Falls die zeitdiskreten Zustandsraummatrizen aus den kontinuierlichen Matrizen gemäß der Ausdrücke

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A} T_a} \quad (\text{A.19a})$$

$$\mathbf{B}_d = \int_0^{T_a} e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} d\tau = \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A} T_a} - \mathbf{I}) \mathbf{B} \quad (\text{A.19b})$$

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{C} \quad (\text{A.19c})$$

gebildet werden, entspricht Ausdruck (A.18) einer exakten Modelldiskretisierung. Falls die Systemmatrix \mathbf{A} zeit- bzw. arbeitspunktabhängige Parameter enthält, müssen sowohl die Transitionsmatrix \mathbf{A}_d , wie auch die Eingangsmatrix \mathbf{B}_d im Betrieb permanent neu ausgewertet werden. Da die Berechnung der Matrizen aufgrund der zu lösenden Matrix-Exponentialfunktion sowie der Inversen \mathbf{A}^{-1} rechenaufwendig sein kann, kommen statt der exakten Diskretisierung häufig Approximationsansätze zum Einsatz. Die zeitdiskreten Zustandsgleichungen können durch Anwendung der Korrespondenzen (A.13) auf das Laplace-transformierte Zustandsraummodell (A.17) berechnet werden. Ein anschließender Koeffizientenvergleich mit dem exakten zeitdiskreten Modell

$$\underline{x}_{k+1} = e^{\mathbf{A} T_a} \underline{x}_k + \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A} T_a} - \mathbf{I}) \mathbf{B} \underline{u}_k \quad (\text{A.20})$$

ergibt, dass die verwendeten Integrationsverfahren sich im Wesentlichen durch die Approximationsvorschrift der Exponentialfunktion $e^{\mathbf{A} T_a}$ unterscheiden.

1. Rechteckregel vorwärts (RK1)

Das mit Hilfe der Korrespondenz (A.13a) berechnete zeitdiskrete Zustandsraummodell lautet

$$\underline{x}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} T_a) \underline{x}_k + \mathbf{B} T_a \underline{u}_k. \quad (\text{A.21})$$

Ein Koeffizientenvergleich mit (A.20) liefert die zu (A.21) zugehörige Approximationsvorschrift

$$e^{\mathbf{A} T_a} \approx \mathbf{I} + \mathbf{A} T_a, \quad (\text{A.22})$$

welche einer Taylor-Reihenentwicklung erster Ordnung entspricht.

2. Rechteckregel rückwärts

Das mit Hilfe der Korrespondenz (A.13b) berechnete zeitdiskrete Zustandsraummodell lautet

$$\underline{x}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{A} T_a)^{-1} \underline{x}_k + (\mathbf{I} - \mathbf{A} T_a)^{-1} \mathbf{B} T_a \underline{u}_{k+1}. \quad (\text{A.23})$$

⁴Diese Art der Modelldiskretisierung wird häufig auch als *Zero-Order Hold (ZOH)* Methode bezeichnet. Sie beschreibt eine Modelldiskretisierung unter der Annahme treppenförmiger Eingänge.

Ein Koeffizientenvergleich mit (A.20) liefert die zu (A.23) zugehörige Approximationsvorschrift

$$e^{\mathbf{A}T_a} \approx (\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)^{-1}. \quad (\text{A.24})$$

3. Trapezregel

Das mit Hilfe der Korrespondenz (A.13c) berechnete zeitdiskrete Zustandsraummodell lautet

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= (2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)^{-1}(2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)x_k \\ &\quad + (2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)^{-1}\mathbf{B}T_a\underline{u}_k + (2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)^{-1}\mathbf{B}T_a\underline{u}_{k+1}. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Ein Koeffizientenvergleich mit (A.20) liefert die zu (A.25) zugehörige Approximationsvorschrift

$$e^{\mathbf{A}T_a} \approx (2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a)^{-1}(2\mathbf{I} - \mathbf{A}T_a). \quad (\text{A.26})$$

Es ist leicht ersichtlich, dass alle vorgestellten Approximationsansätze gegenüber der exakten Diskretisierung (A.20) Vorteile hinsichtlich des erforderlichen Rechenaufwandes aufweisen. Diese müssen allerdings durch einen mehr (Rechteckregel vorwärts und rückwärts) oder weniger (Trapezregel) starken Genauigkeitsverlust erkauft werden. Zudem wird offensichtlich, dass bei gleicher Abtastzeit die Rechteckregel rückwärts und die Trapezregel aufgrund der erforderlichen Inversenbildungen gegenüber der Rechteckregel vorwärts als rechenaufwendiger eingeschätzt werden müssen. Das gilt insbesondere dann, wenn die Systemmatrix \mathbf{A} aufgrund zeit- oder arbeitspunktabhängiger Parameter im Betrieb permanent neu berechnet werden muss. Für weitere Details zur numerischen Integration von Zustandsraummodellen sei auf [Leu14] und [FNT88] verwiesen.

A.3 Flussfehler in den Kennfeldern der Arbeitspunktsteuerung

Die Abschätzung der Flussfehler in den Kennfeldern der Arbeitspunktsteuerung kann aus zweierlei Gründen von Relevanz sein. Für den Fall, dass kein Aussteuerungsregler zum Einsatz kommt, müssen Arbeitspunkte im Flussschwärbereich basierend auf einem reduzierten vorgesteuerten Fluss $k \cdot \psi_{max}$ ausgewählt werden. Um den Faktor $k < 1$ derart festlegen zu können, dass der Spannungsbedarf der Maschine im gesamten Betriebsbereich stets unterhalb einer vorher festgelegten Spannungsgrenze bleibt, ist eine Abschätzung der potentiell auftretenden maximalen Flussfehler von Nöten. Für den Fall, dass ein Aussteuerungsregler eingesetzt wird, ist selbige Abschätzung für die Auslegung der Stellgrößenbegrenzung von Bedeutung. Nur falls die Grenzen $\psi_\Delta^- < 0$ und $\psi_\Delta^+ > 0$ groß genug gewählt werden, ist eine vollständige Kompensation der durch Modellierungsunge nauigkeiten in der Arbeitspunktwahl verursachten Flussfehler möglich. Auf Basis der im Folgenden beschriebenen Flussfehler und Berechnungsvorschriften kann eine Worst-Case

Abschätzung für die Flussfehlersumme durchgeführt werden. Dabei wird angenommen, dass der Motor bei maximalen Drehmoment M_{max} an der Grenze zum Flussschwächbereich betrieben wird (Nennarbeitspunkt).

1. Ohmsche Spannungsabfälle

Der durch Vernachlässigung des ohmschen Spannungsabfalls resultierende Flussfehler kann unter der vereinfachenden Annahme einer homogenen Temperaturverteilung in den Statorwicklungen folgendermaßen bestimmt werden:

$$\psi_{e,R} = \frac{u_R}{\omega_{el}} = \frac{R_{ref}(1 + \alpha_{Cu}\Delta\vartheta_W)|i|}{\omega_{el}} \quad (\text{A.27})$$

Mit R_{ref} sei der ohmsche Widerstand der Statorwicklungen bei einer Referenztemperatur, mit α_{Cu} der lineare Wärmekoeffizient von Kupfer beschrieben.

2. Temperaturabhängigkeit des Permanentmagnetmaterials

Die Remanenzflussdichte der in PMSM üblicherweise verwendeten Neodym-Eisen-Bor (NdFeB) Permanentmagneten nimmt bei steigenden Magnettemperaturen in umgekehrt proportionaler Weise ab. Die Temperaturempfindlichkeit der Magneten wird über den Wärmekoeffizienten α_{NdFeB} beschrieben. Da die Temperaturabhängigkeit der Magneten in den Kennfeldern nicht berücksichtigt ist, ergibt sich ein Flussfehler von

$$\psi_{e,PM} = \psi_{p,ref} \cdot \alpha_{NdFeB} \cdot \Delta\vartheta_{PM}. \quad (\text{A.28})$$

Mit $\psi_{p,ref}$ sei die Remanenzflussdichte der Magneten bei einer Referenztemperatur beschrieben.

3. Spannungsabfälle im Umrichter

Spannungsabfälle im Umrichter treten während des leitenden Zustands der Halbleiterbauelemente (Dioden, IGBTs) in Form von Durchlassspannungen U_{TH} sowie ohmscher Spannungsabfälle über den Bahnwiderständen R_D in Erscheinung. Darüber hinaus entstehen Spannungsabfälle auch aufgrund des schaltenden Verhaltens des Umrichters. So werden zur Vermeidung von Kurzschlüssen der obere und untere Leistungshalbleiter in einer Umrichter Halbbrücke immer um die Wechselsperrzeit T_d versetzt geschaltet. In beiden Fällen entstehen Fehler in den Mittelwerten der gepulsten Ausgangsspannungen, die den fließenden Strömen stets entgegen wirken. Sofern das Vorzeichen des Stromes während der Pulsperiode nicht wechselt, gilt in der Mittelwertbetrachtung - bei ansonsten ideal angenommener Kommutierung für jeden der drei beteiligten Stränge - gemäß [Spe14] der Zusammenhang

$$\Delta u_{a,b,c} = -\text{sign}(i_{a,b,c}) \left(\frac{T_d}{T_a} u_{DC} + U_{TH} \right) - R_D \cdot i_{a,b,c}. \quad (\text{A.29})$$

Überführt man nun die Spannungsfehler der einzelnen Stränge in (A.29) mittels der amplitudeninvarianten Transformationsmatrix in (2.4) in die orthogonale Zeigerdarstellung resultiert ein Fehlerspannungsvektor, der näherungsweise in Gegenrichtung

zum Stromvektor angesetzt werden kann.

$$\Delta \underline{u}_{err} = -\frac{i_{\alpha\beta}}{|i_{\alpha\beta}|} \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{T_d}{T_a} \cdot u_{DC} + U_{TH} \right) - R_D \cdot i_{\alpha\beta} \quad (\text{A.30})$$

Beim Übergang von (A.29) zu (A.30) wurde angenommen, dass bei der eingesetzten Sternpunktschaltung stets zwei Ströme unterschiedliches Vorzeichen haben [Böc09]. Aufgrund der Strom- bzw. Stromrichtungsabhängigkeit des Fehlerspannungsvektors $\Delta \underline{u}_{err}$ ist sein Einfluss auf den Spannungsbedarf des Motors abhängig vom Winkel zwischen Spannungs- und Stromvektor. Für Leistungsfaktoren $\cos(\varphi_{ui}) = 1$ wird er maximal und ergibt einen Flussfehler von

$$\psi_{e,inv} = \frac{|\Delta \underline{u}_{err}|}{\omega_{el}} = \frac{1}{\omega_{el}} \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{T_d}{T_a} \cdot u_{DC} + U_{TH} + R_D \cdot |i| \right) \quad (\text{A.31})$$

4. Drehgeberoffsets

Bei der Montage des Drehgebers auf der Rotorwelle sind ohne einen nachträglichen Abgleich der Nullposition des Drehgebers mit der tatsächlichen Nullposition des Motors Drehgeberoffsets innerhalb der Ausrichtungstoleranzen nicht auszuschließen. Die Bestimmung von Drehgeberoffsets ist jedoch mit einem hohen Kalibrierungsaufwand verbunden und wird daher vorzugsweise vermieden. Eine ungenaue Ausrichtung des Drehgebers hat zur Folge, dass der gemessene Rotorwinkel vom tatsächlichen Rotorwinkel abweicht. Bei der Umrechnung der statorfesten $\alpha\beta$ -Ströme in das rotorfeste dq -Koordinatensystem mittels der vom elektrischen Rotorwinkel ε_{el} abhängigen Rotationsmatrix (2.8) erfährt der Stromzeiger auf diese Weise eine zusätzliche Drehung. Es entsteht eine Diskrepanz zwischen dem von der Arbeitspunktsteuerung vorgegebenen und dem von der Stromregelung eingestellten Stromarbeitspunkt (i_d, i_q) . Das hat zum einen eine Verschlechterung der Drehmomenttreue des Antriebs zur Folge. Zum anderen kann über die Kennfelder der Arbeitspunktwahl der gewünschte Spannungsbedarf des Motors nur ungenau vorgesteuert werden. Der Flussfehler kann durch Auswertung der Flusskennfelder in der Arbeitspunktsteuerung bestimmt werden, indem der Sollfluss mit dem tatsächlichen Fluss verglichen wird. Für Ausrichtungsfehler im Bereich von etwa $|\Delta\varepsilon_{mech}| < 1^\circ$ bzw. $|\Delta\varepsilon_{el}| = |\Delta\varepsilon_{mech} \cdot p| < 5^\circ$ liegen die resultierenden Flussfehler realistischer Weise bei etwa $\psi_{e,\Delta\varepsilon} < 5 \text{ mVs}$.

Die Worst-Case Abschätzung des Gesamtflussfehlers kann schließlich durch Summenbildung

$$\psi_{e,max} = \psi_{e,R,max} + \psi_{e,PM,max} + \psi_{e,inv,max} + \psi_{e,\Delta\varepsilon,max} \quad (\text{A.32})$$

aus den Worst-Case Abschätzungen der einzelnen Flussfehler bestimmt werden und liegt in jedem Fall innerhalb des Intervalls $\psi_{e,max} \in [-20, 20] \text{ mVs}$.

A.4 Eigenschaften von Parameterschätzverfahren

In Anlehnung an [IM11] seien im Folgenden die wesentlichen Eigenschaften von Parameterschätzverfahren kurz zusammengefasst. Es sei davon ausgegangen, dass die wahren Systemparameter durch den Vektor

$$\underline{\theta}^T = [\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_n] \quad (\text{A.33})$$

gegeben sind. Da die Systemparameter nicht direkt gemessen werden können, sollen sie auf Basis gemessener Ein-/Ausgangsdaten identifiziert werden. Die geschätzten Parameter werden durch den Parametervektor

$$\hat{\underline{\theta}}^T = [\hat{\underline{\theta}}_1, \hat{\underline{\theta}}_2, \dots, \hat{\underline{\theta}}_n] \quad (\text{A.34})$$

repräsentiert. Die Konvergenzeigenschaften der Parameterschätzung können nun anhand der folgenden Eigenschaften untersucht werden.

Erwartungstreue

Eine Parameterschätzung ist genau dann erwartungstreu, wenn für eine beliebige Anzahl von Messungen N der wahre Parametersatz im Mittel korrekt geschätzt wird, d.h.

$$E\{\hat{\underline{\theta}}(N)\} = \underline{\theta}. \quad (\text{A.35})$$

Andernfalls weist die Parameterschätzung einen systematischen Fehler der Form

$$E\{\hat{\underline{\theta}}(N) - \underline{\theta}\} = E\{\hat{\underline{\theta}}(N)\} - \underline{\theta} = \underline{b} \neq \underline{0} \quad (\text{A.36})$$

auf. Dieser Fehler wird häufig auch als *Bias* bezeichnet. Für den Spezialfall der LS-Schätzung ist der Bias entsprechend [IM11], wie folgt definiert:

$$\underline{b} = E\{(\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \underline{e}\}. \quad (\text{A.37})$$

Man erkennt anhand von (A.37), dass nur für den Fall, dass der Gleichungsfehler \underline{e} weißem Rauschen entspricht, d.h. mittelwertfrei und unkorreliert mit \mathbf{M} ist, der Bias gemäß

$$\underline{b} = E\{(\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T\} E\{\underline{e}\} = 0 \quad (\text{A.38})$$

verschwindet.

Konsistenz

Eine Parameterschätzung wird als *konsistent* bezeichnet, wenn die Schätzung mit zunehmender Anzahl an Messwerten immer besser wird, d.h. falls gilt

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{\hat{\theta}(N)\} = \underline{\theta} \quad (\text{A.39})$$

Dabei ist zu beachten, dass eine konsistente Schätzung nichts über die Güte der Schätzung bei endlichem N aussagt. So kann eine konsistente Schätzung bei endlichem N sehr wohl biasbehaftet sein. Wird eine Schätzung darüber hinaus als *konsistent im quadratischen Mittel* bezeichnet, konvergiert mit zunehmender Anzahl an Messwerten neben dem Bias (vgl. (A.39)) auch die Parametervarianz gegen Null.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{(\hat{\theta}(N) - \underline{\theta})(\hat{\theta}(N) - \underline{\theta})^T\} = 0 \quad (\text{A.40})$$

Für den Spezialfall der LS-Schätzung ist die Parametervarianz bzw. die Stichprobenkovarianzmatrix der (erwartungstreu) geschätzten Parameter entsprechend [IM11] wie folgt definiert:

$$\text{cov } \Delta\hat{\theta}(N) = E\{(\hat{\theta}(N) - \underline{\theta})(\hat{\theta}(N) - \underline{\theta})^T\} = \sigma_e^2 \frac{1}{N+1} (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \quad (\text{A.41})$$

Dabei sei angenommen, dass \underline{e} weißem Rauschen mit der Varianz σ_e^2 entspricht. Die Parametervarianz für endliche Messwerte N ist somit neben der Rauschamplitude von der Anzahl der Messwerte sowie der Kondition der zur invertierenden Korrelationsmatrix ($\mathbf{M}^T \mathbf{M}$) abhängig. Schlecht konditionierte Korrelationsmatrizen (z.B. aufgrund ausgeprägter Multikollinearitäten innerhalb der Datenmatrix \mathbf{M}) wirken in dem Zusammenhang rauschverstärkend und erhöhen somit die Parametervarianz. Für genauere Details zu den mathematischen Zusammenhängen zwischen Parametervarianz, Multikollinearitäten und Matrixkonditionen sei insbesondere auf [IM11], [Kra13], [LP95] und [FG05] verwiesen.

Effizienz

Eine Parameterschätzung wird als *effizient* bezeichnet, wenn die Parametervarianz

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^T\} \quad (\text{A.42})$$

minimal wird. Ist die Schätzung zudem erwartungstreu, wird der Schätzer als *minimum variance unbiased estimator (MVUE)* bezeichnet. MVUE minimieren unter der Bedingung der Erwartungstreue den mittleren quadratischen Fehler

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = E\left\{\|\hat{\theta} - \underline{\theta}\|^2\right\} = \underbrace{\|E\{(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\})^2\}\|}_{\text{Varianz}} + \underbrace{\|E\{\hat{\theta}\} - \underline{\theta}\|^2}_{\text{Bias}^2} \quad (\text{A.43})$$

anhand dessen in der Regel die Güte einer Parameterschätzung beurteilt werden kann (vgl. Abschnitt 5.2.5).

A.5 Realisierung von Mehrgrößensystemen mittels Zustandsraummatrizen

Um die experimentelle Identifikation von Mehrgrößensystemen zu erleichtern, ist es zweckmäßig bereits vorhandenes theoretisches Systemwissen in Form von Randbedingungen während der Identifikation zu berücksichtigen. Da Zustandsraummodelle direkt am theoretischen Modell des Systems angelehnt sind, bietet es sich folglich an, auch die experimentelle Parameteridentifikation auf Basis solcher Modellstrukturen durchzuführen. Dabei ist zu beachten, dass die Abbildung des gemessenen Übertragungsverhaltens auf ein Zustandsraummodell i.A. nicht eindeutig ist. Um dies zu zeigen, wird zunächst von einem zeitkontinuierlichen Zustandsraummodell der Form

$$\dot{\underline{x}}(t) = \overset{(n,n)}{\mathbf{A}} \underline{x}(t) + \overset{(n,p)}{\mathbf{B}} \underline{u}(t) \quad (\text{A.44a})$$

$$\underline{y}(t) = \overset{(n,n)}{\mathbf{C}} \underline{x}(t) \quad (\text{A.44b})$$

ausgegangen. Es sei außerdem angenommen, dass es sich bei (A.44) bereits um eine *minimale Realisierung* der Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (\text{A.45})$$

handelt. Eine solche Realisierung ist dadurch gekennzeichnet, dass der Zustandsvektor die kleinstmögliche Anzahl von Zuständen zur Realisierung der Übertragungsmatrix enthält und das Zustandsraummodell in Folge vollständig *steuer-* und *beobachtbar* sein muss [Lun10]. Die Überprüfung der Steuer- und Beobachtbarkeit kann auf Basis der bekannten Kriterien von *Kalman* durchgeführt werden. So lautet ein dynamisches System (A.44) genau dann vollständig steuer- und beobachtbar, wenn sowohl die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_S = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]^T, \quad (\text{A.46})$$

als auch die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_B = [\mathbf{C} \ \mathbf{CA} \dots \mathbf{CA}^{n-1}]^T \quad (\text{A.47})$$

vollen Rang haben, d.h.

$$\text{Rang } \mathbf{Q}_S = \text{Rang } \mathbf{Q}_B = n. \quad (\text{A.48})$$

Führt man nun eine lineare Zustandstransformation der Form

$$\underline{x}_t = \mathbf{T}\underline{x} \quad (\text{A.49})$$

durch, wobei mit \mathbf{T} eine invertierbare Transformationsmatrix beschrieben wird, so lässt sich damit ein neues minimales Zustandsraumsystem der Form

$$\dot{\underline{x}}_t(t) = \mathbf{A}_t \underline{x}(t) + \mathbf{B}_t \underline{u}(t) \quad (\text{A.50a})$$

$$\underline{y}_t(t) = \mathbf{C}_t \underline{x}(t) \quad (\text{A.50b})$$

mit

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1}, \quad \mathbf{B}_t = \mathbf{T} \mathbf{B}, \quad \mathbf{C}_t = \mathbf{C} \mathbf{T}^{-1} \quad (\text{A.50c})$$

bilden. Setzt man die Zusammenhänge (A.50c) in die neue Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_t(s) = \mathbf{C}_t(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_t)^{-1} \mathbf{B}_t \quad (\text{A.51})$$

ein, so folgt in wenigen Rechenschritten

$$\mathbf{G}_t(s) = \mathbf{G}(s). \quad (\text{A.52})$$

Es wird deutlich, dass unabhängig von der Wahl der Transformationmatrix \mathbf{T} das transformierte Zustandsraummodell (A.50) stets eine minimale Realisierung der Übertragungsfunktion (A.45) darstellt. Aus dem Übertragungsverhalten eines Systems kann somit i.A. nicht in eindeutiger Weise auf die dem System zugrunde liegende Zustandsraumrealisierung geschlossen werden⁵.

Eine wichtige Ausnahme stellen dabei Systeme dar, deren Zustände vollständig gemessen werden können (s. auch [PCW13]). Dazu nehme man zunächst an, dass die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(s)$ mittels zweier Zustandsraumsätze $(\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1)$ und $(\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2, \mathbf{C}_2)$ realisiert werden kann. Das bedeutet, dass eine invertierbare Transformationsmatrix \mathbf{T} existieren muss, so dass gilt:

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{T} \mathbf{A}_1 \mathbf{T}^{-1}, \quad \mathbf{B}_2 = \mathbf{T} \mathbf{B}_1, \quad \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_1 \mathbf{T}^{-1} \quad (\text{A.53})$$

Da die vollständige Messung aller Zustände aber impliziert, dass die Ausgangsmatrizen der Einheitsmatrix entsprechen ($\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_1 = \mathbf{I}$) wird auch klar, dass $\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_1 \mathbf{T}^{-1}$ nur dann erfüllt sein kann, falls \mathbf{T} ebenfalls der Einheitsmatrix entspricht. Daraus folgt wiederum $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1$ und $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1$, was zeigt, dass die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(s)$ genau einer Zustandsraumdarstellung zugeordnet werden kann und somit eindeutig festgelegt ist.

A.6 Der Prüfstand am Fachgebiet LEA

Alle in dieser Arbeit durchgeführten Messungen wurden an einem Prüfstand des Fachgebietes Leistungselektronik und Elektrische Antriebstechnik (LEA) an der Universität Paderborn durchgeführt. Der Prüfstandsaufbau ist in Abb. A.2 schematisch dargestellt und wird

⁵Dieser Umstand kann besonders dann zu Problemen führen, wenn es darum geht ein LPV Modell aus einer Reihe lokal identifizierter LTI Modelle zusammenzusetzen. Um zwischen den LTI Modellen sinnvoll interpolieren zu können, wird nämlich vorausgesetzt, dass diese eine gemeinsame Zustandsraumbasis besitzen, was aufgrund der uneindeutigen Abbildung des Übertragungsverhaltens aber üblicherweise nicht gegeben ist [TFH⁺07].

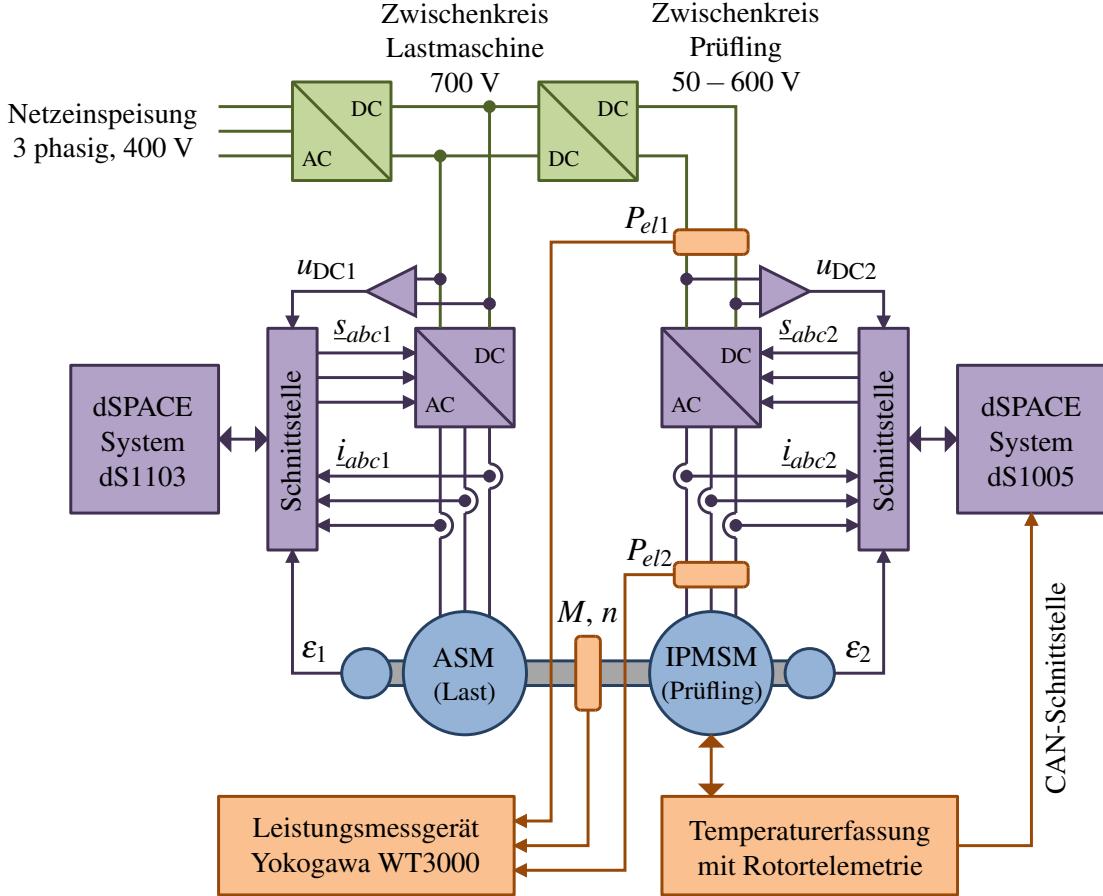


Abbildung A.2: Schematischer Aufbau des Prüfstandes entsprechend [Pet15]

im Folgenden nochmal kurz erläutert. Für ausführlichere Beschreibungen des Prüfstands sei dagegen auf [Leu14] und [Spe14] verwiesen.

Der Prüfling ist mit einem Asynchronmotor (Fa. Schorch), welcher der Belastung dient, über eine Drehmomentwelle (Fa. HBM) verbunden. Beide Motoren werden durch je einen B6-Umrichter gespeist. Die Ansteuerung der verbauten IGBT Module (Fa. Semikron) erfolgt über zwei *Rapid-Prototyping-Systeme* (Fa. dSpace). Die Zwischenkreise der Umrichter sind über einen bidirektionalen Tiefsetzsteller (Fa. Gustav Klein) verbunden. Damit werden beide Antriebe im Zwischenkreisverbund betrieben, die Zwischenkreisspannung des Prüflings kann jedoch unabhängig von der Zwischenkreisspannung der Lastmaschine eingestellt werden. Darüber hinaus wird die elektrische Leistung am Zwischenkreis des Prüflingumrichters, die elektrische Leistung an den Klemmen des Prüflings sowie die mechanische Leistung an der Drehmomentmesswelle mit Hilfe eines Leistungsmessgeräts (Fa. Yokogawa) erfasst. Um das thermische Verhalten des Prüflings messtechnisch zu erfassen, können zahlreiche Temperatursensoren (NTC, Thermoelemente) über entsprechende Temperaturerfassungsmodule an das dSpace-System des Prüflings angebunden werden. Während die Temperatursignale der im Rotor verbauten Thermoelemente mittels eines Telemetriesystems (Fa. datatel) erfasst und ausgewertet werden, erfolgt die Erfassung und Auswertung der im Stator verbauten Sensoren mittels einer zu diesem Zweck aufgebauten Temperatormessbox. Die Box kann Signale von bis zu 20 Temperatursensoren (NTCs oder

Thermoelemente) simultan einlesen und auswerten. Dazu werden die Sensorsignale über entsprechende Kennlinien in den Messmodulen (Fa. Schuhmann) zunächst in äquivalente Spannungssignale überführt. Letztere werden über A/D-Wandler in einen Mikrocontroller eingelesen und nach einer auf Überabtastung basierenden Rauschfilterung über CAN Schnittstelle auf das dSpace-System übertragen.

A.7 Identifizierte Parameter des 2-Knoten Modells

Die identifizierten Parameter des 2-Knoten Modells aus Abschnitt 7.2.1 sind in Tab. A.2 zusammengefasst. Die Identifikation wurde auf Basis des in Abb. 7.2 dargestellten Anregungsprofils sowie der gemessenen Temperaturverläufe in Abb. 7.3a durchgeführt.

Parameter	Einheit	Parametersatz 1	Parametersatz 2	Beschreibung
C_{WK}	Ws/K	$2,12 \cdot 10^5$	$1,74 \cdot 10^5$	Kapazität WK
C_{PM}	Ws/K	$4,44 \cdot 10^5$	$3,66 \cdot 10^5$	Kapazität PM
R_{WK-PM}	K/W	0,0059	0,0076	Widerstand WK-PM
R_{WK-K}	K/W	0,00069	0,00036	Widerstand WK-K
R_{PM-U}	K/W	0,0076	0,13	Widerstand PM-U
γ_{11}	-	68	55	Verlustkoeffizient
γ_{12}	-	0	0	Verlustkoeffizient
γ_{22}	-	0	0	Verlustkoeffizient

Tabelle A.2: Identifizierte Parametersätze des 2-Knoten Modells

A.8 Sonstige Validierungsprofile

Die folgenden Validierungsergebnisse dienen der Ergänzung von Kapitel 8 und belegen ebenfalls die hohe Güte des identifizierten thermischen 3-Knoten Modells beim Betrieb des Motors unter unterschiedlichen Betriebsbedingungen.

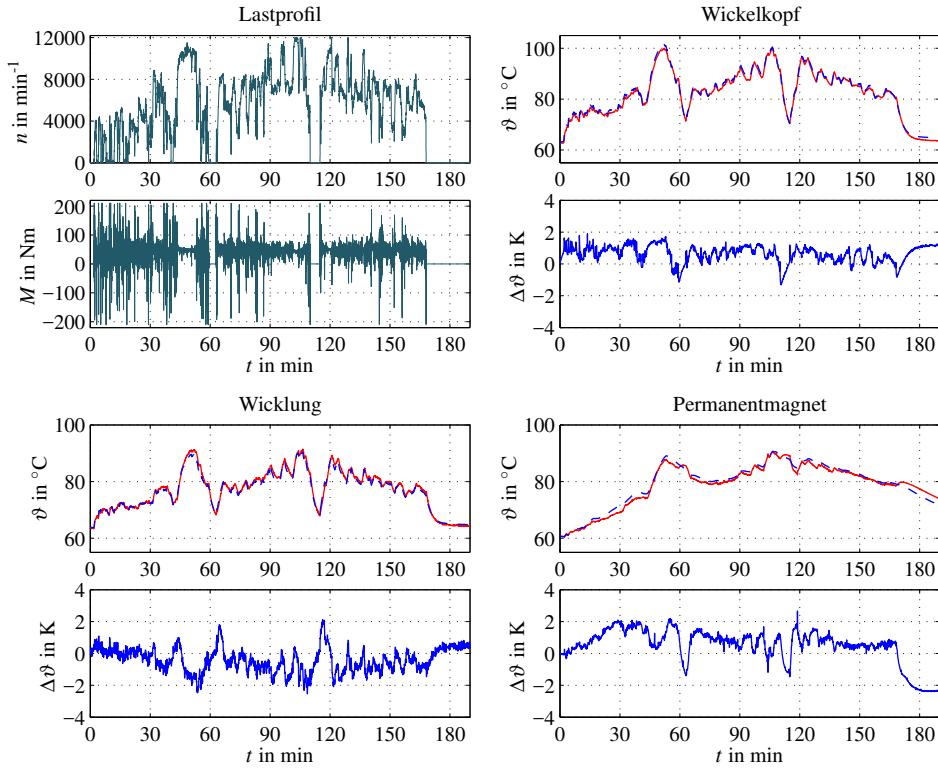


Abbildung A.3: Transientes Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 320 \text{ V}$

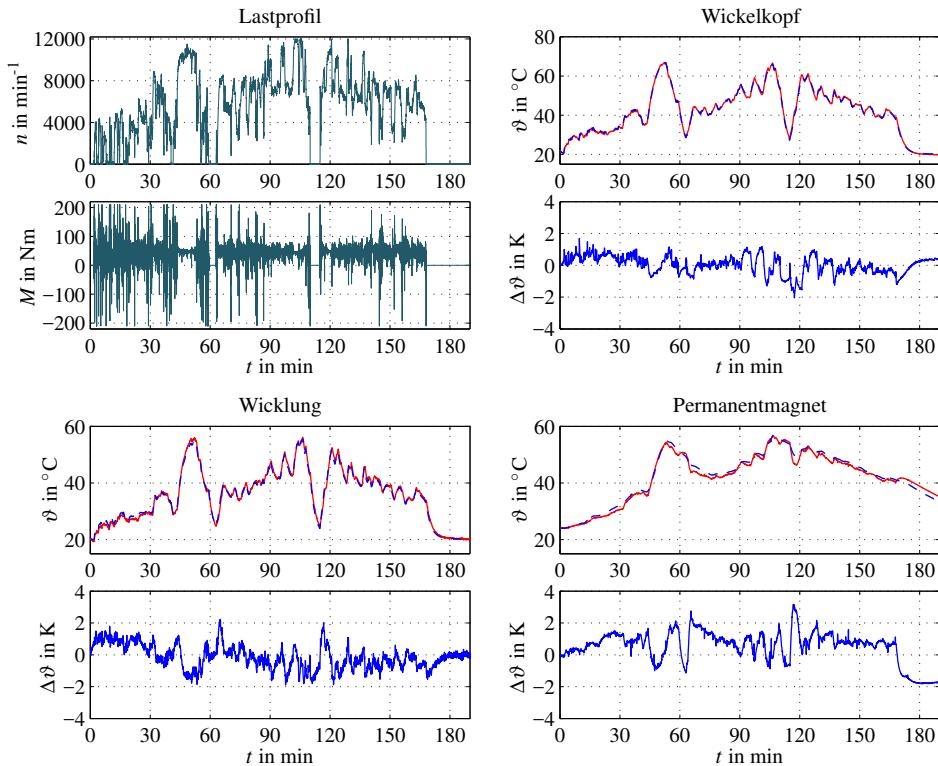


Abbildung A.4: Transientes Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

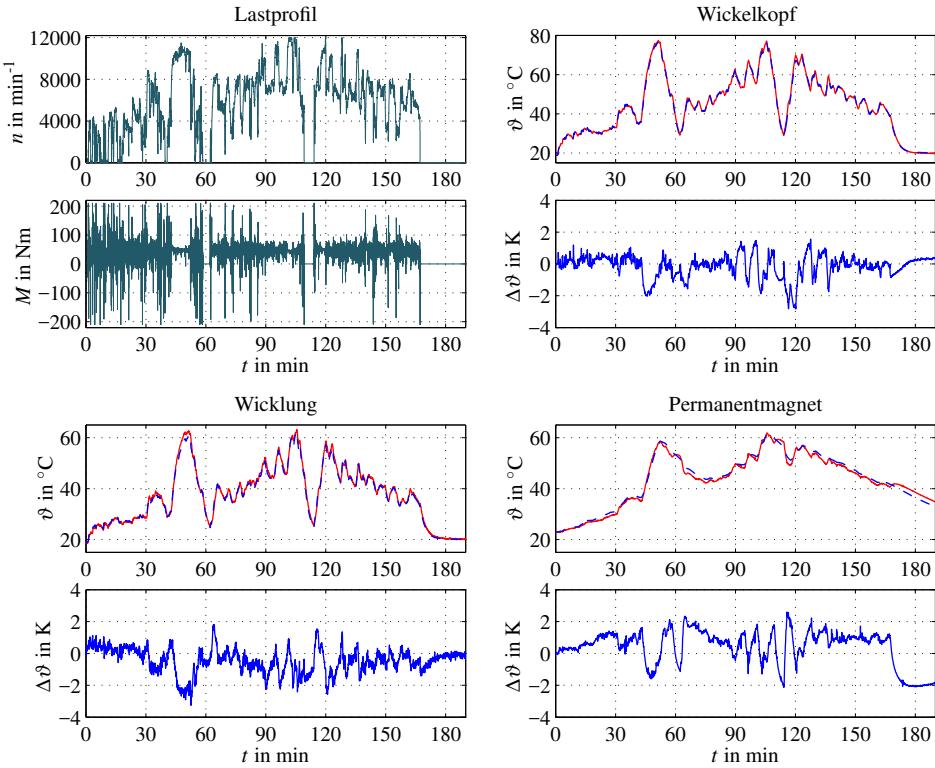


Abbildung A.5: Transientes Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 250\text{ V}$

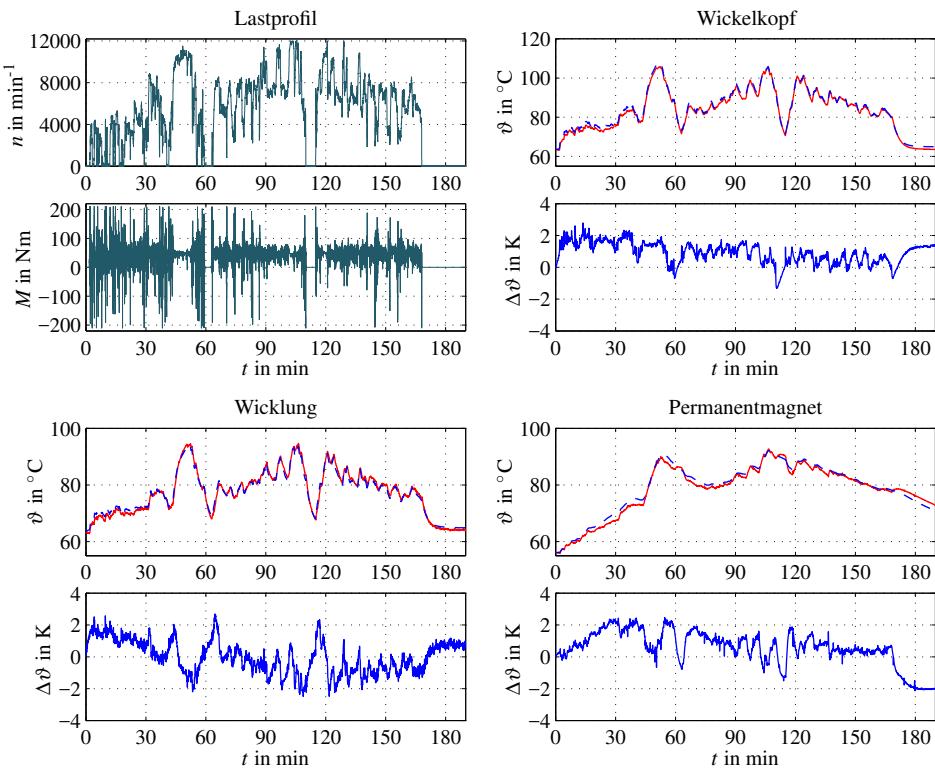


Abbildung A.6: Transientes Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285\text{ V}$

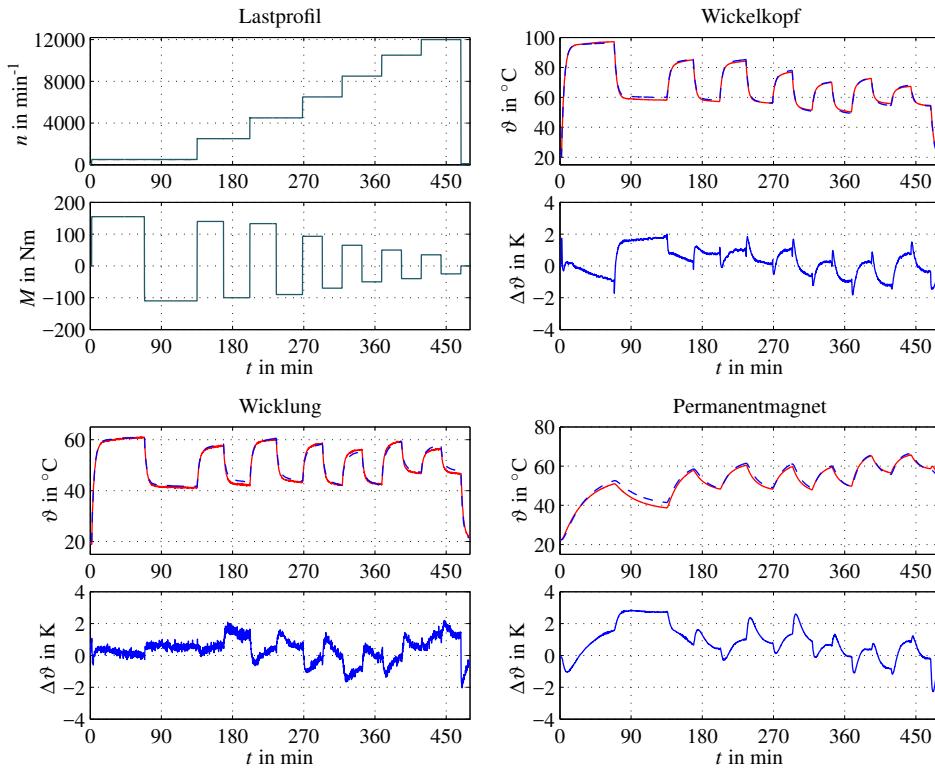


Abbildung A.7: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285 \text{ V}$

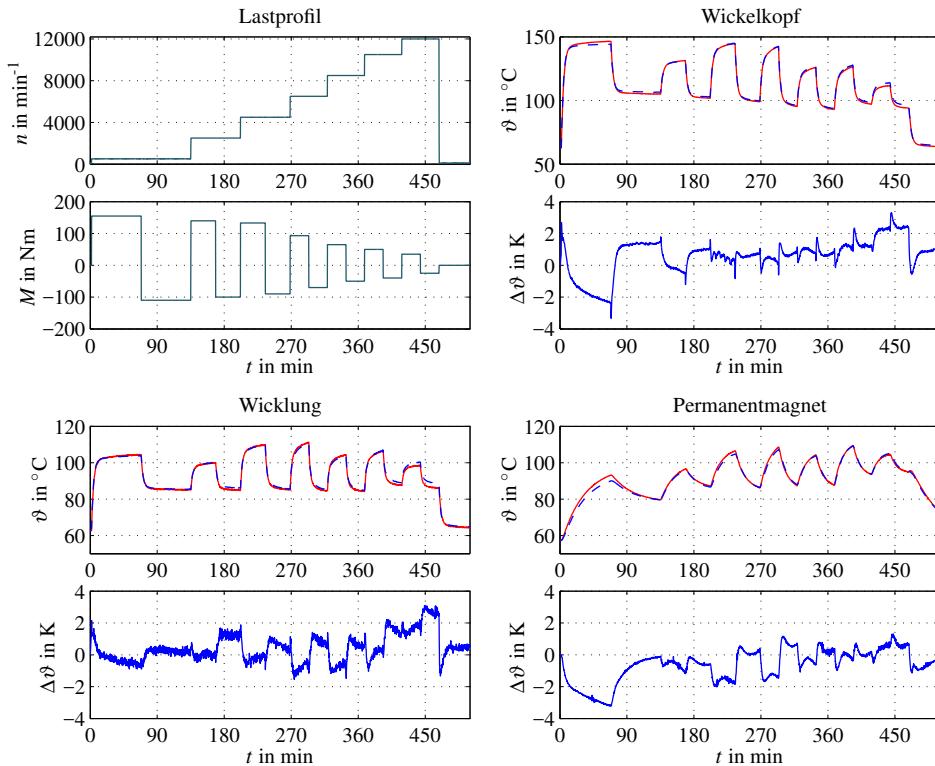


Abbildung A.8: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65 \text{ }^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 250 \text{ V}$

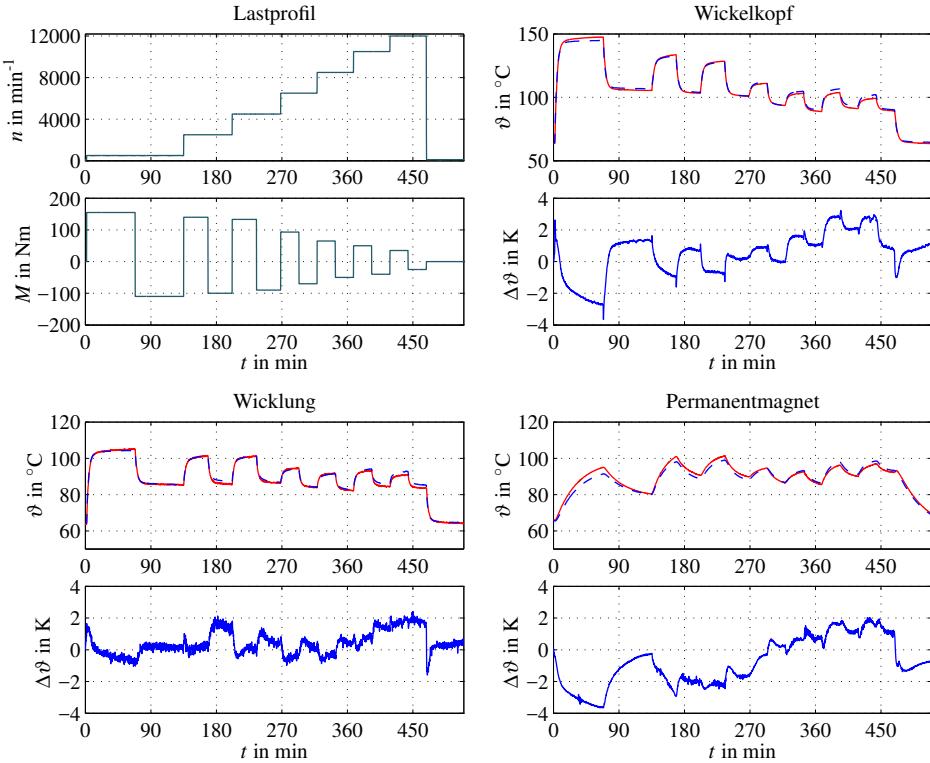


Abbildung A.9: Stationäres Lastprofil: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbedingungen: $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $\vartheta_U = 20 - 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 320\text{ V}$

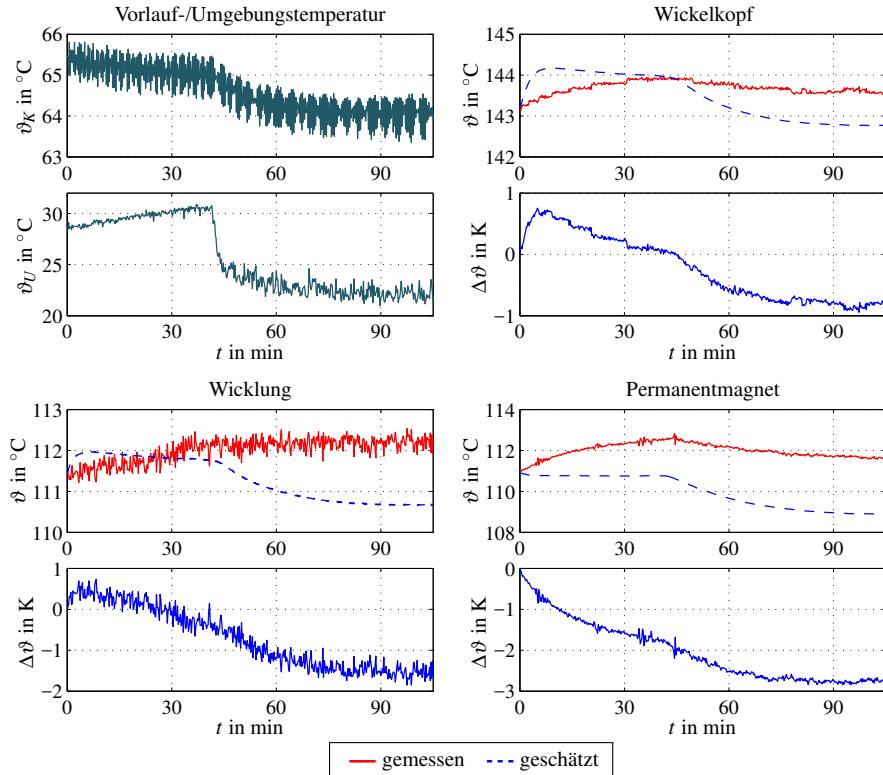


Abbildung A.10: Sprung der Umgebungstemperatur: Gemessene vs. geschätzte Temperaturverläufe; Betriebsbed.: $M = 120\text{ Nm}$, $n = 5900\text{ min}^{-1}$, $\vartheta_K = 65^\circ\text{C}$, $u_{\text{DC}} = 285\text{ V}$

Literaturverzeichnis

- [AIO⁺07] ASANO, K., INAGUMA, Y., OHTANI, H., SATO, E., OKAMURA, M., SAKAI, S.: *High Performance Motor Drive Technologies for Hybrid Vehicles*. Power Conversion Conference (PCC), S. 1584–1589, 2007.
- [And13] ANDERSSON, B.: *Lumped Parameter Thermal Modelling of Electric Machines*. Master's Thesis, Chalmers University of Technology, 2013.
- [BBB⁺10] BÖCKER, J., BÖSING, M., BREDENHORN, M., CANDERS, W., CEBULSKI, B., DOETSCH, P., DE DONCKER, R. D., KASHANI, O. F., FRIEDRICH, B., GRUBE, T., HAMEYER, K., HENNEN, M., HOFFMANN, K., HOFMANN, W., ILES, D., KREIM, A., LUNZ, B., LUTZ, J., MÄRZ, M., MERTENS, A., NEEF, C., PETERS, W., REHTANZ, C., ROLINK, J., SAUER, D. U., SCHÄFER, U., SCHÄFER, H., SCHMÜLLING, B., SCHÖNING, M., STOLTEN, D., VAN TREEK, D., WERMUTH, M., WITTLER, M., WIRTH, R.: *Elektrofahrzeuge - Bedeutung, Stand der Technik, Handlungsbedarf*. VDE-Studie, 2010.
- [Böc91] BÖCKER, J.: *Discrete-Time Model of an Induction Motor*. European Transactions on Electric Power (ETEP), Band 1 (Nr. 2): S. 65–71, 1991.
- [Böc09] BÖCKER, J.: *Geregelte Drehstromantriebe*. Skript zur Vorlesung, Universität Paderborn, 2009.
- [BCL⁺03] BOGLIETTI, A., CAVAGNINO, A., LAZZARI, M., PASTORELLI, M.: *A simplified thermal model for variable-speed self-cooled industrial induction motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 39 (Nr. 4): S. 945–952, 2003.
- [BCS08] BOGLIETTI, A., CAVAGNINO, A., STATON, D.: *Determination of Critical Parameters in Electrical Machine Thermal Models*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 44 (Nr. 4): S. 1150–1159, 2008.
- [BCS⁺09] BOGLIETTI, A., CAVAGNINO, A., STATON, D., SHANEL, M., MUELLER, M., MEJUTO, C.: *Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 56 (Nr. 3): S. 871–882, 2009.
- [BD92] BIENENSTOCK, E., DOURSAT, R.: *Neural Networks and the Bias/Variance Dilemma*. Neural Computation, Band 1 (Nr. 4): S. 1–58, 1992.
- [BHM⁺10] BÖCKER, J., HUBER, T., MEYER, M., PETERS, W., POHLENZ, D., SPECHT, A.: *Regelung elektrischer Traktionsantriebe in Elektro-und Hy-*

- bridfahrzeugen.* at-Automatisierungstechnik, Band 58 (Nr. 10): S. 599–608, 2010.
- [Bia05] BIANCHI, N.: *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. CRC Press, 2005.
- [BJA93] BÖCKER, J., JANNING, J., ANBUHL, K.: *Realization of a High-Dynamic Discrete-Time Controller for PWM inverter-Fed Induction Motor Drives*. European Power Electronics and Drives Conference (EPE), 1993.
- [Bla72] BLASCHKE, F.: *Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Asynchronmaschine*. Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte: S. 184–193, 1972.
- [BM94] BOYS, J. T., MILES, M. J.: *Empirical thermal model for inverter-driven cage induction machines*. IEE Proceedings on Electric Power Applications, Band 141 (Nr. 6): S. 360–372, 1994.
- [BP14] BOSENIUK, F., PONICK, B.: *Parameterization of Transient Thermal Models for Permanent Magnet Synchronous Machines Exclusively Based on Measurements*. International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, S. 295-301, 2014.
- [BPS⁺03] BAE, B.-H., PATEL, N., SCHULZ, S., SUL, S.-K.: *New field weakening technique for high saliency interior permanent magnet motor*. 38th Industry Applications Conference (IAS), S. 898–905, 2003.
- [Bru04] BRUZELIUS, F.: *Linear Parameter-Varying Systems*. Phd Thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2004.
- [BU11] BRAESS, H., U., S.: *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*. Vieweg+Teubner, 2011.
- [Buc10] BUCHHOLZ, M.: *Subspace-Identification zur Modellierung von PEM-Brennstoffzellen-Stacks*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2010.
- [CNS03] CHIN, Y. K., NORDLUND, E., STATON, D. A.: *Thermal Analysis - Lumped Circuit Model and Finite Element Analysis*. 6th International Power Engineering Conference (IPEC), S. 952 - 957, 2003.
- [DBM10] DING, X., BHATTACHARYA, M., MI, C.: *Simplified Thermal Model of PM Motors in Hybrid Vehicle Applications Taking into Account Eddy Current Loss in Magnets*. Journal of Asian Electric Vehicles, Band 8 (Nr. 1): S. 1337–1343, 2010.
- [DdlPA⁺10] DEMETRIADES, G. D., PARRA, H. Z. DE LA, ANDERSSON, E., OLSSON, H.: *A Real-Time Thermal Model of a Permanent-Magnet Synchronous Motor*. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 25 (Nr. 2): S. 463–474, 2010.
- [Def11] DEFLORIAN, M.: *Versuchsplanung und Methoden zur Identifikation zeit-*

- kontinuierlicher Zustandsraummodelle am Beispiel des Verbrennungsmotors.* Dissertation, Technische Universität München, 2011.
- [DG06] DAJAKU, G., GERLING, D.: *An Improved Lumped Parameter Thermal Model for Electrical Machines.* 17th International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2006.
- [EEB08] EMARA, H., ELSHAMY, W., BAHGAT, A.: *Parameter identification of induction motor using modified Particle Swarm Optimization algorithm.* International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), S. 841–847, 2008.
- [EZ08] ELASHHAB, S. M., ZOHDY, M. A.: *PEM fuel cell system identification and model order reduction for Hinfin; loop shaping controller design.* IEEE International Conference on Electro/Information Technology (EIT), S. 60–65, 2008.
- [FBJ⁺10] FELDEN, M., BÜTTERLING, P., JECK, P., ECKSTEIN, L., HAMEYER, K.: *Electric Vehicle Drive Trains: From the Specification Sheet to the Drive-Train Concept.* International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), 2010.
- [FG05] FARRAR, D. E., GLAUBER, R. R.: *Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited.* The Review of Economics and Statistics, Band 49 (Nr. 1): S. 92–107, 2005.
- [FJH⁺08] FANG, L., JUNG, J., HONG, J., LEE, J.: *Study on High-Efficiency Performance in Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor With Double-Layer PM Design.* IEEE Transactions on Magnetics, Band 44 (Nr. 11): S. 4393–4396, 2008.
- [FNT88] FRANZEN, F., NELLES, D., TUTTAS, D.: *Anschauliche Darstellung einfacher Integrationsalgorithmen.* etz-Archiv, Band 10 (Nr. 8): S. 267–272, 1988.
- [FZW⁺10] FAN, J., ZHANG, C., WANG, Z., DONG, Y., NINO, C. E., TARIQ, A. R., STRANGAS, E. G.: *Thermal Analysis of Permanent Magnet Motor for the Electric Vehicle Application Considering Driving Duty Cycle.* IEEE Transactions on Magnetics, Band 46 (Nr. 6): S. 2493–2496, 2010.
- [Gau09] GAUSCH, F.: *Digitale Regelungen.* Skript zur Vorlesung, Universität Paderborn, 2009.
- [Gau11] GAUSCH, F.: *Nichtlineare Systeme.* Skript zur Vorlesung, Universität Paderborn, 2011.
- [GD05] GERLING, D., DAJAKU, G.: *Novel lumped-parameter thermal model for electrical systems.* European Conference on Power Electronics and Applications (EPE), S. 1-10, 2005.
- [GD06] GERLING, D., DAJAKU, G.: *Thermal calculation of systems with distributed heat generation.* 10th Intersociety Conference on Thermal and Thermome-

- chanical Phenomena in Electronics Systems (ITHERM), S. 645-652, 2006.
- [GJ09] GRÜNE, L., JUNGE, O.: *Gewöhnliche Differentialgleichungen: Eine Einführung aus der Perspektive der dynamischen Systeme*. Vieweg+Teubner Verlag, 2009.
- [GKW12] GANCHEV, M., KRAL, C., WOLBANK, T.: *Identification of Sensorless Rotor Temperature Estimation Technique for Permanent Magnet Synchronous Motor*. International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), S. 38-43, 2012.
- [GSM07] GURVITS, L., SHORTEN, R., MASON, O.: *On the Stability of Switched Positive Linear Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, Band 52 (Nr. 6): S. 1099–1103, 2007.
- [Gui08] GUIDI, H.: *Open and Closed-loop Model Identification and Validation*. Master's Thesis, University of Pretoria, 2008.
- [Hae04] HAENSEL, H.: *Systemanalytische Betrachtung sphärischer tribomechanischer Systeme*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2004.
- [HCH12] HOWEY, D. A., CHILDS, P. R., HOLMES, A. S.: *Air-Gap Convection in Rotating Electrical Machines*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 59 (Nr. 3): S. 1367–1375, 2012.
- [Hip06] HIPPE, P.: *Windup in Control: Its Effects and Their Prevention. Advances in Industrial Control*. Springer, 2006.
- [HL03] HOLMES, D. G., LIPO, T. A.: *Pulse Width Modulation for Power Converters - Principles and Practice*. John Wiley & Sons, 2003.
- [Hol94] HOLTZ, J.: *Pulsewidth modulation for electronic power conversion*. Proceedings of the IEEE, Band 82 (Nr. 8): S. 1194–1214, 1994.
- [HPB14a] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *A Low-Order Thermal Model for Monitoring Critical Temperatures in Permanent Magnet Synchronous Motors*. The 7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD), S. 1-6, 2014.
- [HPB14b] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Monitoring Critical Temperatures in Permanent Magnet Synchronous Motors Using Low-Order Thermal Models*. International Power Electronics Conference (IPEC), S. 1508-1515, 2014.
- [HPB15] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Voltage Controller for Flux Weakening Operation of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor in Automotive Traction Applications*. IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2015.
- [HPH⁺12] HONG, J., PARK, S., HYUN, D., KANG, T., LEE, S. B., KRAL, C., HAU-MER, A.: *Detection and Classification of Rotor Demagnetization and Eccentricity Faults for PM Synchronous Motors*. IEEE Transactions on Industry

- Applications, Band 48 (Nr. 3): S. 923–932, 2012.
- [IM11] ISERMANN, R., MÜNCHHOF, M.: *Identification of Dynamic Systems*. Springer, 2011.
- [ITD⁺06] ICHIKAWA, S., TOMITA, M., DOKI, S., OKUMA, S.: *Sensorless control of permanent-magnet synchronous motors using online parameter identification based on system identification theory*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 53 (Nr. 2): S. 363–372, 2006.
- [Kas07] KASTENS, J.: *Beobachterstruktur zur Schätzung der Magnettemperatur von Permanentmagnet-Synchronmotoren*. Diplomarbeit, Universität Paderborn, 2007.
- [Kee11] KEESMAN, K.: *System Identification: An Introduction*. Springer, 2011.
- [KHL14] KRAL, C., HAUMER, A., LEE, S. B.: *A Practical Thermal Model for the Estimation of Permanent Magnet and Stator Winding Temperatures*. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 29 (Nr. 1): S. 455–464, 2014.
- [KJ02] KIENCKE, U., JÄKEL, H.: *Signale und Systeme*. Oldenbourg, 2002.
- [KKE01] KIENCKE, U., KRONMÜLLER, H., EGER, R.: *Messtechnik*. Springer, 2001.
- [Kli10] KLINNER, B.: *Thermisches Simulink-Modell von elektrischen Fahrzeugantrieben für die Entwicklung von Derating-Regelstrategien*. Masterarbeit, Universität Kassel, 2010.
- [Klu06] KLUWE, M.: *Identifizierung und Optimierung technischer Prozesse*. Skript zur Vorlesung, Universität Karlsruhe, 2006.
- [KR59] KOVACS, K., RACZ, I.: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.
- [Kra13] KRAMPS, D.: *Simulative Untersuchung zur Identifizierbarkeit von thermischen Parameter mit Hilfe der Methode der Hilfsvariablen*. Diplomarbeit, Universität Paderborn, 2013.
- [Kug08] KUGI, A.: *Prozessidentifikation*. Skript zur Vorlesung, TU Wien, 2008.
- [LBC13] LOVERA, M., BERGMASCO, M., CASELLA, F.: *LPV Modelling and Identification: An Overview, Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*. Springer, 2013.
- [Leo01] LEONARD, W.: *Control of Electrical Drives*. Springer, 2001.
- [Leu14] LEUER, M.: *Modellprädiktive Regelung permanent erregter Synchronmotoren im Antriebsstrang von Automobilen*. Dissertation, Universität Paderborn, 2014.
- [Lju87] LJUNG, L.: *System Identification*. Prentice-Hall, 1987.
- [Lju11] LJUNG, L.: *System Identification Toolbox 7 (User's Guide)*. The Math Works,

- Inc., 2011.
- [LKY⁺10] LEE, J. J., KIM, W. H., YU, J. S., YUN, S. Y., KIM, S. M., LEE, J. J., LEE, J.: *Comparison between concentrated and distributed winding in IPMSM for traction application*. International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), S. 1172–1174, 2010.
- [LM07] LOVERA, M., MERCÈRE, G.: *Identification for gain-scheduling: a balanced subspace approach*. American Control Conference, S. 858–863, 2007.
- [LMS02] LOURENCO, H., MARTIN, O., STÜTZLE, T.: *Handbook of MetaHeuristics*, Kapitel 12: Iterated Local Search: Framework and Applications, S. 355-368. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [LP95] LECLERC, G., PIREAUX, J. J.: *The use of least squares for XPS peak parameters estimation. Part 3. Multicollinearity, ill-conditioning and constraint-induced bias*. Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena, Band 71 (Nr. 2): S. 179–190, 1995.
- [Lue79] LUENBERGER, D.: *Introduction to Dynamics Systems*. John Wiley & Sons, 1979.
- [Lun10] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2*. Springer, 2010.
- [LW03] LAUGHTON, M. A., WARNE, D. J.: *Electrical Engineer's Reference Book*. Elsevier Science, 2003.
- [LZS13] LIU, K., ZHU, Z. Q., STONE, D. A.: *Parameter Estimation for Condition Monitoring of PMSM Stator Winding and Rotor Permanent Magnets*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 60 (Nr. 12): S. 5902–5913, 2013.
- [MB06] MEYER, M., BÖCKER, J.: *Optimum Control for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors (IPMSM) in Constant Torque and Flux Weakening Range*. 12th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC), S. 282-286, 2006.
- [Mey87] MEYER, M.: *Elektrische Antriebstechnik: Bd. 2 Stromrichtergespeiste Gleichstrommaschinen und voll umrichtergespeiste Drehstrommaschinen*, Band 2. Springer, 1987.
- [Mey09] MEYER, M.: *Wirkungsgradoptimierte Regelung hochausgenutzter Permanentmagnetsynchronmaschinen im Antriebsstrang von Automobilen*. Dissertation, Universität Paderborn, 2009.
- [Miu11] MIURA, T.: *Motor Control Device, Control Method, and Control Program*. Patent US 8,013,565 B2, Toyota (Japan), 2011.
- [ML96] MILANFAR, P., LANG, J. H.: *Monitoring the thermal condition of permanent-magnet synchronous motors*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Band 32 (Nr. 4): S. 1421–1429, 1996.

- [MN10] MAREK, R., NITSCHE, K.: *Praxis der Wärmeübertragung*. Fachbuchverlag Leizig, 2010.
- [MP09] MÜLLER, G., PONICK, B.: *Theorie elektrischer Maschinen*. Wiley-VCH Verlag, 2009.
- [MPP11] MERCÈRE, G., PALLSON, H., POINOT, T.: *Continuous-Time Linear Parameter-Varying Identification of a Cross Flow Heat Exchanger: A Local Approach*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 19 (Nr. 1): S. 64–76, 2011.
- [MRT91] MELLOR, P. H., ROBERTS, D., TURNER, D. R.: *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*. IEE Proceedings B on Electric Power Applications, Band 138 (Nr. 5): S. 205–218, 1991.
- [MT09] MARCH, P., TURNER, M. C.: *Anti-Windup Compensator Designs for Nonsalient Permanent-Magnet Synchronous Motor Speed Regulators*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 45 (Nr. 5): S. 1598–1609, 2009.
- [MTT⁺90] MORIMOTO, S., TAKEDA, Y., T., H., TANIGUCHI, K.: *Expansion of operating limits for permanent magnet motor by current vector control considering inverter capacity*. IEEE Transations on Industry Applications, Band 26 (Nr. 5): S. 866–871, 1990.
- [NBP04] NOTKER, A., BÖCKER, J., PRENNER, F.: *Active Damping of Drive Train Oscillations for an Electrically Driven Vehicle*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Band 9 (Nr. 4): S. 697–700, 2004.
- [Nuß10] NUSS, U.: *Hochdynamische Regelung elektrischer Antriebe*. VDE, 2010.
- [PB13] PETERS, W., BÖCKER, J.: *Discrete-Time Design of Adaptive Current Controller for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors (IPMSM) with High Magnetic Saturation*. Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON), S. 6608-6613, 2013.
- [PCW13] PARE, P. E., CHETTY, V., WARNICK, S.: *On the necessity of full-state measurement for state-space network reconstruction*. IEEE Global Conference on Signal and Information Processing: Symposium on Network Theory, 2013.
- [Pet15] PETERS, W.: *Wirkungsgradoptimale Regelung von permanenterregten Synchronmotoren mit eingebetteten Magneten in automobilen Traktionsanwendungen*. Dissertation, Universität Paderborn, 2015.
- [PHB11] PETERS, W., HUBER, T., BÖCKER, J.: *Control Realization for an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor (IPMSM) in Automotive Drive Trains*. PCIM Europe, 2011.
- [Poh12] POHLENZ, D.: *Wirkungsgradoptimale Regelung eines elektrischen Fahrantriebes mit variabler Zwischenkreisspannung*. Dissertation, Universität Paderborn, 2012.

- [PSv⁺08] PAIJMANS, B., SYMENS, W., VAN BRUSSEL, H., SWEVERS, J.: *Identification of Interpolating Affine LPV Models for Mechatronic Systems with one Varying Parameter*. European Journal of Control, 2008.
- [PWB11] PETERS, W., WALLSCHEID, O., BÖCKER, J.: *Current controller with defined dynamic behavior for an interior permanent magnet synchronous motor*. 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (IECON), S. 534–538, 2011.
- [PWB12] PETERS, W., WALLSCHEID, O., BÖCKER, J.: *A precise open-loop torque control for an interior permanent magnet synchronous motor (IPMSM) considering iron losses*. 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (IECON), S. 2877–2882, 2012.
- [Qui90] QUINGCHANG, R.: *Prediction Error Method for Identification of a Heat Exchanger*. Technischer Bericht, Eindhoven University of Technology, Netherlands, 1990.
- [RBG⁺10] REIGOSA, D. D., BRIZ, F., GARCÍA, P., GUERRERO, J. M., DEGNER, M. W.: *Magnet Temperature Estimation in Surface PM Machines Using High-Frequency Signal Injection*. IEEE Transactions on Industry Applications, , Band 45, no. 4: S. 1468–1475, 2010.
- [Rie06] RIEFENSTAHL, U.: *Elektrische Antriebssysteme*. Teubner, 2006.
- [RS00] RUGH, W. J., SHAMMA, J. S.: *Survey Research on gain scheduling*. Automatica, Band 36 (Nr. 10): S. 1401–1425, 2000.
- [SA92] SHAMMA, J. S., ATHANS, M.: *Gain scheduling: potential hazards and possible remedies*. IEEE Transactions on Control Systems, Band 12 (Nr. 3): S. 101–107, 1992.
- [SBC05] STATON, D., BOGLIETTI, A., CAVAGNINO, A.: *Solving the More Difficult Aspects of Electric Motor Thermal Analysis in Small and Medium Size Industrial Induction Motors*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Band 20 (Nr. 3): S. 620–628, 2005.
- [Sch97] SCHAUER, T.: *Folgeregelung nichtminimalphasiger nichtlinearer Regelstrecken*. Diplomarbeit, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 1997.
- [Sch09] SCHRÖDER, D.: *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*, Band 3. Springer, 2009.
- [Sch10] SCHULTE, C.: *Untersuchung der Feldverteilung und der Verluste in Permanentmagnet-Synchronmotoren mit eingebetteten Magneten (IPMSM) mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM)*. Diplomarbeit, Universität Paderborn, 2010.
- [Seb95] SEBASTIAN, T.: *Temperature Effects on Torque Production and Efficiency of PM Motors Using NdFeB Magnets*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 31 (Nr. 2): S. 353–357, 1995.

- [Sha12] SHAMMA, J. S.: *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*, Kapitel 1: An Overview of LPV Systems, S. 3-26. Springer, 2012.
- [SHB11] SCHÜTZHOLD, J., HOFMANN, W., BLÜMEL, R.: *Messung und Analyse der temperaturabhängigen Verluste im Synchronmotor der Antriebsachsen einer Schlauchbeutel-Verpackungsmaschine*. ETG-Kongress, S. 1-7, 2011.
- [SJB11] SVARICEK, F., JARCYK, J., BENEDIKT, A.: *Strukturelle und streng strukturelle Steuerbarkeit: Übersicht und neue Ergebnisse*. at - Automatisierungs-technik, Band 59 (Nr. 6), 2011.
- [SMK⁺13] STEPHAN, P., MARTIN, H., KABELAC, S., MEWES, D., KIND, M., SCHÄBER, K.: *VDI-Wärmeatlas*, Band 11. Springer, 2013.
- [Spe14] SPECHT, A.: *Ermittlung der Rotortemperatur einer Synchronmaschine mit eingebetteten Permanentmagneten für einen automobilen Traktionsantrieb mittels Beobachter basierend auf elektrischen Größen*. Dissertation, Universität Paderborn, 2014.
- [SS89] SÖDERSTRÖM, T., STOICA, P.: *System Identification*. Prentice Hall, 1989.
- [SSD⁺03] STUMBERGER, B., STUMBERGER, G., DOLINAR, D., HAMLER, A., TRLEP, M.: *Evaluation of Saturation and Cross-Magnetization Effects in Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 39 (Nr. 5): S. 1264–1271, 2003.
- [Svv03] STEINBUCH, M., VAN DE MOLENGRAFT, R., VAN DER VOORT, A.: *Experimental modelling and LPV control of a motion system*. American Control Conference, Band 2, S. 1374–1379, 2003.
- [SWB14] SPECHT, A., WALLSCHEID, O., BÖCKER, J.: *Determination of Rotor Temperature for an Interior Permanent Magnet Synchronous Machine Using a Precise Flux Observer*. International Power Electronics Conference (IPEC), S. 1501-1507, 2014.
- [TFH⁺07] TÓTH, R., FELICI, F., HEUBERGER, P. S. C., VAN DEN HOF, P. M. J.: *Discrete time LPV I/O and State Space Representations, differences of behavior and pitfalls of interpolation*. European Control Conference, S. 5418-5425, 2007.
- [TWR04] TANG, W. H., WU, Q. H., RICHARDSON, Z. J.: *A simplified transformer thermal model based on thermal-electric analogy*. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 19 (Nr. 3): S. 1112–1119, 2004.
- [UH10] UNDERWOOD, S. J., HUSAIN, I.: *Online Parameter Estimation and Adaptive Control of Permanent-Magnet Synchronous Machines*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 57 (Nr. 7): S. 2435–2443, 2010.
- [Unb00] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik 1*. Vieweg+Teubner, 2000.
- [VMP⁺13] VIZER, D., MERCÈRE, G., PROT, O., RAMOS, J.: *A local approach fra-*

- mework for black-box and gray-box LPV system identification.* European Control Conference (ECC), S. 1916–1921, 2013.
- [VTBS09] VOLLMER, U., TAUS-BETI, L., SCHÄFER, U.: *Minimization of Losses in a Permanent Magnet Synchronous Machine for HEV*. Electric Vehicle Symposium (EVS 24), 2009.
- [WB13] WALLSCHEID, O., BÖCKER, J.: *Wirkungsgradoptimale Arbeitspunktsteuerung für einen permanenterregten Synchronmotor mit vergrabenen Magneten unter Berücksichtigung von Temperatureinflüssen*. Internationaler ETG-Kongress, 2013.
- [WHP⁺14] WALLSCHEID, O., HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Real-Time Capable Methods to Determine the Magnet Temperature of Permanent Magnet Synchronous Motors - A Review*. 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON), 2014.
- [WHP⁺16] WALLSCHEID, O., HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *State-of-the-Art Techniques to Determine the Magnet Temperature of Permanent Magnet Synchronous Motors under Real-Time Conditions*. European Power Electronics and Drives Journal (EPE), 2016. angenommen.
- [Wie94] WIESING, J.: *Betrieb der feldorientiert geregelten Asynchronmaschine im Bereich oberhalb der Nenndrehzahl*. Dissertation, Universität Paderborn, 1994.
- [WST10] WILSON, S. D., STEWART, P., TAYLOR, B. P.: *Methods of Resistance Estimation in Permanent Magnet Synchronous Motors for Real-Time Thermal Management*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Band 25 (Nr. 3): S. 698–707, 2010.
- [YA09] YAMAZAKI, K., ABE, A.: *Loss Investigation of Interior Permanent-Magnet Motors Considering Carrier Harmonics and Magnet Eddy Currents*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 45 (Nr. 2): S. 659–665, 2009.
- [YFS09] YAMAZAKI, K., FUKUSHIMA, Y., SATO, M.: *Loss Analysis of Permanent-Magnet Motors With Concentrated Windings—Variation of Magnet Eddy-Current Loss Due to Stator and Rotor Shapes*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 45 (Nr. 4): S. 1334–1342, 2009.
- [ZH07] ZHU, Z. Q., HOWE, D.: *Electrical Machines and Drives for Electric, Hybrid, and Fuel Cell Vehicles*. Proceedings of the IEEE, Band 95 (Nr. 4): S. 746–765, 2007.
- [ZLH10] ZHANG, P., LU, B., HABETLER, T. G.: *An Active Stator Temperature Estimation Technique for Thermal Protection of Inverter-Fed Induction Motors With Considerations of Impaired Cooling Detection*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 46 (Nr. 5): S. 1873–1880, 2010.

Verzeichnis eigener wissenschaftlicher Publikationen und Präsentationen

- [BHM⁺10] BÖCKER, J., HUBER, T., MEYER, M., PETERS, W., POHLENZ, D., SPECHT, A.: *Regelung elektrischer Traktionsantriebe in Elektro-und Hybridfahrzeugen.* at-Automatisierungstechnik, Band 58 (Nr. 10): S. 599–608, 2010.
- [HPB14a] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *A Low-Order Thermal Model for Monitoring Critical Temperatures in Permanent Magnet Synchronous Motors.* The 7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD), S. 1-6, 2014.
- [HPB14b] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Monitoring Critical Temperatures in Permanent Magnet Synchronous Motors Using Low-Order Thermal Models.* International Power Electronics Conference (IPEC), S. 1508-1515, 2014.
- [HPB15] HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Voltage Controller for Flux Weakening Operation of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor in Automotive Traction Applications.* IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2015.
- [PHB11] PETERS, W., HUBER, T., BÖCKER, J.: *Control Realization for an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor (IPMSM) in Automotive Drive Trains.* PCIM Europe, 2011.
- [WHP⁺14] WALLSCHEID, O., HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *Real-Time Capable Methods to Determine the Magnet Temperature of Permanent Magnet Synchronous Motors - A Review.* 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON), 2014.
- [WHP⁺16] WALLSCHEID, O., HUBER, T., PETERS, W., BÖCKER, J.: *State-of-the-Art Techniques to Determine the Magnet Temperature of Permanent Magnet Synchronous Motors under Real-Time Conditions.* European Power Electronics and Drives Journal (EPE), 2016. angenommen.