

# **Entwicklung eines Verfahrens zur integrierten Planung von automatischen Lagern in heterogenen Umgebungen unter Berücksichtigung zonenbasierter Lagerplatzvergabe mit doppeltiefer Belegung und Mehrfachlastaufnahmemitteln**

Der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der  
Universität Paderborn  
zur Erlangung des akademischen Grades  
DOKTOR DER WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN  
– Doctor rerum politicarum –  
vorgelegte Dissertation

von

Sebastian Lauck, M.Sc.  
geboren am 18.05.1983 in Villingen-Schwenningen

Paderborn, Juni 2016

Dekanin: Prof. Dr. Caren Sureth-Sloane

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier

Korreferentin: Prof. Dr. Leena Suhl



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand als Ergebnis meiner Forschung, welche ich als Stipendiat der International Graduate School Paderborn in Kooperation mit dem Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik, insb. CIM am Heinz Nixdorf Institut, und mit der Firma Lödige Industries in Warburg durchgeführt habe.

Für die Gelegenheit, diese Arbeit anzufertigen, und die intensive Betreuung während der Abgrenzung des Themas, der Bearbeitung und der Fertigstellung dieser Arbeit bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Wilhelm Dangelmaier. Er ermöglichte es mir, dieses Projekt mit einem Fuß in der Forschung und einem Fuß in der Praxis anzugehen, und unterstützte mich dabei, beide Welten zusammenzuführen. Danken möchte ich außerdem Frau Prof. Dr. Leena Suhl für die Übernahme des Korreferates sowie Herrn Prof. Dr. Friedhelm Meyer auf der Heide und Herrn Prof. Dr. Klaus Rosenthal für die Teilnahme an meiner Prüfungskommission.

Für die Möglichkeit der Unternehmenskooperation gilt mein Dank Prof. Dr. Rudolf Lödige und Philippe De Backer als Geschäftsführer von Lödige Industries. Ohne die wertvollen Einblicke in die operative Tätigkeit wäre mir die Realisation der Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen. Vielen Dank daher auch an Dr. Andreas Husmann, der mir bei der Einarbeitung in das Unternehmen geholfen hat, und an die Kollegen Knud Segatz, Rainer Leichtweiss und Conrad Ilsch die mich in der darauffolgenden Zeit mit einer Vielzahl konstruktiver Gespräche unterstützt und motiviert haben.

Den Wegbegleitern am Lehrstuhl danke ich für die schöne Zeit. Die freundschaftliche und offene Atmosphäre und die fachlichen sowie nichtfachlichen Diskussionen möchte ich nicht missen. Mein besonderer Dank gilt hier meinen Bürogenossen Simon Boxnick und Lukas Kopecki für den produktiven Austausch.

Herzlichen Dank an meine Eltern für die Möglichkeit einer wissenschaftlichen Ausbildung und die Unterstützung und Motivation in den letzten Jahren. Dafür, mir zu zeigen, dass das Leben nicht nur aus Arbeit und der Dissertation besteht, danke ich meinem Freundeskreis. Zu guter Letzt gilt mein besonderer Dank meiner während der Erstellung der Arbeit zunächst Freundin, dann Verlobten und nun Ehefrau Sara, die viel Verständnis für arbeitsame Wochenenden aufbringen musste, für die liebevolle Unterstützung in guten und schwierigen Phasen.





# Notation

Für die mathematischen Zusammenhänge in dieser Arbeit wird die hier definierte Notation zugrunde gelegt.

- Hochstellungen an Bezeichnern drücken zusätzliche Eigenschaften eines Objektes aus und implizieren keine Exponentialfunktionen.  
 $A^x \rightarrow$  Größe eines Artikels  $A$  in  $x$ -Richtung.
- Hochgestellte Pfeile beschreiben Umschlagseigenschaften des betrachteten Objektes, ein Breve drückt einen Bestand aus.  
 $A^\uparrow \rightarrow$  ausgehende Umschlagsmenge für Artikel  $A$ ,  
 $\breve{A} \rightarrow$  Bestand für Artikel  $A$ .
- Tiefstellungen an Bezeichnern beschreiben Indizes einer Menge von Objekten.  
 $A_i^x \rightarrow$  Größe des  $i$ . Artikels  $A$  in  $x$ -Richtung.
- Tupel, also Listen von Objekten mit einer Reihenfolgebeziehung, werden durch spitze Klammern ausgezeichnet.  
 $k_i = \langle k_i^\uparrow, k_i^\downarrow \rangle \rightarrow$  Clusterzentrum des  $i$ . Clusters im zweidimensionalen Raum.
- Unsortierte Mengen werden mit kalligraphierten Variablen beschrieben und durch geschwungene Klammern ausgezeichnet.  
 $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_n\} \rightarrow$  Menge aus  $n$  Artikeln.
- Mengen von Mengen werden durch geschwungene Variablen beschrieben und durch geschwungene Klammern ausgezeichnet.  
 $\mathscr{A} = \{\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2\} = \{\{A_1, \dots, A_i\}, \{A_{i+1}, \dots, A_j\}\} \rightarrow$  Menge aus zwei Mengen.
- Entscheidungsvariablen werden durch das Symbol  $\chi$  gekennzeichnet.  
 $\chi_n^* \rightarrow$  Doppeltiefbelegung der  $n$ . Gasse.
- Folgen zwei Buchstaben aufeinander, impliziert dies keine Multiplikation, sondern einen längeren Bezeichner (zum Beispiel  $SG$ ,  $SR$  und  $SL$ ). Multiplikationen werden explizit durch  $\cdot$  ausgedrückt. Der Operator  $*$  beschreibt eine Faltungsoperation über Verteilungen.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Beschreibung des betrachteten Gegenstandes und Problemstellung</b>	<b>5</b>
2.1 Das Lager und das Lagern . . . . .	5
2.2 Automatische Lager . . . . .	7
2.2.1 Struktureller Aufbau automatischer Lager . . . . .	8
2.2.1.1 Aufbau und Parametrisierung eines Regalbediengerätes . . . . .	10
2.2.1.2 Struktureller Aufbau und Parametrisierung des Regalsystems . . . . .	10
2.2.1.3 Lagertiefe . . . . .	12
2.2.1.4 Lage der Übergabepunkte . . . . .	13
2.2.2 Strategien im automatischen Lager . . . . .	14
2.2.2.1 Belegungsstrategie . . . . .	15
2.2.2.2 Bewegungsstrategie . . . . .	16
2.3 Das Problem der integrierten Lagerplanung . . . . .	21
2.3.1 Dimensionierung von Lageranlagen . . . . .	23
2.3.1.1 Dimensionierung des Umschlags in heterogenen Umgebungen . . . . .	23
2.3.1.2 Dimensionierung des Bestands in heterogenen Umgebungen . . . . .	25
2.3.2 Integrierte Dimensionierung im heterogenen Umfeld . . . . .	27
2.3.3 Integrierte Layoutplanung im heterogenen Umfeld . . . . .	28
2.3.4 Wechselwirkung zwischen Dimensionierung und Layoutplanung . . . . .	31
<b>3 Stand der Forschung</b>	<b>33</b>
3.1 Ermittlung der Anforderungen an das Lager . . . . .	34
3.1.1 Anforderungsermittlung für eine deterministische Umwelt . . . . .	34
3.1.2 Anforderungsermittlung für eine stochastische Umwelt . . . . .	37
3.1.3 Integrierte Ermittlung der Lagerkapazität mit variablen Lagerkosten . . . . .	41
3.1.4 Fazit zur Anforderungsanalyse . . . . .	42
3.2 Ermittlung der Leistungsfähigkeit automatischer Lager . . . . .	43
3.2.1 Grundlagen der Leistungsermittlung . . . . .	43

3.2.2	Analytische Spielzeitberechnung für Einzel- und Doppelspiele . . . . .	45
3.2.3	Analytische Spielzeitberechnung für Mehrfachlastaufnahmemittel . . . . .	48
3.2.4	Leistungsermittlung für doppeltiefe Lager . . . . .	49
3.2.5	Analytische Spielzeitberechnung für zonierte Lager . . . . .	52
3.2.6	Leistungsermittlung mittels Simulation . . . . .	56
3.2.7	Fazit zur Leistungsermittlung im automatischen Lager . . . . .	58
3.3	Planung und Optimierung von automatischen Lagersystemen . . . . .	59
3.3.1	Computergestützte Lagerplanung . . . . .	60
3.3.2	Iterative Lagerplanung . . . . .	62
3.3.3	Integrierte Lagerplanung . . . . .	64
3.3.4	Fazit zur Planung automatischer Lager . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Zu leistende Arbeit</b>	<b>69</b>
4.1	Ermittlung der Anforderungen des zu planenden Lagers (Dimensionierung) .	69
4.2	Optimale Layoutgenerierung . . . . .	70
4.3	Integrierte Betrachtung . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Konzeption</b>	<b>73</b>
5.1	Dimensionierung . . . . .	74
5.1.1	Lagerbestandsermittlung für homogene Ladungseinheiten und heterogenes Verhalten . . . . .	75
5.1.2	Zuordnung heterogener Ladungsgüter zu Ladungsträgern . . . . .	78
5.1.3	Umschlagsermittlung für Ladungsgüter mit heterogener Form und heterogenem Verhalten . . . . .	84
5.1.4	Integration unterschiedlicher Betrachtungslängen . . . . .	90
5.1.5	Ermittlung geeigneter Gruppen innerhalb der Ladungsträgerklassifikation	92
5.1.6	Zusammenfassung der Dimensionierung . . . . .	96
5.2	Layoutoptimierung . . . . .	97
5.2.1	Aufbau einer Gasse . . . . .	97
5.2.1.1	Regalaufbau und Distanzberechnung . . . . .	98
5.2.1.2	Bildung optimaler Zonen in der Gasse . . . . .	100
5.2.1.3	Ermittlung der Querfahrzeiten zwischen Feldern und Zonen . . . . .	102
5.2.2	Spielzeitermittlung . . . . .	103
5.2.2.1	Spielzeitermittlung unter Zonierung bei beliebigen Übergabepunkten .	103
5.2.2.2	Spielzeitermittlung bei doppeltiefer Lagerung . . . . .	106
5.2.2.3	Spielzeitermittlung bei mehreren Lastaufnahmemitteln . . . . .	109
5.2.3	Kostenermittlung . . . . .	113
5.2.4	Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse . . . . .	116
5.2.4.1	Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse in einer einzelnen Gasse . . . . .	116
5.2.4.2	Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse im n-Gassen-Fall	119
5.2.5	Optimales Gassenlayout für mehrere Ladungsträgerklassen . . . . .	123
5.2.6	Heuristische Lösung für den n-Gassen-Fall . . . . .	125
5.2.6.1	Manipulation der Gassenanzahl . . . . .	126

---

5.2.6.2	Manipulation der Artikelverteilung über gegebene Gassen . . . . .	130
5.2.6.3	Vollständige Heuristik . . . . .	132
5.2.7	Zusammenfassung der Layoutoptimierung . . . . .	136
5.3	Integrierte Betrachtung der Dimensionierung und Layoutoptimierung . . . .	138
5.3.1	Integration der Optimierungsergebnisse in die Gruppenbildung . . . . .	138
5.3.2	Iterative Verbesserung der Bestandsannahmen . . . . .	140
5.3.3	Robuste Lösung für benachbarte Lastspitzen . . . . .	142
5.3.4	Erzielen von Zuverlässigkeitskriterien . . . . .	144
5.3.5	Fixierung und Vergleich von Ausbaustufen . . . . .	146
<b>6</b>	<b>Realisierung und Evaluation</b>	<b>151</b>
6.1	Prototypische Realisation der Dimensionierung . . . . .	152
6.2	Evaluation der Dimensionierung . . . . .	154
6.2.1	Analyse auf Artikelbasis . . . . .	154
6.2.2	Untersuchung der Auswirkung von saisonalem Artikelverhalten . . . . .	167
6.2.3	Homogenisierung der Artikelstruktur . . . . .	173
6.2.4	Homogenisierung des Artikelverhaltens . . . . .	181
6.3	Prototypische Realisation der Layoutoptimierung . . . . .	190
6.4	Evaluation der Layoutoptimierung . . . . .	192
6.4.1	Abgebildetes Szenario . . . . .	193
6.4.2	Gassenaufbau und Referenzwerte für ein homogenes Lager . . . . .	194
6.4.3	Bildung optimaler Zonen im heterogenen Lager . . . . .	198
6.4.4	Ermittlung der Querfahrzeiten . . . . .	205
6.4.5	Spielzeitermittlung im zonierten Lager . . . . .	208
6.4.6	Realisierung der Heuristik für ungleichmäßige Gassenbelastung . . . . .	213
<b>7</b>	<b>Fazit</b>	<b>219</b>
7.1	Zusammenfassung . . . . .	219
7.2	Grenzen der Arbeit und Ausblick . . . . .	220
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>223</b>



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Lagern als Input-Output-System zur Entkopplung unsicherer Prozesse	7
2.2	Inbetriebnahmen automatischer Lager . . . . .	9
2.3	Exemplarischer Gassenaufbau eines automatischen Lagers mit verschiedenen Bereichen und Flussrichtungen . . . . .	9
2.4	Einfluss der Ladungsträger auf die Größen Fachlast und Rahmenlast . . .	11
2.5	Ansichten auf ein Regal mit relevanten Parametern für $S_L = 2$ . . . . .	12
2.6	Auswahl möglicher Positionierungen der Übergabepunkte für eine Lagergasse	14
2.7	Unterschiedliche Einteilungen der Zonen in der Lagergasse . . . . .	17
2.8	Sequenzdiagramm für einfache Arbeitsspiele . . . . .	18
2.9	Einzelspiel . . . . .	18
2.10	Kombiniertes Arbeitsspiel . . . . .	19
2.11	Mehrfachspiel mit zwei Lastaufnahmemitteln . . . . .	19
2.12	Einzelspiel mit Umlagerung im doppeltiefen Lager . . . . .	20
2.13	Hauptprobleme der Lagerplanung . . . . .	21
2.14	Sägezähne bei kontinuierlichem Abbau mit schubweisem Nachschub und kontinuierlichem Aufbau und schubweiser Auslagerung der Bestände bei Verbrauch und Produktion . . . . .	24
2.15	Aggregation der Lagerbestandsverläufe dreier unabhängiger Artikel . . .	26
2.16	Mögliche Bestandsverläufe für zwei aggregierte, statistisch unabhängige Artikel sowie die resultierende diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung und kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung für den abzusichernden Bestand	27
2.17	Übersicht über die Ein- und Ausgangsgrößen im Rahmen der Dimensionierung . . . . .	29
2.18	Übersicht über die Ein- und Ausgangsgrößen im Rahmen der Layoutplanung	30
2.19	Einteilung der Zonen bei ungleichmäßigem Zu- und Abgangsverhalten und gegenüberliegenden, vertikal versetzten Übergabepunkten . . . . .	31
3.1	Trapezförmige Näherung an das Bewegungsprofil eines Regalbediengerätes in einer Richtung . . . . .	44
3.2	Einflussfaktoren für das Design eines Lagers . . . . .	63
5.1	Module des Konzepts . . . . .	74
5.2	Transaktionsdaten für einen Artikel und resultierender Lagerbestand . .	76
5.3	Diskrete und kumulierte Verteilung Lagerbestände für einen Artikel mit Ziellagerfähigkeit von $\check{S}G = 80\%$ . . . . .	77

5.4	Faltung der diskreten Verteilung der Lagerbestände dreier Artikel mit Ziellagerfähigkeit von $\check{S}G = 80\%$ . . . . .	78
5.5	Zuordnung von Artikeln zu Ladungsträgern und von Ladungsträgern zu einem Wurzelknoten . . . . .	79
5.6	Ermittlung der benötigten Lagerplätze für den Ladungsträger $L_1$ , welchem die Artikel $A_1$ mit Kapazität $A_1^{L_1} = 2$ und $A_2$ mit Kapazität $A_2^{L_1} = 3$ zugeordnet sind . . . . .	82
5.7	Ladungsträger mit 4-fach-Unterteilung . . . . .	82
5.8	Ladungsträger mit zugeordneten Sub-Ladungsträgern . . . . .	82
5.9	Hierarchische Artikel- und Ladungsträgerstruktur mit Kapazitätswerten zwischen Artikel und Ladungsträger und zwischen Ladungsträgern . . . . .	84
5.10	Einfluss von Umschlagsschwankungen auf die Verteilungsfunktionen des eingehenden Umschlags ohne und mit differenzierter Betrachtung der Teilperioden . . . . .	87
5.11	Ermittlung des Umschlagswertes für einen Ladungsträger . . . . .	89
5.12	Unregelmäßiges Umschlagsverhalten, analysiert auf Schicht-, Wochentags- und Monatsbasis . . . . .	92
5.13	Vier Zonen in einem Regalfeld mit getrennten Übergabepunkten mit anhand $E^\uparrow$ und $E^\downarrow$ zugeordneten Artikeln . . . . .	93
5.14	Um Cluster erweiterte Gesamtstruktur . . . . .	94
5.15	Optimale Zonierung einer Gasse bei getrenntem Ein- und Ausgang und resultierende Kennwerte für vier Lagerplätze . . . . .	102
5.16	Einzelspiele bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung . . . . .	104
5.17	Kombiniertes Fahrspiel bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung . . . . .	105
5.18	Umgebungen mit gleicher Fahrzeit bei heterogener Fachgröße . . . . .	107
5.19	Kombiniertes Fahrspiel mit zwei Lastaufnahmemitteln bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung . . . . .	110
5.20	Mögliche Spiele für die einzulagernden und auszulagernden Artikelgruppen mit einem Regalbediengerät mit zwei Lastaufnahmemitteln . . . . .	111
5.21	Übergangsgraph für die Zustandsänderungen beliebig vieler Lastaufnahmen . . . . .	112
5.22	Kosten und Leistungsfunktionen für eine Gasse sowie zwei mögliche Regalbediengeräte in Abhängigkeit verschiedener möglicher Bauhöhen für eine geforderte Leistung von $G_n^{\uparrow\downarrow} = 300$ . . . . .	118
5.23	Iterationsfolge der Suche nach der optimalen Kostenkombination für eine Gasse über die günstigste Bauhöhe-zu-Regalbediengerät-Kombination für vier gegebene Regalbediengeräte . . . . .	120
5.24	Kosten und Leistungsfunktionen für zwei Gassen sowie zwei mögliche Regalbediengeräte in Abhängigkeit verschiedener möglicher Bauhöhen und realisierbare Höhenbereiche . . . . .	123
5.25	Möglicher Zustand der Entscheidungsheuristik für vier Gassen eines Ladungsträgers über vier Cluster mit gegebenen Beständen . . . . .	126
5.26	Strategische Transformation $S_1(\mathcal{B})$ mit dem Ziel, eine Gasse hinzuzufügen . . . . .	127
5.27	Strategische Transformation $S_2(\mathcal{B})$ mit dem Ziel, Gasse $G_3$ zu entfernen . . . . .	128



5.28	Strategische Transformation $S_3(\mathcal{B})$ mit der Fusion der beiden Gassen $G_2$ und $G_3$ zu einer doppeltiefen Gasse $G'_2$ . . . . .	129
5.29	Strategische Transformation $S_4(\mathcal{B})$ mit dem Ziel der Entlastung von Gasse $G_3$ . . . . .	131
5.30	Strategische Transformation $S_5(\mathcal{B})$ mit dem Ziel der Belastung von Gasse $G_1$ . . . . .	131
5.31	Strategische Transformation $S_6(\mathcal{B})$ mit dem Ziel einer zufälligen vollständigen Neuordnung eines Clusters . . . . .	132
5.32	Zusammenfassung der Layoutoptimierung . . . . .	137
5.33	Integration der ermittelten Stellplatzkosten in die Ladungsträgerselektion . . . . .	139
5.34	Erweiterung um eine Losgrößenbetrachtung zur Ermittlung eines fehlenden Materialstroms . . . . .	141
5.35	Gleichwertige Umschlagsbelastung durch unterschiedliche Artikelgruppen zu verschiedenen Zeitpunkten . . . . .	143
5.36	Gleichwertige Umschlagsbelastung durch eine Artikelgruppe zu verschiedenen Zeitpunkten . . . . .	143
5.37	Integration von Prognoseergebnissen in die Dimensionierung . . . . .	147
5.38	Integration von Prognoseergebnissen zur Ermittlung möglicher Ausbaustufen . . . . .	147
6.1	Startbildschirm des Prototypen . . . . .	151
6.2	Übersicht der Dimensionierungsdaten . . . . .	153
6.3	Visualisierung der Umschlagsverteilungen für einen Ladungsträger . . . . .	153
6.4	Visualisierung des Lagerbestandes für einen Artikel . . . . .	154
6.5	Bestandsverlauf für Artikel $A_{54}$ . . . . .	155
6.6	Bestandsverteilung und kumulierte Bestandsverteilung sowie $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel $A_{54}$ . . . . .	155
6.7	Umschlagsverteilungen der Anlieferungen für Artikel $A_{54}$ . . . . .	160
6.8	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für Artikel $A_{54}$ . . . . .	161
6.9	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für 100 mit Artikel $A_{54}$ vergleichbare Artikel . . . . .	162
6.10	Bestandsverlauf für Artikel $A_{78}$ . . . . .	163
6.11	Bestandsverteilung und kumulierte Bestandsverteilung sowie $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel $A_{78}$ . . . . .	163
6.12	Umschlagsverteilungen der Anlieferungen für Artikel $A_{78}$ . . . . .	164
6.13	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für Artikel $A_{78}$ . . . . .	165
6.14	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für 100 mit Artikel $A_{78}$ vergleichbare Artikel . . . . .	166
6.15	Bestandsverlauf für Artikel $A_{84}$ . . . . .	168
6.16	Bestandsverteilung und kumulierte Bestandsverteilung sowie $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel $A_{84}$ . . . . .	168

6.17	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für 20 mit Artikel $A_{84}$ vergleichbare Artikel . . . . .	170
6.18	Bestandsverlauf für Artikel $A_{17}$ . . . . .	171
6.19	Bestandsverteilung und kumulierte Bestandsverteilung sowie $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel $A_{17}$ . . . . .	171
6.20	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für 20 mit Artikel $A_{17}$ vergleichbare Artikel . . . . .	172
6.21	Zuordnung von 100 Artikeln zu drei Ladungsträgern mit resultierenden Kapazitätswerten $A_i^{L_j}$ . . . . .	174
6.22	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände $\check{E}$ für die Ladungsträger $L_1, L_2, L_3$ mit dedizierten Lagerbereichen für unterschiedliche Ladungsträger . . . . .	176
6.23	Assoziation dreier Ladungsträger miteinander durch Bildung einer Größenhierarchie sowie eindeutige Zuordnung von 100 Artikeln zu den drei Ladungsträgern . . . . .	177
6.24	$\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen, Umschlagshäufigkeiten und Bestände für die Ladungsträger $L_1, L_2, L_3$ wobei kleinere Ladungsträgeraufteilungen jeweils in den größeren Ladungsträgern enthalten sind . . .	178
6.25	Kombinierte und getrennte Assoziation von Ladungsträgern und Artikeln zueinander und zu einem übergeordneten Projektknoten . . . . .	180
6.26	Bestandsverlauf für einen Artikel aus Gruppe A . . . . .	182
6.27	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_1$ (erster Monat) . . . . .	182
6.28	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_2$ . . . . .	183
6.29	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_2$ (erster Monat) . . . . .	183
6.30	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_3$ . . . . .	184
6.31	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_3$ (erster Monat) . . . . .	184
6.32	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_4$ . . . . .	185
6.33	Bestandsverlauf für einen Artikel aus $C_4$ (erster Monat) . . . . .	185
6.34	Mittels des K-Means-Algorithmus gebildete Cluster über die gegebenen Artikelgruppen A-D in Abhängigkeit des ein- und ausgehenden Umschlags für einen Servicegrad $SG^\dagger = 95\%$ . . . . .	186
6.35	Ladungsträgerstruktur nach der Zuordnung der Artikel zu einem Ladungsträger und darauf folgender Gruppierung nach Artikelverhalten in Cluster . . . . .	188
6.36	Übersicht der Optimierungsdaten . . . . .	191
6.37	Visualisierung eines lokalen Optimums der Heuristik . . . . .	191
6.38	Visualisierung der Kostenentwicklung während der heuristischen Lösung . . . . .	192
6.39	Ermittelte Kosten $c^R$ für den Regalbau in Abhängigkeit des Artikelgewichtes $LT^w$ und der Höhe des Regals in Ladungsträgereinheiten $y$ für Kleinteilregale, Palettenregale und Schwerlastregale . . . . .	201
6.40	Lösung der Optimierung ohne Längenrestriktion ohne Zonierung . . . . .	202
6.41	Lösung der Optimierung unter Längenrestriktion der Gassen auf 40 Meter ohne Zonierung . . . . .	203
6.42	Nach Algorithmus 6.2 resultierende Zonen für ein Einheitsregal bei unterschiedlicher Positionierung der Übergabepunkte . . . . .	204

---

6.43	Architektur einer Grafikkarte für nebenläufige Aufgaben . . . . .	206
6.44	Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter $b$ (1/3) . . . . .	210
6.45	Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter $b$ (2/3) . . . . .	211
6.46	Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter $b$ (3/3) . . . . .	212
6.47	Verlauf der heuristischen Lösung für ein heterogenes Szenario, erste Instanz . . . . .	214
6.48	Verlauf der heuristischen Lösung für ein heterogenes Szenario, zweite Instanz . . . . .	214
6.49	Lösung der Optimierung ohne Längenrestriktion der Gassen mit Zonierung . . . . .	215
6.50	Verlauf der heuristischen Lösung für ein heterogenes Szenario mit zusätzlicher Restriktion der Gassenlänge . . . . .	217
6.51	Lösung der Optimierung unter Längenrestriktion der Gassen auf 40 Meter mit Zonierung . . . . .	218



# Tabellenverzeichnis

5.1	Beispiel für das Ergebnis einer Dimensionierung . . . . .	97
5.2	Wahrscheinlichkeit einer schnellen Umlagerung durch zwei freie Lastaufnahmемittel bei $l$ gegebenen Lastaufnahmen . . . . .	113
5.3	Beispiel für mögliche Längstraversen mit Länge und Tragfähigkeit . . . .	114
6.1	Ergebnisse der Dimensionierung für die Artikel $A_{54}$ und $A_{78}$ in einzelnen Testfällen und mit jeweils 100 Artikeln ähnlichen Verhaltens für unterschiedliche Servicegrade . . . . .	159
6.2	Ergebnisse der Dimensionierung für die saisonal schwankenden Artikel $A_{84}$ und $A_{17}$ in einzelnen Testfällen und mit jeweils 20 Artikeln ähnlichen Verhaltens für unterschiedliche Servicegrade . . . . .	169
6.3	Ergebnisse der Assoziation von Artikeln zu den Ladungsträgern $L_1, L_2, L_3$ und Vergleich der Faltung kombinierter Ladungsträger gegenüber einer getrennten Lagerung . . . . .	179
6.4	Ergebnisse der Aufteilung von 300 Artikeln mit dynamischer Heterogenität in vier Artikelgruppen und Vergleich mit einer unzonierten Lagerung . .	189
6.5	Rahmengrößen des realisierten Lagers . . . . .	193
6.6	Für die Layoutoptimierung verwendete Kapazitätsanforderungen . . . . .	194
6.7	Betrachtete Regalbediengeräte und deren Parameter . . . . .	196
6.8	Reduzierte Bestandsanforderungen für die Gestaltung eines Lagers ohne Beachtung der dynamischen Heterogenität der Lagergüter . . . . .	196
6.9	Ergebnisse der Optimierung ohne Längenbeschränkung ohne Zonierung .	197
6.10	Ergebnisse der Optimierung mit Längenbeschränkung ohne Zonierung . .	198
6.11	Artikelgruppen für die Zonenbildung mit gleichmäßigem Ein- und Ausgangsverhalten . . . . .	200
6.12	Artikelgruppen für die Zonenbildung mit ungleichmäßigem Ein- und Ausgangsverhalten . . . . .	200
6.13	Laufzeitvergleich der parallelisierten Zonenbestimmung auf CPU (4 Kerne) und GPU (1322 Kerne) . . . . .	207
6.14	Ergebnisse der Optimierung ohne Längenbeschränkung mit Zonierung . .	215
6.15	Ergebnisse der Optimierung mit Längenbeschränkung mit Zonierung . . .	217



# Symbolverzeichnis

## Dimensionierung

<b><math>A</math></b>	<b>Artikel</b>
$\mathcal{A}$	Menge aller Artikel
$A^x, A^y, A^z$	Größe des Artikels in x, y und z Richtung
$\check{S}G$	Servicegrad für die Kapazität des Lagers
$SG^\uparrow$	Servicegrad für die Umschlagsleistungsfähigkeit des Lagers
$A^\downarrow(t)$	Artikel – eingehende Menge in Periode $t$
$A^\uparrow(t)$	Artikel – ausgehende Menge in Periode $t$
$A^{\downarrow\uparrow}(t)$	Artikel – Anzahl eingehende Transaktionen in Periode $t$
$A^{\uparrow\downarrow}(t)$	Artikel – Anzahl ausgehende Transaktionen in Periode $t$
$\check{E}_A, E_A^\downarrow, E_A^\uparrow$	Erwartete Bestände / eingehende / ausgehende Einzelspiele für Artikel $A$
$\check{A}(t)$	Artikel – Bestand am Ende von Periode $t$
$T$	Transaktion
<b><math>C</math></b>	<b>Cluster</b>
$\mathcal{C}$	Menge aller Cluster
$\check{E}_C, E_C^\downarrow, E_C^\uparrow$	Erwartete Bestände / eingehende / ausgehende Einzelspiele für Cluster $C$
<b><math>L</math></b>	<b>Ladungsträger</b>
$\mathcal{L}$	Menge aller Ladungsträger
$L^x, L^y, L^z$	Größe des Ladungsträgers in x, y und z Richtung
$\check{E}_L, E_L^\downarrow, E_L^\uparrow$	Erwartete Bestände / eing. / ausg. Einzelspiele für Ladungsträger $L$
<b><math>PS</math></b>	<b>Periodensystem</b>
$t$	Periode
$t_i, t_{i,j}$	Teilperiode $i$ / in Periodensystem $j$
$t_{i_{max}}^\uparrow$	Teilperiode mit dem höchsten Umschlag
$\check{t}_{i_{max}}$	Teilperiode mit dem höchsten Bestand
<b><math>p(x)</math></b>	<b>Wahrscheinlichkeitsfunktion</b>
$p^*(x)$	Kumulierte Wahrscheinlichkeitsfunktion
$p(x_{1..n})$	Aggregierte Wahrscheinlichkeitsfunktion über die gefalteten Wahrscheinlichkeitsfunktionen $p(x_1)$ bis $p(x_n)$

$H(x)$	Absolute Häufigkeitsfunktion
$\rho(n)$	$n$ Perzentil
$p_{\rho(n)}^*(x)$	Wert des $n$ Perzentils der kum. Wahrscheinlichkeitsfunktion über $x$
$p_{\rho(n)}^*(x_i)$	Wert des $n$ Perzentils der kum. Wahrscheinlichkeitsfkt. in Teilperiode $i$
$p_{\rho(n)}^*(x_{i,j})$	Wert des $n$ Perzentils der kum. Wahrscheinlichkeitsfkt. in Periodensystem $j$ , Teilperiode $i$

### Layoutoptimierung

<b><math>G</math></b>	<b>Gasse</b>
$G_o^c$	Kosten der Gasse mit RBG $o$
$X_m^G$	Relativer Bestandsanteil des $m$ . Clusters in der Gasse
$\check{G}$	Menge der Anzahl Lagerplätze in der Gasse über alle Cluster
$\check{G}_m, \check{G}_m^*$	Anzahl Lagerplätze für Cluster $m$ in Gasse (* $\triangleq$ Doppeltief)
$G^\downarrow, G^\uparrow$	Menge der ein- / ausgehenden Transaktionen in Gasse über alle Cluster
$G^{\downarrow\uparrow}$	Verhältnis eingehender zu ausgehender Transaktionen in Gasse
$G_m^\downarrow, G_m^\uparrow$	Ein- / ausgehende Transaktionen für Cluster $m$ in Gasse
$G^{\downarrow\downarrow}, G^{\uparrow\uparrow}, G^{\downarrow\uparrow}$	Kumulierte Transaktionen in Gasse (ein- / ausgehend / Gesamt)
$\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow$	Menge ein- / ausgehender Zonenzugriffe
$\mathcal{M}$	Menge aller Zugriffs kombinationen auf Zonen
$\mathcal{G}_{(x,y)}$	Quadrupel über die Eigenschaften eines Feldes in zonierter Gasse
$w(G_m, (x, y))$	Gewichtungsfunktion für die Zuordnung des Clusters $m$ zu einem Feld
$\mathcal{G}_m^F$	Menge der Felder für Zone $m$ in einer Gasse
$G_o^{ES\downarrow}, G_o^{*ES\downarrow}$	Dauer eines mittleren Einzelspiels (* $\triangleq$ Doppeltief) mit RBG $o$
$G_o^{DS\downarrow}, G_o^{*DS\downarrow}$	Dauer eines mittleren Doppelspiels (* $\triangleq$ Doppeltief) mit RBG $o$
$G_o^{MS\downarrow}, G_o^{*MS\downarrow}$	Dauer eines mittleren Mehrfachspiels (* $\triangleq$ Doppeltief) mit RBG $o$
$G_o^{MS\downarrow}, G_o^{*MS\downarrow}$	Dauer eines mittleren Mehrfachspiels (* $\triangleq$ Doppeltief) mit RBG $o$
$G_{m,o}^{*U\downarrow}$	Dauer einer Umlagerung in Zone $m$ für RBG $o$
$G_{m,o}^{*U\downarrow 2}$	Dauer einer Umlagerung in Zone $m$ auf freiem LAM von RBG $o$
$G_{o,y}^U$	Erzielbarer Umschlag in einer Gasse mit Regalbediengerät $R_o$ und Bauhöhe $y$
$G^{\downarrow\uparrow}$	Benötigter Umschlag in einer Gasse

<b><math>R</math></b>	<b>Regalbediengerät</b>
$R^{ax}, R^{ay}$	Beschleunigung in horizontaler und vertikaler Richtung
$R^l$	Anzahl Lastaufnahmen für Regalbediengerät
$R^{sx}, R^{sy}$	Maximale Geschwindigkeit in horizontaler und vertikaler Richtung
$R^{tz1}, R^{tz2}$	Einfach- und doppeltiefe Zugriffszeit auf Regalfächer
$R^c$	Kosten für Regalbediengerät
$R^{c2}$	Zusatzkosten für doppeltiefe Lastaufnahme
$R_{(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^\uparrow$	Fahrtzeit des Regalbediengerätes zwischen zwei Fächern
$R^{avg}$	Mittlere Fahrzeit des RBGs ohne Zonierung
$R_{m1,m2}^\uparrow$	Fahrtzeit des Regalbediengerätes zwischen zwei Zonen



$R_m^\downarrow, R_m^\uparrow$	Horizontale Fahrtzeit zwischen Eingang bzw. Ausgang und Zone $m$
$R_{\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow}^\downarrow$	Fahrtzeit eines kombinierten Spiels über alle Zonen in $\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow$
$\mathcal{R}_{(x,y),m}^F$	Menge der aufsteigend sortierten Fahrzeiten in einer Zone von einem Feld

**S****Regalbeschreibung**

$S^x$	Vertikale Stützrahmen und Rahmenprofilbreite
$S^y$	Höhe der Längstraversen und Auflagepaneele
$S^{\text{dx1}}, S^{\text{dx2}}$	Abstand zwischen Ladungsträgern / Ladungsträger und Rahmenprofil
$S^{\text{dy}}$	Freiraum über Ladungsträgern
$\mathcal{SR}, \mathcal{SL}$	Menge der gegebenen Rahmenkonstruktionen und Längstraversen
$\text{SR}^l, \text{SR}^t, \text{SR}^c$	Rahmeneigenschaften: Länge, Traglast und Kosten
$\text{SL}^l, \text{SL}^t, \text{SL}^c$	Längstraverseneigenschaften: Länge, Traglast und Kosten
$S^L$	Anzahl Ladungsträger in einem Lagerfeld
$S^f$	Bodenfreiheit des Regals

$d_{(x,y)}^x, d_{(x,y)}^y$	x- und y-Raumkoordinaten für Lagerfach (x,y)
$S^\downarrow, S^\uparrow$	x- und y-Raumkoordinaten für Eingangs- und Ausgangspunkt
$d_{(x_1,y_1),(x_2,y_2)}$	Distanz zwischen zwei Lagerfächern

**Spielzeiten**

$E(\overline{SC})$	Erwartete Einzelspielzeit
$E(\overline{DC})$	Erwartete Doppelspielzeit
$E(\overline{SC}_{BW})$	Erwartete Einzelspielzeit nach Bozer & White
$E(\overline{DC}_{BW})$	Erwartete Doppelspielzeit nach Bozer & White
$E(\overline{DC}_{FEM}^*)$	Erwartete Doppelspielzeit im doppeltiefen Lager nach FEM 9.851
$E(\overline{DC}_{Lip}^*)$	Erwartete Doppelspielzeit im doppeltiefen Lager nach Lippolt
$E(\overline{SC}_{Park})$	Erwartete Einzelspielzeit im zonierten Lager nach Park
$E(\overline{DC}_{Park})$	Erwartete Doppelspielzeit im zonierten Lager nach Park

**B****Systemgrenze (Bound)**

$B^x$	Minimale Länge jeder Gasse
$B^X$	Maximale Länge jeder Gasse
$B^y$	Minimale Höhe einer Gasse
$B^Y$	Maximale Höhe einer Gasse
$B^Z$	Maximale Breite des Lagers

 **$\chi$** **Entscheidungsvariable**

$\chi_{n,m}^C \in [0, 1]$	Relativer Anteil des Clusters $C_m$ in Gasse $G_n$
$\chi_n^* \in \{0, 1\}$	Doppeltiefe Auslegung der Gasse $G_n$
$\mathcal{B} = \langle \chi^C, \chi^* \rangle$	Tupel der Entscheidungen bezüglich Artikelverteilung und Gassentiefe für gegebene Gassen
$\chi_{n,o,y}^G \in \{0, 1\}$	Layout der Gasse $G_n$ erfolgt mit RBG $R_o$ und Regalhöhe $y$

**Wahrscheinlichkeiten**

$P(G_{(x,y)}^\downarrow)$	Wahrscheinlichkeit einer Einlagerung in Feld $(x, y)$
$P(G_m^\downarrow),$	Wahrscheinlichkeit einer Einlagerung in Zone $m$
$P^l, P^h, P^d$	Wahrscheinlichkeit, dass ein doppeltiefes Feld leer / halbleer / voll ist
$P^u$	Wahrscheinlichkeit für eine Umlagerung
$P(E1), P(E2)$	Wahrscheinlichkeit einfachtiefes / doppeltiefes Einlagern in ein freies Feld
$P(A1), P(A2)$	Wahrscheinlichkeit einfachtiefes / doppeltiefes Auslagern
$P^{lvh}(x, LF)$	Wahrscheinlichkeit für ein freies Feld in $x$ Feldern bei ggb. Lagerfüllgrad

---

Wisdom comes from experience.  
Experience is often a result of  
lack of wisdom.

---

*(Terry Pratchett)*

# 1 Einleitung

Die Hauptaufgabe der Logistik ist das Verfügbarmachen der richtigen Gegenstände zum richtigen Zeitpunkt<sup>1</sup> und somit eine Kerntätigkeit des effektiven Wirtschaftens. In Deutschland stellt die Logistik mit über 200 Mrd. Euro Umsatz pro Jahr eines der größten Geschäftsfelder dar. In 2010 betrug der europäische Markt für Logistik rund 930 Mrd. Euro. Der Großteil dieser Umsätze fällt für den Transport der Güter (42 %) sowie für das Lagerwesen (26 %) und die Bestandshaltung (22 %) an.<sup>2</sup>

Trotz immer enger verzahnten Logistikketten mit vielfältigen Lösungen zur Abstimmung ihrer Teilnehmer sind Lager ein notwendiger Bestandteil fast aller Logistiksysteme. Neben der Absicherung gegenüber Unsicherheiten auf der Abnehmer- und Lieferantenseite erfüllt die Lagerung weitere Zwecke, wie beispielsweise die Spekulation auf steigende Bestandswerte durch das Liegen und Reifen von Gütern. Strategien zur Kooperation in Logistikketten, wie die bestandssynchrone Anlieferung, zielen darauf ab, die Bestände möglichst gering zu halten. Gegenläufige Trends wie eine steigende Variantenvielfalt, Unsicherheiten und die Forderung nach kurzen Lieferzeiten zwingen die Unternehmen jedoch zur Aufrechterhaltung von Beständen.

Daraus resultiert ein komplexes Problem für die Lagerhaltung: die Bestandshaltung vieler unterschiedlicher Güter in geringen Mengen, deren Bestandshöhe durch das Abnehmerverhalten beeinflusst wird und entsprechend fluktuiert. Diese Problematik lässt sich durch Heterogenität in zwei Bereichen beschreiben: zum einen die Heterogenität der Artikel untereinander. Es besteht eine hohe Variantenvielfalt, da viele Güter nicht untereinander substituierbar sind. Daraus folgend existiert häufig eine Vielzahl unterschiedlicher Artikelgrößen, die zu lagern sind. Zum anderen kann eine Heterogenität im Verhalten der einzelnen Artikel beobachtet werden, die sich darin äußert, dass die Artikel verschiedene Verweilzeiten im Lager besitzen sowie in unterschiedlichen Mengen und zu verschiedenen Zeiten ein- und ausgelagert werden. Der Bestand jedes einzelnen Artikels (Bauteils und Rohstoffs) ist Schwankungen unterworfen, die neben saisonalen Ursachen weitere Gründe, wie den Fortschritt im Lebenszyklus des Produktes, Werbekampagnen und eine wechselhafte Marktdynamik, haben können. Auch operative Ursachen wie der

---

<sup>1</sup>Siehe [Gud10, S. 3].

<sup>2</sup>Siehe [KKS13, S. 55].

Ausfall eines Lieferanten oder eine Änderung des Produktionsplans haben Einfluss auf den Lagerbestand.

Der Kapitaleinsatz für den Bau automatischer Lagersysteme ist im Vergleich zu anderen Lagertypen besonders hoch. Dafür können solche Systeme kontinuierlich größere Umschlagsleistungen bei geringerem Personaleinsatz erzielen und Höhen bis zu 40 m erreichen, was eine Lagerung vieler Güter auf vergleichsweise kleiner Grundfläche erlaubt. Solche Lageranlagen sind demnach insbesondere in Regionen mit hohem Lohnniveau und begrenzten Bauflächen vorteilhaft. Da die anzuschaffenden Systeme kostenintensiv sind und nicht ohne Weiteres erweitert oder verkleinert werden können, muss ermittelt werden, welche ein- und ausgehenden Materialflüsse und welche Bestände für das Lager zu erwarten sind. Hier spielen die oben erläuterten lang- und kurzfristigen Schwankungen eine besondere Rolle, da das automatische System in der Lage sein muss, solche Lastspitzen abzudecken.

Bei der Gestaltung eines automatischen Lagers, der Layoutplanung, gilt es einige Entscheidungen in Einklang zu bringen. Ein solches Lager besteht aus einer zu bestimmenden Anzahl Gassen, deren Höhe und Breite festzulegen sind. Für jede einzelne Gasse muss entschieden werden, mit welchem Fördermittel (Regalbediengerät) die Güter bewegt werden sollen. Die erzielbare Leistung jeder Gasse hängt neben den Eigenschaften des Regalbediengerätes von der Strategie ab, mit welcher ein- und ausgelagert wird. Die Nutzung kombinierter Fahrten, bei denen ohne Rückkehr zu einem Übergabepunkt ein- und ausgelagert wird, ist leistungssteigernd. Betrachtet man die Möglichkeit, mehrere Ladungsträger gleichzeitig zu befördern oder zwei Ladungseinheiten hintereinander (doppeltief) in das Regal zu stellen, hat dies zusätzlichen Einfluss auf die Umschlagsleistung der Gasse. Insbesondere die Bildung dedizierter Bereiche (Zonierung) für unterschiedlich häufig umgeschlagene Lagergüter verspricht eine Leistungsverbesserung.<sup>3</sup> Die Anzahl der erzielbaren Ein- und Auslageroperationen jeder Gasse wird durch die Kombination vieler Entscheidungen beeinflusst, wobei sich keine dieser Entscheidungen ohne Einfluss auf die Gesamtleistung manipulieren lässt. Das resultierende Ziel ist eine geeignete Kombination aller Freiheitsgrade in einer integrierten Betrachtung.

Zwischen der Forschung und Literatur zur Planung eines Lagers und der in den Praxis eingesetzten Methoden besteht eine Diskrepanz,<sup>4</sup> welche sich mit der Vielzahl zu definierender Freiheitsgrade und ihrer Interdependenzen erklären lässt. Häufig werden spezielle Einzelprobleme, wie insbesondere die theoretische Leistungsermittlung bestimmter Konfigurationen, detailliert behandelt, jedoch kein Bezug zu verwandten Problemen hergestellt.

In der Literatur wird regelmäßig ein integrierter Ansatz zur Planung von Lagern gefordert, welcher sowohl die mengenmäßige Dimensionierung des Lagers als auch die tatsächliche Gestaltung des Lagers unter Selektion des verwendeten Equipments und

---

<sup>3</sup>Siehe [Sch08, S. 90].

<sup>4</sup>Siehe [CDT13, S. 249].

unter Beachtung der eingesetzten Betriebsstrategien ermöglicht.<sup>5</sup> Obwohl diese Aspekte der Lagerplanung eng verzahnt sind, wird bei der Lagerplanung bis heute hauptsächlich sequenziell vorgegangen,<sup>6</sup> wobei iterativ Entscheidungen für bereits festgelegte Planungsgrößen gefällt werden. Insbesondere bei einer späteren Berücksichtigung der Einflüsse leistungsverbessernder Lagerstrategien im Rahmen einer Simulation, wie der zonierten Lagerung und der Nutzung optimierter Fahrfolgen unter Verwendung von Mehrfachlastaufnahmemitteln, weichen die erzielten Leistungsdaten von Schätzungen und analytischen Ergebnissen in früheren Planungsphasen ab. Dies impliziert Rücksprünge, wenn sich in späteren Planungsphasen bereits getroffene Entscheidungen als unzureichend oder überdimensioniert herausstellen, und damit einen meist zeit- und arbeitsaufwendigen Planungsprozess.

## Zielstellung der Arbeit

Die Ziele dieser Arbeit lassen sich wie folgt zusammenfassen: Es gilt eine formalisierte Systematik für die Planung automatischer Lager zu entwickeln, die zum einen die beschriebenen Teilprobleme integriert betrachtet und zum anderen operativen Einsatz finden kann und hiermit die beschriebene Lücke zwischen Forschung und Praxis schließt. Bereits in frühen Planungsphasen sollen leistungs- und kostenbezogen akkurate Ergebnisse geliefert werden, welche als Entscheidungsgrundlage für die weitere Detaillierung des Lagers dienen.

Im Gegensatz zu herkömmlichen schrittweisen Modellen wird der Grobplanungsprozess für ein automatisches Lager auf zwei verzahnte Hauptprobleme reduziert: Zunächst sollen für ein beliebiges Artikelportfolio der benötigte Lagerbestand und die aufzubringende Umschlagsleistung ermittelt werden. Während bisherige Arbeiten sich hier auf simplifizierende Hypothesen<sup>7</sup> stützen, liegt ein Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Untersuchung der Anforderung an ein Lager mit einem heterogenen Portfolio. Diese Heterogenität bezieht sich auf die Form der zu lagernden Güter und auf ihr Umschlagsverhalten, welches in den meisten Arbeiten überraschend wenig Beachtung findet.

Hierbei sind zum einen die Eigenschaften der zu verwendenden Lagerhilfsmittel zu beachten, und zum anderen ist eine Zonierung des Lagers zu ermöglichen, indem Artikel mit vergleichbarem Umschlagsverhalten und ähnlicher Form in homogenen Gruppen zusammengefasst werden. Dieses Ziel wird im Folgenden als Dimensionierung bezeichnet.

Basierend auf den Anforderungen für Bestand und Umschlagsleistung, ist das kostenminimale Lagerlayout unter den oben dargestellten Freiheitsgraden zu ermitteln.

---

<sup>5</sup>Siehe [RV09, S. 358]; [BC09, S. 426]; [RRS<sup>+</sup>00, S. 528 f.]; [AG85, S. 285 f.].

<sup>6</sup>Vgl. [GAU11, S. 2].

<sup>7</sup>Zum Beispiel die Annahme einer Gleich- oder Dreiecksverteilung der Bestände [Hei98], [Gla08], die Betrachtung einer geschätzten kumulierten Ladungsträgeranzahl oder die Annahme gegebener Daten [AFI08].

Die Berechnung der Leistungsfähigkeit erfolgt unter Berücksichtigung der Kosten- und Leistungsänderung durch eine mögliche Doppeltiefgestaltung einzelner Gassen, sowie unter Einsatz von Mehrfachlastaufnahmemitteln. Zudem werden die leistungssteigernden Einflüsse zonenbasierter Betriebsstrategien und optimierter Fahrfolgen einbezogen.

Schließlich gilt es die Verbindung zwischen diesen beiden Zielstellungen, der Ermittlung einer geeigneten Dimensionierung und der Bestimmung des kostenminimalen Layouts, herzustellen. Der Einfluss der Veränderung der gewählten Ladungsträger und Zonengruppen auf das Optimierungsergebnis ist einzubeziehen.

## **Struktur der Arbeit**

Diese Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut: In Kapitel 2 wird die Notwendigkeit der Lagerung im Allgemeinen erläutert und die daraus folgenden Probleme bei der Planung eines Lagers werden dargestellt. Es wird eine Einführung in den Aufbau automatischer Lager gegeben und beschrieben, mit welchen Strategien diese betrieben werden können. Die Problemstellung der Planung eines solchen Lagers, der Quantifizierung der Anforderungen an das Lager und der Bestimmung einer optimalen Gesamtlösung unter Berücksichtigung aller Freiheitsgrade, wird daraufhin abgeleitet.

In Kapitel 3 folgt eine Übersicht über den Stand der Technik in den relevanten Bereichen bezüglich der vorangehend beschriebenen Aufgabenstellung. Kapitel 4 fasst daraufhin zusammen, welche offenen Fragestellungen in den bestehenden Methoden und Modellen verbleiben und in welchen Bereichen Handlungsbedarf besteht. Es werden Ziele für den konzeptionellen Teil definiert, welche daraufhin in Kapitel 5 behandelt werden. Kapitel 5 ist hierbei in die drei Hauptbereiche Dimensionierung, Layoutoptimierung sowie deren Integration gegliedert. In Kapitel 6 wird der im Rahmen der Ausarbeitung erstellte Demonstrator vorgestellt, welcher dazu dient, das vorangehend beschriebene Konzept anhand eines Beispielprojektes zu validieren und die Qualität und Einsetzbarkeit des Konzeptes zu bewerten. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf verbleibende Fragestellungen erfolgen abschließend in Kapitel 7.

## 2 Beschreibung des betrachteten Gegenstandes und Problemstellung

Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist die Planung automatischer Lagersysteme unter der Annahme eines heterogenen Umfeldes mit Berücksichtigung leistungsverbessernder Betriebsstrategien und Systemausprägungen. Diese Eigenschaften werden im Folgenden vorgestellt. Ein kurzer Abriss über die Notwendigkeit der Lagerhaltung gibt zunächst eine Einführung in die Thematik. Darauf aufbauend wird erläutert, wie ein automatisches Lager aufgebaut ist, mit welchen Strategien dieses betrieben wird und welche Variablen zu bestimmen sind.

Im Rahmen der Planung eines solchen Systems erfolgt eine Aufteilung in zwei Problemfelder. Zum einen sollen die Anforderungen an das Lager ermittelt werden. Zum anderen besteht das Problem der Ermittlung eines optimalen Lagerlayouts. Für beide Bereiche werden die Interdependenzen der zu fällenden Entscheidungen herausgestellt. Schließlich wird die Problematik dargestellt, welche sich bei der Planung eines automatischen Lagers aus den Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Feldern ergibt.

### 2.1 Das Lager und das Lagern

Eine geläufige Aussage in der Logistik<sup>1</sup> lautet: „Das beste Lager ist kein Lager“ und beruht auf der Annahme, dass eine Lagerung immer Platz beansprucht, Kosten verursacht und Kapital bindet.<sup>2</sup> Sie wird jedoch so gut wie immer im selben Abschnitt relativiert, da die Lagerhaltung elementare Funktionen in Logistiknetzwerken erfüllt und oft nicht verzichtbar ist.

---

<sup>1</sup>Die Grundaufgabe der Logistik wird als das „effiziente Bereitstellen geforderter Mengen benötigter Objekte in der richtigen Zusammensetzung zur rechten Zeit am richtigen Ort“ ([Gud10, S. 3]) definiert. Die Verfügbarkeit (bzw. Bereitstellung) dieser Ressourcen wird, auf Stückgüter bezogen, durch Transport (zur Veränderung der Position eines Objektes) und durch Lagerung (zur Überbrückung von Zeiträumen) hergestellt.

<sup>2</sup>Siehe [Koe07, S. 64]; [Cor09b, S. 169]; [ZBDK13, S. 418].

Lager sind ein elementarer Bestandteil von fast allen modernen Logistiksystemen. Sie werden in unterschiedlichen Bereichen der Logistikkette<sup>3</sup>, von der Gewinnung von Rohstoffen über die Produktion und Verteilung von Gütern bis zur Bereitstellung der Erzeugnisse für den Kunden, benötigt.<sup>4</sup>

Martin argumentiert, dass die mit der Lagerung verbundenen Kosten (für Fläche, Kapitalbindung und Betriebsmittel) unabhängig ihrer Ursache durch eine verbrauchs-synchrone Materialanlieferung<sup>5</sup> reduziert werden können.<sup>6</sup> Waters-Fuller hat diesen Zusammenhang im Rahmen einer empirischen Studie untersucht und kam zum Schluss, dass diese Strategien die Lagerbestände häufig nur für einzelne Unternehmen der Lieferkette reduzieren, jedoch insbesondere bei kleineren Firmen zu erhöhten Lagerbeständen führen. Dies bezeichnet er als „piggy in the middle“-Fall, in welchem die geforderten Reaktionszeiten für Zulieferunternehmen über deren eigenen Wiederbeschaffungszeiten liegen.<sup>7</sup> Lager können ebenfalls aus Sicht der Praxis nicht als überflüssig bezeichnet werden. So nannten in einer 2002 durchgeführten Studie über 90 % der befragten operativ tätigen Logistikunternehmer das Lager als wichtigste Sachanlage.<sup>8</sup>

Die Ziele und Funktionen des Lagers und des Lagerns werden in unterschiedlichen Kontexten häufig unterschiedlich verwendet, so definiert beispielsweise Weber das Lagern als die Überbrückung von Zeiträumen.<sup>9</sup> Nach VDI-Richtlinie ist das Lagern „jedes geplante Liegen von Arbeitsgegenständen im Materialfluss“.<sup>10</sup> Thomkins nennt als Kernfunktionen eines Lagers das Erhalten, Lagern, Kommissionieren und Versenden.<sup>11</sup> Dem Lager werden regelmäßig zusätzliche Funktionen zugesprochen. So führt Ehrmann eine Reihe von Lagerhaltungsmotivationen, unter anderem die Spekulation auf Preisschwankungen der Ware und die Veredelung von Waren durch das Liegen (zum Beispiel Käse und Wein), an.<sup>12</sup> Appelt und Krampe nennen zusätzlich Umformungs-, Pflege- und Steuerungsaufgaben.<sup>13</sup>

Glass fasst die „Entkopplung aufeinanderfolgender Prozesse“, der Einlagerung und der Auslagerung, als zentrale Lageraufgabe zusammen.<sup>14</sup> Diese Entkopplung kann in einer Logistikkette sowohl eingehend, wie auch ausgehend notwendig sein und betrifft somit

<sup>3</sup>Die Leistungserbringung erfolgt im Allgemeinen nicht in einem Schritt: Die Reihe operativer Leistungsstellen und Prozesse, welche von oben genannten Objekten durchlaufen wird, bezeichnet man als Logistikkette und erstreckt sich von einem oder mehreren Rohstofflieferanten bis zum Kunden der Ware siehe (siehe [Pfo97, S. 9]; [Gud10, S. 24]).

<sup>4</sup>Siehe [AFI08, S. 4 f.].

<sup>5</sup>Die verbrauchssynchrone Materialanlieferung wird auch als Just-In-Time-Strategie (JIT-Strategie) bezeichnet (siehe [AFI08, S. 374]; [Sch11, S. 231]).

<sup>6</sup>Siehe [Mar04, S. 312].

<sup>7</sup>Siehe [Wat96, S. 41].

<sup>8</sup>Siehe [BT02, S. 75].

<sup>9</sup>Siehe [Web12, S. 12].

<sup>10</sup>Siehe [VDI2411, S. 18].

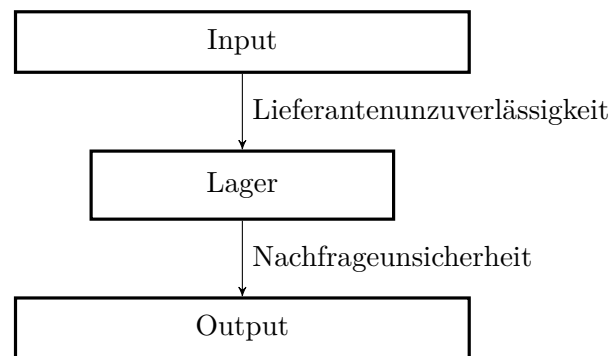
<sup>11</sup>Siehe [Tom98, S. 2].

<sup>12</sup>Siehe [Ehr97, S. 325 ff.].

<sup>13</sup>Vgl. [AK85, S. 14 ff.]; [KA90, S. 463 ff.].

<sup>14</sup>Siehe [Gla08, S. 10].





**Abbildung 2.1:** Das Lagern als Input-Output-System zur Entkopplung unsicherer Prozesse (in Anlehnung an [Bau85, S. 11])

Unsicherheiten auf Lieferanten- und Abnehmerseite. Diese Hauptfunktion eines Lagers wird im Weiteren in den Fokus der Betrachtung gesetzt. Das Lager kann vereinfacht als Input-Output-System aufgefasst werden, welches einen eingehenden Güterstrom (Einlagerung) und einen ausgehenden Güterstrom (Auslagerung) aufweist und diese Ströme voneinander separiert (siehe Abbildung 2.1). Diese Hauptfunktion hat unabhängig von der Motivation der Lagerung zu erfolgen, denn jedes Gut muss zunächst in das Lager eingebracht und letztlich wieder aus dem Lager entnommen werden.

Sowohl der Lagereingangsstrom wie auch der Lagerausgangsstrom werden durch exogene Größen beeinflusst. Es lässt sich jedoch annehmen, dass eine Unternehmung auf mindestens einen Strom Einfluss nehmen kann, also beispielsweise in einem Produktionslager die Frequenz der Abrufe oder in einem Wareneingangslager die Häufigkeit und Höhe der Zugänge steuert.

## 2.2 Automatische Lager

Als automatische Hochregallager werden im Weiteren eingeschossige Anlagen bezeichnet, in denen parallel angeordnet fest installierte Regale Gassen bilden.<sup>15</sup> Zwischen den Regalflächen bewegen sich schienengeführte Regalbediengeräte (RBG), um Lagereinheiten eingehend von einem Übergabepunkt zu einem Lagerplatz und ausgehend von einem Lagerplatz zu einem Übergabepunkt zu transportieren. Als Lagereinheit werden dabei die für die Lagerung in einem Lagerhilfsmittel<sup>16</sup> zusammengefassten Objekte bezeichnet.<sup>17</sup>

<sup>15</sup>Siehe [Lip03, S. 1].

<sup>16</sup>Lagerhilfsmittel dienen zur Bildung uniformer Einheiten. Je nach Kontext werden außerdem die Begriffe Transport- oder Ladehilfsmittel synonym verwendet (siehe [Mar04, S. 67]). Lagerhilfsmittel werden weiterhin regelmäßig als Ladungsträger bezeichnet (siehe [BKRS10, S. 197]; [JtSN07, S. 339]).

<sup>17</sup>Vgl. [Gud10, S. 413].

Meist bezieht sich der Begriff automatisches Hochregallager auf Palettenlager.<sup>18</sup> Paletten-Hochregallager (PHL) können Höhen über 50 m und Längen bis zu 300 m erreichen, jedoch sind dies Einzelfälle.<sup>19</sup> Gängige Hochregallager umfassen 30 bis 100 m in der Länge und 7 bis 30 m in der Höhe.<sup>20</sup> Es scheint keine allgemeingültige Definition zu geben, ab und bis zu welcher Höhe ein Lager als Hochregallager bezeichnet wird. Vahrenkamp und Kotzab grenzen ein Hochregallager in Höhen von 10 m und 40 m ab.<sup>21</sup> Arnold bezeichnet ein Lager mit einer Höhe über 7 m als Hochflachlager und ab 12 m als Hochlager.<sup>22</sup>

Automatische Kleinteilelager (AKL) haben den gleichen strukturellen und funktionalen Aufbau wie ein Paletten-Hochregallager,<sup>23</sup> sie kommen jedoch auch in wesentlich kleineren Ausprägungen vor. Im Weiteren werden automatische Kleinteilelager gleichermaßen betrachtet, da sich lediglich die Form der Ladungsträger (im Allgemeinen kleine Behälter wie Boxen) und der Lastaufnahmen von der in Palettenlagern unterscheidet. Das Systemverhalten und der Aufbau sind jedoch vergleichbar. Im Folgenden wird daher von automatischen Lagersystemen gesprochen. Neben konventionellen automatischen Hochregallager- und Kleinteilelagersystemen gibt es eine Reihe weiterer automatischer Lagersysteme, die nicht in die Betrachtung einbezogen werden. Ausführliche Beschreibungen zusätzlicher Lagervarianten finden sich in der Literatur.<sup>24</sup>

Der Bau eines automatischen Lagers verursacht im Vergleich zu manuellen Lagertypen zunächst höhere Kosten pro Stellplatz, diese werden jedoch durch eine gute Raumnutzung und höhere Umschlagsleistungen aufgewogen.<sup>25</sup>

Einen Überblick über die Anzahl der in den letzten Jahren realisierten automatischen Lager gibt Abbildung 2.2. Während bis 2008 meist getrennte Anlagen für Palettenhochregal- und automatische Kleinteilelager in Betrieb genommen wurden, lässt sich seitdem ein Trend erkennen, häufiger Systeme einzusetzen, welche Bereiche für unterschiedliche Ladungseinheiten aufweisen.

### 2.2.1 Struktureller Aufbau automatischer Lager

Jede einzelne Gasse des Lagers setzt sich aus dem Fahrbereich (Gang) des Regalbediengerätes, welches in Abschnitt 2.2.1.1 betrachtet wird, und Regalen zu beiden Seiten des Fahrbereiches zusammen.<sup>26</sup> Der Aufbau dieser Regale kann einfach- oder doppeltief

<sup>18</sup>Siehe [GT11, S. 319].

<sup>19</sup>Siehe [Web09, S. 324].

<sup>20</sup>Siehe [Lip03, S. 13].

<sup>21</sup>Siehe [VK12, S. 180].

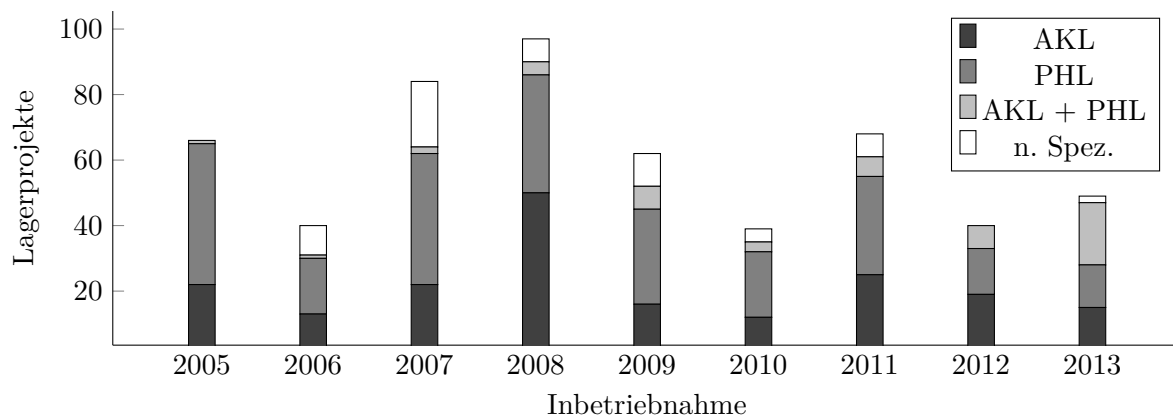
<sup>22</sup>Siehe [AFI08, S. 647].

<sup>23</sup>Vgl. [Lip03, S. 31].

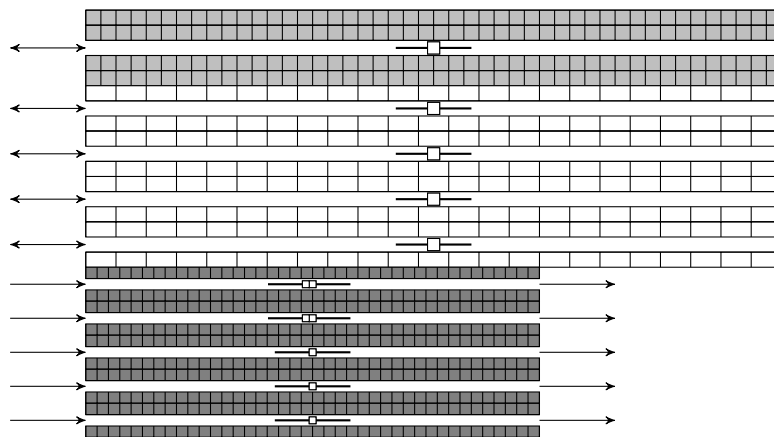
<sup>24</sup>Siehe [AF09, S. 645–656]; [Gud10, S. 572–591]; [BKRS10, S. 154–178].

<sup>25</sup>Vgl. [Sch08, S. 21 f.]; [GAU11, S. 7].

<sup>26</sup>Siehe [GAU11, S. 9].



**Abbildung 2.2:** Inbetriebnahmen automatischer Lager (Quelle: [Mat14])



**Abbildung 2.3:** Exemplarischer Gassenaufbau eines automatischen Lagers mit verschiedenen Bereichen und Flussrichtungen

ausfallen und muss in Abhängigkeit der aufzunehmenden Lasten gestaltet sein.<sup>27</sup> Dies wird in den Abschnitten 2.2.1.2 und 2.2.1.3 näher beschrieben. Als Schnittstelle zu umgebenden Fördersystemen werden Übergabepunkte (siehe Abschnitt 2.2.1.4) definiert, welche an beiden Seiten der Regalfront und in der Höhe versetzt sein können.<sup>28</sup> Es ist möglich, dass ein Lager mehrere Bereiche für verschiedene Ladungsträger aufweist, wobei jeder Bereich individuell gestaltet ist. Der strukturelle Aufbau eines automatischen Lagers ist in Abbildung 2.3 exemplarisch dargestellt.

<sup>27</sup>Lager mit einer Tiefe von über zwei Ladungseinheiten werden als Kanallager bezeichnet. Diese werden jedoch meist mit anderen Strategien betrieben und finden daher keine Betrachtung.

<sup>28</sup>Siehe [GAU11, S. 10].

### 2.2.1.1 Aufbau und Parametrisierung eines Regalbediengerätes

Ein Regalbediengerät ist ein automatisch agierendes Förderfahrzeug, welches mittels Schienen am Boden und an der Decke fest mit dem Lagergebäude verbunden ist.<sup>29</sup>

Es kann durch einen am Tragwerk angebrachten Fährantrieb horizontal ( $x$ ) in der Gasse verfahren werden. An einem vertikal zwischen den Führungsschienen angebrachten Mast befinden sich ein oder mehrere Lastaufnahmemittel (LAM), die sich mit dem am Mast befestigten Hubantrieb in vertikaler Richtung ( $y$ ) bewegen lassen.<sup>30</sup>

Es existieren unterschiedliche Ausprägungen für Regalbediengeräte. Sie unterscheiden sich in der Art ihrer Antriebe und ihrer Größe sowie in der Art und Anzahl der Lastaufnahmemittel.<sup>31</sup> Es gibt weiterhin Regalbediengeräte mit einem oder mehreren Masten, um schwere Lasten zu bewegen. Die Parametrisierung eines Regalbediengerätes führt zu unterschiedlichen Traglasten, Beschleunigungseigenschaften, Geschwindigkeiten und Kosten für das Gerät. Für die weitere Modellbildung werden folgende Parameter eines Regalbediengerätes  $R_o$  betrachtet:

- $R_o^{ax}, R_o^{ay}$  Beschleunigung in horizontaler ( $x$ ) und vertikaler ( $y$ ) Richtung
- $R_o^{sx}, R_o^{sy}$  Maximalgeschwindigkeit in horizontaler und vertikaler Richtung
- $R_o^{tz1}, R_o^{tz2}$  Einfach- und doppeltiefe Zugriffszeiten des Lastaufnahmemittels
- $R_o^l$  Anzahl der Lastaufnahmemittel
- $R_o^c$  Kosten für das Regalbediengerät
- $R_o^{c2}$  Zusatzkosten für das Regalbediengerät bei doppeltiefer Ausführung

### 2.2.1.2 Struktureller Aufbau und Parametrisierung des Regalsystems

Das Regalsystem ist eine meist aus Stahl gefertigte<sup>32</sup> Konstruktion zur Aufnahme von Lagereinheiten und besteht insbesondere aus den Bauteilen Rahmen (auch Ständer) und Trägern (im Folgenden auch als Längstraversen bezeichnet). Rahmen sind die vertikalen, tragenden Elemente (meist zwei Stützen, die mit Aussteifungselementen versehen sind). Träger sind waagerechte Bauteile, die nebeneinanderstehende Rahmen verbinden.<sup>33 34</sup> Ein Träger bietet Stellplatz für eine oder mehrere Lagereinheiten. Verschiedene Rahmenkonstruktionen erlauben unterschiedliche Regalhöhen, wobei anzunehmen ist, dass höhere

<sup>29</sup>Siehe [DIN15878, S. 71].

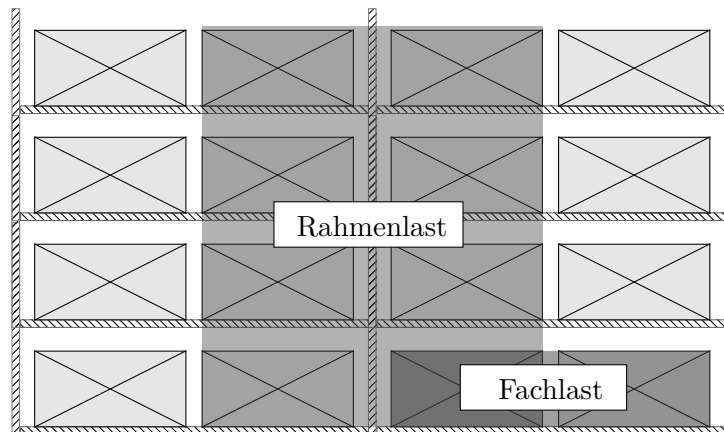
<sup>30</sup>Siehe [FEM9101, S. 4].

<sup>31</sup>Siehe [AFI08, S. 683 f.].

<sup>32</sup>Siehe [VDI3564, S. 6].

<sup>33</sup>In automatischen Kleinteilelagern werden auch Fachböden anstatt Trägern/Traversen eingesetzt. Dies ist jedoch für die weitere Arbeit unerheblich, da die betrachteten Größen Tragkraft und Kosten gleichwertig angewendet werden können, und wird daher nicht weiter differenziert.

<sup>34</sup>Siehe [DIN15512, S. 7].



**Abbildung 2.4:** Einfluss der Ladungsträger auf die Größen Fachlast und Rahmenlast

Regale stärkeren Belastungen ausgesetzt sind und entsprechend kostspieliger ausfallen. Selbiges gilt für die Länge der Trägerelemente. Lagert man mehrere Lagereinheiten auf demselben Träger, wird kein zusätzlicher Rahmen eingebracht. Die auf den Träger wirkende Last wird als Fachlast,<sup>35</sup> die auf den Rahmen wirkende Last als Rahmenlast bezeichnet. Die resultierenden Lasten bei der Einbringung mehrerer Lagereinheiten in einem Fach müssen durch die benachbarten Rahmen und stabilere Träger aufgenommen werden (siehe Abbildung 2.4).

Im Weiteren werden nur Einfachregale betrachtet, welche sich dadurch auszeichnen, dass der Zugang zur Regalzeile nur von einem Arbeitsgang aus ermöglicht wird.<sup>36</sup> Diese Bauweise ist in automatischen Lagern gängig, da sie einen konfliktfreien Zugriff der Regalbediengeräte auf eindeutig bestimmbare Positionen gewährleistet.<sup>37</sup> Es wird außerdem vereinfachend angenommen, dass eine Regalkonstruktion sich nur aus Rahmen für die vertikale Ausdehnung sowie Längstraversen für die horizontale Ausdehnung zusammensetzt. Konstruktionselemente wie beispielsweise Querverstrebungen der Rahmen und der Felder, Anfahrtsicherungen und weitere Sicherheitseinrichtungen werden vernachlässigt.

Die Abmessungen eines Regales  $S$  werden dabei mit folgenden Parametern belegt (siehe Abbildung 2.5):<sup>38</sup>

- die vertikale Stützrahmen- und Rahmenprofilbreite  $S^x$
- die Höhe der Quertraversen und Auflagepaneele, auf welchen Ladungsträger abgestellt werden  $S^y$
- der Abstand, der über einem Ladungsträger frei zu halten ist  $S^{d_y}$ <sup>39</sup>

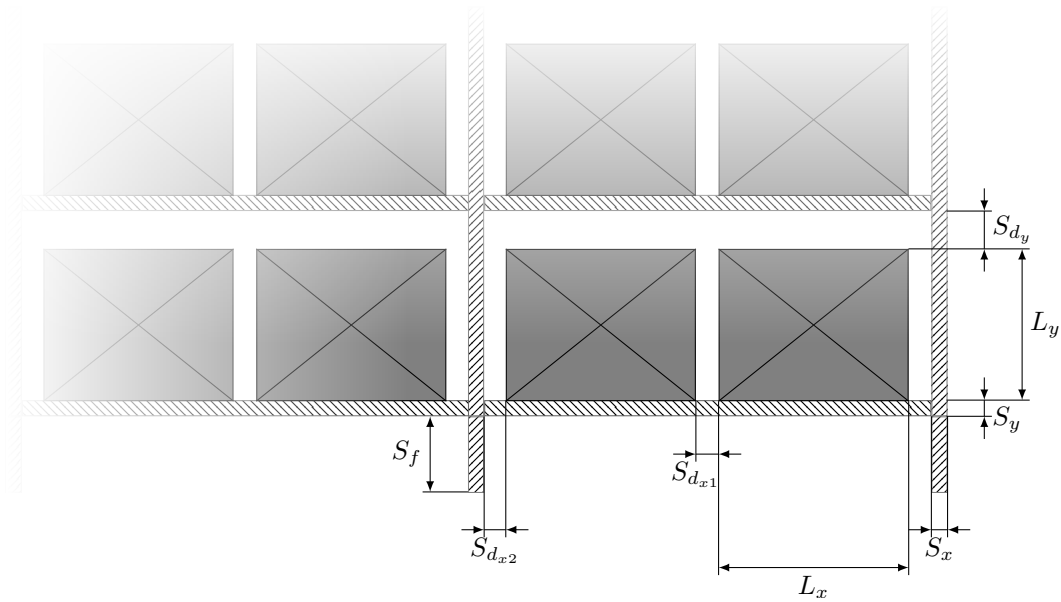
<sup>35</sup>Siehe [DIN15878, S. 8].

<sup>36</sup>Siehe [DIN15512, S. 11].

<sup>37</sup>Vgl. [AFI08, S. 649].

<sup>38</sup>Eine vergleichbare Parametrisierung findet sich in [GAU11, S. 50].

<sup>39</sup>Möglicherweise benötigte Brandschutzeinrichtungen fallen ebenfalls in diesen Bereich.



**Abbildung 2.5:** Ansichten auf ein Regal mit relevanten Parametern für  $S_L = 2$

- der Abstand, der zwischen Ladungsträgern  $S^{d_{x1}}$  und zwischen Ladungsträger und Stützrahmen  $S^{d_{x2}}$  frei gehalten werden muss
- die Anzahl der Ladungsträger, die nebeneinanderstehen können, ohne dass ein weiterer Stützrahmen benötigt wird  $S^L$
- eine optionale Bodenfreiheit des Regals  $S^f$
- die Abmessungen für die Ladungseinheit  $L_x, L_y, L_z$

Eine Gasse hat die Gesamtmaße Regallänge  $X$ , Regaltiefe  $Z$  und Regalhöhe  $Y$ , welche sich in Abhängigkeit der zu lagernden Mengen aus dem Vielfachen der oben dargestellten Größen zusammensetzen.

### 2.2.1.3 Lagertiefe

Können in einem Regal zwei Ladungsträger hintereinander aufbewahrt werden, wird dies als doppel- oder zweifachtief bezeichnet.<sup>40</sup> Zwei Lagerplätze hintereinander bilden dabei einen Lagerkanal.<sup>41</sup> Wird eine Gasse als doppeltief festgelegt, gilt hier die Annahme, dass diese Eigenschaft für beide Regale der Gasse zutrifft. Ein Regalbediengerät bedient in einer doppeltiefen Gasse sowohl die gangnahen (also direkt am Regalgang liegenden) als auch die gangfernen Lagerplätze. Spezielle Lastaufnahmemittel, die entsprechend tief in

<sup>40</sup>Vgl. [Gud10, S. 579].

<sup>41</sup>Siehe [Lip03, S. 18 f.].

das Regal bewegt werden können, ermöglichen dies.<sup>42</sup> In einer doppeltiefen Gasse können folglich mit einem Regalbediengerät doppelt so viele Positionen erreicht werden<sup>43</sup> wie in einer ebenso langen und hohen einfachtiefen Gasse. Lagert man die gleiche Menge in einer einfachtiefen Gasse, sind aufgrund der erhöhten Ausdehnungen der Gasse längere Fahrzeiten in Kauf zu nehmen. Dieser Gewinn an Lagerkapazität erfolgt auf Kosten der Umschlagsleistung, da zum einen der Zugriff auf die gangfernen Ladungsträger mehr Zeit benötigt und zum anderen zusätzliche Umlagerspiele nötig werden, falls ein gangfernes durch ein gangnahes Lagergut blockiert wird.<sup>44</sup>

Es ist möglich, in einer doppeltiefen Gasse einen doppelt breiten Bediengang und entsprechend gestaltete Lastaufnahmen einzuführen. Dies erlaubt eine doppeltiefe Ein- oder Auslagerung mit einem Gabelspiel. Aufgrund des hohen Raumbedarfes des Ganges und des zusätzlichen Kapazitätsbedarfes für mögliche Umlagerungen ist die Raumnutzung jedoch schlechter als bei einer einfachtiefen Lagerung.<sup>45</sup> Der gleichzeitige doppeltiefe Zugriff macht zudem vor allem in homogenen Umgebungen Sinn, wenn sowohl die vordere als auch die hintere Ladungseinheit gleichzeitig entnommen werden. Diese Bauweise wird daher nicht weiter betrachtet.

#### 2.2.1.4 Lage der Übergabepunkte

Wie oben dargestellt, hat jede Gasse zumindest einen als Übergabepunkt bezeichneten Bereitstellplatz für die Ein- und Auslagerung.<sup>46</sup> Es wird davon ausgegangen, dass entweder ein kombinierter Ein- und Auslagerplatz oder zwei nach Ein- und Auslagerung getrennte Schnittstellen zwischen Fördersystem und Lagersystem vorhanden sind. Die Übergabepunkte sind häufig mit einer vorgelagerten Pufferzone (auch Vorzone<sup>47</sup>) verbunden.<sup>48</sup> Diese erlaubt eine Entkopplung von der weiteren Fördertechnik. Die Vorzone wird als ausreichend dimensioniert angenommen. So können nur im Hochregallagerbereich Engpässe auftreten, sollte dieses zu klein ausgelegt werden. Für die Position der Übergabepunkte lassen sich folgende Fälle unterscheiden (siehe Abbildung 2.6):<sup>49</sup>

- Ein- und Auslagerung an der gleichen Regalfront, an der gleichen Stelle (I)
- Ein- und Auslagerung an der gleichen Regalfront, aber vertikal versetzt (II)
- Ein- und Auslagerung horizontal und vertikal versetzt (III)
- Ein- und Auslagerung in der Regalfront (IV)

---

<sup>42</sup>Vgl. [Gud10, S. 579].

<sup>43</sup>Vgl. [Lip03, S. 18].

<sup>44</sup>Vgl. ebd., S. 19.

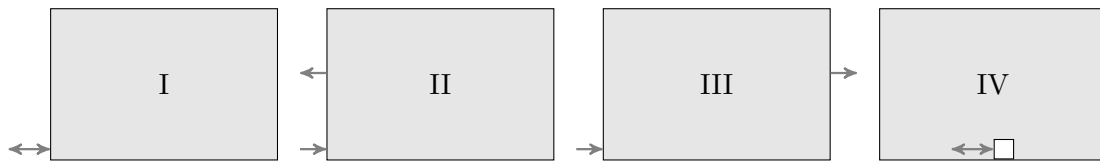
<sup>45</sup>Vgl. [Gud10, S. 581].

<sup>46</sup>Vgl. [Kra11, S. 120].

<sup>47</sup>Siehe [VDI3561, S. 3].

<sup>48</sup>Vgl. [St10, S. 132].

<sup>49</sup>Vgl. [FEM9851]; [Lip03, S. 27].



**Abbildung 2.6:** Auswahl möglicher Positionierungen der Übergabepunkte für eine Lagergasse

Betrachtet man eine einzelne Gasse ohne Berücksichtigung der Schnittstelle zur Vorzone, ist die optimale Position des Übergabepunktes im Zentrum des Regals (Fall IV, vertikal versetzt), da dies die Wegstrecke zu jedem einzelnen Platz minimiert. Dies führt jedoch zu Konflikten mit benachbarten Gassen, da das Fördersystem mit den Bewegungsbereichen ihrer Regalbediengeräte kollidiert.<sup>50</sup> Es wird daher nur die Positionierung der Übergabepunkte an den Fronten der Regale betrachtet. Die Positionierung wird durch das möglicherweise gegebene Fördersystem der Vorzone beeinflusst, daher wird sie als frei belegbarer Parameter einbezogen.

Grundsätzlich sind beliebig viele Übergabepunkte denkbar, für die Untersuchungen wird die Anzahl der Übergabepunkte jedoch auf einen Ein- und einen Auslagerplatz beschränkt, da die Dimensionierung des Hochregallagers unabhängig von der genauen Ausprägung des Fördersystems vorgenommen wird.

### 2.2.2 Strategien im automatischen Lager

Die Strategien, mit denen ein automatisches Lager betrieben wird, spielen für die erreichbaren Durchsatzziele und die Wirtschaftlichkeit eines automatischen Lagers eine zentrale Rolle.<sup>51</sup> Besonders hervorzuheben sind die Belegungsstrategie und die Bewegungsstrategie, welche im Weiteren ausgeführt werden. Weitere Strategien wie die Reihenfolgestrategie, Ruhepositionsstrategie und Nichtbeschäftigungsstrategie werden aus folgenden Gründen vernachlässigt:<sup>52</sup>

Die Anwendung einer Reihenfolgestrategie beschreibt eine Umsortierung der Aufträge für das Lagersystem in der Vorzone. Da die Vorzone nicht detailliert betrachtet wird, können auch keine Schlussfolgerungen auf deren Funktionsweise gezogen werden. Die Ruhepositionsstrategie definiert den Lagerplatz, den ein Regalbediengerät nach einem abgeschlossenen Arbeitsspiel aufsucht. Sie hat jedoch nur einen verschwindend geringen Einfluss auf die Systemleistung, die Wahl eines Übergabepunktes als Ruheposition ist in den meisten Fällen optimal.<sup>53</sup>

<sup>50</sup>Vgl. [Lip03, S. 28].

<sup>51</sup>Vgl. [Kra11, S. 39].

<sup>52</sup>Ausführlichere Beschreibungen dieser Strategien finden sich beispielsweise in ([Jin05, S. 35 ff.]; [RV09, S. 352 f.]).

<sup>53</sup>Siehe [Par99, S. 1012].



Nichtbeschäftigungsstrategien werden eingesetzt, um Zeiträume mit niedriger Auslastung zur Verbesserung der Lagerbelegung einzusetzen. Beispielsweise werden Artikel mit einer hohen Zugriffswahrscheinlichkeit in die Nähe der Übergabepositionen bewegt.<sup>54</sup> Unter Anwendung einer Zonierung befinden sich diese Güter jedoch bereits in diesen Bereichen. Im Rahmen der Planung eines Lagers soll insbesondere die Grenzleistung in Lastphasen des Lagers ermittelt werden, in denen Nichtbeschäftigungsstrategien keinen Einsatz finden können, daher werden diese im Weiteren nicht betrachtet.

### 2.2.2.1 Belegungsstrategie

Als Belegungsstrategie wird eine Strategie bezeichnet, die beschreibt, welchem Lagerplatz in einer Gasse eine einzulagernde Lagereinheit zugewiesen wird. Es lassen sich hierbei drei grundlegende Verfahrensformen unterscheiden: die Festplatzlagerung<sup>55</sup>, eine chaotische<sup>56</sup> Lagerung und eine umschlagabhängige<sup>57</sup> Lagerung. Diese werden im Folgenden detaillierter erläutert. Für jeden dieser Ansätze lässt sich zusätzlich eine Querverteilung vornehmen. Diese führt zu einer Lagerung eines Artikels in mehreren Gassen und erhöht somit die Zugriffssicherheit bei Ausfall eines Regalbediengerätes.<sup>58</sup>

Bei einer Festplatzlagerung erfolgt eine eindeutige Zuweisung eines oder mehrerer Lagerplätze für jedes lagerbare Gut.<sup>59</sup> Ist von einem Gut kein Bestand mehr im Lager vorhanden, verbleibt der zugewiesene Lagerplatz ungenutzt. In einem stochastischen Umfeld mit schwankenden Beständen für einzelne Güter ist dieses Vorgehen nicht wirtschaftlich, da viele Lagerplätze ungenutzt bleiben und ein entsprechend schlechter Lagerfüllgrad folgt.<sup>60</sup>

Der Betrieb fast aller automatischen Lager erfolgt daher mit einer chaotischen Lagerplatzvergabe. Jeder einzulagernden Lagereinheit wird zufällig ein freier Lagerplatz zugeordnet.<sup>61</sup> Dies führt dazu, dass die Zugriffszeit auf jeden Artikel im Lager im Mittel der durchschnittlichen Zugriffszeit über alle Lagerplätze gleicht.<sup>62</sup> Im doppeltiefen Lager wird bei chaotischer Lagerplatzvergabe im Allgemeinen die Einschränkung vorgenommen, dass der gangnahe Lagerplatz nicht belegt wird, wenn der gangferne Lagerplatz frei ist, da sonst bei einer weiteren Einlagerung in diesem Kanal eine Umlagerung notwendig

---

<sup>54</sup>Vgl. [Kra11, S. 45].

<sup>55</sup>Auch als Einzelplatzlagerung oder feste Lagerplatzzuordnung bezeichnet (siehe [Pfo10, S. 121]).

<sup>56</sup>Auch als zufällige Einlagerung oder zufällige Fachauswahl bezeichnet (siehe [Kra11, S. 139]; [GKS08, S. 30]).

<sup>57</sup>Bei der Bildung fester Bereiche auch als Schnellläuferstrategie, zonierte Einlagerung, oder Zonierung bezeichnet (siehe [Sch08, S. 84]; [GAU11, S. 16]).

<sup>58</sup>Vgl. [JtSN07, S. 106].

<sup>59</sup>Vgl. ebd.

<sup>60</sup>Vgl. [AFI08, S. 377].

<sup>61</sup>Vgl. ebd., S. 657.

<sup>62</sup>Vgl. [PB11, S. 2 f.].

ist.<sup>63</sup> Folgt man dieser Strategie, kann ausschließlich bei Auslagerungen eine Umlagerung vorkommen.

Um die Fahrzeit der Arbeitsspiele bei kombinierten Fahrzyklen zu reduzieren, lässt sich die Strategie des nächsten Nachbarn einsetzen. Unter Anwendung dieser Strategie wird bei jedem kombinierten Spiel nicht zufällig nach einem freien Lagerplatz gesucht, sondern ein freier Lagerplatz in der Nähe des auszulagernden Lagergutes gewählt.<sup>64</sup> Die Strategie des nächsten Nachbarn findet ebenfalls in Systemen mit Mehrfachlastaufnahmen Einsatz, um schnell verkürzte Routen für Mehrfachspiele zu bestimmen.<sup>65</sup>

In heterogenen Umgebungen bietet es sich an, die Artikel entsprechend ihrem Umschlagverhalten getrennten Lagerbereichen zuzuordnen. So werden Artikel mit hohem Umschlag möglichst nahe am Übergabepunkt und Artikel mit niedrigen Umschlägen möglichst weit entfernt gelagert.<sup>66</sup> Da eine exakte Prognose der Verweildauer für jeden einzelnen Artikel kaum realisierbar ist, wird regelmäßig eine Bildung von drei Artikel-Klassen vorgeschlagen,<sup>67</sup> für die getrennte Bereiche im Lager (Zonen) gebildet werden. Innerhalb der Zonen wird den Artikeln zufällig (chaotisch) ein Lagerplatz zugewiesen.

Für ein ausgeglichenes Ein- und Auslagerverhalten lassen sich die Zonen vergleichsweise einfach bestimmen. In Abhängigkeit von den Isosynchrongeraden<sup>68</sup> des Regalbediengerätes werden rechteckige Bereiche definiert, bis ausreichend Lagerplätze für jede einzelne Zone zugeordnet sind. Abbildung 2.7 zeigt die auf diese Weise gebildeten Zonen.<sup>69</sup>

Betrachtet man ein ungleichmäßiges Zu- und Abgangsverhalten, zum Beispiel einen seltenen Zugang in großen Mengen und einen häufigen Abgang in kleinen Mengen in einem Durchgangslager,<sup>70</sup> lassen sich geeignete Zonen nicht mehr unmittelbar bilden, da sowohl der Zugangs- wie auch der Abgangsstrom sowie die getrennten Übergabepunkte beachtet werden müssen.

### 2.2.2.2 Bewegungsstrategie

Um die Leistungsfähigkeit eines Regalbediengerätes in einem Regal zu bewerten, genügt es nicht, die Zeitanteile der Fahrten zu erfassen. Zusätzlich muss die Zeit betrachtet werden, die benötigt wird, um einen Ladungsträger von einer Übergabeposition oder einem Lagerplatz auf das Lastaufnahmemittel zu bewegen und umgekehrt. Eine klare

<sup>63</sup>Siehe [Lip03, S. 127].

<sup>64</sup>Vgl. [GKS08, S. 31].

<sup>65</sup>Vgl. [SSLH91].

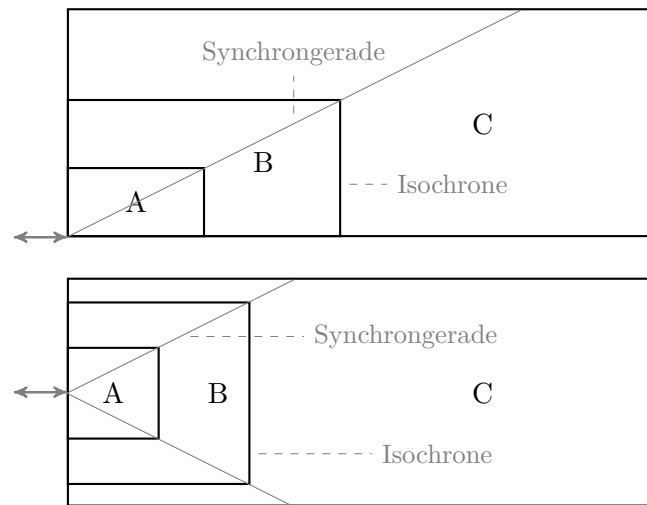
<sup>66</sup>Siehe [Sch08, S. 84].

<sup>67</sup>Vgl. [Gla08, S. 45]; [Sch08, S. 8].

<sup>68</sup>Als Synchron(fahr)gerade wird die Diagonale in der Regalfront bezeichnet, auf welcher sich die Fahrzeit in horizontale und vertikale Richtung gleicht (siehe [Lip03, S. 61]). Weiterhin beschreibt die Isochrone alle Fächer mit der gleichen Anfahrtzeit (siehe ebd., S. 62).

<sup>69</sup>Vgl. [LB01, S. 325 f.].

<sup>70</sup>Als Durchgangslager wird ein Lager bezeichnet, in welchem sich Eingangs- und Ausgangspunkt an gegenüberliegenden Fronten der Gasse befinden (vgl. [Gla08, S. 32]).



**Abbildung 2.7:** Unterschiedliche Einteilungen der Zonen in der Lagergasse (Quelle: [Sch08, S. 86 f.])

Trennung dieser Zeiten nimmt Gudehus vor: Die Spielzeit setzt sich aus Fahrzeiten (auch Wegzeiten) und Verweilzeiten zusammen.<sup>71</sup> Während die Fahrzeit abhängig von der Position der Übergabepunkte und den angefahrenen Lagerpositionen ist, kann die Verweilzeit als Konstante über alle Operationen angegeben werden, die nötig sind, um eine Lagereinheit zu übergeben.<sup>72</sup>

Eine vollständige Ein- oder Auslageroperation wird als Arbeitsspiel bezeichnet<sup>73</sup> und setzt sich aus den in Abbildung 2.8 dargestellten Komponenten zusammen: zum einen die Fahrzeiten zu einer Lagerposition und zurück, zum anderen die Verweilzeit, welche aus den Anteilen Positionierung  $p$ , Positionsprüfung  $c$  sowie den Bewegungen des Lastaufnahmемittels  $e, l, r$  besteht. Da in einem Arbeitsspiel immer ebenso viele Lastaufnahme wie Lastabgabeoperationen durchgeführt werden und alle einzelnen Operationen konstante Dauer aufweisen, wird die mittlere Verweilzeit als Summe  $t^z = p + e + l + r + c/2$  angewendet.

Das erläuterte Arbeitsspiel wird auch als Einzelspiel bezeichnet,<sup>74</sup> da immer nur eine Lagereinheit ein- oder ausgelagert wird. Die Fahrbewegung ( $EA-P_1-EA$ ) eines Einzelspiels ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Betrachtet man ein System mit getrennten Übergabepunkten, hängt die Fahrfolge davon ab, ob ein Einlager- ( $E-P_1-E$ ) oder Auslagerspiel ( $E-P_1-A$ ) durchgeführt wird. Folgt auf ein Auslagerspiel ein Einlagerspiel, muss zusätzlich die Leerfahrt ( $A-E$ ) einbezogen werden.

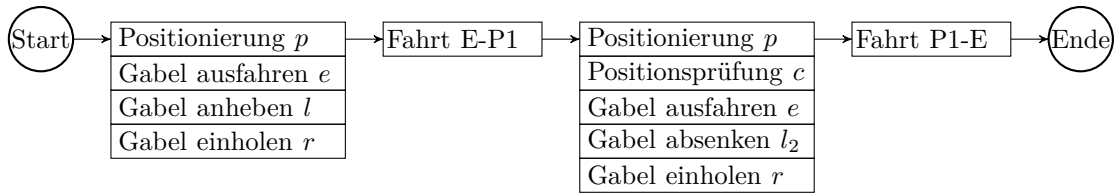
<sup>71</sup>Siehe [Gud73, S. 46–55].

<sup>72</sup>Vgl. [Wis09, S. 47].

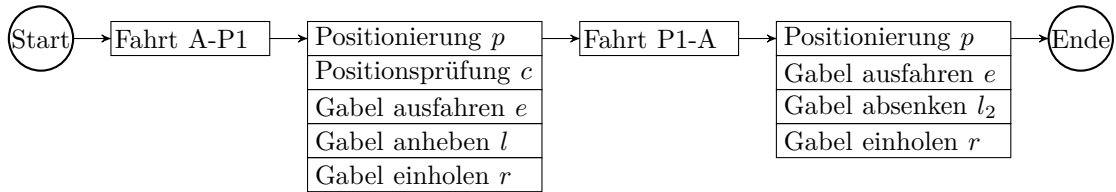
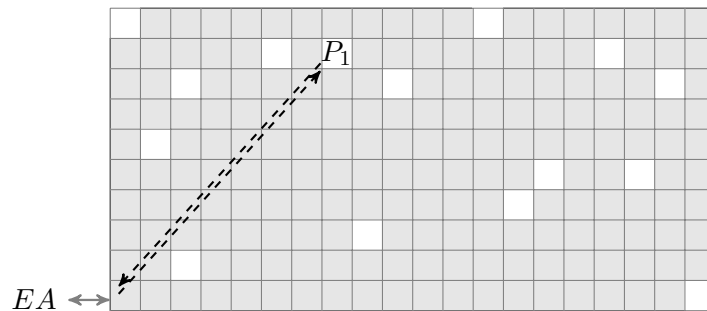
<sup>73</sup>Vgl. [AFI08, S. 635].

<sup>74</sup>Vgl. [AF09, S. 197].

## Einlagerung



## Auslagerung

**Abbildung 2.8:** Sequenzdiagramm für einfache Arbeitsspiele (Quelle: [FEM9851, S. 4])**Abbildung 2.9:** Einzelspiel

Kombiniert man eine Ein- und eine Auslagerung in einem Arbeitsspiel, wird von einem kombinierten Spiel oder einem Doppelspiel gesprochen.<sup>75</sup>

Ein Doppelspiel setzt sich hierbei immer aus einem Einlagerspiel an einer Position  $P_1$  und einem Auslagerspiel an einer anderen Position  $P_2$  zusammen ( $EA-P_1-P_2-EA$ ). Da sich die Leerfahrt nach der Einlagerung erübrigt, ist durch ein kombiniertes Spiel immer eine Fahrzeitreduktion möglich (siehe Abbildung 2.10). Sind Ein- und Auslagerplätze getrennt, muss erneut eine Leerfahrt zum Einlagerplatz erfolgen ( $E-P_1-P_2-A-E$ ). Der Leerfahranteil bei Doppelspielen ist folglich geringer, wenn die Übergabepunkte eng beieinanderliegen.<sup>76</sup> Die Fahrt zwischen den beiden Lagerpositionen ( $P_1-P_2$ ) wird als Querfahrt<sup>77</sup> bezeichnet.

Stattet man ein Regalbediengerät mit mehreren Lastaufnahmemitteln aus, lassen sich komplexere Arbeitsspiele durchführen. Diese werden als Mehrfachspiel bezeichnet.<sup>78</sup>

<sup>75</sup>Vgl. [St10, S. 132].

<sup>76</sup>Vgl. [AF09, S. 197].

<sup>77</sup>Vgl. [Lip03, S. 40].

<sup>78</sup>Vgl. [Kra11, S. 9].

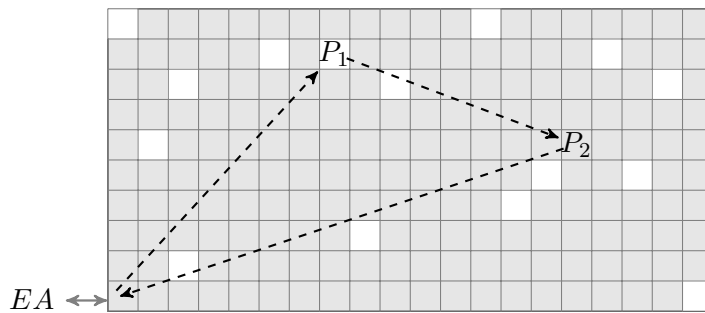
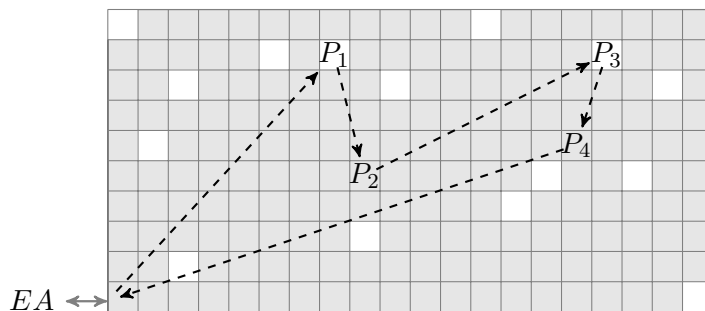
**Abbildung 2.10:** Kombiniertes Arbeitsspiel**Abbildung 2.11:** Mehrfachspiel mit zwei Lastaufnahmemitteln

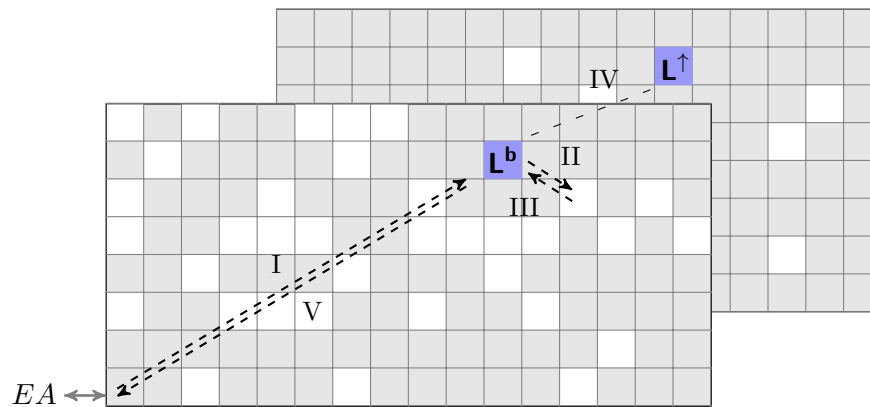
Abbildung 2.11 zeigt beispielhaft ein solches Arbeitsspiel für zwei Lastaufnahmemittel mit zwei Einlagerungen und zwei Entnahmen ( $EA-P_1-P_2-P_3-P_4-EA$ ). Während bei einem kombinierten Spiel mit einem Lastaufnahmemittel die Abfolge der einzelnen Fahranteile bei gegebenen Punkten  $P_1$  und  $P_2$  eindeutig ist (da die Einlagerung zuerst erfolgen muss), lassen sich bei Mehrfachspielen unterschiedliche Routen in der Regalfläche finden. Insbesondere bei mehr als zwei Lastaufnahmemitteln wächst die Anzahl der möglichen Bedienreihenfolgen an, und die Wahl der besten Route ist nicht mehr unmittelbar möglich.<sup>79</sup>

Die Suche nach dem bestmöglichen kombinierten Fahrspiel für gegebene Ein- und Auslagerungsaufträge lässt sich als Spezialfall des „Capacitated Traveling Salesman Problem with Pickups and Deliveries (CTSPPD)“<sup>80</sup> formalisieren. Durch die geringe Anzahl der Lastaufnahmemittel  $l$  (häufig zwei oder drei Stück) ist die Kapazität beschränkt. Es werden immer genau so viele Aufträge betrachtet, dass eine vollständige Tour resultiert ( $l$  Einlagerungen und  $l$  Auslagerungen). Entgegen dem allgemeinen Modell startet jede Tour mit  $l$  einzulagernden Ladeeinheiten, und es müssen nach Abschluss der Tour  $l$  definierte Ladeeinheiten zum Ausgangspunkt gebracht worden sein.

In einem doppeltiefen Lager kann der Fall eintreten, dass ein auszulagerndes Gut nicht unmittelbar zugänglich ist. Soll nun ein blockierter Ladungsträger  $L^\uparrow$  (also ein

<sup>79</sup>Vgl. [St10, S. 135 ff.].

<sup>80</sup>Vgl. [CM99, S. 2137]; [AB99, S. 657].



**Abbildung 2.12:** Einzelspiel mit Umlagerung im doppeltiefen Lager (in Anlehnung an: [Lip03, S. 21])

Ladungsträger im hinteren Fach eines Kanals, vor dem ein anderer Ladungsträger  $L^b$  steht) ausgelagert werden, muss zusätzlich ein Umlagerspiel (II und III) durchgeführt werden. Hierbei muss  $L^b$  in ein freies Fach der Regalgasse bewegt werden. Dieser Vorgang ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Um die Umlagerzeit gering zu halten, wird das freie Fach meist nicht zufällig gewählt, sondern in der aktuellen Umgebung gesucht.<sup>81</sup> Die Häufigkeit dieser Umlagerungen ist von besonderem Interesse bei der Ermittlung der Leistungsfähigkeit einer doppeltiefen Gasse.<sup>82</sup>

Bei einem Regalbediengerät, auf welchem zwei oder mehr Lastaufnahmen frei sind, kann zusätzlich eine schnellere Umlagerung erfolgen, indem der blockierende Ladungsträger  $L^b$  nur kurzfristig auf einem Lastaufnahmemittel aufgenommen wird, um anschließend sofort  $L^↑$  zu entnehmen.  $L^b$  kann daraufhin auf dem gewonnenen, freien Lagerplatz eingelagert werden.<sup>83</sup>

Die elementare Größe bei der Bewertung dieser Strategien ist die mittlere Spielzeit. Die mittlere Spielzeit bezeichnet die mittlere Dauer über alle möglichen Arbeitsspiele im Lager und kann als Referenzwert der erzielbaren Leistung herangezogen werden.<sup>84</sup> Eine ausführliche Diskussion der Definition und Berechnung der mittleren Arbeitsspielzeit nimmt Lippolt vor.<sup>85</sup>

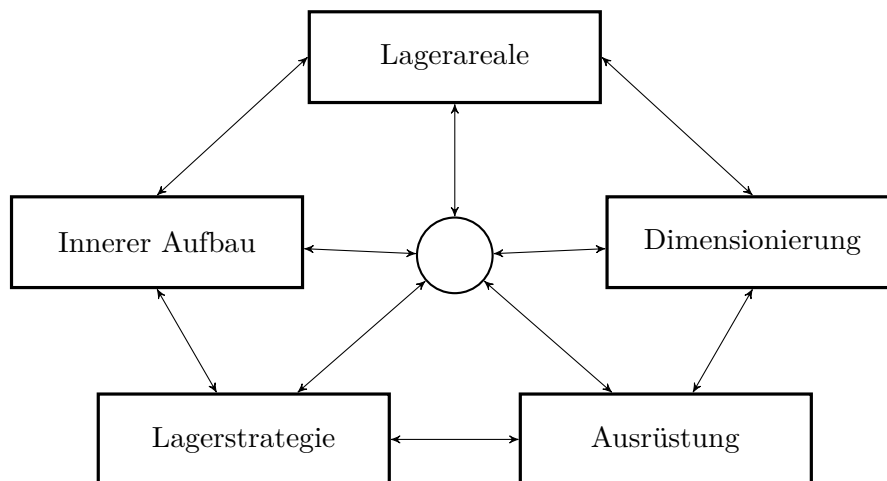
<sup>81</sup>Vgl. [Lip03, S. 144].

<sup>82</sup>Vgl. ebd., S. 119 ff.

<sup>83</sup>Vgl. [Gar97].

<sup>84</sup>Vgl. [GKS08, S. 15].

<sup>85</sup>Siehe [Lip03, S. 47–51].



**Abbildung 2.13:** Hauptprobleme der Lagerplanung (Quelle: [GGM10, S. 540])

## 2.3 Das Problem der integrierten Lagerplanung

Die zentrale Aufgabe der Lagerplanung lässt sich als die Sicherstellung einer ausreichenden Nutzbarkeit des Lagers bei kleinstmöglicher Kapazität beschreiben.<sup>86</sup> Diese Zielstellung berücksichtigt weder eine befristete Zeit für die Suche nach einer Lösung noch eine Minimierung der Kosten für die Realisierung des Lagers<sup>87</sup> oder für dessen Betrieb. Schaab differenziert die benötigte Kapazität als den Bestand und die erforderliche Umschlagsmenge und stellt diese als elementare Größen für die Planung eines automatischen Lagers heraus.<sup>88</sup> Weiterhin beschreibt er die Abhängigkeit der Umschlagsleistung des Lagers von der Anzahl der berücksichtigten Regalbediengeräte und ihren kinematischen Eigenschaften als zentrales Element der Lagerplanung.<sup>89</sup> Die Planung eines Lagers wird daher als „die Suche nach einer technisch realisierbaren Lösung zu minimalen Kosten, welche sowohl ausreichend Stellplatz als auch Umschlagskapazität in ausreichender Form sicherstellt und alle wesentlicher Einflussgrößen und Restriktionen berücksichtigt“, definiert.

Die Probleme, die bei der Planung zu berücksichtigen sind, werden häufig in die fünf Kernbereiche aufgegliedert,<sup>90</sup> welche in Abbildung 2.13 dargestellt sind. Diese Bereiche sind die Dimensionierung, der innere Aufbau des Lagers, die Bildung von Lagerbereichen und die Selektion der Ausrüstung unter Beachtung der Lagerstrategie.

<sup>86</sup>Siehe [AF09, S. 177].

<sup>87</sup>Siehe [VDI2385, S. 2].

<sup>88</sup>Vgl. [Sch68, S. 5].

<sup>89</sup>Vgl. ebd.

<sup>90</sup>Siehe [GGM10, S. 540]; siehe [CDT13, S. 248].

Die Dimensionierung beschreibt hierbei die Spezifikation der Kapazität, die durch das Lager bereitzustellen ist.<sup>91</sup> Bei der Erweiterung oder der Umplanung eines bestehenden Lagers kann meist auf Erfahrungswerte zu Bestands- und Umschlagsanforderungen zurückgegriffen werden. Bei Neuplanungen oder der Zusammenführung von getrennten Lagern zu einem Zentrallager ist dies nicht zwangsläufig der Fall. Auf die Anforderungen zur Ermittlung dieser Werte wird in Abschnitt 2.3.1 eingegangen. Die Dimensionierung ist eng mit der Selektion der Ausrüstung verknüpft, welche in diesem Kontext die Bestimmung der zu verwendenden Ladungsträger zur Bildung von Lagereinheiten beschreibt.<sup>92</sup>

Die Ermittlung der benötigten Lagerareale bezieht sich meist auf die Trennung des Systems in Lager- und Kommissionierbereiche, deren Anordnung und Größe sowie auf die Analyse des Materialflusses zwischen diesen Bereichen.<sup>93</sup> In dieser Arbeit wird die Planung des automatischen Lagerbereiches fokussiert, daher wird die Gestaltung möglicher anderer Lagerareale als gegeben oder dem automatischen Lagerbereich nachrangig angenommen. Als ein Lagerareal wird stattdessen ein homogenisiertes Areal im Lager betrachtet, welches einheitliche Ladungsträger enthält.<sup>94</sup>

Der innere Aufbau des Lagers beschreibt die detaillierte Gestaltung des Lagers (siehe Abschnitt 2.2.1). Insbesondere die Anzahl der Gassen und die Abmessungen der einzusetzenden Regale müssen bestimmt werden.<sup>95</sup> Der innere Aufbau ist ebenfalls eng mit der Auswahl der Ausrüstung verzahnt, welche durch die Selektion der Regalbediengeräte spezifiziert wird. Diese müssen kompatibel mit den im Rahmen der Dimensionierung zu wählenden Lagereinheiten sein. Dieser Problembereich wird im Weiteren auch als Layoutplanung bezeichnet<sup>96</sup> und in Abschnitt 2.3.3 erläutert.

Alle dargestellten Problembereiche sind abhängig von den Strategien (siehe Abschnitt 2.2.2), mit welchen das automatische Lager betrieben wird. Im Weiteren wird durchgängig von einer Zonierung des Lagers ausgegangen. Der Fall einer chaotischen Belegungsstrategie lässt sich als Spezialfall durch die Begrenzung auf eine einzelne Zone betrachten. Eine Festplatzlagerung wurde bereits wegen der schlechten Raumnutzung<sup>97</sup> und mangelnden Relevanz<sup>98</sup> im automatischen Lager ausgeschlossen. Auf die Anforderungen der Zonierung wird in den folgenden Abschnitten eingegangen. Die vorgestellten Bewegungsstrategien wirken durch ihren Einfluss auf die Umschlagsleistung des Lagers insbesondere auf die Gestaltung des inneren Aufbaus.

---

<sup>91</sup>Vgl. [AFI08, S. 657].

<sup>92</sup>Vgl. [Gud10, S. 389].

<sup>93</sup>Vgl. [PW89, S. 986]; [GGM10, S. 540].

<sup>94</sup>Eine vergleichbare Betrachtung findet sich in [GKS92].

<sup>95</sup>Vgl. [GGM10, S. 541].

<sup>96</sup>Vgl. [Kra11, S. 24].

<sup>97</sup>Vgl. [Sch98, S. 569].

<sup>98</sup>Vgl. [Wan10, S. 317].



Es wird deutlich, dass es kaum möglich ist, die dargestellten Problemfelder getrennt voneinander zu bearbeiten. Aus diesem Grund wird von einer integrierten Planung gesprochen, welche die Wechselwirkungen der festzulegenden Variablen berücksichtigt.<sup>99</sup>

### 2.3.1 Dimensionierung von Lageranlagen

Eine fehlerhafte Ermittlung der benötigten Kapazitäten kann zu einem Lager führen, das signifikant über- oder unterdimensioniert ist. Ein zu kleines Lager resultiert in operativen Problemen, da eingehende Güter nicht adäquat bereitgestellt werden können. Ein zu großes Lager ist ebenfalls nicht wünschenswert, weil es neben unnötigen Investitions- und Betriebskosten gegebenenfalls dazu verleitet, zu hohe Bestände aufzubauen, und somit zusätzlich zu vermeidbaren Kapitalbindungskosten führt.<sup>100</sup> Selbiges lässt sich auf eine falsche Dimensionierung der Umschlagsleistung übertragen. Während zu umschlagsstark dimensionierte Fördermittel lediglich unnötig Kapital binden, führt eine zu niedrige Dimensionierung der Umschläge zu einer übermäßigen Belastung der Vorzone oder stört den gesamten Lagerbetrieb.

#### 2.3.1.1 Dimensionierung des Umschlags in heterogenen Umgebungen

Um eine adäquate Auslegung der Leistungsfähigkeit des Lagers durchzuführen, bedarf es einer Quantifizierung der zu erwartenden ein- und ausgehenden Lagerbewegungen. Dies gilt insbesondere für die Planung automatischer Lageranlagen, da eine Fehlplanung neben möglichen Störungen des Betriebs zu hohen Kosten für eine Änderung der Lagergestaltung führt.<sup>101</sup> Die Anzahl der Ein- und Auslagerungen je Zeiteinheit, die ein Lager durchführen kann, wird nach FEM 9.851 als Umschlagsleistung definiert.<sup>102</sup> Der Umschlag lässt sich unmittelbar von der mittleren Spielzeit in Relation zu einer Zeitspanne (im Allgemeinen einer Stunde) ermitteln.<sup>103</sup>

Schaab betrachtet als erforderliche Umschlagsleistung für ein automatisches Palettenlager die Anzahl der Ein- und Auslagerungen pro Tag.<sup>104</sup> Dies ist eine grobe Annahme, da innerhalb eines Tages Umschlagsschwankungen vorliegen und sich lange Warteschlangen bilden können. Es ist zwar durch eine entsprechend dimensionierte Pufferfläche vor dem Lagerbereich eine Glättung der Zu- und Abgangsströme möglich,<sup>105</sup> diese Flächen haben jedoch meist einen schlechteren Nutzgrad als der eigentliche Lagerbereich und sind mit zusätzlichen Kosten verbunden.<sup>106</sup>

---

<sup>99</sup>Vgl. [GAU11, S. 31].

<sup>100</sup>Vgl. [Hud98, S. 20].

<sup>101</sup>Vgl. [GKS92, S. 12].

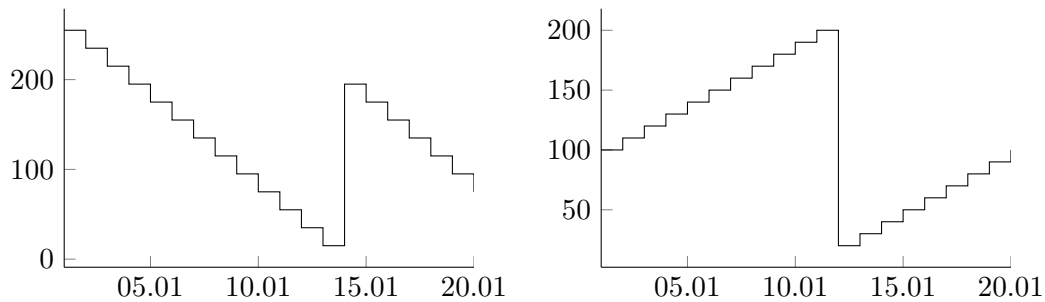
<sup>102</sup>Vgl. [Jün70, S. 111]; [FEM9851, S. 3].

<sup>103</sup>Vgl. [Bau85, S. 103].

<sup>104</sup>Siehe [Sch68, S. 38].

<sup>105</sup>Siehe [Bau85, S. 27].

<sup>106</sup>Siehe [Sch08, S. 11].



**Abbildung 2.14:** Sägezähne bei kontinuierlichem Abbau mit schubweisem Nachschub (links) und kontinuierlichem Aufbau und schubweiser Auslagerung (rechts) der Bestände bei Verbrauch und Produktion

Betrachtet man das Lager weiterhin als Input-Output-System (siehe Abschnitt 2.1), lässt sich die benötigte Umschlagskapazität anhand der ein- und ausgehenden Materialflüsse ableiten. Im Fall einer Lagerhaltung in einem Umfeld mit bekannten, fixen Kosten und gleichmäßigen Bedarfen ergibt sich im Allgemeinen ein kontinuierlicher Abgang aus dem Lager, welcher schubweise durch Anlieferungen ausgeglichen wird. In einem Lager, das Erzeugnisse für die Abholung bereithält, gilt das Umgekehrte (siehe Abbildung 2.14). Der eingehende Materialstrom muss folglich keinesfalls dem ausgehenden Materialstrom gleichen. Analog muss die Anzahl der eingehenden Spiele in einer Periode nicht der Anzahl der ausgehenden Spiele gleichen.<sup>107</sup>

Bauer argumentiert, dass die Umschlagsanforderung eines Lagers nicht als zeitkonstanter Wert betrachtet werden kann, da sie neben sich wiederholenden (saisonalen) Schwankungen auch kurzfristige Lastspitzen aufweisen kann.<sup>108</sup> So können neben exogenen Faktoren wie Lieferzeiten und der Nachfrage unternehmensspezifische Einflüsse wie Schichtwechsel und Pausenzeiten sowie der innerbetriebliche Materialfluss zusätzliche Schwankungen im Umschlagsverhalten des Lagers hervorrufen. Derartige Schwankungen werden im Folgenden als dynamische Heterogenität bezeichnet.

Neben dieser Form wechselhaften Umschlagsverhaltens einzelner Artikel lässt sich feststellen, dass ebenfalls ein hoher Grad an Heterogenität zwischen den Artikeln herrscht.<sup>109</sup> Es wird häufig von einem Pareto-Effekt gesprochen, bei welchem 80 % der Umschlagsaktivitäten von 20 % der gelagerten Artikel hervorgerufen werden.<sup>110</sup> Auf Basis dieser Heterogenität lässt sich eine spielzeitverkürzende Wirkung der betrachteten Zonierung antizipieren.<sup>111</sup>

<sup>107</sup>Vgl. [Sch68, S. 39]; [Gud73, S. 170 f.]; [Lip03, S. 55].

<sup>108</sup>Vgl. [Bau85, S. 25 ff.].

<sup>109</sup>Siehe [Sch08, S. 84].

<sup>110</sup>Vgl. [Row93, S. 98]; [Mar99, S. 6]; [Kra11, S. 48].

<sup>111</sup>Vgl. [Sch98, S. 569].

Im Rahmen der Umschlagsdimensionierung ist zu ermitteln, welche Umschlagsleistung das Lagersystem eingehend und ausgehend erbringen muss, um Lastspitzen mit einer definierten Wahrscheinlichkeit  $SG^\dagger$  abzufangen. Die dynamische Heterogenität der Güter untereinander ist hierbei durch eine geeignete Gruppierung in Teilmengen von Artikeln mit vergleichbarem Verhalten zu homogenisieren.

### 2.3.1.2 Dimensionierung des Bestands in heterogenen Umgebungen

Die Anzahl der benötigten Stellplätze im Lager ist davon abhängig, welche Lagerhilfsmittel Verwendung finden, um Lagereinheiten zu bilden.<sup>112</sup> In automatischen Lagern kommen aufgrund der benötigten Kompatibilität zur Fördertechnik für große Lagergüter meist Paletten und Gitterboxen, für kleine Artikel standardisierte Kleinbehälter zum Einsatz.<sup>113</sup> Ein heterogenes Sortiment<sup>114</sup> führt dazu, dass gegebenenfalls keine Festlegung auf einen einzelnen Ladungsträger möglich ist, sondern unterschiedliche Ladungsträger eingesetzt werden müssen. Dieses Auftreten von Gütern unterschiedlicher Abmaße wird im Weiteren als statische Heterogenität bezeichnet.

Sollen Güter teils in Kleinladungsträgern und teils palettiert gelagert werden, ist getrennt zu ermitteln, wie viele Stellplätze für das Paletten- und automatische Kleinteilelager benötigt werden. In automatischen Systemen ist es nicht möglich, beliebige unterschiedliche Ladungsträger mit den gleichen Lastaufnahmemitteln zu bedienen,<sup>115</sup> daher muss für fast jeden Ladungsträger ein unabhängiger Bereich dimensioniert werden. Jeder Artikel ist hierbei eindeutig einem Ladungsträger zuzuordnen, mit dem der Artikel in das Lager eingebracht, gelagert und wieder entnommen wird.<sup>116</sup>

Neben der Form und dem Umschlag der zu lagernden Güter lässt sich eine Heterogenität in ihrem Bestandsverhalten feststellen. Arnold spricht hierbei von inkonstanten Bestandsverläufen und stochastisch verteilten Beständen.<sup>117</sup> Diese Schwankung werden ebenfalls der dynamischen Heterogenität zugeordnet. Insbesondere in Umgebungen mit häufigen Sortimentswechseln, wie beispielsweise dem elektronischen Handel, lassen sich Trends erkennen, die eine Bestandsermittlung erschweren. So wird die Anlieferungsmenge pro Produkt tendenziell kleiner, die Größe des Artikelspektrums steigt jedoch.<sup>118</sup>

---

<sup>112</sup>Vgl. [AFI08, S. 659].

<sup>113</sup>Ausführliche Darstellungen möglicher Lagerhilfsmittel finden sich zum Beispiel in ([Mar04, S. 67 ff.]; [Gud10, S. 419]; [St10, S. 21]).

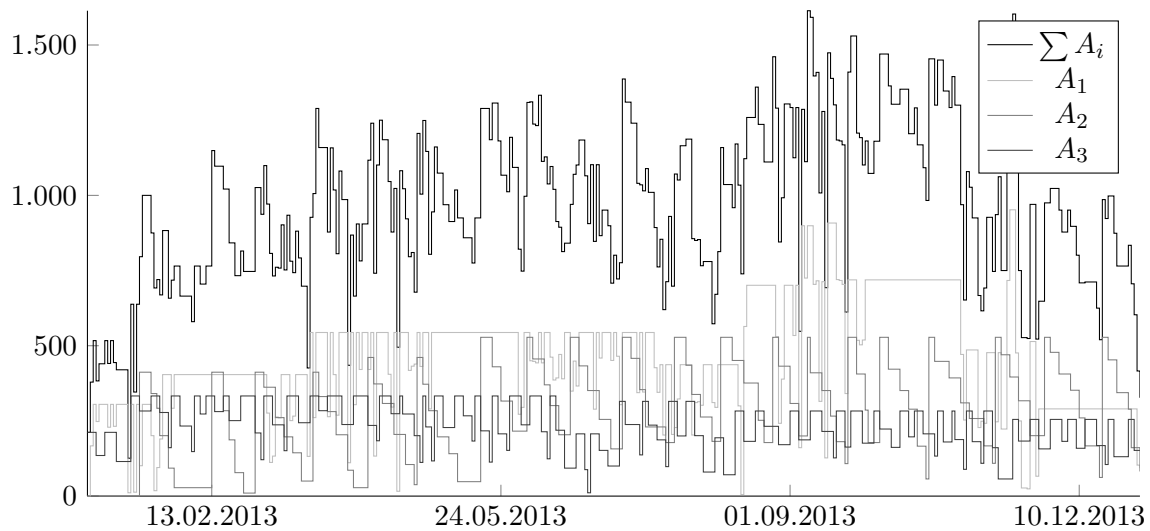
<sup>114</sup>Gudehus bezieht sich bei der Verwendung des Begriffes „heterogenes Lagersortiment“ auf die Abmessungen der Lagereinheiten, die Verwendung finden (siehe [Gud10, S. 569]).

<sup>115</sup>Vgl. [AFI08, S. 666 f.].

<sup>116</sup>Die Betrachtung wird ausschließlich für die sortenreine Lagereinheitenbildung durchgeführt. Jeder Ladungsträger kann zum gleichen Zeitpunkt nur eine Sorte von Artikeln (diesen Artikel aber mehrfach) aufnehmen. Es wird außerdem vereinfachend angenommen, dass jeder Artikel und jeder Ladungsträger quaderförmige Abmaße hat.

<sup>117</sup>Siehe [AF09, S. 175].

<sup>118</sup>Siehe [See06, S. 37].

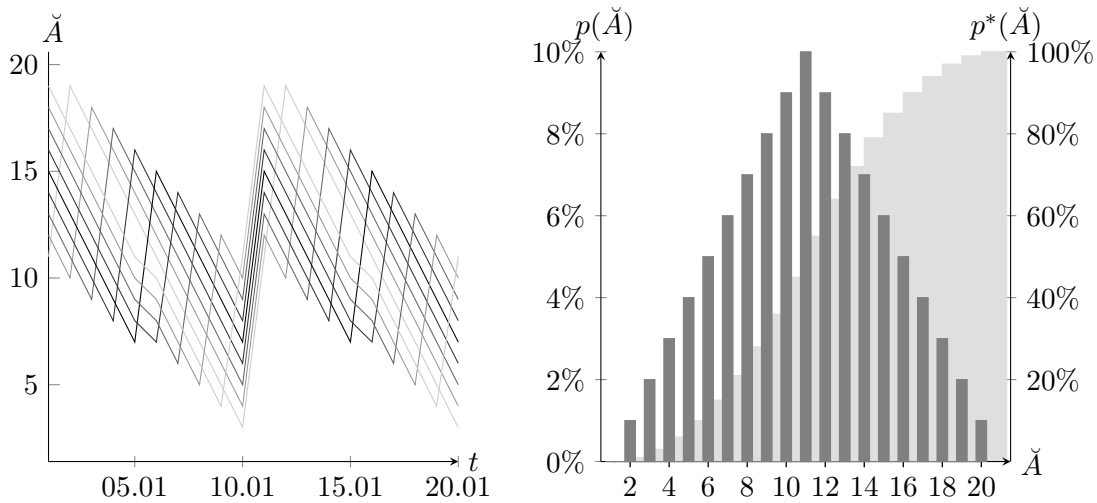


**Abbildung 2.15:** Aggregation der Lagerbestandsverläufe dreier unabhängiger Artikel

Abbildung 2.15 zeigt am Beispiel dreier Artikel die jeweils getrennt betrachtet ein vergleichsweise stabiles, sägezahnförmiges Verhalten aufweisen, das Problem, einen allgemeingültigen Lagerbestand festzulegen. Aggregiert man die Bestandsverläufe, wird deutlich, dass die Schwankungen sich häufig nicht aufheben, sondern zu schwer vorhersehbaren Bestandsspitzen ergänzen. Erweitert man die Betrachtung zusätzlich um wechselnde Sortimente und saisonale Einflüsse für einzelne Produkte oder Produktgruppen, verdeutlicht sich die Problematik, den benötigten Lagerbestand über das gesamte Artikelspektrum hinweg adäquat zu beziffern.

Nimmt man weiterhin an, dass die Bestände  $\check{A}$  der zu lagernden Artikel statistisch unabhängig sind, genügt es nicht, die kumulierten historischen Verläufe zu betrachten, um eine Aussage über die zu erwartenden Bestandsspitzen zu treffen. Vielmehr resultiert eine Menge möglicher Bestandsverläufe. Unterstellt man zwei gleiche, homogene, aber statistisch unabhängige Sägezahnverläufe (vgl. Abbildung 2.14), die sich überlagern, kann jeder der in Abbildung 2.16 dargestellten Bestandsverläufe eintreten. Ermittelt man die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Bestände  $p(\check{A})$ , wird deutlich, dass besonders hohe Bestandsspitzen mit einer niedrigeren Wahrscheinlichkeit auftreten als geringere Bestände. In Abhängigkeit von einem Sicherheitsfaktor  $\check{S}G$ , der angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die resultierenden Bestände abgedeckt werden müssen, ist die benötigte Lagergröße abzuleiten.

Eine integrierte Ermittlung der Bestände lässt sich wie folgt zusammenfassen: Unter der Annahme einer Menge zu lagernder Artikel mit dynamisch heterogenem Verhalten sowie untereinander statistischer Unabhängigkeit ist der Bestand zu ermitteln, der mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\check{S}G$  nicht überschritten wird. Der Bestand resultiert



**Abbildung 2.16:** Mögliche Bestandsverläufe für zwei aggregierte, statistisch unabhängige Artikel (links) sowie die resultierende diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\check{A})$  und kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p^*(\check{A})$  für den abzusichernden Bestand (rechts)

hierbei aus der Zeitspanne zwischen Ein- und Auslagerung, welche unmittelbar aus dem Umschlagsverhalten des Artikels abzuleiten ist. Die statische Heterogenität der Artikel zueinander ist hierbei durch die Selektion und Berücksichtigung geeigneter Ladungsträger zu homogenisieren.

### 2.3.2 Integrierte Dimensionierung im heterogenen Umfeld

Das Ziel der Dimensionierung lässt sich, wie vorangehend beschrieben, als Homogenisierung der statischen und dynamischen Heterogenität eines Artikelspektrums und darauf folgend der Ableitung der Kerngrößen Bestand sowie eingehender und ausgehender Umschlag zusammenfassen. Die Problemstellung einer integrierten Dimensionierung im heterogenen Umfeld lässt sich darauf aufbauend wie folgt formalisieren.

Für eine Menge Artikel  $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$  mit bekannten eingehenden  $A^\downarrow$  und ausgehenden  $A^\uparrow$  Materialflüssen sowie Abmessungen  $A^x, A^y, A^z$  und eine gegebene Menge möglicher Ladungsträger  $\mathcal{L}$  mit der Größe  $L = \langle L_x, L_y, L_z \rangle$  ist eine Menge Gruppen  $\mathcal{C}$  zu bilden. Diese Gruppen sollen eine in sich statisch und dynamisch möglichst homogene Struktur aufweisen. Die Gruppen untereinander dürfen dynamisch oder statisch heterogen (oder beides) sein.

Die Menge der gewählten Ladungsträger zu Artikel-Kombinationen wird hierbei unabhängig vom spezifischen Artikel als Ladungseinheitenmenge bezeichnet. Eine Ladungseinheitenmenge zeichnet sich durch die Zuordnung mehrerer Artikel mit vergleichbaren Abmaßen zu einem spezifischen Ladungsträger und somit die Möglichkeit der gemischten

Lagerung im gleichen Lagerbereich aus. Eine große Anzahl unterschiedlicher Ladungsträger führt somit zu einer großen Anzahl getrennter Lagerbereiche. Die Zielsetzung der Dimensionierung kann daher auch als die Suche nach der minimalen Anzahl benötigter dedizierter Lagerbereiche bei einer möglichst hohen Nutzung der Ladungsträgerkapazität und einer maximalen Homogenisierung der statischen Heterogenität beschrieben werden.

Für jeden so bestimmten Lagerbereich sind darauf folgend (Artikel-)Gruppen  $\mathcal{C}$  vergleichbaren dynamischen Verhaltens zu bilden. Analog zur Bildung der Ladungseinheitenmengen ist eine möglichst kleine Menge Gruppen zu definieren, die eine ausreichende Homogenität innerhalb der Gruppen sicherstellt.

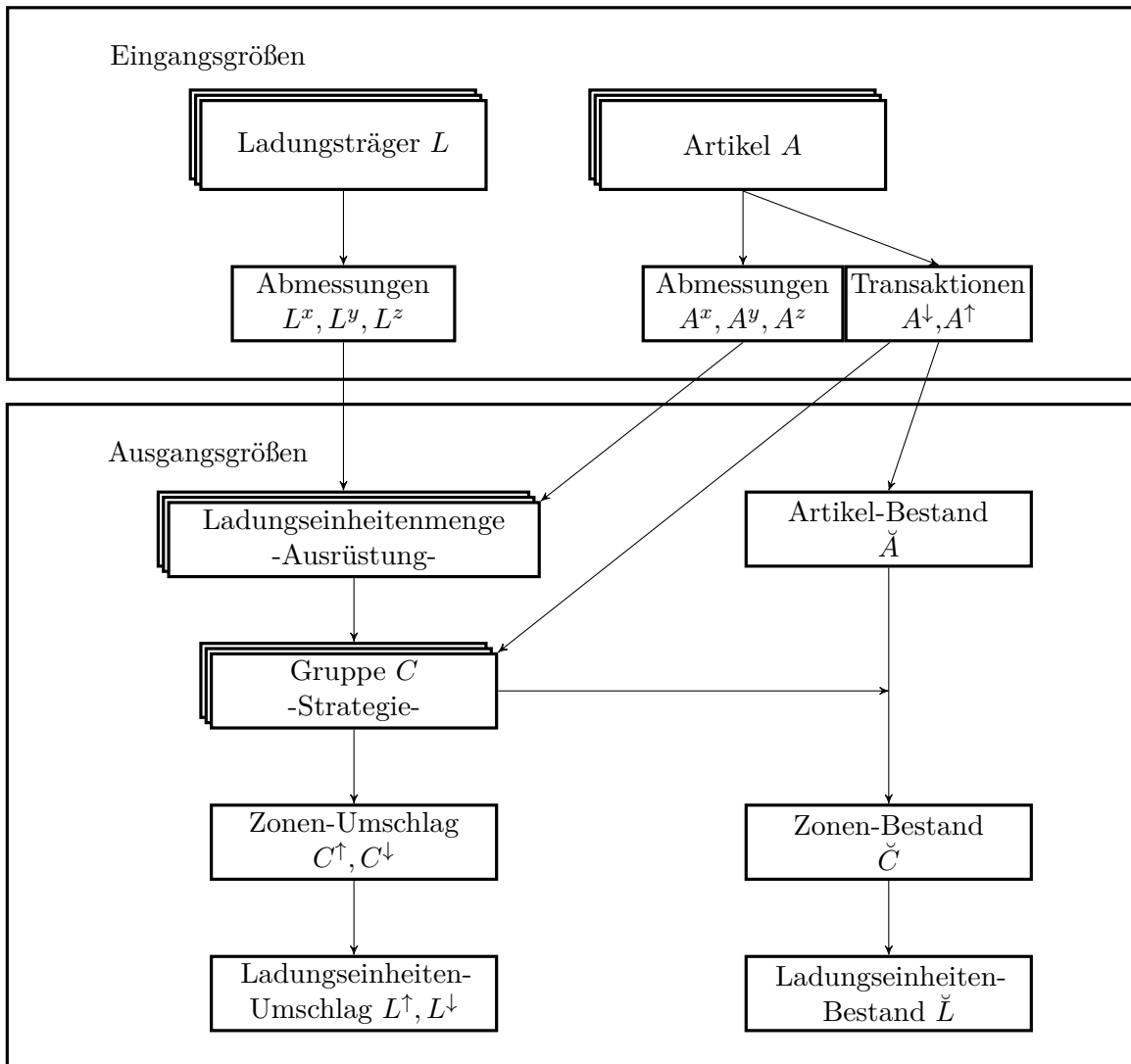
Für jede Gruppe und jeden gewählten Ladungsträger sind schließlich für gegebene, parametrisierbare Sicherheiten  $\check{S}G, SG^\uparrow$  der zu erwartende Bestand  $\check{C}$  sowie die getrennt betrachteten eingehenden  $C^\downarrow$  und ausgehenden  $C^\uparrow$  Umschläge unter der Annahme stochastischer Unabhängigkeit der in der Gruppe zusammengefassten Artikel für die oben dargestellten Problemstellungen abzuleiten. Die vorgestellten Zusammenhänge sind in Abbildung 2.17 zusammengefasst.

### 2.3.3 Integrierte Layoutplanung im heterogenen Umfeld

Auf Basis der gewählten Ladungsträger und der ermittelten Anforderungen der einzelnen Bedarfsgruppen ist das kostenminimale Lagerlayout zu ermitteln, welches die gestellten Anforderungen erfüllt. Die Bereiche des Lagers sind bereits durch die Dimensionierung definiert, es verbleibt jedoch eine Vielzahl festzulegender Variablen, die in Abbildung 2.18 zusammengefasst sind.

Für jeden Bereich des Lagers ist zu bestimmen, wie viele Gassen benötigt werden, um sowohl den Bestand wie auch den benötigten Umschlag zu decken. Für jede Gasse muss festgelegt werden, ob diese einfach- oder doppeltief gestaltet werden soll. Es wird gefordert, dass alle Gassen eines Lagerbereiches die gleiche Höhe und Länge haben müssen. Diese Restriktion ist hauptsächlich einer möglichst einfachen Integration des Lagers in die Gesamtkonzeption des Werks/Distributionszentrums geschuldet, da ein quaderförmiges Objekt weniger Konfliktpotenzial zu anderen Gebäudebereichen liefert. Die Form  $\chi^G$  für jeden Lagerbereich muss entsprechend den Anforderungen und möglichen Größenrestriktionen des Lagers bestimmt werden. Unterschiedliche Lagerbereiche dürfen unterschiedliche Gestalt haben (vgl. Abbildung 2.3). Zusätzlich muss für jede Gasse die Struktur des Regalbaus ermittelt werden. Die Anzahl der Ladungsträger pro Träger ist zu bestimmen, um die Anzahl der benötigten Rahmen einzubeziehen und die Kosten für die Regale zu ermitteln.

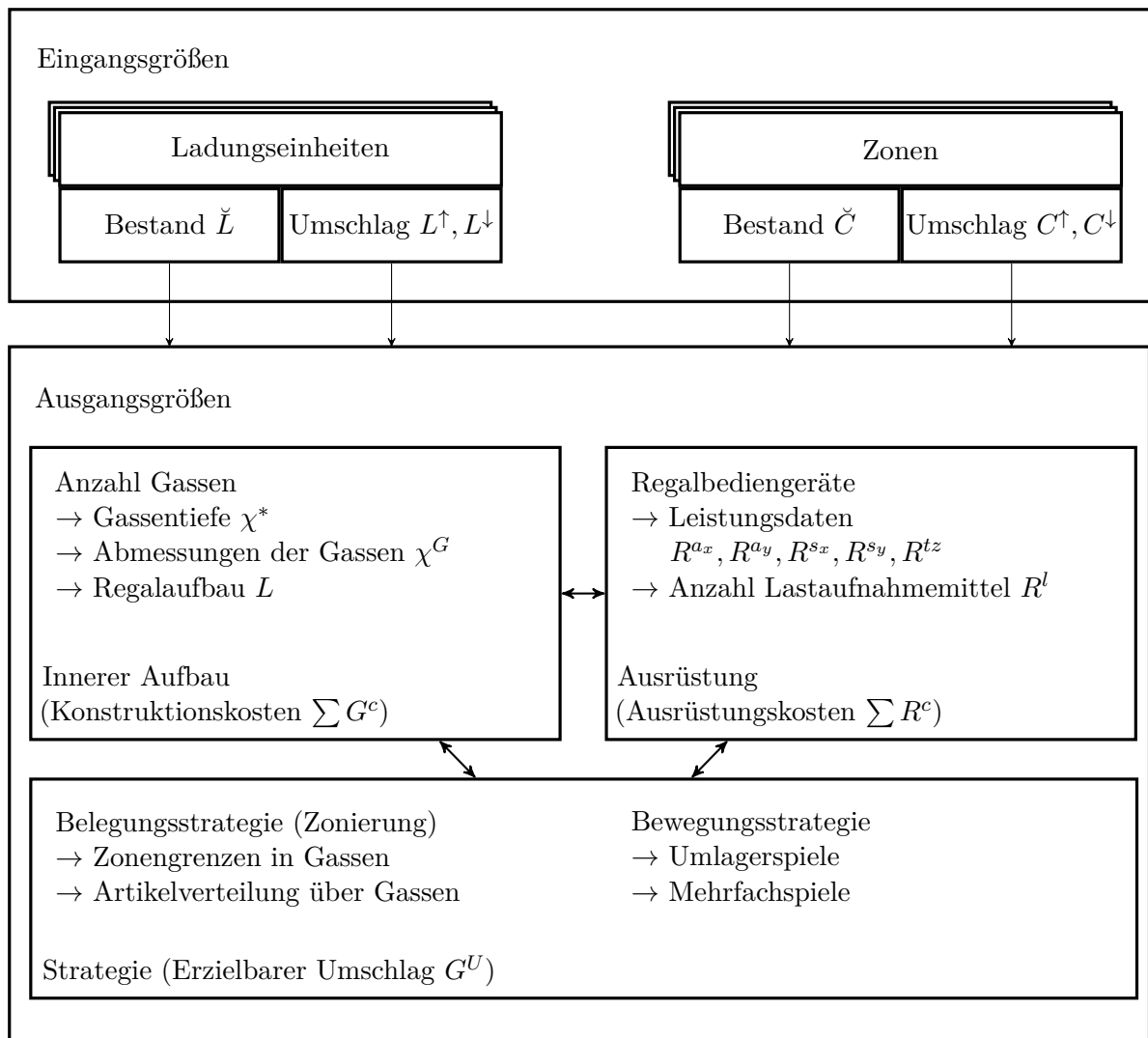
Für jede Gasse ist das Regalbediengerät auszuwählen, welches die benötigte Umschlagsleistung zu minimalen Kosten  $R^c$  erzielen kann. Die kinematischen Eigenschaften (Beschleunigung und Maximalgeschwindigkeit) des Vertikal- und Horizontalmotors des Regalbediengerätes sind hierbei zu beachten. Weiterhin können Regalbediengeräte mit



**Abbildung 2.17:** Übersicht über die Ein- und Ausgangsgrößen im Rahmen der Dimensionierung

mehreren Lastaufnahmen  $R^l \geq 2$  ausgestattet sein und hiermit weitere Umschlagsvorteile erzielen, sie verursachen jedoch höhere Investitionskosten. Unterschiedliche Lastaufnahmen haben weiterhin unterschiedliche Handhabungszeiten  $R^{tz}$ .

Eine Zonierung der Gassen macht es notwendig, die Lagerfelder der Regale eindeutig den definierten Bedarfgruppen zuzuordnen. Dies hat so zu erfolgen, dass die erwartete Umschlagsleistung maximiert wird. Konstruiert man beispielsweise ein System mit zwei sich genau gegenläufig verhaltenden Artikelgruppen (A, B) und einer neutralen Gruppe (C) (gleicher Zugangs- und Abgangstrom), ist eine Zonierung sinnvoll, wie in Abbildung 2.19 dargestellt. Insbesondere in Lagern mit getrennten Übergabepunkten (siehe Abschnitt



**Abbildung 2.18:** Übersicht über die Ein- und Ausgangsgrößen im Rahmen der Layoutplanung

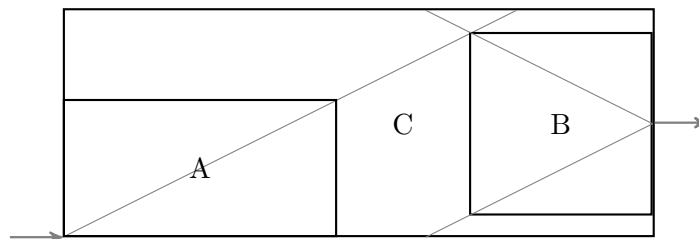
2.2.1.4) und mit ungleichmäßigen Materialströmen lässt sich die optimale Zonierung jedoch nicht unmittelbar ableiten.<sup>119</sup>

Neben der Zonierung innerhalb der Gasse ist es möglich, dass eine Ungleichverteilung der Bedarfsgruppen über die Gassen zur Verbesserung der globalen Lösung führt. So ist zu untersuchen, ob die Bildung gezielter (zum Beispiel doppeltiefer) Langsamläufergassen mit günstigen Regalbediengeräten und Schnellläufergassen (zum Beispiel mit Mehrfachlastaufnahmen) vorteilhaft ist.

Die Ermittlung der erwarteten Umschlagsleistung eines Regalbediengerätes in unterschiedlichen Gassenkonfigurationen stellt ein weiteres Problem dar. So lässt sich die

<sup>119</sup>Vgl. [LB01, S. 324].





**Abbildung 2.19:** Einteilung der Zonen bei ungleichmäßigem Zu- und Abgangsverhalten und gegenüberliegenden, vertikal versetzten Übergabepunkten

Leistung eines Regalbediengerätes in einer definierten Regalkonfiguration nicht trivial ableiten. Die Berücksichtigung mehrerer beeinflussender Größen und Strategien zur selben Zeit ist aber Ziel dieser Arbeit. So muss zum einen der Einfluss der Zonierung beachtet werden. Zum anderen müssen die Auswirkungen aller anderen Parameter wie eine Trennung der Übergabepunkte und die Notwendigkeit und Dauer von Umlagerspielen im Doppeltiefleger einbezogen werden. Wie in Abschnitt 2.2.2.2 dargestellt, erhöhen Mehrfachspiele und Schnellumlagerungen durch Mehrfachlastaufnahmen unter einer Routenoptimierung für jede einzelne Fahrfolge die Leistungsfähigkeit, aber auch die Komplexität bei der Bestimmung der erwarteten Leistungsfähigkeit.

Während die Dimensionierung in aufeinanderfolgenden Schritten durchführbar ist, lässt sich im Rahmen der Layoutoptimierung nahezu keine Variable ohne Rücksicht auf das Gesamtsystem manipulieren. So ist es nicht möglich, zunächst die beste Anzahl der benötigten Gassen zu bestimmen und anschließend für diese das günstigste Regalbediengerät zu wählen, da jede einzelne Gasse erst durch ein spezifisches Regalbediengerät unter der den Parametern entsprechenden Strategie leistungsmäßig bewertbar ist. Aufgrund der komplexen Spielzeitkalkulation und der vielen Freiheitsgrade ist die Suche nach der optimalen Gesamtkonfiguration ein nichtlineares, unstetiges, mehrdimensionales und gemischt ganzzahliges Optimierungsproblem.<sup>120</sup>

### 2.3.4 Wechselwirkung zwischen Dimensionierung und Layoutplanung

Im Rahmen der Dimensionierung müssen Auswirkungen auf das Lagerlayout bereits frühzeitig antizipiert werden. Es lässt sich feststellen, dass eine rein dedizierte Untersuchung dieser beiden Teilbereiche sich nicht ohne Fehler durchführen lässt. So führt im Rahmen der statischen Homogenisierung eine große Anzahl definierter Lagerbereiche zwangsläufig zu einer hohen Anzahl getrennter Gassen. Bei der unterstellten Struktur eines automatischen Lagers mit je einem Regalbediengerät pro Gasse kann dies zu

<sup>120</sup>Vgl. [EGM04, S. 4776]; [GAU11, S. 126].

hohen Kosten für diese Geräte bei gleichzeitig schlechter Auslastung und somit zu global suboptimalen Ergebnissen führen.

Eine entkoppelte Homogenisierung der Umschläge lässt sich ebenfalls nicht vornehmen. Viele Zonen innerhalb eines Lagerbereiches führen zu erhöhten Kapazitätsbedarfen für Stellplätze und Umschläge, da Ausgleichseffekte zwischen den Artikeln unterschiedlicher Zonen entfallen. Den Grenzwert für jeden Artikel eine Zone zu definieren, entspricht genau einer Festplatzlagerung mit folglich schlechter Raumnutzung und hohen Kosten. Die optimale Anzahl der Zonen lässt sich daher ohne einen Bezug zur Layoutplanung und zu den damit zu ermittelnden Leistungen und Kosten nicht ermitteln.

Neben den dargestellten Hauptproblemen existieren weitere praxisnahe Problemstellungen. So lassen sich beispielsweise eine begrenzte Zuverlässigkeit der technischen Ausrüstung (insbesondere der Regalbediengeräte) und die Forderung nach einer hohen technischen Verfügbarkeit einbeziehen. Es folgt, dass eine Querverteilung der Artikel über mehrere Gassen des gleichen Typs notwendig wird.<sup>121</sup> Implikationen dieser Problematik sind möglicherweise alternativ gebildete Ladungseinheitenmengen und folglich andere Lagerbereiche. Die Verteilung der Artikel über die Gassen der gleichen Bereiche hinweg muss ebenfalls angepasst werden, um diese Forderung zu erfüllen.

---

<sup>121</sup>Vgl. [Pfo10, S. 123].

## 3 Stand der Forschung

Im Rahmen dieses Kapitels wird ein Überblick über den Stand der Forschung zur Planung von automatischen Hochregallagersystemen gegeben. Das Kapitel gliedert sich analog zur Problemstellung in Kapitel 2. Zunächst werden die Anforderungen an das Lager ermittelt. Basierend auf diesen Anforderungen, werden Ansätze zur Bestimmung eines kostenoptimalen Layouts vorgestellt.

Ein Lager lässt sich nicht effektiv planen, wenn nicht bekannt ist, welche Anforderungen an das Lager gestellt werden. Daher wird in Abschnitt 3.1 zunächst eine Übersicht über bestehende Verfahren zur Ermittlung der zu bewältigenden Bestände und Umschläge gegeben.

Es ist vergleichsweise einfach, ein potenzielles Lagerlayout auf gegebene Kapazitätsanforderungen zu prüfen, da keine dynamischen Faktoren bei der Berechnung einbezogen werden müssen. Die Kalkulation der realisierbaren Umschläge ist häufig wesentlich aufwendiger. Viele Autoren beschäftigen sich daher in ihren Arbeiten mit der analytischen Ermittlung der in automatischen Lagersystemen realisierbaren Umschlagsleistung und leiten funktionale Zusammenhänge her, um die Kalkulation von Leistungskennzahlen zu vereinfachen. Weiterhin wird regelmäßig angestrebt, mittels Simulation allgemeingültige Aussagen zur Leistungsfähigkeit bestimmter Konfigurationen und Strategien eines Lagers zu ermitteln. Ein Überblick über die Arbeiten in diesem Forschungsfeld, beginnend bei der Berechnung der Umschlagsleistung in einfachtiefen Lagern ohne Zonierung bis hin zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit mehrfachtiefer Lager, mehrerer Lastaufnahmemittel und zur Beachtung spielzeitsenkender Strategien, wird in Abschnitt 3.2 gegeben.

Die Idee, die Planung eines Hochregallagers und die Suche nach einem gültigen oder optimalen Lagerlayout strukturiert durchzuführen und durch den Einsatz von Computersystemen und Algorithmen zu unterstützen, beschäftigt Forscher und Praktiker schon seit vielen Jahren. Die Literatur in diesem Bereich wird in Abschnitt 3.3 kategorisiert und beschrieben.

Als Abschluss jeden Teilkapitels werden die vorgestellten bestehenden Ansätze und Konzepte in Bezug zu den in Kapitel 2 beschriebenen Problemen und Anforderungen gesetzt und Implikationen für weiteren Forschungsbedarf abgeleitet.

### 3.1 Ermittlung der Anforderungen an das Lager

Die Literatur zur Ermittlung der Bedarfe, welche an ein neues Lager gestellt werden, lässt sich anhand der zugrunde liegenden Annahme kategorisieren, ob die ein- und ausgehenden Materialflüsse als deterministische oder stochastische Größen betrachtet werden.

Häufig wird angenommen, dass der ausgehende Materialfluss für die Zukunft konstant und bekannt ist oder sich nur selten verändert. Der zukünftige Lagerbestand lässt sich dann anhand festgelegter Regeln, welche den eingehenden Materialfluss steuern, ableiten. Diese Ansätze werden als dispositive Lagerhaltung bezeichnet.<sup>1</sup> Methoden zur Ermittlung der benötigten Lagerkapazität unter der Annahme einer dispositiven Lagerhaltung werden in Abschnitt 3.1.1 dargestellt. Andererseits lässt sich unterstellen, dass die ausgehenden Materialflüsse stochastischen Schwankungen unterworfen sind oder keine dispositive Beschaffung durchgeführt wird. Hier wird eine Ungleichverteilung der erwarteten Bedarfe als Grundlage der Berechnungen unterstellt. Ansätze, ein Lager zu betreiben, in welchem aufgrund solcher Schwankungen unregelmäßige Bestandsverläufe resultieren, werden als operative Lagerhaltung beschrieben.<sup>2</sup> Modelle zur Ermittlung der Anforderungen an ein Lager, welches auf einer solchen Lagerhaltung basiert, werden in Abschnitt 3.1.2 erläutert.

#### 3.1.1 Anforderungsermittlung für eine deterministische Umwelt

Einige Arbeiten gehen von einem kontinuierlichen Lagerabgang aus und leiten die Bestimmung der mittleren Bestandshöhe vom Eingangsfluss in das Lager ab. Eines der grundlegenden Modelle zur Ermittlung der kostenoptimalen Beschaffungsmenge ist das EOQ-(Economic-Order-Quantity-)Modell<sup>3</sup> nach Harris.<sup>4</sup> Ausgehend von einem Zielkonflikt zwischen Bestellkosten  $C_O$  und Lagerkosten  $C_S$ , wird für einen festgelegten Jahresbedarf  $D$  die optimale Bestellmenge  $L_s$  (Losgröße) ermittelt (Formel 3.1).

$$L_s = \sqrt{\frac{2 \cdot C_O \cdot D}{C_S}} \quad (3.1)$$

---

<sup>1</sup>Vgl. [Gla08, S. 16].

<sup>2</sup>Vgl. [AF09, S. 175].

<sup>3</sup>Vgl. [Har13].

<sup>4</sup>Im deutschen Sprachraum wurde das Modell später durch Andler erweitert (vgl. [And29]) und wird häufig als andlersche Losgrößenformel bezeichnet (vgl. [Löd08, S. 166]; [Dan09a, S. 216 ff.]; [Böh10, S. 30]). Eine Abgrenzung der Modelle nimmt [Kri05] vor.

Um diese Form der Berechnung durchzuführen, werden unter anderem konstante Kosten, unbegrenzte Kapazitäten und keine Fehlmengen angenommen.<sup>5</sup> Seitdem sind viele Modelle entwickelt worden, welche die vorausgesetzten Einschränkungen reduzieren.<sup>6</sup>

Aus der Anwendung eines Losgrößenmodells bei konstantem Bedarf resultieren sägezahnförmige Bestandsverläufe, wie sie in Abbildung 2.14 dargestellt sind. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Lagerbestand des betrachteten Artikels ist folglich eine Gleichverteilung im Intervall  $[0; L_s]$ . Der mittlere Lagerbestand eines Artikels beträgt dann  $L_s/2$  Einheiten. Bei einer Festplatzlagerung von  $n$  Artikeln muss für jeden Artikel ein dedizierter Lagerbereich vorgehalten werden. Es ergibt sich daher bei einer Festplatzlagerung mit den Losgrößen  $L_{s,i}$  eine benötigte Kapazität von

$$\check{E} = \sum_{i=1}^n L_{s,i} \quad (3.2)$$

Einheiten. Argumentiert man über die Höhe historischer Bestände mit dem mittleren Bestand  $\bar{E}_i$  für den  $i$ . Artikel, lässt sich der Bestand bei einer Festplatzlagerung folgendermaßen vereinfachen:<sup>7</sup>

$$\check{E} = \sum_{i=1}^n 2 \cdot \bar{E}_i \quad (3.3)$$

Bei einer chaotischen Lagerung werden Ausgleichseffekte antizipiert, die zu einer Nivellierung des Gesamtlagerbestandes führen:<sup>8</sup>

$$\check{E} = \sum_{i=1}^n \frac{L_{s,i}}{2} \quad (3.4)$$

Glass nimmt für nach dem klassischen Losgrößenmodell gelagerte Artikel eine symmetrische Dreiecksverteilung für die Verteilungsfunktion des Lagerbestands (ohne Sicherheitsbestand) an. In Abhängigkeit eines Sicherheitsfaktors  $(1 - \alpha)$  und der Wiederbeschaffungsmenge leitet er die benötigte Lagerkapazität zweier Artikel (mit der gleichen Losgröße  $L_s$ ) ab.<sup>9</sup>

$$\check{E}(L_s, \alpha) = L_s(2 - \sqrt{2\alpha}) \quad (3.5)$$

---

<sup>5</sup>Vgl. [Dan09a, S. 216].

<sup>6</sup>Als Überblick über dieses Themenfeld sei hier auf folgende Arbeiten verwiesen: [RM01]; [QK08]; [JD08].

<sup>7</sup>Vgl. [Hei98, S. 665].

<sup>8</sup>Siehe [AF09, S. 175].

<sup>9</sup>Für 90 % Sicherheit gilt  $\alpha = 0,1$ .

Für den Grenzfall mit  $n$  Artikeln beträgt die benötigte Lagerkapazität nach Glass analog zu Arnold & Furmans<sup>10</sup> die halbe Wiederbeschaffungsmenge für jeden Artikel:<sup>11</sup>

$$\check{E} = \frac{L_s}{2} \cdot n \quad (3.6)$$

Gudehus betrachtet zusätzlich die Verteilung der Artikel auf Ladungsträger sowie die Kapazität eines Lagerplatzes  $C_{LP}$  und folgert für die benötigte Kapazität des Lagers:<sup>12</sup>

$$\check{E} = \left( \frac{f_{LO} \cdot \sum_{i=1}^n L_{s,i}}{C_{LP}} + \frac{C_{LP} - 1}{2C_{LP}} \right), \text{ mit} \quad (3.7)$$

$$f_{LO} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{für chaotische Lagerung} \\ 1 & \text{für Festplatzlagerung} \end{cases}$$

Ein Großteil der Dissertationsschrift von Bauer behandelt die Ermittlung der Anforderungen an das Lager. Er bestimmt hierzu die benötigte Kapazität des Lagers, indem er eine Normalverteilung der Bestände zugrunde legt, welche über die Parameter  $\mu$  (Lageparameter) und  $\sigma$  (Formparameter) charakterisiert wird:<sup>13</sup>

$$p(\check{E}, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-1/2((\check{E}-\mu)/\sigma)^2} \quad (3.8)$$

Anhand dieser Verteilung bestimmt er den benötigten Bestand in Abhängigkeit vom abzusichernden Lagerfüllungsgrad. Er geht auf die Problematik saisonaler Absätze ein, es wird jedoch keine Lösung zur mathematischen Berücksichtigung solcher Lastspitzen erarbeitet.<sup>14</sup>

Berücksichtigt man die Ausgleichseffekte zwischen normalverteilten Lagerbeständen, lässt sich der erwartete Bestand bei einer freien Lagerplatzvergabe als Term in Abhängigkeit des (über alle Artikel gleichen, normalverteilten) mittleren Bestands  $\bar{E}$  und der Anzahl Artikel  $n$  beschreiben:<sup>15</sup>

$$\check{E} = \bar{E} + \frac{\bar{E}}{\sqrt{n}} \quad (3.9)$$

Dieser Zusammenhang zeigt den Mehrbedarf an Kapazität bei einer Zonierung des Lagers. Durch die Zonierung verringert sich die Anzahl der Lagerplätze, zwischen denen

---

<sup>10</sup>[AF09].

<sup>11</sup>Siehe [Gla08, S. 22].

<sup>12</sup>Vgl. [Gud10, S. 605]. In der Quelle werden zusätzlich der Sicherheitsbestand und eine gemischte Platzbelegung dargestellt, diese Variablen wurden für die Konsistenz mit den anderen Ausführungen mit 1 belegt. Die Kapazität ist für alle Artikel die Gleiche.

<sup>13</sup>Siehe [Bau85, S. 17].

<sup>14</sup>Vgl. ebd., S. 21 f.

<sup>15</sup>Siehe [Hei98, S. 665].

ein Ausgleich stattfindet.<sup>16</sup> Verteilt man die  $n$  Artikel auf  $m$  Zonen mit  $n_i$  Artikeln in Zone  $i$ , so gilt  $n_1 + \dots + n_m = n$  (mit dem mittleren Bestand  $\bar{E}_i$  für die  $i$ . Zone). Der zusätzliche Kapazitätsbedarf  $\Delta\check{E}$  durch die Zonierung lässt sich dann wie folgt ausdrücken:

$$\Delta\check{E} = \bar{E} + \frac{\bar{E}}{\sqrt{n}} - \left( \sum_{i=1}^m \bar{E}_i + \frac{\bar{E}_i}{\sqrt{n_i}} \right) \quad (3.10)$$

Es wird deutlich, dass sich die Ermittlung der benötigten Lagerkapazität unter Annahme einer deterministischen Umwelt vergleichsweise einfach gestaltet. Da die dargestellten Ansätze jedoch nicht ohne Fehler für das angenommene heterogene Artikelverhalten angewendet werden können, wird im Folgenden auf ungleichmäßige Bestandsverläufe eingegangen.

### 3.1.2 Anforderungsermittlung für eine stochastische Umwelt

Stochastisch verteilte Lagereingangs- und Lagerausgangsströme führen im Allgemeinen zu ebenso nichtdeterministischen Lagerbeständen, welche ein zu konzipierendes Lager in definierter Höhe aufnehmen können muss.

Tempelmeier erweitert das klassische Losgrößenmodell für unterschiedliche Lagerhaltungspolitiken<sup>17</sup> um die Annahme stochastisch verteilter Ausgangsströme und Wiederbeschaffungszeiten. Während die optimale Bestellmenge anhand des EOQ-Modells für den Erwartungswert des Bedarfs  $\bar{B}$  bestimmt wird, ermittelt er unter anderem, bei welchem Lagerbestand Bestellungen getätigt werden müssen, um alle Bedarfe mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit  $\beta$  zu decken.<sup>18</sup> Für eine Bestellpunktpolitik bestimmt er die optimale Bestellmenge  $L_s$  und den optimalen Bestellpunkt  $s$ , anhand der erwarteten Fehlbestände zwischen Zyklusende  $I_{\text{End}}^f(s)$  und Zyklusanfang  $I_{\text{Anf}}^f(s)$ :<sup>19</sup>

$$\arg \min_{s \in \mathbb{N}} \left( (1 - \beta) \cdot L_s \geq E \left\{ I_{\text{End}}^f(s) \right\} - E \left\{ I_{\text{Anf}}^f(s) \right\} \right) \quad (3.11)$$

Anhand der Verteilungen und der bestimmten Steuerungsgrößen der Bestellpolitik ermittelt Tempelmeier die Erwartungswerte der Bestände. Für die oben dargestellte Politik

<sup>16</sup>Siehe [AFI08, S. 377].

<sup>17</sup>Als Lagerhaltungspolitik wird eine Entscheidungsmethode bezeichnet, die bestimmt, bei welchem Bestand (Bestellpunktpolitik) beziehungsweise nach welchem Zeitintervall (Bestellrhythmuspolitik) eine Bestellung in welcher Menge durchgeführt wird. Siehe dazu auch [Nah97, S. 318 ff.]; [SPP98, S. 289 ff.]; [Gud10, S. 337 ff.].

<sup>18</sup>Vgl. [Tem06, S. 66 ff.].

<sup>19</sup>Vgl. ebd., S. 69.

gilt bei einem Bedarf  $B^l$  mit einer Wiederbeschaffungszeit  $l$  und mit einem erwarteten Fehlbestand  $I^f$ .<sup>20</sup>

$$\check{E} = s + \frac{\bar{B}}{2} - B^{l+1} + I^f \quad (3.12)$$

Tempelmeier erklärt damit den erwarteten Bestand für einen Artikel. Ausgleichseffekte zwischen mehreren stochastischen Schwankungen unterworfenen Artikeln werden hingegen nicht beschrieben. Die Summe der Erwartungswerte kann jedoch nicht immer als Grundlage der Kapazitätsbestimmung dienen, wie in Abschnitt 2.3.1.2 erläutert ist. Das dargestellte Vorgehen impliziert zudem eine dispositive Lagerhaltung im stochastischen Umfeld und vollständige Anlieferungen ohne Verspätung.

Mit der Analyse der Ausgleichseffekte stochastisch verteilter Variablen beschäftigt sich das Forschungsfeld des Risk-Pooling. Risk-Pooling bezeichnet die Zusammenführung schwankender Bestände, Nachfragen und/oder Lieferzeiten, um das problemspezifische Unternehmerrisiko zu reduzieren. Ein Beispiel für die Anwendung von Risk-Pooling ist die Aggregation der Einzelbestände eines Artikels aus unterschiedlichen Lagerhäusern in einem zentralen Distributionszentrum.<sup>21</sup>

Die statistische Grundlage für dieses Konzept wird von Nahmias wie folgt zusammengefasst: „the variance of the average of a collection of independent identically distributed random variables is lower than the variance of each of the random variables; that is, the variance of the sample mean is smaller than the population variance“<sup>22</sup>.

Es lässt sich beweisen, dass die Schwankungen der Aggregation der Variablen (der Standardabweichung  $\sigma_3$  der Gesamtverteilung  $N_3$ ) immer kleiner oder gleich der Summe der Schwankungen aller einzelner Variablen sind.<sup>23</sup> Risk-Pooling kann daher nicht zu einer Erhöhung der Erwartungswerte führen.

$$\sigma_1 + \sigma_2 \geq \sigma_3 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (3.13)$$

Formel (3.13) ist ein Spezialfall der Minkowski-Ungleichung für  $p = 2$  und damit immer gültig, wenn eine Varianz existiert. Also auch für Poisson- und Binominalverteilungen.<sup>24</sup>

Der Effekt, der sich durch Risk-Pooling einstellt, hängt von der Korrelation der betrachteten Variablen (mit dem Korrelationskoeffizienten  $\rho$ ) ab. Betrachtet man zwei

---

<sup>20</sup>Vgl. [Tem06, S. 84].

<sup>21</sup>Risk-Pooling-Methoden werden nicht nur im Kontext der Lagerhaltung eingesetzt. Anwendungs- und Forschungsbereiche sind ebenfalls das Portfolio-Management im Finanzwesen, die Stabilisierung von Wiederbeschaffungszeiten und die Untersuchung von Bedarfen sowie Umladungsprozessen (vgl. [Oes12b, S. 153]). Oeser unterteilt die Forschung in zehn Methodenbereiche, die hier nicht weiter ausgeführt werden; detaillierte Ausführungen finden sich in [Oes11, S. 25 f.].

<sup>22</sup>[Nah97, S. 61].

<sup>23</sup>Vgl. [Gau07].

<sup>24</sup>Vgl. [Oes12b, S. 165].



normalverteilte Bedarfe ( $N_i(\mu_i, \sigma_i)$ ), lässt sich die Aggregation der Variablen ( $N_3$ ) durch die Faltung der Verteilungen erzielen:

$$N_3 = N_1 * N_2 = N\left(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2}\right) \quad (3.14)$$

Für vollständig korrelierte Zufallsvariablen ( $\rho = 1$ ) lassen sich keine Ausgleichseffekte erzielen.<sup>25</sup> Bei vollständig negativ korrelierten Variablen ergeben sich die stärksten Ausgleichseffekte.<sup>26</sup>

Durch die Zusammenlegung mehrerer getrennter Lager zu einem Zentrallager lässt sich (bei nicht vollständig korrelierten Artikeln) daher eine Reduktion der Wahrscheinlichkeit für einen Fehlbestand, die Senkung des Bestands oder beides erzielen.<sup>27</sup> Dieses Vorgehen wird von Oeser als Inventory-Pooling bezeichnet.<sup>28</sup> Mit dem Begriff Capacity-Pooling wird die Konsolidierung von Produktions-, Transport- und Lagerkapazitäten zur Bewältigung von aggregierten Bedarfen beschrieben.<sup>29</sup> Übertragen auf ein einzelnes Lager, lässt sich die Anwendung einer zufälligen Lagerplatzvergabe (also die Konsolidierung der Ressource Lagerplatz) als Capacity-Pooling über alle Lagerplätze verstehen, da jeder Lagerplatz für jeden Artikel (Lagerbedarf) eingesetzt werden kann.

Diesen Effekt machen sich Arnold & Furmans zunutze, ohne ihn explizit als Risk- oder Capacity-Pooling einzuordnen. Unter der Annahme bekannter diskreter Verteilungen für den Lagerbestand einzelner statistisch unabhängiger Artikel bestimmen sie für einen gegebenen Absicherungsgrad (der Wahrscheinlichkeit, dass die Lagerkapazität nicht überschritten wird) die benötigte Anzahl Lagerplätze. Um die erforderliche Kapazität zu erhalten, wird zunächst die diskrete Verteilung des gesamten Lagerbestandes ermittelt, indem die Bestandsverteilungen der einzelnen Artikel aggregiert werden. Unter der Annahme der statistischen Unabhängigkeit der Artikel ist es zulässig, die Wahrscheinlichkeit für einen Bestand  $\check{E}$  durch Multiplikation aller Einzelwahrscheinlichkeiten  $\check{a}_{i,j}$  (für einen Bestand  $j$  bei Artikel  $i$ ) zu ermitteln, deren kumulierter Bestand genau  $\check{E}$  beträgt.<sup>30</sup>

$$p(\check{E}) = p\left(\sum_{i,j} \check{a}_{i,j} = \check{E}\right) = \sum_{\sum_{i,j} \check{a}_{i,j} = \check{E}} \prod_i p(\check{a}_{i,j}) \quad (3.15)$$

<sup>25</sup>Einige Autoren implizieren, dass Risk-Pooling immer eine Reduktion der Bestände erlaubt (vgl. [Tal93, S. 186]; [Anu06, S. 191]; [GRR08, S. 1134]). Dies muss, wie oben dargestellt, nicht immer der Fall sein. In einem Lager ist der Fall vollständig uniformen Verhaltens aller Artikel jedoch äußerst unwahrscheinlich.

<sup>26</sup>Vgl. [Dan09b, S. 63].

<sup>27</sup>Vgl. [Gau07, S. 1]; [Oes12b, S. 161].

<sup>28</sup>Vgl. [Oes12b, S. 159].

<sup>29</sup>Vgl. ebd., S. 162.

<sup>30</sup>Vgl. [AF09, S. 186].

Anstatt alle möglichen Kombinationen zu enumerieren, kann die Verteilung für den Gesamtbestand ermittelt werden, indem die ersten beiden Verteilungen miteinander gefaltet werden. Anschließend wird jede weitere Verteilung mit dem Zwischenergebnis der vorherigen Operation gefaltet.<sup>31</sup>

$$p(\check{E}) = \left( \left( (p(a_1) * p(a_2)) * p(a_3) \right) * \dots * p(a_n) \right) \quad (3.16)$$

Die (diskrete) Faltung zweier Verteilung lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$p(a_1) * p(a_2) = p(c) = p(c, j) = \sum_{i=0}^j p(a_1, j) \cdot p(a_2, j - i) \quad (3.17)$$

Anhand der Verteilung des Gesamtbestandes lässt sich durch Summation der Einzelwahrscheinlichkeiten bis zu einer gegebenen Sicherheit ermitteln, wie viele Lagerplätze zur Verfügung gestellt werden müssen. Seien exemplarisch zwei Artikel mit den diskreten Bestandsverteilungen  $p(a_1)$  und  $p(a_2)$  gegeben,<sup>32</sup> lässt sich ein Lagerbestand, welcher die Sicherheit  $\check{S}G = 90\%$  erfüllt, folgendermaßen bestimmen:

$$p(a_1) = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,4 \\ 0,2 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix}, p(a_2) = \begin{bmatrix} 0,4 \\ 0,3 \\ 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix} \quad (3.18a)$$

$$p^*(\check{E}) = p(a_1) * p(a_2) = \begin{bmatrix} 0,08 \\ 0,22 \\ 0,22 \\ 0,16 \\ 0,15 \\ 0,10 \\ 0,04 \\ 0,02 \\ 0,01 \end{bmatrix} \quad (3.18b)$$

$$\begin{aligned} p_{40}^*(\check{E}) &= p^*(\check{E} = 0) + p^*(\check{E} = 10) + p^*(\check{E} = 20) \\ &\quad + p^*(\check{E} = 30) + p^*(\check{E} = 40) \\ &= 83\% \end{aligned} \quad (3.18c)$$

$$p_{50}^*(\check{E}) = p^*(\check{E} = 0) + p^*(\check{E} = 10) + p^*(\check{E} = 20)$$

<sup>31</sup>Vgl. [AF09, S. 186].

<sup>32</sup>Mit einer Diskretisierung auf zehn Artikeleinheiten.

$$\begin{aligned}
& + p^*(\check{E} = 30) + p^*(\check{E} = 40) + p^*(\check{E} = 50) \\
& = 93 \%
\end{aligned} \tag{3.18d}$$

Basierend auf der aggregierten Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p^*(\check{E})$ , werden die kumulierten Wahrscheinlichkeiten ermittelt. Da die Wahrscheinlichkeit, mit einem Lagerbestand von 40 Einheiten (3.18c) alle Bedarfe zu decken, nur bei 83 % liegt, bei 50 Einheiten (3.18d) jedoch bei 93 %, muss eine Kapazität von 50 Lagerplätzen bereitgestellt werden.

### 3.1.3 Integrierte Ermittlung der Lagerkapazität mit variablen Lagerkosten

In den oben dargestellten Modellen ist in erster die Linie die Bestimmung der Losgröße notwendig, um für einen gegebenen Bedarf die Kapazität des Lager abzuleiten. Die Kosten für das Lager sind in diesen Modellen immer fix. Einen umgekehrten Ansatz verfolgt das Forschungsfeld des Warehouse Sizing.<sup>33</sup> White & Francis betrachten die Größe des Lagers als Entscheidungsvariable, um für deterministische und stochastische Lagerbedarfe sowie Kosten für jeden Lagerplatz, Kosten für jede Periode, in welcher der Artikel gelagert wird, und Strafkosten für unzureichende Kapazität die optimale Anzahl zu lagernder Artikel festzustellen.<sup>34</sup>

Levy erweitert das klassische Losgrößenmodell, indem er ein beschränktes Lager einbezieht. Das Lager muss genau die Größe der Bestellmenge haben, da ein einzelner Artikel betrachtet wird. Es werden Modelle für eine festgelegte Lagerkapazität wie auch für eine Erweiterung der Kapazitäten dargestellt. Die Kosten für die Lagerung werden in Investitionskosten und Instandhaltungskosten für das Lager sowie Lagerhaltungskosten unterteilt. Zur Bestimmung der Lagerhaltungskosten geht Levy von einer gleichverteilten Nachfrage ohne Wiederbeschaffungszeit aus.<sup>35</sup>

Cormier & Gunn beziehen sich auf die Arbeit von White & Francis. Ausgehend von einer deterministischen Nachfrage und einer optimalen Losgröße nach dem EOQ-Modell, ermitteln sie geschlossene Formeln zur Minimierung der Gesamtkosten, ausgehend von einem und mehreren zu lagernden Artikeln (bei einer Festplatzlagerung).<sup>36</sup> Sie erweitern diese Modelle, indem in einer folgenden Publikation die Möglichkeit einbezogen wird, zusätzlichen Lagerplatz durch Anmietung eines fremden Lagers zu schaffen. Sie unterstellen ein dreistufiges Kostenmodell, bei welchem die eigenen Lagerplätze günstiger sind als eine dauerhafte Anmietung zusätzlicher Ressourcen, welche wiederum günstiger ist als eine kurzfristige Aufstockung der Kapazitäten.<sup>37</sup>

<sup>33</sup>Vgl. [WF71, S. 185].

<sup>34</sup>Vgl. ebd.

<sup>35</sup>Vgl. [Lev74].

<sup>36</sup>Vgl. [CG96a].

<sup>37</sup>Vgl. [CG96b].

Das erste Modell von Cormier & Gunn wird später von Goh et al. erweitert. Die Publikation basiert auf der Annahme, dass Lagerplatz gemietet wird. Die Autoren gehen dabei erstmals nicht davon aus, dass die Lagerkosten stetig für beliebige Artikelmen gen steigen. Stattdessen verwenden die Autoren eine stufenweise lineare Kostenfunktion, welche antizipiert, dass Lagerfläche nur in Kontingenten zur Verfügung steht, dass also kleine Mengen nicht zu beliebig kleinen Kosten zur Verfügung stehen.<sup>38</sup>

### 3.1.4 Fazit zur Anforderungsanalyse

Beschränkt man die Betrachtung auf eine deterministische Datenbasis, lässt sich eine Dimensionierung der Kapazitätsbedarfe sowohl für eine chaotische Einlagerungsstrategie wie auch unter Zonierung vergleichsweise einfach durchführen. Der Dimensionierung der dynamischen Komponente, also der zu erwartenden Umschläge, wird erstaunlich wenig Beachtung geschenkt. Insbesondere im Bereich der Planung vollautomatischer Lager ist es nahezu unmöglich, Fehleinschätzungen in diesem Bereich vor der Realisierung des Lagers aufzudecken. Ebenso birgt die Anwendung einer auf Gleich-, Normal- oder Dreiecksverteilungen basierenden Dimensionierung in einem heterogenen Umfeld Risiken, falsche Ergebnisse zu erzielen.

Praxisnahe Notwendigkeiten wie die Ermittlung der zu verwendenden Ladungsträger sowie die Bestimmung der Kapazitätsbedarfe in Ladungsträgereinheiten werden selten einbezogen. Eine Betrachtung von Ladungsträgerkombinationen oder die Trennung eines Ladungsträgers in sortenreine Bereiche findet in den vorgestellten Modellen nicht statt.

Der Forschungsbereich des Risk-Pooling mit der konkreten Anwendung durch Arnold & Furmans ist eine vielversprechende Grundlage zur Dimensionierung eines Lagers im heterogenen Umfeld. Jedoch fehlen hier ebenso die Beachtung von Ladungsträgern und eine Berücksichtigung einer Zonierung des Lagers. Artikel unterschiedlicher Abmaße sowie die Ermittlung der zu erwartenden Umschläge werden bislang nicht einbezogen.

Alle vorgestellten Arbeiten antizipieren bekannte Kosten für das zu errichtende Lager, um entweder im ersten Schritt die Materialströme zu ermitteln (losgrößenbasierte Ansätze) oder um eine Grenze für die benötigte Lagerkapazität zu ermitteln. Dies mag bei der Pachtung von Lagerkapazitäten von Dritten möglich sein, im Rahmen einer Neuplanung muss jedoch meist auf Schätzwerte zurückgegriffen werden, da noch keine Kostensätze für das zukünftige Lager verfügbar sind.

---

<sup>38</sup>Vgl. [GJC01].

## 3.2 Ermittlung der Leistungsfähigkeit automatischer Lager

Die Ermittlung der zu erwartenden Leistungsfähigkeit eines automatischen Lagers, bevor dieses tatsächlich umgesetzt wird, ist ein elementarer Schritt bei der Planung eines solchen Systems. Dementsprechend viel Aufmerksamkeit wurde der Entwicklung von Modellen gewidmet, welche der Abschätzung des realisierbaren Umschlags unter unterschiedlichen Voraussetzungen dienen. Wie im vorangehenden Kapitel beschrieben, gibt es eine Vielzahl möglicher Konfigurationsmöglichkeiten beim Bau eines automatischen Lagers. Entsprechend breit ist der Stand der Technik bezüglich der Leistungsanalyse dieser Lager gefächert. Im Allgemeinen erfolgt die Ermittlung der Leistungsfähigkeit durch die Berechnung repräsentativer mittlerer Spielzeiten für spezifische Fälle, insbesondere der Dauer für eine durchschnittliche Fahrfolge in der Gasse. Aus dieser mittleren Spielzeit wird dann auf die potenzielle Umschlagsleistung des Lagers (meist bezogen auf eine Stunde) geschlossen.<sup>39</sup>

Im Folgenden wird ein Überblick über die in der Literatur gängigen Konzepte zur Ermittlung der Spielzeiten im automatischen Lager gegeben. Einführend wird hierbei auf grundlegende Betriebsstrategien mit Einfach- und Doppelspielen in einfachtiefen Lagern mit einem Lastaufnahmemittel eingegangen. Darauf aufbauend werden Modelle zur Leistungsbewertung in komplexeren Systemen unter Strategiebetrachtung wie der umschlagsabhängigen Lagerplatzvergabe, der Fahrwegsoptimierung bei Mehrfachlastaufnahmemitteln sowie in doppeltiefen Lagergassen erläutert und eine kurze Wertung im Kontext dieser Arbeit vorgenommen.

### 3.2.1 Grundlagen der Leistungsermittlung

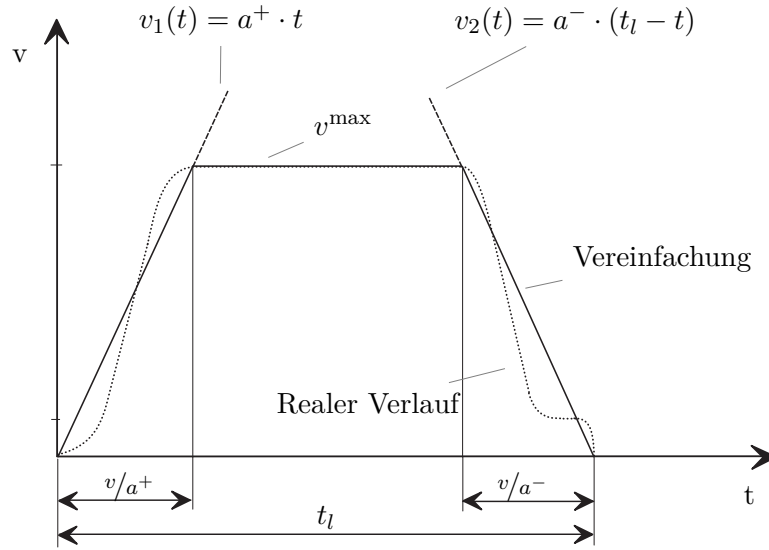
Das reale Geschwindigkeitsprofil eines Regalbediengerätes, welches wie in Abschnitt 2.2.1.1 parametrisiert ist, weicht, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, von den angenommenen Größen ab. Die hieraus resultierende Differenz des Systemverhaltens ist für die mittlere Dauer einer Fahrt irrelevant und wird daher vernachlässigt.<sup>40</sup> Die Zeit, welche benötigt wird, um auf  $v^{\max}$  zu beschleunigen, wird im Folgenden als  $t^{\max}$  bezeichnet. Häufig wird, wenn sich  $a^+$  und  $a^-$  unterscheiden, für die Berechnung von Wegzeiten eine mittlere Bremsbeschleunigung  $a$  bestimmt,<sup>41</sup> da für jede Beschleunigung eine Bremsaktion mit derselben Geschwindigkeitsänderung durchgeführt wird. Für die mittlere Bremsbeschleunigung gilt:

$$a = \frac{2|a^+a^-|}{a^+ + |a^-|} \quad (3.19)$$

<sup>39</sup>Vgl. [tH08, S. 392].

<sup>40</sup>Vgl. [Lip03, S. 58].

<sup>41</sup>Siehe [Gud73, S. 56]; [Lip03, S. 59]; [AF09, S. 204].



**Abbildung 3.1:** Trapezförmige Näherung an das Bewegungsprofil eines Regalbediengerätes in einer Richtung (Quelle: [Lip03, S. 58])

Die Zeit  $t_l$ , die benötigt wird, um eine Strecke  $l$  zurückzulegen, enthält eine Beschleunigungsphase  $t^+$ , eine Zeitspanne mit gleichbleibender Geschwindigkeit  $t$  und eine Abbremsphase  $t^-$ . Während einer Beschleunigung auf  $v^{\max}$  wird die Strecke  $l^+ = a/2 \cdot t^{+2}$  zurückgelegt. Da die mittlere Bremsbeschleunigung unterstellt wird, gilt  $t^+ = t^-$  und damit folgt  $l^+ = l^-$ . Es lassen sich zwei Fälle unterscheiden: Ist die Fahrstrecke  $l$  nicht ausreichend, um die maximale Geschwindigkeit zu erreichen und bis zum Stillstand abzubremesen ( $l < 2 \cdot l^+$ ), benötigt eine Fahrt der Länge  $l$ :

$$t_l = 2 \cdot \sqrt{\frac{l}{a}}, \text{ falls } l < 2 \cdot l^+ \quad (3.20)$$

Im anderen Fall ( $l \geq 2 \cdot l^+$ ) benötigt eine Fahrt entsprechend zwei vollständige Beschleunigungen sowie die Zeit, die zum Zurücklegen der verbleibenden Strecke mit konstanter Geschwindigkeit verbleibt:

$$t_l = 2 \cdot t^+ + \frac{l - 2 \cdot l^+}{v^{\max}} = \frac{l}{v^{\max}} + \frac{v^{\max}}{a}, \text{ falls } l \geq 2 \cdot l^+ \quad (3.21)$$

Ein Regalbediengerät kann sich gleichzeitig in horizontaler und vertikaler Richtung bewegen. Eine Fahrt in der Fläche, bei welcher horizontal die Strecke  $l_1$  und vertikal die Strecke  $l_2$  zurückgelegt wird, benötigt daher die Zeitspanne  $t_{l_1, l_2}$ :

$$t_{l_1, l_2} = \max\{t_{l_1}, t_{l_2}\} \quad (3.22)$$

Dieses Verhältnis wird auch als Tschebyscheff-Distanz<sup>42</sup> oder Schachbrett-Distanz<sup>43</sup> bezeichnet, da eine Figur auf dem Spielfeld für eine diagonale Bewegung einen Zug und nicht die euklidische Distanz benötigt.

### 3.2.2 Analytische Spielzeitberechnung für Einzel- und Doppelspiele

Die Entwicklung analytischer Spielzeitmodelle reicht bereits bis in die 1960er-Jahre zurück. Schaab veröffentlicht 1968 ein Modell, in welchem er eine unendliche Regalfläche mit unendlich kleinen Lagerplätzen unterstellt. Durch Integralbildung bestimmt er die Erwartungswerte eines Einzel- und eines Doppelspiels für eine Gasse mit einem Übergabepunkt in der linken unteren Ecke, für Regalwandparameter  $b$  kleiner und größer eins.<sup>44</sup> Er folgert, dass ein leistungsoptimales Regal einen Regalwandparameter von eins besitzen muss. Hierbei werden weder konstante Spielanteile noch beschleunigungsabhängige Einflüsse des Regalbediengerätes berücksichtigt.<sup>45</sup> Gudehus stellt einige Jahre später eine geschlossene Formulierung vor, welche die schnelle Ermittlung der Einzel- und Doppelspiele in Abhängigkeit des Wandparameters unter Einbezugnahme der wegunabhängigen Spielzeitanteile ermöglicht. Er erweitert hierbei die Ergebnisse für Einzelspiele von Zschau und Schaab<sup>46</sup> um eine eigene Formulierung für die Querfahrzeit. Er beachtet erstmals die Bremsbeschleunigungszeiten auf Basis der kinematischen Eigenschaften des Regalbediengerätes und bestimmt einen Term, welcher die mittlere Bremsbeschleunigungszeit für ein trapezförmiges Fahrprofil repräsentiert (Formel (3.23)).<sup>47</sup>

$$t_a = \begin{cases} \left(1 - \frac{b}{2}\right) \cdot \frac{R^{v_x}}{R^{a_x}} + \frac{b}{2} \cdot \frac{R^{v_y}}{R^{a_y}} & , \text{ falls } b \leq 1 \\ \left(1 - \frac{1}{2b}\right) \cdot \frac{R^{v_y}}{R^{a_y}} + \frac{1}{2b} \cdot \frac{R^{v_x}}{R^{a_x}} & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (3.23)$$

Gudehus leitet zwei repräsentative Punkte in der Regalfläche ab, deren Anfahrzeit der mittleren Spielzeit über alle Lagerpositionen in der Regalfront entspricht:<sup>48</sup>

$$P_1 = \left(\frac{2}{3}L; \frac{1}{6}H\right) \quad (3.24a) \quad P_2 = \left(\frac{1}{6}L; \frac{2}{3}H\right) \quad (3.24b)$$

<sup>42</sup>Siehe [LR05, S. 98].

<sup>43</sup>Siehe [MT84, S. 114].

<sup>44</sup>Der Regalwandparameter  $b$  setzt die Geschwindigkeit des Regalbediengerätes in Relation zu den Abmessungen der Regalfront:  $b = \frac{R^{v_x}}{R^{v_y}} \cdot \frac{H}{L}$

<sup>45</sup>Siehe [Sch68].

<sup>46</sup>Siehe [Zsc64]; [Sch68].

<sup>47</sup>Siehe [Gud73, S. 56 f.].

<sup>48</sup>Diese Referenzpunkte werden bis heute in der Norm VDI 3561 verwendet (siehe [VDI3561, S. 3]).

In neueren Publikationen von Gudehus<sup>49</sup> und der Norm FEM 9.851<sup>50</sup> werden angepasste Referenzpunkte angegeben (Formeln (3.25)) und liefern nach Simulationen von Schumann (vgl. Abschnitt 3.2.6) geringfügige Verbesserungen.<sup>51</sup>

$$P_1 = \left( \frac{2}{3}L; \frac{1}{5}H \right) \quad (3.25a) \quad P_2 = \left( \frac{1}{5}L; \frac{2}{3}H \right) \quad (3.25b)$$

Diese Referenzpunkte und die entsprechenden Normwerke dienen in erster Linie der Leistungsbewertung und Abnahme von Regalbediengeräten in bereits realisierten Lagern. Bereits 1974 warnt Wendel vor der Verwendung von Referenzpunkten bei der Dimensionierung und Planung eines Lagers, da die angenommene Gleichverteilung der Lagerfachzugriffe häufig praxisfern ist.<sup>52</sup> Fischer kritisiert ebenfalls den Einsatz von Referenzpunkten zu Planungszwecken und stellt heraus, dass der Anspruch als Planungsgrundlage in den Normen nicht erhoben wird.<sup>53</sup> Lippolt argumentiert ferner, dass diese Normen nur eingeschränkt Verwendung finden können, da hier stets ein Regalwandparameter  $b$  von eins angenommen wird und außerhalb des Intervalls  $b \in [0, 5; 2]$  mit großen Abweichungen zu rechnen ist.<sup>54</sup> Trotzdem finden die Normen FEM 9.851 und VDI 3561 häufig Einsatz bei der Planung von Lageranlagen.<sup>55</sup>

In der angelsächsischen Literatur werden vergleichbare Ergebnisse 1984 durch Bozer & White publiziert. Sie beschreiben die Spielzeit anhand eines statistischen Ansatzes, dem sie das Mittel aller möglichen Fahrten im Regal (Formeln (3.26)) zugrunde legen. Sie vernachlässigen jedoch die Beschleunigungseigenschaften des Regalbediengerätes.<sup>56</sup>

$$E(\overline{SC}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N 2t_{0i} \quad (3.26a)$$

$$E(\overline{DC}) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N t_{0i} + t_{ij} + t_{j0} \quad (3.26b)$$

In Abhängigkeit des Regalwandparameters  $b$  ermitteln sie geschlossene Formulierungen (Formeln (3.27)) für die Dauer von Einzel- und Doppelspielen und zeigen für unterschiedliche Regalgrößen und -formen eine Abweichung von unter einer Promille gegenüber einer diskreten Rechnung.<sup>57</sup> Da die Formeln von Bozer & White auf einer auf eins normierten

---

<sup>49</sup>Siehe [Gud10, S. 625].

<sup>50</sup>Siehe [FEM9851, S. 7].

<sup>51</sup>Siehe [Sch08, S. 57].

<sup>52</sup>Siehe [Wen74, S. 1052 ff.].

<sup>53</sup>Siehe [Fis84, S. 470 ff.].

<sup>54</sup>Siehe [Lip03, S. 99].

<sup>55</sup>Vgl. [FD04, S. 166].

<sup>56</sup>Siehe [BW84, S. 331].

<sup>57</sup>Vgl. ebd., S. 332.



Regalwand beruhen, müssen sie mit dem Denormierungsfaktor  $X/R_{sx}$  multipliziert werden, um die mittlere Fahrzeit in Sekunden zu erhalten.

$$E(\overline{SC}_{BW}) = \left( \frac{1}{3}b^2 + 1 \right) \cdot \frac{X}{R_{sx}} \quad (3.27a)$$

$$E(\overline{DC}_{BW}) = \left( \frac{4}{3} + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{30}b^3 \right) \cdot \frac{X}{R_{sx}} \quad (3.27b)$$

Han et al. untersuchen ebenfalls die Leistungssteigerung durch Doppelspiele, unterstellen aber eine Nächster-Nachbar-Strategie und erzielen damit eine Leistungssteigerung von bis zu 15 %.<sup>58</sup> Sie vernachlässigen jedoch ebenfalls die Beschleunigungseinflüsse des Regalbediengerätes.<sup>59</sup> Hwang & Lee erweitern das Modell von Bozer & White, indem sie ein trapezförmiges Beschleunigungsprofil des Regalbediengerätes berücksichtigen.<sup>60</sup> Dieses Modell wird wiederum von Chang et al. aufgegriffen und auf den Einfluss unterschiedlicher Geschwindigkeitsbereiche des Regalbereichs untersucht.<sup>61</sup> Sie bestätigen sowohl die Korrektheit der Modelle von Hwang & Lee und Gudehus und unterstreichen die Abweichung zu Bozer & White.<sup>62</sup> In kurzen Gassen überschätzt das Modell von Gudehus die Leistungsfähigkeit des Systems durch eine fehlende Abhängigkeit zur Größe des Regals. Hwang & Lee und Chang et al. liefern hier genauere Resultate.<sup>63</sup> Eldemir et al. entwickeln zusätzliche Modelle, welche abhängig vom Regalwandparameter zuverlässige Ergebnisse erzielen, und stellen zudem Formulierungen für eine Festplatzlagerung vor.<sup>64</sup> Sie kommen zu dem Ergebnis, dass eine Festplatzlagerung zu einem erhöhten Raumbedarf und daraus resultierend zu schlechteren Umschlagsleistungen bei Einzel- und Doppelspielen führt.<sup>65</sup> Zusammenfassend gilt für die Literatur im englischsprachigen Raum jedoch Gleiches wie für die deutschsprachige Literatur: Auch wenn letztlich eine Unabhängigkeit von der Regalform entwickelt wurde, ignorieren die Ansätze so gut wie immer die Einflüsse durch eine Ungleichverteilung der Zugriffe und gelten nur für spezielle Ausprägungen, wie einem einzelnen Übergabepunkt in der linken unteren Ecke des Regals, und lassen sich damit nicht als allgemeingültige Berechnungsgrundlage zur Lagerplanung heranziehen.<sup>66</sup>

---

<sup>58</sup>Vgl. [HMSW87, S. 65].

<sup>59</sup>Siehe ebd., S. 58.

<sup>60</sup>Vgl. [HL90].

<sup>61</sup>Vgl. [CWL95].

<sup>62</sup>Siehe ebd., S. 110.

<sup>63</sup>Siehe [GAU11, S. 55].

<sup>64</sup>Vgl. [EGM04].

<sup>65</sup>Siehe ebd., S. 4777 ff.

<sup>66</sup>Aufgrund der begrenzten Relevanz für die weitere Arbeit wird nicht ausführlicher auf Modelle zur Spielzeitberechnung ohne Strategieintegration eingegangen. Ausführlichere Übersichten und Beschreibungen der Modelle finden sich in [SB95]; [RRS<sup>+</sup>00]; [Lip03]; [tH08]; [GGM07]; [RV09]; [GGM10]; [VTV12].

### 3.2.3 Analytische Spielzeitberechnung für Mehrfachlastaufnahmemittel

Gudehus beschreibt bereits in den 70er-Jahren eine Leistungssteigerung durch die Nutzung von Mehrfachlastaufnahmemitteln, drückt sich jedoch wegen der monetären Mehraufwände und der schwierigen Quantifizierung der Leistungssteigerung kritisch aus. Er bestimmt für ein Doppellastaufnahmemittel eine Leistungssteigerung von rund 40 % und für ein Regalbediengerät mit vier Lastaufnahmen bis zu 90 % Leistungssteigerung.<sup>67</sup>

Sarker et al. betrachten ein verkürztes Vierfachspiel, bei welchem eine einzulagernde Einheit in das durch die erste Auslagerung frei gewordene Lagerfach eingebracht wird. Sie approximieren dieses Vierfachspiel daraufhin analytisch für eine Nächster-Nachbar-Strategie und belegen ihre Ergebnisse anhand einer Monte-Carlo-Simulation.<sup>68</sup> Sie folgern eine Leistungssteigerung zwischen 50 % und 80 % durch den Einsatz einer zweiten Lastaufnahme.<sup>69</sup>

Keserla & Peters verfolgen einen ähnlichen Ansatz und untersuchen zusätzlich den Nutzen, die zweite Auslagerung des Vierfachspiels in einem als „No-Cost-Zone“ bezeichneten Bereich durchzuführen. Hiermit ist das Areal gemeint, welches, ausgehend von der ersten Auslagerung, ohne Fahrzeitverlängerung zum Ausgangspunkt angefahren werden kann. Dies führt auf Dauer jedoch zu einer Verschiebung der freien Lagerplätze fort vom Übergabepunkt und schlechteren Spielzeiten als eine Nächster-Nachbar-Strategie. Sie kommen zu dem Schluss, dass ein Mehrfachlastaufnahmemittel zu Leistungssteigerungen zwischen 40 % und 45 % führen kann.<sup>70</sup> Lippolt erklärt diese Diskrepanz zu Sarker et al. durch die Einbeziehung der Spielzeiten des Lastaufnahmemittels.<sup>71</sup>

Die Untersuchung der Leistungsfähigkeit für Mehrfachlastaufnahmen wird 1997 von Meller & Mungwattana auf die Untersuchung von Dreifachlastaufnahmen erweitert, welche Sechsfachspiele durchführen können. Sie untersuchen zusätzlich zu den oben genannten Autoren eine umgekehrte Nächster-Nachbar-Strategie (die letzte Auslagerung wird möglichst nahe am Ausgangspunkt gewählt). Sie kommen zu dem Ergebnis, dass ein Dreifachlastaufnahmemittel die Leistung gegenüber einer einzelnen Lastaufnahme verdoppeln kann. Unter praktischer Anwendung der Nächster-Nachbar-Heuristik für Sechsfachspiele können sie experimentell eine Leistungssteigerung von 20 % gegenüber einer chaotischen Lagerung erzielen. Zusätzlich reduzieren sie die Wartezeit für Auslagerungen um über 67 % durch eine Reduktion der Auslastung von 94 % auf 77 %.<sup>72</sup>

Malmborg unterstellt erstmals eine Ungleichverteilung der eingehenden und ausgehenden Materialströme. Er unterscheidet sieben Fälle für unterschiedliche Spiele, die

---

<sup>67</sup>Vgl. [Gud73, S. 176–183].

<sup>68</sup>Das Modell basiert auf [BW84] und vernachlässigt damit Beschleunigungsaspekte.

<sup>69</sup>Vgl. [SSLH91].

<sup>70</sup>Vgl. [KP94].

<sup>71</sup>Siehe [Lip03, S. 93].

<sup>72</sup>Vgl. [MM97].

auftreten können, und bestimmt die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten jeden Falles. Es zeigt sich, dass Systeme mit Mehrfachlastaufnahmen weniger sensibel auf ungleich verteilte Ein- und Auslagerungen reagieren als Systeme mit Einfachlastaufnahmen, da auch bei reinen Ein- bzw. Auslagerspielen mehrere Ladungsträger bewegt und kürzere Gesamtrouten gefunden werden können.<sup>73</sup>

Neben ungleich verteilten Materialflüssen untersuchen Guo & Liu getrennte Übergabepunkte für das System und betrachten dabei eine chaotische Lagerung ohne weitere Strategien. Sie kommen zu dem Schluss, dass Mehrfachlastaufnahmemittel insbesondere bei gegenüberliegenden Übergabepunkten und stark ungleich verteilten Materialflüssen Vorteile erzielen. Für Systeme mit gleichmäßiger Auslastung und einfachem Übergabepunkt gehen sie davon aus, dass geschätzte 40 % Zusatzkosten für die zusätzliche Lastaufnahme nicht zu empfehlen sind.<sup>74</sup>

Eine Zusammenfassung analytischer Spielzeitmodelle für Mehrfachlastaufnahmemittel unter Berücksichtigung der Beschleunigung erfolgt 2007 durch DePuy. Er betrachtet dabei sowohl reguläre Nächster-Nachbar- wie auch verkürzte Nächster-Nachbar-Strategien wie in Sarker et al. Diese Modelle sind ebenfalls auf Gassen mit einem Übergabepunkt in der linken unteren Ecke beschränkt, numerische Ergebnisse werden nicht publiziert.<sup>75</sup>

### 3.2.4 Leistungsermittlung für doppeltiefe Lager

Bei der Untersuchung doppeltiefer Lager steht die Frage im Vordergrund, wie viel Zeit benötigt wird, um bei einer Auslagerung aus dem hinteren Fach eines Lagerkanals eine blockierende Lagereinheit umzulagern. Es müssen unterschiedliche Zugriffszeiten für einfach- und doppeltiefe Operationen berücksichtigt und die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, mit welcher eine doppeltiefe Operation durchgeführt wird. Im Vergleich zu den oben diskutierten Fragestellungen finden sich bezüglich dieser Fragestellung wenige Publikationen.<sup>76</sup>

Erste Ansätze liefern Oser & Garlock, welche ein doppeltiefes Kleinteilelager mit einem Mehrfachlastaufnahmemittel betrachten. Sie gehen davon aus, dass zunächst alle gangfernen Lagerplätze belegt werden und erst dann in gangnahe Plätze eingelagert wird. In Abhängigkeit des Lagerfüllgrades  $z$  bestimmen sie eine Umlagerwahrscheinlichkeit von  $P_u = (2z-1)/2z$ . Sie gehen weiterhin davon aus, dass alle Umlagerungen durch eine Verschiebung des Mehrfachlastaufnahmemittels um einen einfachen Fachabstand möglich sind.<sup>77</sup>

Nach der Norm FEM 9.851 wird von einem Lagerfüllgrad von annähernd 100 % für die Häufigkeit der Umlagerung ausgegangen. Dies impliziert eine Umlagerung mit einer

---

<sup>73</sup>Vgl. [Mal00].

<sup>74</sup>Vgl. [GL07].

<sup>75</sup>Vgl. [DeP07].

<sup>76</sup>Siehe [XSYH14, S. 3].

<sup>77</sup>Vgl. [Gar97] & [OG98] nach [Lip03, S. 103] & [See06, S. 96].

Wahrscheinlichkeit von 50 %. Für die Berechnung der Distanz zu einem freien Lagerplatz für die Umlagerung werden geschlossene Formeln in Abhängigkeit des Lagerfüllgrades  $z$  sowie der Fachabmessungen  $x_F$  und  $y_F$  eingeführt (Formeln (3.28)):

$$\Delta x_1 = \frac{1}{10} x_F \sqrt{\frac{1}{(1-z)}} \quad (3.28a) \quad \Delta y_1 = \frac{1}{3} y_F \sqrt{\frac{1}{(1-z)}} \quad (3.28c)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{3} x_F \sqrt{\frac{1}{(1-z)}} \quad (3.28b) \quad \Delta y_2 = \frac{1}{10} y_F \sqrt{\frac{1}{(1-z)}} \quad (3.28d)$$

Es werden unterschiedliche Zeiten für einfach- ( $R^{t_{z1}}$ ) und doppeltiefe ( $R^{t_{z2}}$ ) Zugriffe einbezogen, und die mittlere Spielzeit für ein kombiniertes Spiel im doppeltiefen Lager wird anhand derselben Referenzpunkte wie beim einfachtiefen Regalaufbau (Formeln (3.25)) bestimmt.<sup>78</sup>

$$\begin{aligned} E(\overline{DC}_{\text{FEM}}^*) &= \overbrace{\frac{1}{4}(4 \cdot R^{t_{z1}} + t_{0,P_1} + t_{P_1,P_2} + t_{P_2,0})}^{P_1 \text{ \& } P_2 \text{ einfachtief}} \\ &+ \overbrace{\frac{1}{2}(3 \cdot R^{t_{z1}} + R^{t_{z2}} + t_{0,P_1} + t_{P_1,P_2} + t_{P_2,0})}^{P_1 \text{ einfach- \& } P_2 \text{ doppeltief}} \\ &+ \overbrace{\frac{1}{4}(2 \cdot R^{t_{z1}} + 2 \cdot R^{t_{z2}} + t_{0,P_1} + t_{P_1,P_2} + t_{P_2,0})}^{P_1 \text{ \& } P_2 \text{ doppeltief}} \\ &+ \overbrace{\frac{1}{2}((t_{\Delta x_1, \Delta y_1} + t_{\Delta x_2, \Delta y_2}) + R^{t_{z1}} + R^{t_{z2}})}^{\text{Umlagerspiel}} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Lippolt geht erstmalig nicht davon aus, dass die Anzahl der Umlagerungen unabhängig vom Lagerfüllgrad ist. Er untersucht anhand eines als Markov-Kette abgebildeten stochastischen Prozesses die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Operationen im doppeltiefen Lager. Er geht von einer zufälligen Lagerplatzvergabe aus und unterstellt nicht, dass zunächst alle gangfernen Lagerplätze befüllt werden müssen. Er bestimmt in Abhängigkeit des Lagerfüllgrades  $z$ , mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Lagergasse leer ( $P_l$ ), gangfern belegt ( $P_h$ ) oder doppelbelegt ( $P_d$ ) ist, und leitet daraus die Wahrscheinlichkeit für eine Umlageroperation ( $P_u$ ) ab.<sup>79</sup>

<sup>78</sup>Vgl. [FEM9851, S. 14 f.] (die getrennten Formeln der Norm wurden hier zu einem Term zusammengefasst).

<sup>79</sup>Siehe [Lip03, S. 134 f.].

$$P_l = \frac{(1-z)}{1+z} \quad (3.30a) \quad P_d = \frac{2z^2}{1+z} \quad (3.30c)$$

$$P_h = \frac{2z(1-z)}{1+z} \quad (3.30b) \quad P_u = \frac{P_d}{P_h + 2P_d} = \frac{z}{1+z} \quad (3.30d)$$

Aufbauend auf diesen Wahrscheinlichkeiten und unter Annahme eines vereinfachten Regals mit einem Regalwandparameter von eins und einer Fachgröße auf der Isosynchrongeraden leitet Lippolt einen geschlossenen Term zur Berechnung der Umlagerspielzeit ab und bestimmt die Spielzeit im doppeltiefen Lager:<sup>80</sup>

$$\begin{aligned}
E(\overline{DC}_{\text{Lip}}^*) = & \underbrace{2 \cdot \left( \frac{(1+4z) \cdot R^{t_{z1}} + R^{t_{z2}}}{2(1+2z)} \right)}_{\text{Mittlere LAM-Spielzeit einlagern}} + \underbrace{2 \cdot \left( \frac{(1+2z) \cdot R^{t_{z1}} + R^{t_{z2}}}{2(1+2z)} \right)}_{\text{Mittlere LAM-Spielzeit auslagern}} \\
& + \underbrace{\frac{3}{2} \left( \frac{v_x}{a_x} + \frac{v_y}{a_y} \right) + \left( \frac{4}{3} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{30} \right) \cdot \frac{L}{v_x}}_{\text{Doppelspielzeit}} \\
& + \underbrace{\frac{z}{1+z} \cdot \left( 2 \cdot \frac{(1+4z) \cdot R^{t_{z1}} + R^{t_{z2}}}{2(1+2z)} \right)}_{\text{Gabelspiel umlagern}} \\
& + \underbrace{\left( 2 \cdot \left( \frac{7}{15} \cdot \sqrt{\frac{(1+z) - 2z^2}{(1+z)}} \cdot F^* \right) \right)}_{\text{Fahrzeit umlagern}}
\end{aligned} \quad (3.31)$$

Seemüller greift den Umgebungsansatz von Lippolt auf und wendet diesen zur Bestimmung der Spielzeitverbesserung bei einer Nächster-Nachbar-Strategie an. Zusätzlich beschreibt er Mehrfacheinlagerungen in einfach- und doppeltiefen Lagern bei Einsatz mehrerer Lastaufnahmemittel. Seemüller modelliert die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Spielzeitkomponenten in verschiedenen Systemkonstellationen und aggregiert diese zur Ermittlung erwarteter Spielzeiten.<sup>81</sup>

Vergleichbar zu den Grundlagen der analytischen Spielzeitberechnung für einfachtiefe Lager, lässt sich für doppeltiefe Ansätze eine spätere Entwicklung der Forschung in der angelsächsischen Literatur feststellen. 2010 entwickeln Lerher et al. einen Ansatz, der in groben Zügen die Annahmen von Oser & Garlock widerspiegelt. Die gangnahe Regalfront wird erst nach vollständiger Befüllung der gangfernen Lagerplätze bei der Einlagerung einbezogen. Die Autoren entwickeln, basierend auf den Spielzeitmodellen von Hwang & Lee, Terme zur Beschreibung der Einfachspiele und Querfahrzeiten. Da hier nur

<sup>80</sup>Siehe [Lip03, S. 158].

<sup>81</sup>Vgl. [See06].

ein Lastaufnahmemittel betrachtet wird, erfolgt eine auf den in FEM 9.851 beschriebenen Umlagerdistanzen basierende und vom Lagerfüllgrad abhängige Formulierung für die erwartete Doppelspielzeit.<sup>82</sup> Das Modell von Xu et al. trifft die gleichen Annahmen wie der Ansatz von Oser & Garlock und betrachtet zwei Lastaufnahmemittel. Die Autoren berücksichtigen sowohl die Möglichkeit eines Umlagerspiels auf einer freien Lastaufnahme wie auch einer Umlagerung, bei welcher die Distanzen von Lerher et al. angewendet werden. Zusätzlich approximieren sie die mittleren kombinierten Spielzeiten für eine Nächster-Nachbar-Lagerstrategie, welche auf den Spielzeitmodellen von Meller & Mungwattana basiert.<sup>83</sup>

### 3.2.5 Analytische Spielzeitberechnung für zonierte Lager

Neben der analytischen Berechnung für Einzel- und Doppelspiele stellt Gudehus in den 70er-Jahren erste Formeln zur Berechnung der erwarteten Spielzeit mit einem rechteckigen Schnellläuferbereich und einem Übergabepunkt in der unteren Ecke der Regalwand auf. Er ermittelt eine maximale Leistungssteigerung von knapp 20 % bei einem Schnellläuferanteil zwischen 10 % und 30 %.<sup>84</sup>

Ausgehend von einer Regalwand mit einem Übergabepunkt in der linken unteren Ecke, entwickeln Hausman et al. 1976 ein analytisches Modell, um die Leistungsfähigkeit bei einer Unterteilung in zwei, drei und  $n$  Klassen zu bestimmen,<sup>85</sup> es vernachlässigt aber die Querfahrzeiten. Im Vergleich zu einer diskreten Berechnung der mittleren Spielzeiten weicht Hausmanns Approximation jedoch über 10 % ab. Er konstatiert signifikante Verkürzungen der Spielzeit durch eine Zonierung der Regalwand.<sup>86</sup>

Graves et al. erweitern das Modell im Jahr darauf um eine Berücksichtigung der Querfahrzeiten und ermitteln für ein 3-Zonen-Lager eine Leistungssteigerung zwischen 16 % und 35 %. Um in einem Lager, welches in drei Zonen eingeteilt ist, einen freien Lagerplatz zu finden wie in einem chaotisch betriebenen Lager, müssen bis zu 5 % zusätzliche Kapazität geschaffen werden, da nun nicht mehr jedes Lagerfach für jeden Artikel zur Verfügung steht. Ein 3-Zonen-Lager erzielt dabei bereits 85 % der Leistung gegenüber einer  $n$ -Zonen-Strategie.<sup>87</sup>

Die Fragestellung, wie viele Zonen in einem Lager gebildet werden sollen, wird von Rosenblatt & Eynan untersucht. Sie kommen zu dem Schluss, dass eine Einteilung in mehr als zehn Zonen kaum weitere Leistungssteigerungen erlaubt. Bereits bei der Nutzung von

---

<sup>82</sup>Vgl. [LSPT10].

<sup>83</sup>Vgl. [XSYH14].

<sup>84</sup>Siehe [Gud73, S. 188].

<sup>85</sup> $n$  Klassen: Jeder Lagerplatz bildet eine eigene Klasse, es folgt eine nach Umschlag angeordnete Festplatzlagerung.

<sup>86</sup>Vgl. [HSG76].

<sup>87</sup>Vgl. [GHS77, S. 943].

fünf Zonen sind annähernd 95 % der durch ein n-Zonen-System erreichbaren Leistung verfügbar.<sup>88</sup>

Eynan & Rosenblatt erweitern ihre Betrachtung anschließend um eine Untersuchung von Gassen mit einem Regalwandparameter, der nicht eins beträgt. Sie entwickeln ein Verfahren, um die Regalfläche in eine gegebene Anzahl Zonen einzuteilen, und schätzen die Leistungsfähigkeit des Systems ab, betrachten dabei aber keine Querfahrzeiten. Sie folgern, dass bereits ab sechs Klassen kaum weitere Leistungssteigerungen zu erwarten sind und dass sich erst ein Regalwandfaktor kleiner als 0,6 deutlich leistungssenkend auswirkt.<sup>89</sup>

Ein vergleichbares Modell wird 1995 von Kouvelis & Papanicolaou aufgestellt und um die Betrachtung der Querfahrzeiten erweitert. Sie beschränken ihr Modell dabei auf zwei Zonen. Zusätzlich erstellen sie analytische Formulierungen für die Einzelspielzeiten eines gassenunabhängigen Regalbediengerätes bei mehreren gleich zonierten Gassen. Sie addieren hierzu einen Parameter, welcher die Fahrzeit zwischen den Gassen repräsentiert, vergleichen die Ergebnisse jedoch nicht mit einem unzonierten System.<sup>90</sup>

Das klassische Modell von Hausman et al. wird von Thonemann & Brandeau um die Annahme erweitert, dass für jedes Ladegut eine Exponentialverteilung der Bedarfe zugrunde liegt anstatt ein einzelner antizipierter Umschlagswert. Sie kommen zu dem Schluss, dass eine Zonierung auch in einem stochastischen Umfeld zu signifikanten Leistungssteigerungen führt.<sup>91</sup>

Die Auswirkung einer Zonierung bei getrennten Übergabepunkten an gegenüberliegenden Gassenfronten wird von Ashayeri et al. untersucht. Sie entwickeln hierzu eine Heuristik zur Bildung rechteckiger Zonen im Regal und weisen die Artikel diesen Zonen zu. Sie erzielen mit diesem Vorgehen eine Reduktion der Spielzeiten um 25 % für ein unzoniertes Praxisbeispiel, vergleichen dies jedoch nicht mit der Leistung bei nur einem Übergabepunkt.<sup>92</sup>

Ein allgemeingültiges Vorgehen zur analytischen Bestimmung bei einem Übergabepunkt und mit rechteckigen Zonen wird im Jahr darauf von Ashayeri et al. veröffentlicht. Sie unterteilen die Regalfläche dabei in sechs getrennte Bereiche, deren Flächenanteile relativ zur Isosynchronegeraden bestimmt werden, um eine Gewichtung der möglichen Fahrten zu erzielen. Sie unterstellen eine gegebene Zonierung der Gasse und vergleichen drei Zonierungsfälle. Sie folgern zum einen, dass die Form der Zonen auf den Isosynchronegeraden des Regalbediengerätes basieren soll, um eine gute Leistung zu erzielen. Zum anderen zeigen sie auf, dass die analytische Berechnung der Umschlagsleistung bei anders geformten Zonen zu Fehlern (bis über 115 %) führen kann.

---

<sup>88</sup>Siehe [RE89, S. 1522].

<sup>89</sup>Vgl. [ER94].

<sup>90</sup>Vgl. [KP95].

<sup>91</sup>Vgl. [TB98].

<sup>92</sup>Vgl. [AHBW01].

Lippolt & Blunck entwickeln einen Algorithmus zur Bestimmung optimal angeordneter Zonen bei beliebigen Übergabepunkten. Aufgrund der hohen Laufzeit des Algorithmus entwerfen sie zusätzlich ein geometrisches Verfahren zur approximativen Bestimmung geeigneter Zonengrenzen. Sie beschreiben dabei nur ein Verfahren für getrennte Übergabepunkte an der gleichen Stirnseite der Regalwand und schätzen den Fehler durch die Approximation auf maximal 2%.<sup>93</sup>

Für eine normierte Gasse mit Regalwandparameter eins entwickeln Park et al. geschlossene Ausdrücke zur Bestimmung der erwarteten Einzel- und Doppelspielzeiten ohne Beschleunigungseinfluss. Diese gelten ausschließlich für Gassen mit einem Übergabepunkt in der linken unteren Ecke und mit einer Beschränkung auf zwei Zonen. Sie nutzen dabei einen Schiefe-Parameter  $0 \leq s \leq 1$ , der die Verteilung der Umschläge auf die Zonen in Abhängigkeit einer Verteilungsfunktion  $G(x)$  beschreibt.<sup>94</sup>

$$G(x) = x^s, \quad 0 < x \leq 1 \quad (3.32)$$

Gilt  $s = 1$  werden alle Artikel gleichmäßig umgeschlagen. Je näher  $s$  an 0 heranreicht, desto höher ist der Anteil des Umschlags einer kleinen Zone. Anhand einer Einteilung der Gasse in sieben Zonen gelingt es ihnen, geschlossene Terme zur Berechnung der Umschlagsleistung in Abhängigkeit von  $s$  zu bilden (Formeln (3.33)).<sup>95</sup>

$$E(\overline{SC}_{Park}) = \frac{2s(2s+1+b^{s+1})}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{X}{R_{sx}} \quad (3.33a)$$

$$E(\overline{DC}_{Park}) = \frac{4s}{2s+1} + \frac{s(8s^3+6^2+7s-8+2^{-2s+2})}{(s+1)(2s-1)(2s+1)(4s+1)} \cdot \frac{X}{R_{sx}} \quad (3.33b)$$

Für Systeme mit einem nicht optimalen Regalwandparameter ( $b \neq 1$ ) stellen Park et al. ein weiteres analytisches Modell auf. Unter ansonsten gleichen Voraussetzungen bestimmen sie anhand einer Einteilung der Regalfläche in zwölf Bereiche für unterschiedliche Regalwandparameter die erwartete Einzel- und Doppelspielzeit. Es wird deutlich, dass erst bei starkem Abweichen ( $b < 0,6$ ) vom optimalen Regalwandparameter nennenswerte Leistungseinbußen<sup>96</sup> auftreten.<sup>97</sup>

Sarker et al. kombinieren die Untersuchung einer in zwei Zonen geteilten Gasse mit der Leistungssteigerung eines zweiten Lastaufnahmemittels. Sie zeigen, dass eine Nächster-Nachbar-Strategie in so einem System zwar zu Leistungssteigerungen führt, dass diese jedoch nicht an die Umschlagsleistung einer Zonierung heranreichen. Weiterhin vergleichen

<sup>93</sup>Siehe [LB01].

<sup>94</sup>Siehe [PFWF03, S. 343].

<sup>95</sup>Vgl. ebd.

<sup>96</sup>Für  $s = 0,431$  (20 % der Artikel verursachen 50 % des Umschlags) und  $b = 0,6$  wird eine Verlängerung der Doppelspielzeit von rund 6 % ermittelt.

<sup>97</sup>Vgl. [PFF06].



sie ein angepasstes analytisches Modell, welches auf den Arbeiten von Graves et al. und Schwarz et al. basiert, mittels einer Simulation. Es treten Abweichungen über 14 % auf, welche die Autoren mit der Annahme einer kontinuierlichen Regalfläche in den Modellen erklären. Eine Beispielrechnung auf Basis diskreter Werte für die Ein- und Ausfahrzeiten reduziert diesen Fehler auf 2,4 %.<sup>98</sup>

Kouvelis & Papanicolaou entwickeln ein Modell für die Ermittlung der möglichen Umschlagsleistung für ein auf zwei Zonen beschränktes Lager. Sie führen eine Variable  $R$  ein, welche auf der Isograden der Zonengrenze liegt und die Abgrenzung der Bereiche angibt. In Abhängigkeit von  $R$  und der auf die Zonen gewichteten Zugriffshäufigkeit  $p$  entwickeln sie Ausdrücke zur Bestimmung der erwarteten Einzel- und Doppelspielzeit und eine Optimierung, in welchem Fall zwei rechteckige Zonen und wann eine rechteckige und eine L-förmige Zone gebildet werden sollen.<sup>99</sup>

Ein Verfahren zur dynamischen Zonierung der Regalfläche wird von Glass publiziert. Anstatt Artikel dauerhaft festen Bereichen der Gasse zuzuordnen, wird eine Liste der erwarteten Verweildauern aller Artikel gepflegt. Auf Basis dieser Informationen wird bei jeder Einlagerung der für einen Artikel zum Zeitpunkt der Einlagerung beste freie Lagerplatz ausgewählt. Glass ermittelt mit dieser Strategie eine Leistungssteigerung von bis zu 5 % gegenüber einer Einteilung des Regals in drei feste Zonen. Er sieht den Vorteil einer dynamischen Lagerplatzvergabe insbesondere in einer einfachen praktischen Umsetzung, da die Fragestellung nach den optimalen Zonengrenzen entfällt.<sup>100</sup> Das Entfallen der Zonengrenzen führt ebenso zur Eliminierung der durch eine Zonierung benötigten zusätzlichen Kapazität, da jeder Lagerplatz wieder für jeden Artikel zur Verfügung steht. Im Rahmen der Planung ist der Ansatz jedoch kaum umzusetzen, da die benötigten Verweildauern sich regelmäßig zur Laufzeit ändern und damit ex ante nicht zur Planung verfügbar sind.

Um die Auswirkung unterschiedlicher Verweilzeiten im Lager in analytischen Modellen einzubeziehen, entwickeln Piepenburg & Bruns einen geschlossenen Ausdruck in Form des Einflussfaktors  $\alpha$  (Formel (3.34)). Unterstellt man eine Gleichverteilung der Verweilzeiten mit den Grenzen  $t_{vmin}$  und  $t_{vmax}$ , erlaubt die Multiplikation der Klassenbreite der Spielzeiten<sup>101</sup> mit  $\alpha$  eine schnelle Abschätzung des Leistungsgewinns durch den Einsatz der dynamischen Zonierung nach Glass.<sup>102</sup>

$$\alpha = \frac{2 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{t_{vmin}}{t_{vmax} - t_{vmin}}} \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{t_{vmax} - t_{vmin}}{t_{vmin}}}\right)\right)}{\ln \frac{t_{vmax}}{t_{vmin}}} \quad (3.34)$$

<sup>98</sup>Vgl. [SML94].

<sup>99</sup>Vgl. [KP95].

<sup>100</sup>Vgl. [Gla08, S. 92 f.].

<sup>101</sup>Die Klassenbreite der Spielzeiten ergibt sich aus der Differenz zwischen der maximalen Spielzeit und der minimalen Spielzeit über alle Lagerfelder.

<sup>102</sup>Vgl. [PB11].

Gamberi et al. erweitern das Modell von Kouvelis & Papanicolaou um die Betrachtung einer dritten Zone. Sie bestimmen die Form der einzelnen Zonen in Abhängigkeit von ihrer Größe in Bezug auf den Regalwandparameter. In Abhängigkeit der Parameter  $R_1$ ,  $R_2$  und  $b$  bestimmen sie einen analytischen Ausdruck, welcher die mittlere Spielzeit darstellt. Aufgrund der Vielzahl der zu lösenden Integrale und voneinander abhängigen Parameter gelingt ihnen jedoch keine geschlossene Form zur Bestimmung der Spielzeit.<sup>103</sup>

Der von Graves et al.<sup>104</sup> beschriebene zusätzliche Kapazitätsbedarf bei einer zonierten Lagerung wird von Yu & De Koster formal für den Grenzwert mit  $n$  Zonen analysiert. Sie argumentieren, dass eine Lagerung mit einer Zone für jeden Artikel einer Festplatzlagerung gleicht, und begründen hiermit einen massiven Fehler in den klassischen Modellen, welche keine Kapazitätssteigerung berücksichtigen. Sie stellen ein angepasstes Modell für eine vollständig umschlagsbasierte Zonierung auf und ermitteln eine Diskrepanz von über 20 %. Sie argumentieren, dass die Resultate aus Spielzeitmodellen, welche für zonierte Lager bis dato aufgestellt wurden, eine untere Grenze für die erwarteten Fahrzeiten darstellen.<sup>105</sup>

Zaerpour et al. beweisen, dass die Form einer Gasse mit gleichzeitiger Bewegung in drei Dimensionen bei einer Zonierung der (leistungs) optimalen Form einer Gasse ohne Zonierung gleicht. Sie betrachten dabei die leistungsbezogene Optimalität und bestätigen damit den Schluss, zu dem Schaab, kam auch für zonierte Lager: dass das Leistungsoptimum bei einem Regalwandparameter von  $b = 1$  erzielt wird.<sup>106</sup>

### 3.2.6 Leistungsermittlung mittels Simulation

Lässt sich das Verhalten eines komplexen Systems nicht durch Experimente oder analytische Modelle vorhersagen, ist die Simulation<sup>107</sup> ein probates Werkzeug, um die gesuchten Informationen zu erhalten.<sup>108</sup> Die Simulation wird bei der Ermittlung der Leistungsfähigkeit für automatische Lager insbesondere eingesetzt, um die Leistungsauswirkung unüblicher Konfigurationen zu ermitteln.

Die ersten ausführlichen Simulationsstudien zur Analyse der Einflüsse einer zonierten Lagerplatzvergabe haben Schwarz et al. publiziert. Der Fokus ihrer Arbeit liegt darauf, die Leistung einer chaotischen Lagerplatzvergabe mit einer in drei Zonen aufgeteilten Gasse zu untersuchen. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass eine auf den Umschlägen der Artikel

<sup>103</sup>Vgl. [GMR12].

<sup>104</sup>[GHS77].

<sup>105</sup>Siehe [YD13, S. 1647].

<sup>106</sup>Siehe [ZDY13].

<sup>107</sup>Simulation ist ein „Verfahren zur Nachbildung eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind“ [VDI3633, S. 16]. Ein Modell ist hierbei als eine „vereinfachte Nachbildung eines geplanten oder existierenden Systems mit seinen Prozessen in einem anderen begrifflichen oder gegenständlichen System“ [VDI3633, S. 11] definiert.

<sup>108</sup>Vgl. [AFI08, S. 36].

basierende Lagerplatzvergabe vorteilhaft ist. Im Vergleich zu bis dahin existierenden analytischen Modellen führt ihre Simulation zu auffallend abweichenden Ergebnissen.<sup>109</sup>

Han et al. beschäftigen sich mit den Auswirkungen der Nächster-Nachbar-Lagerstrategie. Sie schlagen darüber hinaus eine als „shortest leg“ bezeichnete Strategie vor, bei welcher in einem Doppelspiel der Einlagerplatz immer zwischen Auslagerplatz und Übergabepunkt gewählt wird. Dies führt zwar zunächst zu kürzeren Spielzeiten, jedoch ebenso zu einer Ballung der belegten Lagerplätze in der Nähe des Übergabepunktes und daher auf Dauer sogar zu schlechteren Resultaten als eine zufällige Lagerplatzvergabe. Sie ermitteln für eine Nächster-Nachbar-Strategie eine Leistungssteigerung zwischen 5 % und 8 %.<sup>110</sup>

Einen Vergleich der Nächster-Nachbar- mit der zonierten Lagerplatzvergabe stellen Randhawa & Shroff an. Dazu untersuchen sie drei beispielhafte Lagerlayouts (mit einem Regalwandparameter von  $b = 1$ ). Sie kommen zu dem Schluss, dass die zonierte Lagerplatzvergabe in allen Fällen die größten Leistungssteigerungen erzielt. Eine Kombination aus Zonierung und Nächster-Nachbar-Strategie führt zu keiner bemerkenswerten Leistungssteigerung.<sup>111</sup>

Lee & Schaefer gehen davon aus, dass die Einlageraufträge in der Vorzone zur Verkürzung der Doppelspielzeit umsortiert werden können. Unter Anwendung unterschiedlicher Heuristiken können sie die mittleren Querafahrzeiten bei einer ausreichend langen Warteschlange ( $\geq 5$ ) um bis zu 73 % reduzieren. Sie folgern daraus eine Steigerung der Umschlagsleistung von mindestens 23 %.<sup>112</sup>

Die Auswirkung poissonverteilter Ein- und Auslagerungsaufträge wird von Lee untersucht. Es zeigt sich, dass der Anteil der Einzel- und Doppelspiele häufig falsch geschätzt wird, was zu einer Abweichung der analytischen Modelle von bis zu 30 % gegenüber den Simulationsergebnissen führt.<sup>113</sup>

Hur et al. erweitern diesen Ansatz, indem sie eine M/G/1-Warteschlange mit getrennten Poisson-Prozessen für die Einlager- und Auslagerungsaufträge an den Übergabestationen unterstellen. Sie schätzen anhand dieser Annahme die Länge der Warteschlangen und die erwartete Wartezeit für die Aufträge ab. Im Vergleich zum Modell von Lee erzielen beide Modelle vergleichbare Ergebnisse bezüglich der Auslastung des Regalbediengerätes. Die Erweiterung führt jedoch zu deutlich besseren (bis zu 90 % Abweichung) Ergebnissen bei der Abschätzung der Warteschlangenlänge.<sup>114</sup>

Van den Berg, Jeroen P. & Gademann kombinieren unterschiedliche Belegungs- und Bewegungsstrategien mit zusätzlichen Strategien zur Auswahl der nächsten Auslagerung für ein gegebenes Layout. Sie vergleichen eine chaotische Lagerung mit einer Teilung der Gasse in drei und sechs Zonen und eine Festplatzlagerung. Für jeden Fall wählen sie für

---

<sup>109</sup>Vgl. [SGH78].

<sup>110</sup>Vgl. [HMSW87].

<sup>111</sup>Vgl. [RS95].

<sup>112</sup>Vgl. [LS97].

<sup>113</sup>Vgl. [Lee97].

<sup>114</sup>Vgl. [HLLL04].

kombinierte Spiele entweder eine zufällige, Nächster-Nachbar- oder Shortest-leg-Strategie. Sie bestätigen erneut, dass die zonenbasierten Ansätze in heterogenen Umgebungen höhere Umschlagsraten erwarten lassen als andere Strategien.<sup>115</sup>

Nendel & Schumann untersuchen die Auswirkungen spezifischer Strategien<sup>116</sup> in Kombination mit leistungsrelevanten Eigenschaften des Systems. Sie untersuchen die Strategien hierbei nicht nur untereinander, sondern auch in Abhängigkeit der Gassenlänge, der Beschleunigung des Regalbediengerätes und des Lagerfüllgrades. Sie stellen unter anderem fest, dass die Wirksamkeit einer Zonierung kaum durch die Länge der Gasse beeinflusst wird. Im Gegensatz dazu hat ein hoher Füllgrad in kurzen Gassen (10–30 m) einen stärkeren Einfluss als in langen Gassen (> 30 m).<sup>117</sup>

In der Dissertationsschrift von Schumann werden weitere Vergleiche dargestellt. So zeigt er den Fehler analytischer Berechnungen bei ungünstigen Regalwandparametern auf (welcher bei  $b = 2$  fast 20 % beträgt).<sup>118</sup> Im Weiteren betrachtet er die Faktoren Lagergeometrie, Bedientechnik, Strategie, Sortenverteilung und Füllgrad und ihre Wechselwirkungen. Er argumentiert, dass insbesondere in langen Gassen eine Kombination aus Shortest-leg-Strategie und Zonierung vorteilhaft ist (bis zu 40 % Abweichung zum unzonierten Fall).<sup>119</sup> Die Beachtung der Beschleunigung des Regalbediengerätes aufgrund der tendenziell häufigeren kurzen Fahrten ist nach Schumann insbesondere in zonierten Gassen relevant. Die Zonierung eines homogenen Artikelspektrums in Kombination mit einer Shortest-leg-Regel führt im Vergleich zu einer unzonierten Gasse zu Leistungseinbußen bis über 10 %.<sup>120</sup>

### 3.2.7 Fazit zur Leistungsermittlung im automatischen Lager

Betrachtet man die bisherige Literatur im Bereich der Leistungsermittlung automatischer Lager, ist festzustellen, dass diese Thematik in vielen Bereichen ausgiebig erforscht ist. Insbesondere für nicht zonierte Lager lassen sich für fast alle Fälle Modelle finden, welche eine analytische Lösung erzielen, ohne alle Optionen zu enumerieren oder auf Simulation zurückgreifen zu müssen. Die meisten dieser Modelle beziehen sich jedoch auf einen spezifischen Fall und lassen sich daher nicht ohne Weiteres im Rahmen einer Lagerplanung einsetzen, bei welcher entsprechende Strategie- oder Designelemente nicht von vornherein festgelegt sind. Einen großen Schritt zur Integration dieser Modelle hat Seemüller gemacht, indem er unterschiedliche Spielzeitmodelle zusammengefasst hat.

<sup>115</sup>Vgl. [vG00].

<sup>116</sup>Nächster-Nachbar-Strategie, Zonierung und chaotische Lagerung.

<sup>117</sup>Vgl. [NS07].

<sup>118</sup>Vgl. [Sch08, S. 71].

<sup>119</sup>Der Effekt einer Verdichtung der belegten Lagerplätze in der Nähe des Übergabepunktes bei längerem Betrieb wird nicht erwähnt. Ein Verlust dieser Vorteile im Betrieb, wie von Han et al. beschrieben, wird nicht weiter behandelt.

<sup>120</sup>Vgl. ebd., S. 92 f.

Im Bereich der zonierten Lagerung findet sich zwar eine Reihe von Publikationen, jedoch lässt sich keines dieser Modelle allgemeingültig anwenden. Auf der einen Seite sind die meisten Modelle eingeschränkt. Es wird vorausgesetzt, dass sich nur ein Übergabepunkt am unteren Ende einer Regalfront befindet, die Anzahl der Klassen ist auf zwei oder drei beschränkt, oder es werden keine Querfahrzeiten beachtet. Auf der anderen Seite beweisen viele Arbeiten die Vorzüge einer Zonierung, ohne jedoch Methoden zur schnellen Spielzeitermittlung vorzustellen.

Es ist keine Arbeit bekannt, welche die Leistungsfähigkeit einer zonierten Lagergasse bei beliebigen Übergabepunkten ermittelt und zusätzliche Faktoren wie eine doppeltiefe Lagerung oder Mehrfachspiele berücksichtigt. Dies ist erstaunlich, da die Leistungssteigerung einer Zonierung sowohl durch analytische wie auch durch simulationsbasierte Modelle als probates Mittel belegt ist, sofern ein heterogenes Sortiment unterstellt wird.

### 3.3 Planung und Optimierung von automatischen Lagersystemen

Das erste Hochregallager Deutschlands wurde 1962 bei Bertelsmann in Gütersloh in Betrieb genommen.<sup>121</sup> Vergleichsweise lange liegen die ersten theoretischen Arbeiten zur Planung und zur optimalen Bemessung dieser Systeme zurück.

Eine der ersten Arbeiten, welche sich ausführlich mit der strukturierten Auslegung eines automatischen Lagers beschäftigt, ist die Dissertation von Schaab. Als Planungsgrundlage verwendet er einen an der EOQ-Formel (Formel (3.1)) und an Prognosewerten angelehnten Bestand benötigter Paletten.<sup>122</sup> Die erforderliche Umschlagsmenge wird als die Anzahl der Ein- und Auslagerungen pro Tag definiert.<sup>123</sup> Anhand der in Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Formeln werden für ein gegebenes Problem verschiedene Lösungen generiert. Mittels einer Rentabilitätsrechnung werden die Alternativen bewertet und verglichen.

Bauer beschreibt neben dem in Abschnitt 3.1 dargestellten Verfahren zur Bestimmung der Kapazität die darauf aufbauende Layoutplanung des Lagers. Hier entwickelt der Autor vorrangig eine Vergleichsbasis unterschiedlicher Lagervarianten, getrennt in die Auslegung der Vorzone und des Lagerbereiches. Die vollautomatische Lagerung wird nur begrenzt thematisiert, es werden keine Lagerstrategien differenziert. Aufgrund der hohen Anzahl möglicher Realisierungsvarianten beschränkt sich die Bestimmung der Umschlagsleistung auf drei Höhenbereiche (flach/mittelhoch/hoch). Die Kosten für unterschiedliche Varianten werden nicht betrachtet.<sup>124</sup>

---

<sup>121</sup>Siehe [See06, S. 63].

<sup>122</sup>Vgl. [Sch68, S. 31 ff.].

<sup>123</sup>Vgl. ebd., S. 38 f.

<sup>124</sup>Vgl. [Bau85].

Eine Übersicht über den Stand der Forschung bis 1985 ist in einer Publikation von Ashayeri & Gelders zusammengestellt. Die Autoren ziehen das Fazit, dass bis zu diesem Zeitpunkt bereits eine Vielzahl an Veröffentlichungen zur analytischen und simulationsbasierten Optimierung eines Lagers existieren, jedoch alle analytischen Arbeiten eine Fülle vereinfachender Annahmen treffen müssen, um valide Ergebnisse zu erzielen. Simulationen können laut den Autoren aufgrund ihrer Komplexität ebenfalls nicht allein stehend als Instrument zur optimalen Planung eines Lagers dienen.<sup>125</sup>

### 3.3.1 Computergestützte Lagerplanung

Ebenfalls 1985 veröffentlichen Ashayeri et al. ein gemischt-ganzzahliges Optimierungsmodell, welches die Variablen Breite und Länge des Lagers sowie die Anzahl der benötigten Gassen bestimmt. Die Berechnung der Leistungsfähigkeit beschränkt sich hier auf ein Lager, welches nur kombinierte Spiele (ausgehend von einem Punkt in einer Ecke des Lagers) durchführt, die Höhe des Lagers wird als Parameter benötigt.<sup>126</sup>

In den darauffolgenden Jahren beschäftigen sich einige Arbeiten mit dem Vergleich unterschiedlicher Lagertypen, verwenden dabei jedoch verschiedene Ansätze. So nutzt Schneider beispielsweise Simulationsmodelle, um verschiedene Varianten zu bewerten.<sup>127</sup> Jünemann publiziert Ergebnisse eine Simulationsstudie, anhand der die Anzahl der benötigten Gassen für einfache Fälle abgeschätzt werden kann.<sup>128</sup> Dangelmaier & Augustin entwickeln ein computergestütztes System, welches unterschiedliche Freiheitsgrade für verschiedene Lagertypen (Regal- und Blocklagerung, mit und ohne automatischem Fördermittel) bestimmt, publizieren jedoch keine Details zur Berechnungsgrundlage.<sup>129</sup> Gray et al. entwickeln ein hierarchisches Modell, das sowohl analytische Modelle als auch eine Simulation einsetzt, um die technische Ausstattung und das Layout eines Lagers zu ermitteln. Die analytischen Modelle dienen hier zu einer Reduktion der möglichen Lösungen, welche daraufhin detailliert im Rahmen einer Simulation untersucht werden.<sup>130</sup>

Eine der wenigen Arbeiten, die sich mit der Selektion der zu verwendenden Ladungsträger beschäftigt, stammt von Roll et al. Diese gehen von stochastisch verteilten Bedarfen für unterschiedlich große Artikel und einem gegebenen Lagerlayout aus und bestimmen anhand eines Simulationsmodells die Kosten für die Verwendung unterschiedlicher Container (in Abhängigkeit von ihrer Größe). Nach diesem Modell wird immer ein einzelner optimaler Ladungsträger bestimmt.<sup>131</sup>

---

<sup>125</sup>Vgl. [AG85, S. 292].

<sup>126</sup>[AGW85].

<sup>127</sup>Vgl. [Sch88a]; [Sch88b].

<sup>128</sup>Vgl. [Jün89, S. 597].

<sup>129</sup>[DA90].

<sup>130</sup>[GKS92].

<sup>131</sup>Vgl. [RRK89].

Fang argumentiert 1996, dass die bestehenden Systeme zur Systemauswahl nicht genügen, da entweder nur wenige Varianten betrachtet oder zu einfache Verfahren eingesetzt werden. Er entwickelt ein wissensbasiertes Assistenzsystem, welches auf Basis vereinfachter Modelle eine Grobdimensionierung und einen Vergleich unterschiedlicher Lagertypen erlaubt.<sup>132</sup>

Einen vergleichbaren Ansatz publiziert Röttger in seiner Dissertationsschrift, welche das Ziel verfolgt, die Planung von Palettenlagern durchgängig durch den Einsatz rechnergestützter Planung zu verbessern. Er argumentiert zum einen, dass eine „rein sequenzielle Abarbeitung der Planungsschritte“<sup>133</sup> Wechselwirkungen einzelner Elemente unterschlägt. Zum anderen stellt er fest, dass die bis dahin existierenden Werkzeuge nur Teilbereiche der möglichen Techniklösungen und Planungsaufgaben berücksichtigen.<sup>134</sup> Auf Basis der Leistungsberechnung für Einzel- und Doppelspiele von Gudehus bestimmt er daraufhin die Anzahl der benötigten Gassen sowie deren Höhe und Länge. Insbesondere auf die Berechnung einer realistischen Lagergeometrie wird Wert gelegt. Das Ziel dieser Arbeit ist die Suche nach einer Lösung, welche die Kosten für den Bau des Lagers minimiert. Zur Bestimmung der Kosten verwendet er Schätzwerte für die Investitionen in das Gebäude, Brandschutzvorrichtungen und die Lagertechnik in Abhängigkeit von der Lagerhöhe. Er berechnet für alle möglichen Kombinationen die Leistungsfähigkeit sowie die Kosten und bestimmt hiermit die optimale Lösung, bezieht aber keine spielzeitverbessernden Strategien mit ein.<sup>135</sup>

Eine Reihe von Publikationen beschäftigt sich mit der Fragestellung, wie viele Gassen in einem automatischen Lagersystem eingesetzt werden sollen. Zollinger beantwortet diese mit einer Formulierung, welche die mittlere Nutzung der Regalbediengeräte in einem homogenen Lager beschreibt (Formel (3.35)). Der erwartete eingehende ( $U^\downarrow$ ) und ausgehende ( $U^\uparrow$ ) Umschlag pro Stunde wird in Relation zur Umschlagsleistung eines Regalbediengerätes ( $G^\uparrow$ ) gesetzt. Anhand dieser Formel lässt sich für unterschiedliche Gassenkonfigurationen ( $\alpha$ ) ermitteln, ob diese gültig sind.<sup>136</sup>

$$U(\alpha) = \left( \frac{(U^\downarrow + U^\uparrow)/\alpha}{60} \right) \cdot G^\uparrow \quad (3.35)$$

Dieser Ansatz wird durch Tompkins et al. um die Beachtung der Kosten für den Lagerbau erweitert. Sie entwickeln Formeln, welche die Kosten für den Lagerbau in Abhängigkeit von der Höhe, Länge und Tiefe der Gasse sowie dem Gewicht der zu bewegendenden Lasten abschätzen.<sup>137</sup> Sowohl das Vorgehen von Zollinger als auch das Modell

---

<sup>132</sup>[Fan96].

<sup>133</sup>[Röt01, S. 10].

<sup>134</sup>Vgl. ebd., S. 20.

<sup>135</sup>Vgl. ebd., S. 58.

<sup>136</sup>Vgl. [Zol96].

<sup>137</sup>Vgl. [TWBF96].

von Tompkins et al. erfordert als Eingabe die Anteile der Einzel- und Doppelspiele, um die Leistung des Regalbediengerätes zu ermitteln. Malmborg publiziert einen Ansatz, welcher dieses Verhältnis auf Basis der Übergangswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Systemzustände beschreibt. Hierzu ermittelt er die Wahrscheinlichkeit für alle Systemzustände  $\langle a, b, c, d \rangle$  (mit  $a, b$  aktuell durchgeführte Ein- und Auslagerungen und  $c, d$  Ein- und Auslagerungen in der Warteschlange) für eine gegebene maximale Länge der Warteschlange. Anhand der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gesamtsystems wird anschließend die Gültigkeit einer Planungsvariante überprüft.<sup>138</sup>

### 3.3.2 Iterative Lagerplanung

Die klassische Planung eines Lagers folgt im Allgemeinen einem festen Prozess, welcher sich aus den Einzelschritten Zielvorgabe, Ist-Aufnahme und dem Aufstellen eines Soll-Konzepts zusammensetzt. Die Soll-Konzeption gliedert sich hierbei in die Phasen Grob- und Feinplanung.<sup>139</sup>

Einige Arbeiten beschäftigen sich schwerpunktmäßig mit der Detaillierung dieser Tätigkeiten und der Untersuchung des Planungsprozesses an sich. So entwickeln Yoon & Sharp einen strukturierten Vorgangsplan, welcher die wechselseitigen Einflüsse verschiedener Entscheidungsvariablen berücksichtigt. Die Interdependenzen der in Abbildung 3.2 aufgezeigten Faktoren werden in einem in die Stufen Eingabe, Selektion und Evaluation unterteilten Ablauf berücksichtigt.<sup>140</sup> Während Wechselwirkungen innerhalb jeder Planungsstufe berücksichtigt werden, werden sie zwischen den Planungsstufen durch wiederholte Rücksprünge in die früheren Schritte einbezogen. Die Planung erfolgt nach den Autoren hauptsächlich anhand von Diskussionen zwischen Systemplanern und -eigentümern, numerische Modelle werden in der Publikation nicht einbezogen.<sup>141</sup>

Eine weitere methodische Beschreibung veröffentlicht Hudock. Er reduziert die Planung auf die beiden Aspekte Mengenplanung und Layoutplanung. Die Mengenplanung wird anhand einer Bestimmung der erwarteten Lagermengen für alternative Lagerstrategien durchgeführt. Insbesondere auf die Effekte einer Mehrfachlagerung blockierender Lager-einheiten wird (informell) eingegangen. Im Rahmen der Layoutplanung beschränkt sich das Vorgehen darauf, verschiedene Alternativen auszuarbeiten und diese miteinander zu vergleichen. Hudock stellt fest, dass die Pareto-Regel häufig auf Lagerhäuser zutrifft und dass regelmäßig 85 % des Umschlags durch 15 % der Artikel hervorgerufen werden.<sup>142</sup>

Hassan definiert 14 sequenzielle Planungsschritte und bezieht hierbei insbesondere die Beachtung von Lagerstrategien, unterschiedlicher Lagerbereiche, die Position der Übergabepunkte und umschlagsabhängige Zonen mit ein. Er beschränkt sich auf die

<sup>138</sup>Vgl. [Mal01].

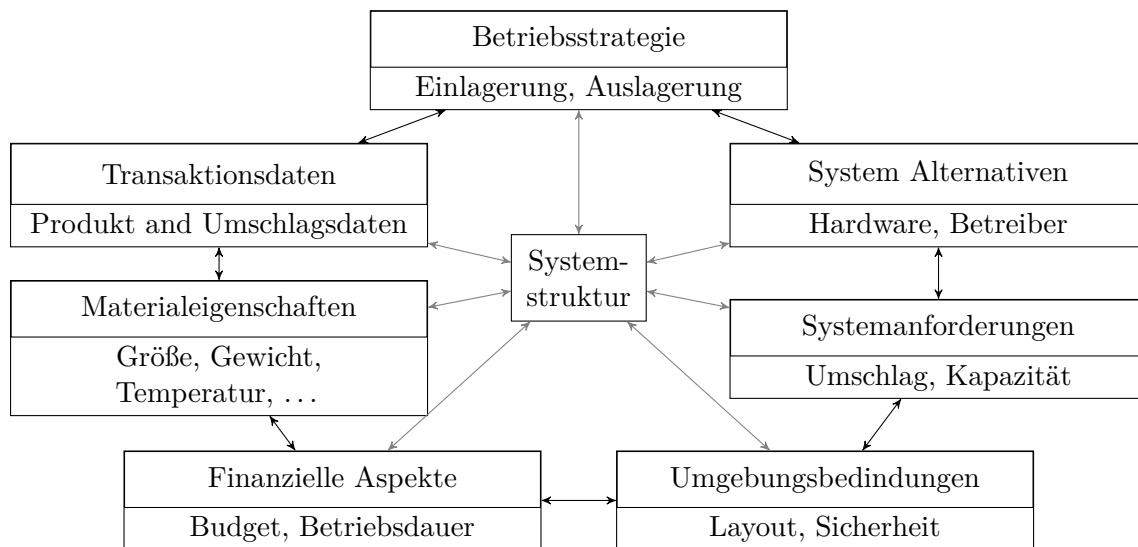
<sup>139</sup>Vgl. [KSG84, S. 10 ff.] nach [AFI08, S. 406].

<sup>140</sup>Siehe [YS96, S. 381].

<sup>141</sup>Vgl. ebd., S. 388.

<sup>142</sup>Vgl. [Hud98, S. 230–254].





**Abbildung 3.2:** Einflussfaktoren für das Design eines Lagers (Quelle: [YS96, S. 380])

Beschreibung der einzelnen Problembereiche und entwickelt keine formalen Methoden, um die einzelnen Planungsschritte durchzuführen.<sup>143</sup>

Das Ziel, einen strukturierten Planungsansatz zu entwickeln, welcher umfassend die Anforderungen an das Lager und das Layout des Lagers behandelt, verfolgen Baker & Cannessa. Aufbauend auf einer Literaturrecherche, entwickeln sie einen elfstufigen Ablauf zur Zieldefinition, Datenanalyse, Systemauswahl, -bewertung und Selektion. Interdependenzen zwischen einzelnen Elementen werden durch den linearen Planungsablauf kaum beachtet. Zur Bearbeitung der einzelnen Planungsaufgaben wird auf bestehende Literatur und Expertise verwiesen.<sup>144</sup>

Rushton et al. beschreiben die Lagerplanung als einen linearen, manuellen Prozess. Auf Basis von geschäftskritischen Anforderungen (insbesondere Bestand und Umschlag<sup>145</sup>) und Restriktionen für das Design werden Layouts generiert, welche auf ihre Nutzbarkeit und Flexibilität hin überprüft werden. Anhand einer Kalkulation für das benötigte Kapital und der Betriebskosten wird schließlich das beste Layout gewählt.<sup>146</sup> Für die einzelnen Tätigkeiten werden verschiedene Hilfsmittel wie Entscheidungsbäume, Vergleiche anhand bestimmter Attribute und Listen mit notwendigen Charakteristika vorgestellt.<sup>147</sup>

Gudehus bildet in seinen aktuelleren Publikationen die Planung des Lagers anhand aufeinander aufbauender Funktionen ab. Er differenziert zunächst in statische und dynamische Lagerdimensionierung, wobei im Rahmen der statischen Lagerdimensionierung

<sup>143</sup>Vgl. [Has02].

<sup>144</sup>Vgl. [BC09].

<sup>145</sup>Vgl. [RCB10, S. 301].

<sup>146</sup>Vgl. ebd., S. 314.

<sup>147</sup>Vgl. ebd., S. 303–309.

der Platzbedarf und der Lagerfüllungsgrad in Abhängigkeit von der Betriebsstrategie (Festplatzlagerung und chaotische Lagerung) ermittelt werden.<sup>148</sup> Im Gegensatz zu den vorher beschriebenen Arbeiten geht Gudehus explizit von heterogenen Lagergütern aus und berücksichtigt eine „Segmentierung der Lagerartikel in hinreichend homogene Artikelgruppen mit ähnlichen Lageranforderungen“.<sup>149</sup> Die dynamische Lagerdimensionierung dient daraufhin iterativ der Berechnung der benötigten Anzahl Gassen (und somit Regalbediengeräte), um die geforderten Umschlagsraten zu erzielen.<sup>150</sup> Gudehus stellt hierbei fest, dass leistungsfähige, computerbasierte Planungsprogramme bei der Festlegung der benötigten Parameter zur Lagerplanung unentbehrlich sind.<sup>151</sup>

### 3.3.3 Integrierte Lagerplanung

Berg & Zijm untersuchen die Probleme, welche nach dem Bau des Lagers Einfluss auf dessen Leistung haben. Sie beschreiben die Ermittlung des optimalen Lagerbestandes sowie die Zuordnung der Artikel zu den richtigen Lagerplätzen und stellen Optimierungsmodelle zur Lösung beider Entscheidungsprobleme vor. Es wird festgestellt, dass Forschungsbedarf besteht, um die Wechselwirkung zwischen Losgrößenmodellen und der operativen Lagerhaltung näher zu untersuchen. Weiterhin wird bemängelt, dass im Bereich der Losgrößenprobleme von vielen Forschern von einem bestehenden System mit bekannten Größen ausgegangen wird. Eine integrierte Betrachtung der Lagerplanung und ihrer Steuerung wird gewünscht.<sup>152</sup>

Bodner et al. beschreiben ebenfalls die Notwendigkeit einer computerintegrierten Planung. Sie stellen dar, dass Daten über die zu lagernden Artikel beschafft oder geschätzt werden müssen. Hierfür werden die Lagerhistorie sowie das Zu- und Abgangsverhalten der Güter zugrunde gelegt. Daraufhin entwerfen die Autoren eine Architektur, welche Module für die Berechnung verschiedener Lagerbereiche bereitstellt, die mit einer Optimierungskomponente zur Generierung von Layouts verknüpft sind. Die einzelnen Module werden dabei nicht detailliert spezifiziert.<sup>153</sup>

Der klassische Ansatz, ein Lager anhand von Näherungsformeln und den gängigen Normen auszulegen und durch Simulation zu validieren, wird auch von Fischer & Dittrich postuliert. Sie argumentieren dass Kennzahlen, welche einmalig bestimmt werden, Anwendung finden sollen. Falls die Lagerplanung nicht auf Basis dieser Techniken möglich ist, soll auf betriebsinternes Wissen zur Findung einer aufgabenspezifischen Lösung

<sup>148</sup>Vgl. [Gud10, S. 566 ff.].

<sup>149</sup>[Gud10, S. 614]. Die Lageranforderungen beziehen sich hierbei auf die physische Gestalt der Güter, wie beispielsweise die Größe, Form und Stapelbarkeit.

<sup>150</sup>Vgl. ebd., S. 625.

<sup>151</sup>Vgl. ebd., S. 615.

<sup>152</sup>Vgl. [BZ99, S. 519–528].

<sup>153</sup>Vgl. [BGK<sup>+</sup>02].

zurückgegriffen werden.<sup>154</sup> Der Problematik, dass Kennzahlen häufig nur einzelne Problemfälle abdecken und meist wenige Freiheitsgrade zulassen, nehmen sich Günther et al. an. In seiner Dissertationsschrift entwickelt Günther zunächst ein Simulationsmodell, mit welchem er für ein homogenes Lager eine Vielzahl unterschiedlicher Konfigurationen (Mehrfachtief, Mehrfachlastaufnahme) analysiert. Anschließend wird ein neuronales Netz entworfen, welches mit den Ergebnissen der Simulation trainiert wird. Anhand des Netzwerkes lassen sich für kommende Planungsprobleme Aussagen über die Güte einer Konfiguration treffen.<sup>155</sup> Eine ausführlichere Diskussion der gleichen Thematik findet sich in der Dissertationsschrift von Kraul, in welcher abschließend eine konsequente Verknüpfung zwischen Leistungsermittlung und Kostenbetrachtung gewünscht wird, da sich leistungs- und kostenoptimale Varianten unterscheiden können.<sup>156</sup>

Der Problematik, dass die Planung eines Lagers einer Vielzahl von Abhängigkeiten unterliegt, nehmen sich Günthner et al. an. Im Rahmen eines Forschungsprojektes wird eine integrierte Optimierung eines automatischen Lagers angestrebt. Um dieses Ziel zu erreichen, werden die Spielzeitmodelle von Lippolt, Seemüller und weiteren Autoren<sup>157</sup> zusammengeführt und um Komponenten zur Ermittlung der Abmessungen des Lagers und um eine Kostenkalkulation erweitert.<sup>158</sup> Im Rahmen der Optimierung werden die Größen Länge, Höhe und Breite des Lagers sowie das optimale Regalbediengerät für das Problem bestimmt. Die Übergabepunkte sowie die Strategie sind exogene Parameter. Die Dimensionierung der Anforderungen an das Lager wird ebenfalls vorausgesetzt. Es wird zunächst eine vollständige Enumeration durchgeführt, welche jedoch viele unzweckmäßige Parameterkombinationen untersucht, da das Lager teilweise unter- oder überdimensioniert wird. Daher wird das Problem auf eine teilfaktorielle Optimierung reduziert, welche nur Lösungen für die benötigte Anzahl Lagerplätze ermittelt.<sup>159</sup> Anhand eines Demonstrators zeigen die Autoren, dass die leistungsoptimale Dimensionierung eines Lagers deutlich von der kostenoptimalen Lösung abweichen kann.<sup>160</sup>

Lerher & Šraml veröffentlichen 2012 ein Modell, welches für gegebene Anforderungen das kostenminimale Lager bestimmen soll. Als Berechnungsgrundlage der Umschlagsleistung wird das Modell von Hwang and Lee (1990) eingesetzt, eine Betrachtung komplexerer Fahrspiele erfolgt daher nicht. Die Autoren verwenden einen genetischen Algorithmus, der in jeder Generation die Kosten des Lagers und die Leistungsfähigkeit bestimmt.<sup>161</sup>

---

<sup>154</sup>Vgl. [FD04, S. 165 ff.].

<sup>155</sup>Vgl. [GKS08].

<sup>156</sup>Vgl. [Kra11, S. 157].

<sup>157</sup>Vgl. [GAU11, S. 43–107].

<sup>158</sup>Vgl. ebd., S. 33.

<sup>159</sup>Vgl. ebd., S. 126–134.

<sup>160</sup>Siehe ebd., S. 133.

<sup>161</sup>Vgl. [LŠ12].

Noch im selben Jahr publizieren Lerher et al. ein erweitertes Modell, welches die Reisezeit, die Kosten und die Zuverlässigkeit des Lagers bestimmt.<sup>162</sup> Der genetische Algorithmus von Lerher & Šraml wird zu diesem Zweck zu einer Mehrzieloptimierung erweitert. Die Berechnung der Leistungsfähigkeit basiert hier auf den in der Norm FEM 9.851 (3.25) gegebenen Referenzpunkten. Die optimale Lösung soll manuell durch den Planer anhand der resultierenden Pareto-Fronten bestimmt werden.<sup>163</sup>

Kostrzewski stellt ebenfalls fest, dass gängige Software zur Unterstützung der Lagerplanung auf einzelne Problemfelder begrenzt ist oder der Simulation, Analyse und Visualisierung möglicher Varianten dient, jedoch keine umfassende Planung erlaubt.<sup>164</sup> Er entwirft eine modulare Softwarearchitektur, welche einen Planer bei der Layoutplanung eines Lagers unterstützen soll. Der Problematik der Abhängigkeit verschiedener Module untereinander begegnet er nur begrenzt, indem er zu unterschiedlichen Planungspunkten eine Menge möglicher Lösungen generiert und dem Planer die Selektion überlässt. Der Planungsprozess wird in 22 aufeinanderfolgende Schritte unterteilt (diese sind wiederum in die Blöcke Definition, Lösungsdesign und Evaluation gegliedert), Rücksprünge sind nicht vorgesehen.<sup>165</sup>

Eine Software, die verspricht, sowohl die Auswahl wie auch die Dimensionierung und das Layout eines Lagers zu realisieren, beschreibt Pawellek. Zielsetzung für die Software ist explizit eine ganzheitliche Betrachtungsweise des Planungsvorhabens. Nach einer Analyse gegebener Ausgangsdaten (Kapazitäts- und Bewegungsdaten) wird es einem Planer ermöglicht, Lagerelemente aus einer projektunabhängigen Datenbasis projektspezifisch zu kombinieren. Es wird dargestellt, dass eine Optimierung der Regalabmessungen und der Anzahl der Regalbediengeräte durchgeführt wird,<sup>166</sup> auf heterogene Problemfälle und die Betrachtung komplexer Fahrspiele wird nicht eingegangen. Module zur Leistungs- und Kostenberechnung ermöglichen schließlich einen Vergleich unterschiedlicher Varianten.<sup>167</sup>

### 3.3.4 Fazit zur Planung automatischer Lager

Bereits vor über 40 Jahren hat Schaab die Lagerplanung unter den drei Kernpunkten Ermittlung der Anforderungen (in der Quelle Bestimmungsgrößen), Ermittlung der Leistungsfähigkeit eines Lagers und Herleitung der optimalen Form des Lagers beschrieben.<sup>168</sup> Er geht dabei jedoch von stark vereinfachenden Annahmen aus. Es ist festzustellen, dass

<sup>162</sup>Es wird angenommen, dass der Einsatz mehrerer Regalbediengeräte die Verfügbarkeit des Gesamtsystems erhöht.

<sup>163</sup>Vgl. [LBPS12], erneut publiziert in [LŠBP13].

<sup>164</sup>Vgl. [Kos12, S. 535].

<sup>165</sup>Vgl. ebd.

<sup>166</sup>Die Struktur und Funktionsweise der Optimierung werden nicht näher erläutert.

<sup>167</sup>Vgl. [Paw13, S. 288 ff.].

<sup>168</sup>Vgl. [Sch68].

sich zwei Forschungsbereiche zur Lagerplanung gebildet haben: zum einen die rein deskriptive Untersuchung der Lagerplanung, welche zum Ziel hat, einen Prozess abzubilden, der als Basis zur Planung dienen kann. Die Ermittlung der Anforderungen an das Lager ist hier immer elementarer Bestandteil der Arbeiten. Insbesondere die Heterogenität der Artikel und ihres Verhaltens wird in diesen Publikationen regelmäßig betont – ebenso die Notwendigkeit, diese in der Planung einzubeziehen. Auf der anderen Seite finden sich Arbeiten, welche auf numerischem Weg nach einem optimalen Lager suchen. Es lässt sich feststellen, dass die meisten Arbeiten zur integrierten Lagerplanung von einer abgeschlossenen Anforderungsanalyse ausgehen. Dies impliziert, dass die Anforderungen an das Lager unabhängig vom zu realisierenden Lager sind. Die Kosten für das Lager sind jedoch ein elementarer Bestandteil bei der Bestimmung der Bestellmengen (und damit der Bestände) – ein Modell, welches diesen Sachverhalt betrachtet, fehlt. Ebenso gehen alle vorgestellten Beiträge davon aus, dass das Sortiment ausreichend homogen ist, um sich auf einen einzelnen Ladungsträger zu beschränken, der für das gesamte System Gültigkeit besitzt.

Die Planung unter Beachtung leistungsverbessernder Lagerstrategien findet nur in aktuelleren Arbeiten mit Computerunterstützung statt. Kritisch zu betrachten sind die Arbeiten, welche, von Simulationsstudien ausgehend, repräsentative Modelle entwickeln, um diese auf neue Probleme zu adaptieren. Die Qualität der Lösung ist hier stark von den Simulationsmodellen abhängig. Es ist zudem schwierig, die Wirkung einzelner Faktoren auf die Qualität einer neuen Lösung zu bewerten. Hervorzuheben ist die Arbeit von Günthner et al., in welcher es gelungen ist, für ein homogenes Sortiment und homogene Ladungsträger eine auf analytischen Modellen basierende integrierte Optimierung des Layouts zu verwirklichen. Jedoch wird auch in dieser Arbeit von einer bestehenden, festen Bedarfsbeschreibung ausgegangen. Es lässt sich festhalten, dass bis heute keine Arbeit die Vorteile der zonierte Lagerung in einem integrierten System betrachtet hat. Eine durchgehende formale Beschreibung einer Lagerplanung in heterogenem Umfeld, welche bereits im Bereich der Anforderungsermittlung die Erfordernisse einer integrierten Planung einbezieht, ist nicht bekannt.



## 4 Zu leistende Arbeit

Die Untersuchung der bereits geleisteten Forschung im Bereich der Lagerplanung, insbesondere für die Planung von automatischen Lagern mit heterogenem Artikelspektrum und operativer Lagerhaltung, hat Lücken in unterschiedlichen Bereichen aufgezeigt, welche in dieser Arbeit behandelt werden.

Ein übergeordnetes, operativ anwendbares Modell für die Planung der betrachteten Lager muss entwickelt werden, um der Komplexität heterogener Artikelportfolios gerecht zu werden. Der Fokus liegt auf einer formellen Abbildung des Artikelverhaltens, also dem Einlagern, dem Liegen und dem Auslagern, sowie auf der Beachtung elementarer Arteikeigenschaften wie des Gewichts und der Artikelmaße. Entscheidungen über die Zuordnung von Artikeln zu Ladungsträgern und die Gruppierung von Artikeln nach ihrem Verhalten haben anhand einer Struktur zu erfolgen, welche dem Planer Entscheidungsspielraum gibt, jedoch auch ohne Verwendung von Schätzgrößen, Mittelwerten und Erfahrungswerten korrekte Resultate liefert. Auf Basis dieser Zuordnung wird mit Unterstützung geeigneter Modelle ein Verfahren entwickelt, welches die in Kapitel 2.3.3 dargestellten wechselseitig abhängigen Komponenten zu einem kostenminimalen Gesamtsystem zusammenführt. Der Handlungsbedarf lässt sich in drei spezifische Arbeitspakete aufteilen, welche im Folgenden beschrieben werden.

### 4.1 Ermittlung der Anforderungen des zu planenden Lagers (Dimensionierung)

Ziel der Dimensionierung ist die Ermittlung der für die Lagerplanung elementaren Größen erwarteter Lagerbestand und erwarteter Umschlag. Wie in Kapitel 3.1 dargestellt, erfolgt häufig ein Rückgriff auf Worst-Case-Analysen oder Mittelwerte aus der taktischen Disposition.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine feiner granulいたe Struktur entwickelt, welche eine Analyse auf Ladungsträger-, Artikelgruppen- und Artikelbasis erlaubt. Um der in Kapitel 2.3 vorgestellten Problematik individuellen Artikelverhaltens gerecht zu werden, muss dieses ebenfalls untersucht werden. Es wird ein servicegradgetriebener Ansatz verfolgt. Es ist sicherzustellen, dass die ermittelte Lagerkapazität mit einer definierten

Wahrscheinlichkeit in allen durch die dynamische Heterogenität der Artikel resultierenden Fällen genügt. Dieses Vorgehen wird auf den Umschlag übertragen. Die technische Ausstattung und strukturelle Lagergestaltung werden ebenso über einen Sicherheitsfaktor dimensioniert.<sup>1</sup> Um dem Verhalten sich unterschiedlich auf- oder abbauender Bestände gerecht zu werden, muss eine Betrachtung des Umschlags, getrennt nach Eingangs- und Ausgangsverhalten der gelagerten Artikel, ermöglicht werden. Das zu entwickelnde Modell soll es erlauben, Artikel zu Ladungsträgern zuzuordnen. Inkompatibilitäten wie zu hohes Gewicht oder unpassende Größe müssen berücksichtigt werden.

Um mögliche Ladungsträgerkombinationen (also Ladungsträger auf oder in einem anderen Ladungsträger) adäquat abzubilden, werden Kerneigenschaften abgegrenzt und Kompatibilitäten zwischen Ladungsträgern definiert. So soll es zum Beispiel möglich sein, den Zusammenhang „Kleinladungsträger mit eingesetztem 4x2-Trenner auf Palette gestapelt“ abstrakt abzubilden. Wie in Kapitel 3.2.5 dargestellt, ist eine Zonierung nach Schnell- und Langsamläufzonen in heterogenen Umgebungen sinnvoll. Eine Gruppierung der einem Ladungsträger zugeordneten Artikel nach Umschlagsverhalten ist daher zu beachten.

## 4.2 Optimale Layoutgenerierung

Mit den aus der Dimensionierung resultierenden Bestands- und Umschlagsparametern für jeden zu verwendenden Ladungsträger werden anschließend geeignete Lagerlayouts ermittelt. Die Suche nach dem optimalen Lagerlayout bringt die in Kapitel 2.2 aufgeführten Komponenten der Lagers in Einklang. Zusammengefasst werden im Rahmen der Layoutgenerierung folgende Entscheidungen getroffen:

**Entscheidungen bezüglich Gassen:** Es ist zu ermitteln, wie viele Gassen für welchen Ladungsträger zur Verfügung stehen müssen, um die benötigten Lagerplätze und die benötigten Umschlagskapazitäten bereitzustellen. Gassen können hierbei einfach- oder doppeltief ausgelegt sein. Zusätzlich sind die im Rahmen der Dimensionierung definierten Artikelgruppen auf die Gassen zu verteilen. Hier wird zwischen den Extremen einer Gleichverteilung über alle Gassen bis hin zur Bildung gezielter Schnell- und Langsamläufzonen ein kosten- und leistungsoptimaler Punkt gesucht.

**Bauliche Struktur und Regalbediengeräte:** Neben dem übergeordneten Strukturlayout der Gassen gilt es Entscheidungen über die technischen Freiheitsgrade zu treffen. Der Einfluss des Stahlbaus soll berücksichtigt werden, der benötigte Platz für Regalkonstruktionen sowie Gewichtsabhängigkeiten dürfen nicht vernachlässigt werden.

---

<sup>1</sup>Dies widerspricht der Argumentation von Glass (siehe [Gla08, S. 40 f.]), welcher darstellt, dass die Verweilzeit eine geeignetere Metrik sei als der Umschlag. Das gilt jedoch nur bei der Betrachtung des Gesamtumschlags (siehe Abschnitt 3.2.5).



Um unterschiedlichen Praxisfällen gerecht zu werden, soll es möglich sein, strukturelle Restriktionen anzugeben. So kann der Ein- und Ausgabepunkt vertikal verschoben oder an entgegengesetzten Gassenenden vorgesehen werden. Jeder Gasse muss ein Regalbediengerät mit spezifischen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsparametern zugewiesen werden. Dieses kann mit einem oder zwei Lastaufnahmemitteln bestückt sein.

Der wechselseitige Einfluss der Komponenten muss derart in Einklang gebracht werden, dass der zu bewältigende Umschlag für jede einzelne Artikelgruppe in jeder Gasse realisiert wird. Wie in Abschnitt 3.2.2 zusammengefasst, gibt es bisher keine allgemeingültige Approximation für unterschiedliche Lagerkombinationen mit doppeltiefer Lagerung, doppelten Lastaufnahmemitteln und versetzten Ein- und Ausgabepunkten. Ein Verfahren zur schnellen Leistungsermittlung jeder Kombination muss entwickelt werden. Die Arbeit zielt darauf, Lagerlayouts mit minimalen Kosten zu ermitteln. Eine Kostenrechnung für Grundfläche, Stahlbau und technische Ausstattung ist obligatorisch. Das Leistungsvermögen des bestimmten Gesamtsystems ist mit geeigneten Mitteln zu validieren.

## 4.3 Integrierte Betrachtung

Der hohe Grad der wechselseitigen Abhängigkeit aller zu definierenden Komponenten erschwert ein iteratives Vorgehen bei der Planung, wie es von vielen Autoren vorgeschlagen wird (siehe Abschnitt 3.3.2). Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt eine Beschränkung aufeinander aufbauender Entscheidungen auf die beiden Module Dimensionierung und Layoutoptimierung, deren Zusammenspiel ebenfalls bewertet werden soll.

Eine konzeptionelle Integration der beiden Module wird dargestellt. Resultate der Layoutgenerierung können als Parameter in die Dimensionierung eingebracht werden und zu verbesserten Gesamtlösungen führen. Ebenso soll es möglich sein, alternative Gruppenbildungen für die zu lagernden Güter zu untersuchen. An definierten Punkten (zum Beispiel die Zuordnung eines Artikels zu einem Ladungsträger, Zuordnung von Artikeln zu Gruppen) sollen alternative Planungsszenarien aufbaubar und die Auswirkungen auf das Gesamtsystem bewertbar sein.



---

Wer bei Kleinigkeiten keine  
Geduld hat, dem misslingt  
der große Plan.

---

*(Konfuzius)*

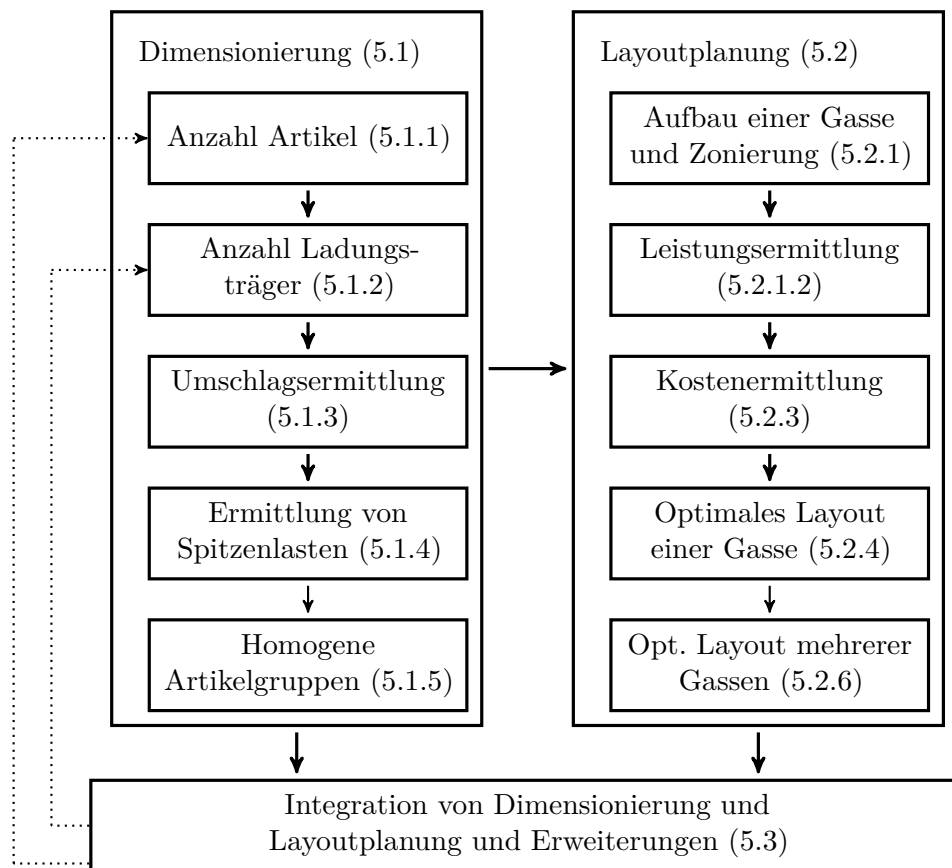
## 5 Konzeption

Das zu entwickelnde Verfahren soll es ermöglichen, in kurzer Zeit leistungsadäquate und monetär bewertete Grobkonzepte für automatische Hochregallager zu erhalten, ohne vereinfachende Annahmen wie eine Gleichverteilung der Artikel, festgelegte Übergabepositionen und bezüglich der Regalform treffen zu müssen. Das zugrunde liegende Vorgehen richtet sich nicht nach den gängigen Vorgehensweisen zur Lagerplanung (siehe Abschnitt 3.3.2), sondern soll zum einen die Dauer der Bestimmung einer Lösung reduzieren und zum anderen die Anzahl der Anpassungen durch einen Planer reduzieren. Dies geschieht, indem bereits in einer frühen Planungsphase möglichst viele Zusammenhänge, insbesondere eine mögliche Leistungssteigerung durch eine zonierte Lagerung, eingezogen werden. Dies ist bei herkömmlichen Planungsmethoden erst vergleichsweise spät im Rahmen einer Simulation der Fall.

Abbildung 5.1 zeigt die Kernkomponenten des Konzepts: Zunächst dient die Dimensionierung der Ermittlung der benötigten Stellplätze sowie der abzufertigenden Umschläge. Hier wird eine getrennte Betrachtung von eingehenden und ausgehenden Umschlägen vorgenommen, um der in Abschnitt 2.3.1 aufgezeigten dynamischen Heterogenität gerecht zu werden. Der Warenumschlag muss im Hinblick auf zu erwartende Lastspitzen analysiert werden, damit das Lager insbesondere in diesen möglicherweise kurzfristigen Phasen ausreichend leistungsfähig ist. Zusätzlich wird in diesem Modul die Zuordnung von Gütern zu Ladungsträgern vorgenommen. Die Möglichkeit einer variablen Zuordnung von Ladungsgütern zu Ladungsträgern ist hier notwendig, um alternative Gesamtkonzepte analysieren zu können.

Basierend auf den Ergebnissen der Dimensionierung, wird im folgenden Schritt, der Layoutplanung, dargestellt, wie sich kostenminimale Kombinationen aus Lagergröße (Höhe, Breite, Anzahl Gassen), Struktur der Lagergassen (Aufbau des Stahlbaus, Lagertiefe) und potenziellen Regalbediengeräten realisieren lassen.

Die Anforderungen an die Dimensionierung werden abschließend mit den Resultaten der Layoutplanung zusammengeführt, um verbesserte Annahmen für die Ermittlung der benötigten Stellplätze und Umschlagsleistungen zu erhalten. Zusätzlich werden Erweiterungen vorgestellt, um gängigen Praxisanforderungen, wie beispielsweise einem mehrstufigen Ausbau, gerecht zu werden.



**Abbildung 5.1:** Module des Konzepts

## 5.1 Dimensionierung

Die Dimensionierung dient der Ermittlung numerischer Kennwerte, welche eine Quantifizierung der benötigten Lagerkapazität erlauben. Es soll für gegebene Servicegrade ( $\check{S}G, SG^\dagger$ ) ermittelt werden, wie viele Artikel gelagert werden, wie viele Stellplätze für unterschiedliche Ladungsträger bereitgestellt werden müssen und wie viele ein- und ausgehende Bewegungen in einem spezifischem Zeitraum durchgeführt werden. Aufbauend auf den Berechnungsgrundlagen in Abschnitt 3.1.2, wird dargestellt, wie sich die Größen erwarteter Lagerbestand und Umschlag für einen Artikel bestimmen lassen.

Anschließend wird darauf eingegangen, wie sich das gesamte Artikelspektrum in eine geeignete Struktur überführen lässt, welche die Ermittlung der Bestände und Umschläge für Artikelgruppen mit vergleichbarem Umschlagsverhalten (siehe Abschnitt 2.3.1.2) sowie für zugeordnete Ladungsträger unterstützt.

### 5.1.1 Lagerbestandsermittlung für homogene Ladungseinheiten und heterogenes Verhalten

Der von Arnold & Furmans vorgeschlagene Ansatz zur Bestimmung des erwarteten Lagerbestands (siehe Abschnitt 3.1.2) für operative Lagerhaltung wird im Folgenden für das Problem einer heterogenen Umgebung und den Einsatz in einem computerbasierten Unterstützungssystem angepasst.<sup>1</sup> Das Vorliegen historischer Daten über historische Ein- und Auslagerungsoperationen ist Voraussetzung für die weiteren Ausführungen.<sup>2</sup> Diese Datensätze werden folgend als eingehende und ausgehende Transaktionen bezeichnet. Eine Transaktion  $T$  wird als Tupel  $T = \langle T_A, T_t, T_m \rangle$  modelliert und muss folgende Informationen umfassen:

1. den Artikel  $A$ , welcher ein- bzw. ausgelagert wurde ( $T_A$ ),
2. die Periode  $t$ , einen definierten Zeitabschnitt, zu welchem die Transaktion stattgefunden hat ( $T_t$ ), und
3. die Menge des Artikels ( $T_m$ ), die abgerufen wurde, wobei  $T_m < 0$  eine ausgehende Transaktion und  $T_m > 0$  eine Einlagerung impliziert. Es gilt  $T_m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ .

Für einen zu lagernden Artikel  $A$  werden die assoziierten Transaktionsdaten mit  $A^\uparrow$  (für ausgehende Transaktionen) und  $A^\downarrow$  (für eingehende Transaktionen) bezeichnet. Die abgerufene Menge des Artikels (Auslagerungen) in einer Periode  $t$  folgt der Form  $A^\uparrow(t)$  beziehungsweise  $A^\downarrow(t)$  (Einlagerungen). Da innerhalb eines Zeitabschnitts mehrere Transaktionen des gleichen Artikels vorliegen können, wird  $A^\downarrow(t)$  nach Formel (5.1) bestimmt.  $A^\uparrow(t)$  berechnet sich analog nach Formel (5.2). Als betrachtete Periodenlänge wird zunächst von einer Stunde ausgegangen.

$$A^\downarrow(t) = \sum T_m, \forall (T, T_A = A \wedge T_t = t \wedge T_m > 0) \quad (5.1)$$

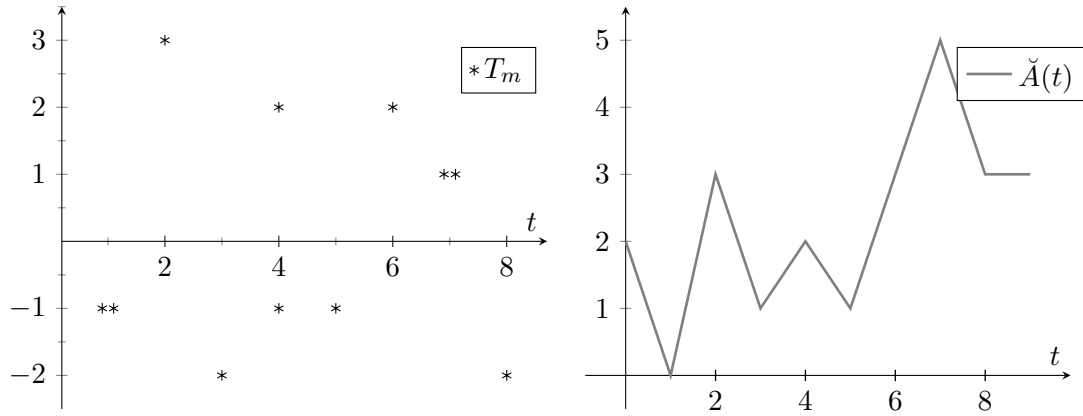
$$A^\uparrow(t) = \sum T_m, \forall (T, T_A = A \wedge T_t = t \wedge T_m < 0) \quad (5.2)$$

Der Lagerbestand des Artikels  $A$  zum Ende der Periode  $t$  ( $\check{A}(t)$ ) lässt sich rekursiv nach Formel (5.3) bestimmen. Er setzt sich aus dem Lagerbestand der Vorperiode und den ein- sowie ausgehenden Transaktionsmengen zusammen.<sup>3</sup>  $\check{A}(0)$  muss als Rekursionsabbruch definiert sein und beschreibt den initialen Lagerbestand am Beginn

<sup>1</sup>Teilergebnisse dieses Abschnitts wurden vorab im Rahmen eines Aufsatzes publiziert (siehe [LBK15]).

<sup>2</sup>Geht man von einer rein bedarfsorientierten Betrachtung (ausschließlich Auslagerungsoperationen) aus, lassen sich optimale Einlagerungen nach gängigen Methoden zur Bestelloptimierung bestimmen. Siehe Losgrößenplanung in Abschnitt 3.1.1.

<sup>3</sup>Es wird davon ausgegangen, dass  $\check{A}(t-1) + A^\downarrow(t) + A^\uparrow(t) \geq 0$  gilt, es existieren keine ausgehenden Transaktionen, welche nicht durch eingehende Transaktionen oder bestehenden Bestand bedient werden können und daher zu einem negativen Bestand führen.



**Abbildung 5.2:** Transaktionsdaten für einen Artikel und resultierender Lagerbestand

der ersten Betrachtungsperiode. Der Zusammenhang zwischen Transaktionsdaten und resultierendem Lagerbestand ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

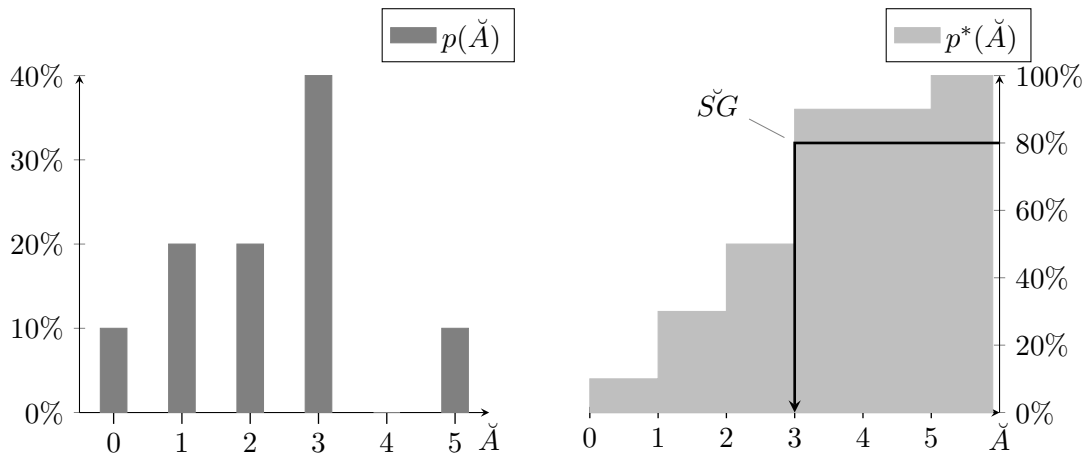
$$\check{A}(t) = \check{A}(t-1) + A^{\downarrow}(t) + A^{\uparrow}(t) \quad (5.3)$$

Wie in Abschnitt 3.1.1 dargestellt, wird häufig argumentiert, dass die Mittelwerte der betrachteten historischen Daten ausreichend sind, um als Datenbasis für eine adäquate Planung zukünftiger Bedarfe zu dienen. Bei der Betrachtung einzelner Güter können jedoch starke Schwankungen des Lagerbestandes auftreten. Es ist beispielsweise denkbar, dass ein Artikel nur kurzfristig gelagert wird. Daher wird hier nicht der Mittelwert herangezogen, sondern die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine bestimmte Menge eines Artikels im Lager befindet und entsprechende Lagerplätze bereitgestellt werden müssen. Zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten für Lagerbestände einzelner Artikel wird die Zeitreihe des Lagerbestandes in die diskrete, empirische Verteilung der historischen Lagerbestände  $p(\check{A})$  überführt, indem die Häufigkeit des Auftretens jedes Lagerbestands im Intervall  $[0, \max(\check{A})]$  in Relation zur Anzahl der betrachteten Perioden gesetzt wird.

Wird eine Lagerfähigkeit von  $\check{S}\check{G}$  gefordert, lässt sich der abzusichernde, erwartete Lagerbestand  $\check{E}$  mittels der kumulierten Verteilung der Lagerbestände  $p^*(\check{A})$  bestimmen (bei ebenjenem Wert, bei welchem die relative Summenhäufigkeit  $\check{S}\check{G}$  übersteigt). Bezeichnet man das  $P(\check{S}\check{G})$ -Perzentil der Verteilung  $p^*(\check{A})$  als  $p_{\check{S}\check{G}}^*(\check{A})$ , gilt Formel (5.4). Für den Artikel im Beispiel (Abbildung 5.3) müssen für  $\check{S}\check{G} = 80\%$  folglich drei Lagerplätze reserviert werden.

$$\check{E} = p_{\check{S}\check{G}}^*(\check{A}) \quad (5.4)$$

Relevant für die Planung eines Lagers ist jedoch nicht der erwartete Bestand eines einzelnen Artikels, sondern der kumulierte erwartete Bestand aller zu lagernden Artikel. Hier lassen sich die in Kapitel 3.1.2 dargestellten Effekte des Risk-Pooling übertragen. Die aggregierte Standardabweichung über die Lagerbestände vieler Artikel ist immer kleiner



**Abbildung 5.3:** Diskrete und kumulierte Verteilung Lagerbestände für einen Artikel mit Ziellagerfähigkeit von  $\check{S}G = 80\%$

oder gleich der Summe der Standardabweichung der Bestände der einzelnen Artikel.<sup>4</sup> Während beim Risk-Pooling der Effekt betrachtet wird, der sich beim Zusammenfassen der Bestandsverteilungen für einen Artikel über verschiedene Lager ergibt, erfolgt hier die eine Betrachtung, bei der die Verteilungen verschiedener stochastisch unabhängiger Artikel für ein Lager aggregiert werden. Gleichung (5.5)<sup>5</sup> gilt für beliebige Verteilungen mit der Standardabweichung  $\sigma_i$ , daher ist eine Anwendung des zugrunde liegenden Konzeptes ohne Weiteres möglich.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_i)^2} \leq \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (5.5)$$

Betrachtet man  $n$  (stochastisch unabhängige) Artikel der gleichen Größe, lässt sich die aggregierte Verteilung des Lagerbestands ( $\sum_{j=1}^n p(\check{A}_j)$ ) über diese Güter aus den möglichen Linearkombinationen der artikelbezogenen Bestandsverteilungen  $p(\check{A}_j)$  bestimmen<sup>6</sup> (siehe Abbildung 5.4). Die Faltung der Bestandsverteilungen über  $n$  Artikel wird im Weiteren kurz als  $p(\check{A}_{1..n})$  geschrieben (Formel (5.6)). Für den erwarteten abzusichernden Lagerbestand über mehrere Artikel gilt Formel (5.7).

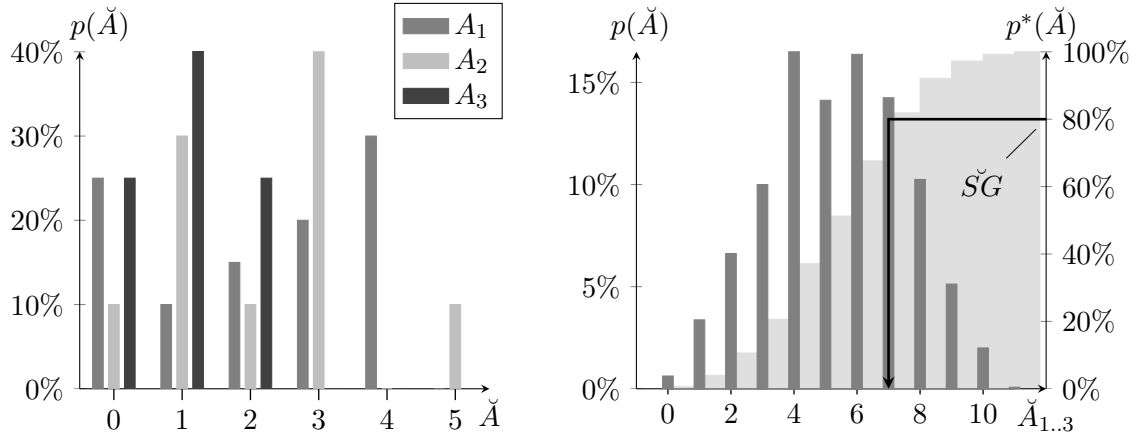
$$p(\check{A}_{1..n}) = \sum_{j=1}^n p(\check{A}_j) = p(\check{A}_1) * p(\check{A}_2) * \dots * p(\check{A}_n) \quad (5.6)$$

$$\check{E}_{A_{1..n}} = p_{\check{S}G}^*(\check{A}_{1..n}) \quad (5.7)$$

<sup>4</sup>Siehe [Oes12a, S. 165 f.].

<sup>5</sup>Siehe [Gau07, S. 1].

<sup>6</sup>Siehe [AF09, S. 12].



**Abbildung 5.4:** Faltung der diskreten Verteilung der Lagerbestände dreier Artikel mit Ziellagerfähigkeit von  $S\check{G} = 80\%$

Legt man jedem Artikel statt einer diskreten empirischen Verteilungsfunktion eine Normalverteilung zugrunde, ist eine Anwendung des hier dargestellten Vorgehens ohne Einschränkung möglich. Die kumulierte Verteilung zweier über den Bestand normalverteilter Artikel  $p(\check{A}_1)$  und  $p(\check{A}_2)$  mit  $p(\check{A}_1) \sim \mathcal{N}(\mu_{p(\check{A}_1)}, \sigma_{p(\check{A}_1)}^2)$  und  $p(\check{A}_2) \sim \mathcal{N}(\mu_{p(\check{A}_2)}, \sigma_{p(\check{A}_2)}^2)$  ist die Faltung der beiden Verteilungen miteinander:<sup>7</sup>

$$p(\check{A}_{1+2}) = p(\check{A}_1) * p(\check{A}_2)$$

$$p(\check{A}_{1+2}) \sim \mathcal{N}(\mu_{p(\check{A}_1)} + \mu_{p(\check{A}_2)}, \sigma_{p(\check{A}_1)}^2 + \sigma_{p(\check{A}_2)}^2)$$

### 5.1.2 Zuordnung heterogener Ladungsgüter zu Ladungsträgern

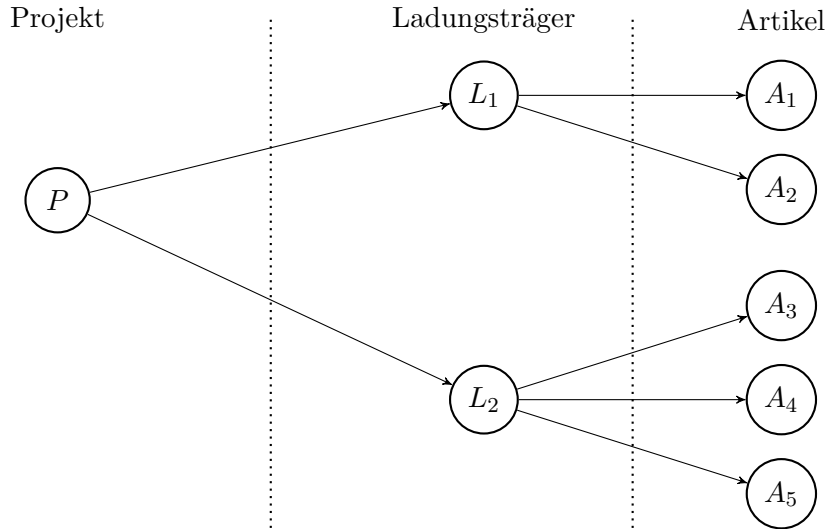
Die in Abschnitt 2.3.2 dargestellte Assoziation von Artikeln zu Ladungsträgern lässt sich, wie in Abbildung 5.5 dargestellt, als Arboreszenz auffassen (mit einem Ladungsträger als Wurzel oder einem künstlichen [Projekt-]Knoten als Wurzel, welcher alle äußeren Ladungsträger enthält).

Die Kapazität eines Ladungsträgers für einen Artikel  $A^L$  wird über die Anzahl der gleich ausgerichteten Artikel im Ladungsträger oder eine Gewichtsrestriktion approximiert.<sup>8</sup> Seien  $A_x$ ,  $A_y$  und  $A_z$  die Abmaße des Artikels und  $L_x$ ,  $L_y$  sowie  $L_z$  die Maße eines Ladungsträgers, so ergibt sich die Volumenkapazität  $C_v$  nach Formel (5.8): Die Anzahl der

<sup>7</sup>Poisson-, binominal- und exponentialverteilte Daten lassen sich analog verknüpfen (siehe 3.1.2).

<sup>8</sup>Häufig sind Artikel bereits in einem Format verpackt, das ein ganzzahliger Teiler eines Standardladungsträgers ist. Kleinteile werden regelmäßig lose gelagert, eine Abschätzung der Kapazität wird dann meist experimentell oder durch Schätzungen vorgenommen. Eine exakte Bestimmung der Kapazität des Ladungsträgers wird hier unterschlagen, da dies für das weitere Konzept weder innovativen noch inhaltlichen Mehrwert liefert. Genauere Verfahren zur Beladungsplanung finden sich zum Beispiel in ([Gud10, S. 427 ff.]; [Dan01, S. 670]; [GT11, S. 308 ff.]; [Six96]).





**Abbildung 5.5:** Zuordnung von Artikeln ( $A_n$ ) zu Ladungsträgern ( $L_m$ ) und von Ladungsträgern zu einem Wurzelknoten ( $P$ )

Artikel pro Schicht ( $C_s$ ) wird als Maximum der längs ( $C_x$ ) oder quer ( $C_y$ ) ausgerichteten Artikel bestimmt. Die Anzahl der Artikel-Schichten ( $C_s$ ) ergibt sich über die vertikale Kapazität des Ladungsträgers in Relation zur Höhe des Artikels.

$$\begin{aligned}
 C_x &= \left\lfloor \frac{L_x}{A_x} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{L_y}{A_y} \right\rfloor \\
 C_y &= \left\lfloor \frac{L_y}{A_x} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{L_x}{A_y} \right\rfloor \\
 C_z &= \left\lfloor \frac{L_z}{A_z} \right\rfloor \\
 C_s &= \max(C_x, C_y) \\
 C_v &= C_z \cdot C_s
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Hat ein Ladungsträger eine definierte Traglast  $L_w$  und ein Artikel ein Gewicht  $A_w$ , resultiert die Kapazität  $A^L$  aus dem Minimum über die Volumen- und die Gewichtsrestriktion ( $C_w$ ) (Formel (5.9)). Gilt  $A^L = 0$ , ist der Artikel nicht mit dem Ladungsträger kompatibel.

$$\begin{aligned}
 C_w &= \left\lfloor \frac{L_w}{A_w} \right\rfloor \\
 A^L &= \min\{C_v, C_w\}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Definiert man für jeden Ladungsträger einen Kostensatz von  $L^c$ , ergibt sich die kostenminimale Zuordnung von Artikeln (bei Betrachtung des Bestands) zu Ladungsträgern

nach Modell (5.10). Es wird für jeden Artikel die Anzahl der benötigten Ladungsträger jeden Typs ermittelt. Die Zielfunktion (5.10a) führt damit zur günstigsten Artikel-zu-Ladungsträger-Kombination. Sei eine Hilfsvariable  $\chi_{m,n} \in \{0, 1\}$  definiert, welche bei einer Zuordnung des Artikels  $A_n$  zu Ladungsträger  $L_m$  eins entspricht. Diese darf für jeden Artikel nur für einen Ladungsträger gesetzt sein (eindeutige Zuordnung, siehe Restriktion (5.10b)). Zudem darf jeder Artikel nur Ladungsträgern zugeordnet werden, welche den Artikel aufnehmen können (siehe (5.10c)).

$$\min c = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \chi_{m,n} \cdot L_m^c \cdot \left\lceil \frac{\check{E}_{A_n}}{A_n^{L_m}} \right\rceil \quad (5.10a)$$

u. B. d. N.:

$$1 = \sum_{m=1}^M \chi_{m,n} \quad , \forall n \quad (5.10b)$$

$$\chi_{m,n} \leq \chi_{m,n} \cdot A_n^{L_m} \quad , \forall m, n \quad (5.10c)$$

$$\chi_{m,n} \in \{0, 1\} \quad , \forall m, n \quad (5.10d)$$

Bei fehlenden Kostenkennwerten lässt sich die Zuordnung nach der Heuristik „kleinster kompatibler Ladungsträger“ oder nach dem maximalen Füllgrad  $L^{FG}$  für jeden Ladungsträger vornehmen (siehe Modell (5.11)). Der Füllgrad für jeden Ladungsträger beträgt (durch die Forderung der Sortenreinheit) das Volumen der zu lagernden Artikel ( $\text{vol}(A) = A_x \cdot A_y \cdot A_z$ ) in Relation zum Volumen der benötigten Ladungsträger ( $\text{vol}(L) = L_x \cdot L_y \cdot L_z$ ), wie in Zielfunktion (5.11a) gezeigt.

$$\max FG = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \chi_{m,n} \cdot \frac{\check{E}_{A_n} \cdot \text{vol}(A_n)}{\left\lceil \frac{\check{E}_{A_n}}{A_n^{L_m}} \right\rceil \cdot \text{vol}(L_m)} \quad (5.11a)$$

u. B. d. N.:

$$1 = \sum_{m=1}^M \chi_{m,n} \quad , \forall n$$

$$\chi_{m,n} \leq \chi_{m,n} \cdot A_n^{L_m} \quad , \forall m, n$$

Um die benötigte Anzahl der Lagerplätze ( $\check{E}_{L_m}$ ) eines Ladungsträgers zu bestimmen, müssen die Bestandsfunktionen der assoziierten Artikel ( $p(\check{A}_n)$ ) um die Ladungsträgerkapazität  $A_n^{L_m}$  korrigiert werden. Die angepasste Funktion des ladungsträgerbezogenen

Lagerbestandes ( $p_{L_m}(\check{A}_n)$ ) ergibt sich nach Formel (5.12). Die Verteilung wird von einer artikelgenauen zu einer ladungsträgergenauen Betrachtung reduziert.

$$p_{L_m}(\check{A}_n = j) = \sum_{i=(j-1) \cdot A_n^{L_m} + 1}^{j \cdot A_n^{L_m}} p(\check{A}_n = i) \quad (5.12)$$

Der gesuchte Wert ( $\check{E}_{L_m}$ ) lässt sich anschließend über die Linearkombinationen der korrigierten Bestandsverteilungen aller zugeordneten Artikel ( $\check{A}_n$ ) mit ( $\chi_{m,n} = 1$ ) bestimmen (5.15). Das Ergebnis der Faltung einer Verteilung mit  $\chi_{i,j}$  wird dazu wie folgt definiert (Formel (5.13)): Falls keine Zuordnung gegeben ist ( $\chi_{m,n} = 0$ ), resultiert die Faltung aus null und einer Verteilung in einem Identitätsfilter,<sup>9</sup> welcher  $p(x = 0)$  eine Wahrscheinlichkeit von 100 % zuordnet und alle anderen Fälle  $p(x \neq 0)$  mit null belegt. Eine Faltung einer Verteilung mit null resultiert also in einem Identitätsfilter ( $0 * p(x) * q(x) = q(x)$ ). Eine Faltung aus eins und einer Verteilung resultiert direkt in der Verteilung selbst ( $1 * p(x) = p(x)$ ).

$$\chi_{i,j} * p(x) = \begin{cases} p(x = 0) = 1, p(x \neq 0) = 0 & , \text{ falls } \chi_{i,j} = 0 \\ p(x) & , \text{ falls } \chi_{i,j} = 1 \end{cases} \quad (5.13)$$

Nach der Faltung der korrigierten Bestandsverteilungen lässt sich der erwartete Lagerbestand nach Formel (5.14) aus der kumulierten resultierenden Verteilung ableiten.

$$\check{E}_{L_m} = p_{SG}^*(\check{l}_m) \quad , \text{ mit} \quad (5.14)$$

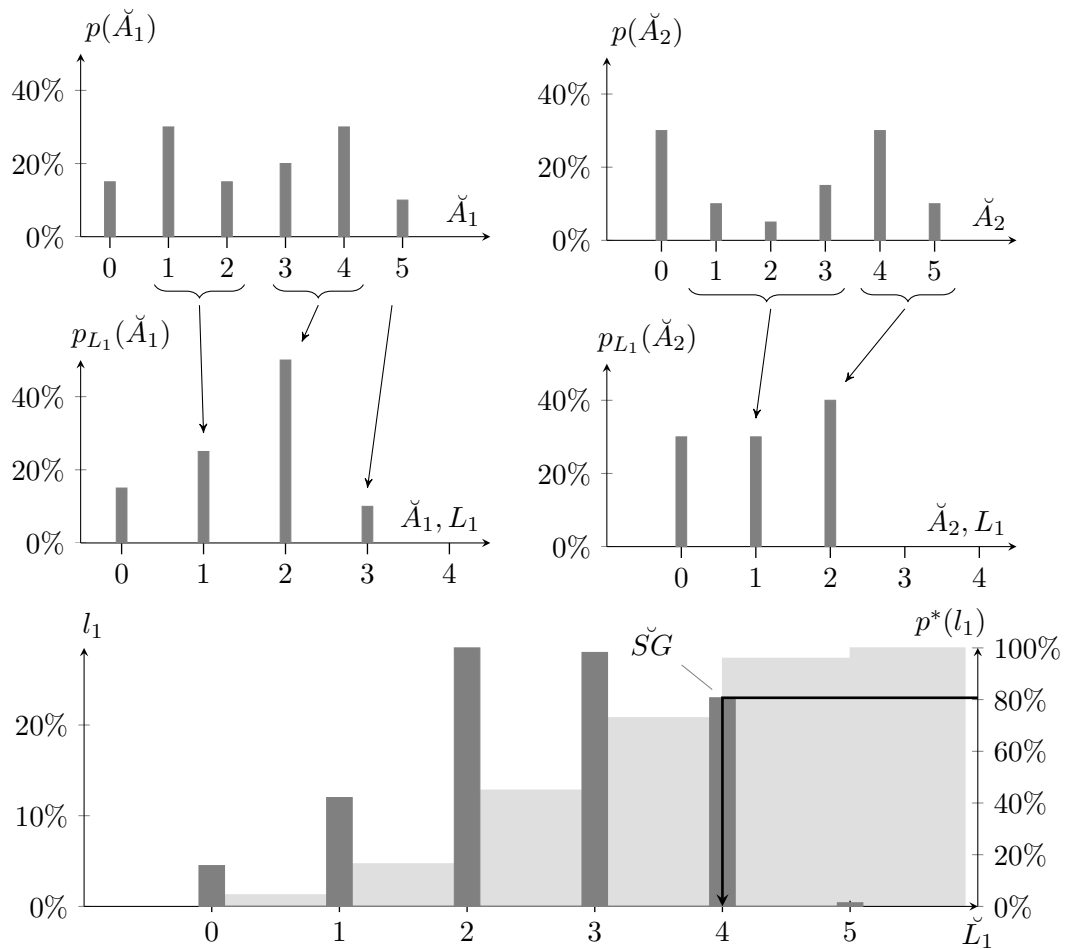
$$\check{l}_m = \sum_{n=1}^N (\chi_{m,n} \cdot p_{L_m}(\check{A}_n)) \quad (5.15)$$

Die Ermittlung des Lagerbestandes eines Ladungsträgers über zwei Artikel unterschiedlicher Größe ist exemplarisch in Abbildung 5.6 dargestellt.

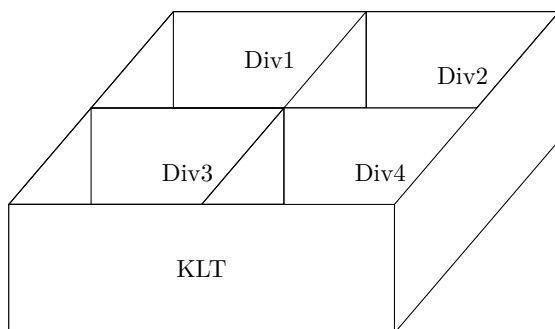
Bei einer hohen Artikelvielfalt ist es gegebenenfalls nicht sinnvoll, für jeden Artikel einen dedizierten Ladungsträger bereitzustellen. Wenn wenige kleine Artikel einer Sorte gelagert werden sollen, müssen entweder sehr kleine Ladungsträger verwendet werden, oder es resultiert ein schlechter Füllgrad großer Ladungsträger. Insbesondere in Kleinteilelagern ist es daher gängig, einen Ladungsträger in Teilbereiche aufzugliedern (siehe Abbildung 5.7), die wiederum eindeutig adressiert sind. Bei Systemladungsträgern ist denkbar, dass kleinere Ladungsträger auf einer Systempalette zusammengestellt werden (siehe Abbildung 5.8). Artikel können weiterhin in kombinierten Zusammenstellungen (beispielsweise Teiler in Ladungsträgern, welche wiederum auf Paletten gestapelt sind) gelagert werden.

---

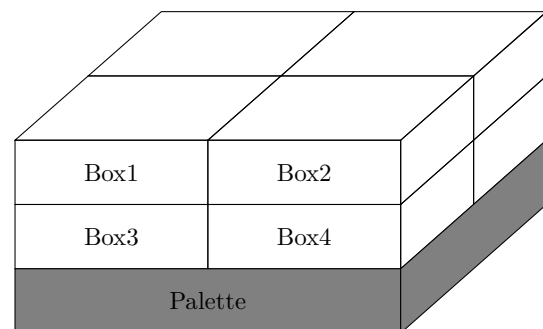
<sup>9</sup>Siehe [Pre89, S. 450].



**Abbildung 5.6:** Ermittlung der benötigten Lagerplätze für den Ladungsträger  $L_1$ , welchem die Artikel  $A_1$  mit Kapazität  $A_1^{L_1} = 2$  und  $A_2$  mit Kapazität  $A_2^{L_1} = 3$  zugeordnet sind. Die Verteilung der benötigten Ladungsträger ergibt sich anhand der Faltung der korrigierten Bestandsverteilungen  $\check{L}_1 = p(\check{A}_1, L_1) * p(\check{A}_2, L_1)$ .



**Abbildung 5.7:** Ladungsträger mit 4-fach-Unterteilung



**Abbildung 5.8:** Ladungsträger mit zugeordneten Sub-Ladungsträgern

Um diese Möglichkeiten abzubilden, soll es neben der Zuweisung von Artikeln zu Ladungsträgern möglich sein, kleinere Ladungsträger oder Trenneinheiten größeren Ladungsträgern zuzuordnen. Dies lässt sich analog zu den Modellen (5.10) und (5.11) aufbauen. Bezeichnet man die Anzahl der Ladungsträger, die sich in oder auf einem anderen Ladungsträger bereitstellen lassen, als  $L_m^{L_o}$ , ergeben sich die Zielfunktionen für eine kostenminimale (Formel (5.16)) und eine füllgradmaximale Ladungsträgerzuordnung (Formel (5.17)), welche ebenfalls der Formatrestriktion (5.10c) genügen müssen. Die Anzahl der benötigten kleineren Ladungsträger ergibt sich durch die dem kleineren Ladungsträger zugeordneten Artikel ( $\check{E}_{L_n}$ ).

$$\min c = \sum_{m=1}^M \sum_{o=1}^N \chi_{m,o} \cdot L_m^c \cdot \left\lceil \frac{\check{E}_{L_o}}{L_o^{L_m}} \right\rceil \quad (5.16)$$

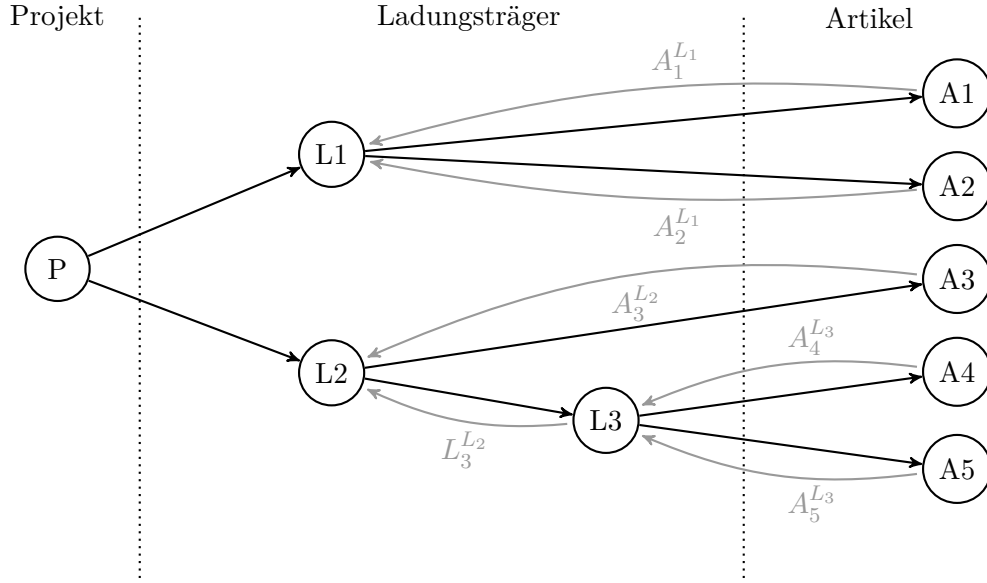
$$\max \text{FG} = \sum_{m=1}^M \sum_{o=1}^N \chi_{m,o} \cdot \frac{\check{E}_{L_o} \cdot \text{vol}(L_o)}{\left\lceil \frac{\check{E}_{L_o}}{L_o^{L_m}} \right\rceil \cdot \text{vol}(L_m)} \quad (5.17)$$

Da einem Ladungsträger nun gleichzeitig Artikel und kleinere Ladungsträger zugeordnet sein können, resultiert eine Struktur, wie sie in Abbildung 5.9 dargestellt ist. Die Verteilung der zu erwartenden Lagerbestände ( $\check{E}_{L_m}$ ) für einen Ladungsträger ergibt sich damit aus der Faltung der korrigierten erwarteten Artikelbestände mit der korrigierten erwarteten Menge der zugeordneten Ladungsträger (Formel (5.18)). Der  $\check{S}\check{G}$ -sichere Lagerbestand des Ladungsträgers lässt sich anhand des entsprechenden Perzentils der kumulierten resultierenden Verteilung ermitteln.

$$\check{E}_{L_m} = p_{\check{S}\check{G}}^*(\check{l}_m) \quad , \text{ mit} \quad (5.18)$$

$$\check{l}_m = \sum_{n=1}^N (\chi_{m,n} * p_{L_m}(\check{A}_n)) * \sum_{o=1}^N (\chi_{m,o} * p_{L_m}(\check{L}_o))$$

Wie zu Beginn des Abschnitts beschrieben, hängt die Auswahl der zu verwendenden Ladungsträger neben einer reinen Kosten- oder Größenbetrachtung von weiteren exogenen Einflussgrößen ab. Die hier dargestellten Modelle lassen sich für konkrete Projekte um zusätzliche Kostenfaktoren und Restriktionen (zum Beispiel Ladungsträgerwechselkosten und Inkompatibilitäten zwischen Artikeln und Ladungsträgern) erweitern, dies ist der allgemeinen Modellformulierung hier jedoch nicht weiter dienlich.



**Abbildung 5.9:** Hierarchische Artikel- und Ladungsträgerstruktur mit Kapazitätsinformationen zwischen Artikel und Ladungsträger ( $A_n^{L_m}$ ) und zwischen Ladungsträgern ( $L_m^{L_n}$ )

### 5.1.3 Umschlagsermittlung für Ladungsgüter mit heterogener Form und heterogenem Verhalten

Sei eine Wahrscheinlichkeit  $SG^\uparrow$  definiert, mit welcher die Umlagerleistung eines neuen Lagers ausreichen muss, darf diese nicht global über den gesamten Betrachtungszeitraum betrachtet werden. Teilt man den Betrachtungshorizont in Referenzzeiträume gleicher Länge (Perioden; zum Beispiel die Stunden des Tages oder die Tage der Woche), wird die Wahrscheinlichkeit  $SG^\uparrow$  folgendermaßen definiert: Mit einer Wahrscheinlichkeit von  $SG^\uparrow$  ist das Fördersystem in der Lage, die Umschlagsleistung aufzubringen, die durch die ein- und ausgehenden Flüsse in der umschlagstärksten Referenzzeit pro Stunde benötigt wird.

Um der in Abschnitt 2.3.1.1 beschriebenen Ungleichheit zwischen umgeschlagener Menge und Anzahl der Umschläge pro Periode gerecht zu werden, wird die Betrachtung der umgeschlagenen eingehenden Menge pro Periode  $A^\downarrow(t)$  um die Anzahl der Umschläge pro Periode  $A^{|\downarrow|}(t)$  erweitert. Die Anzahl der eingehenden Einzelspiele für einen Artikel in einer Periode  $E_A^\downarrow(t)$  lässt sich bei einem zugeordneten Ladungsträger mit  $\chi_{L_m,A} = 1$  nach Gleichung (5.19) bestimmen. Werden mehr Transaktionen pro Periode gefordert, als Bewegungen durch die Betrachtung der bewegten Menge resultieren, wird die Anzahl der Transaktionen gewählt.

$$E_A^\downarrow(t) = \max \left( \frac{A^\downarrow(t)}{A^{L_m}}, A^{|\downarrow|}(t) \right) \quad (5.19)$$

Analog zur um die Ladungsträgerkapazität korrigierten Verteilung der Bestände  $p_{L_m}(\check{A})$  wird die korrigierte Verteilung des mengenmäßigen eingehenden Umschlags mit einem Ladungsträger  $p_{L_m}(A^\downarrow)$  gebildet. Der aus den ermittelten Verteilungen resultierende erwartete Umschlag zu einem gegebenen Leistungsgrad  $SG^\uparrow$  lässt sich nach Formel (5.20) beschreiben.<sup>10</sup>

$$\begin{aligned} E_A^\downarrow &= \max(p_{SG^\uparrow}^*(a^\downarrow), p_{SG^\uparrow}^*(a^{|\downarrow|})) & , \text{ mit} & \quad (5.20) \\ a^\downarrow &= p_{L_m}(A^\downarrow) \\ a^{|\downarrow|} &= p(A^{|\downarrow|}) \end{aligned}$$

Erweitert man die Betrachtung von einer artikelbezogenen zu einer ladungsträgerbezogenen Sicht, wird der eingehende Umschlag für einen Ladungsträger  $L_m$  über die Faltung der korrigierten Verteilungen seiner zugeordneten Artikel  $A_n$  und Ladungsträger  $L_o$  ermittelt.

$$\begin{aligned} E_{L_m}^\downarrow &= \max(p_{SG^\uparrow}^*(l_m^\downarrow), p_{SG^\uparrow}^*(l_m^{|\downarrow|})) & , \text{ mit} & \quad (5.21) \\ l_m^\downarrow &= \sum_{n=1}^N (\chi_{m,n} * p_{L_m}(A_n^\downarrow)) * \sum_{o=1}^O (\chi_{m,o} * p_{L_m}(L_o^\downarrow)) \\ l_m^{|\downarrow|} &= \sum_{n=1}^N (\chi_{m,n} * p(A_n^{|\downarrow|})) * \sum_{o=1}^O (\chi_{m,o} * p(L_o^{|\downarrow|})) \end{aligned}$$

Um Spitzen im Umschlag (siehe Abschnitt 2.3.1.1) zu erfassen, werden Periodensysteme in Teilperioden aufgeteilt. Für jede vergleichbare Teilperiode  $t_i$  (zum Beispiel die dritte Stunde des Tages) werden die dedizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(A^\downarrow, t_i)$ ,  $p(A^\uparrow, t_i)$ ,  $p(A^{|\downarrow|}, t_i)$  und  $p(A^{|\uparrow|}, t_i)$  über ein- und ausgehende Umschlagsmengen und Transaktionshäufigkeiten gebildet. Betrachtet man eine Stunde des Tages als Teilperiode, werden folglich 96 Wahrscheinlichkeitsverteilungen aufgebaut, um die Spitzenlast der umschlagsstärksten Stunde zu ermitteln. Die Anzahl der vergleichbaren Teilperioden wird als  $I$  gekennzeichnet (zum Beispiel 24 Stunden/Tag).

Zur Ermittlung der Verteilung der eingehenden Umschläge einer bestimmten Stunde werden zunächst alle Teilperioden aufsteigend indiziert ( $t_j$ ). Die erste betrachtete Teilperiode erhält demnach den Index  $t_j = 1$ , die letzte betrachtete Teilperiode den Index  $t_j = I$ . Anschließend wird aus den für die betrachtete Teilperiode  $t_i$  korrespondierenden Werten ( $t_j \bmod I = t_i$ ) die Häufigkeitsverteilung gebildet.

Die relative Häufigkeit des Auftretens jeden möglichen Umschlags zu einer Teilperiode wird nach Gleichung (5.22) bestimmt, wobei  $H(A^\downarrow, t_i)$  die absolute Häufigkeit der

<sup>10</sup>Der Leistungsgrad für Umschläge wird hier gemeinsam für eingehende und ausgehende Umschläge definiert, eine Erweiterung um getrennte Variablen ist trivial und wird daher nicht weiter ausgeführt.

Vorkommen einer ausgehenden Umschlagsmenge in Höhe von  $A^\downarrow$  aus allen vergleichbaren Perioden (zum Beispiel: „Es wurden drei mal fünf Artikel zwischen 8 und 9 Uhr ausgelagert“) widerspiegelt.  $n_i$  bezeichnet die Gesamtanzahl von Perioden mit korrespondierendem Index, also zum Beispiel die Anzahl der betrachteten Tage und somit möglicher Werte für die  $i$ . Stunde.

$$p(A^\downarrow, t_i) = \frac{H(A^\downarrow, t_i)}{n_i} \quad (5.22)$$

Abbildung 5.10 stellt den erläuterten Zusammenhang exemplarisch dar: Eine Untersuchung des Artikels auf einer undifferenzierten Stundenbasis würde zu einer Unterschätzung der Umschläge (null Stück/Std.) führen. Eine getrennte Betrachtung der ersten Stunde resultiert in einem präziseren Wert von sechs Stück/Std. Analog zum Lagerbestand lässt sich die zur Deckung von  $SG^\uparrow$  erwartete Umschlagsmenge und Anzahl auftretender eingehender Umschläge anhand der kumulierten Verteilungen  $p^*(A^\downarrow, t_i)$  und  $p^*(A^{|\downarrow|}, t_i)$  ermitteln.

Als abzudeckender umschlagsspezifischer Spitzenwert wird das Maximum der Summe aus erwarteten eingehenden und ausgehenden Einzelspielen zu einem gegebenen Servicegrad in der umschlagstärksten Teilperiode gewählt. Bezeichnet man den zur Erfüllung von  $SG^\uparrow$  benötigten Wert als  $p_{SG^\uparrow}^*$ , wird die Teilperiode mit dem höchsten zu erwartenden Umschlagsaufkommen für den betrachteten Artikel  $t_{A, i_{\max}}^\uparrow$  nach Gleichung (5.23) bestimmt. Der Übersichtlichkeit halber werden die Kürzel  $a_{t_i}^\downarrow, a_{t_i}^\uparrow$  für die Verteilungen der ladungsträgerkorrigierten ein- und ausgehenden Umschläge in einer Teilperiode eingeführt (siehe Formeln (5.23c) und (5.23f)). Entsprechendes gilt für die Formeln (5.23d) und (5.23g), hier wird keine Korrektur auf Ladungsträger vorgenommen, da die Gesamtzahl der Transaktionen ermittelt werden soll. Die Gleichungen (5.23b) und (5.23e) entsprechen Formel (5.19) für die Betrachtung mehrerer Teilperioden.

$$t_{A, i_{\max}}^\uparrow = \arg \max_{0 \leq i \leq I} \left( E_{A, t_i}^\downarrow + E_{A, t_i}^\uparrow \right) \quad , \text{ mit} \quad (5.23a)$$

$$E_{A, t_i}^\downarrow = \max \left( p_{SG^\uparrow}^*(a_{t_i}^\downarrow), p_{SG^\uparrow}^*(a_{t_i}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.23b)$$

$$a_{t_i}^\downarrow = p_{L_m}(A^\downarrow, t_i) \quad (5.23c)$$

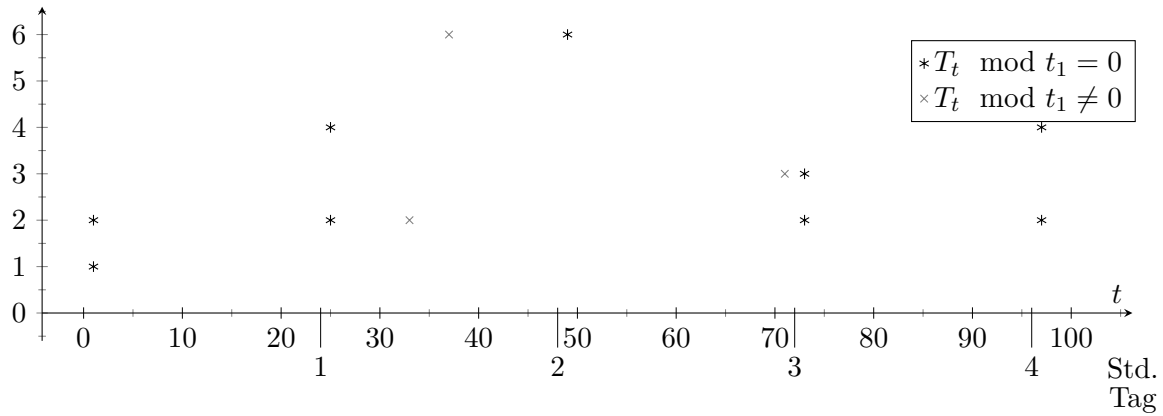
$$a_{t_i}^{|\downarrow|} = p(A^{|\downarrow|}, t_i) \quad (5.23d)$$

$$E_{A, t_i}^\uparrow = \max \left( p_{SG^\uparrow}^*(a_{t_i}^\uparrow), p_{SG^\uparrow}^*(a_{t_i}^{|\uparrow|}) \right) \quad (5.23e)$$

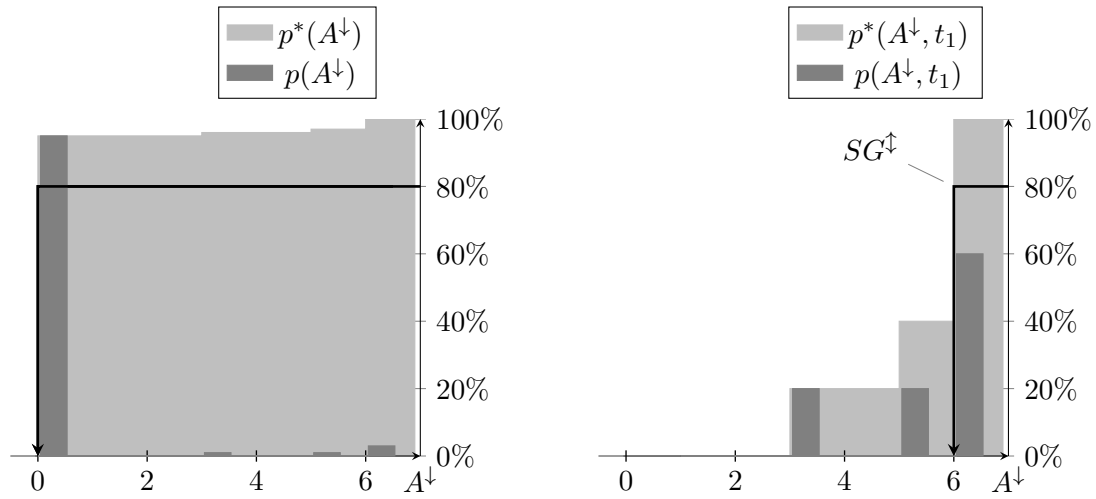
$$a_{t_i}^\uparrow = p_{L_m}(A^\uparrow, t_i) \quad (5.23f)$$

$$a_{t_i}^{|\uparrow|} = p(A^{|\uparrow|}, t_i) \quad (5.23g)$$





(a) Umschlagsschwankungen im Tagesverlauf (vermehrt Transaktionen zur 1. Betrachtungsstunde)



(b) Auswirkung bei Betrachtung über alle Teilperioden

(c) Differenzierte Betrachtung der Perioden mit  $t_i \bmod 24 = 1$ **Abbildung 5.10:** Einfluss von Umschlagsschwankungen (a) auf die Verteilungsfunktionen des eingehenden Umschlags ohne (b) und mit (c) differenzierter Betrachtung der Teilperioden  $t_i$ 

Als für die weitere Planung verwendete Größen wird die erwartete Anzahl der eingehenden ( $E_{SG\uparrow}^{\downarrow}$ ) und ausgehenden ( $E_{SG\uparrow}^{\uparrow}$ ) Einzelspiele bestimmt, die in der ermittelten Teilperiode mit dem höchsten Umschlag auftreten:

$$E_A^{\downarrow} = E_{A, t_{i\max}^{\uparrow}}^{\downarrow}$$

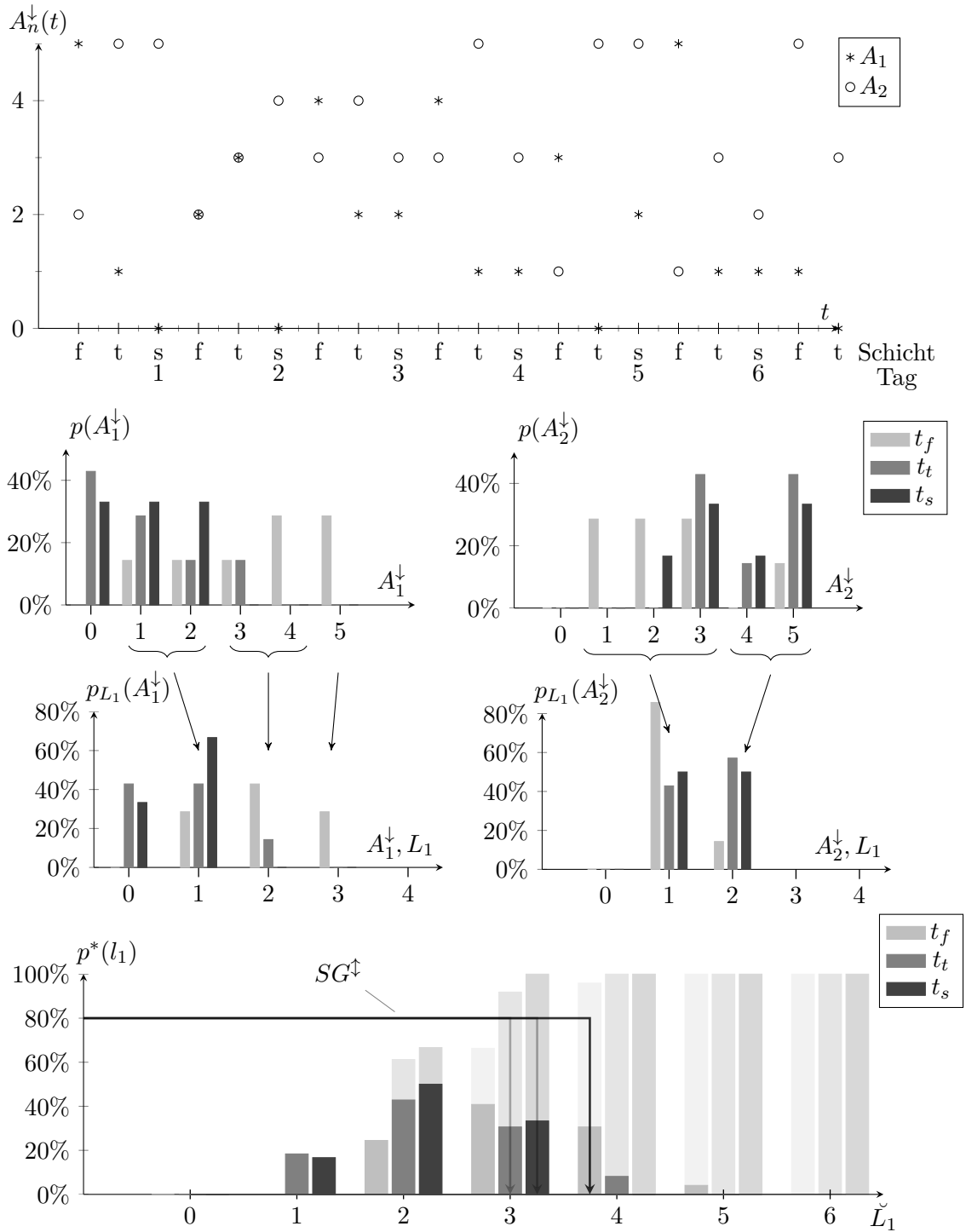
$$E_A^{\uparrow} = E_{A, t_{i\max}^{\downarrow}}^{\uparrow}$$

Betrachtet man die einem Ladungsträger  $L_m$  zugeordneten Artikel, lässt sich der zu erwartende Spitzenwert des Umschlags über alle Artikel des Ladungsträgers anhand der Faltung der zueinandergehörigen Verteilungen ermitteln. So werden für jede betrachtete

Teilperiode  $t_i$  die Verteilungen  $l_{m,t_i}^\downarrow$ ,  $l_{m,t_i}^\uparrow$ ,  $l_{m,t_i}^{|\downarrow|}$  und  $l_{m,t_i}^{|\uparrow|}$  gebildet. Die Teilperiode des höchsten Ladungsträgerumschlages  $t_{L_m,i_{\max}}^\uparrow$  wird analog zur Vorgehensweise für einzelne Artikel bestimmt (siehe Formel (5.24)). Als für den Ladungsträger abzusichernde Umschlagskennzahlen resultieren  $E_{L_m}^\downarrow$  und  $E_{L_m}^\uparrow$ .

$$\begin{aligned}
 t_{L_m,i_{\max}}^\uparrow &= \arg \max_{0 \leq i \leq I} \left( E_{L_m,t_i}^\downarrow + E_{L_m,t_i}^\uparrow \right) & , \text{ mit} & \quad (5.24) \\
 E_{L_m}^\downarrow &= E_{L_m,t_{i_{\max}}^\uparrow}^\downarrow \\
 E_{L_m}^\uparrow &= E_{L_m,t_{i_{\max}}^\uparrow}^\uparrow
 \end{aligned}$$

Die Ermittlung der eingehenden Umschläge eines Ladungsträgers, dem zwei Artikel zugeordnet sind, ist exemplarisch in Abbildung 5.11 dargestellt: Zunächst werden für jeden Artikel die Verteilungen der drei Teilperioden „Frühschicht, Tagschicht, Spätschicht“ gebildet. Anschließend werden die um die Ladungsträgerkapazität korrigierten Verteilungen miteinander gefaltet, um die Verteilungen der Ladungsträgerumschläge zu erhalten. Aus diesen wird diejenige ausgewählt, deren kumulierter Wert zum gegebenen Umschlags-Servicegrad  $SG$  von 80 % am höchsten ist. Der Umschlag, welchen das zu planende Lager für diesen Ladungsträger abdecken muss, ist folglich 4, da die Frühschicht den höchsten Umschlag erzielt.



**Abbildung 5.11:** Ermittlung des Umschlagswertes für einen Ladungsträger mit zwei Artikeln zu einem Umschlags-Servicegrad  $SG^{\uparrow} = 80\%$  unter Berücksichtigung der Teilperioden Frühschicht ( $t_f$ ), Tagschicht ( $t_t$ ), Spätschicht ( $t_s$ ) und mit den Ladungsträgerkapazitäten  $A_1^{L_1} = 2$ ,  $A_2^{L_1} = 3$

### 5.1.4 Integration unterschiedlicher Betrachtungslängen

Die Analyse der Lagerbestände und Umschläge wurde bis hier auf Basis einer Referenzperiodenlänge (Stunde) und einer Periodenanzahl in einem Zyklus (24 pro Tag) dargestellt. Hiermit lassen sich aber nur Schwankungen, deren Ursprung im Zusammenhang zur Tageszeit steht (zum Beispiel erhöhte Einlagerung morgens), erfassen. Der Spitzenwert kann jedoch ebenfalls an einem bestimmten Tag der Woche oder in einer bestimmten Woche des Jahres eintreten.

Zur Lösung des Problems saisonaler Schwankungen im Bestands- und Umschlagsverhalten wird das vorgestellte Modell um die Betrachtung mehrerer Periodensysteme  $PS$  erweitert. Ein Periodensystem hat eine definierte Periodenlänge  $PS^d$ , eine Zyklusvariable  $PS^I$ , die beschreibt, wie viele nicht vergleichbare Teilperioden aufeinanderfolgen, sowie optional eine Menge nicht betrachteter Teilperioden  $PS^F$ , für welche keine Verteilungen analysiert werden sollen. Das Periodensystem „Stunde“ in einem 2x8-Stunden-Schichtbetrieb hat folglich eine Periodenlänge  $PS_{Std}^d = 1$  von einer Stunde, eine Zyklusvariable  $PS_{Std}^I = 24$  sowie nicht betrachtete Teilperioden  $PS^F = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 23, 24$ . Eine Betrachtung für „Werktag“ wird mit den Variablen  $PS_{Tag}^d = 24$ ,  $PS_{Tag}^I = 7$  und  $PS_{Tag}^F = 6, 7$  belegt. Aus den nicht betrachteten Teilperioden der kürzeren Periodensysteme ergibt sich die Anzahl relevanter Stunden pro Teilperiode  $PS^C$  (zum Beispiel  $PS_{Tag}^C = 16$ ). Jede Transaktion wird statt einer einzelnen Periode der eindeutigen korrespondierenden Periode  $t_{i,j}$  jeden Periodensystems  $PS(j)$  zugeordnet. Eine Transaktion setzt sich bei Analyse mit  $J$  Periodensystemen als Tupel  $T = \langle T_A, \{T_{t_{PS1}}, T_{t_{PS2}}, \dots, T_{t_{PSJ}}\}, T_M \rangle$  zusammen. Die Verteilungsfunktion über den Lagerbestand eines Artikels  $A$  bei Betrachtung der Teilperiode  $t_{i,j}$  (also im Periodensystem  $PS_j$ ) wird als  $p(\check{A}, t_{i,j})$  beschrieben.

Zur Ermittlung des abzusichernden Lagerbestandes eines Ladungsträgers  $L_m$  wird in jedem Periodensystem die Teilperiode gesucht, zu welcher der  $\check{S}\check{G}$ -sichere Lagerbestand maximal wird (Formel (5.25a)). Anschließend wird das Periodensystem mit der bestandsmaximalen Teilperiode ausgewählt (Formel (5.25b)).

$$\check{t}_{i_{\max},j} = \arg \max_{0 \leq i \leq PS_j^I} \left( p_{\check{S}\check{G}}^*(\check{l}_{m,t_{i,j}}) \right), \forall j : j = 1 \dots J \quad (5.25a)$$

$$\check{t}_{i_{\max},j_{\max}} = \arg \max_{0 \leq j \leq J} \left( p_{\check{S}\check{G}}^*(\check{l}_{m,t_{i_{\max},j}}) \right) \quad (5.25b)$$

$$\check{l}_{m,t_{i,j}} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p_{L_m}(\check{A}_{n,t_{i,j}}) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p_{L_m}(\check{L}_{o,t_{i,j}}) \right) \quad (5.25c)$$

Die zur Layoutplanung gesuchte Kenngröße des Lagerbestands für den Ladungsträger  $\check{E}_{L_m}$  ist folglich der erwartete Bestand in der Teilperiode mit dem höchsten erwarteten Lagerbestand über alle Periodensysteme und wird nach Formel (5.26) bestimmt.

$$\check{E}_{L_m} = p_{SG}^* \left( \check{l}_{m, \check{t}_{i_{\max}, j_{\max}}} \right) \quad (5.26)$$

Der abzusichernde Umschlag wird weiterhin getrennt nach ein- und ausgehenden Umschlägen analysiert. Die Definition des Umschlags als die Summe (bzw. Anzahl) der ein- oder ausgehenden Transaktionsmengen ermöglicht das Erfassen des Gesamtumschlags bei längeren Teilperioden. Analog zum Lagerbestand wird auch hier die repräsentative umschlagsstärkste Teilperiode über alle Periodensysteme ermittelt. Um die Vergleichbarkeit mit kürzeren Perioden zu erzielen, erfolgt eine Division der ermittelten Werte durch  $PS^C$ , also eine Ermittlung der erwarteten stündlichen Umschläge der Teilperiode (siehe Formeln (5.27a) und (5.27b)).

$$\check{t}_{i_{\max}, j} = \arg \max_{0 \leq i \leq PS_j^I} \left( \frac{E_{L_m, t_{i,j}}^{\downarrow} + E_{L_m, t_{i,j}}^{\uparrow}}{PS_j^C} \right), \forall j : j = 0..J \quad (5.27a)$$

$$\check{t}_{i_{\max}, j_{\max}} = \arg \max_{0 \leq j \leq J} \left( \frac{E_{L_m, t_{i_{\max}, j}}^{\downarrow} + E_{L_m, t_{i_{\max}, j}}^{\uparrow}}{PS_j^C} \right) \quad (5.27b)$$

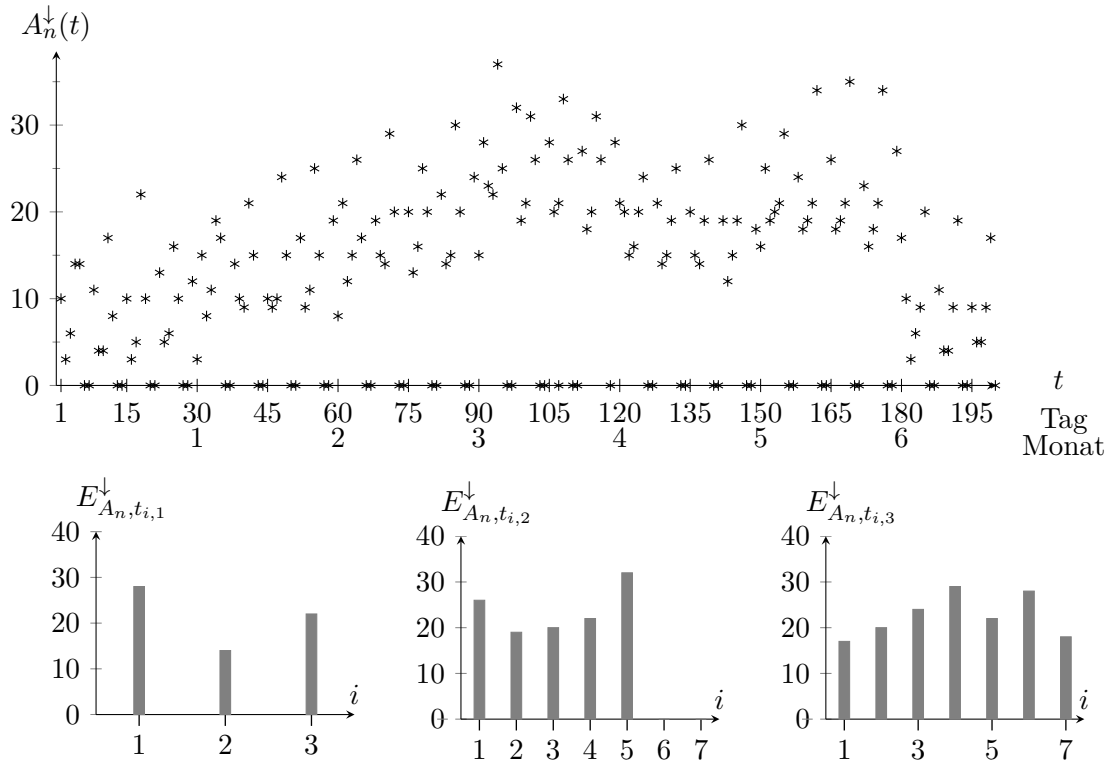
$$E_{L_m, t_{i,j}}^{\downarrow} = \max \left( p_{SG\downarrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{\downarrow}), p_{SG\uparrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.27c)$$

$$E_{L_m, t_{i,j}}^{\uparrow} = \max \left( p_{SG\downarrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{\uparrow}), p_{SG\uparrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{|\uparrow|}) \right) \quad (5.27d)$$

$$l_{m, t_{i,j}}^{\downarrow} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p_{L_m}(A_{n, t_{i,j}}^{\downarrow}) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p_{L_m}(L_{o, t_{i,j}}^{\downarrow}) \right) \quad (5.27e)$$

$$l_{m, t_{i,j}}^{|\downarrow|} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p(A_{n, t_{i,j}}^{|\downarrow|}) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p(L_{o, t_{i,j}}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.27f)$$

Die beschriebenen Zusammenhänge werden in Abbildung 5.12 dargestellt: Wenn also beispielsweise der auf Stundenbasis gemittelte Umschlag eines repräsentativen Tages (31 Stück/Std. an Freitagen) über dem ermittelten Spitzenumschlag auf einer schichtbezogenen Betrachtungsbasis (29 Stück/Std. in der Frühschicht) liegt, wird der gemittelte Tageswert gewählt (dies kann zum Beispiel der Fall sein, wenn immer freitags ein hohes Umschlagsvorkommen besteht, dies jedoch unabhängig von der Uhrzeit ist). Die Analyse mehrerer Periodensysteme für einen Knoten ist in Abbildung 5.12 verdeutlicht. Die Größen  $E_{L_m}^{\downarrow}$  und  $E_{L_m}^{\uparrow}$  werden für die Betrachtung unterschiedlicher Betrachtungslängen in den Formeln (5.28) und (5.29) erweitert und beschreiben die erwarteten abzudeckenden Umschläge (pro Stunde) für einen Ladungsträger  $L_m$ .



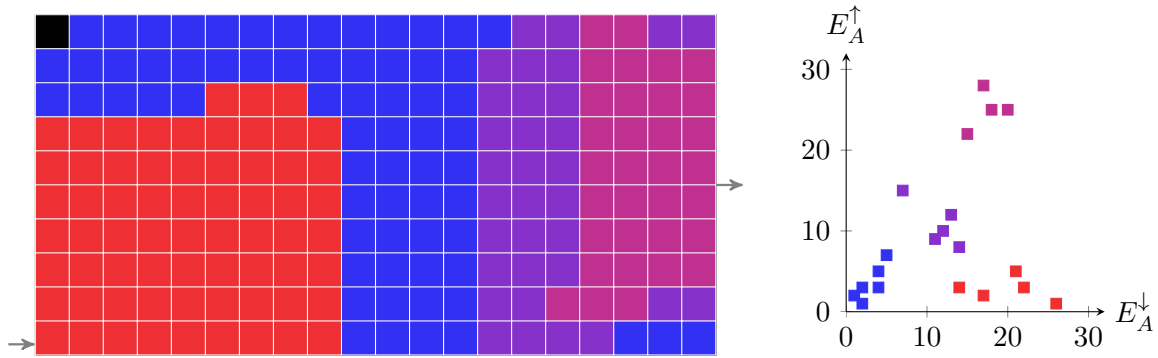
**Abbildung 5.12:** Unregelmäßiges Umschlagsverhalten, analysiert auf Schicht-, Wochentags- und Monatsbasis mit (mit Schicht:  $j = 1$ , Wochentag:  $j = 2$ , Monat:  $j = 3$ )

$$E_{L_m}^{\downarrow} = \frac{E_{L_m, t_{i_{\max}, j_{\max}}}^{\downarrow}}{PS_{j_{\max}}^c} \quad (5.28)$$

$$E_{L_m}^{\uparrow} = \frac{E_{L_m, t_{i_{\max}, j_{\max}}}^{\uparrow}}{PS_{j_{\max}}^c} \quad (5.29)$$

### 5.1.5 Ermittlung geeigneter Gruppen innerhalb der Ladungsträgerklassifikation

Mit den bis hier vorgestellten Modellen lassen sich repräsentative Werte für den Bestand und Umschlag für ausgewählte Ladungsträger ermitteln. Wie in den Abschnitten 2.3.1.1 und 3.2.5 dargestellt, sind eine weitere Gruppierung der Artikel nach Umschlagsverhalten und eine Zuordnung dieser Gruppen zu Zonen im Lager sinnvoll, um einen höheren Umschlag im Lager zu erzielen. Ziel dieses Abschnitts ist daher die Ermittlung von Gruppen von Artikeln, die dem gleichen Ladungsträger zugeordnet sind und vergleichbare ein- und ausgehende Umschläge aufweisen. Für jede Gruppe wird daraufhin ermittelt, wie viele



**Abbildung 5.13:** Vier Zonen in einem Regalfeld mit getrennten Übergabepunkten (links) mit anhand  $E^\uparrow$  und  $E^\downarrow$  zugeordneten Artikeln (rechts)

Lagerplätze benötigt werden und welche stündlichen Umschläge antizipiert werden. Abbildung 5.13 zeigt exemplarisch vier Artikelgruppen mit heterogenem Verhalten und ihre Zonierung in einer Regalfläche mit getrennten Übergabepunkten. Häufig umgeschlagene Artikel werden in der Nähe des Übergabepunktes gelagert und selten bewegte Artikel möglichst weit entfernt.

Um Artikel einer Gruppe zuzuweisen, wird ein weiterer künstlicher Knoten eingeführt und als Cluster  $C$  bezeichnet. Einem Ladungsträger werden  $k$  Cluster zugeordnet ( $\chi_{L_m, C_n} = 1$ ).<sup>11</sup> Da ein Sub-Ladungsträger ( $\chi_{P, L_n} = 0$ ) selbst kein immanentes Verhalten aufweist, sondern nur die diesem zugeordneten Artikel, werden nur Informationen aus Artikelknoten ( $A_o$ ) einbezogen. Es werden also Cluster für Ladungsträger mit ( $\chi_{P, L_m} = 1$ ) gebildet, aber alle Artikel, die ein Nachfolgerknoten des Ladungsträgers sind (also auch  $\chi_{L_m, L_n} = \chi_{L_n, A_o} = 1$ ), gruppiert.

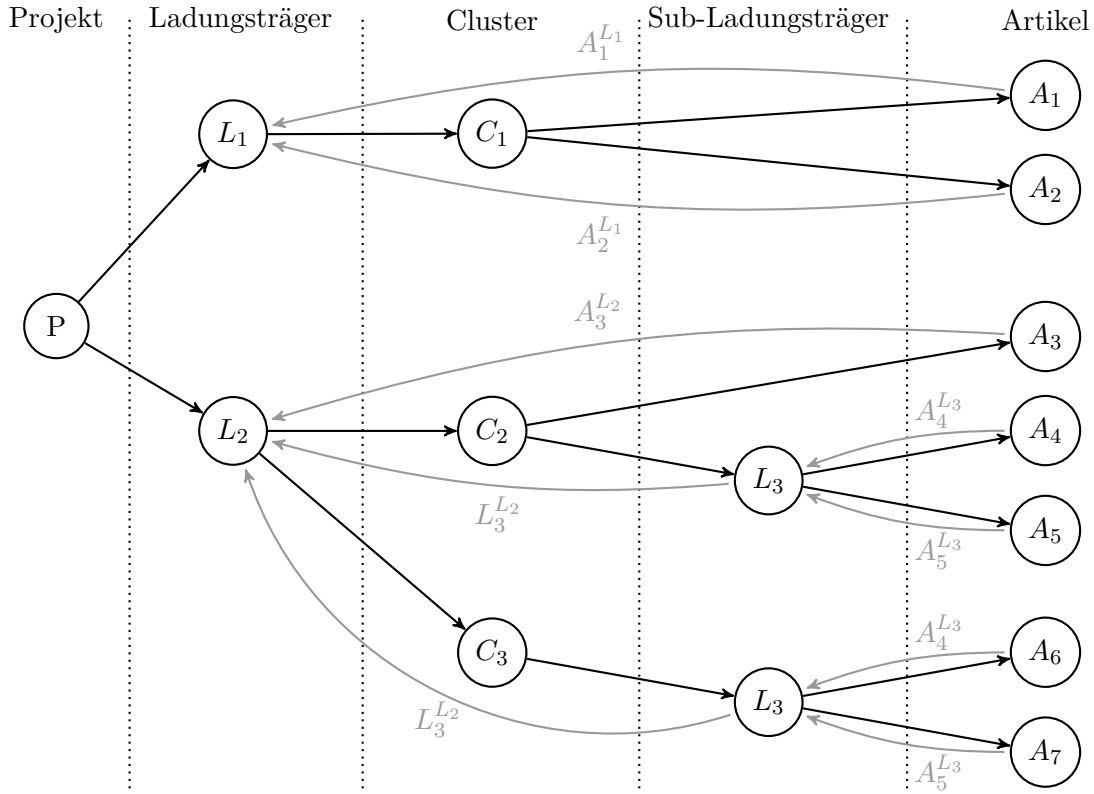
Die Zuordnung von Artikeln zu Sub-Ladungsträgern muss allerdings weiterhin betrachtet werden, da sie die Anzahl der benötigten Ladungsträger und den Umschlag bedingt. Die Ladungsträgerkapazität ( $A_n^{L_m}$ ) wird daher als Referenz beibehalten (siehe Abbildung 5.14).

$$L_m^A = \{A | \chi_{L_m, A_n} = 1 \vee (\chi_{L_m, L_o} = 1 \wedge \chi_{L_o, A_n} = 1)\} \quad (5.30)$$

Bezeichnet man alle Nachfolger-Artikel des Ladungsträgers  $L$  als Menge  $L^A$  (Formel (5.30)) und die einem Cluster  $C_n$  zugeordneten Artikel als  $C_n^A$ , lässt sich die optimale Gruppierung der Artikel wie folgt formalisieren: Das Zentrum eines Clusters  $C^z$  wird als Mittelwert der erwarteten ein- und ausgehenden Einzelspiele der dem Cluster zugeordneten Artikel definiert:

$$C_i^z = \langle C_i^\uparrow, C_i^\downarrow \rangle, \quad (5.31)$$

<sup>11</sup>Wie in Abschnitt 3.3 dargestellt, ist eine Zonierung in drei bis fünf Bereiche meist ausreichend, daher ist die Bestimmung eines sinnvollen  $k$  unproblematisch.



**Abbildung 5.14:** Um Cluster erweiterte Gesamtstruktur. Jedem Ladungsträger werden ein oder mehrere Cluster  $C_i$  zugeordnet, auf welche alle Artikel des Ladungsträgers in Abhängigkeit ihres Umschlags verteilt werden. Sub-Ladungsträger-Assoziationen ( $L_3$ ) müssen erhalten bleiben, um eine korrekte Kalkulation der benötigten Lagerplätze und Umschläge zu ermöglichen.

$$C_i^\uparrow = \frac{\sum_{A_j \in C_i} E_{A_j}^\uparrow}{|C_i|}, C_i^\downarrow = \frac{\sum_{A_j \in C_i} E_{A_j}^\downarrow}{|C_i|} \quad (5.32)$$

Gibt man die Anzahl der zu erstellenden Cluster  $k$  vor, resultiert die optimale Gruppierung aus Modell (5.33),<sup>12</sup> dessen Zielfunktion die Ähnlichkeit des Verhaltens innerhalb der Cluster maximiert, indem die kumulierte Abweichung der Artikelumschläge zum zugeordneten Clusterzentrum minimiert wird (Zielfunktion (5.33a)). Eine gültige Gruppierung von  $L_m^A$  muss folgende Eigenschaften erfüllen: Alle Artikel müssen einem Cluster

<sup>12</sup>Modell (5.33) ist eine planare Adaption des Problems einer eindeutigen Zuordnung von Objekten zu  $k$  Gruppen. Da dieses Problem auch im zweidimensionalen Raum NP-hart ist (siehe [MNV09, S. 274 ff.]), basieren viele Lösungen auf dem k-Means-Algorithmus (siehe [Mac67, S. 281 ff.]), welcher das Problem heuristisch löst.



zugeordnet werden (Restriktion (5.33b)), und kein Artikel darf mehr als einem Cluster zugeordnet sein (Restriktion (5.33d)).

$$\min d = \sum_{i=1}^k \sum_{A_j \in C_i} \left( \sqrt{(E_{A_j}^\uparrow - C_i^\uparrow)^2 + (E_{A_j}^\downarrow - C_i^\downarrow)^2} \right) \quad (5.33a)$$

$$\sum_{i=1}^k |C_i^A| = |L^A| \quad (5.33b)$$

$$\sum_{i=1}^k \chi_{i,j} \leq 1, \forall A_j \in L_m^A \quad (5.33c)$$

$$\chi_{i,j} \in \{0, 1\} \quad (5.33d)$$

Für jeden bestimmten nichtleeren Cluster lassen sich der erwartete Bestand und die erwarteten Umschläge fast genauso ermitteln wie für einen Sub-Ladungsträger. Da der Cluster selbst keinen Kapazitätsfaktor hat, werden die zugeordnete Faktoren  $A_n^L$ , bzw.  $L_o^L$  als Korrektur der Verteilung zur Ermittlung der Ladungsträgerbestände und -umschläge verwendet.

$$\check{E}_{C_m} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p_{A_n^L}(\check{A}_{n,\check{t}_{i_{\max},j_{\max}}}) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p_{L_o^L}(\check{L}_{o,\check{t}_{i_{\max},j_{\max}}}) \right) \quad (5.34a)$$

$$E_{C_m}^\downarrow = \frac{\max \left( p_{SG^\uparrow}^*(c_m^\downarrow), p_{SG^\uparrow}^*(c_m^{|\downarrow|}) \right)}{PS_{j_{\max}}^c} \quad (5.34b)$$

$$c_m^\downarrow = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p_{A_n^L}(A_{n,t_{i_{\max},j_{\max}}}^\downarrow) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p_{L_o^L}(L_{o,t_{i_{\max},j_{\max}}}^\downarrow) \right) \quad (5.34c)$$

$$c_m^{|\downarrow|} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p(A_{n,t_{i_{\max},j_{\max}}}^{|\downarrow|}) \right) * \sum_{o=1}^O \left( \chi_{m,o} * p(L_{o,t_{i_{\max},j_{\max}}}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.34d)$$

Der erwartete Bestand für einen Ladungsträger darf nun nicht mehr über die Faltung der Verteilungen der untergeordneten Knoten bestimmt werden, da hiermit keine klare Trennung zwischen den Gruppen möglich ist und damit eine klare Zonierung unmöglich wird. Der erwartete Bestand wird durch Summenbildung der erwarteten zugeordneten Clusterbestände zu den jeweils (global) schlimmsten Betrachtungszeiten gebildet.

$$\check{E}_{L_m} = \sum_{n=1}^N \chi_{m,n} \cdot \check{E}_{C_n} \quad (5.35)$$

Während der Bestand durch die Zonenbildung direkt beeinflusst wird (die Ausgleichseffekte der chaotischen Lagerung sind nur noch beschränkt verfügbar), kann weiterhin

jeder Artikel mit demselben Regalbediengerät bewegt werden. Daher wird der erwartete ein- und ausgehende Umschlag aus der Faltung der zugeordneten Clusterverteilungen gewonnen.

$$E_{L_m, t_{i,j}}^{\downarrow} = \max \left( p_{SG\downarrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{\downarrow}), p_{SG\downarrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.36a)$$

$$E_{L_m, t_{i,j}}^{\uparrow} = \max \left( p_{SG\uparrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{\uparrow}), p_{SG\uparrow}^* (l_{m, t_{i,j}}^{|\uparrow|}) \right) \quad (5.36b)$$

$$l_{m, t_{i,j}}^{\downarrow} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * (C_{n, t_{i,j}}^{\downarrow}) \right) \quad (5.36c)$$

$$l_{m, t_{i,j}}^{|\downarrow|} = \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} * p(C_{n, t_{i,j}}^{|\downarrow|}) \right) \quad (5.36d)$$

$$E_{L_m}^{\downarrow} = \frac{E_{L_m, t_{i\max}, j_{\max}}^{\downarrow}}{PS_{j_{\max}}^c} \quad (5.36e)$$

$$E_{L_m}^{\uparrow} = \frac{E_{L_m, t_{i\max}, j_{\max}}^{\uparrow}}{PS_{j_{\max}}^c} \quad (5.36f)$$

### 5.1.6 Zusammenfassung der Dimensionierung

In diesem Abschnitt wurde die Bestimmung der Lagerbestände und Umschläge auf Artikel, Ladungsträger und Artikelgruppenbasis formalisiert. Überführt man die dargestellten konzeptionellen Elemente in ein Computersystem, lassen sich die erläuterten Berechnungen in kurzer Zeit durchführen. Für einen Planer ergibt sich der Vorteil, dass er bereits in einem sehr frühen Planungsstadium die Auswirkung einer Zuordnung von Artikeln zu Ladungsträgern ermitteln kann. Ebenso kann berechnet werden, wie sich eine Zonierung und die Zonenanzahl auf das Gesamtsystem auswirken. Die möglicherweise sehr umfassenden Artikeldaten werden auf Kennzahlen des Bestands und der Umschläge auf Cluster- und Ladungsträgerbasis reduziert und sind als klar abgegrenzte Parameter für die Layoutplanung übertragbar, wie sie beispielhaft in Tabelle 5.1 dargestellt sind.

Das beschriebene Konzept geht von einer vollständigen Informationsbasis über die historischen Transaktionen aller Artikel aus. Wenn diese nicht zur Verfügung steht, lässt sich das Konzept auf eine reine Ladungsträgerbetrachtung reduzieren, um die benötigten Parameter zu ermitteln. Sind nur Informationen auf Ladungsträgerebene, ABC-Analysen oder Inventurergebnisse verfügbar, ist eine Kalkulation auf der hier dargestellten Tiefe nicht realisierbar. Es ist jedoch möglich, diese Daten direkt zur Ermittlung möglicher Layouts zu verwenden, die zu erwartenden Resultate sind entsprechend unpräzise.

**Tabelle 5.1:** Beispiel für das Ergebnis einer Dimensionierung

Ladungsträger $L_m$	Cluster $C_n$	Bestand $\check{E}_{L_m}$ $\check{E}_{C_n}$		Umschlag (Ein) $E_{L_m}^\downarrow$ $E_{C_n}^\downarrow$		Umschlag (Aus) $E_{L_m}^\uparrow$ $E_{C_n}^\uparrow$	
Palette	1	11569	5325	615	236	675	241
	2		1326		236		186
	3		2458		150		233
	4		2460		23		35
KLT	5	20176	5325	561	320	507	248
	6		6158		226		216
	7		7217		35		68

## 5.2 Layoutoptimierung

Im Rahmen der Layoutoptimierung sollen für gegebene Dimensionierungsdaten und Systemkomponenten (Regalbediengeräte und Regale) möglichst kostengünstige, leistungsadäquate Lagerkombinationen bestimmt werden. Insbesondere die Ermittlung der Leistungsfähigkeit des automatischen Systems unter Zonierung bei beliebigen Übergabepunkten stellt ein Problem dar (siehe Abschnitte 2.3.3 und 3.2).

Zuerst wird der Spezialfall einer einzelnen Gasse behandelt, in welchem für eine gegebene Regalhöhe und ein gegebenes Regalbediengerät sowie eine Teilmenge der Cluster eines Ladungsträgers (der in einer spezifischen Gasse zu lagernden Artikel) die Leistungsfähigkeit sowie die Kosten für die Lösung bestimmt werden. Darauf aufbauend wird zunächst die optimale Kombination aus Höhe und Regalbediengerät ermittelt und schließlich ein Gesamtmodell mit mehreren Gassen erstellt, in welchem zusätzlich die Verteilung der Artikel auf die Gassen berücksichtigt wird.

### 5.2.1 Aufbau einer Gasse

Bei der Planung eines automatischen Hochregallagersystems steht die Erfüllung der gesetzten Kapazitäts- und Umschlagsziele im Vordergrund. Daher wird hier zunächst dargestellt, wie für eine einzelne Gasse unter den gegebenen Freiheitsgraden berechnet werden kann, welche Umschlagsleistung innerhalb einer definierten Zeitspanne erzielt wird.

Da gegebenenfalls nicht alle Artikelcluster, die im Rahmen der Dimensionierung ermittelt wurden, in einer einzelnen Gasse gelagert werden können, erfolgt folgende Partitionierung: Die Artikelgruppenteile des Clusters  $C_m$ , welche einer Gasse  $G_n$  zugeordnet

sind, werden als  $\check{G}_n$  bezeichnet. Es gilt  $\chi_{n,m}^C \in [0, 1]$  als relativer Anteil des Clusters in der Gasse.

Einer Gasse  $G_n$  ist ein Anteil der Artikel unterschiedlicher Cluster zugeordnet. Werden global  $M$  Cluster unterschieden, lassen sich die Tupel Bestand ( $\check{G}_n$ ), Umschlag eingehend ( $G_n^\downarrow$ ) und Umschlag ausgehend ( $G_n^\uparrow$ ) als Leistungsanforderung an eine Gasse festhalten.

$$\begin{aligned}\check{G}_n &= \langle \check{G}_{n,1}, \dots, \check{G}_{n,M} \rangle \text{ mit } \check{G}_{n,m} = \left\lceil \chi_{n,m}^C \cdot \check{E}_{C_m} \right\rceil & , \forall m : 1 \dots M \\ G_n^\downarrow &= \langle G_{n,1}^\downarrow, \dots, G_{n,M}^\downarrow \rangle \text{ mit } G_{n,m}^\downarrow = \left\lceil \chi_{n,m}^C \cdot E_{C_m}^\downarrow \right\rceil & , \forall m : 1 \dots M \\ G_n^\uparrow &= \langle G_{n,1}^\uparrow, \dots, G_{n,M}^\uparrow \rangle \text{ mit } G_{n,m}^\uparrow = \left\lceil \chi_{n,m}^C \cdot E_{C_m}^\uparrow \right\rceil & , \forall m : 1 \dots M\end{aligned}$$

Als übergeordnete Größen seien zusätzlich die kumulierten Umschlagsanforderungen an eine Gasse definiert:

$$G_n^{|\downarrow|} = \sum_{i=1}^M G_{n,i}^\downarrow \quad \text{Kumulierter ausgehender Umschlag der Gasse} \quad (5.37)$$

$$G_n^{|\uparrow|} = \sum_{i=1}^M G_{n,i}^\uparrow \quad \text{Kumulierter eingehender Umschlag der Gasse} \quad (5.38)$$

$$G_n^{|\updownarrow|} = G_n^{|\uparrow|} + G_n^{|\downarrow|} \quad \text{Kumulierter Umschlag der Gasse} \quad (5.39)$$

Die Leistungsermittlung wird für ein wie in Kapitel 2 dargestelltes Regalbediengerät  $R_o$  durchgeführt, welches Parameter für die Fahreigenschaften, Gabelspiele, Kosten und die maximale Bauhöhe besitzt.

Die Umschlagsleistung ist von der Struktur der Regale, in denen gelagert werden soll, abhängig, daher wird zuerst der Aufbau der Regale formalisiert. Um der dynamischen Heterogenität der Artikelgruppen in der Gasse gerecht zu werden, wird darauf aufbauend dargestellt, wie sich eine optimale Zonierung der Artikel in der Gasse ermitteln lässt und welche Umschläge sich damit realisieren lassen.

### 5.2.1.1 Regalaufbau und Distanzberechnung

Für eine Gasse wird, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, angenommen, dass sich zu beiden Seiten des Fahrwegs des Regalbediengerätes Regale befinden. Da sich die Reisezeit zu den einzelnen Lagerfächern zwischen beiden Regalen nicht unterscheidet, wird im Folgenden keine Differenzierung der Regalseiten vorgenommen. Da für eine Gasse mit  $\check{G}_n$  Lagerfächern zwei Regale zur Verfügung stehen, muss jedes Regal  $S_n$  der Gasse  $\lceil \check{G}_n \cdot 0.5 \rceil$  Lagerfächer besitzen. Bei einer gegebenen Regalhöhe  $Y$  in Anzahl Ladungsträger gilt für die Regallänge  $X$  folgender Zusammenhang:

$$X = \left\lceil \frac{\sum_{m=1}^M \check{G}_{n,m}}{2 \cdot Y} \right\rceil \quad (5.40)$$

Die Abmessungen der Regale für Gasse  $G_n$  werden, wie in Abschnitt 2.2.1.2 beschrieben, anhand der Regalbeschreibung  $S_n$  parametrisiert.

Führt man die Variablen  $d_{(x,y)}^x$  und  $d_{(x,y)}^y$  ein, welche für jeden möglichen Lagerplatz  $(x, y)$  in der  $x$ . Spalte und  $y$ . Reihe des Regalfeldes die vertikale und horizontale Distanz zu einem frei definierten Ursprung (hier der linken unteren Ecke des Regalfeldes) ermitteln, lassen sich alle Distanzen zwischen Lagerplätzen als Betrag der Differenz der Distanzen zum Ursprung beschreiben:

$$d_{(x,y)}^x = S^x + \left\lfloor \frac{x}{S_n} \right\rfloor \cdot (S^L \cdot L^x + (S^L - 1) \cdot S^{d_{x1}} + 2 \cdot S^{d_{x2}} + S^x) \quad (5.41a)$$

$$+ x \bmod S^L \cdot (L^x + S^{d_{x1}})$$

$$d_{(x,y)}^y = S^f + S^y + (y - 1) \cdot (L^y + S^{d_y} + S^y) \quad (5.41b)$$

$$d_{(x_1,y_1)(x_2,y_2)}^x = |d_{(x_1,y_1)}^x - d_{(x_2,y_2)}^x| \quad (5.41c)$$

$$d_{(x_1,y_1)(x_2,y_2)}^y = |d_{(x_1,y_1)}^y - d_{(x_2,y_2)}^y| \quad (5.41d)$$

Definiert man zusätzlich die Übergabepunkte als Distanzen zum oben eingeführten Ursprung, lassen sich die Abstände aller Lagerplätze zum Ein- ( $S^\downarrow = (S^{\downarrow x}, S^{\downarrow y})$ ) und Ausgangspunkt ( $S^\uparrow = (S^{\uparrow x}, S^{\uparrow y})$ ) ermitteln. Zusätzlich wird ein binärer Parameter ( $S^\dagger$ ) eingeführt, welcher angibt, ob der Ausgangspunkt auf derselben ( $S^\dagger = 0$ ) oder der gegenüberliegenden ( $S^\dagger = 1$ ) Regalfront des Eingangspunktes angeordnet ist. Liegt der Ausgangspunkt auf der gegenüberliegenden Seite, wird angenommen, dass sich ( $S^\uparrow = (S^{\uparrow x}, S^{\uparrow y})$ ) nicht relativ auf den Ursprung, sondern auf die rechte untere Ecke des Regals mit  $X$  Lagerplätzen pro Reihe bezieht.

$$d_{S^\downarrow, (x,y)}^x = |S^{\downarrow x} - d_{(x,y)}^x| \quad (5.42a)$$

$$d_{S^\downarrow, (x,y)}^y = |S^{\downarrow y} - d_{(x,y)}^y| \quad (5.42b)$$

$$d_{S^\uparrow, (x,y)}^x = \begin{cases} |S^{\uparrow x} - d_{(x,y)}^x| & , \text{ falls } S^\dagger = 0 \\ |S^{\uparrow x} + d_{(X,1)}^x - d_{(x,y)}^x| & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (5.42c)$$

$$d_{S^\uparrow, (x,y)}^y = |S^{\uparrow y} - d_{(x,y)}^y| \quad (5.42d)$$

Wendet man das in 3.2.2 dargestellte Modell zur Berechnung der Fahrzeiten eines Regalbediengerätes  $R$  auf diese Distanzen an, lässt sich die Bewegungszeit zum Zurücklegen der Strecke zwischen Eingangspunkt und einer beliebigen Lagerposition angeben (Formel (5.43)). Die gleichen Beziehungen gelten ebenso für die Reisezeit zwischen zwei Lagerpositionen und zwischen Ausgangspunkt und Lagerposition:

$$\begin{aligned}
 R_{S^\downarrow, (x,y)}^x &= \begin{cases} 2 \cdot \sqrt{\frac{d_{S^\downarrow, (x,y)}^x}{R^{ax}}} & , \text{ falls } d_{S^\downarrow, (x,y)}^x \leq \frac{(R^{vx})^2}{R^{ax}} \\ (d_{S^\downarrow, (x,y)}^x / R^{vx}) + \frac{R^{vx}}{R^{ax}} & , \text{ sonst} \end{cases} \\
 R_{S^\downarrow, (x,y)}^y &= \begin{cases} 2 \cdot \sqrt{\frac{d_{S^\downarrow, (x,y)}^y}{R^{ay}}} & , \text{ falls } d_{S^\downarrow, (x,y)}^y \leq \frac{(R^{vy})^2}{R^{ay}} \\ (d_{S^\downarrow, (x,y)}^y / R^{vy}) + \frac{R^{vy}}{R^{ay}} & , \text{ sonst} \end{cases} \\
 R_{S^\downarrow, (x,y)} &= \max(R_{S^\downarrow, (x,y)}^x, R_{S^\downarrow, (x,y)}^y)
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

Bestimmt man für das Regalbediengerät  $R_o$  alle möglichen Distanzen zwischen Lagerposition  $x, y$  und Auslagerpunkt, ergibt sich die Reisezeitmatrix  $R_{o, (x,y)}^\downarrow$ . Zwischen Lagerposition und Einlagerpunkt folgt  $R_{o, (x,y)}^\uparrow$ . Analog wird die Reisezeit zwischen Ein- und Auslagerposition bestimmt und als  $R_o^\downarrow$  bezeichnet.

### 5.2.1.2 Bildung optimaler Zonen in der Gasse

Mittels der definierten Reisezeitmatrizen lässt sich der mittlere erzielbare Umschlag für ein nicht zoniertes Regal über den Mittelwert der Reisezeiten bestimmen (Formel (5.44)).

$$t_o^{avg} = \left( \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y \frac{R_{o, (i,j)}^\uparrow + R_{o, (i,j)}^\downarrow}{2} \right) + 2 \cdot R_n^{t_{z1}} \approx E(\overline{SC}_{BW}) \tag{5.44}$$

Das annähernd gleiche Ergebnis lässt sich ebenfalls mittels der von Gudehus bestimmten Approximationsformeln erzielen. Gleicht die Anzahl der eingehenden Spiele ( $G_m^{|\downarrow|}$ ) für die betrachtete Gasse  $G_m$  nicht der Anzahl der ausgehenden Spiele ( $G_m^{|\uparrow|}$ ), muss zusätzlich ein Gewichtungsfaktor ermittelt werden, um das Spielverhalten den getrennten Übergabepunkten anzupassen:

$$t_o^{avg} = \left( \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y \frac{G_m^{|\uparrow|} \cdot R_{o, (i,j)}^\uparrow + G_m^{|\downarrow|} \cdot R_{o, (i,j)}^\downarrow}{G_m^{|\downarrow|} + G_m^{|\uparrow|}} \right) + 2 \cdot R_n^{t_{z1}} \tag{5.45}$$

Wie in Abschnitt 3.2.4 dargestellt, ist eine Approximation der Leistung unter Zonierung nur mit Fehlern möglich, erhöht aber mit steigender Heterogenität des Artikelverhaltens zunehmend die Leistungsfähigkeit des Systems. Um die optimale Zonierung herzustellen, ist die Zuordnung zwischen Artikelgruppen  $G_{n,m}$  und Lagerfächern  $(x, y)$  zu ermitteln,

welche für ein- und ausgehende Bewegungen bei gegebenen Ein- und Auslagerpunkt die bestmögliche Umschlagsleistung erzielt.

Hierzu wird folgende Überlegung angestellt: Eine Artikelgruppe, die häufig eingelagert wird, soll eine kurze Fahrzeit zum Einlagerungspunkt haben. Eine Artikelgruppe, die häufig ausgelagert wird, soll möglichst schnell zum Auslagerungspunkt bewegt werden. Vergleicht man nun zwei Artikel, muss der Artikel mit dem höheren Gesamtumschlag höher priorisiert werden als ein Artikel, der seltener bewegt wird. Bewertet man diesen Zusammenhang numerisch, lässt sich die Gewichtungsfunktion  $w(G_{n,m}, (x, y))$  für eine Artikelgruppe  $G_{n,m}$  zu einer Lagerposition  $(x, y)$  definieren.

Wahrscheinlichkeit einer Auslagerung von Gruppe n

$$P(G_{n,m}^{\uparrow}) = \frac{G_{n,m}^{\uparrow}}{G_n^{\uparrow|\uparrow|}} \quad (5.46)$$

Wahrscheinlichkeit einer Einlagerung von Gruppe n

$$P(G_{n,m}^{\downarrow}) = \frac{G_{n,m}^{\downarrow}}{G_n^{\downarrow|\downarrow|}} \quad (5.47)$$

$$w(G_{n,m}, R_o, (x, y)) = \frac{3600}{R_{o,(x,y)}^{\uparrow}} \cdot P(G_{n,m}^{\uparrow}) + \frac{3600}{R_{o,(x,y)}^{\downarrow}} \cdot P(G_{n,m}^{\downarrow}) \quad (5.48)$$

Anhand dieser Gewichtung wird die optimale Zuordnung von Artikelgruppen zu Lagerpositionen ( $Y_{G_{n,i},(j,k)}$ ) mittels Modell (5.49) bestimmt. Die Summe der Gewichte soll durch die Zuordnung maximiert werden (5.49a), wobei die Zuordnung eindeutig (5.49c) und vollständig (5.49b) sein muss.

$$\max w = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^x \sum_{k=1}^y Y_{G_{n,i},(j,k)} \cdot w(G_{n,i}, j, k) \quad (5.49a)$$

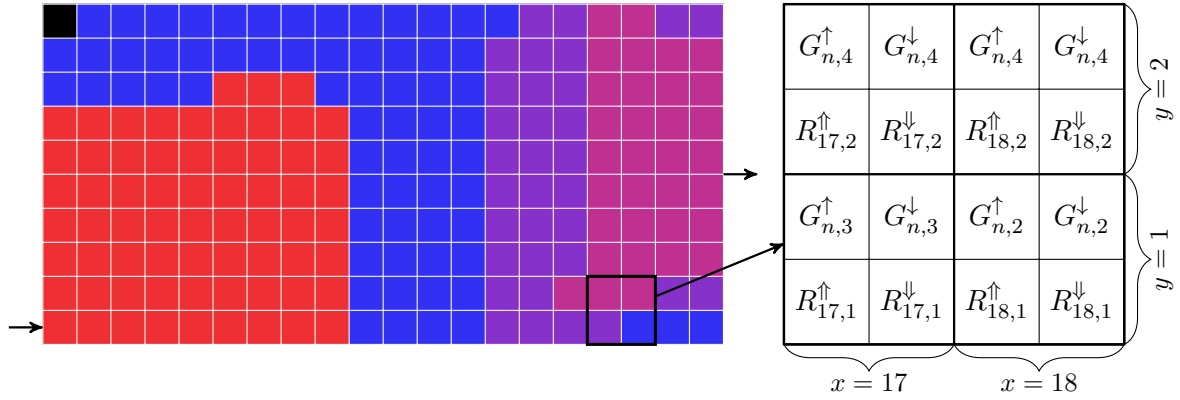
u. B. d. N.:

$$\check{G}_{n,i} = \sum_{j=1}^x \sum_{k=1}^y Y_{G_{n,i},(j,k)} \quad , \forall i \in [1..m] \quad (5.49b)$$

$$1 = \sum_{i=1}^m Y_{G_{n,i},(j,k)} \quad , \forall j \in [1..x], k \in [1..y] \quad (5.49c)$$

Für jedes Feld  $(x, y)$  der Gasse  $G_n$  ergibt sich (bei zugeordnetem Regalbediengerät  $R$ ) durch die eindeutige Assoziation mit einer Artikelgruppe  $G_{n,i}$  das Quadrupel

$\mathcal{G}_{n,(x,y)} = \langle R_{o,(x,y)}^\uparrow, R_{o,(x,y)}^\downarrow, G_{n,(x,y)}^\uparrow, G_{n,(x,y)}^\downarrow \rangle$ , welches die Fahrzeiten zwischen Ein- und Ausgang und dem Feld sowie die Häufigkeit einer Ein- und Auslagerung für das Feld beschreibt. Abbildung 5.15 zeigt eine zonierte Gasse mit den für das weitere Vorgehen benötigten Kennwerten.



**Abbildung 5.15:** Optimale Zonierung einer Gasse bei getrenntem Ein- und Ausgang und resultierende Kennwerte für vier Lagerplätze

Für jede Artikelgruppe  $G_{n,m}$  der Gasse lässt sich weiterhin die Menge der zugeordneten Felder  $\mathcal{G}_{n,m}^F$  festhalten. Diese enthält die  $(x, y)$  Koordinaten aller Lagerplätze, in denen Artikel der Gruppe gelagert werden:

$$\mathcal{G}_{n,m}^F = \{(x_i, y_j) \mid \forall i, j : Y_{G_{n,m},(i,j)} = 1\} \quad (5.50)$$

### 5.2.1.3 Ermittlung der Querfahrzeiten zwischen Feldern und Zonen

Die Berechnung der Spielzeit zwischen Einlagerungs- bzw. Auslagerungspunkt und jeder Lagerposition einer Regalfläche mit  $(x \cdot y)$  Feldern kann vergleichsweise schnell durchgeführt werden. Die Ermittlung der Querfahrzeiten zwischen allen Lagerpositionen, welche für die Bestimmung der Umschlagsleistung mit kombinierten Fahrspielen benötigt wird, erfordert hingegen wesentlich mehr Rechenoperationen  $(x \cdot y)^2$  und kann insbesondere bei großen Regalflächen mit kleinen Lagerpositionen (für 8400 Lagerplätze ergeben sich rund 70 Millionen Distanzen) viel Zeit in Anspruch nehmen. Insbesondere das Ziel, eine optimale Gesamtlösung über viele verschiedene Bauformen und Artikelverteilungen zu bestimmen, wobei diese Operationen in jeder Iteration durchgeführt werden müssen, erfordert eine möglichst schnelle Kalkulation der entsprechenden Werte.

Die Möglichkeit, die Werte über eine Heuristik oder eine funktionale Näherung zu approximieren, wird verworfen, da alle weiteren Funktionen und Modelle auf den hier bestimmten Resultaten basieren. Insbesondere in zonierten Lagern führen Approximationen häufig zur Überschätzung der tatsächlich erzielbaren Umschlagsleistung (siehe



Abschnitt 3.2.5). Um Folgefehlern vorzubeugen, werden daher die auf einem trapezförmigen Fahrprofil basierenden Erwartungswerte der Querfahrzeiten bestimmt.

Da für jede einzelne Artikelgruppe nur ein Wert für die erwartete Anzahl der Ein- bzw. Auslagerungen vorliegt, kann eine Differenzierung der Zugriffshäufigkeit auch nur auf Zonenbasis erfolgen. Folglich genügt es, die Spielzeit zwischen jeder Zone-zu-Zone-Kombination zu bestimmen, wie in Formel (6.2) dargestellt.

$$R_{m_1, m_2}^{\updownarrow} = \left( \sum_{(i_1, j_1) \in \mathcal{G}_{m_1}^F} \sum_{(i_2, j_2) \in \mathcal{G}_{m_2}^F} R_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^{\updownarrow} \right) \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_{m_1}^F| + |\mathcal{G}_{m_2}^F|} \quad (5.51)$$

## 5.2.2 Spielzeitermittlung

Das Ziel der Auslegung einer einzelnen Gasse ist es, alle geforderten Ein- und Auslagerungen, die sich durch die Artikelgruppen ergeben, mit einem Regalbediengerät durchführen zu können. Wie in Abschnitt 2.2.2.2 dargestellt, können verschiedene Betriebsstrategien für die Steuerung des Regalbediengerätes verwendet werden.<sup>13</sup>

Zur Überprüfung der Leistungsfähigkeit einer Kombination aus Artikelzuordnung, Regalbediengerät und Form der Gasse wird im Folgenden für unterschiedliche Betriebsstrategien dargestellt, wie sich die mittlere Fahrzeit und damit die zu erwartende Umschlagsleistung ermitteln lassen.

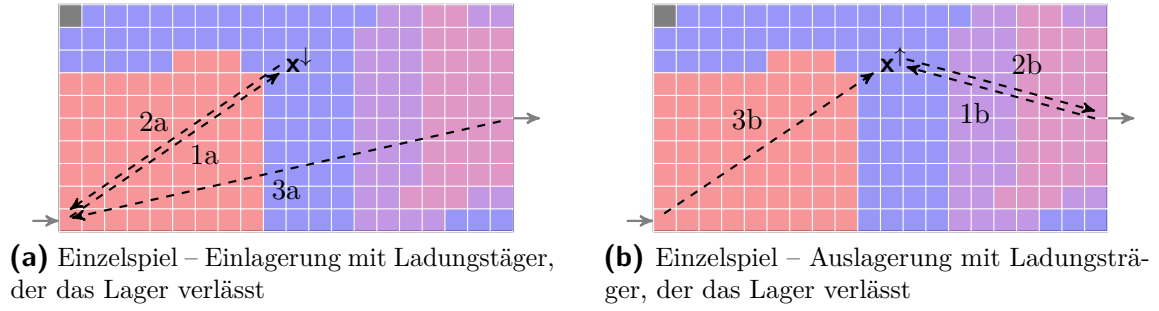
### 5.2.2.1 Spielzeitermittlung unter Zonierung bei beliebigen Übergabepunkten

Die einfachste Betriebsstrategie ist die ausschließliche Durchführung von Einzelspielen, wobei davon ausgegangen wird, dass das Regalbediengerät am Ein- oder Ausgangspunkt positioniert ist, einen Ladungsträger ein- bzw. auslagert und wieder zurückkehrt bzw. am Ausgangspunkt verweilt (siehe Abbildung 5.16).<sup>14</sup>

Die erwartete mittlere Fahrdauer für Einzelspiele (ES) lässt sich mit der berechneten Distanzmatrix für das gruppierte Regalfeld bestimmen. Für jedes Feld  $(x, y)$  einer Gasse  $G_n$  mit einem Regalbediengerät  $R_o$  ist bereits bekannt, wie häufig dieses für eine Ein- und Auslagerung angefahren wird und wie lange die Fahrt zwischen Regalfeld und Eingangspunkt bzw. Ausgangspunkt dauert. Als mittlere Fahrdauer für ein eingehendes Einzelspiel werden die gewichtete Hin- und Rückreise zwischen Eingangspunkt und jeder Einlagerungsposition sowie die mögliche Fahrt vom Ausgangspunkt zum eingehenden

<sup>13</sup>Teilergebnisse dieses Abschnitts wurden vorab im Rahmen eines Aufsatzes publiziert (siehe [LBK14]).

<sup>14</sup>In den gängigen Normen ([VDI3561, S. 3 f.]), ([FEM9851, S. 8]) werden Einzelspiele ohne Rücksicht auf den ungenutzten Übergabepunkt definiert. Die Normen zeigen jedoch in erster Linie Testspiele für bereits installierte Systeme und keine Referenz zur Ermittlung der Gesamtleistung des Systems. Um allgemeingültige Aussagen der Leistungsfähigkeit zu erzielen, wird hier von den Referenzmodellen abgewichen.



**Abbildung 5.16:** Einzelspiele bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung

Übergabepunkt (falls zuvor eine Auslagerung durchgeführt wurde) bestimmt (Formel (5.52)).

$$G_{n,o}^{\text{ES}\downarrow} = \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y \underbrace{\left( P(G_{n,(i,j)}^{\downarrow}) \cdot R_{o,(i,j)}^{\downarrow} \cdot 2 \right)}_{1a+2a} + \underbrace{P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_o^{\uparrow}}_{3a} + 2 \cdot R_o^{t_{z1}} \quad (5.52)$$

Berechnet man die mittlere Reisezeit, die das Regalbediengerät  $R_o$  vom Eingangs- und Ausgangspunkt zu den Feldern einer Zone  $\mathcal{G}_{n,m}^F$  benötigt, lässt sich die erwartete mittlere Fahrdauer für Einzelspiele auch als gewichtetes Mittel der Zonenfahrzeiten formulieren:

$$R_{o,m}^{\downarrow} = \left( \sum_{(i,j) \in \mathcal{G}_{n,m}^F} R_{o,(i,j)}^{\downarrow} \right) \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_{n,m}^F|} \quad (5.53)$$

$$R_{o,m}^{\uparrow} = \left( \sum_{(i,j) \in \mathcal{G}_{n,m}^F} R_{o,(i,j)}^{\uparrow} \right) \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_{n,m}^F|} \quad (5.54)$$

$$G_{n,o}^{\text{ES}\downarrow} = \underbrace{\left( 2 \cdot \sum_{m=1}^M P(G_{n,m}^{\downarrow}) \cdot R_{o,m}^{\downarrow} \right)}_{1a+2a} + \underbrace{P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_o^{\uparrow}}_{3a} + 2 \cdot R_o^{t_{z1}} \quad (5.55)$$

Da bei einem ausgehenden Einzelspiel sofort zur Ausgangsposition gefahren werden kann (siehe Abbildung 5.16b), setzt sich dieses aus der Fahrt von der Auslagerposition zum Ausgangspunkt (2b) sowie entweder der Fahrt vom Ausgangs- oder vom Eingangspunkt zur Auslagerposition (1b/3b) zusammen (Formel (5.56)).

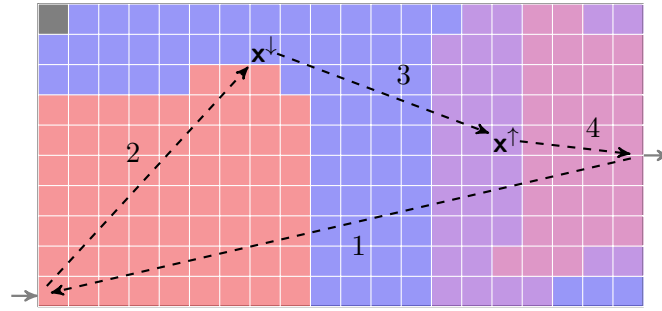
$$\begin{aligned} G_{n,o}^{\text{ES}\uparrow} &= \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y \underbrace{P(G_{n,(i,j)}^{\uparrow}) \cdot R_{o,(i,j)}^{\uparrow}}_{2b} + \underbrace{P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_{o,(i,j)}^{\uparrow}}_{1b} + \underbrace{P(G_n^{\downarrow}) \cdot R_{o,(i,j)}^{\downarrow}}_{3b} + 2 \cdot R_o^{t_{z1}} \\ &= \sum_{m=1}^M \underbrace{P(G_{n,m}^{\uparrow}) \cdot R_{o,m}^{\uparrow}}_{2b} + \underbrace{P(G_n^{\downarrow}) \cdot R_{o,m}^{\downarrow}}_{1b} + \underbrace{P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_{o,m}^{\uparrow}}_{3b} + 2 \cdot R_o^{t_{z1}} \end{aligned} \quad (5.56)$$

Gewichtet man eingehende und ausgehende Einzelspiele mit der erwarteten Häufigkeit ihres Auftretens, resultiert die Anzahl der realisierbaren Einzelspiele pro Stunde. Diese setzt sich aus den berechneten Bewegungsanteilen des Regalbediengerätes und den konstanten Fachzugriffszeiten zusammen.

$$G_{n,o}^{\text{ES}\updownarrow} = P(G^\downarrow) \cdot G_{n,o}^{\text{ES}\downarrow} + P(G^\uparrow) \cdot G_{n,o}^{\text{ES}\uparrow} \quad (5.57)$$

$$G_{n,o}^{U_{\text{ES}}} = \frac{3600}{G_{n,o}^{\updownarrow \text{ES}}} \quad (5.58)$$

Die erwartete mittlere Fahrzeit bei Doppelspielen (DS), also der Ein- und Auslagerung in einer kombinierten Bewegung (siehe Abbildung 5.17), lässt sich analog formalisieren. Da jedes Doppelspiel mit der Aufnahme eines Gutes am Eingangspunkt beginnt, kann die Querfahrt  $R_o^{\updownarrow}$  für jedes Spiel angenommen werden.



**Abbildung 5.17:** Kombiniertes Fahrspiel bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung

Es werden zwei Felder  $(x_1, y_1)$  und  $(x_2, y_2)$  in einer Fahrfolge bedient, also muss die kombinierte Wahrscheinlichkeit einbezogen werden, dass in Position  $(x_1, y_1)$  ein- und von Position  $(x_2, y_2)$  ausgelagert wird. Zusätzlich muss für jede Feld-zu-Feld-Kombination die benötigte Querfahrzeit  $R_{o,(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^{\updownarrow}$  des Regalbediengerätes  $R_o$  ermittelt werden. Die erwartete mittlere Spielzeit lässt sich daraufhin nach Formel (5.59) bestimmen.<sup>15</sup>

$$G_{n,o}^{\text{DS}\updownarrow} = \sum_{i_1=1}^x \sum_{j_1=1}^y \sum_{i_2=1}^x \sum_{j_2=1}^y P(G_{n,(i_1,j_1)}^\uparrow) \cdot P(G_{n,(i_2,j_2)}^\downarrow) \cdot \left( \underbrace{R_{o,(i_1,j_1)}^\downarrow}_2 + \underbrace{R_{o,(i_2,j_2)}^\uparrow}_4 + \underbrace{R_{o,(i_1,j_1),(i_2,j_2)}^\updownarrow}_3 + \underbrace{R_o^\updownarrow}_1 \right) + 4 \cdot R_o^{t_{z1}} \quad (5.59)$$

<sup>15</sup>Vgl. [AHBW01, S. 6].

Ermittelt man die Querfahrzeit des Regalbediengerätes zwischen zwei Zonen  $R_{o,m_1,m_2}^\updownarrow$  (5.60), lässt sich die Fahrzeit für kombinierte Spiele analog zum Vorgehen bei Einzelspielen anhand des gewichteten Mittels dieser Querfahrzeiten kürzer formulieren (Formel (5.61)).

$$R_{o,m_1,m_2}^\updownarrow = \left( \sum_{(i_1,j_1) \in G_{n,m_1}^F} \sum_{(i_2,j_2) \in G_{n,m_2}^F} R_{(i_1,j_1),(i_2,j_2)}^\updownarrow \right) \cdot \frac{1}{\check{G}_{n,m_1} + \check{G}_{n,m_2}} \quad (5.60)$$

$$G_{n,o}^{\text{DS}\updownarrow} = \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M P(G_{n,m_1}^\uparrow) \cdot P(G_{n,m_2}^\downarrow) \quad (5.61)$$

$$\cdot \left( \underbrace{R_{o,m_1}^\downarrow}_2 + \underbrace{R_{o,m_2}^\uparrow}_4 + \underbrace{R_{o,m_1,m_2}^\updownarrow}_3 + \underbrace{R_o^\updownarrow}_1 \right) + 4 \cdot R_o^{t_{z1}} \quad (5.62)$$

Wenn die Anzahl der eingehenden Spiele nicht der Anzahl der ausgehenden Spiele gleicht, können nicht alle Fahrten als kombiniertes Spiel erfolgen. Daher werden nur so viele Doppelspiele angenommen, wie sie aus dem Verhältnis aus eingehenden zu ausgehenden Bewegungen realisierbar sind (Formel (5.63)). Der Rest des Umschlags wird durch Einzelspiele bedient. Die Umschlagsmenge pro Stunde für Doppelspiele wird nach Formel (5.64) bestimmt.

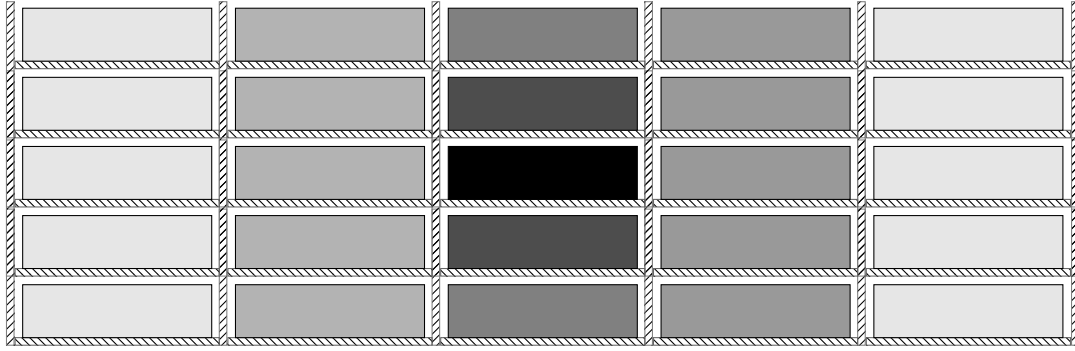
$$G_n^{[\updownarrow]} = \min \left( \frac{G_n^{|\uparrow|}}{G_n^{|\downarrow|}}, \frac{G_n^{|\downarrow|}}{G_n^{|\uparrow|}} \right) \quad (5.63)$$

$$U^{\text{DS}}(G_{n,o}) = 2 \cdot G_n^{[\updownarrow]} \cdot \frac{3600}{G_{n,o}^{\updownarrow\text{DS}}} + (1 - G_n^{[\updownarrow]}) \cdot \frac{3600}{G_{n,o}^{\updownarrow\text{ES}}} \quad (5.64)$$

### 5.2.2.2 Spielzeitermittlung bei doppeltiefer Lagerung

Wird eine Gasse als doppeltief ausgelegt ( $G_n^* = 1$ ), kann es vorkommen, dass bei einem Auslagerungsauftrag nicht unmittelbar auf den gewünschten Ladungsträger zugegriffen werden kann. In diesem Fall muss eine Umlagerung des blockierenden Ladungsträgers vorgenommen werden. Die Wahrscheinlichkeiten für die Lagerfachbelegung hintereinander angeordneter Stellplätze (leer  $P_l$ , halbvoll  $P_h$ , doppeltvoll  $P_d$ ) und daraus abgeleitet die Wahrscheinlichkeit eines blockierten Ladungsträgers und einer nötigen Umlagerung  $P_u$  werden von Lippolt übernommen (siehe Abschnitt (3.30)).

Die Wahrscheinlichkeiten der Umlagerung sind in Abhängigkeit eines vorgegebenen Lagerfüllgrades  $z$  abgeleitet. Da die erwarteten Lagerbestände  $\check{G}_n$  keinen Füllgrad berücksichtigen, auf jeder Regalseite nun aber doppelt so viele Artikel für die gleiche Regalfront gelagert werden können, werden diese um den Faktor  $1/2z$  korrigiert (Formel (5.65)).



**Abbildung 5.18:** Umgebungen mit gleicher Fahrzeit bei heterogener Fachgröße

Zusätzlich muss die Anzahl der Zugriffe pro Gruppe und Fach angepasst werden, da sich der Umschlag durch die erhöhte Stellplatzanzahl nicht ändert (Formel (5.67)).

$$\check{G}_{n,m}^* = \frac{\check{G}_{n,m}}{2z} \quad (5.65)$$

$$G_{n,m}^{\uparrow*} = \frac{G_{n,m}^{\uparrow}}{\check{G}_{n,m}^*} \quad (5.66)$$

$$G_{n,m}^{\downarrow*} = \frac{G_{n,m}^{\downarrow}}{\check{G}_{n,m}^*} \quad (5.67)$$

Lippolt unterstellt in seinem Modell, dass die Anzahl der Lagerfächer mit der gleichen Distanz immer konstant ist (siehe Abschnitt 3.2.4). Es ist sowohl die Größe pro Lagerfach als auch das Fahrverhalten des Regalbediengerätes in horizontaler und vertikaler Richtung gegebenenfalls ungleich. Daher ist es möglich, dass die Anzahl der potenziellen Lagerfächer in einer Umgebung variiert (siehe Abbildung 5.18). Die erwartete Fahrzeit zu einem freien Fach wird über die Fächer mit den minimalen Abständen zu einem betrachteten Lagerfach gebildet. Hierzu wird nach Formel (5.68) die Menge der sortierten Distanzen, ausgehend von einem Feld einer Zone, zu allen anderen Feldern derselben Zone ermittelt ( $R_{o,(x,y),m}^{\uparrow}$ ) und aufsteigend sortiert. Am ersten Index der Menge ( $\mathcal{R}_{o,(x,y),m}^F$ ) befindet sich demnach das Feld mit der kürzesten Distanz zum Ausgangspunkt  $(x, y)$ .

$$\mathcal{R}_{o,(x_1,y_1),m}^F = \text{sort}(\{R_{o,(x_1,y_1),(x_2,y_2)}^{\uparrow} | (x_2, y_2) \in \mathcal{G}_{n,m}^F\}) \quad (5.68)$$

Für jedes Feld im Lager beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass dort eingelagert werden kann,  $P_h + P_l$  oder analog  $1 - P_d$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass ohne Fahrt zu einem anderen Fach<sup>16</sup> ein freies Lagerfach für eine Umlagerung gefunden werden kann  $P(0)$ , beträgt  $1 - P_d$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass bei der auf dem kürzesten Weg befindlichen

<sup>16</sup>Das freie Fach befindet sich der blockierenden Lagereinheit gegenüberliegend.

Lagerposition  $P(1)$  eine Einlagerungsmöglichkeit gefunden wird, ist jene, dass im ersten geprüften Fach keine Lagermöglichkeit besteht, an der aktuellen Position aber in einem der beiden Regale ein freier Platz belegt werden kann. Analog lassen sich für alle weiteren Felder  $P(i)$  die Wahrscheinlichkeiten für ein freies Feld bestimmen. Die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zone kein freies Feld gefunden wird und in einer fremden Zone gelagert werden muss, wird mit  $P(r)$  bezeichnet.<sup>17</sup>

$$P(0) = 1 - P_d \quad (5.69)$$

$$P(1) = (1 - P(0)) \cdot (1 - P_d^2) = P_d - P_d^3 \quad (5.70)$$

$$P(2) = (1 - P(0)) \cdot P_d^2 \cdot (1 - P_d^2) = P_d^3 - P_d^5 \quad (5.71)$$

$$P(i) = P_d^{2i-1} - P_d^{2i+1} \quad (5.72)$$

$$P(r) = 1 - \sum_{j=1}^i P(j) \quad (5.73)$$

Die Querfahrzeit bei einer Umlagerung lässt sich daher als den über die Wahrscheinlichkeit der Fahrt gewichteten Mittelwert der Fahrzeiten zu den benötigten nächsten Nachbarn bestimmen. Bei der Umlagerung müssen immer ein gangnaher Zugriff (Entnahme des blockierenden Artikels) und ein Gabelspiel für das Ablegen des blockierenden Artikels durchgeführt werden. Das Ablegen kann jedoch mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P(E2) = P_l / (P_h + P_l)$ <sup>18</sup> gangfern und mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P(E1) = 1 - P(E2)$  gangnah geschehen. Bezeichnet  $\mathcal{R}_{\{o,(x,y),m\},k}^F$  den k. Index der sortierten Menge der Fahrzeiten von Feld  $(x, y)$  in Zone  $m$  mit Regalbediengerät  $o$ , lässt sich die erwartete Umlagerzeit nach Formel (5.74) bestimmen.

$$\begin{aligned} G_{n,m,o}^{*U\uparrow} = & \sum_{(x,y) \in \mathcal{G}_{n,m}^F} \left( \sum_{k=1}^{\check{G}_{n,m}} \mathcal{R}_{\{o,(x,y),m\},k}^F \cdot P(k) \right) + P(r) \cdot R_{o,(1,1)(X,Y)} \\ & + R_o^{t_{z1}} + P(E2) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(E1) \cdot R_o^{t_{z2}} \end{aligned} \quad (5.74)$$

Beim Einlagern eines Artikels wird weiterhin zufällig ein freies Fach gewählt, nur das Gabelspiel muss analog zum Umlagern nach gangfern und gangnah differenziert werden.

<sup>17</sup>Bei einem Lagerfüllgrad von  $z = 95\%$  wird bereits nach 30 Feldern mit einer Wahrscheinlichkeit von über 99% ein freies Feld gefunden. Die Fahrzeit, die für das Umlagerspiel mit der Wahrscheinlichkeit  $P(r) < 1\%$  gewichtet wird, kann daher ohne großen Fehler als maximale Fahrzeit  $R_{o,(1,1),(X,Y)}^{\uparrow}$  gewählt werden, um keine Unterschätzung zuzulassen.

<sup>18</sup>Siehe [Lip03, S. 128].

$$G_{n,o}^{*ES\downarrow} = \left( 2 \cdot \sum_{m=1}^M P(G_{n,m}^{\downarrow}) \cdot R_{o,m}^{\downarrow} \right) + P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_o^{\uparrow} + R_o^{t_{z1}} + P(E1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(E2) \cdot R_o^{t_{z2}} \quad (5.75)$$

Bei einem Auslagervorgang müssen die zusätzlich mögliche Umlagerspielzeit sowie die Wahrscheinlichkeiten, dass der auszulagernde Artikel gangnah  $P_{A1} = P_d/(P_h + 2P_d)^{19}$  oder gangfern  $P_{A2} = 1 - P(A1)$  gelagert wird, einbezogen werden.

$$G_{n,o}^{*ES\uparrow} = \sum_{m=1}^M P(G_{n,m}^{\uparrow}) \cdot R_{o,m}^{\uparrow} + P(G_n^{\downarrow}) \cdot R_{o,m}^{\downarrow} + P(G_n^{\uparrow}) \cdot R_{o,m}^{\uparrow} + P_u \cdot G_{n,o}^{*U\uparrow} + R_o^{t_{z1}} + P(A1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(A2) \cdot R_o^{t_{z2}} \quad (5.76)$$

Kombinierte Spiele im doppeltiefen, zonierten Lager lassen sich bestimmen, indem die vier Zugriffe für die Ladungsträger mit den Wahrscheinlichkeiten für die Fachtiefe gewichtet werden.

$$G_{n,o}^{*DS\uparrow} = \sum_{m_1=1}^M \left( \overbrace{P_u \cdot G_{n,m_1,o}^{*U\uparrow}}^{\text{Umlagern}} + \sum_{m_2=1}^M P(G_{n,m_1}^{\uparrow}) \cdot P(G_{n,m_2}^{\downarrow}) \cdot (R_{o,m_1}^{\downarrow} + R_{o,m_2}^{\uparrow} + R_{o,m_1,m_2}^{\uparrow\downarrow} + R_o^{\uparrow\downarrow}) \right) + \underbrace{2 \cdot R_o^{t_{z1}}}_{\text{Übergabe}} + \underbrace{P(E1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(E2) \cdot R_o^{t_{z2}}}_{\text{Gabelspiel Einlagerung}} + \underbrace{P(A1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(A2) \cdot R_o^{t_{z2}}}_{\text{Gabelspiel Auslagerung}} \quad (5.77)$$

Der erzielbare Umschlag für ein doppeltiefes, zoniertes Lager mit getrennten Übergabepunkten wird analog zu Formel (5.64) ermittelt:

$$G_{n,o}^{*ES\uparrow} = P(G^{\downarrow}) \cdot G_{n,o}^{*ES\downarrow} + P(G^{\uparrow}) \cdot G_{n,o}^{*ES\uparrow} \\ U^{*DS}(G_{n,o}) = 2 \cdot G_n^{[\uparrow\downarrow]} \cdot \frac{3600}{G_{n,o}^{*DS}} + (1 - G_n^{[\uparrow\downarrow]}) \cdot \frac{3600}{G_{n,o}^{*ES}} \quad (5.78)$$

### 5.2.2.3 Spielzeitermittlung bei mehreren Lastaufnahmemitteln

Betrachtet man eine Spielfolge für ein Mehrfachspiel über  $l$  einzulagernde Artikelgruppen als  $\mathcal{M}^{\downarrow} = \{m_1^{\downarrow}, \dots, m_l^{\downarrow}\}$  und über  $l$  auszulagernde Artikelgruppen als  $\mathcal{M}^{\uparrow} =$

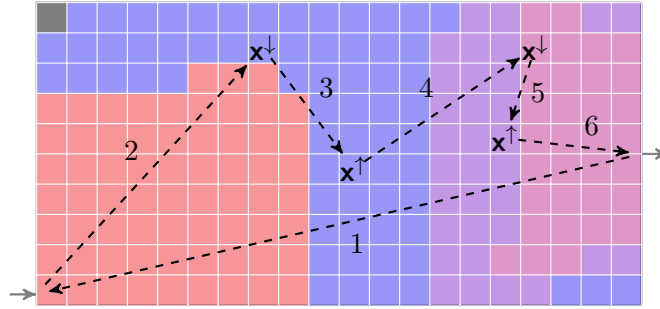
<sup>19</sup>Siehe [Lip03, S. 130].

$\{m_1^\uparrow, \dots, m_l^\uparrow\}$ , ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Gruppen gemeinsam in einem Spiel auftreten:

$$P(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) = \prod_i^l P(G_{n, m_i^\downarrow}^\downarrow) \cdot P(G_{n, m_i^\uparrow}^\uparrow) \quad (5.79)$$

Wie in Abbildung 5.19 gezeigt, können auf einer Tour zwei Artikel eingelagert und zwei Artikel entnommen werden, wenn zwei Lastaufnahmemittel installiert sind. Nummeriert man die Zonen für das Beispiel mit Rot=1, Blau=2, Lila =3 und Pink = 4, gilt  $\mathcal{M}^\downarrow = \{2, 4\}$  und  $\mathcal{M}^\uparrow = \{2, 3\}$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass diese Tour gefahren wird, ist entsprechend:

$$P(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) = P(G_{n,2}^\downarrow) \cdot P(G_{n,2}^\uparrow) \cdot P(G_{n,4}^\downarrow) \cdot P(G_{n,3}^\uparrow) \quad (5.80)$$



**Abbildung 5.19:** Kombiniertes Fahrspiel mit zwei Lastaufnahmemitteln bei getrenntem Ein- und Ausgang unter Zonierung

Für die Gruppen  $\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow$  ergeben sich im Beispiel acht Möglichkeiten, die vier gewählten Artikelgruppen in einer Tour zu bedienen. Seien  $2^\downarrow, 4^\downarrow$  die einzulagernden und  $2^\uparrow, 3^\uparrow$  die auszulagernden Artikelgruppen, dann sind die in Abbildung 5.20 gezeigten Spiele möglich.

Betrachtet man  $l$  Lastaufnahmemittel und unterstellt, dass in jedem Spiel zunächst alle Lastaufnahmen mit einzulagernden Artikeln belegt sind und am Ende des Spiels alle  $l$  auszulagernden Artikel aufgenommen sind, lässt sich der in Abbildung 5.21 dargestellte Übergangsgraph aufbauen. Die Anzahl der Möglichkeiten  $f(l)$ , den Übergangsgraphen zu durchlaufen, lässt sich mittels Rekursionsgleichung (5.81) ermitteln. Als Hilfsobjekt sei dafür  $r(i, j)$  mit  $i$  verbleibenden Einlagerungen und  $j$  verbleibenden Auslagerungen definiert.



	2	3	4	5	6	1
In	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$
In	$\rightarrow 4^\downarrow$	$\rightarrow 2^\uparrow$	$\rightarrow 2^\downarrow$	$\rightarrow 3^\uparrow$	$\rightarrow \text{Out}$	$\rightarrow \text{In}$

**Abbildung 5.20:** Mögliche Spiele für die einzulagernden ( $2^\downarrow, 4^\downarrow$ ) und auszulagernden ( $2^\uparrow, 3^\uparrow$ ) Artikelgruppen mit einem Regalbediengerät mit zwei Lastaufnahmemitteln

$$f(l) = r(l, l) \quad (5.81)$$

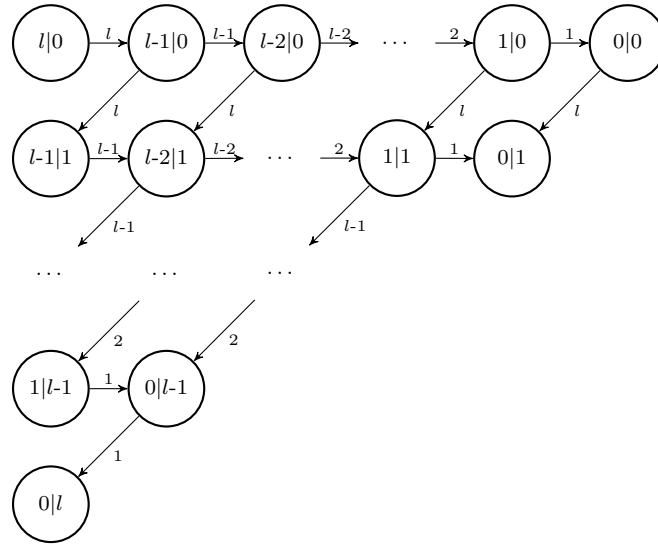
$$r(l, l) = \begin{cases} r(i-1, j) & , \text{ falls } i = j \\ r(i-1, j) + r(i, j-1) & , \text{ falls } j > i > 0 \\ 1 & , \text{ falls } i = 0 \\ 0 & , \text{ falls } j = 0 \end{cases} \quad (5.82)$$

Bezieht man die Kantengewichtungen (Anzahl möglicher Zielpositionen) jeder Möglichkeit eines Durchlaufs durch den Übergangsgraphen mit ein, folgen für jeden Graphdurchlauf zusätzlich  $(l!)^2$  Varianten (die Anzahl noch einzulagernder und noch nicht aufgenommener, auszulagernder Artikelgruppen). Die Anzahl möglicher Spiele  $g(l)$  mit  $l$  Lastaufnahmemitteln lässt sich dann über das Produkt der Anzahl der Möglichkeiten des Graphendurchlaufs mit den Varianten, die Gruppen in unterschiedlicher Reihenfolge zu bedienen, ermitteln.

$$g(l) = f(l) \cdot (l!)^2$$

Für  $l = 3$  resultieren für eine Abrufkombination bereits 180 mögliche Touren durch das Lager, für  $l = 4$  sind 8064 Kombinationen möglich. Selbst unter der Annahme, dass die Anzahl der Lastaufnahmemittel stark beschränkt ist, führt eine vollständige Enumeration jeder Spielmöglichkeit für jede mögliche Kombination der Artikelgruppen zueinander zu hohen Laufzeiten.

Sind in einer Regalfront  $m$  Zonen definiert und  $l > 1$  Lastaufnahmemittel verfügbar, gibt es  $\left(\binom{m+l-1}{l}\right)^2 = k$  Möglichkeiten, Ein- und Auslageraufträge innerhalb und zwischen



**Abbildung 5.21:** Übergangsgraph für die Zustandsänderungen beliebig vieler Lastaufnahmen. In den Knoten ist die Anzahl der noch einzulagernden und noch aufzunehmenden Ladungsträger dargestellt. Das Kantengewicht ist die Anzahl der Möglichkeiten, den Zustand zu verlassen.

diesen Zonen mit  $2 \cdot l$  Übergaben ( $l$  Einlagerungen und  $l$  Auslagerungen) in der Gasse zu kombinieren.

Seien alle möglichen Abrufkombinationen als  $\mathcal{M} = \{(\mathcal{M}_i^\downarrow, \mathcal{M}_j^\uparrow) | \forall i, j \in [0, \binom{m+l-1}{l}]\}$  und die kumulierte Fahrzeit für die kürzeste Tour<sup>20</sup> der Kombination aus  $\mathcal{M}^\downarrow$  und  $\mathcal{M}^\uparrow$  als  $R_{o, \mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow}^\updownarrow$  bezeichnet, dann gilt für die mittlere erwartete Spielzeit mit mehreren Lastaufnahmemitteln Formel (5.83).

$$G_{n,o}^{MS\updownarrow} = \left( \sum_{(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) \in \mathcal{M}} P(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) \cdot R_{o, \mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow}^\updownarrow \right) + (2 + 2l) \cdot R_o^{t_{z1}} \quad (5.83)$$

Ist die zu bedienende Gasse doppeltief, lassen sich die Umlagerwahrscheinlichkeiten aus Abschnitt 5.2.2.2 übertragen. Wenn jedoch zwei Lastaufnahmemittel des Regalbediengerätes frei sind, muss kein zusätzliches Umlagerspiel gefahren werden, da der blockierende Artikel auf einem der freien Lastaufnahmemittel verbleiben kann. Dieses verkürzte Umlagerspiel wird als  $G_{n,o}^{*U_2\updownarrow}$  bezeichnet und setzt sich aus der Aufnahme des blockierenden Gutes, zwei horizontalen Querfahrten zum Wechsel des Lastaufnahmemittels sowie dem Zurücksetzen des Gutes auf den nun freien Lagerplatz zusammen. Für die horizontale

<sup>20</sup>Bei über zwei Lastaufnahmemitteln ist es nicht zwangsläufig sinnvoll, die tatsächlich optimale – also kürzeste – Tour zu suchen, da in der Praxis meist aufgrund begrenzter Rechenleistung der Gerätesteuerung nicht die optimale Tour gewählt wird. Eine Tour mittels der Heuristik „Nächster Nachbar“ und eine heuristische 2-Opt Verbesserung führen bei geringerer Laufzeit zu hinreichend guten Ergebnissen.

**Tabelle 5.2:** Wahrscheinlichkeit einer schnellen Umlagerung durch zwei freie Lastaufnahmemittel bei  $l$  gegebenen Lastaufnahmen

$R_o^l$ (Anzahl Lastaufnahmemittel)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	11,7 %	17,9 %	20,6 %	22,0 %	22,9 %	23,5 %	23,9 %	24,2 %	24,5 %

Querfahrt wird angenommen, dass im Mittel die Hälfte der Breite des Regalbediengerätes bewegt werden muss, um zum freien Lastaufnahmemittel zu gelangen:

$$G_{n,o}^{*U_2\updownarrow} = 2 \cdot R_o^{U_2\downarrow} + R_o^{t_{z1}} + R_o^{t_{z2}}, \text{ mit} \quad (5.84)$$

$$R_o^{U_2\downarrow} = R_{o,(0,0),(\lceil \frac{l-1}{2} \rceil, 0)}^{\updownarrow}$$

Anhand des in Abbildung 5.21 dargestellten Übergangsgraphen lässt sich ebenfalls die Wahrscheinlichkeit ermitteln, dass in einem beliebigen Zustand zwei freie Lastaufnahmemittel zur Verfügung stehen. Ermittelt man rekursiv die Gewichte jedes Knotens als Produkt der Kantengewichte aller Elternknoten und setzt die kumulierten Gewichte der Knoten in einer Spalte in Relation zur Summe aller Knotengewichte des Graphen, erhält man die Wahrscheinlichkeit für jede einzelne Belegung. Die Wahrscheinlichkeit für zwei oder mehr als zwei freie Lastaufnahmemittel ist gleich der Umkehrwahrscheinlichkeit dafür, voll beladen zu sein oder nur einen freien Platz zu haben ( $1 - (P(l) + P(l-1))$ ). Die resultierenden Wahrscheinlichkeiten für  $l = 1 - 10$  sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

Die mittlere Fahrzeit in einer zonierten, doppeltiefen Lagergasse mit einem Regalbediengerät mit mehreren Lastaufnahmemitteln lässt sich schließlich nach Formel (5.85) bestimmen.

$$G_{n,o}^{*MS\updownarrow} = \sum_{(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) \in \mathcal{M}} P(\mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow) \cdot R_{o, \mathcal{M}^\downarrow, \mathcal{M}^\uparrow}^{\updownarrow} +$$

$$P_u \cdot \sum_{m=1}^M \underbrace{(1 - P(R_o^l)) \cdot G_{n,m,o}^{*U\updownarrow}}_{\text{Umlagern}} + \underbrace{P(R_o^l) \cdot G_{n,m,o}^{*U_2\updownarrow}}_{\text{schnelles Umlagern}} + \quad (5.85)$$

$$\underbrace{2 \cdot R_o^{t_{z1}}}_{\text{Übergabe}} + \underbrace{l \cdot (P(E1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(E2) \cdot R_o^{t_{z2}})}_{\text{Gabelspiele Einlagerung}} + \underbrace{l \cdot (P(A1) \cdot R_o^{t_{z1}} + P(A2) \cdot R_o^{t_{z2}})}_{\text{Gabelspiele Auslagerung}}$$

### 5.2.3 Kostenermittlung

Für die Ermittlung der Kosten wird zunächst in lokale Kosten, die sich durch den Bau einer einzelnen Gasse ergeben,  $C_{G_n}$  und globale Kosten, die sich durch das Gesamtprojekt ergeben (Brandschutzeinrichtung, Klimatisierung, Bodenvorbereitung, Gebäude)  $C_P$

**Tabelle 5.3:** Beispiel für mögliche Längstraversen mit Länge und Tragfähigkeit (siehe: [Sch12, S. 14])

Traversenlänge $SL^l$ [mm]	Tragfähigkeit $SL^t$ [kg]		
	Rahmenprofilbreite $S_y$		
	80 mm	100 mm	110 mm
1800	3200	4200	4500
2200	2500	3500	3900
2700	1700	2600	3000
2900	1500	2300	2700
3300	2200	2600	3100

unterschieden. Da die globalen Kosten projektspezifisch von Größen abhängen, die nicht betrachtet werden (zum Beispiel der Erdbebenkategorie des Bauortes oder Gefahrguteigenschaften), werden Sie als exogene Größe aufgefasst und nicht detailliert ausgeführt. Die lokalen Kosten setzen sich aus den Kosten für das Regalbediengerät der Gasse  $C_{R_o}$ , sowie aus den Kosten für die Gassenstruktur  $C_{S_p}$  (Regale und Führungsschiene des Regalbediengerätes) zusammen, welche sich über die gegebenen Parameter bestimmen lassen.

Es ist kaum möglich, einen pauschalen Kostensatz für einen Kubikmeter Regalvolumen festzulegen, ohne der Abhängigkeit von Regallänge  $X$ , Regaltiefe  $Z$  und Regalhöhe  $Y$  sowie der Traglast der zu lagernden Ladungsträger  $L_w$  Rechnung zu zollen. Daher werden die Kosten auf Basis der einzusetzenden Bauelemente (Längstraversen und Tragrahmen) bestimmt.

Ein Rahmen im Regal muss eine ausreichende Länge haben, um alle Ladungsträger übereinander ( $X$ ) aufzunehmen, eine Längstraverse die ausreichende Länge, um alle Ladungsträger eines Feldes ( $S_n$ ) aufzunehmen. Tabelle 5.3 zeigt einen Ausschnitt möglicher Längstraversen mit ihren Eigenschaften Länge und Tragfähigkeit. Eine Längstraverse muss nur das Gewicht aufnehmen, das direkt auf ihr lastet, ein Rahmenprofil hingegen muss die Lasten aller befestigten Längstraversen tragen können (siehe Abschnitt 2.2.1).

Modelliert man einen Rahmen als Tupel  $SR = \langle SR^l, SR^t, SR^c \rangle$  mit den Eigenschaften Länge, Traglast und Kosten und analog Längstraversen als Tupel  $SL = \langle SL^l, SL^t, SL^c \rangle$ , können die optimalen Elemente anhand von Modell (5.86) bestimmt werden. Es wird jeweils nach dem günstigsten Rahmen und der günstigsten Traverse gesucht (Restriktion (5.86f) und (5.86g)), welche die benötigte Länge (Restriktion (5.86d) und (5.86e)) gemäß den Angaben in Abschnitt 5.2.1.1 haben. Ebenso müssen die gewählten Elemente die durch die Anzahl der möglicherweise gelagerten Güter resultierende Tragfähigkeit (Restriktion (5.86b) und (5.86c)) erfüllen.

$$\min c = \sum_{i=1}^r \left( \chi_j^L \cdot SL_i^c \cdot X \cdot \left\lceil \frac{Y}{S_N} \right\rceil \right) + \sum_{j=1}^l \left( \chi_j^L \cdot SR_j^c \cdot \left\lceil \frac{Y}{S_N} \right\rceil + 1 \right) \quad (5.86a)$$

u. B. d. N.:

$$SR_i^t \geq \chi_i^R \cdot (Y \cdot S^m \cdot L^w), \quad \forall i \in [1..t] \quad (5.86b)$$

$$SL_j^t \geq \chi_j^L \cdot (S^L \cdot L^w), \quad \forall j \in [1..l] \quad (5.86c)$$

$$SR_i^l \geq \chi_i^R \cdot (Y \cdot (L^y + S^{d_y} + S^y)), \quad \forall i \in [1..t] \quad (5.86d)$$

$$SL_j^l \geq \chi_j^L \cdot ((S^L - 1) \cdot S^{d_{x1}} + 2 \cdot S^{d_{x2}} + S^L \cdot L^x), \quad \forall j \in [1..l] \quad (5.86e)$$

$$\sum_{i=1}^R \chi_i^R = 1, \quad \chi_i^R \in \{0, 1\} \forall i \in [1..R] \quad (5.86f)$$

$$\sum_{j=1}^L \chi_j^L = 1, \quad \chi_j^L \in \{0, 1\} \forall j \in [1..R] \quad (5.86g)$$

Die Gesamtkosten für ein Regal ergeben sich mit den optimal gewählten Bauelementen über die benötigte Anzahl der Rahmenprofile und Längstraversen. Zusätzlich wird ein prozentualer Anteil für Querverstrebungen, Sicherheitseinrichtungen und Montage ( $S^z$ ) aufgeschlagen (Formel (5.87)).

$$L^c = \left( \left( SL_{\text{optL}}^c \cdot X \cdot \left\lceil \frac{Y}{S_N} \right\rceil \right) + \left( SR_{\text{optR}}^c \cdot \left\lceil \frac{Y}{S_N} \right\rceil + 1 \right) \right) \cdot (1 + S^z) \quad (5.87)$$

$$SR_{\text{optR}} = (i | X_i^R = 1)$$

$$SL_{\text{optL}} = (i | X_i^L = 1)$$

Für ein doppeltiefes Regal wird vereinfachend angenommen, dass die Kosten für den Regalbau um den Faktor 1,75 höher liegen als für ein einfachtiefes Regal:

$$L^{*c} = 1,75 \cdot L^c \quad (5.88)$$

Der Preis für ein Regalbediengerät wird als feste Größe angenommen, die Führungsschiene des Regalbediengerätes wird in Abhängigkeit von der Gassenlänge ermittelt. Ebenso gilt ein fester Grundpreis für jeden Quadratmeter benötigte Fläche. Die benötigte Fläche ergibt sich durch die Grundfläche aller Regale zuzüglich der Bewegungsfläche des Regalbediengerätes. Außerdem wird ein optionaler Parameter für die Anbindung an das umliegende Fördersystem addiert. Die Gesamtkosten für eine Gasse  $G_{n,o}^c$  lassen sich daher nach Formel (5.90) aus den Kosten für das Regalbediengerät  $R_o^c$ , die Regale  $L^c$ , die Grundfläche  $L^{c2}$  sowie den Kosten für Schnittstellen  $I^c$  zum Fördersystem zusammensetzen. Werden getrennte Übergabepunkte verwendet, müssen doppelte Kosten

für die Schnittstellen angenommen werden. Da für eine doppeltiefe ( $\chi^* = 1$ ) Gasse eine größere Grundfläche benötigt wird, erfolgt eine entsprechende Korrektur.

$$L^{c2} = (d_{(0,0)(X,0)}^x + S^{d_{x2}} + S^x) \cdot ((2 + (\chi^* \cdot 2))L^z + R^z) \quad (5.89)$$

$$G_{n,o}^c = R_o^c + (2 + (\chi^* \cdot 2)) \cdot L^c + L^{c2} + I^c \quad (5.90)$$

## 5.2.4 Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse

Bis hier wurde angenommen, dass bereits bekannt ist, wie viele Ladungsträger die betrachtete Gasse  $G_n$  in horizontaler ( $X$ ) und vertikaler ( $Y$ ) Ausdehnung aufnehmen kann. Ebenso wurde immer ein Regalbediengerät  $R_o$  zur Ermittlung der Umschlagsleistung und Kostenberechnung herangezogen. Ziel ist jedoch nicht die einmalige Bestimmung der Leistungsfähigkeit und Kosten, sondern die Ermittlung der kostenminimalen Gesamtzusammensetzung.

### 5.2.4.1 Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse in einer einzelnen Gasse

Die betrachtete Gasse wird mit einem Parameter erweitert, der die Anzahl der übereinandergelagerten Ladungsträger widerspiegelt. Der Bezeichner  $G_{n,o,y}$  beschreibt die  $n$ . betrachtete Gasse mit dem  $o$ . Regalbediengerät und einer Ausdehnung von  $y$  Ladungsträgern in der Vertikalen. Die Anzahl der Ladungsträger in horizontaler Richtung folgt nach Formel (5.40). Der Aufbau der Gasse  $G_n$  bleibt unveränderlich. Die erzielbare Umschlagsleistung für diese Gasse  $G_n^U$  beträgt in Abhängigkeit des Regalbediengerätes  $R_o$  und der Gassentiefe  $\chi_n^*$ :

$$G_{n,o,y}^U = \begin{cases} G_{n,o,y}^{\text{DS}\updownarrow} & , \text{ falls } R_o^l = 1 \wedge \chi_n^* = 0 \\ G_{n,o,y}^{*\text{DS}\updownarrow} & , \text{ falls } R_o^l = 1 \wedge \chi_n^* = 1 \\ G_{n,o,y}^{\text{MS}\updownarrow} & , \text{ falls } R_o^l > 1 \wedge \chi_n^* = 0 \\ G_{n,o,y}^{*\text{MS}\updownarrow} & , \text{ falls } R_o^l > 1 \wedge \chi_n^* = 1 \end{cases} \quad (5.91)$$

Die kostengünstigste Möglichkeit, eine Gasse zu bauen, lässt sich nun nach Modell (5.92) bestimmen. Definiert man für die Gasse eine minimale Höhe  $B^y$  und eine maximale Höhe von  $B^Y$  Ladungseinheiten, lassen sich Grenzwerte für die zu untersuchenden Höhen festlegen (siehe Zielfunktion (5.92a)).<sup>21</sup> Für jede Höhe und jedes Regalbediengerät kann

<sup>21</sup>Eine maximale Länge lässt sich nach Formel (5.40) in die minimale Höhe transformieren. Die maximale Anzahl Ladungsträger nebeneinander kann bei einer Restriktion in Längenangaben nach Modell (5.41) bestimmt werden.

nun untersucht werden, ob die geforderte Anzahl Transaktionen  $G_n^{|\updownarrow|}$  der Gasse erfüllt werden kann (Restriktion (5.92b)).

$$\min c = \sum_{y=B^y}^{B^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^c \quad (5.92a)$$

u. B. d. N.:

$$G_n^{|\updownarrow|} \geq \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^U, \quad \forall o \in [1..O], y \in [B^y..B^Y] \quad (5.92b)$$

$$1 = \sum_{y=1}^Y \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \quad (5.92c)$$

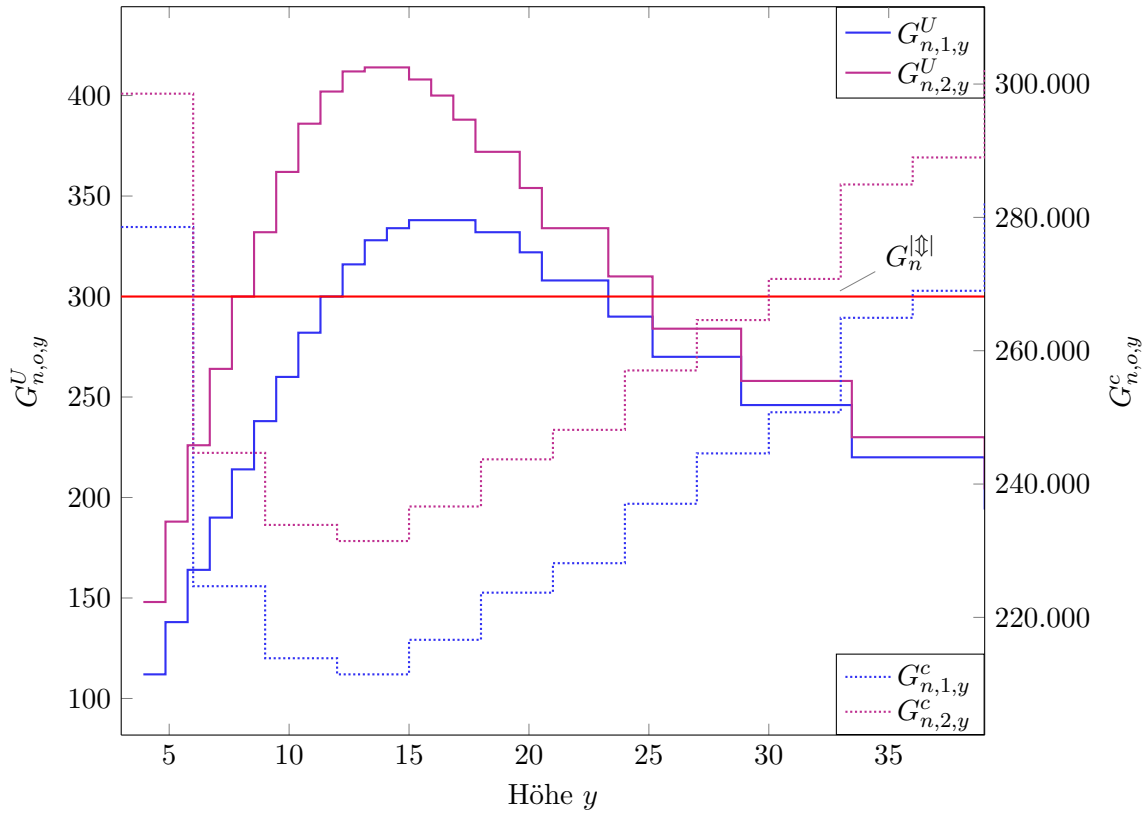
Da die vollständige Enumeration über alle möglichen Höhen und Regalbediengeräte zeitaufwendig ist, wird ergänzend ein Verfahren entwickelt, welches die Suche ohne Überprüfung aller möglichen Kombinationen optimal durchführt. Hierfür sind folgende Annahmen notwendig:

Annahme 1: Die Kosten  $G_{n,o,y}^c$  für eine Gasse  $G_n$  und ein definiertes Regalbediengerät  $R_o$  haben ein lokales Minimum und steigen, ausgehend von diesem Minimum, monoton an. Diese Annahme ist naheliegend, denn die Kosten setzen sich aus einem linearen Faktor für steigende Grundkosten, einem festen Faktor für das Regalbediengerät  $R_o^c$  und einem nichtlinearen, aber monoton steigenden Faktor für höheren Stahlbau (und damit sinkende Grundkosten) zusammen. Aus diesen Zusammenhängen folgt weiterhin, dass das Minimum der Kosten für alle Regalbediengeräte bei derselben Höhe liegt, da sich nur die festen Kosten für das Regalbediengerät verändern. Da sich die Kosten für eine gegebene Höhe und ein gegebenes Regalbediengerät vergleichsweise einfach ermitteln lassen, ist die kostenminimale Höhe schnell bestimmbar. Im Weiteren sei diese kostenminimale Höhe als untere Grenze  $y^C$  festgelegt.

Annahme 2: Die Umschlagsleistung  $G_{n,o,y}^U$  erreicht unabhängig von der Zonierung ihr Maximum bei der Höhe des Regals, bei welcher das Verhältnis der Regallänge zur Regalhöhe  $x : y$  dem Verhältnis der entsprechenden Höchstgeschwindigkeiten des Regalbediengeräts  $R_o^{s_x} : R_o^{s_y}$  gleicht.<sup>22</sup> Analog zu den Kosten sinkt die Leistung des Regalbediengerätes, ausgehend von der optimalen Konfiguration, monoton.

Die umschlagsmaximale Höhe wird in Abhängigkeit des Regalbediengerätes  $R_o$  als obere Grenze  $y_o^U$  definiert. Gesucht wird nach der kostenminimalen Höhe, bei welcher das günstigste Regalbediengerät in der Lage ist, einen geforderten Umschlag  $G_n^{|\updownarrow|}$  zu erzielen, wie in Abbildung 5.22 dargestellt. Gilt Zusammenhang (5.93), folgt unmittelbar, dass die

<sup>22</sup>Die Beschleunigungseigenschaften des Regalbediengerätes werden hier nicht berücksichtigt, es wird davon ausgegangen, dass ein Antrieb mit höherer Maximalgeschwindigkeit schneller beschleunigt als ein Antrieb mit niedriger Geschwindigkeit. Der Beweis für diese Eigenschaft findet sich in [ZDY13], siehe dazu auch 3.2.5.



**Abbildung 5.22:** Kosten und Leistungsfunktionen für eine Gasse  $G_n$  sowie zwei mögliche Regalbediengeräte  $R_1$  und  $R_2$  in Abhängigkeit verschiedener möglicher Bauhöhen  $y$  für eine geforderte Leistung von  $G_n^{|\Downarrow|} = 300$

Anforderung mit keiner Bauhöhe durch das gewählte Regalbediengerät  $R_o$  realisierbar ist. Gilt Zusammenhang (5.94), ist das Regalbediengerät in der kostenoptimalen Höhe leistungsfähig, und die Suche nach einer besseren Lösung erübrigt sich.

$$G_n^{|\Downarrow|} > G_{n,o,y^U}^u \quad \text{Nicht realisierbar} \quad (5.93)$$

$$G_n^{|\Downarrow|} \leq G_{n,o,y^C}^u \quad \text{Initial optimal } (y^C) \quad (5.94)$$

$$G_{n,o,y^C}^u < G_n^{|\Downarrow|} \leq G_{n,o,y^U}^u \quad \text{Lösbar} \quad (5.95)$$

Folglich existiert nur für Zusammenhang (5.95) eine gültige Lösung zwischen  $y^C$  und  $y_o^U$ , welche sich aufgrund der vom Maximum ausgehenden angenommenen Monotonie der Kosten- und Leistungsfunktionen mittels einer angepassten binären Suche<sup>23</sup> ermitteln lässt. Verwendet man die in (5.96) gegebene Funktion  $s(n, o, y_1, y_2)$ , die die Distanz zwischen  $y_1$  und  $y_2$  so lange in Richtung einer gültigen Lösung halbiert, bis keine Teilung

<sup>23</sup>Siehe [Cor09, S. 799 f.].



mehr möglich ist, wird die optimale Höhe (also die  $y_C$  naheliegendste erfüllbare Höhe) zurückgegeben.

$$s(n, o, y^C, y^U) = \begin{cases} s(n, o, \frac{y_o^U + y^C}{2} + 1, y^U) & , \text{ falls } G_n^{|\updownarrow|} > G_{n,o, \frac{y_o^U + y^C}{2}}^u \\ s(n, o, y^C, \frac{y_o^U + y^C}{2} - 1) & , \text{ falls } G_n^{|\updownarrow|} < G_{n,o, \frac{y_o^U + y^C}{2}}^u \\ y^U & , \text{ falls } G_n^{|\updownarrow|} = G_{n,o, \frac{y_o^U + y^C}{2}}^u \vee y_o^U = y^C \end{cases} \quad (5.96)$$

Beginnt man die Ermittlung der optimalen Höhe mit dem günstigsten Regalbediengerät und bezeichnet das aktuell gültige lokale Optimum als  $G_{n,o^{UB},y^{UB}}^c$  für das Regalbediengerät  $o^{UB}$  mit der Höhe  $y^{UB}$ , kann man die Untersuchung folgender Regalbediengeräte, die diese Grenze auch im kostenoptimalen Fall nicht erreichen können, ohne weitere Prüfung ausschließen:

$$G_{n,o^{UB},y^{UB}}^c \leq G_{n,o,y_c}^c \quad (5.97)$$

Die vorgestellte Methode wird anhand Abbildung 5.23 exemplarisch zusammengefasst: Während das erste untersuchte Regalbediengerät  $R_1$  aufgrund zu schlechter Umschlagsleistung sofort ausgeschlossen werden kann, führt die Untersuchung von  $R_2$  zu dem Ergebnis, dass dieses zwar nutzbar ist, jedoch nicht mit der kostenoptimalen Gassenbauform. Für  $R_2$  wird eine Suche nach der günstigsten noch leistungsfähigen Höhe durchgeführt. Regalbediengerät  $R_3$  ist für  $y^c$  ausreichend leistungsfähig und kostengünstiger, entsprechend wird  $o^{UB} = 3$  und  $y^{UB} = y^c$  gesetzt. Regalbediengerät  $R_4$  wäre nach  $y^c$  ausreichend leistungsfähig, kann jedoch an diesem Punkt keine niedrigeren Kosten erzielen und wird daher verworfen. Folglich ist Regalbediengerät  $R_3$  mit einer Höhe von  $y^c$  als optimale Kombination zu wählen.

#### 5.2.4.2 Optimales Gassenlayout für eine Ladungsträgerklasse im n-Gassen-Fall

Häufig genügt eine einzelne Gasse nicht, um alle Artikel aufzunehmen. Entweder existieren Restriktionen, welche die bauliche Länge beschränken, oder die Umschlagsleistung des Regalbediengerätes reicht aufgrund der langen Wegstrecken nicht mehr aus, um die Anforderungen aller Artikel zu bedienen. Betrachtet man weiterhin den Spezialfall, dass nur ein einzelner Ladungsträgertyp für alle zu lagernden Artikel definiert ist, lässt sich die Suche nach der optimalen Bauform, wie in Modell (5.98) dargestellt, formalisieren.

Restriktion (5.98b) fordert für eine gültige Lösung, dass die für jede einzelne Gasse  $n$  geforderten Umschläge  $G_n^{|\updownarrow|}$  bei einer gegebenen „Höhe  $y$  zu Regalbediengerät  $o$ “ Kombination erzielt werden können. Um eine gute Raumausnutzung zu erzielen, haben meist alle Gassen eines Lagerbereiches die gleiche Länge und Höhe. Diese Eigenschaft wird

$$\begin{array}{c}
\boxed{\text{R1}} \quad \frac{y^c = 10}{\underbrace{G_{n,1,10}^U < G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{ungenügend}}} \quad \frac{y_1^U = 20}{\underbrace{G_{n,1,20}^U < G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{ungenügend}}} \\
\\
\boxed{\text{R2}} \quad \frac{y^c = 10}{\underbrace{G_{n,2,10}^U < G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{ungenügend}}} \quad \frac{\frac{y^c + y_2^U}{2} = 14}{\underbrace{G_{n,2,14}^U > G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{genügend}}} \quad \frac{y_2^U = 18}{\underbrace{G_{n,2,18}^U > G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{genügend}}} \\
\quad \frac{y^c + \frac{y^c + y_2^U}{2}}{2} = 12 \\
\quad \underbrace{G_{n,2,\frac{y^c + y_2^U}{2}}^U < G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{ungenügend}} \\
\quad \frac{y^c + \frac{y^c + \frac{y^c + y_2^U}{2}}{2}}{2} = 13, \rightarrow y^{UB} = 13 \\
\quad \underbrace{G_{n,2,\frac{y^c + y_2^U}{2}}^U > G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{genügend}}, \rightarrow o^{UB} = 2 \\
\\
\boxed{\text{R3}} \quad \frac{y^c = 10 \rightarrow y^{UB} = 10}{\underbrace{G_{n,3,10}^U > G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{genügend}} \wedge \underbrace{G_{n,3,10}^c < G_{n,2,13}^c}_{\text{günstiger}} \rightarrow o^{UB} = 3} \quad \frac{y_3^U = 22}{\quad} \\
\\
\boxed{\text{R4}} \quad \frac{y^c = 10}{\underbrace{G_{n,4,10}^U > G_n^{|\updownarrow|}}_{\text{genügend}} \wedge \underbrace{G_{n,3,10}^c > G_{n,2,13}^c}_{\text{kostspieliger}}} \quad \frac{y_4^U = 24}{\quad}
\end{array}$$

**Abbildung 5.23:** Iterationsfolge der Suche nach der optimalen Kostenkombination  $\chi_{n,o,y}^G$  für eine Gasse über die günstigste Bauhöhe-zu-Regalbediengerät-Kombination für vier gegebene Regalbediengeräte  $R_{1-4}$

durch Restriktion (5.98f) erzwungen. Für jede mögliche Höhe müssen entweder alle Gassen mit dieser Höhe definiert sein, oder die entsprechende Entscheidungsvariable muss 0 betragen. Restriktion (5.98e) führt zu einer vollständigen Verteilung aller Artikelgruppen über die vorhandenen Gassen.

$$\min c = \sum_{n=1}^N \sum_{y=B^y}^{B^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^c \quad (5.98a)$$

u. B. d. N.:

$$G_n^{\lfloor \downarrow \rfloor} \leq \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^U, \quad \forall n \in [1..N], o \in [1..O], y \in [B^y..B^Y] \quad (5.98b)$$

$$P^Z \geq \sum_{n=1}^N G_n^z \quad (5.98c)$$

$$1 = \sum_{y=1}^Y \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G, \quad \forall n \in [1..N] \quad (5.98d)$$

$$1 = \sum_{n=1}^N \chi_{n,m}^C, \quad \forall m \in [1..M] \quad (5.98e)$$

$$\left( \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \right) \in \{0, N\}, \quad \forall y \in [B^y..B^Y] \quad (5.98f)$$

$$\chi_n^* \in \{0, 1\} \quad (5.98g)$$

$$\chi_{n,o,y}^G \in \{0, 1\} \quad (5.98h)$$

$$\chi_{n,m}^C \in [0, 1] \quad (5.98i)$$

Anhand Modell (5.98) wird nicht die optimale Anzahl Gassen bestimmt. Es wird für eine gegebene Anzahl Gassen die optimale Kombination aller verbleibenden Freiheitsgrade für eine gegebene Menge Artikelcluster ( $\{C_1, \dots, C_m\}$ ) ermittelt. Für den Spezialfall, dass in allen Gassen die gleiche Artikelverteilung vorliegt ( $\chi_{1,m}^C = \chi_{2,m}^C = \dots = \chi_{N,m}^C$ ), lässt sich das in Abschnitt 5.2.4 dargestellte Verfahren zur Bestimmung des optimalen Regalbediengerätes und der optimalen Höhe anwenden. Die Lösung des Verfahrens für eine Gasse gilt unmittelbar für alle Gassen, da das Leistungsverhalten in allen Gassen gleich ist.

Es soll zusätzlich untersucht werden, ob eine Ungleichverteilung der Artikel über die Gassen zu einer weiteren Verbesserung führt. Existieren nun zwei Gassen  $i, j$  mit verschiedenen Belegungen ( $\exists(i, j) : i \neq j \wedge \chi_{i,m}^C \neq \chi_{j,m}^C$ ), gilt es, für diese konkrete Belegung ( $\chi_{n,m}^C$ ) jene Höhe zu ermitteln, welche über alle Gassen mit den jeweils ausreichend leistungsfähigen Regalbediengeräten die niedrigsten Kosten erzeugt. Es kann der Fall eintreten, dass für unterschiedliche Gassen unterschiedliche Bauhöhen optimal sind.

Restriktion (5.98f) fordert jedoch die gleiche Höhe über alle Gassen. Abbildung 5.24 stellt die Suche nach der optimalen Lösung exemplarisch dar. Die bedienbaren Höhengrenzen für jedes Regalbediengerät lassen sich nach Rekursionsgleichung (5.96) bestimmen. Die obere Leistungsgrenze für das  $o$ . Regalbediengerät der  $n$ . Gasse wird als  $y_{n,o}^U$  bezeichnet. Analog gilt  $y_{n,o}^L$  als untere Leistungsgrenze. Innerhalb dieser Grenzen kann für gegebene Artikelverteilungen  $\chi_{n,m}^C$  und Doppeltiefdeklarationen  $\chi_n^*$  die optimale Höhe nach Modell (5.99) ermittelt werden. Erzielt dieses Modell mehrere optimale Lösungen, kann als zweites Kriterium die maximale Leistungsfähigkeit herangezogen werden.

$$\min c = \sum_{n=1}^N \sum_{y=B^y}^{B^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^c \quad (5.99a)$$

u. B. d. N.:

$$\sum_{y=1}^Y \sum_{o=1}^O \chi_{n,y,o}^G = 1 \quad , \forall n \in [1..N] \quad (5.99b)$$

$$y \cdot \chi_{n,o,y}^G \leq y_{n,o}^U \quad , \forall y \in [1..Y], \forall n \in [1..N], \forall o \in [1..O] \quad (5.99c)$$

$$y \cdot \chi_{n,o,y}^G \geq y_{n,o}^L \quad , \forall y \in [1..Y], \forall n \in [1..N], \forall o \in [1..O] \quad (5.99d)$$

$$\left( \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \right) \in \{0, N\} \quad , \forall y \in [B^y..B^Y] \quad (5.99e)$$

$$\chi_{n,o,y}^G \in \{0, 1\} \quad (5.99f)$$

Bezeichnet man die resultierenden Kosten aus Modell (5.98) als Ergebnis einer Funktion über die Anzahl Gassen  $c_1(n)$  und die maximale Auslastung über alle Gassen dieser Lösung als  $f_1(n)$ , resultiert die benötigte Anzahl Gassen zu minimalen Kosten aus der Lösung von Modell (5.100a).

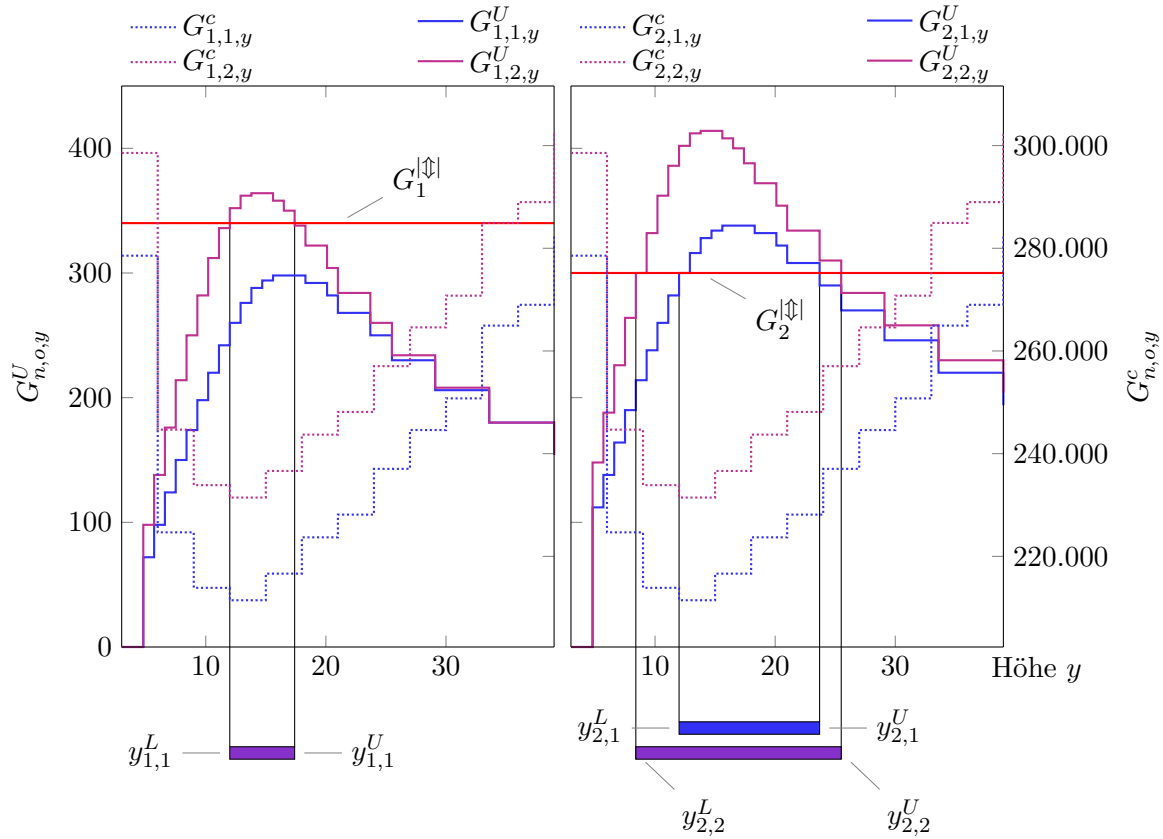
$$\min c = \sum_{n=1}^N \chi_n^M \cdot c_1(n) \quad (5.100a)$$

u. B. d. N.:

$$\chi_n^M \cdot f_1(n) < 1 \quad (5.100b)$$

$$\sum_{n=1}^N \chi_n^M = 1 \quad (5.100c)$$

$$\chi_n^M \in \{0, 1\} \quad (5.100d)$$



**Abbildung 5.24:** Kosten und Leistungsfunktionen für zwei Gassen sowie zwei mögliche Regalbediengeräte  $R_1$  und  $R_2$  in Abhängigkeit verschiedener möglicher Bauhöhen  $y$  und realisierbare Höhenbereiche

### 5.2.5 Optimales Gassenlayout für mehrere Ladungsträgerklassen

Werden mehrere Ladungsträger gleichzeitig betrachtet, muss differenziert werden, in welchen Gassen welche Sorte Ladungsträger gelagert werden soll. Es wird gefordert, dass alle Gassen des gleichen Ladungsträgers die gleiche Bauform haben. Unterschiedliche Ladungsträger können jedoch Bereiche unterschiedlicher Höhe und Länge haben. Definiert man für eine gegebene Anzahl Gassen  $N$  eine Menge  $\mathcal{L} = \{\mathcal{N}_1, \dots, \mathcal{N}_L\}$ <sup>24</sup>, die für jeden Ladungsträger  $l$  die Menge der Indizes der zugewiesenen Gassen (1 bis  $N$ ) vorgibt, sowie für jeden Ladungsträger obere  $B_l^Y$  und untere  $B_l^y$  Höhengrenzen, lässt sich Modell (5.101) formulieren.

<sup>24</sup>Zum Beispiel  $\mathcal{L} = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7\}, \{8\}\}$

$$\min c = \sum_{l=1}^L \sum_{n \in \mathcal{N}_l} \sum_{y=B_l^y}^{B_l^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^c \quad (5.101a)$$

u. B. d. N.:

$$G_n^{|\updownarrow|} \leq \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^U, \quad \forall l : (\forall n, o, y) \quad (5.101b)$$

$$P^Z \geq \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{n \in \mathcal{N}_l} G_n^z \quad (5.101c)$$

$$1 = \sum_{y=B_l^y}^{B_l^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G, \quad \forall l : \forall n \quad (5.101d)$$

$$1 = \sum_{n \in \mathcal{N}_l} \chi_{n,m}^C, \quad \forall l : \forall m \quad (5.101e)$$

$$\left( \sum_{n \in \mathcal{N}_l} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \right) \in \{0, |\mathcal{N}_l|\} \quad \forall l : \forall y \quad (5.101f)$$

$$\chi_n^* \in \{0, 1\} \quad \forall l : \forall n \quad (5.101g)$$

$$\chi_{n,o,y}^G \in \{0, 1\} \quad \forall l : \forall n \quad (5.101h)$$

$$\chi_{n,m}^C \in [0, 1] \quad \forall l : \forall n \quad (5.101i)$$

Da die Variablen (Höhe, Doppeltiefe, Selektion des Regalbediengerätes) für die Lagerbereiche unterschiedlicher Ladungsträger unabhängig voneinander sind, lässt sich für jeden Ladungsträger ein dediziertes Partialmodell aufbauen und lösen. Bezeichnet man nun die Menge aller möglichen Kombinationen der Gassenanzahlen über alle Ladungsträger als Menge  $\mathcal{L}^L = \{\mathcal{L}_1^L, \dots, \mathcal{L}_O^L\}$  und Funktionen  $c_2(\mathcal{L}_l^L)$  sowie  $f_2(\mathcal{L}_l^L)$ , die für eine Auswahl der Indizes  $\mathcal{L}_l^L$  die Kosten und Auslastung bestimmen, resultiert das globale Optimum aus Modell (5.102a).

$$\min c = \sum_{l=1}^O \chi_l^L \cdot c_2(\mathcal{L}_l^L) \quad (5.102a)$$

u. B. d. N.:

$$\chi_l^L \cdot f_2(\mathcal{L}_l^L) < 1 \quad (5.102b)$$

$$\sum_{l=1}^O \chi_l^L = 1 \quad (5.102c)$$

$$\chi_l^L \in \{0, 1\} \quad (5.102d)$$

### 5.2.6 Heuristische Lösung für den n-Gassen-Fall

Die vorangehend vorgestellten Modelle sind durch die Vielzahl der Möglichkeiten, die Cluster auf die unterschiedlichen Gassen zu verteilen ( $\chi_{n,m}^C$ ), schwer zu lösen. Zum einen verhindern die funktionalen Abhängigkeiten bei der Leistungsbestimmung einer Lösung eine Berechnung mit Verfahren zur Lösung gemischt-ganzzahliger Probleme. Zum anderen dauert bereits die optimale Bestimmung von  $\chi_{n,o,y}^G$  für eine einzelne Gasse vergleichsweise lange. Eine Ermittlung der optimalen Anzahl und Doppeltiefe der Gassen sowie der Verteilung der Artikel über die Gassen ist bei großen Problemen mittels vollständiger Enumeration der Möglichkeiten kaum möglich.

Die Verteilung der Cluster ist abhängig von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Gassen, daher werden die zu treffenden Entscheidungen wie folgt differenziert: Die Anzahl der Gassen sowie die Verteilung der Artikel auf die Gassen werden durch eine Heuristik ermittelt, während die Entscheidung über die Bauform jeder einzelnen Gasse sowie die Selektion der Regalbediengeräte anhand des vorgestellten „Divide and Conquer“-Verfahrens (siehe Abschnitt 5.2.4.2) optimal erfolgen und als Bewertung der heuristischen Lösung dienen. Da jede einzelne Bewertung vergleichsweise viel Rechenzeit in Anspruch nimmt, werden Heuristiken, die für jede Entscheidung eine Vielzahl möglicher Lösungen vergleichen (zum Beispiel genetische Algorithmen) ausgeschlossen. Stattdessen wird eine hybrid deterministische und stochastische lokale Suche verwendet, in welcher die Manipulation der Gassenanzahl und die Entscheidung über die Doppeltiefe deterministisch und die Entscheidung über die Verteilung der Artikel auf die Gassen stochastisch ausgeführt wird. Bezeichnet  $\mathcal{B} = \langle \chi^C, \chi^* \rangle$  eine mögliche (gültige) Belegung aller Entscheidungsvariablen und  $c(\mathcal{B})$  die Kosten eines möglichen Layouts,<sup>25</sup> lässt sich die grundlegende Struktur einer lokalen Suche adaptieren: Basierend auf einer Startlösung, wird, bis ein Kriterium zum Abbruch  $a(\mathcal{B})$  erzielt ist, durch eine Manipulationsfunktion eine Nachbarschaft möglicher alternativer Lösungen gebildet, aus denen die beste ausgewählt und erneut einer Manipulation unterzogen wird. Die grundsätzliche Struktur dieser Heuristik ist in Algorithmus 5.1 dargestellt.

Abbildung 5.25 zeigt eine mögliche Belegung der Entscheidungsvariablen. Um der rechenintensiven leistungsmäßigen Bewertung einer Belegung gerecht zu werden, soll die Heuristik nicht ausschließlich zufällige Belegungskombinationen bewerten, sondern gezielt Alternativen analysieren, die zu einer Zustandsverbesserung führen können. Hierfür werden im Folgenden sechs Transformationsfunktionen definiert, von denen drei (deterministisch) der Manipulation der Gassenanzahl und drei (stochastisch) der Untersuchung alternativer Artikelverteilungen dienen.

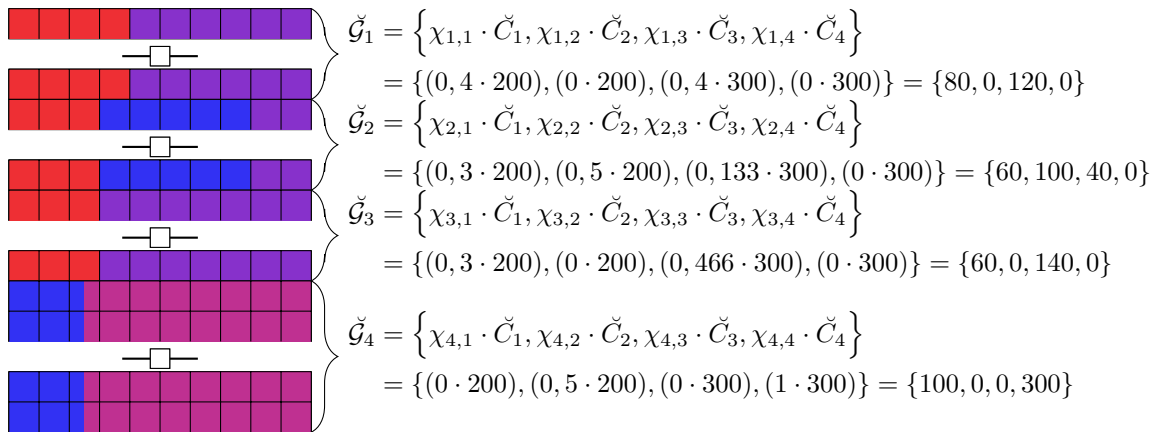
<sup>25</sup>Für ein Layout, das eine Restriktion verletzt, wird  $c(\mathcal{B}) = \infty$  definiert.

**Algorithmus 5.1 : Lokale Suche****Eingabe :** Problem  $\mathcal{P}$ **Ausgabe :** Beste gefundene Parametermenge  $\mathcal{B}$ 

// Initialisierung:

1  $\mathcal{B} \leftarrow \text{InitAssignment}((P))$ 

// Suchlauf:

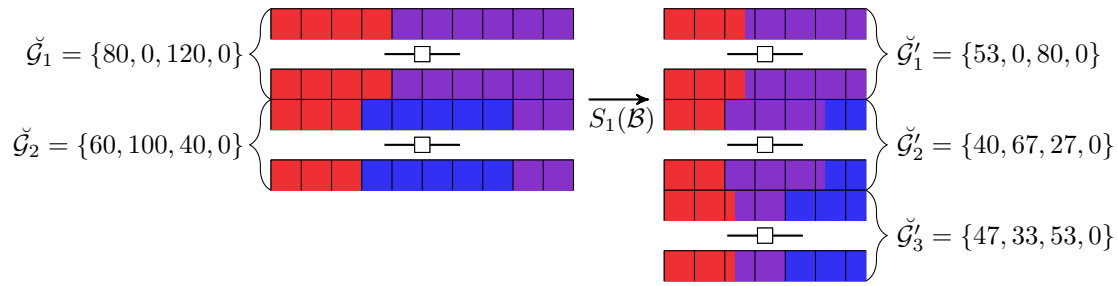
2 **while**  $\text{nota}(\mathcal{B})$  **do**3      $\mathcal{B} \leftarrow m(\mathcal{B})$ 4     **if**  $c(\mathcal{B}') \leq c(\mathcal{B})$  **then**5          $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'$ 6     **end**7 **end**

**Abbildung 5.25:** Möglicher Zustand der Entscheidungsheuristik für vier Gassen (mit  $\chi_1^* = \chi_2^* = \chi_3^* = 0, \chi_4^* = 1$ ) eines Ladungsträgers über vier Cluster mit gegebenen Beständen  $\mathcal{E}_C = \{200, 200, 300, 300\}$

**5.2.6.1 Manipulation der Gassenanzahl**

Die Manipulation der Gassenanzahl steht insbesondere in Bezug zu der Verteilung der Artikelbestände. Für einen Ladungsträger sollen alle Gassen die gleichen horizontalen und vertikalen Abmessungen haben, also folglich die gleiche Anzahl Ladungsträger aufnehmen können (bei doppelt tiefer Gestaltung entsprechend doppelt so viele Ladungsträger). Durch die Änderung der Bestände ändert sich auch immer das Umschlagsverhalten innerhalb der Gassen, daher kann nicht ex ante beurteilt werden, wie sich eine Manipulation der Bestandsverteilung über die Gassen auf die Leistungsfähigkeit der einzelnen Gassen auswirkt. Die Folgerung, dass eine Erhöhung der Bestände einer Gasse die Umschläge erhöht und vice versa, lässt sich jedoch festhalten.





**Abbildung 5.26:** Strategische Transformation  $S_1(\mathcal{B})$  mit dem Ziel, eine Gasse hinzuzufügen

Die Möglichkeiten, die Anzahl der Gassen zu verändern, sind begrenzt: Man kann zufällig eine Anzahl Gassen definieren und die Artikel zufällig auf die Gassen verteilen. Diese Strategie führt jedoch zu einem willkürlichen Verhalten, da sämtliche Variablen zufällig geändert werden. Von einer Untersuchung der Nachbarschaft kann bei Manipulation aller Freiheitsgrade ebenfalls nicht gesprochen werden. Daher wird dieser Ansatz nur als potenzielle Eröffnungsstrategie betrachtet, jedoch nicht zur Manipulation während der heuristischen Lösungssuche eingesetzt.

Fügt man eine einzelne Gasse hinzu ( $S_1(\mathcal{B})$ ) und verteilt Artikel aus den bestehenden Gassen auf diese neue Gasse (Modell (5.103)), lässt sich überprüfen, ob diese Operation eine Verbesserung oder Verschlechterung der Gesamtlösung erzielt. Da der Bestand in den verbleibenden Gassen im festen relativen Verhältnis zur Gassenanzahl reduziert wird (5.103c), wird diese Strategie als deterministisch bezeichnet. Die reduzierte Menge wird daraufhin einer neuen Gasse (5.103d) zugeordnet, welche einfachtiefe festgelegt wird (5.103e). Um doppeltiefe Gassen korrekt einzubeziehen, werden die relativen, umzuverteilenden Anteile nicht anhand der Anzahl der Gassen, sondern mittels der Anzahl der Regalreihen bestimmt (5.103f).

$$S_1(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.103a)$$

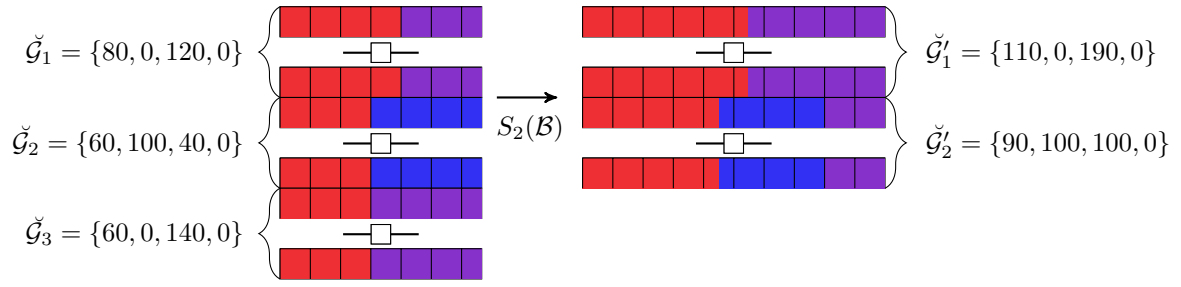
$$S_1(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.103b)$$

$$\chi^{C'} = \left\{ \chi_{i,j}^C \cdot \frac{n^*}{n^* + 1} \mid \forall i : 0 < i \leq N, \forall j : 0 < j \leq M, \right. \quad (5.103c)$$

$$\left. \underbrace{\sum_{i=1}^n \chi_{i,j}^C - \left( \chi_{i,j}^C \cdot \frac{n^*}{n^* + 1} \right) \mid \forall j : 0 < j \leq M}_{\text{Neue Gasse } G_{n+1}} \right\} \quad (5.103d)$$

$$\chi^{*'} = \chi^* \cup \{0\} \quad (5.103e)$$

$$n^* = n + \sum_{i=1}^n \chi_i^* \quad (5.103f)$$



**Abbildung 5.27:** Strategische Transformation  $S_2(\mathcal{B})$  mit dem Ziel, Gasse  $G_3$  zu entfernen

Eine Reduktion der Bestände führt zu einer Reduktion der zu bewältigenden Umschläge. Daher ist es möglich, dass eine Lösung mit einer höheren Anzahl Gassen, aber günstigerer Automatisierungstechnik global geringere Kosten hervorruft als eine Lösung mit weniger Gassen.

Reduziert man die Lösung um eine Gasse ( $S_2(\mathcal{B})$ ), müssen alle Artikel, die in dieser Gasse sind, auf die verbleibenden Gassen verteilt werden (Modell (5.104)). Hierbei werden die zu lagernden Artikelmenngen gleichmäßig über alle verbleibenden Gassen verteilt (5.104c), wobei doppeltiefe Gassen doppelt belastet werden, um die Gleichheit der Gassenform beizubehalten. Da nun eine Gasse weniger zur Verfügung steht, reduziert sich ebenfalls der Nenner für die relativen Verhältnisse (Zusammenhang (5.104e)), in welchem die zu entfernende Gasse nicht betrachtet wird.

$$S_2(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.104a)$$

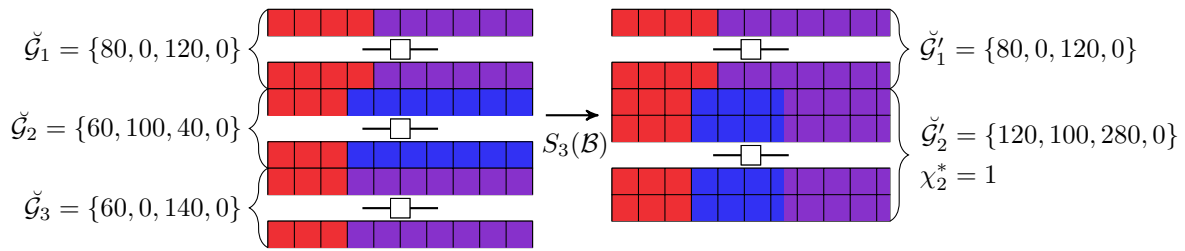
$$S_2(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.104b)$$

$$\chi^{C'} = \left\{ \chi_{i,j}^C + (1 + \chi_i^*) \cdot \frac{\chi_{n,j}^C}{n^*} \mid \forall i : 0 < i < n - 1, \forall j : 0 < j \leq M \right\} \setminus \underbrace{\{ \chi_{n,j} \mid \forall j : 0 < j \leq M \}}_{\text{Entfernte Gasse } G_n} \quad (5.104c)$$

$$\chi^{*'} = \chi^* \setminus \chi_n^* \quad (5.104d)$$

$$n^* = n - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \chi_i^* \quad (5.104e)$$

Wenn es möglich ist, eine Gasse zu entfernen, werden die Grund- und Regalkosten sowie die Kosten für ein Regalbediengerät zu Lasten der anderen Gassen eliminiert. Tendenziell sind die Mehrkosten für leistungsfähigere Regalbediengeräte jedoch niedriger als die Kosten einer ganzen Gasse – entsprechend vielversprechend ist die Ausnutzung dieser Strategie.



**Abbildung 5.28:** Strategische Transformation  $S_3(\mathcal{B})$  mit der Fusion der beiden Gassen  $G_2$  und  $G_3$  zu einer doppeltiefen Gasse  $G'_2$

Es muss möglich sein, doppeltiefe Gassen zu bilden. Da in einer doppeltiefen Gasse doppelt so viele Stellplätze zur Verfügung stehen wie in einer einfachtiefen, werden zwei bestehende einfachtiefe Gassen  $G_n$  und  $G_{n-1}$  zu einer doppeltiefen Gasse fusioniert (Modell (5.105)). Durch den Wegfall von  $G_n$  ändert sich die Gassenanzahl bei Strategie ( $S_3(\mathcal{B})$ ) ebenfalls. Im Gegensatz zu den Strategien  $S_1(\mathcal{B})$  und  $S_2(\mathcal{B})$  wird die Zuordnung der Artikelgruppen für die restlichen Gassen nicht manipuliert, sondern nur für die zu bildende doppeltiefe Gasse  $G_{n-1}$  (5.105d). Zusätzlich muss die entsprechende Entscheidungsvariable für die doppeltiefe Gasse angepasst werden (5.105e).

$$S_3(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.105a)$$

$$S_3(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.105b)$$

$$\chi^{C'} = \{ \chi_{i,j}^C \mid \forall i : 0 < i < n-1, \forall j : 0 < j \leq M \} \quad (5.105c)$$

$$\cup \{ \chi_{n-1,m} + \chi_{n,m} \mid \forall j : 0 < j \leq M \} \\ \setminus \underbrace{ \{ \chi_{n,j} \mid \forall j : 0 < j \leq m \} }_{\text{Entfernte Gasse } G_n} \quad (5.105d)$$

$$\chi^{*'} = \chi^* \setminus \{ \chi_{n-1}^*, \chi_n^* \} \cup \{ 1 \} \quad (5.105e)$$

Während bei ( $S_2(\mathcal{B})$ ) theoretisch eine Kostensteigerung (durch die Vergrößerung aller anderen Gassen sowie der Leistungsfähigkeit anderer Regalbediengeräte) möglich ist, werden bei einer doppeltiefen Auslegung die Bestände der anderen Gassen nur um eine Korrektur des Lagerfüllgrades der doppeltiefen Gasse verändert und die geforderte Leistung an die doppeltiefe Gasse erhöht (um die Summe der Umschläge der fusionierten Gassen). Wenn eine doppeltiefe Gasse durch ein Regalbediengerät betrieben werden kann, ist die Chance einer Kostensenkung durch  $S_3(\mathcal{B})$  vergleichsweise hoch.

### 5.2.6.2 Manipulation der Artikelverteilung über gegebene Gassen

Im Gegensatz zur Manipulation der Gassenanzahl soll eine Veränderung der Artikelverteilung ausschließlich die zu erzielenden Umschlagsanforderungen für je zwei gewählte Gassen alternieren. Das Ziel hierbei ist zum einen der Wechsel zu günstigeren Regalbediengeräten und zum anderen die Ermöglichung gültiger Wechsel mit  $S_2(\mathcal{B})$  und  $S_3(\mathcal{B})$ . Es wird jeweils gezielt auf zwei Gassen eingewirkt, bei denen eine Veränderung vielversprechend ist. Hierzu wird die relative Auslastung des durch die letzte Bewertung gewählten Regalbediengerätes einer Gasse  $f(n)$  einbezogen. Da die Vertauschungsoperation bei allen Strategien dieselbe ist und nur die Gassen sowie die zu tauschenden Artikelgruppen unterschiedlich gewählt werden, erfolgt die Manipulation nach Modell (5.106). Die Artikelzuordnung einer zu belastenden Gasse ( $G_{n+}$ ) wird jeweils durch die Erhöhung der Zuordnung einer Artikelgruppe ( $m+$ ) vorgenommen und umgekehrt (5.106c). Die Anzahl der Gassen sowie die Doppeltiefe der Gassen bleiben hiervon unberührt (5.106b).

$$S_{4-6}(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.106a)$$

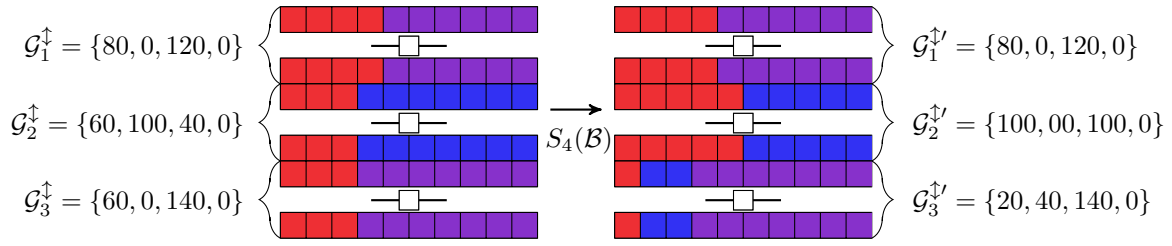
$$S_{4-6}(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^* \rangle \quad (5.106b)$$

$$\chi_{i,j}^{C'} = \begin{cases} \chi_{i,j}^C + \Delta m^+ & , \text{ wenn } i = n^+ \wedge j = m^+ \\ \chi_{i,j}^C - \Delta m^- & , \text{ wenn } i = n^+ \wedge j = m^- \\ \chi_{i,j}^C - \Delta m^+ & , \text{ wenn } i = n^- \wedge j = m^+ \\ \chi_{i,j}^C + \Delta m^- & , \text{ wenn } i = n^- \wedge j = m^- \\ \chi_{i,j}^C & , \text{ sonst} \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall i : 0 < i \leq N, \\ \forall j : 0 < j \leq M \end{matrix} \quad (5.106c)$$

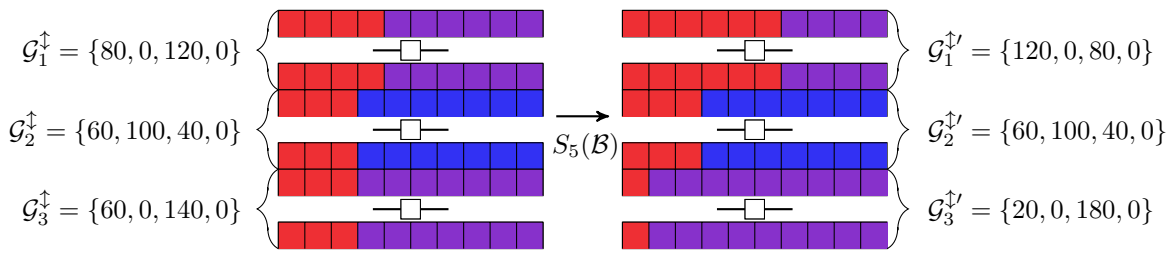
$S_4(\mathcal{B})$  zielt darauf ab, den Umschlag einer Gasse zu reduzieren, deren Regalbediengerät nicht bereits das günstigste und nicht vollständig ausgelastet ist. Durch eine weitere Entlastung ist es möglich, dass eine gültige Lösung mit geringeren Kosten für die Regalbediengeräte gefunden wird. Für die Gasse ( $G_{n-}$ ), in welcher  $f(n)$  minimal ist (5.107a), findet eine Entlastung statt. Belastet wird jene Gasse ( $G_{n+}$ ), in welcher  $f(n)$  am zweitniedrigsten ist (5.107b). Der Ausgleich wird hergestellt, indem ein zufälliger Anteil der umschlagsstärksten Artikelgruppe ( $m+$ ) aus  $G_{n-}$  (5.107c) gegen die gleiche Anzahl Ladungsträger der umschlagsschwächsten Artikelgruppe ( $m-$ ) aus  $G_{n+}$  getauscht wird (5.107d). Die Menge der zu tauschenden Gruppen darf hierbei nicht höher sein als der Bestand der betrachteten Gassen (5.107e). Der relative Anteil, der schließlich angepasst wird, bestimmt sich nach Gleichung (5.107f).

$$n^- = \arg \min_{0 < i \leq N} f(i) \quad (5.107a)$$

$$n^+ = \arg \min_{0 < i \leq N, i \neq n^-} f(i) \quad (5.107b)$$



**Abbildung 5.29:** Strategische Transformation  $S_4(\mathcal{B})$  mit dem Ziel der Entlastung von Gasse  $G_3$



**Abbildung 5.30:** Strategische Transformation  $S_5(\mathcal{B})$  mit dem Ziel der Belastung von Gasse  $G_1$

$$m^+ = \arg \max_{0 < i \leq M} G_{n^-,i}^\uparrow \quad (5.107c)$$

$$m^- = \arg \min_{0 < i \leq M} G_{n^+,i}^\uparrow \quad (5.107d)$$

$$\check{\Delta} = \text{random}(\check{\Delta}_{\min}, \min(\check{G}_{n^+,m^-}, \check{G}_{n^-,m^+})) \quad (5.107e)$$

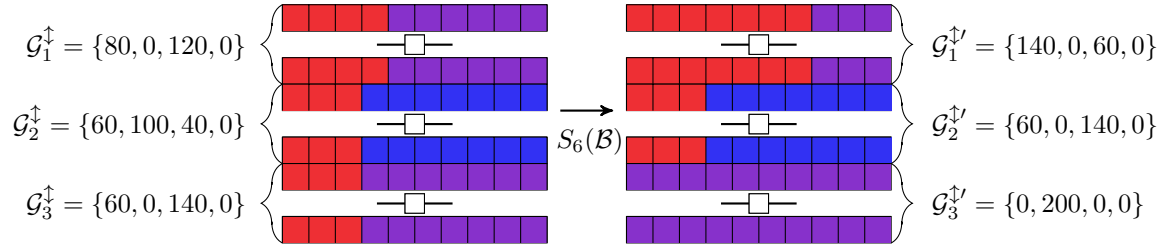
$$\Delta m^+ = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^+}}} \quad \Delta m^- = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^-}}} \quad (5.107f)$$

Während Strategie  $S_4(\mathcal{B})$  dazu dient, unmittelbar günstigere Lösungen zu erzielen, wird Strategie  $S_5(\mathcal{B})$  angewendet, um gezielt Schnellläuferbereiche einzurichten. Zu diesem Zweck wird ein Anteil der hochfrequenten Artikelgruppe  $m^+$  (5.108c) aus einer zufälligen Gasse  $G_{n^-}$  (5.108b) auf die ohnehin am stärksten belastete Gasse  $G_{n^+}$  umverteilt (5.108a). Als Ausgleich werden Anteile einer weniger verwendeten Gruppe  $m^-$  aus  $G_{n^+}$  entfernt (5.108d).

$$n^+ = \arg \max_{0 < i \leq N} f(i) \quad (5.108a)$$

$$n^- = \text{random}(1; N) \neq n^+ \quad (5.108b)$$

$$m^+ = \arg \max_{0 < i \leq M} G_{n^-,i}^\uparrow \quad (5.108c)$$



**Abbildung 5.31:** Strategische Transformation  $S_6(\mathcal{B})$  mit dem Ziel einer zufälligen vollständigen Neuordnung eines Clusters

$$m^- = \arg \min_{0 < i \leq M} G_{n^+, i}^{\uparrow} \quad (5.108d)$$

$$\check{\Delta} = \text{random}(\check{\Delta}_{\min}, \min(\check{G}_{n^+, m^+}, \check{G}_{n^-, m^-})) \quad (5.108e)$$

$$\Delta m^+ = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^+}}} \quad \Delta m^- = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^-}}} \quad (5.108f)$$

Im Gegensatz zu den anderen Strategien verfolgt  $S_6(\mathcal{B})$  keinen zielgerichteten Ansatz. Stattdessen werden zufällige Reallokationen zweier Artikelgruppen zwischen zwei Gassen durchgeführt. Hierbei werden sowohl die Gassen  $G_{n^+}$  und  $G_{n^-}$  wie auch die zu verlagernden Artikelgruppen  $m^+$  und  $m^-$  zufällig ausgewählt. Anders als in  $S_4(\mathcal{B})$  und  $S_5(\mathcal{B})$  wird jedoch keine zufällige Menge umgelegt. Stattdessen forciert (5.109e) eine vollständige Verlagerung von  $m^+$  oder  $m^-$  in eine andere Gasse, um auch das Entfernen einzelner Gruppen aus Gassen abzubilden. Dies dient zum Lösen aus lokalen Minima, welche durch nicht beachtete Kombinationen der anderen Strategien auftreten können.

$$n^+ = \text{random}(1; N) \quad (5.109a)$$

$$n^- = \text{random}(1; N) \neq n^+ \quad (5.109b)$$

$$m^+ = \text{random}(1; M), \chi_{n^+, m^+} \neq 0 \quad (5.109c)$$

$$m^- = \text{random}(1; M) \neq m^+, \chi_{n^-, m^-} \neq 0 \quad (5.109d)$$

$$\check{\Delta} = \min(\check{G}_{n^+, m^+}, \check{G}_{n^-, m^-}) \quad (5.109e)$$

$$\Delta m^+ = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^+}}} \quad \Delta m^- = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^-}}} \quad (5.109f)$$

### 5.2.6.3 Vollständige Heuristik

Um das Vorgehen einer lokalen Suche um die vorgestellten Strategien zu erweitern, muss entschieden werden, wann welche Strategie Anwendung findet. Zusätzlich ist neben einer zufälligen Allokation bis hier keine geeignete Initialallokation und kein Abbruchkriterium

beschrieben worden. Die Heuristik wird daher in drei Phasen eingeteilt. Zunächst wird anhand einer Leistungsapproximation für den nichtzonierten Fall eine Initiallösung gebildet, welche für ein zufällig gewähltes Regalbediengerät eine ausreichende Umschlagsleistung garantiert. Diese Initiallösung ist möglicherweise nicht gültig, da entweder zu große oder zu viele Gassen gebildet werden. In einer zweiten Phase wird daraufhin nur mit den Strategien 1–3 eine gültige Lösung gesucht. Wenn keine Verbesserungen mehr mit diesen Strategien erzielt werden, wird anhand der eigentlichen lokalen Suche versucht, weitere lokale Optima aufzudecken.

**Phase 1 – Initialisierung** Die Initialisierung bedient sich der in 3.2.2 vorgestellten Approximationsmodelle der Leistungsfähigkeit eines Regalbediengerätes für den Fall einer einfachtiefen Gasse, die mit einem Regalbediengerät betrieben wird, das nur ein Lastaufnahmemittel besitzt und eine chaotische Lagerstrategie verfolgt. Gegebenenfalls definierte Verschiebungen der Übergabepunkte werden ebenfalls nicht berücksichtigt, stattdessen wird ein Übergabepunkt in der unteren Ecke der Regalwand angenommen. Es werden nur Gassenformen berücksichtigt, in denen die Isosynchronegerade des Regalbediengerätes einen oberen Eckpunkt schneidet ( $b = 1$ ). Kombinierte Spiele sind hierbei erlaubt.

Als Leistungsapproximationsfunktion wird der ordnungsstatistische Ansatz nach Bozer gewählt, dieser erzielt für den gegebenen Spezialfall nahezu exakte Resultate.<sup>26</sup> Die erwartete Fahrdauer eines kombinierten Spiels (5.111) lässt sich durch die Festlegung des Regalwandparameters  $b = 1$  ausschließlich aus der Fahrzeit des Regalbediengerätes bis zu einem Ende der Gasse ermitteln.<sup>27</sup> Die erwartete Umschlagsleistung ergibt sich analog zu den in Abschnitt 5.1.3 vorgestellten Modellen.  $T_{n,o}$  beschreibt den Denormierungsfaktor für die Bestimmung der tatsächlichen Fahrzeit in der Regalfront (Formel (5.110)).

$$T_{n,o} = \frac{d_{S^\downarrow(x_{\max},0)}^x}{R_o^{v_x}} \quad (5.110)$$

$$\begin{aligned} G_{n,o}^{\text{ds}} &= \left( \frac{4}{3} + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{30}b^3 \right) \cdot T_{n,o} \\ &= \frac{27}{15} \cdot T_{n,o} \end{aligned} \quad (5.111)$$

$$U_{n,o}^{\text{ds}} = \frac{3600}{2 \cdot G_{n,o}^{\text{ds}}} \quad (5.112)$$

Anhand dieser Umschlagsleistungskalkulation lässt sich die minimal benötigte Anzahl Gassen für dieses Regalbediengerät iterativ ermitteln. Für jeden Ladungsträgertyp wird, von einer einzelnen Gasse ausgehend ( $\mathcal{B} = \langle \chi^C, \chi^* \rangle = \langle \{1, 1, 1, \dots, 1\}, \{0\} \rangle$ ), so lange eine

<sup>26</sup>Vgl. [BW84, S. 337].

<sup>27</sup>Da in späteren Schritten ohnehin exakte Werte bestimmt werden, wird hier auf eine Korrektur der Werte um die Beschleunigungseigenschaften des Regalbediengerätes verzichtet.

Gasse hinzugefügt (Strategie  $S_1$ ), bis die Leistungsfähigkeit ausreicht. Nach der ersten Iteration gilt daher  $\mathcal{B} = \langle \chi^C, \chi^* \rangle = \langle \{\{0.5, 0.5, 0.5, \dots, 0.5\}, \{0.5, 0.5, 0.5, \dots, 0.5\}\}, \{0, 0\} \rangle$ . Das Vorgehen der Initialisierung ist in Algorithmus 5.2 ausgeführt. Die Initialisierung ist abgeschlossen, wenn für jeden Ladungsträger ein gültiges  $\mathcal{B}$  gefunden ist.

---

**Algorithmus 5.2 :** Eröffnungsprozedur zur Bestimmung einer leistungsfähigen Initiallösung

---

**Eingabe :** Zu lagernde Cluster  $\mathcal{C} = C_1, \dots, C_M$ , verwendbare Regalbediengeräte  $\mathcal{R}$

**Ausgabe :** Leistungsmäßig gültige Initiallösung  $\mathcal{B}_{init}$

---

```

1  $\mathcal{B}_{init} \leftarrow \langle \{1, 1, 1, \dots, 1\}, \{1\} \rangle$ 
2  $o \leftarrow \text{random}(|\mathcal{R}|)$ 
3  $G_1^{|\updownarrow|} \leftarrow \sum_j^M E_{C_j}^\downarrow + \sum_j^M E_{C_j}^\uparrow$ 
4 while  $G_1^{|\updownarrow|} < U_{1,o}^{ds}$  do
5    $\mathcal{B}_{init} \leftarrow S_1(\mathcal{B}_{init})$ 
6    $G_1^{|\updownarrow|} \leftarrow \sum_j^M \chi_{1,j} \cdot E_{C_j}^\downarrow + \sum_j^M \chi_{1,j} \cdot E_{C_j}^\uparrow$ 
7 end
```

---

**Phase 2 – Suche nach gültiger Lösung und Verbesserung der Startlösung** Es ist möglich, dass die so gefundene Initiallösung nicht gültig ist. Da nur die Leistungsrestriktion beachtet wurde, können alle anderen Restriktionen verletzt sein. Ist es nicht möglich, eine nach Modell (5.101) gültige Lösung zu ermitteln, werden in Abhängigkeit der verletzten Restriktion weitere Manipulationen an der Anzahl der Gassen vorgenommen (siehe Algorithmus 5.3). Ist die Breite aller Gassen größer als die globale Formatrestriktion  $B^Z$ , wird eine Gasse entfernt (Strategie  $S_2$ ). Ist  $B^Z$  erfüllt, aber keine gültige Höhe  $y$  realisierbar, muss die Anzahl der Gassen erhöht werden, um die Größe jeder einzelnen Gasse zu reduzieren. Durch die zufällige Selektion eines Regalbediengerätes und die Beachtung von  $G_{n,o,y}^U$  kann es sein, dass die gefundene Lösung eine zu hohe Umschlagsleistung besitzt.

Da alle Gassen eines Ladungsträgers die gleiche Artikelverteilung aufweisen, kann für eine Gasse geprüft werden, ob diese doppeltief ausgelegt werden kann ( $S_3$ ). Ist dies möglich, wird diese Manipulation als zusätzlicher Schritt für alle Gassen durchgeführt.

**Phase 3 – Suche nach lokalen Optima** Wenn bis jetzt keine gültige Lösung gefunden wurde, ist es möglich, dass durch eine Reallokation der Artikel eine gültige Lösung zustande kommt. Da die Strategien 1–3 nicht ausreichen, um eine gültige Startlösung zu ermitteln, wird eine lokale Suche mit den Strategien 4–6 durchgeführt. Terminiert diese ohne eine gültige Lösung, wird angenommen, dass das Problem nicht lösbar ist.

Ausgehend von einer gültigen Lösung, wird zufällig eine der sechs möglichen Strategien angewendet, um weitere, geeignetere lokale Optima zu finden. Jede ermittelte Belegung



---

**Algorithmus 5.3** : Eröffnungsstrategie der Heuristik

---

**Eingabe** : Initiallösung  $\mathcal{B}^{\text{init}}$ **Ausgabe** : Verbesserte Initiallösung  $\mathcal{B}$ 

```

1  $z \leftarrow \infty$ 
2  $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}^{\text{init}}$ 
3 while  $z > B^z \wedge |\mathcal{G}| > 1$  do
4    $z \leftarrow \sum_{i=1}^n G_i^z$ 
5    $\mathcal{B} \leftarrow S_2(\mathcal{B})$                                      // Gasse entfernen
6 end
7 while  $z > B^z \wedge c(\mathcal{B}) = \infty$  do
8    $z \leftarrow \sum_{i=1}^n G_i^z$ 
9    $\mathcal{B} \leftarrow S_1(\mathcal{B})$                                      // Gasse hinzufügen
10 end
11 if  $c(S_3(\mathcal{B})) < \infty$  then
12   for  $i \leftarrow 1$  to  $\lfloor \frac{|\mathcal{G}|}{2} \rfloor$  do
13     // Je zwei Gassen zu einer doppeltiefen Gasse fusionieren
14      $\mathcal{B} \leftarrow S_3(\mathcal{B})$ 
15   end
16 end

```

---

$\mathcal{B}'$  wird durch die Zielfunktion in Modell (5.101) bewertet. Jede Verbesserung wird unmittelbar übernommen. Um lokale Optima zu verlassen, die mehr als einen Iterationsschritt von einer besseren Lösung entfernt sind, wird vergleichbar zum Vorgehen beim Simulated-Annealing-Verfahren mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit eine schlechtere Lösung akzeptiert. Im Gegensatz zu den Annahmen beim Simulated Annealing kann jedoch keine Korrelation zwischen der Höhe der Kostenänderungen zweier Lösungen und dem Fortschritt der Heuristik unterstellt werden. So können mehrere Entlastungsschritte einer Gasse ohne Verbesserung bleiben, jedoch zu einer gültigen Doppeltiefenauslegung dieser Gasse führen, was in einem Sprung in den Gesamtkosten resultiert. Das Verbleiben in einem lokalen Optimum führt stattdessen zu einer steigenden Wahrscheinlichkeit für einen Verschlechterungsschritt, welcher wiederum untersucht wird, als wäre er das aktuelle Optimum.

**Abbruchkriterium** Wie vorangehend beschrieben, kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Bewertung der Lösungen mit Fortschreiten der Heuristik einem funktionalen Zusammenhang folgt. Entsprechend schwierig ist es, zu einem beliebigen Zeitpunkt eine Aussage über die Qualität des aktuellen Zustandes der Heuristik zu treffen. Als Abbruchkriterium wird daher die Annahme getroffen, dass bei einer definierten Anzahl fehlgeschlagener Iterationen auch weiterhin keine bessere Lösung gefunden wird. Um die

**Algorithmus 5.4 :** Angepasste lokale Suche

**Eingabe :** Artikelcluster  $\mathcal{C}$ , verfügbare Regalbediengeräte  $\mathcal{R}$ , Anzahl der Iterationen ohne lokale Verbesserung  $w^{\max}$ , Anzahl der Suchläufe ohne globale Verbesserung  $a^{\max}$

**Ausgabe :** Beste gefundene Lösung für Anzahl der Gassen und Artikelverteilung

```

// Initialisierung:
1  $\mathcal{B} \leftarrow \text{InitAssignment}(\mathcal{G}, \mathcal{R})$ 
2  $\mathcal{B}^{\text{opt}} \leftarrow \mathcal{B}, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}$ 
3  $w \leftarrow 0$ 
4  $a \leftarrow 0$ 
// Suche:
5 while  $a < a^{\max}$  do
6      $d \leftarrow \text{random}(1, 6)$                                 // Strategie wählen
7      $\mathcal{B}' \leftarrow S_d(\mathcal{B})$ 
8     if  $c(\mathcal{B}') \leq c(\mathcal{B})$  then
9         if  $c(\mathcal{B}') \leq c(\mathcal{B}^{\text{opt}})$  then
10              $\mathcal{B}^{\text{opt}} \leftarrow \mathcal{B}'$                         // Neues globales Optimum
11              $a \leftarrow 0$ 
12              $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'$ 
13     else
14         if  $\text{random}(0, w) > w^{\max}$  then
15              $w \leftarrow 0$                                 // Schlechtere Lösung akzeptieren
16              $a \leftarrow a + 1$ 
17              $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'$ 
18         else
19              $w \leftarrow w + 1$                             // Iteration ohne Änderung
20 end

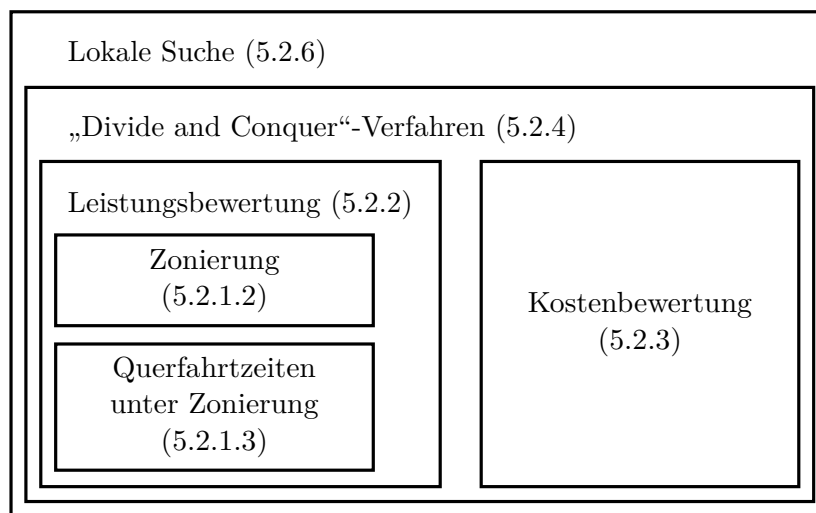
```

Suche aus einem lokalen Optimum heraus nicht abubrechen, wird als Abbruchkriterium die vergebliche Überprüfung einer festgelegten Anzahl ohne den Wechsel auf ein besseres lokales Optimum gewählt. Algorithmus 5.4 zeigt den vollständigen Ablauf der lokalen Suche.

### 5.2.7 Zusammenfassung der Layoutoptimierung

Basierend auf den Ergebnissen aus Abschnitt 5.1, wurde vorangehend ein Modell für die Festlegung aller Größen dargestellt, die beim Grob-Layout eines automatischen Lagers benötigt werden.

Während die lokale Suche zur Ermittlung lokaler Optima aufgrund der Vielzahl möglicher Verteilungen der Artikel auf die Gassen nicht zwangsläufig ein globales Optimum findet, liefern alle untergeordneten Bausteine exakte und global optimale Ergebnisse.



**Abbildung 5.32:** Zusammenfassung der Layoutoptimierung

Nimmt man an, dass über alle Gassen eines Ladungsträgers eine Gleichverteilung der Artikel erhalten wird, lässt sich dieses Problem durch eine vollständige Enumeration mittels der Strategien  $S_1 - S_3$  ebenfalls global optimal lösen.

Abbildung 5.32 zeigt die konzeptionelle Zusammenführung der beschriebenen Elemente. Jeder Baustein des Verfahrens greift hierbei auf die untergeordneten Modelle zurück. So nutzt die lokale Suche, welche über die Anzahl der Gassen, die Doppeltiefe der Gassen und die Verteilung der Artikel über die Gassen entscheidet, für die Bewertung einer möglichen Belegung das „Divide and Conquer“-Verfahren in Abschnitt 5.2.4.

Das „Divide and Conquer“-Verfahren sucht nach der optimalen Zusammensetzung aus Regalbediengerät und Gassenform für jede einzelne Gasse und greift wiederum auf die entwickelten Methoden zur Zonierung der Regalfläche und zur Berechnung der Querfahrtzeiten unter dieser Zonierung zurück. In Abhängigkeit von den Entscheidungen der lokalen Suche (Lagertiefe und Artikelverteilung) und dem „Divide and Conquer“-Verfahren (Regalbediengerät und Gassenform) wird die mögliche Umschlagsleistung für den gegebenen Fall exakt bestimmt. Die für die lokale Suche resultierende Bewertung ist also immer die Summe der Kosten für die kostenminimalen, leistungsfähigen Teillösungen aller einzelnen Gassen.

## 5.3 Integrierte Betrachtung der Dimensionierung und Layoutoptimierung

In den vorhergehenden Kapiteln wurden zunächst die Bestimmung der Anforderungen und darauf aufbauend die Ermittlung einer optimalen Konfiguration eines Lagers, welches diese Anforderungen erfüllt, beschrieben. Einige Parameter, wie beispielsweise die Kosten für die Lagerung eines Artikels oder eines Ladungsträgers, lassen sich gegebenenfalls nicht a priori korrekt bestimmen. Sie sind von der Ausgestaltung des noch nicht geplanten und nicht realisierten Lagers abhängig und bei einer Schätzung möglicherweise fehlerbehaftet. Eine Querverteilung der Artikel, um Systemfehlern, vorzubeugen und somit eine Berücksichtigung von Zuverlässigkeitskriterien sowie eine Berücksichtigung alternativer Planungsszenarien wurden bis hier ebenfalls vernachlässigt. Um derartige Untersuchungen durchzuführen, sind zusätzliche Parameter und Modellanpassungen bzw. Modellerweiterungen notwendig, welche im Folgenden vorgestellt werden.

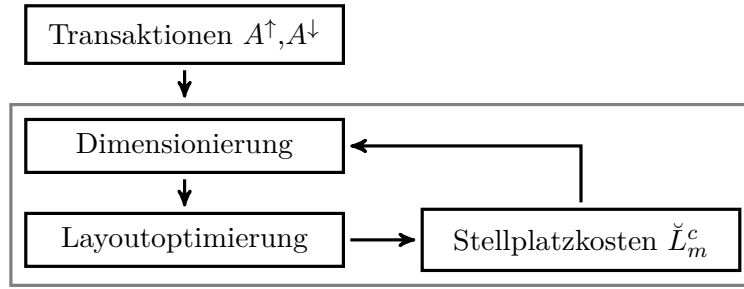
### 5.3.1 Integration der Optimierungsergebnisse in die Gruppenbildung

Der in Modell (5.10) verwendete Parameter  $L_m^c$  zur Beschreibung der Lagerkosten einer Ladungseinheit wurde in den vorangehenden Abschnitten als gegeben vorausgesetzt. Diese Kosten für die Lagerung einer Ladungseinheit sind jedoch von der Ausgestaltung des gesamten Lagers (insbesondere von den Kosten für die Fläche und Regalgestaltung) abhängig und lassen sich daher mit den Resultaten einer vorhergehenden Optimierung präzisieren (siehe Abbildung 5.33).

Die Selektion der Ladungsträger zur Ladungseinheitenbildung in Abschnitt 5.1.2 bezieht sich auf die Kosten in Relation zur Anzahl der benötigten Stellplätze. Da hier keine Umschlagshäufigkeit Betrachtung findet, sondern nur die kumulierten Kosten der Lagerung eines Ladungsträgers, lässt sich  $L_m^c$  nach Gleichung (5.113) bestimmen. Die Gesamtkosten für jeden Lagerbereich abzüglich der Kosten für die Fördertechnik werden gleichwertig auf die Menge der bereitgestellten Stellplätze aufgeteilt.

Kosten für alle Gassen des Ladungsträgers  $m$  bei optimaler Belegung von  $\chi_{n,o,y}^G$ :

$$G_m^c = \sum_{n \in \mathcal{N}_m} \sum_{y=B_m^y}^{B_m^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot G_{n,o,y}^c \quad (5.113a)$$



**Abbildung 5.33:** Integration der ermittelten Stellplatzkosten in die Ladungsträgerselektion

Reduzierte Kosten für Lagerfläche:

$$\check{G}_m^c = \sum_{n \in \mathcal{N}_m} \sum_{y=B_m^y}^{B_m^Y} \sum_{o=1}^O \chi_{n,o,y}^G \cdot (G_{n,o,y}^c - R_{n,o}^c) \quad (5.113b)$$

Kostenfaktor für einen Stellplatz des Ladungsträgers  $m$ :

$$\check{L}_m^c = \frac{\check{G}_m^c}{\check{E}_{L_m}} \quad (5.113c)$$

Betrachtet man zudem die Bildung der Ladungseinheiten in Abschnitt 5.2, wird deutlich, dass die Formulierung der Zuordnung von Artikeln zu Ladungsträgern (5.10) bei einer Auswahl aus vielen unterschiedlichen Lagerhilfsmitteln zu einer großen Anzahl von Gruppen führen kann. Bildet man für jeden gewählten Ladungsträgertyp mindestens eine Gasse, kann dies dazu führen, dass daraus eine Vielzahl kleiner Gassen mit schlechter Auslastung des Regalbediengerätes resultiert. Das Layoutproblem ist bei einer solchen Ladungsträgerauswahl durch die vielen Gassen und die damit einhergehende Breite des Systems gegebenenfalls unlösbar.

Eine Reformulierung des Modells unter Beachtung dieser Eigenschaft lässt sich anhand der ermittelten Kosten pro Stellplatz und pro Regalbediengerät vornehmen. Für jeden zusätzlich eingesetzten Ladungsträgertyp müssen die Kosten für ein weiteres Regalbediengerät sowie die Schnittstelle zum Fördersystem beachtet werden.

Minimale Kosten für Automatisierung des Ladungsträgers  $m$ :

$$G_m^{\uparrow c} = \{R_x^c | R_x^c \leq R_y^c, \forall y\} \quad (5.114)$$

Das erweiterte Modell (5.115) lässt sich wie folgt darstellen: Eine zusätzliche binäre Entscheidungsvariable  $\chi_m$  bildet die Auswahl eines Ladungsträgers (5.115d) ab und führt

zu zusätzlichen Fördertechnikkosten  $L_m^{\uparrow c}$  (5.115a), wenn ein Ladungsträger eingesetzt werden soll.

$$\min c = \sum_{m=1}^M \left( \sum_{n=1}^N \left( \chi_{m,n} \cdot \check{L}_m^c \cdot \left\lceil \frac{\check{E}_{A_n}}{A_n^{L_m}} \right\rceil \right) + \chi_m \cdot L_m^{\uparrow c} \right) \quad (5.115a)$$

u. B. d. N.:

$$1 = \sum_{m=1}^M \chi_{m,n}, \quad \forall n \quad (5.115b)$$

$$\chi_{m,n} \leq \chi_{m,n} \cdot A_n^{L_m}, \quad \forall m, n \quad (5.115c)$$

$$\chi_m \geq \chi_{m,n}, \quad \forall m, n \quad (5.115d)$$

$$\chi_{m,n} \in \{0, 1\}, \quad \forall m, n \quad (5.115e)$$

$$\chi_m \in \{0, 1\}, \quad \forall m, n \quad (5.115f)$$

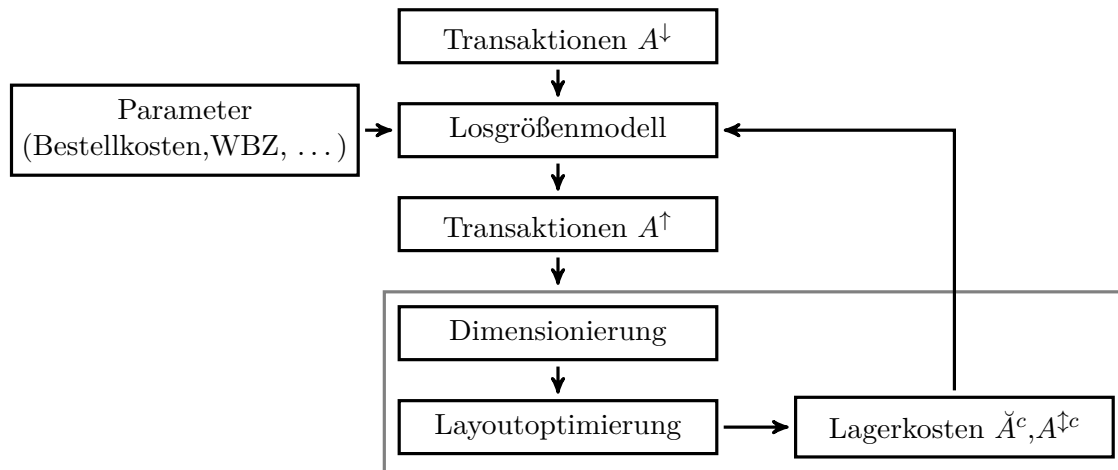
### 5.3.2 Iterative Verbesserung der Bestandsannahmen

Alle ermittelten Größen basieren auf den in Abschnitt 5.1.1 eingeführten eingehenden und ausgehenden Transaktionen. Für ausgehende Transaktionen wird stets davon ausgegangen, dass diese exogen ausgelöst werden und nicht manipuliert werden können. Wenn die eingehenden Transaktionen nicht ebenfalls gegeben sind, müssen diese durch geeignete Methoden, wie beispielsweise durch die Anwendung eines Losgrößenmodells, bestimmt werden.<sup>28</sup> Als Zielgröße wird hierbei ein optimales Verhältnis aus den Eingabedaten Bedarf, Bestellkosten und Lagerkosten gesucht.<sup>29</sup> Wenn initial keine adäquate Angabe der Lagerkosten möglich ist, da keine historischen Kosten für die Lagerung existieren (zum Beispiel bei einer vollständigen Neuplanung), müssen hier Schätzwerte zum Einsatz kommen.

Basierend auf diesen Schätzwerten, lassen sich die zu erwartenden Bestände und Umschläge für alle Artikel ermitteln. Wird nun für diese Größen ein Lagerlayout generiert, lassen sich die Kosten für dieses Layout wiederum anteilig auf die zu lagernden Artikel verteilen. Anhand dieser exakteren Lagerkosten pro Artikel kann daraufhin eine weitere Iteration mit realistischeren Bestandsdaten durchgeführt werden. Ebenso lassen sich die Auswirkungen eines alternativen Losgrößenmodells bzw. einer alternativen Bestellpolitik

<sup>28</sup>Eine adäquate Darstellung von unterschiedlichen Losgrößenproblemen sprengt den Rahmen dieser Arbeit. Die Modelle, die in Abschnitt 3.1 dargestellt wurden, sowie die Erweiterung von Tempelmaier [Tem06] für stochastische Umfelder werden daher zugrunde gelegt. Übersichten zum Losgrößenproblem finden sich unter anderem in [Ter94]; [BDNN06]; [AHH07]; [QK08]; [Sah10].

<sup>29</sup>In einem Lager für Erzeugnisse einer Produktion lassen sich die Bestellkosten durch die Rüstkosten substituieren. Es wird hierbei antizipiert, dass die Erzeugnisse schubweise bei jedem Rüstvorgang eingelagert werden.



**Abbildung 5.34:** Erweiterung um eine Losgrößenbetrachtung zur Ermittlung eines fehlenden Materialstroms

auf die Bestände und damit auf die Lagerkosten abschätzen. Die iterative Verbesserung der Losgrößen ist in Abbildung 5.34 dargestellt.

Für die Ermittlung der Lagerkosten eines Artikels werden die Kosten für den Lagerplatz  $\check{A}_m^c$  und diejenigen für den Umschlag  $A_m^{\uparrow c}$  getrennt ermittelt, um einem Artikel mit hohem Umschlag einen höheren Anteil der Aufwendungen für die Fördertechnik zuzuordnen. Da sich die Kosten nur auf Gassenbasis genau ermitteln lassen, werden diese zunächst gewichtet nach Zonen- (bzw. Cluster-)Anforderungen aufgeteilt. Diese Kosten für jeden Cluster  $(\check{C}_l^c, C_l^{\uparrow c})$  lassen sich daraufhin anteilig auf die zugeordneten Artikel weiterberechnen.

Im Rahmen der Losgrößenberechnung sind die Lagerkosten meist in Bezug auf einen Betrachtungszeitraum zu spezifizieren. Geht man vereinfachend davon aus, dass das Lager linear über einen Zeitraum von 15 Jahren<sup>30</sup> abgeschrieben wird, lassen sich die jährlichen Kosten für die Bereitstellung des Lagers ermitteln. Seien hierfür die Indizes für die Cluster, welche den Ladungsträger  $l$  enthalten, mit der Menge  $\mathcal{C}_l$  beschrieben und die Indizes der Artikel des Clusters  $n$  in der Menge  $\mathcal{A}_C$  zusammengefasst. Anhand des relativen Anteils eines Clusters an einem Ladungsträger beziehungsweise eines Artikels an einem Cluster lassen sich daraufhin die Lagerkosten für jeden Artikel bestimmen.

<sup>30</sup>Siehe [AfA00, S. 10].

Kosten für Cluster  $C_n$  in Ladungsträger  $l$ :

$$\check{C}_n^c = \frac{\check{C}_n}{\sum_{i \in C_l} \check{C}_i} \cdot \check{G}_l^c \quad (5.116a)$$

$$C_n^{\uparrow c} = \frac{C_n^{\uparrow}}{\sum_{i \in C_l} C_i^{\uparrow}} \cdot G_l^{\uparrow c} \quad (5.116b)$$

$$(5.116c)$$

Kosten für Artikel  $A_m$  in Cluster  $C_n$ :

$$\check{A}_m^c = \frac{\check{A}_m}{\sum_{i \in A_c} \check{A}_i} \cdot \check{C}_n^c \quad (5.116d)$$

$$A_m^{\uparrow c} = \frac{A_m^{\uparrow}}{\sum_{i \in A_c} A_i^{\uparrow}} \cdot C_n^{\uparrow c} \quad (5.116e)$$

$$A_m^c = \frac{A_m^{\uparrow c} + \check{A}_m^c}{AfA} \quad (5.116f)$$

### 5.3.3 Robuste Lösung für benachbarte Lastspitzen

Das beschriebene Vorgehen für die Planung antizipiert, dass ein nach den Anforderungen der umschlagsstärksten Stunde zoniertes Lager auch für alle anderen Stunden ausreichende Umschlagsleistung bereitstellt. Konstruiert man jedoch ein Problem, in welchem die Umschlagshäufigkeit einzelner Artikel sich in Abhängigkeit von der Uhrzeit stark verändert, ist es möglich, dass diese Annahme nicht erfüllt werden kann.

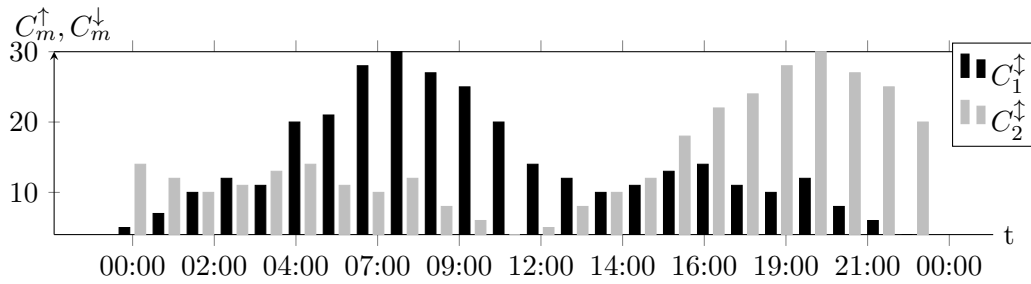
Zur Lösung dieser Problematik lassen sich zwei Ansätze beschreiben. Zum einen lässt sich unterstellen, dass die feste, artikelbezogene Zonierung in der Planung, im Betrieb des Lagers durch eine dynamische, umschlagsabhängige Strategie<sup>31</sup> ersetzt wird. Eine solche flexible Lagerstrategie ist in der Lage, ebendiese ungleichmäßigen Lastspitzen besser auszugleichen, erfordert jedoch detaillierte Kenntnisse über die Verweilzeiten aller Artikel im Lager.

Für eine robuste Planung lässt sich alternativ eine Lösung fordern, welche nicht nur einen schlimmsten Fall berücksichtigt, sondern mehrere unterschiedliche Umschlagsspitzen gleichzeitig. Die Methode zur Bestimmung einer optimalen Zonierung (5.2.1.2) muss dann entsprechend angepasst werden, wie im Folgenden beschrieben.

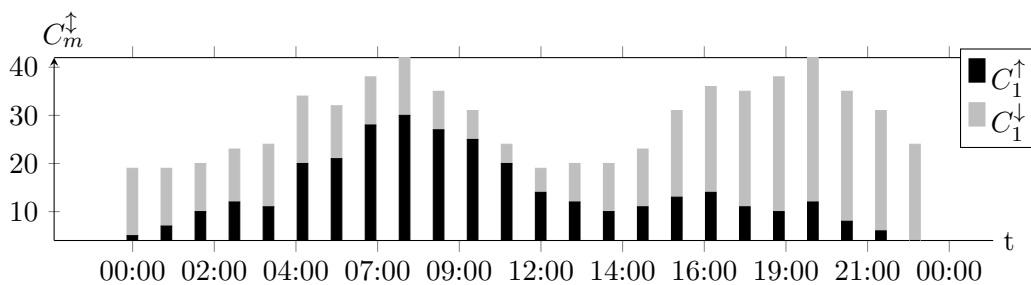
Während bis hier angenommen wurde, dass eine Artikelgruppe immer einen eindeutig höheren oder niedrigeren Umschlag aufweist als alle anderen Artikelgruppen, kann in Ausnahmefällen die Situation eintreten, dass unterschiedliche Artikelgruppen zu unterschiedlichen Zeiten ein reziprokes Verhalten aufweisen, wie dies in Abbildung 5.35 dargestellt ist. Führt man nur eine Layoutoptimierung für eines (im Beispiel schwarz) der beiden Maxima aus, lässt sich antizipieren, dass das resultierende Lager unter der

<sup>31</sup>Siehe [Gla08].





**Abbildung 5.35:** Gleichwertige Umschlagsbelastung durch unterschiedliche Artikelgruppen zu verschiedenen Zeitpunkten



**Abbildung 5.36:** Gleichwertige Umschlagsbelastung durch eine Artikelgruppe zu verschiedenen Zeitpunkten

resultierenden Zonierung die Belastung des anderen Maximums (im Beispiel grau) nicht bewältigen kann.

Analog lässt sich argumentieren, dass ein wechselhaftes Umschlagsverhalten einer einzelnen Artikelgruppe (zum Beispiel morgendlicher Artikeleingang und abendlicher Artikelausgang) bei einer Beschränkung der Betrachtung auf einen schlimmsten Fall zu einer Fehlplanung führen kann.

Während der Fall mehrerer Artikelgruppen mit konfliktbehafteten Gesamtumschlägen jede Art der Gassengestaltung betrifft, gilt dies bei mehrdeutigen Maxima der gleichen Artikelgruppe nicht zwangsläufig. Wird hier nur ein Übergabepunkt betrachtet, hat immer nur der Gesamtumschlag der Artikelgruppen Einfluss auf die Zuordnung der Artikelgruppe zu Zonen (höherer Gesamtumschlag = geringerer Spielzeitabstand zum Übergabepunkt). Dieser Gesamtumschlag ist bei der gleichen Artikelgruppe immer derselbe (siehe Abbildung 5.36) oder eindeutig größer als alle anderen Maxima. Es folgt, dass dieser Fall nur bei Lagern mit mehreren Übergabepunkten mit unterschiedlichen Flussrichtungen betrachtet werden muss.

Diese Überlegungen beeinflussen die Lagerleistung nur direkt bei der Zuordnung der Artikelgruppen zu Zonen und damit indirekt bei der Kalkulation jeder möglichen Fahrt in der Regalfläche (siehe Abschnitte 5.2.1.2 und 5.2.1.3). Geht man davon aus, dass für jeden Cluster  $m$  in Gasse  $n$  für verschiedene Perioden  $j \in [1; J]$  mehrere Umschlagskennwerte

$C_i^{\uparrow j}$  vorliegen, lässt sich dies durch eine Veränderung der Zugriffswahrscheinlichkeiten (Formel (5.117)) einbeziehen. Bestimmt man eine Gewichtung, welche auf den Mittelwerten der Umschlagskennwerte über alle einbezogenen Perioden basiert, werden Artikel mit einem stark schwankenden Umschlagsverhalten gegenüber Artikeln mit einem hohen, aber stabilen Umschlagsverhalten benachteiligt, um die oben genannten Schwierigkeiten zu reduzieren.

$$P(G_{n,m}^{\uparrow}) = \frac{\sum_{j=1}^J G_{n,m}^{\uparrow j}}{\sum_{j=1}^J G_n^{\uparrow j}} \quad (\text{Wahrscheinlichkeit einer Auslagerung von Gruppe } n) \quad (5.117a)$$

$$P(G_{n,m}^{\downarrow}) = \frac{\sum_{j=1}^J G_{n,m}^{\downarrow j}}{\sum_{j=1}^J G_n^{\downarrow j}} \quad (\text{Wahrscheinlichkeit einer Einlagerung von Gruppe } n) \quad (5.117b)$$

### 5.3.4 Erzielen von Zuverlässigkeitskriterien

In den vorgestellten Modellen ist die Betrachtung auf die Menge und den Umschlag der zu lagernden Güter sowie auf räumliche Restriktionen beschränkt. In der Praxis wird häufig zusätzlich ein mit einer geforderten Ausfallsicherheit  $SG^R$  garantierter Zugriff auf Artikel (bei Ausfall eines oder mehrerer Regalbediengeräte) gefordert. Nimmt man für ein Regalbediengerät  $R_o$  eine Ausfallwahrscheinlichkeit von  $R_o^A$  an, lässt sich bestimmen, auf wie viele Gassen jedes Gut verteilt werden muss. Hierbei muss zunächst sichergestellt werden, dass jedes Gut in ausreichender Menge gelagert wird, um eine solche Verteilung zu ermöglichen. Die Anzahl der benötigten Gassen  $g$  und damit der minimale Bestand für  $SG^R$  lassen sich nach Modell 5.118 ermitteln.

$$\min g \quad (5.118a)$$

u. B. d. N.:

$$(1 - R_o^A)^g \geq 1 - SG^R \quad (5.118b)$$

Die Modelle zur Verteilung der Artikel müssen zusätzlich derart angepasst werden, dass jeder Artikelcluster  $C$  maximal zu solchen Teilen auf die Gassen verteilt wird, dass eine Querverteilung aller Artikel ermöglicht wird. Dies impliziert zugleich eine minimale Anzahl Gassen. Um diesem Rechenschaft zu tragen, wird jeder Cluster in  $g$  Teilcluster gleicher Größe aufgeteilt, welche jeweils den  $g$ . Anteil jeden Artikels repräsentieren.

$$C_m = \langle \check{E}_{C_m}, E_{C_m}^\uparrow, E_{C_m}^\downarrow \rangle \rightarrow \{C_{m_1}, C_{m_2}, \dots, C_{m_g}\} \quad (5.119)$$

mit:

$$C_{m_i} = \left\langle \left\lceil \frac{\check{E}_{C_m}}{g} \right\rceil, \left\lceil \frac{E_{C_m}^\uparrow}{g} \right\rceil, \left\lceil \frac{E_{C_m}^\downarrow}{g} \right\rceil \right\rangle \quad (5.120)$$

Alle Modelle, welche die Zuordnung der Cluster zu Gassen  $\chi_{n,m}^C$  betrachten, müssen derart modifiziert werden, dass die künstlichen Teilcluster betrachtet werden ( $\chi_{n,m_i}^C$ ). Weiterhin muss eine zusätzliche Restriktion eingeführt werden, die berücksichtigt, dass sich zwei Teilcluster mit dem gleichen Hauptindex  $m$  niemals in derselben Gasse befinden dürfen.

$$\chi_{n,m_j}^C = 0, \text{ falls } \chi_{n,m_i}^C > 0 \quad , \forall i, j \in [1, g], i \neq j, \forall n \in [1 \dots N], \forall m \in [1 \dots M] \quad (5.121)$$

Im Rahmen der Lösungsheuristik wird eine Prüfung der Restriktionen nach einer Manipulation der Entscheidungsvariablen implizit angenommen. Zur Reduktion der Lösungszeit lassen sich zusätzliche Prüfungen auf Erfüllbarkeit in die Funktionen integrieren. Zum einen dürfen keine Gassen entfernt werden (Modell (5.122)), wenn dadurch die oben eingeführte Restriktion verletzt wird.<sup>32</sup>

$$S_2^*(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.122a)$$

$$S_2^*(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.122b)$$

$$\chi^{C'} = \begin{cases} \chi^C & , \text{ falls } N \leq g \\ \left\{ \chi_{i,j}^C + (1 + \chi_i^*) \cdot \frac{\chi_{n,j_k}^C}{n^*} \right. \\ \left. \begin{array}{l} \left| \forall i : 0 < i \leq n-1, \forall j : 0 < j \leq M, \forall k : 0 < k \leq g \right. \\ \left. \setminus \underbrace{\{ \chi_{n,j_k} \mid \forall j : 0 < j \leq M, \forall k : 0 < k \leq g \}}_{\text{Entfernte Gasse } G_n} \right\} \end{array} \right\} & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (5.122c)$$

$$\chi^{*'} = \begin{cases} \chi^C & , \text{ falls } N \leq g \\ \chi^* \setminus \chi_n^* & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (5.122d)$$

$$n^* = n - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \chi_i^* \quad (5.122e)$$

<sup>32</sup>Die Anpassung lässt sich analog für  $S_3^*(\mathcal{B})$  vornehmen.

Zum anderen dürfen keine Vertauschungen erfolgen, die Teilcluster  $(m^+, m^-)$  mit dem gleichen Hauptindex  $i$  auf die gleiche Gasse verteilen (Modell (5.123)). Zu diesem Zweck wird eine Hilfsvariable eingeführt, welche die Clusterkomponente  $i$  des Teilclusters  $i_j$  einer gewählten zu tauschenden Artikelgruppe bezeichnet  $(m^{i+}, m^{i-})$ , um eine Prüfung der anderen Teilcluster zu ermöglichen.

$$n^- = \arg \min_{0 < i \leq N} f(i) \quad (5.123a)$$

$$n^+ = \arg \min_{0 < i \leq N, i \neq n^+} f(i) \quad (5.123b)$$

$$m^+ = \arg \max_{0 < i \leq M, 0 < j \leq g} G_{n^-, i_j}^\uparrow \quad m^{i+} = \arg \max_{0 < i \leq M} G_{n^-, i_j}^\uparrow \quad \forall j : 0 < j \leq g \quad (5.123c)$$

$$m^- = \arg \min_{0 < i \leq M, 0 < j \leq g} G_{n^+, i_j}^\uparrow \quad m^{i-} = \arg \max_{0 < i \leq M} G_{n^+, i_j}^\uparrow \quad \forall j : 0 < j \leq g \quad (5.123d)$$

$$\check{\Delta} = \begin{cases} 0, & \text{falls } \exists j : 0 < j \leq g : G_{n^+, m_j^{i-}} > 0 \vee G_{n^-, m_j^{i+}} > 0 \\ \text{random}(\check{\Delta}_{\min}, \min(\check{G}_{n^+, m^-}, \check{G}_{n^-, m^+})) \end{cases} \quad (5.123e)$$

$$\Delta m^+ = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^+}}} \quad \Delta m^- = \frac{\check{\Delta}}{\check{E}_{C_{m^-}}} \quad (5.123f)$$

### 5.3.5 Fixierung und Vergleich von Ausbaustufen

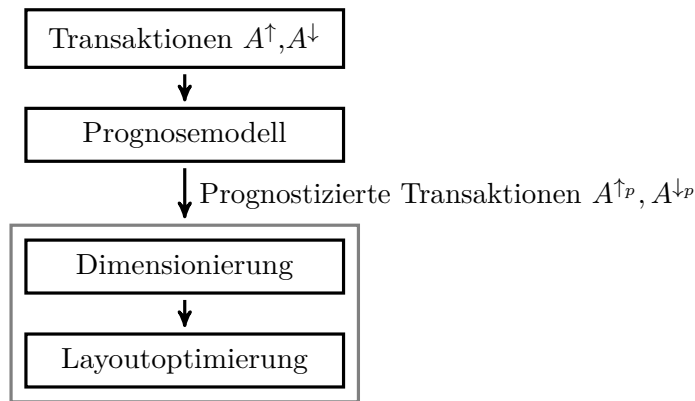
Die Anforderungsberechnung in Abschnitt 5.1 basiert auf als gegeben angenommenen historischen Daten. Die dort ermittelten Werte lassen sich zusätzlich mit durch ein Prognosemodell  $p(A^\uparrow, A^\downarrow) = (A^{\uparrow p}, A^{\downarrow p})$  ermittelten<sup>33</sup> Schätzwerten zukünftiger Abweichungen überlagern. So ist es möglich, die Anforderungen an das Lager initial höher anzusetzen und entsprechend ein größeres Lager zu entwerfen (siehe Abbildung 5.37).

Da der tatsächliche Eintritt einer solchen Prognose sich jedoch nicht mit Sicherheit vorhersagen lässt, wird gegebenenfalls ein mehrstufiger Bau eines solchen Lagers angestrebt.<sup>34</sup> Dieses Vorgehen sieht bereits beim initialen Bau Schnittstellen und ungenutzt bleibende Bereiche vor, in denen bei Eintritt steigender Anforderungen zusätzliche Regale und Regalbediengeräte installiert werden.

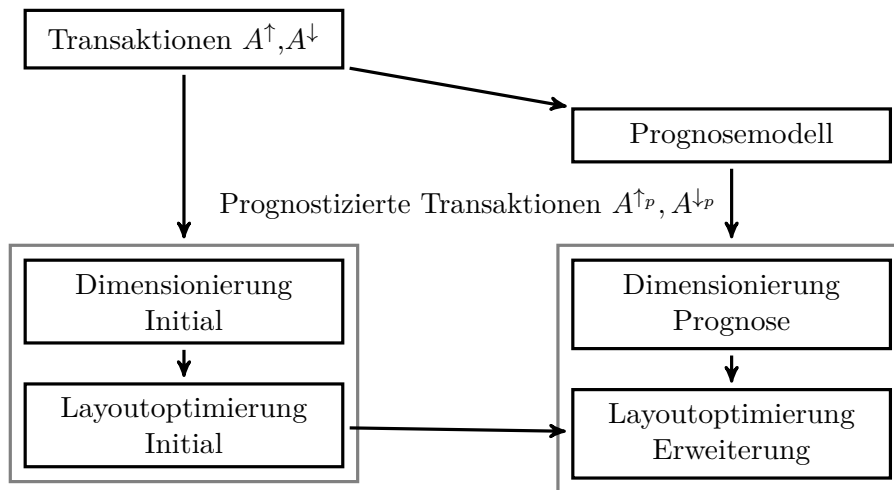
Zur Ermittlung möglicher Ausbaustufen ist es notwendig, zunächst für einen begrenzten Horizont die Gestaltung des initial zu errichtenden Lagers zu bestimmen. Da diese Installation bei einer zukünftigen Erweiterung nicht mehr (oder nur zu hohen Kosten)

<sup>33</sup>Die konkrete Ausgestaltung des Prognosemodells ist abhängig von der Datenlage und reicht von Expertenschätzungen bis zu Zeitreihenanalysen. Eine detaillierte Beschreibung ist für diese konzeptionellen Überlegungen nicht weiter relevant und wird daher vernachlässigt. Adaptierbare Ansätze finden sich beispielsweise in [Run10, S. 81–85] und [Mer14].

<sup>34</sup>Siehe [Sch68, S. 34].



**Abbildung 5.37:** Integration von Prognoseergebnissen in die Dimensionierung



**Abbildung 5.38:** Integration von Prognoseergebnissen zur Ermittlung möglicher Ausbaustufen

veränderlich ist, ist ein zusätzliches Modell notwendig, welches die Erweiterungen des Lagers zur Erfüllung der prognostizierten Daten beschreibt (siehe Abbildung 5.38).

Es ist ein integrierter Ansatz anzustreben, da eine zukünftige Reallokation der Zonen zu einer anderen Umschlagsleistung des gesamten Lager führen kann. Ausgehend von einer Lösung, die den aktuellen Anforderungen genügt, ist daher die Möglichkeit einer Umverteilung der Artikelcluster auch über die bestehenden Gassen bei einer Erweiterung des Lagers einzubeziehen. Dazu werden alle Variablen der ersten Lösung, welche sich durch eine Lagererweiterung nicht verändern dürfen, also die Höhe und Länge der Gassen  $y$  und deren Regalbediengeräte  $o$ , festgelegt und als restriktiver Parameter  $\chi_{n,o,y}^G$  betrachtet. Ebenso darf die Doppeltiefe  $\chi_n^*$  bestehender Gassen nicht manipuliert werden. Für die Layoutoptimierung der Lagererweiterung werden diese Variablen daher gegen die Entscheidungsvariablen  $\chi_{n,o,y}^{G,p}$  und  $\chi_n^{*,p}$  substituiert und zusätzliche Restriktionen eingeführt, welche für die initialen Gassen  $n \in [1, N]$  eine Veränderung verbieten, für

zukünftige Gassen  $n \in [N + 1, N^p]$  dagegen erlauben. Die Artikelverteilung  $\chi_{n,m}^C$  darf hingegen weiterhin über alle Gassen  $n \in [1, N^p]$  angepasst werden.

$$\chi_{n,o,y}^G = \chi_{n,o,y}^{G,p}, \quad , \forall n := 0 < n < N, \forall o, \forall y \quad (5.124a)$$

$$\chi_n^* = \chi_n^{*,p}, \quad , \forall n := 0 < n < N \quad (5.124b)$$

Diese Anforderungen lassen sich durch geringfügige Änderungen der Heuristik umsetzen: Die Heuristik darf für Lagererweiterungen nur weitere Gassen hinzufügen, innerhalb der Suche neu erstellte Gassen wieder entfernen ( $S_2^P$ ) und die Doppeltiefe neuer Gassen verändern ( $S_3^P$ ). Die Änderung in Modell (5.125) verhindert das Entfernen von Gassen, falls die Anzahl der Gassen in einer Änderungsiteration  $N^p$  die Anzahl der Gassen des Initialmodells  $N$  unterschreitet oder ihr gleicht. Analog darf die letzte Gasse in Modell (5.126) nur als doppeltief deklariert werden, falls diese neu hinzugefügt wurde  $N^p > N$ . Die Operationen zur Verteilung der Artikelcluster über alle Gassen müssen nicht verändert werden.

$$S_2^P(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.125a)$$

$$S_2^P(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.125b)$$

$$\chi^{C'} = \begin{cases} \chi^C, & \text{falls } N^p \leq N \\ \left\{ \chi_{i,j}^C + (1 + \chi_i^*) \cdot \frac{\chi_{n,jk}^C}{n^*} \right. \\ \quad \left| \forall i : 0 < i < n - 1, \forall j : 0 < j \leq M, \forall k : 0 < k \leq g \right. \\ \quad \left. \underbrace{\setminus \{ \chi_{n,jk} \mid \forall j : 0 < j \leq M, \forall k : 0 < k \leq g \}}_{\text{Entfernte Gasse } G_n} \right\}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.125c)$$

$$\chi^{*'} = \begin{cases} \chi^C, & \text{falls } N^p \leq N \\ \chi^* \setminus \chi_n^*, & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.125d)$$

$$n^* = n - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \chi_i^* \quad (5.125e)$$

$$S_3^P(\mathcal{B}) = \mathcal{B}' \quad (5.126a)$$

$$S_3^P(\langle \chi^C, \chi^* \rangle) = \langle \chi^{C'}, \chi^{*'} \rangle \quad (5.126b)$$

$$\chi^{C'} = \begin{cases} \chi^C & , \text{ falls } N^p \leq N \\ \left\{ \chi_{i,j}^C \mid \forall i : 0 < i < n-1, \forall j : 0 < j \leq M \right\} \\ \cup \{ \chi_{n-1,m} + \chi_{n,m} \mid \forall j : 0 < j \leq M \} \\ \setminus \underbrace{\{ \chi_{n,j} \mid \forall j : 0 < j \leq m \}}_{\text{Entfernte Gasse } G_n} & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (5.126c)$$

$$\chi^{*'} = \begin{cases} \chi^C & , \text{ falls } N^p \leq N \\ \chi^* \setminus \{ \chi_{n-1}^*, \chi_n^* \} \cup \{1\} & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (5.126d)$$





## 6 Realisierung und Evaluation

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Prototyp für die integrierte Planung automatischer Lagerysysteme implementiert, anhand dessen die Realisierbarkeit und Korrektheit des vorgestellten Konzeptes gezeigt werden sollen. Der umgesetzte Demonstrator ist analog zum Konzept in die Kernbereiche Dimensionierung und Layoutoptimierung aufgeteilt (siehe Abbildung 6.1) und wird vor der Evaluation der einzelnen Module kurz vorgestellt.



**Abbildung 6.1:** Startbildschirm des Prototyps

Auf Basis des Prototyps wird anschließend die Dimensionierung für unterschiedliche Szenarien durchgeführt. Zur Evaluation der Dimensionierung werden bewusst künstliche Datensätze generiert, welche für die unterschiedlichen Teile der Dimensionierung erkennbare und abgrenzbare Eigenschaften aufweisen.

Die Layoutoptimierung wird, um eine praxisgerechte Anwendbarkeit zu zeigen, nicht auf Basis der artifiziellen Datensätze der Dimensionierung durchgeführt. Stattdessen werden Kapazitätsanforderungen definiert, welche an ein bereits umgesetztes Projekt angelehnt sind und daher realistisch auftretende Anforderungen besser abbilden als zufällig generierte Daten.

Die Optimierungsmodelle aus Kapitel 5 sind teilweise nicht ohne lange Laufzeiten zu lösen. Daher werden im folgenden Kapitel technische Ansätze und algorithmische

Beschreibungen vorgestellt, die eine Reduktion der Berechnungszeit einzelner Modelle erlauben.

## 6.1 Prototypische Realisation der Dimensionierung

Die Hauptübersicht des Moduls zur Dimensionierung der benötigten Kapazitäten ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Auf der linken Seite des Bildschirms ist die Struktur abgebildet, welche sich durch die Assoziation von Artikeln zu Ladungsträgern und zu Clustern sowie zwischen Ladungsträgern untereinander und Clustern zu Ladungsträgern ergibt. Im rechten Bereich werden Informationen wie die Größe, der Kapazitätsfaktor, resultierende Kennzahlen sowie Visualisierungen der berechneten Verteilungen zum gewählten Element dargestellt.

Einem Planer ist es möglich, die Assoziationen der Artikel, Cluster und Ladungsträger manuell zu manipulieren und im rechten Bereich unmittelbar die Auswirkung auf den gewählten Knoten abzulesen. Oben rechts sind Auswahlmenüs realisiert, welche es ermöglichen, die in den Graphen dargestellten Verteilungen für ein Periodensystem auszuwählen. Im oberen Bereich der Benutzerschnittstelle können zusätzlich die gewünschten Servicegrade für Bestand ( $\check{S}G$ ) und Umschlag ( $SG \updownarrow$ ) definiert werden, was zu einer Neuberechnung der unten rechts abgebildeten Kennzahlen und Graphen führt.

Während in der Übersicht die den gewählten Servicegrad absichernden Verteilungen für alle Teilperioden des gewählten Periodensystems abgebildet sind, werden die den Berechnungen zugrunde liegenden Verteilungen im Reiter „Umschlag“ visualisiert (Abbildung 6.3). Für jeden getrennt betrachteten Aspekt des Umschlags (jeweils getrennt nach ein- und ausgehend die Anzahl der Transaktionen und die umgeschlagene Menge) wird in Abhängigkeit des gewählten Periodensystems und der gewählten Teilperiode die diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung abgebildet.

Die der Bestandsermittlung zugrunde liegenden Informationen werden im Reiter „Lagerbestand“ aggregiert. Auf Artikelbasis werden hier der aus den Transaktionen ermittelte Bestand sowie die daraus resultierende diskrete Verteilung der historischen Lagerbestände dargestellt. Erneut kann ein Benutzer oben rechts bestimmen, auf Basis welches Periodensystems und welcher Teilperiode die im oberen Graphen dargestellte Verteilung gebildet werden soll.

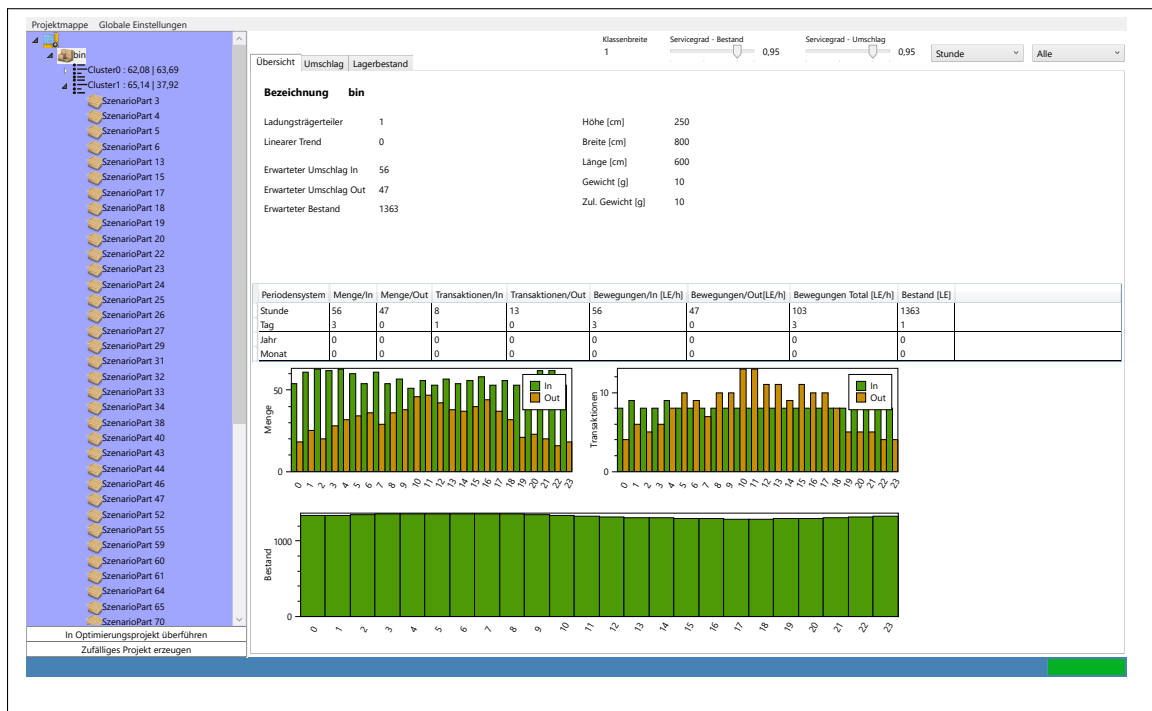


Abbildung 6.2: Übersicht der Dimensionierungsdaten

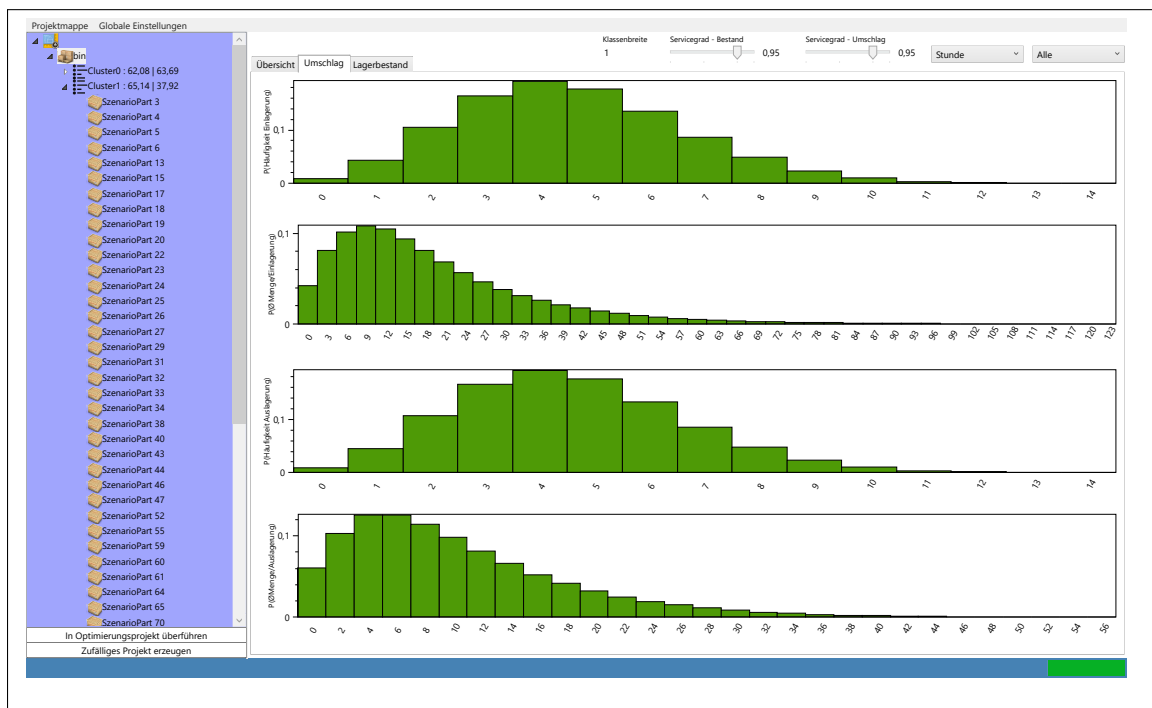


Abbildung 6.3: Visualisierung der Umschlagsverteilungen für einen Ladungsträger



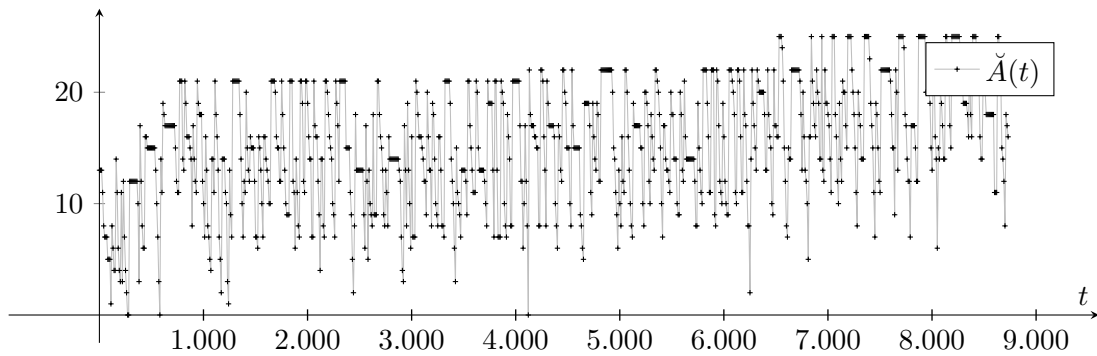
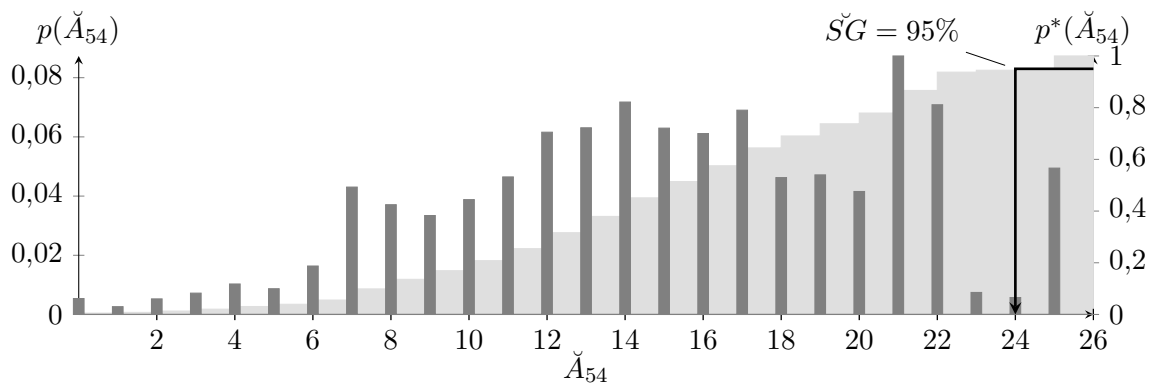
Abbildung 6.4: Visualisierung des Lagerbestandes für einen Artikel

## 6.2 Evaluation der Dimensionierung

Die Evaluation der Dimensionierung erfolgt abweichend zum in Abschnitt 5.1 beschriebenen Aufbau, da die Ermittlung des Umschlags und des Bestands nicht getrennt erfolgen. Zunächst wird im Folgenden auf die Analyse einzelner Artikel eingegangen. Anschließend wird das in Abschnitt 5.1.4 vorgestellte Konzept zur Integration unterschiedlicher Betrachtungslängen untersucht. Abschließend wird die Homogenisierung der Artikelstruktur durch Zuordnung von Artikeln zu Ladungsträgern und des Artikelverhaltens durch Bildung von Artikelgruppen vergleichbaren Verhaltens untersucht.

### 6.2.1 Analyse auf Artikelbasis

Zur Bewertung der Dimensionierung auf Artikelbasis werden zunächst zwei repräsentative Artikel ( $A_{54}$ ,  $A_{78}$ ) aus der Schnellläufergruppe betrachtet. Für Artikel  $A_{54}$  liegen 1657 Transaktionen für den betrachteten Zeitraum vor. Aus diesen Transaktionsdaten lässt sich nach Formel (5.1.1) die Zeitreihe der Lagerbestände bilden (Abbildung 6.5). Aufgrund der eingeführten Annahme, dass nur eine Anlieferung pro Tag durchgeführt wird, jedoch mehrere Lagerabgänge pro Tag möglich sind, resultiert ein sägezahnartiger Bestandsverlauf. Dieser ist nicht gleichmäßig, da die Bedarfe nicht in festen Intervallen auftreten.

Abbildung 6.5: Bestandsverlauf für Artikel  $A_{54}$ Abbildung 6.6: Bestandsverteilung  $p(\check{A}_{54})$  und kumulierte Bestandsverteilung  $p^*(\check{A}_{54})$  sowie  $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel  $A_{54}$ 

Bildet man die diskrete Verteilung der Lagerbestände (Abbildung 6.6) bei einer Betrachtung der Daten auf Stundenbasis, zeigt sich, dass aufgrund des vergleichsweise uniformen Artikelverhaltens eine Ähnlichkeit mit einer Normalverteilung vorliegt. Eine Normalverteilung bildet die Wahrscheinlichkeit auftretender Bestände jedoch nur näherungsweise ab. Soll dieser Artikel in einem Lager mit einer Festplatzstrategie (oder in einem Lager, das nur diesen Artikel enthält) mit einem Sicherheitsfaktor  $\check{S}G = 95\%$  gelagert werden, müssen aufgrund der Rechtsschiefe der Verteilung 24 Lagerpositionen bereitgestellt werden.

Abbildung 6.7 zeigt das Umschlagsverhalten des Artikels in Relation zu verschiedenen Periodensystemen (Stunde, Tag, Monat). Die erste und dritte Diagrammzeile zeigen die Wahrscheinlichkeiten für die Menge ein- bzw. ausgelagerter Artikel, während die zweite und vierte Zeile die Anzahl der ein- und ausgehenden Transaktionen repräsentieren. Da ein Servicegrad des Umschlags von  $SG^\uparrow = 95\%$  bei Betrachtung auf Stundenbasis (erste Spalte der Abbildungen) bereits bei 0 Lieferungen erfüllt ist, würde bei rein stundenweiser

Betrachtung kein Umschlag für den Artikel erwartet ( $p(E_{A_{54},1}^\downarrow = 0 > 0, 95)$ ). Erweitert man die Analyse hingegen auf längere Betrachtungsfenster, wie eine Analyse auf Tages- oder Monatsbasis, besteht eine ausreichend hohe Wahrscheinlichkeit für einen Umschlag des Artikels.

Die Diagramme in Teilabbildung (a) und (b) verdeutlichen das ungleichmäßige Verhalten des Artikels im eingehenden und ausgehenden Umschlag. Während tendenziell selten in größeren Losen eingelagert wird, erfolgt die Entnahme häufig in kleinen Mengen. Erst bei einer monatsweisen Betrachtung lassen sich die Unterschiede nicht mehr erkennen. Deutlich ist, dass die Anzahl der ausgehenden Transaktionen durch die einzelne Entnahme der Artikel höher ist als bei der gleichzeitigen Einlagerung mehrerer Artikel. Dieses Verhalten verdeutlicht, dass nicht nur der mengenmäßige Umschlag, sondern ebenfalls die Transaktionshäufigkeit betrachtet werden muss.

Abbildung 6.8 visualisiert für den gleichen Datensatz die Analyse auf Basis der Teilperioden. Auf der Ordinate der Diagramme ist hier für die Servicegrade  $SG^\uparrow = \check{SG} = 95\%$  der erwartete Umschlag beziehungsweise Bestand für jede Teilperiode (Abszisse) dargestellt. Für den betrachteten Artikel ergibt sich für alle Verteilungen ein vergleichsweise ausgeglichenes Bild bei der Betrachtung auf Stunden- und Tagesbasis. Auf Monatsbasis schwankt der Bedarf hingegen, was sich ebenfalls im erwarteten Bestand des Artikels widerspiegelt.

Um das Verhalten vieler sich gleichartig verhaltender Artikel darzustellen, zeigt Abbildung 6.9 einen Testfall, in welchem 100 mit  $A_{54}$  vergleichbare Artikeln zu einem Artikelportfolio mit einer chaotischen Lagerstrategie kombiniert sind. Es fällt auf, dass, während auf Stundenbasis ( $j = 1$ ) weiterhin keine Muster erkennbar sind, der ausgehende Umschlag an zwei Tagen ( $j = 2, i = 5, 6$ ) wesentlich niedriger ist als an den anderen fünf Tagen des betrachteten Wochenzyklus. Der eingehende Umschlag verhält sich durch die antizipierte Wiederbeschaffungszeit von einem Tag um diesen einen Tag verschoben. Deutlich erkennbar sind Ausgleichseffekte der Verteilungen. Betrachtet man die ausgehenden Materialmengen ( $E^\uparrow$ ) im Vergleich der beiden Szenarien, zeigt sich, dass im Stundenvergleich rund das 20- bis 30-Fache und bei der Tagesbetrachtung rund das 60-Fache Umschlagsaufkommen antizipiert wird. Im Vergleich der resultierenden Bestände ( $\check{E}$ ) benötigt die Vervielfachung der Artikel um das 100-Fache rund das 80-Fache an Kapazität.

Die resultierenden Umschlagsverteilungen auf Stundenbasis ( $j = 1$ ) zeigen, dass bei einem ungleichmäßigen Zu- und Abgang der Artikel Spitzenbelastungen entstehen können, in welchen sowohl bezogen auf die Menge wie auch auf die Transaktionsanzahl ein Unterschied in der aufzubringenden Kapazität für Ein- und Auslagerungen entsteht.

Da bei der Analyse des Umschlags auf Monatsbasis ( $j = 3$ ) bei der Betrachtung eines Jahres pro Periode nur ein Wert für jede Teilperiode resultiert, liegt den  $SG^\uparrow$  sicheren Werten jeweils eine Verteilung mit 100 % Konfidenz auf dem dargestellten Wert zugrunde. Entsprechend skaliert das Ergebnis bei einer Verhundertfachung der Artikel mit einer

Verhundertfachung der Bedarfe. Die Analyse auf Monatsbasis wird jedoch nahezu immer von den Ergebnissen bei Betrachtung kleinteiligerer Periodensysteme dominiert. Dieses Verhalten wird in Abschnitt 6.2.4 näher untersucht.

Während im ersten Fall ein Szenario mit sägezahnartigem Bestandsverlauf zugrunde gelegt wurde, wird im Folgenden eine Bestandspolitik verfolgt, welche den Bestand nach einem Lagerabgang in großen Losen zu einem definierten Sollbestand auffüllt (Abbildung 6.10). Betrachtet man die resultierende Verteilung der Bestände (Abbildung 6.11), zeigt sich, dass eine Abschätzung der Lagerkapazität auf Basis einer Normal- oder Dreiecksverteilung hier aufgrund des regelmäßig hohen Bestandsniveaus zu Fehlern führt.

Analog zu den resultierenden Umschlagsverteilungen von Artikel  $A_{54}$  führt eine stundenweise Betrachtung eines einzelnen Artikels (vgl. Abbildung 6.12) aufgrund der niedrigen Umschlagsanzahl und der damit hohen  $(p(E_{A_{78},1}^{\uparrow} = 0) > 0,98\% \wedge p(E_{A_{78},1}^{\downarrow} = 0) > 0,98\%)$  Wahrscheinlichkeit, keinen Lagerzu- oder Lagerabgang zu haben, zu dem Ergebnis, keine Kapazität für den Umschlag bereitzustellen. Erst die Analyse von Periodensystemen mit längerer Periodendauer führt zu einer Berücksichtigung des Umschlags. Da im nun betrachteten Szenario sowohl aus- wie auch eingehend große Lose bewegt werden, resultiert für  $A_{78}$  ein ausgeglicheneres Verhältnis zwischen  $p(E^{\downarrow})$  und  $p(E^{\uparrow})$  sowie  $p(E^{|\downarrow|})$  und  $p(E^{|\uparrow|})$  als im Fall von  $A_{54}$ .

Abbildung 6.24 stellt die 95 %-sicheren Verteilungen für die Untersuchung von Artikel  $A_{78}$  unter Beachtung der Teilperioden für drei Periodensysteme dar. Während die Daten bei stündlicher Betrachtung, bezogen auf den Umschlag, nur sporadisch zu Resultaten führen, zeigt die Analyse auf Bestandsebene, dass hier bei stündlicher Betrachtung deutlich höhere Bestände erwartet werden als bei einer Betrachtung auf Tages- oder Monatsbasis. Da die Ermittlung der zugrunde liegenden Werte einer periodischen Inventur ähnelt, werden in der tages- und monatsbezogenen Analyse nur die entsprechenden Endbestände betrachtet und verlieren damit den Bezug zum Tagesverlauf. Wenn nur wenige Informationen zum Umschlag vorliegen, kann trotzdem für jede betrachtete Stunde ein Wert für den Bestand ermittelt werden. Die Daten hier sind entsprechend valide. Es wird deutlich, dass die Planung des Lagers auf Basis von sporadischen Inventurergebnissen zu fehlerhaften Ergebnissen führen kann.

Während der Bedarf der Artikel im Tagesvergleich einheitlich ist, zeigt sich bei Betrachtung der monatlichen Teilperioden, dass bei  $j = 3 \wedge i = 7$  zwar der mengenmäßige Bedarf abnimmt, jedoch die Anzahl der Transaktionen ansteigt. Bei der Lagerung von größeren Mengen in gemeinsamen Ladungsträgern zeigt sich hier die Notwendigkeit einer getrennten Betrachtung der Artikel- und der Transaktionsmenge. Während für jede Transaktion eine Bewegung im Lager notwendig ist, kann eine größere Artikelmenge der gleichen Transaktion bei ausreichender Kapazität eines Ladungsträgers durch eine Bewegung erfüllt werden.

Betrachtet man ein Szenario, das aus 100 Artikeln mit ähnlichem Verhalten zu  $A_{78}$  gebildet wird (Abbildung 6.14), verdeutlichen sich die Muster des Artikelverhaltens. Durch die gewonnene Menge an Daten entstehen aussagekräftige Werte für die stundenweise Betrachtung. Es zeigt sich, dass die Menge und die Häufigkeit der Auslagerung im Tagesverlauf abnehmen, die Einlagerung jedoch kein deutliches Muster aufweist. Eine Dimensionierung, welche sich auf Mittelwerte stützt, würde zu einer Unterschätzung der benötigten Umschläge führen. Die Selektion der schlimmsten Teilperiode sichert die Planung gegen solche Fehler ab.

Während die Reduktion der Auslagerung im Monatsvergleich bei einem einzelnen Artikel keinen eindeutigen Einfluss auf den Bestand zeigt, lässt sich bei ausreichender Datenbasis ein Zuwachs des Bestands ( $\check{E}_{A_{78}, t_{7,3}}$ ) bei Abnahme der ausgehenden Umschläge erkennen.

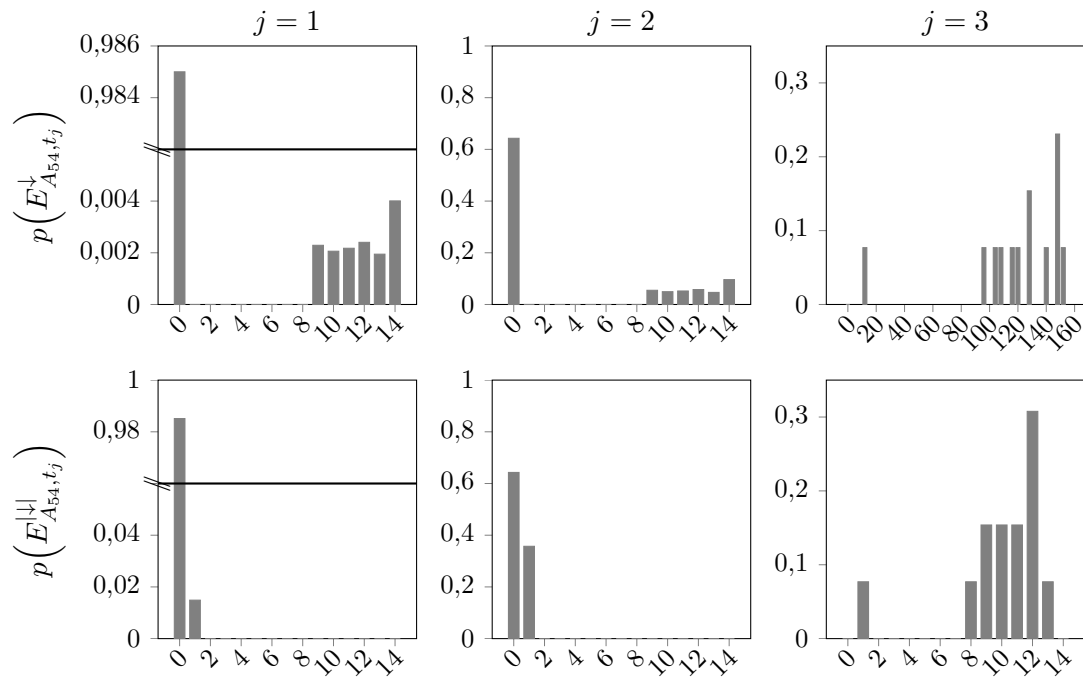
Die Auswirkung unterschiedlicher gewählter Servicegrade auf die ermittelten Plankapazitäten des Lagers für Bestand und Umschlag sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Unabhängig, ob man einzelne Artikel oder zusammengefasste Artikelgruppen betrachtet, lässt sich feststellen, dass der Bestand aufgrund der starken Schwankung im Tagesverlauf und der vergleichsweise niedrigen Schwankung am Tagesende immer in der stundenweisen Betrachtung sein Maximum findet. Während die ermittelten Werte bei der Betrachtung eines einzelnen Artikels  $A_{54}$  sensibel auf eine Erhöhung des Bestands-Servicegrades reagieren, ist bei Artikel  $A_{78}$  die Wahrscheinlichkeit, einen Bestand von 57 Einheiten zu benötigen, so hoch, dass sich keine Auswirkung bei einer Änderung von  $\check{S}G$  feststellen lässt. Vergleicht man die Ergebnisse für einzelne Artikel mit den resultierenden Werten für 100 sich vergleichbar verhaltende Artikel, zeigt sich, dass sich bei ähnlichen Artikeln bereits erkennbare Ausgleichseffekte ( $< 18\%$ ) erzielen lassen.

Die Ergebnisse der Umschlagsanalyse führen zu einem anderen Bild. Aufgrund der ungleichmäßigeren Verteilungen werden bei der Betrachtung einzelner Artikel Teilperioden aus den monatlichen und stündlichen Verteilungen gewählt. Erst bei einem Servicegrad von 99,99% dominiert die stündliche Analyse die anderen Fälle. Im Szenario mit 100 Artikeln ändert sich dies, analog zum Bestand führt hier eine Betrachtung auf Stundenbasis zu den höchsten abzusichernden Kennzahlen. Es zeigen sich stärkere Ausgleichseffekte im Umschlag als beim Bestand. Dies lässt sich empirisch nachvollziehen, da die Förder-technik nach einer Lageroperation wieder verfügbar ist, der Bestand sich jedoch bis zur nächsten Operation nicht verändert. Es lässt sich weiterhin feststellen, dass der Umschlag wesentlich sensibler auf eine Änderung des Servicegrades reagiert als der Bestand.

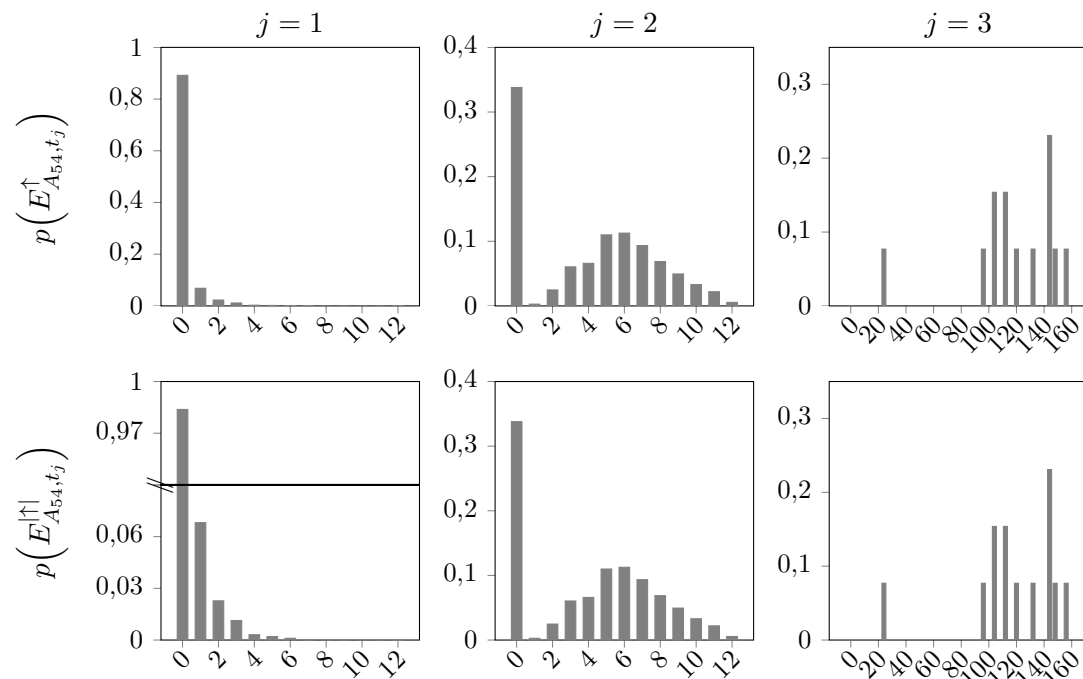


**Tabelle 6.1:** Ergebnisse der Dimensionierung für die Artikel  $A_{54}$  und  $A_{78}$  in einzelnen Testfällen und mit jeweils 100 Artikeln ähnlichen Verhaltens für unterschiedliche Servicegrade

$A_m$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\check{A}_m$	$A_m^\downarrow$	$A_m^{\downarrow\downarrow}$	$A_m^\uparrow$	$A_m^{\uparrow\uparrow}$	$E_{A_m}^\downarrow$	$E_{A_m}^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$j_{max}^\dagger$
$A_{54}$	1	75 %	20	153	13	156	156	13	1	1	3
		85 %	22	14	1	8	8	14	1	1	2
		95 %	24	14	1	10	10	14	1	1	2
		99,99 %	25	14	1	12	12	14	12	1	1
	100	75 %	1912	41	3	29	29	41	29	1	1
		85 %	1936	50	4	32	32	50	32	1	1
		95 %	1976	66	5	37	37	66	37	1	1
		99,99 %	2069	110	8	50	50	110	50	1	1
$A_{78}$	1	75 %	57	471	21	471	21	23	23	1	3
		85 %	57	471	21	471	21	23	23	1	3
		95 %	57	471	21	471	21	23	23	1	3
		99,99 %	57	28	1	22	3	28	22	1	1
	100	75 %	4876	100	5	102	8	100	102	1	1
		85 %	4919	116	6	117	9	116	117	1	1
		95 %	4990	145	7	145	11	145	145	1	1
		99,99 %	5159	219	11	217	16	219	217	1	1

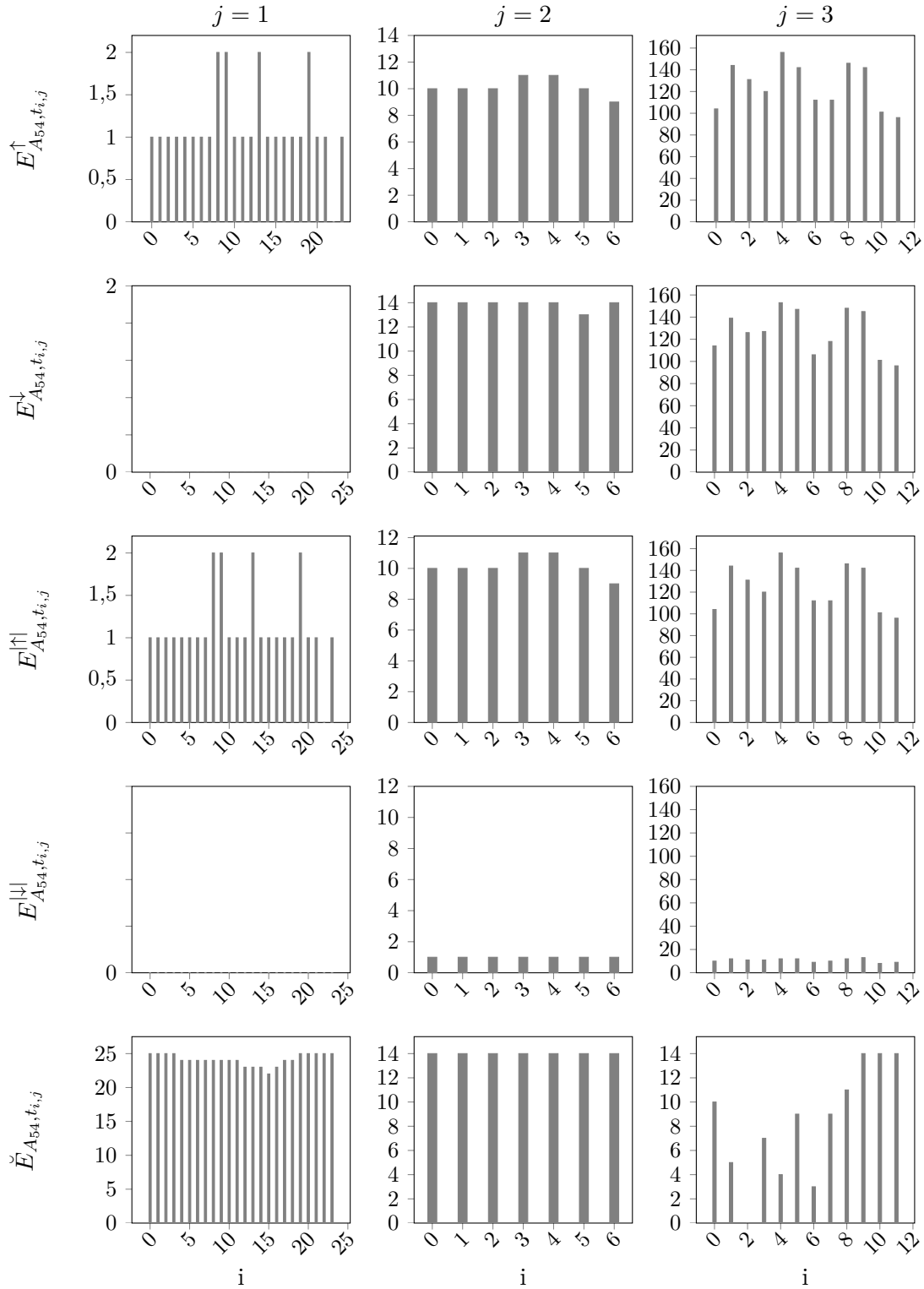


(a) Eingehender Umschlag

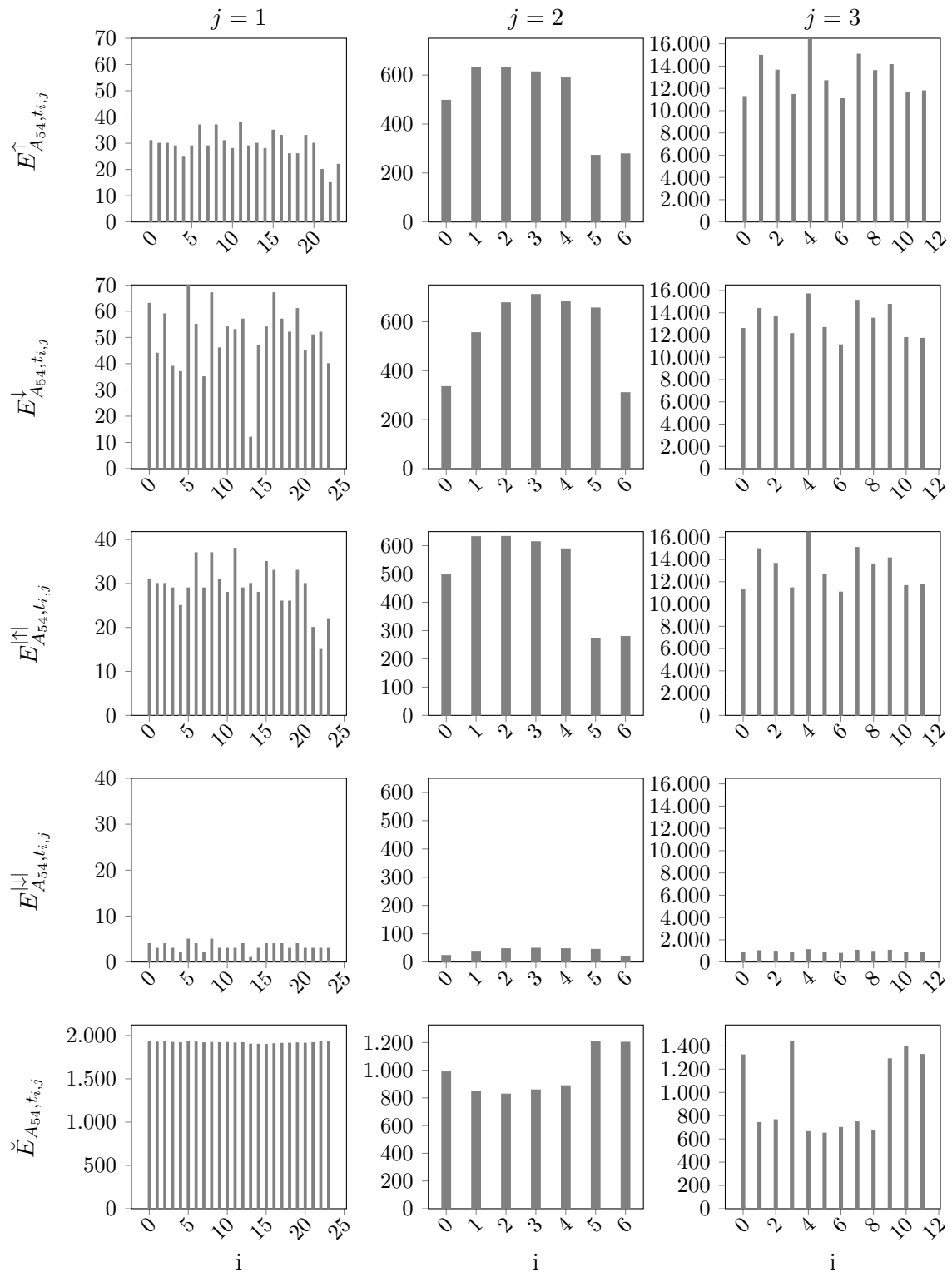


(b) Ausgehender Umschlag

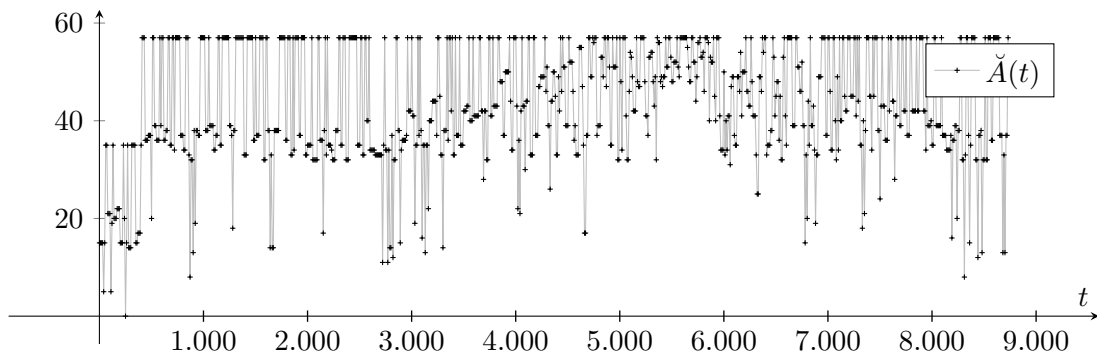
**Abbildung 6.7:** Umschlagsverteilungen der Anlieferungen für Artikel  $A_{54}$  über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat)



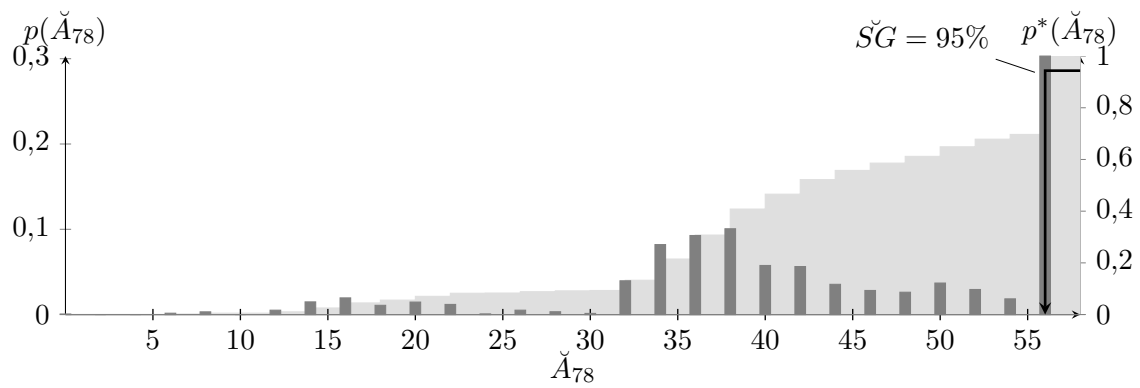
**Abbildung 6.8:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\check{E}$  für Artikel  $A_{54}$  über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$



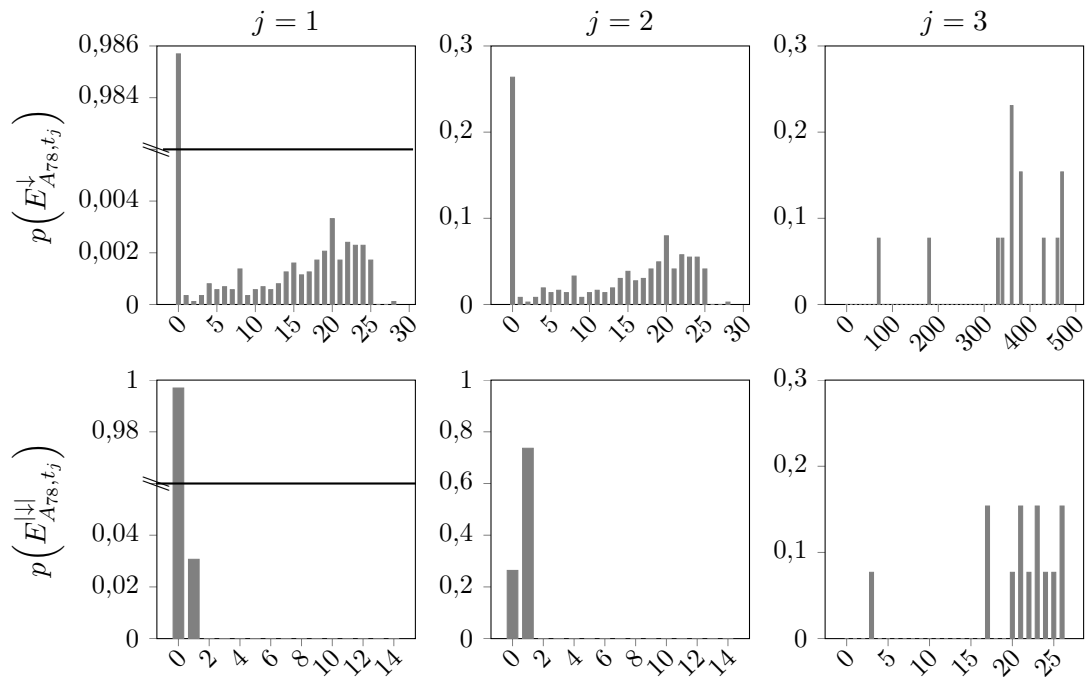
**Abbildung 6.9:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\check{E}$  für 100 mit Artikel  $A_{54}$  vergleichbare Artikel über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$



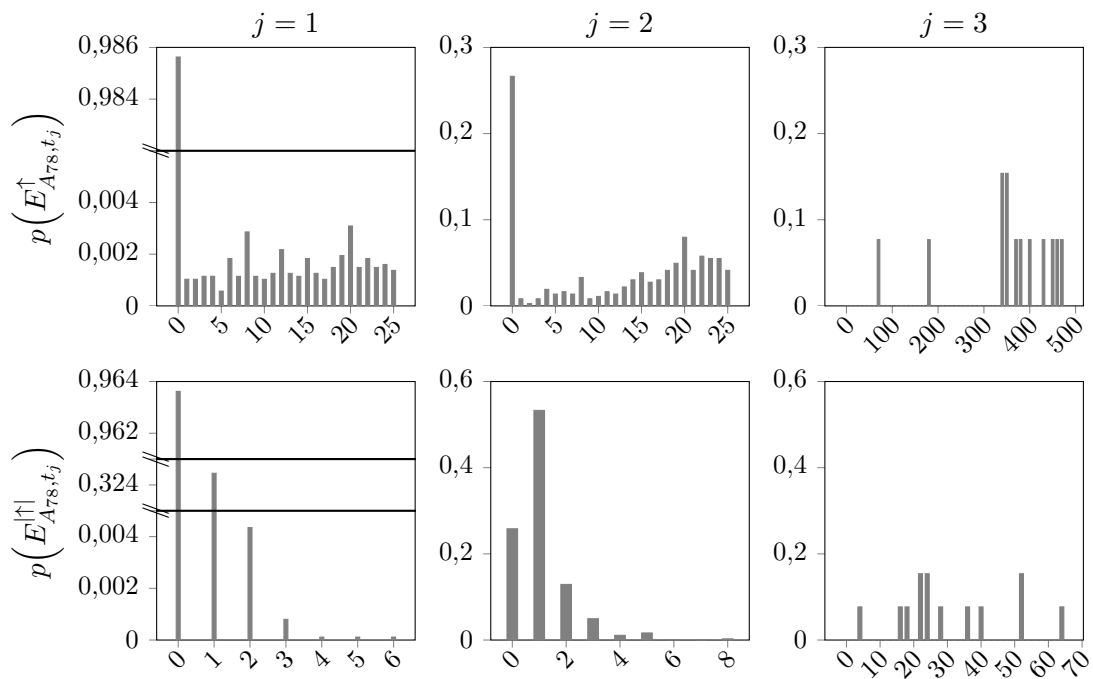
**Abbildung 6.10:** Bestandsverlauf für Artikel  $A_{78}$



**Abbildung 6.11:** Bestandsverteilung  $p(\check{A}_{78})$  und kumulierte Bestandsverteilung  $p(\check{A}_{78}^*)$  sowie  $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel  $A_{78}$

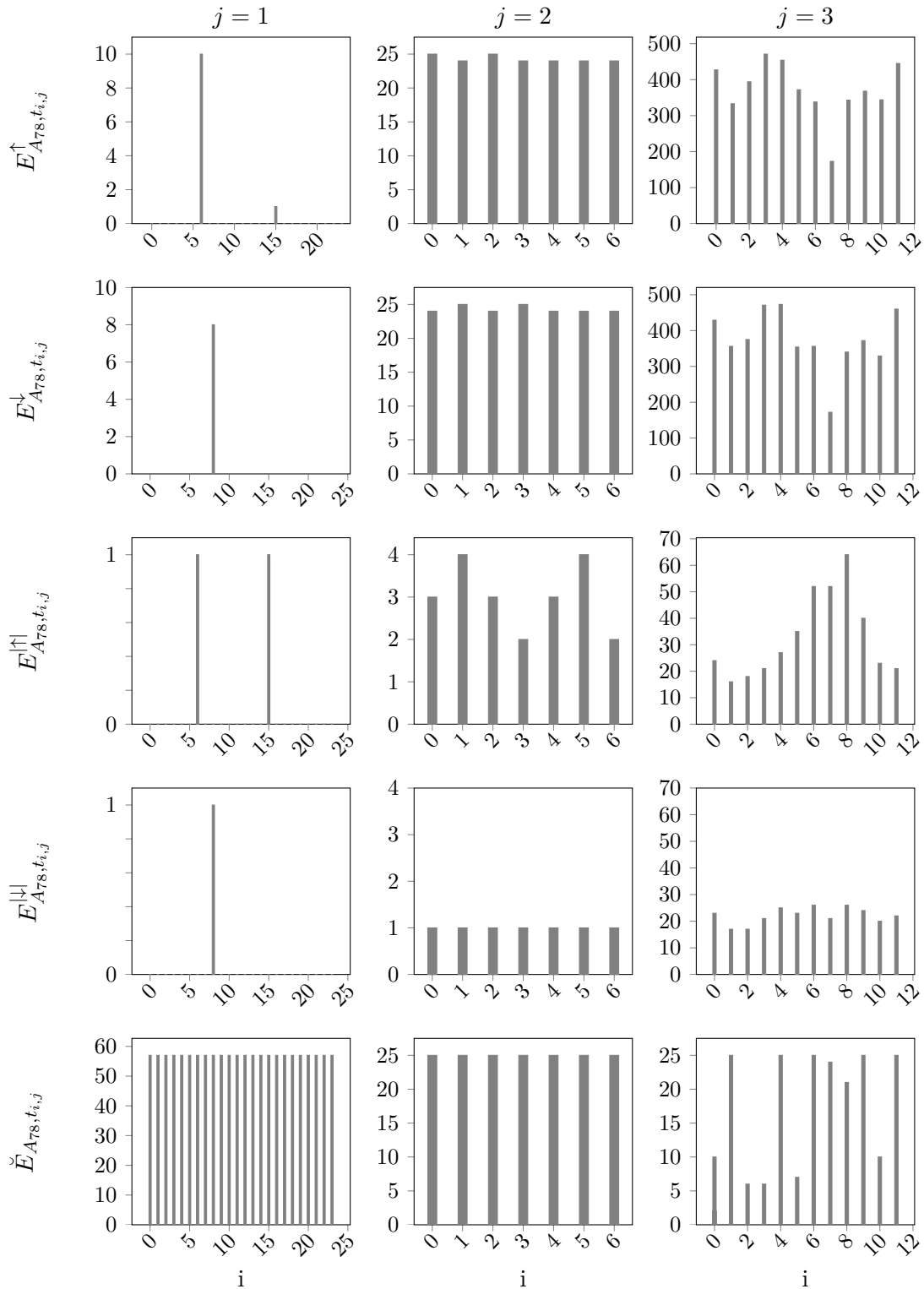


(a) Eingehender Umschlag

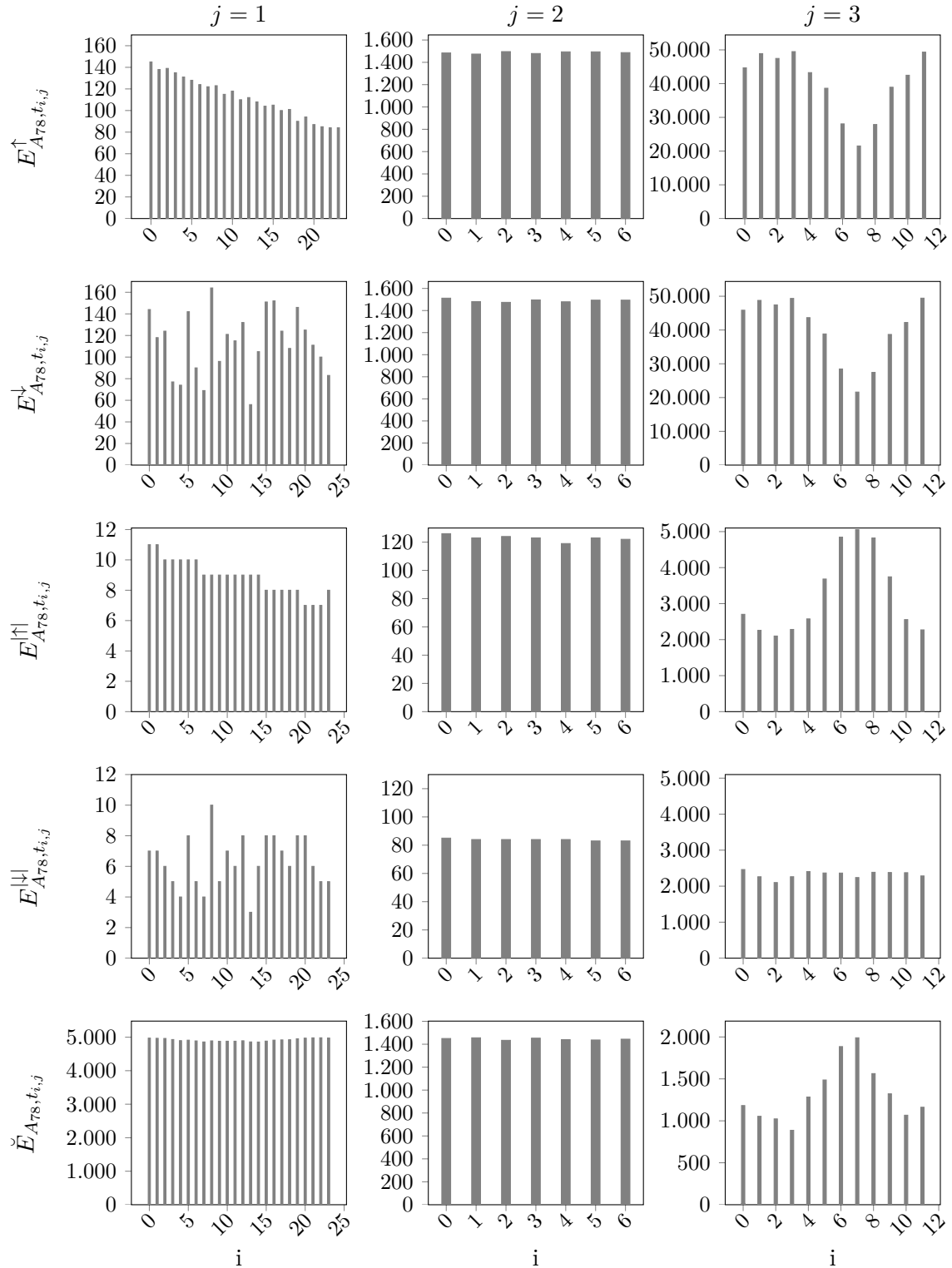


(b) Ausgehender Umschlag

**Abbildung 6.12:** Umschlagsverteilungen der Anlieferungen für Artikel  $A_{78}$  über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat)



**Abbildung 6.13:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\check{E}$  für Artikel A78 über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$



**Abbildung 6.14:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\check{E}$  für 100 mit Artikel  $A_{78}$  vergleichbare Artikel über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$



### 6.2.2 Untersuchung der Auswirkung von saisonalem Artikelverhalten

Im vorangehenden Abschnitt sind auf Basis größerer Artikelmenen ohne gezieltes Saisonverhalten keine repräsentativen Ergebnisse für längerperiodige Periodensysteme festzustellen. Daher werden im Folgenden zwei Szenarien mit Artikeln gebildet, die gezielt einen Schwerpunkt des Verhaltens auf jeweils ein Periodensystem legen. So zeigt Artikel  $A_{84}$  ein über die Woche stark heterogenes Verhalten, während Artikel  $A_{17}$  bei stunden- und tagesweiser Betrachtung homogen, im Monatsverhalten jedoch sehr wechselhaft ist.

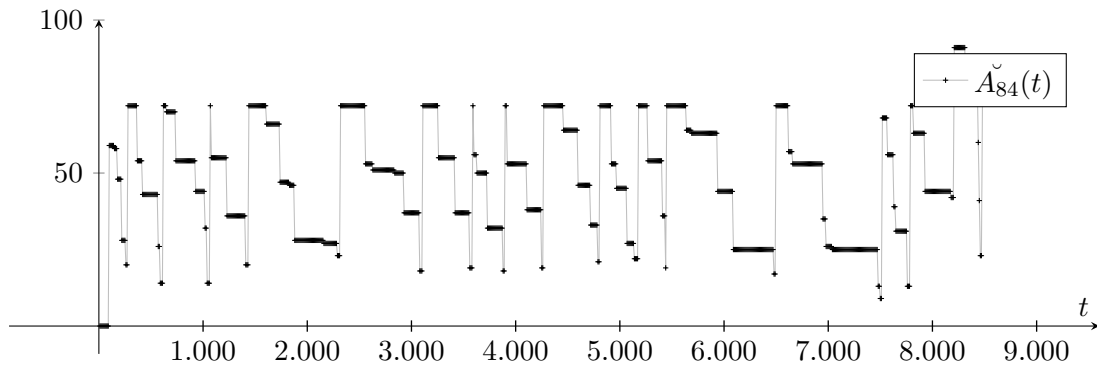
Der Bestandsverlauf von Artikel  $A_{84}$  (Abbildung 6.15) sowie die dazugehörige Verteilung der Bestände (Abbildung 6.16) lassen nur bedingt einen Schluss auf das heterogene Verhalten des Artikels zu. Um eine günstigere Datenbasis zu erhalten und Randeffekte zu minimieren, werden zur Bildung der Verteilungen der Artikelbewegungen in Abbildung 6.17 jeweils 20 Artikel ähnlichen Verhaltens zusammengeführt. Die resultierenden Verteilungen zeigen für  $j = 2$  einen klaren Schwerpunkt der Auslagerungen für  $i = 2$  und der Einlagerungen für  $i = 3$ , während für  $j = 1$  und  $j = 3$  sowie den Bestand nur geringe Schwankungen festzustellen sind.

Das Verhalten von Artikel  $A_{17}$  ist deutlich am Bestandsverlauf (Abbildung 6.18) erkennbar. Während der Umschlag sonst gleichmäßige sägezahnförmige Verläufe darstellt, wird der Artikel für zwei Zeiträume mit einer Dauer von über einem Monat weder ein- noch ausgelagert. Entsprechend zeigt die Verteilung der Bestände für diesen Artikel (Abbildung 6.19) eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit für einen zu diesen Zeiträumen auftretenden Bestand. Ebenfalls kann es nicht vorkommen, dass eine Inventur am Ende eines Monats von den Werten einer stündlichen Inventur in diesen Zeiträumen abweicht.

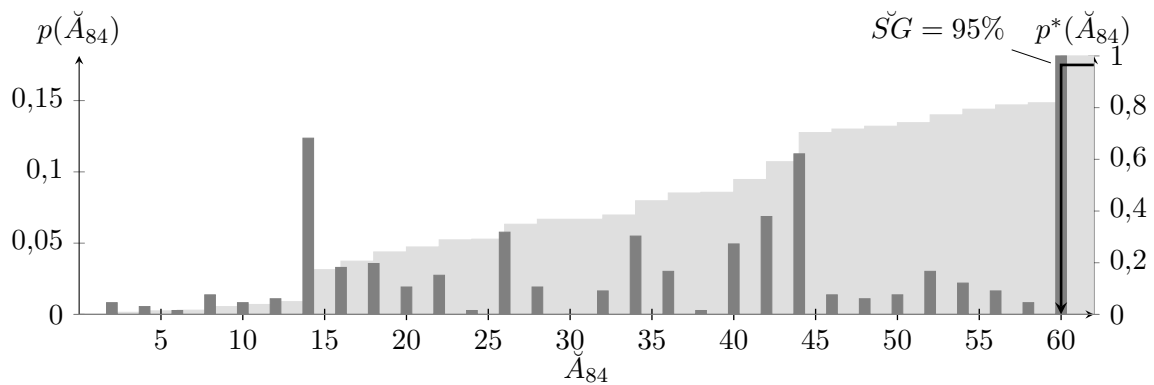
Analog zu Artikel  $A_{84}$  werden für  $A_{17}$  erneut 20 Artikel zu einem Lagerportfolio kombiniert (Abbildung 6.20). Die Verteilungen der Bestände  $\check{E}$  zeigen ein über alle Periodensysteme hinweg ähnliches hohes Niveau, da die höchsten Bestände in  $i = 0, j = 3$  alle anderen Teilperioden dominieren. Für  $j = 3$  kann der Einbruch der Transaktionen für  $i = 2$  und  $6 \leq i \leq 8$  und in den angrenzenden Teilperioden festgestellt werden.

Tabelle 6.2 fasst die resultierenden servicegradabhängigen Ergebnisse für die beiden Artikel mit ausgeprägtem Saisonverhalten zusammen. Für einzelne Artikel lässt sich erkennen, dass in diesem Testfall die stundenbasierten Periodensysteme umschlagsbezogen immer dominiert werden. Während für Artikel  $A_{84}$  der Bestand weiterhin bei stundengenauer Analyse die maximalen Resultate erzielt, werden diese bei Artikel  $A_{17}$  durch Werte aus der tagesgenauen Analyse übertroffen.

Bezogen auf den Umschlag, lässt sich bei Szenarien mit mehreren gleichartigen Artikeln feststellen, dass die Untersuchung der Periodensysteme mit größerer Periodenlänge Schwerpunkte aufdeckt, welche bei rein stundenweiser Betrachtung nicht erkannt werden. In den hier betrachteten Testfällen ist der Umschlag weniger, der Bestand jedoch stärker durch den Servicegrad beeinflusst als im in Tabelle 6.1 abgebildeten Szenario. Es fällt



**Abbildung 6.15:** Bestandsverlauf für Artikel  $A_{84}$

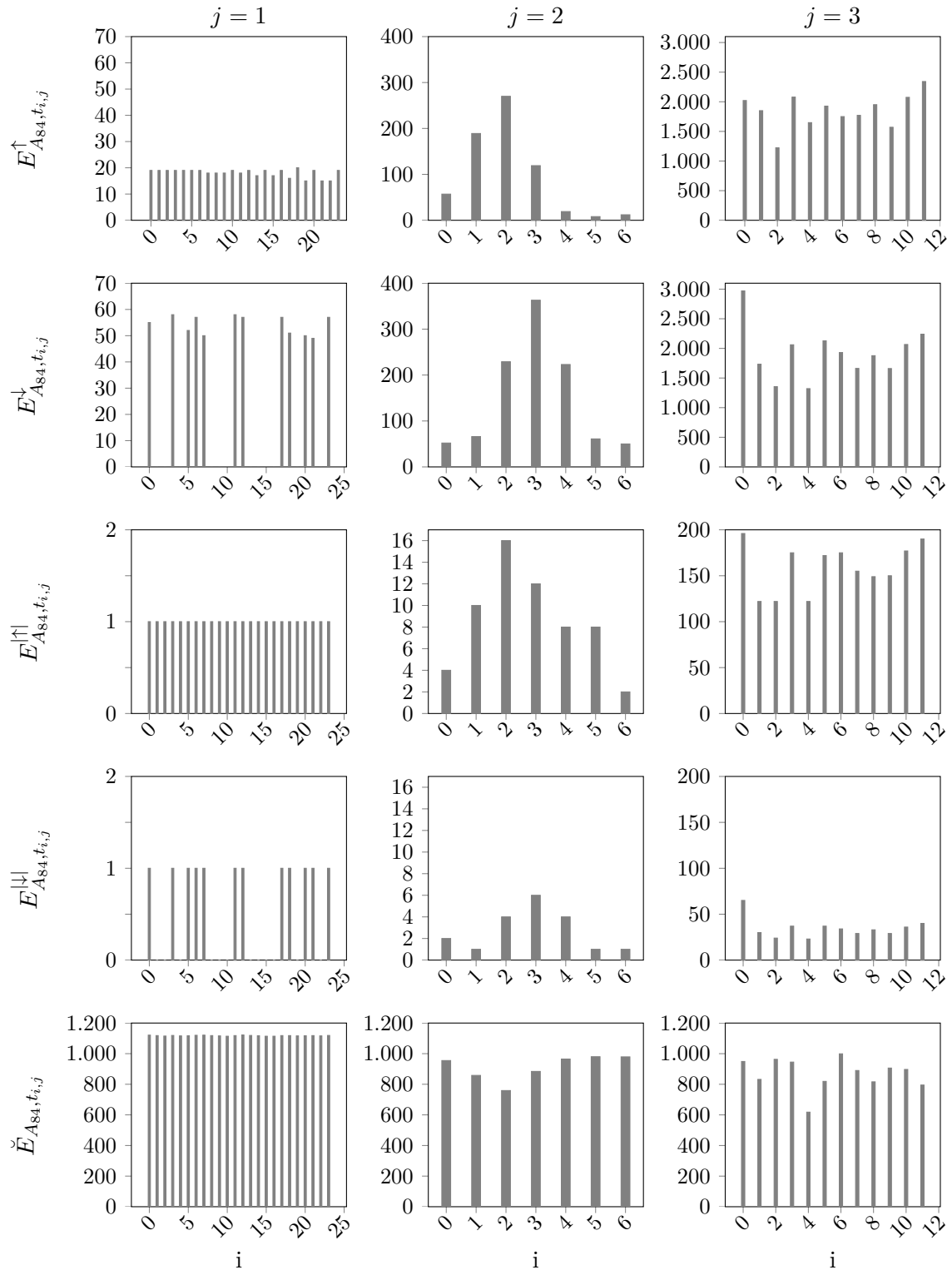


**Abbildung 6.16:** Bestandsverteilung  $p(\check{A}_{84})$  und kumulierte Bestandsverteilung  $p^*(\check{A}_{84})$  sowie  $\check{S}G = 95\%$ -sicherer Bestand für Artikel  $A_{84}$

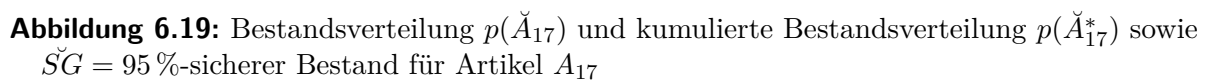
demnach schwer, allgemeingültige Approximationen zu finden, welche den Zusammenhang zwischen Servicegrad und Bestand bzw. erwartetem Umschlag akkurat abbilden. Eine Berechnung der Werte für jeden möglichen Fall ist sinnvoll. Erst bei einem Servicegrad von 99,99 % dominiert das Periodensystem  $j = 1$ . Da hier der schlimmste Fall über alle betrachteten Daten ermittelt wird und die geringste Aggregation der Daten erfolgt, ist es nachvollziehbar, dass zum einen die stundenweise Betrachtung dominiert und zum anderen ein Sprung in den erwarteten Umschlägen erfolgt, da kaum ausgleichende Effekte antizipiert werden. Es lässt sich festhalten, dass bei stark schwankendem Bedarfsverhalten eine Untersuchung des Datensatzes auf Basis mehrerer Periodensysteme zur Beachtung möglicher Bedarfsspitzen notwendig ist.

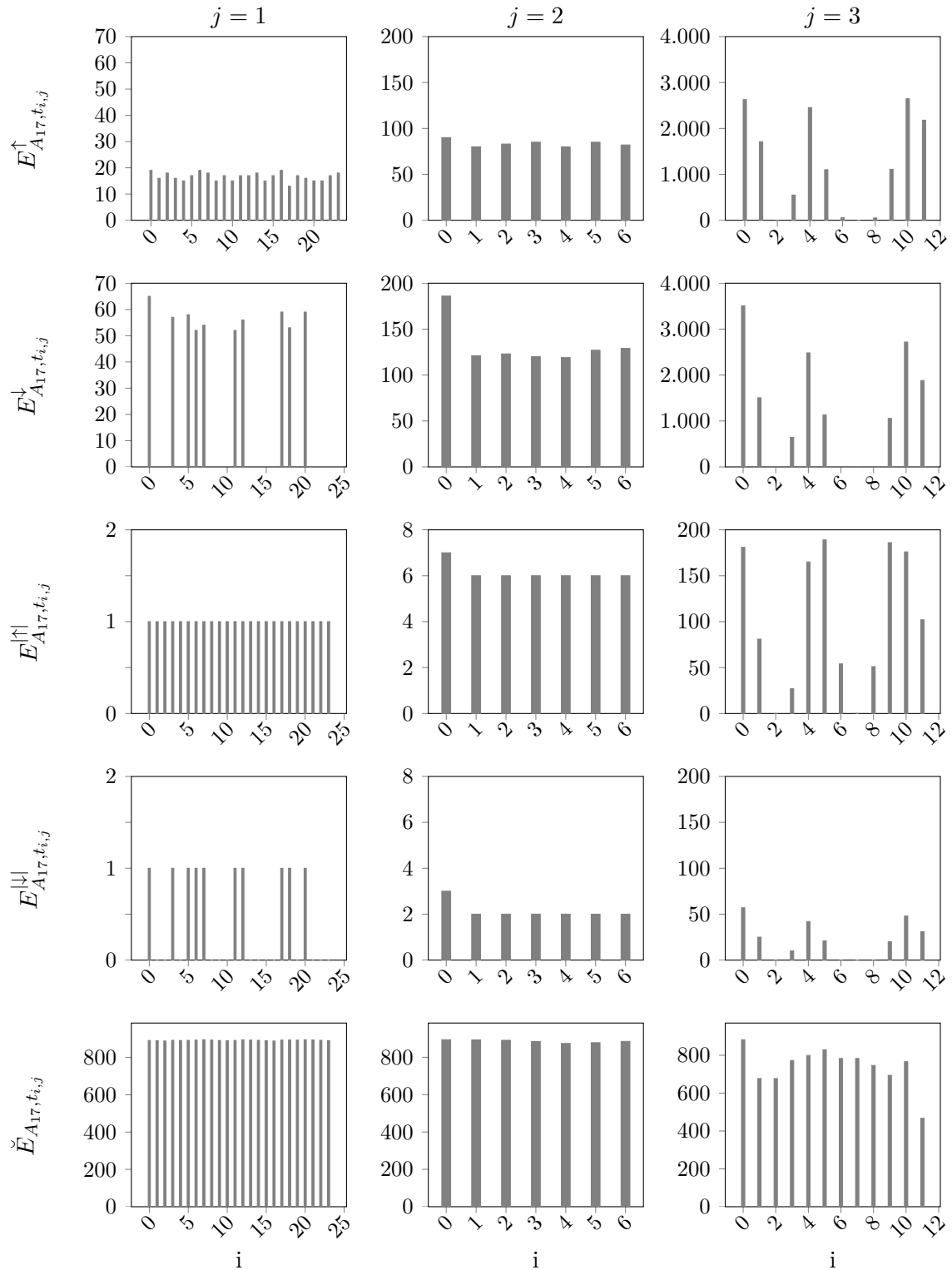
**Tabelle 6.2:** Ergebnisse der Dimensionierung für die saisonal schwankenden Artikel  $A_{84}$  und  $A_{17}$  in einzelnen Testfällen und mit jeweils 20 Artikeln ähnlichen Verhaltens für unterschiedliche Servicegrade

$A_m$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\check{A}_m$	$A_m^\downarrow$	$A_m^{ \downarrow }$	$A_m^\uparrow$	$A_m^{ \uparrow }$	$E_{A_m}^\downarrow$	$E_{A_m}^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$j_{max}^\dagger$
$A_{84}$	1	75 %	70	110	2	108	7	55	16	1	3
		85 %	72	110	2	108	7	55	16	1	2
		95 %	75	53	1	19	1	53	19	1	2
		99,99 %	93	59	1	19	1	59	19	1	2
	20	75 %	1038	56	1	151	8	56	19	1	2
		85 %	1069	60	1	168	9	60	19	1	2
		95 %	1122	66	1	189	10	66	19	1	2
		99,99 %	1241	122	2	41	3	122	41	1	1
$A_{17}$	1	75 %	55	66	1	81	4	66	21	2	3
		85 %	62	66	1	81	4	66	21	2	3
		95 %	76	66	1	81	4	66	21	2	3
		99,99 %	66	23	1	23	1	66	23	2	3
	20	75 %	882	644	10	549	27	65	21	3	3
		85 %	882	644	10	549	27	65	21	3	3
		95 %	895	644	10	549	27	65	21	1	3
		99,99 %	1000	131	2	38	2	131	38	1	1



**Abbildung 6.17:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{| \uparrow |}, E^{| \downarrow |}$  und Bestände  $\check{E}$  für 20 mit Artikel  $A_{84}$  vergleichbare Artikel über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$





**Abbildung 6.20:**  $\check{S}G = SG^{\dagger} = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^{\uparrow}, E^{\downarrow}$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\check{E}$  für 20 mit Artikel  $A_{17}$  vergleichbare Artikel über die Periodensysteme  $j = 1$  (Stunde),  $j = 2$  (Tag),  $j = 3$  (Monat) und deren Teilperioden  $i$

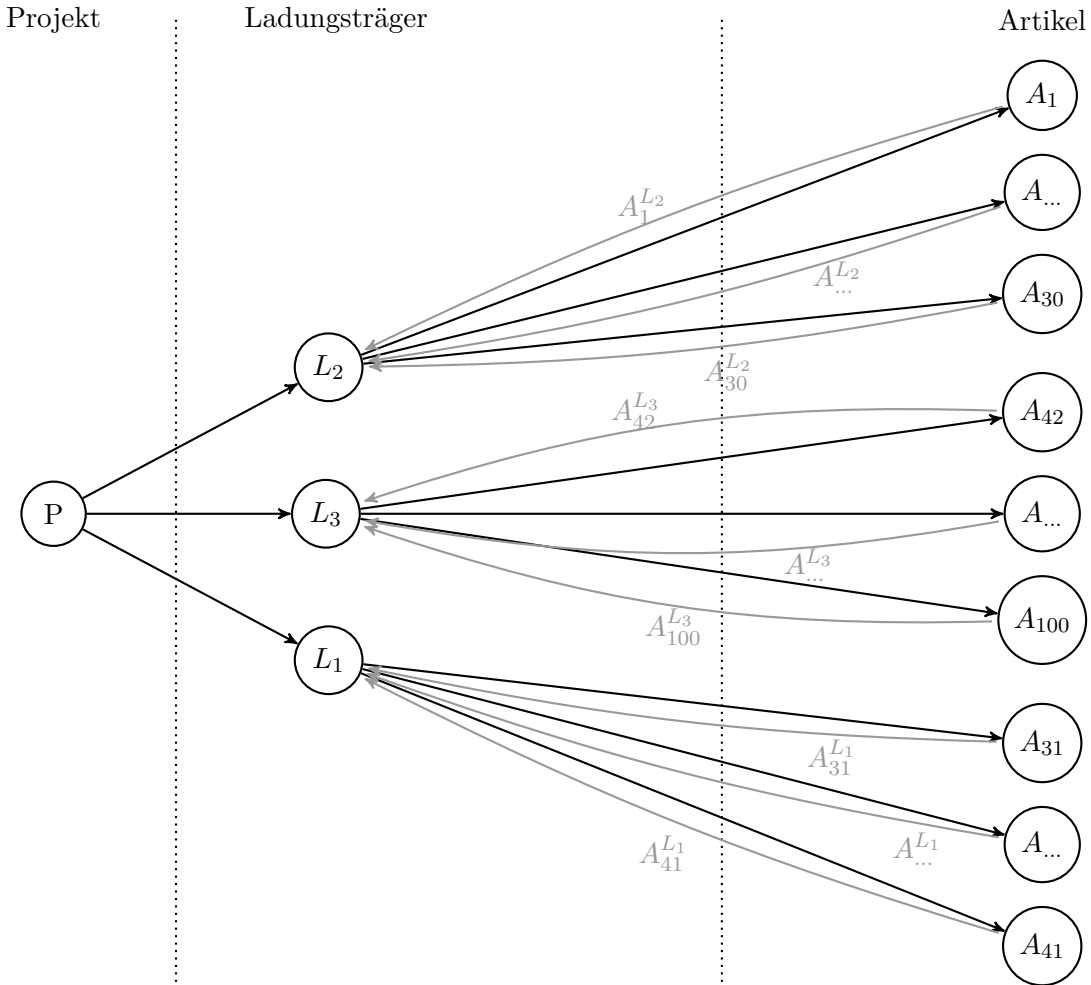
### 6.2.3 Homogenisierung der Artikelstruktur

Da neben der bis hier betrachteten dynamischen Heterogenität anzunehmen ist, dass die Artikel unterschiedliche Größen aufweisen (statische Heterogenität) und zu Ladungseinheiten zusammengefasst werden sollen, gilt es im Weiteren, die Auswirkungen einer mehrstufigen Ladungsträgerassoziation zu untersuchen. Die Zuordnung erfolgt nach dem optimalen Volumenfüllgrad der Ladungsträger (siehe Modell (5.11a)) und wird für beispielhafte Artikel in einem Kleinteillager durchgeführt. Es wird antizipiert, dass es möglich ist, einen Ladungsträger durch eine Trennwand zu halbieren und die entstehende Hälfte wiederum zu vierteln. Betrachtet man die resultierenden Ladungsträgergrößen ( $1, 1/2, 1/8$ ) getrennt voneinander, resultiert die Ladungsträgerstruktur in Abbildung 6.21, in welcher jeder Artikel eindeutig mit einem Ladungsträger assoziiert wird. Für jeden Artikel  $A_i$  wird die Kapazität  $A_i^{L_j}$  des zugeordneten Ladungsträgers  $L_j$  nach Formel (5.9) bestimmt.

Abbildung 6.22 zeigt die resultierenden abzusichernden Kapazitäten für einen Servicegrad von 95 % für alle Teilperioden des Periodensystems „Stunde“ für jeden einzelnen Ladungsträger. Die betrachteten Artikel weisen keine ausgeprägte dynamische Heterogenität auf, daher kann die Untersuchung weiterer Periodensysteme an dieser Stelle vernachlässigt werden. Alle Entnahmen geschehen in einzelnen Losen ( $E^\uparrow = E^{\uparrow\downarrow}$ ), Lagerzugänge werden in größeren Losen vorgenommen. Es ist deutlich, dass der Bestand und der Umschlag für  $L_1$  und  $L_2$  vergleichbar und deutlich höher sind als die entsprechenden Werte für  $L_3$ . Bei dieser Strukturierung der Ladungsträger erfolgt eine feste Trennung der Artikel nach Ladungsträgern in dedizierten Lagerbereichen. Durch die feste Assoziierung kann keine Nutzung freier Kapazitäten in größeren Ladungsträgern durch kleinere Artikel auftreten.

Um diesem Problem zu begegnen, werden die Ladungsträger, wie in Abbildung 6.23 dargestellt, miteinander assoziiert. Die resultierende Struktur impliziert eine beliebige Teilung in die gegebenen Größeneinheiten und somit eine Nutzung größerer freier Ladungsträger durch kleinere Sub-Ladungsträger.

Die aus diesem Aufbau resultierenden Verteilungen sind in Abbildung 6.24 zusammengefasst. Die Verteilungen für  $L_1$  verändern sich nicht, da hier keine untergeordneten Objekte assoziiert werden. Die Verteilungen für  $L_2$  repräsentieren zusätzlich benötigte Kapazitäten für die um  $L_2^{L_1}$  korrigierten Verteilungen von  $L_1$ , da diese mit in die Berechnung einbezogen werden. Analog beinhaltet  $L_3$  nun alle Artikel in den jeweils bestimmten Sub-Ladungsträgern sowie alle direkt assoziierten Artikel. Es lassen sich unterschiedliche Effekte feststellen, welche die Vorteile einer Dimensionierung, wie sie in Abschnitt 5.1.2 beschrieben ist, unterstreichen. Anstatt die Absolutwerte der historischen Werte zu kumulieren (was einem Servicegrad von 100 % entspräche), wird die Wahrscheinlichkeit betrachtet, mehrere Bewegungen zur gleichen Stunde durchzuführen. Dieses Verhalten lässt sich beim Vergleich von  $E^{\downarrow\downarrow}$  in Abbildung 6.22 und Abbildung 6.24 verdeutlichen,



**Abbildung 6.21:** Zuordnung von 100 Artikeln zu drei Ladungsträgern mit resultierenden Kapazitätswerten  $A_i^{L_j}$

da hier keine Korrektur um Ladungsträgerkapazitäten vorgenommen wird (vgl. Formel (5.21)). Betrachtet man die Teilperioden  $17 \leq i \leq 23$ , würde eine Addition der Werte zu einem erwarteten Wert von fünf eingehenden Transaktionen führen. Die durchgehende Neuberechnung der zugrunde liegenden Verteilungen und der  $SG^{\uparrow}$ -sicheren Erwartungswerte zeigt, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % je nach Teilperiode drei oder vier Transaktionen antizipiert werden. Ebenso wird der Effekt der Kapazitätskorrektur der Ladungsträger (vgl. Abschnitt 5.1.2) sichtbar. Der Rückgang der benötigten Bestände durch Assoziation von  $L_2$  und  $L_3$  lässt nicht den Schluss zu, dass ein kleineres Lager gebaut werden muss, sondern dass die kumulierte Anzahl der eingesetzten Ladungsträger sinkt. Da  $L_3$  jedoch doppelt so groß ist und somit doppelt so viel Volumen des Lagers beansprucht, steigt die Größe des zu planenden Lagers, wie es bei der Zusammenführung unterschiedlicher Ladungsträger zu erwarten ist.

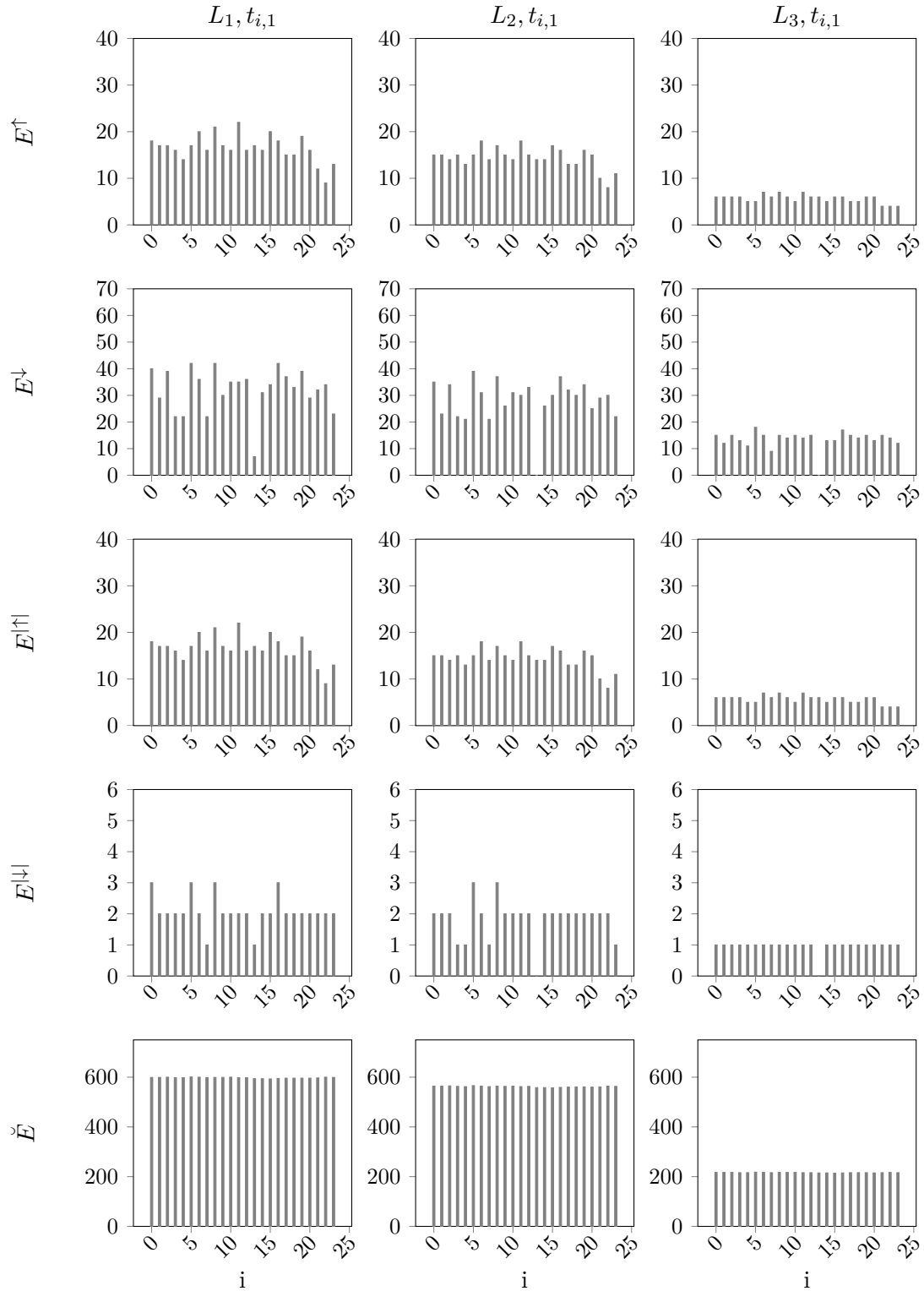


Der Unterschied zwischen einer getrennten Dimensionierung dreier Lagerbereiche gegenüber einer verschachtelten Ladungsträgerstruktur ist in Tabelle 6.3 für verschiedene Servicegrade zusammengefasst. Hierbei wird jeweils die Summe der benötigten Kapazitäten der aus der Faltung der Verteilungen gewonnenen Kennzahl gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die Differenz der Größen bei niedrigen Servicegraden vergleichsweise gering ist, jedoch bei steigenden Servicegraden überproportional ansteigt. Wie in den vorangehenden Testfällen sind die Ausgleichseffekte bei der Betrachtung des Umschlags deutlich höher als bei den ermittelten Werten für den Bestand. Für einen Servicegrad von 95 % lassen sich eine Bestandsreduktion von 4,34 % und eine Umschlagsreduktion von rund 220 % umsetzen.<sup>1</sup> Dieser Effekt wird zum einen durch eine fehlende Kapazitätskorrektur bei der Bildung von  $\sum E_K^\downarrow$  hervorgerufen. Die Einlagerung größerer Mengen in einem Spiel wird daher nicht korrekt widerspiegelt. Zum anderen liegt es dem Szenario zugrunde, dass Einlagerungen nur sehr selten (für jeden Artikel maximal eine Einlagerung) durchgeführt werden. Anstatt die Maxima unterschiedlicher Teilperioden zu kumulieren, betrachtet  $L'_1$  nur die zur Teilperiode gehörenden Daten.

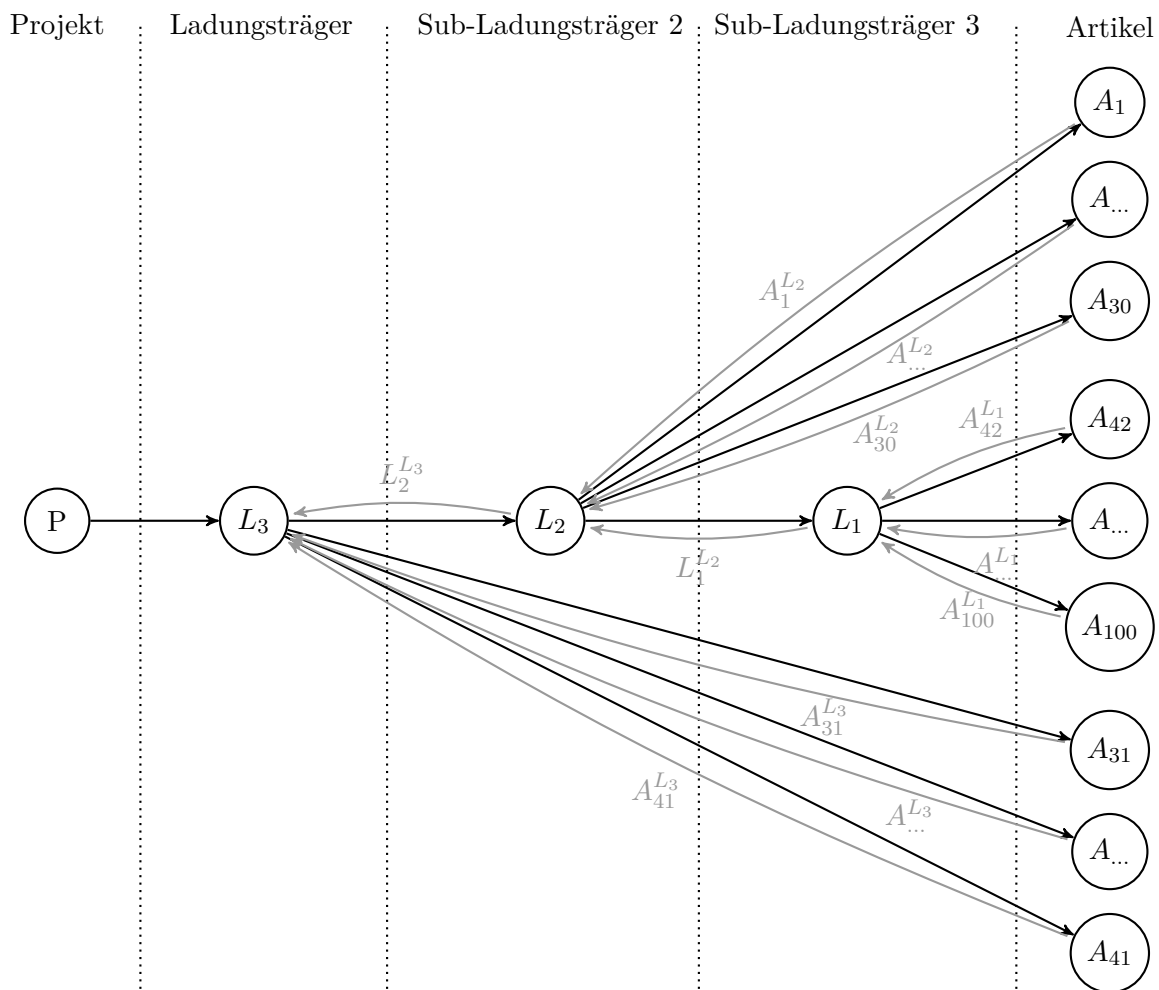
Abbildung 6.25 zeigt die resultierende Ladungsträgerstruktur für alle betrachteten Ladungseinheiten. Da nur für das Kleinteillager eine Trennung der Ladungsträger vorgesehen ist, wird für das Paletten- und Schwerlastlager lediglich eine direkte Assoziation der Artikel ohne Sub-Ladungsträger realisiert.

---

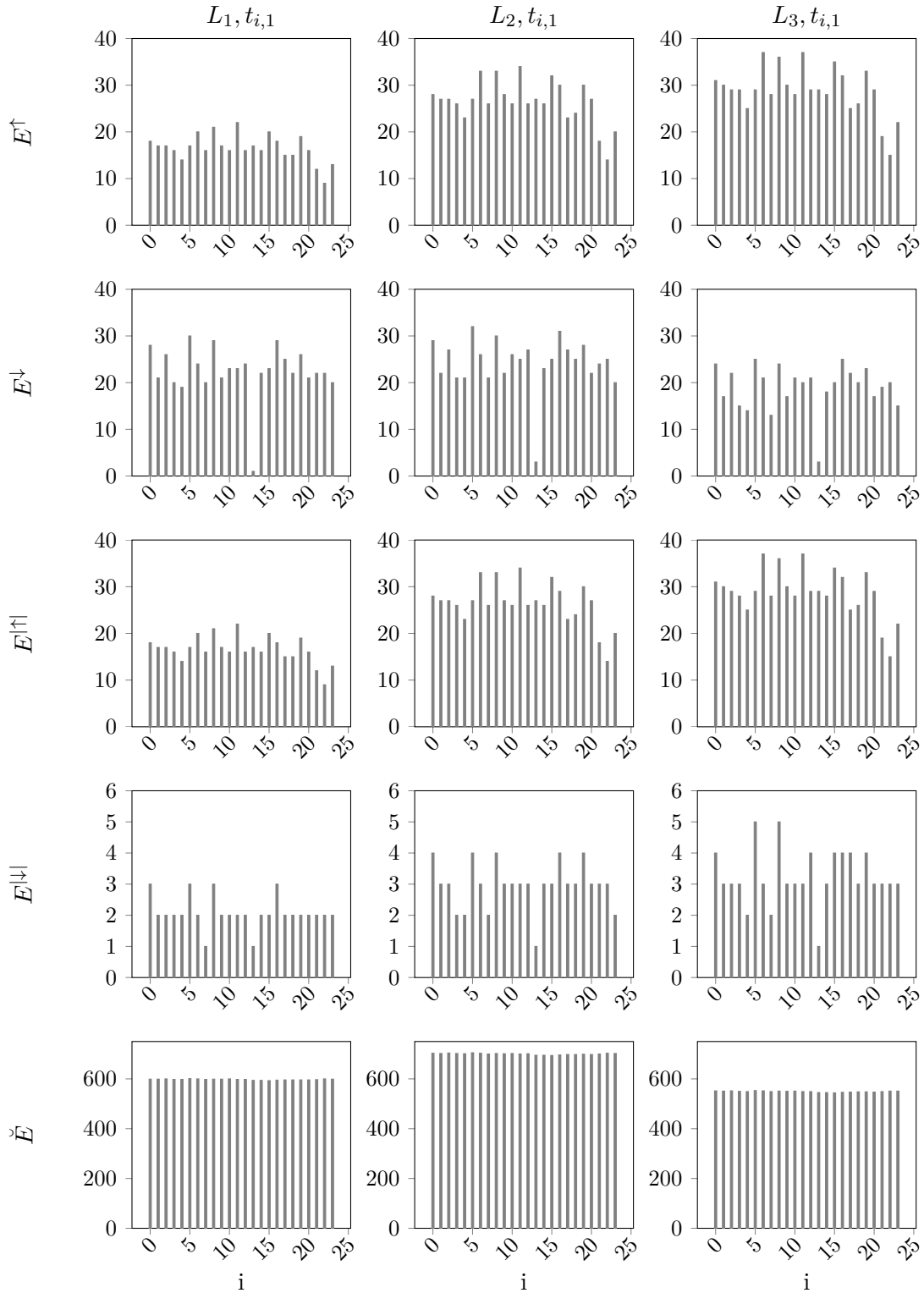
<sup>1</sup>Theoretisch ist es möglich, die Anzahl der Fahrspiele weiter zu reduzieren, da der Fall eintreten kann, dass zwei benötigte Artikel im selben Spiel im selben Ladungsträger bewegt werden. Da dies bei einer großen Anzahl unterschiedlicher Artikel jedoch sehr unwahrscheinlich ist, wird dieser Aspekt nicht untersucht.



**Abbildung 6.22:**  $\check{S}G = SG^\dagger = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^\uparrow, E^\downarrow$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\bar{E}$  für die Ladungsträger  $L_1, L_2, L_3$  mit dedizierten Lagerbereichen für unterschiedliche Ladungsträger



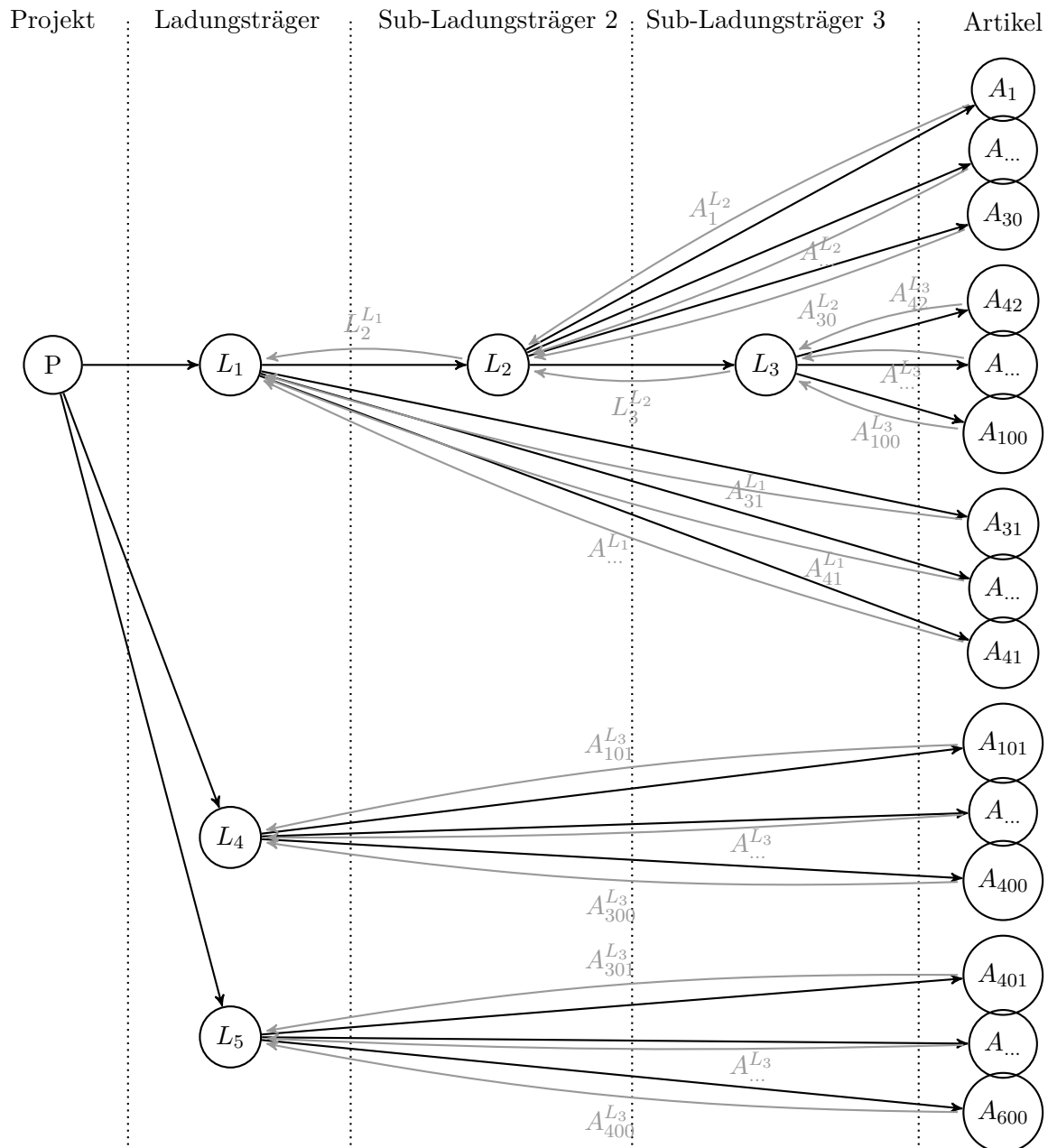
**Abbildung 6.23:** Assoziation dreier Ladungsträger miteinander durch Bildung einer Größenhierarchie sowie eindeutige Zuordnung von 100 Artikeln zu den drei Ladungsträgern



**Abbildung 6.24:**  $\check{S}G = SG^\uparrow = 95\%$ -sichere Umschlagsmengen  $E^\uparrow, E^\downarrow$ , Umschlagshäufigkeiten  $E^{|\uparrow|}, E^{|\downarrow|}$  und Bestände  $\tilde{E}$  für die Ladungsträger  $L_1, L_2, L_3$  wobei kleinere Ladungsträgeraufteilungen jeweils in den größeren Ladungsträgern enthalten sind

**Tabelle 6.3:** Ergebnisse der Assoziation von Artikeln zu den Ladungsträgern  $L_1, L_2, L_3$  und Vergleich der Faltung kombinierter Ladungsträger gegenüber einer getrennten Lagerung

$K$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\check{K}$	$\left\lceil \frac{\check{K}}{K^{L_1}} \right\rceil$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$j_{max}^\dagger$
$L_1$	12	75 %	199	199	14	3	1	2
		85 %	206	206	15	3	1	2
		95 %	218	218	18	5	1	1
		99,99 %	243	243	36	14	1	1
$L_2$	40	75 %	534	267	14	10	1	1
		85 %	546	273	19	14	1	1
		95 %	566	283	28	17	1	1
		99,99 %	610	305	59	24	1	1
$L_3$	48	75 %	570	72	13	15	1	1
		85 %	581	73	20	17	1	1
		95 %	601	76	29	21	1	1
		99,99 %	646	81	58	31	1	1
$\sum_{i=1}^3 L_i$	100	75 %	/	538	41	28	/	/
		85 %	/	552	54	34	/	/
		95 %	/	577	75	43	/	/
		99,99 %	/	629	153	69	/	/
$L'_1$	100	75 %	/	528	12	28	1	1
		85 %	/	537	16	31	1	1
		95 %	/	553	24	36	1	1
		99,99 %	/	588	46	49	1	1
$\Delta K$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\Delta \check{K}$	$\Delta E_K^\downarrow$	$\Delta E_K^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$j_{max}^\dagger$	
$1 - \frac{\sum_{i=1}^3 L_i}{L'_1}$	100	75 %	-1.89 %	-241,67 %	0 %	1	1	
		85 %	-2.79 %	-237,5 %	-9,68 %	1	1	
		95 %	-4.34 %	-200 %	-19,44 %	1	1	
		99,99 %	-6.97 %	-232,61 %	-40,82 %	1	1	



**Abbildung 6.25:** Kombinierte und getrennte Assoziation von Ladungsträgern und Artikeln zueinander und zu einem übergeordneten Projektknoten

### 6.2.4 Homogenisierung des Artikelverhaltens

Nachdem alle Artikel eindeutig einem Ladungsträger zugewiesen und Ladungsträger-zu-Ladungsträger-Assoziationen definiert sind, kann für jeden Ladungsträger eine Aufteilung der zugeordneten Artikel nach ihrem Umschlagsverhalten vorgenommen werden, um eine Homogenisierung des Verhaltens durchzuführen und eine Zonierung zu erlauben.

Es wird eine Zonierung in vier Bereiche angestrebt. Erneut werden Artikel mit eindeutigem Verhalten generiert, um die Auswirkungen auf die Gesamtdimensionierung zu analysieren. Insbesondere wird ein heterogenes Ein- und Ausgangsverhalten forciert, um Fälle abzubilden, in denen sich die Anzahl der eingehenden und ausgehenden Bewegungen unterscheidet. Die vier Gruppen für jeden Ladungsträger werden wie folgt gebildet:

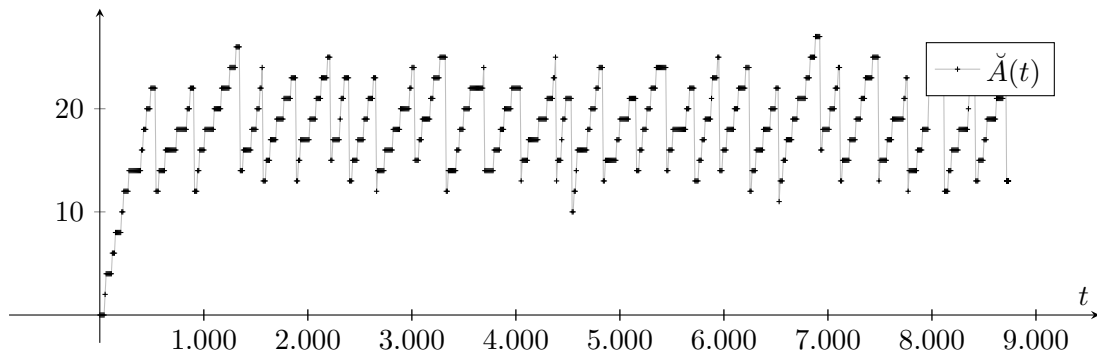
Gruppe A (in den folgenden Abbildungen blau) beschreibt Langsamdreher, welche einen stufenweisen Bestandsaufbau und schubweisen Bestandsabbau aufweisen. Der Bestandsverlauf für den Artikel ist in Abbildung 6.26 dargestellt. Es ist ein gleichmäßiges sägezahnförmiges Verhalten feststellbar. Abbildung 6.27 zeigt eine detailliertere Ansicht des Bestands für den ersten betrachteten Monat, in welchem ein häufiger Zugang in kleinen Mengen (zwei Artikel pro Transaktionen) durch einen seltenen Abgang in größeren Schüben ausgeglichen wird.

Gruppe B (lila) weist ebenfalls Artikel mit niedrigem Umschlag auf, dieser ist jedoch höher als bei Artikelgruppe A. Das Verhalten des Artikels ist in Abbildung 6.28 widerspiegelt. Die größere umgeschlagene Menge wirkt sich unmittelbar auf den höheren maximalen Bestand aus. In der Detailansicht für den ersten Monat (Abbildung 6.29) wird deutlich, dass sowohl der Zugang wie auch der Abgang in größeren Mengen geschieht als bei einem Artikel aus Gruppe A. Außerdem erfolgt der Lagerabgang in kürzeren Zyklen.

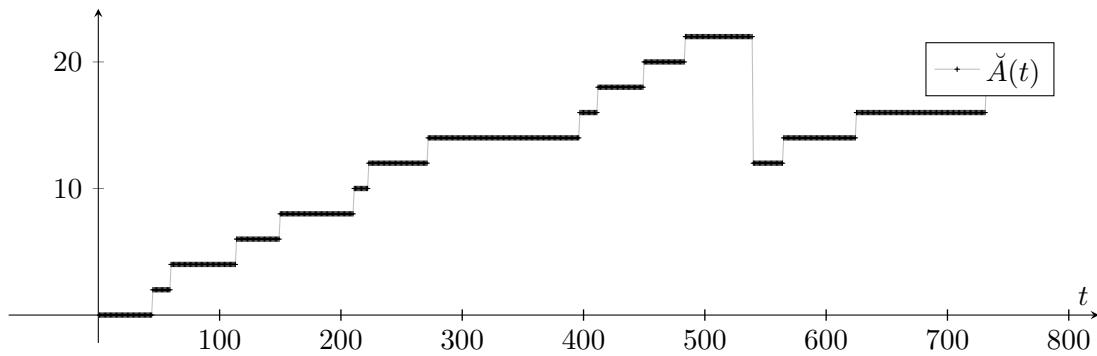
Gruppe C (pink) wird als neutrales Element mit durchschnittlichem Umschlag und keinem bewusst definierten Umschlagsverhalten definiert. Wie in Abbildung 6.30 ersichtlich ist, folgt der Artikel keinem bestimmten Verhalten und lässt kaum einen Rückschluss auf ein Muster zu. Selbiges bestätigt sich bei der Betrachtung der Detailansicht in Abbildung 6.31. Die umgeschlagenen Mengen sind hier jedoch größer als in den vorangehend beschriebenen Gruppen, die Anzahl der Transaktionen ist mit Gruppe B vergleichbar.

Gruppe D (rot) stellt die Schnelldrehergruppe dar. Die Auslagerung erfolgt regelmäßig in großen Losen und deutlich häufiger als die schubweise abgebildete Einlagerung der Artikel (vgl. Abbildung 6.32) dieser Gruppe. Abbildung 6.33 zeigt, dass die zugrunde liegenden Transaktionen in größerer Anzahl vorliegen und umfangreichere Bewegungen (größere Umschlagsmengen) beschreiben.

Die Zuordnung der Artikel zu Artikelgruppen erfolgt, wie in Abschnitt 5.1.5 erläutert, anhand eines Distanzmaßes, welches die Ähnlichkeit der betrachteten Artikel in ihrem Eingangsverhalten ( $E^\uparrow$ ) und Ausgangsverhalten ( $E^\downarrow$ ) bewertet. Aufgrund der schweren optimalen Lösung des Problems (siehe Abschnitt 5.1.5) wird die Assoziation anhand der K-Means-Heuristik vorgenommen. Die Implementierung der Heuristik ist in Algorithmus



**Abbildung 6.26:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus Gruppe A



**Abbildung 6.27:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_1$  (erster Monat)

6.1 dargestellt. Jede gebildete Gruppe wird hier als Cluster bezeichnet. Da vier Gruppen gebildet werden sollen, wird  $k = 4$  definiert. Initial werden die ersten  $k$  Artikel, welche nicht bereits zugeordneten Artikeln gleichen, als Clusterzentrum gesetzt. Ein Clusterzentrum wird als das Tupel des erwarteten eingehenden und ausgehenden Umschlags aller zugeordneter Artikel definiert  $k_i = \langle k_i^\uparrow, k_i^\downarrow \rangle$ . Da initial  $k$  Elemente zugeordnet werden, gleichen die initialen Clusterzentren den  $k$  ersten, paarweise verschiedenen Artikeln.<sup>2</sup>

Die Heuristik führt anschließend so lange Neu Zuordnungen der Artikel zu den vier Clustern durch, bis keine Änderungen mehr auftreten. Die Zuordnung der Artikel erfolgt dabei immer zum (nach der euklidischen Distanz) nächsten Clusterzentrum (Zeile 14 bis 22). Nach jeder vollständigen Zuordnung aller Artikel wird das Clusterzentrum als Mittelpunkt der zugeordneten Artikel festgelegt (Zeile 23 bis 25).

<sup>2</sup>Diese Form der Initialisierung genügt bei dem vorliegenden Datensatz, lässt sich jedoch nicht auf beliebige Probleme anwenden. Beispiele für unterschiedliche K-Means-Initialisierungsheuristiken und ihre Güte finden sich in [CKV13] und [JMO16].



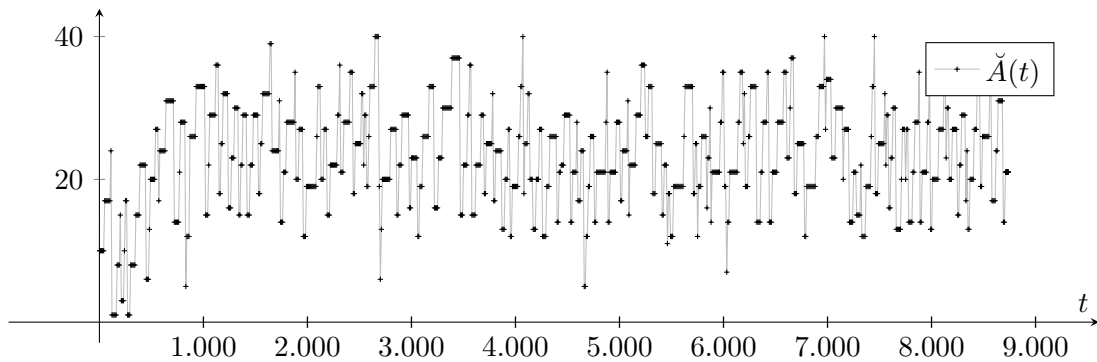
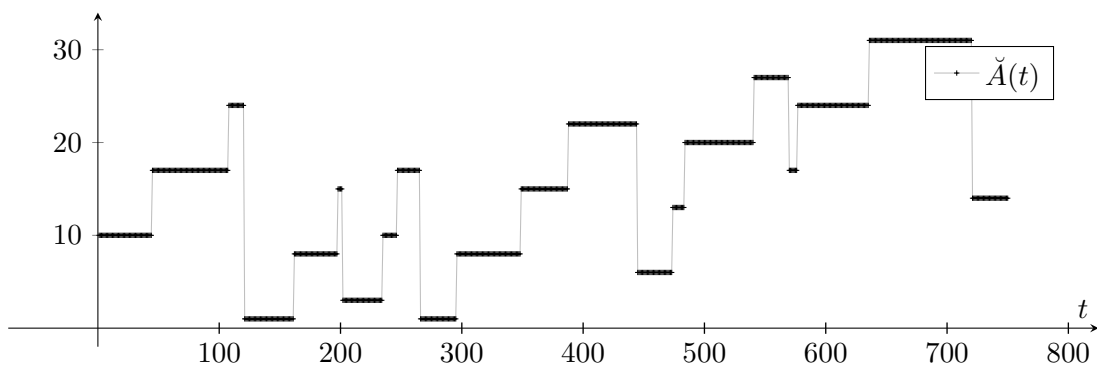
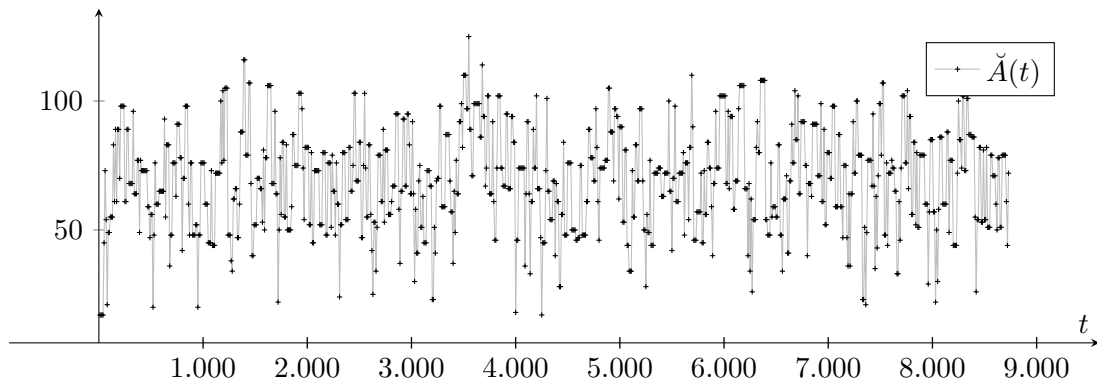
Abbildung 6.28: Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_2$ Abbildung 6.29: Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_2$  (erster Monat)

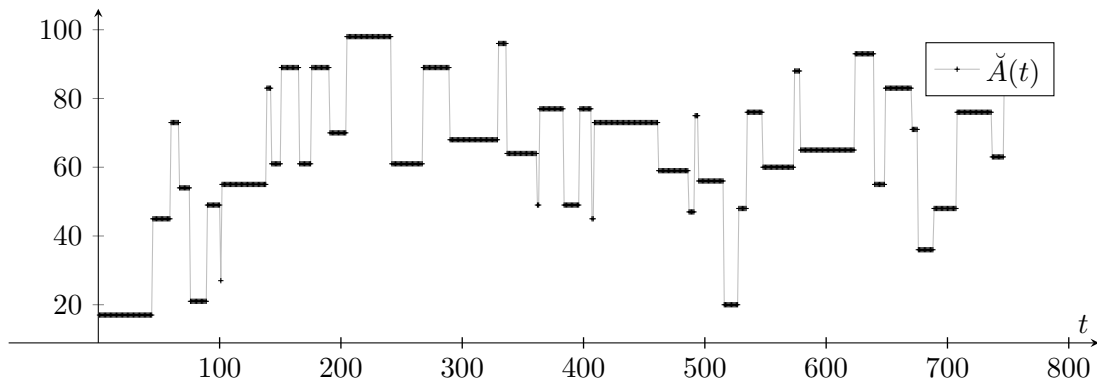
Abbildung 6.34 zeigt die resultierende Zuordnung der Artikel zu Clustern. Da die Gruppen deutlich unterschiedliche Umschlagseigenschaften haben, führt auch die Durchführung einer K-Means-Implementierung zu optimalen Ergebnissen. Für komplexere Problemstellungen lässt sich die hier verwendete Methode ohne Weiteres durch eine alternative Implementierung zur Lösung von Modell (5.33a) substituieren.

Die resultierenden Assoziationen der Ladungsträgerstruktur sind in Abbildung 6.35 dargestellt. Da in einem Cluster Artikel unterschiedlicher Größe zusammengefasst werden, wird bei der Bestimmung der Kennzahlen pro Cluster bereits der Kapazitätsfaktor des Artikels zum übergeordneten Ladungsträger einbezogen. Die runde Artikelanzahl in jedem Cluster ist den künstlich erzeugten Testdaten geschuldet, belegt jedoch, dass die Artikel korrekt nach ihrer Datengruppe in Cluster beziehungsweise Artikelgruppen zusammengefasst sind.

Das Clustering und die Auswirkungen der Zonierung auf den benötigten Bestand sind für unterschiedliche Servicegrade in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Für das betrachtete Szenario finden sich aufgrund der fehlenden saisonalen Schwankungen alle dominierenden Ergebnisse innerhalb der Analyse des stundenbezogenen Periodensystems. Sowohl im



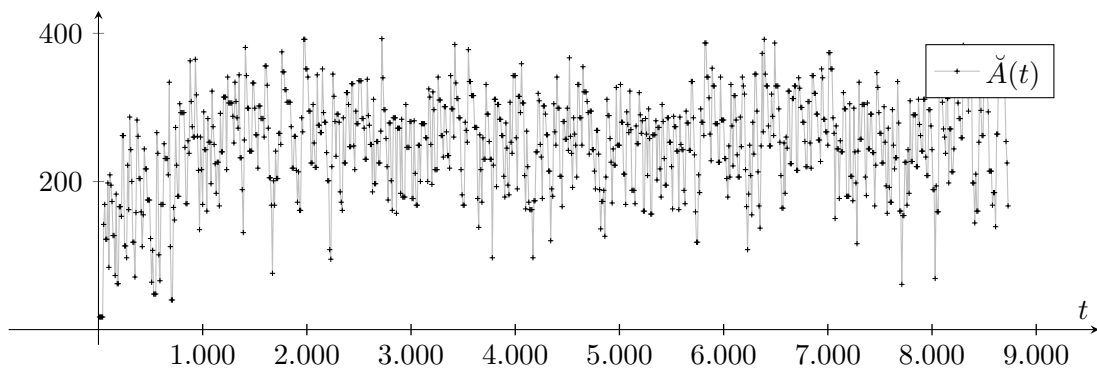
**Abbildung 6.30:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_3$



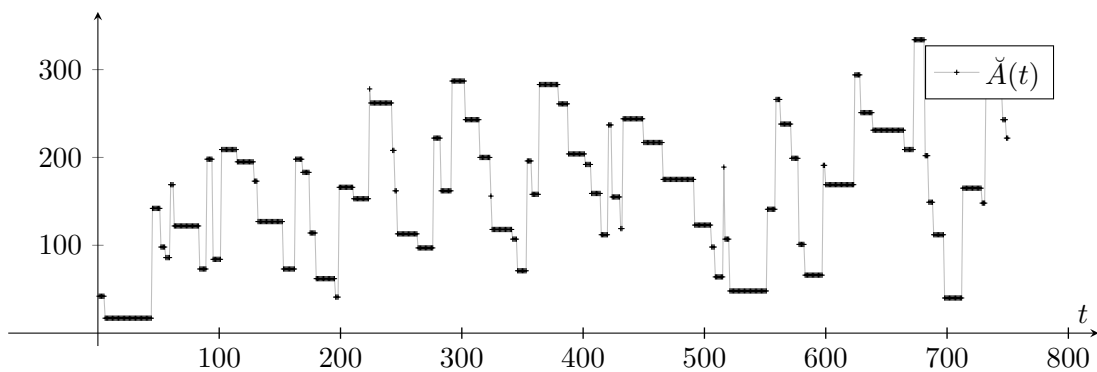
**Abbildung 6.31:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_3$  (erster Monat)

Bestand wie auch für den Umschlag werden für steigende Servicegrade überproportionale Resultate erzeugt. Festzuhalten ist, dass zwar ein Zusammenhang zwischen Bestand und Umschlag besteht (ein erhöhter Umschlag führt tendenziell zu einem höheren Bestand), dass sich jedoch keine generelle Aussage treffen lässt, wie diese Größen zusammenspielen. Obwohl  $C_2$  und  $C_4$  einen vergleichbaren Umschlag haben, bestehen die beiden Cluster aus einer anderen Anzahl zugrunde liegender Artikel mit deutlich unterschiedlichen Beständen. Ein Rückschluss vom Bestand auf den Umschlag oder umgekehrt ist daher nicht möglich, und die benötigten Kennzahlen müssen getrennt ermittelt werden.

Für die Dimensionierung des Lagers werden die ermittelten Kapazitätsanforderungen der einzelnen Cluster kumuliert, um den fehlenden Ausgleich der Kapazität durch die feste Zonierung abzubilden. Der zusätzliche Kapazitätsbedarf liegt für dieses Szenario bei einem Servicegrad  $\check{S}G = 95\%$  bei 2% und damit deutlich unter dem von Gudehus geschätzten Mehrbedarf von 5%, welcher erst bei sehr hohen Servicegraden benötigt wird. Würde man jede Zone mit dedizierter Fördertechnik bedienen, müsste man für die getrennte Betrachtung des Umschlags deutlichere Abweichungen in Kauf nehmen (bis

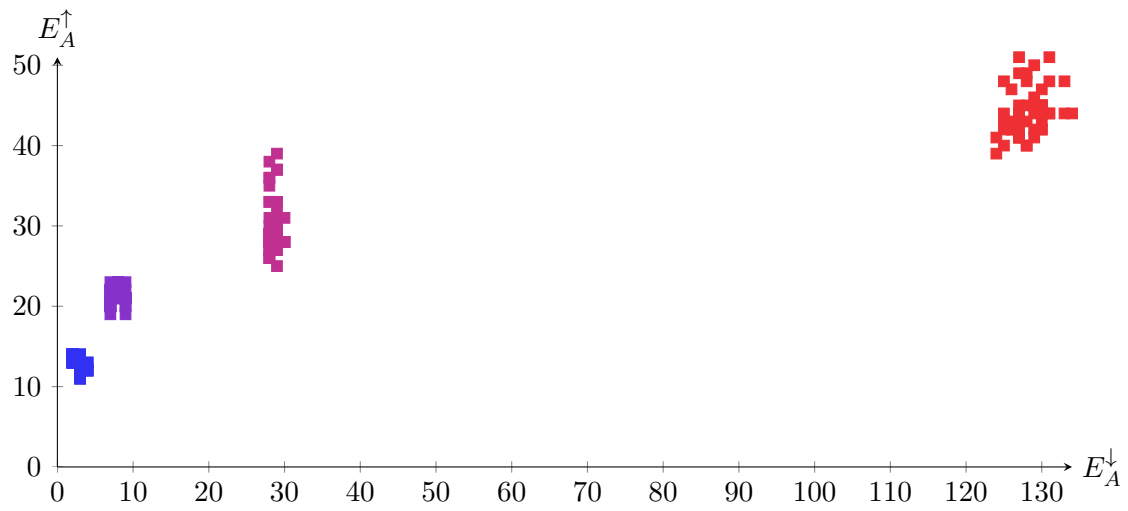


**Abbildung 6.32:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_4$



**Abbildung 6.33:** Bestandsverlauf für einen Artikel aus  $C_4$  (erster Monat)

zu 40 %). Da jedoch alle Zonen mit dem gleichen Regalbediengerät angefahren werden, wird hier, wie in Modell 5.36 definiert, die aus der Faltung der Verteilungen gewonnene Kennzahl verwendet.



**Abbildung 6.34:** Mittels des K-Means-Algorithmus gebildete Cluster über die gegebenen Artikelgruppen A-D in Abhängigkeit des ein- und ausgehenden Umschlags für einen Servicegrad  $SG^{\uparrow} = 95\%$

**Algorithmus 6.1 :** K-Means Algorithmus zur Zuordnung der Artikel zu Clustern

---

**Input :** Anzahl zu bildender Cluster  $k$ , erwartete Umschlagskennzahlen für  $a$  zuzuordnende Artikel  $\left\{ \left\langle E_{A_1}^\uparrow, E_{A_1}^\downarrow \right\rangle, \dots, \left\langle E_{A_a}^\uparrow, E_{A_a}^\downarrow \right\rangle \right\}$

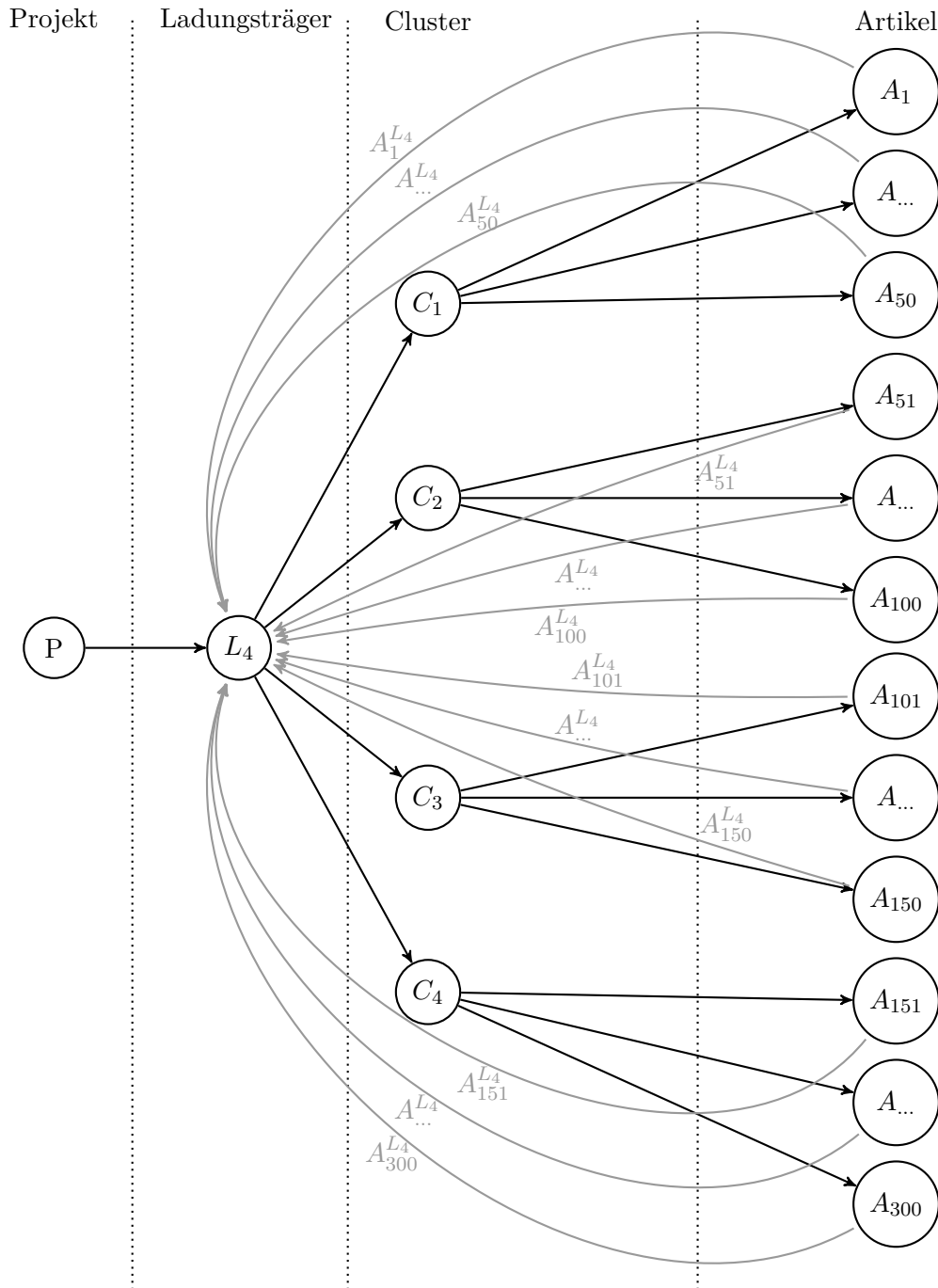
**Output :** Zuordnung der Artikel zu Clustern  $\chi_{i,j}^C$

```

1  j ← 1           // Bestimmung initialer Clusterzentren  $k_i = \left\langle k_i^\uparrow, k_i^\downarrow \right\rangle$ 
2  for i ← 1 to k do
3       $\left\langle k_i^\uparrow, k_i^\downarrow \right\rangle \leftarrow \left\langle E_{A_j}^\uparrow, E_{A_j}^\downarrow \right\rangle$ 
4      if i = j then
5          break
6      end
7      while  $\left\langle k_i^\uparrow, k_i^\downarrow \right\rangle = \left\langle E_{A_j}^\uparrow, E_{A_j}^\downarrow \right\rangle$  do
8          j ← j+1
9      end
10 end
11 c ← 1
    // Neue Clusterzentren bestimmen, bis keine Änderung mehr auftritt
    while c=1 do
12      $\chi_{i,j}^C \leftarrow 0, \forall i, j$  // Distanzen  $d_{i,j}$  zu den Clusterzentren berechnen
13     for j ← 1 to a do
14         for i ← 1 to k do
15              $d_{i,j} \leftarrow \sqrt{\left(k_i^\uparrow - E_{A_j}^\uparrow\right)^2 + \left(k_i^\downarrow - E_{A_j}^\downarrow\right)^2}$ 
16         end
                // Zuordnung zu Clustern mit minimalen Distanzen
17         for i ← 1 to k do
18              $\min \leftarrow \arg \min_{0 < j \leq k} d_{i,j}$ 
19              $\chi_{\min,j} \leftarrow 1$ 
20         end
21     end
22     for i ← 1 to k do // Neue Clusterzentren  $k'_i = \left\langle k_i^{\uparrow'}, k_i^{\downarrow'} \right\rangle$  bestimmen
23          $k_i^{\uparrow'} \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^a E_{A_j}^\uparrow \cdot \chi_{i,j}^C}{\sum_{j=1}^a \chi_{i,j}^C}$ 
24          $k_i^{\downarrow'} \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^a E_{A_j}^\downarrow \cdot \chi_{i,j}^C}{\sum_{j=1}^a \chi_{i,j}^C}$ 
25     end
26     if  $k'_i = k_i, \forall i$  then
27         c ← 0
28     end
29 end

```

---



**Abbildung 6.35:** Ladungsträgerstruktur nach der Zuordnung der Artikel zu einem Ladungsträger und darauf folgender Gruppierung nach Artikelverhalten in Cluster. Die Kapazitätsinformationen  $A_j^{L_4}$  werden weiterhin auf den übergeordneten Ladungsträger bezogen.

**Tabelle 6.4:** Ergebnisse der Aufteilung von 300 Artikeln mit dynamischer Heterogenität in vier Artikelgruppen und Vergleich mit einer unzonierten Lagerung

$K$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\check{K}$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$\check{j}_{max}^\dagger$
$C_1 - \text{rot}$	50	75 %	2050	65	40	1	1
		85 %	2077	88	43	1	1
		95 %	2122	110	56	1	1
		99,99 %	2244	175	87	1	1
$C_2 - \text{lila}$	50	75 %	245	6	3	1	1
		85 %	247	8	4	1	1
		95 %	252	10	6	1	1
		99,99 %	265	16	11	1	1
$C_3 - \text{pink}$	50	75 %	622	20	12	1	1
		85 %	631	20	16	1	1
		95 %	647	30	20	1	1
		99,99 %	685	40	34	1	1
$C_4 - \text{blau}$	150	75 %	406	7	3	1	1
		85 %	411	8	5	1	1
		95 %	418	10	7	1	1
		99,99 %	434	14	11	1	1
$\sum_{i=1}^4 C_i$	300	75 %	3323	98	58	1	1
		85 %	3366	124	68	1	1
		95 %	3439	160	89	1	1
		99,99 %	3628	245	143	1	1
$L_4$	300	75 %	3293	99	48	1	1
		85 %	3323	114	55	1	1
		95 %	3372	139	68	1	1
		99,99 %	3483	201	101	1	1
$\Delta K$	Anzahl	$\check{S}G, SG^\dagger$	$\Delta \check{K}$	$\Delta E_K^\downarrow$	$\Delta E_K^\uparrow$	$\check{j}_{max}$	$\check{j}_{max}^\dagger$
$1 - \frac{\sum_{i=1}^4 C_i}{L_4}$	300	75 %	-0,9 %	1 %	-20,8 %	1	1
		85 %	-1,3 %	-8,8 %	-23,6 %	1	1
		95 %	-2 %	-15,1 %	-30,9 %	1	1
		99,99 %	-4,2 %	-21,9 %	-41,6 %	1	1

## 6.3 Prototypische Realisation der Layoutoptimierung

Die Ergebnisse der Dimensionierung werden, wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, als Zielgrößen der Layoutoptimierung definiert und oben rechts in der Hauptmaske der Layoutoptimierung zusammengefasst. Für jeden Ladungsträger, welcher einen dedizierten Lagerbereich benötigt, werden die Größe sowie die Anzahl der bestimmten Cluster und die Anzahl der auswählbaren Regalbediengeräte wiedergegeben.

Die detaillierten Kennzahlen der Artikelgruppen und die Parameter der Regalbediengeräte können in den darunter angeordneten Übersichten betrachtet und manipuliert werden. Im unteren rechten Bereich kann für jeden Ladungsträger parametrisiert werden, wo sich die Übergabepunkte befinden sollen und welche Eigenschaften (Abstandsmaße, Anzahl Ladungsträger pro Auflage) für den Stahlbau gelten.

Im oberen linken Bereich lassen sich die globalen Restriktionen für das Optimierungsproblem definieren. Hier werden minimale und maximale Längenangaben für die Länge, Höhe und Breite des gesamten Lagers und die Kosten für die genutzte Grundfläche parametrisiert. Auf Grundlage von Modell (3.26b) wird eine Lösung für das Problem approximiert und als Initiallösung für die heuristische Verbesserung genutzt.

Jedes lokale Optimum, welches von der Heuristik aufgedeckt wird, kann (wie in Abbildung 6.37 dargestellt) visualisiert werden. Neben globalen Kennzahlen, wie den resultierenden Kosten und der Größe des Lagers werden für jede gebildete Gasse die Belegung der Entscheidungsvariablen (Größe und Regalbediengerät) und die bestimmten Leistungskennzahlen unter Zonierung für unterschiedliche Fahrspiele zusammengefasst.

Für jede Gasse lässt sich die nach Modell (5.49a) bestimmte Zonierung der zugeordneten Artikelklassen grafisch wiedergegeben. Die farbige Abstufung der Fächer in Abbildung 6.37 resultiert aus der Bildung des Quotienten aus der für das Feld verfügbaren Umschlagsleistung (vgl. Formel (5.48)) und dem benötigten Umschlag der Artikelgruppe. Diese Form der Darstellung unterstreicht die angestrebte Homogenisierung der Gassenbelastung durch eine Zonierung.

Eine Übersicht des Fortschritts der Heuristik wird unter dem Reiter „Kostenverlauf“ visualisiert. Ausgehend von der Initiallösung, wird hier anhand zweier Graphen dargestellt, welche Kosten durch lokale Optima der Heuristik erzielt werden. Der grün dargestellte Graph zeigt hierbei nur Verbesserungsschritte, also Lösungen, die zu günstigeren Gesamtlösungen geführt haben, während der rote Graph die lokalen Optima aller gefundenen gültigen Lösungen widerspiegelt.



Projektmappe Globale Einstellungen

Max. (Gassen-)Länge [m] 50  
 Min. Länge [m] 10  
 Max. Breite [m] 200  
 Min. Breite [m] 10  
 Max. Höhe [m] 35  
 Min. Höhe [m] 10  
 Preis für Grundstück [€/m²] 1

Approximieren

Mittlere Auslastung [%] 56,14

Optimieren

**Ladungsträger**

Bezeichner	Länge	Breite	Höhe	Bleibt im Rack	#Produktklassen	#RBGs
Bin	60	80	24	<input type="checkbox"/>	4	3
Palette	97	129	70	<input type="checkbox"/>	2	3
Bulk	120	180	125	<input type="checkbox"/>	2	3
Box(wheels)	150	180	160	<input type="checkbox"/>	2	3

Löschen Hinzufügen

**Artikel-Cluster**

**Regalbediengeräte**

**Regalaufbau**

Name  BinAisleType

Träger nach x-LT  1 X Horizontal LT - Träger  10

Trägerbreite [cm]  10 X Horizontal LT - LT  10

Höhe LT-Auflage [cm]  10 Z (Tiefe) LT - LT  5

Kostenfaktor horizontal [€/m²]  5 Y Vertikal LT - Auflage  10

Kostenfaktor vertikal [€/m]  5

exp. Zuschlag für Höhe  0

Abstand der Übergabepunkte von 0 in [m]

☐ In = Out ☐ In, Out, gleiche Seite ☒ In, Out, verschiedene Seite

In/Out In, Out, gleiche Seite In, Out, verschiedene Seite

0 16 0 16 0 16

Typ	#Gassen	Last [%]	Länge [m]	Höhe [m]	Bt
Bin	7	74	49,6	30,8	7,4
Bulk	5	54	48,1	23,2	10
Palette	8	46	49,63	31,5	13
Box(wheels)	2	51	45,1	21,6	6,4

Abbildung 6.36: Übersicht der Optimierungsdaten

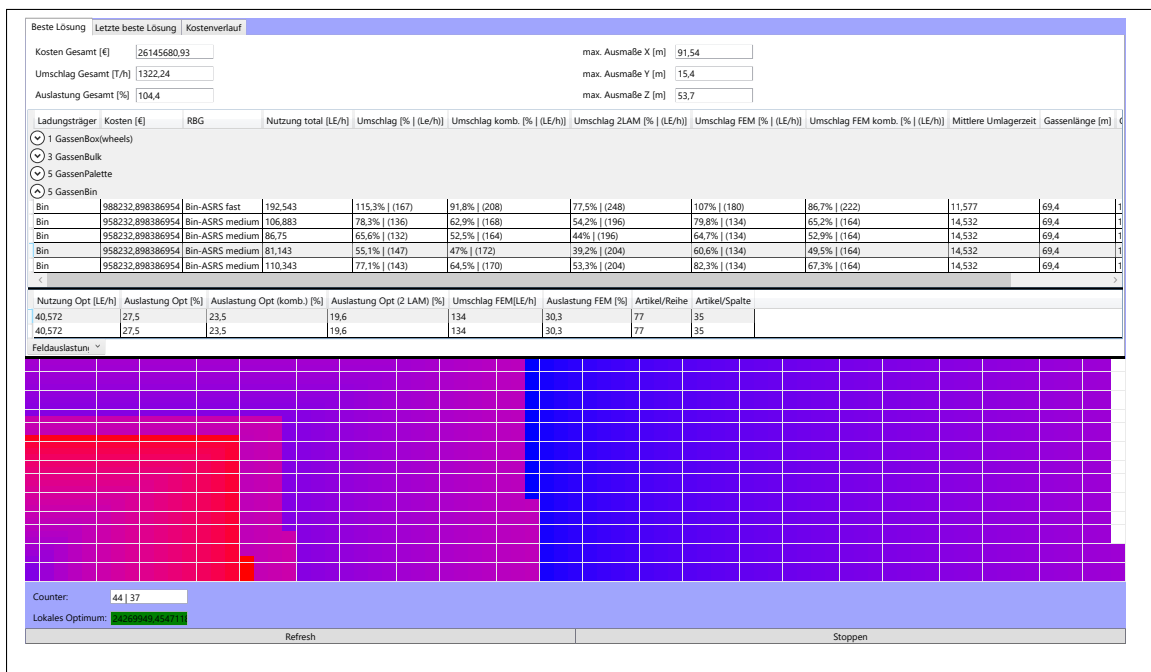
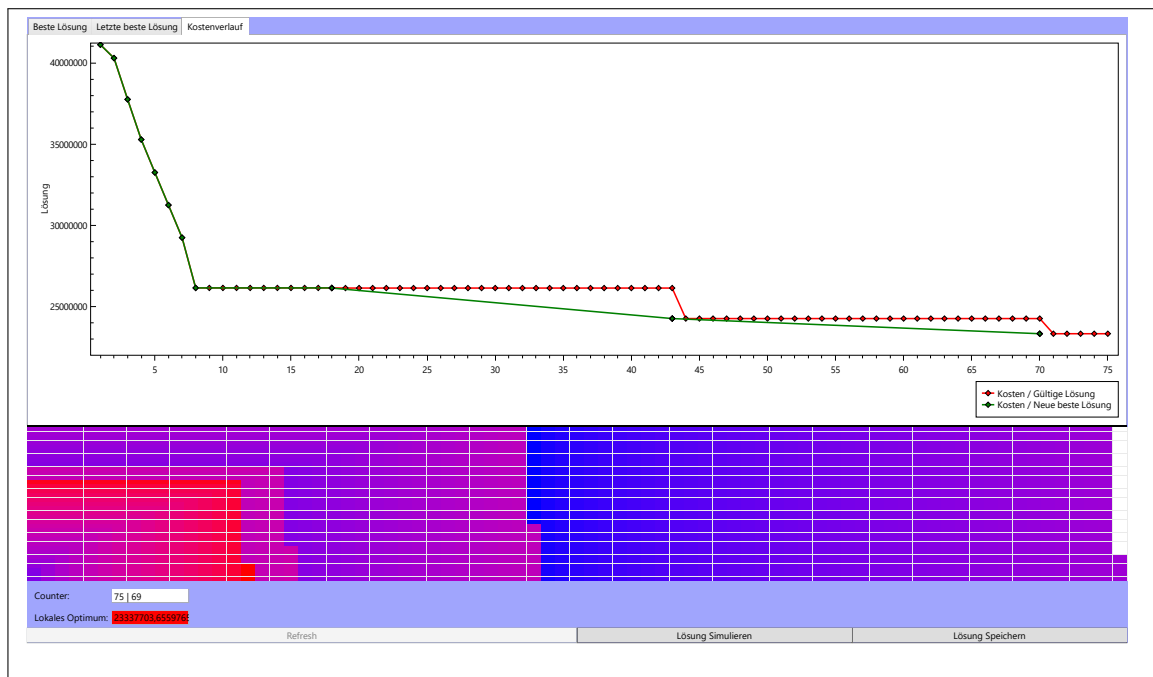


Abbildung 6.37: Visualisierung eines lokalen Optimums der Heuristik



**Abbildung 6.38:** Visualisierung der Kostenentwicklung während der heuristischen Lösung

## 6.4 Evaluation der Layoutoptimierung

Die Evaluation der Layoutoptimierung erfolgt analog zum Aufbau der Arbeit in Abschnitt 5.2. Zusätzlich wird zunächst eine Erläuterung des betrachteten Szenarios gegeben.

Da die im vorangehenden Abschnitt ermittelten Kennzahlen auf Testdaten zur Analyse der einzelnen Bereiche der Dimensionierung basieren und nicht auf echten historischen Daten, sind diese nur bedingt für einen validen Test der Layoutoptimierung geeignet. Es werden daher Testdaten mit einem realitätsnahen Umschlagsverhalten gebildet. Für dieses Szenario werden der Aufbau und die Bestimmung der Kosten für einzelne Gassen erläutert.

Auf Basis dieser Daten wird als Referenzwert eine Layoutoptimierung für ein homogenes Lagerlayout durchgeführt. Zur Ermittlung der benötigten Größen für eine Optimierung unter heterogenen Annahmen wird die Bildung geeigneter Zonen innerhalb der Regalfront in Abhängigkeit der Übergabepositionen dargestellt. Zur Ermittlung der Spielzeiten in einem so zonierten Lager wird zuerst ein Verfahren zur schnellen Berechnung der Querfahrzeiten erläutert. Basierend auf diesem Vorgehen, werden repräsentative Spielzeiten für unterschiedliche Parameterkombinationen ermittelt. Abschließend wird unter Anwendung der einzelnen Verfahren eine Optimierung für den heterogenen Fall des Szenarios durchgeführt.

**Tabelle 6.5:** Rahmengrößen des realisierten Lagers

Ladungsträger	Bestand	Umschlag	Abmessungen in mm	
$L_m$	$\check{E}_{L_m}$	$E_{L_m}^{\updownarrow}$	$L_m^x, L_m^y, L_m^z$	
Kleinladungsträger	1	14000	820	800, 600, 240
Paletten	2	6400	380	1290, 970, 700
Gitterboxen	3	2400	120	1800, 1200, 1250

### 6.4.1 Abgebildetes Szenario

Als Beispiel für ein Planungsprojekt werden die Rahmendaten eines bereits realisierten Projektes derart angepasst, dass einerseits kein Rückschluss auf den Kunden des Lagers möglich ist und andererseits alle betrachteten Teile des Konzeptes Anwendung finden können. Betrachtet wird ein Ersatzteillager im Bereich der Luftfahrt, da hier alle Heterogenitätsanforderungen gegeben sind. Im Bereich der statischen Heterogenität lässt sich eine Vielzahl unterschiedlicher Artikel anführen, welche gelagert werden sollen. Die Spannweite reicht hierbei von Kleinteilen wie Schrauben und Dichtungen bis hin zu vormontierten Flugzeugrädern, für die spezielle Ladungsträger eingesetzt werden müssen. Als Lager von Verbrauchsteilen lässt sich weiterhin ein heterogener Umschlag feststellen, bei welchem die Artikel schubweise eingelagert und in kleinen Stückzahlen oder einzeln entnommen werden. Weiterhin ist ein ungleichmäßiger Abgang der Bestände aus dem Lager nicht unrealistisch, da Wartungen saisonal verschieden (unterschiedlicher Verschleiß der Maschinen zu verschiedenen Jahreszeiten, Abstimmung der Wartung mit übergeordneten Plänen) und unvorhersehbar (Defekte und Einführung neuer technischer Anforderungen) vorkommen.

Das zu realisierende Lager soll vier dedizierte Bereiche für unterschiedliche Ladungseinheiten bereitstellen. Zunächst ein Kleinteilelager, in dem Boxen mit einer möglichen Viertelung eingesetzt werden. Für größere Artikel werden Paletten und Gitterboxen in getrennten Lagerbereichen eingesetzt, und für die Lagerung der Reifen und Komplett-räder wird ein eigener Lagerbereich mit speziellen Ladungsträgern benötigt. Die der tatsächlichen Realisierung zugrunde liegenden Bedarfsdaten führten zu einer Realisierung des Lagers mit den in Tabelle 6.5 genannten Kerngrößen.

Da die Informationen, welche zu diesen Größen geführt haben, nicht vollständig zur Verfügung stehen, wird ein artifizieller Datensatz erzeugt, welcher alle benötigten Informationen enthält und eine vollständige Dimensionierung erlaubt. Die zu generierenden Transaktionsdaten werden hierbei derart erzeugt, dass folgende Eigenschaften erfüllt werden: Es erfolgt maximal eine Anlieferung pro Tag für jeden Artikel. Dies erzwingt, dass ein ungleichmäßiges Ein- und Ausgangsverhalten für Artikel entsteht. Das Verhältnis des Bestands zum Umschlag folgt einem Schiefe-Parameter (siehe Formel (3.32))  $s = 0,3$ ,

**Tabelle 6.6:** Für die Layoutoptimierung verwendete Kapazitätsanforderungen

$L_m$	$K$	$\check{K}$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$
1	$C_1$	1341	238	162
	$C_2$	4023	192	131
	$C_3$	4023	122	83
	$C_4$	4023	90	61
2	$C_5$	632	158	120
	$C_6$	1897	128	98
	$C_7$	1897	81	62
	$C_8$	1897	60	46
3	$C_9$	343	60	33
	$C_{10}$	1032	48	27
	$C_{11}$	1032	30	17
	$C_{12}$	1032	22	12

um eine heterogene Umschlagsverteilung abzubilden und somit eine Zonierung zu ermöglichen. Das Artikelverhalten ist mit Saisoneinflüssen zu überlagern. Die Eigenschaften der Artikelklassen werden gezielt ausgeprägt, um die Auswirkungen auf die Dimensionierung zu verdeutlichen. Es werden vier Gruppen von Artikeln gebildet:

- A-Klasse (10 % des Bestands erzeugen 37 % des Umschlags): Schnelldreherklasse mit mehr als einer Auslagerung pro Artikel und Tag
- B-Klasse (30 % des Bestands erzeugen 30 % des Umschlags): mittleres Umschlagsverhalten mit erhöhtem Bedarf zur Winterzeit
- C-Klasse (30 % des Bestands erzeugen 19 % des Umschlags): Langsamdreherklasse, welche nur an Werktagen zur Tagschicht ausgelagert wird
- D-Klasse (30 % des Bestands erzeugen 14 % des Umschlags): Langsamdreherklasse mit homogenem Umschlagsverhalten

Als Eingabedaten der Anforderungen an das Lager werden die in Tabelle 6.6 aufgeführten Informationen verwendet. Zusätzlich wird das Szenario um Informationen zu den einsetzbaren technischen Installationen wie den Regalen und Regalbediengeräten erweitert.

#### 6.4.2 Gassenaufbau und Referenzwerte für ein homogenes Lager

Die Optimierung des Lagerlayouts erfolgt mit dem Ziel, zu minimalen Kosten ein ausreichend leistungsfähiges Lager zu gestalten. Als Kostengrößen werden die Kosten für den

Stahlbau, den Boden und die gewählten Regalbediengeräte einbezogen. Die geforderte Leistung des Lagers wurde im Rahmen der Dimensionierung ermittelt beziehungsweise im dargestellten Szenario gegeben. Die Kosten für den Stahlbau werden nach Modell (5.86) für einen gegebenen Datensatz ermittelt.<sup>3</sup>

Die Kosten, die sich für die Gestaltung der Regale für unterschiedliche Ladungsträger, Bauhöhen ( $x$ ) und Gewichtsklassen  $LT^w$  der Ladungseinheiten ergeben, sind in den folgenden Abbildungen dargestellt. Die Abbildungen beziehen sich jeweils auf ein Regal mit einer Kapazität von 900 Ladungseinheiten. Abbildung 6.39a zeigt die Ergebnisse für die Gestaltung eines Regals für Kleinladungsträger. Die Sprungstellen bei den Höhen 10, 20 und 30 Meter ergeben sich aus den zugrunde liegenden Kostendaten für einzelne Bauelemente, welche eine Änderung der Rahmenstruktur in gleichen Schritten antizipieren lässt. Die Betrachtung des Stahlbaus für Kleinteile ist hier auf eine maximale Höhe des Regals mit 40 Ladungseinheiten übereinander begrenzt. Analog zeigen die Abbildungen 6.39b und 6.39c die im Weiteren angewendeten Kostendaten für den Regalbau des Paletten- und des Schwerlastregals. In beiden Fällen ist ersichtlich, dass eine hohe Regalkonstruktion stärkeren Einfluss auf die Kosten hat als im Kleinteilelager. Dies ist auf die höheren Lasten zurückzuführen, welche vom Stahlbau getragen werden müssen. Die Betrachtung dieser Regaltypen ist auf eine Höhe von 20 Ladungseinheiten beschränkt. Für die Bildung doppeltiefer Gassen wird angenommen, dass die Kosten für das doppeltiefe Regal um den Faktor 1,75 höher liegen als bei einem einfachtiefen Regal.

Tabelle 6.7 fasst die Parameter der betrachteten Regalbediengeräte zusammen. Für jeden Ladungsträger kann eines von fünf Regalbediengeräten ausgewählt werden, von denen jeweils die beiden leistungsfähigeren Fördermittel als Varianten mit einem oder zwei Lastaufnahmemitteln einsetzbar sind. Weiterhin wird unterstellt, dass jede Lastaufnahme mit Zusatzkosten in Höhe von 5000 GE pro Lastaufnahmemittel für den Einsatz in doppeltiefen Gassen erweitert werden kann.<sup>4</sup>

Als Referenzwert wird ein Lagerlayout ohne Berücksichtigung der dynamischen Heterogenität der Artikel bestimmt. Da durch die entfallene Zonierung eine geringere Kapazität benötigt wird (siehe hierzu die Abschnitte 3.2.5 und 5.1.5), werden die in Tabelle 6.8 aufgeführten Anforderungen als Grenzen definiert.

---

<sup>3</sup>Die detaillierten Kostendaten für einzelne Regalelemente befinden sich im Unternehmenseigentum und werden daher nicht veröffentlicht. Weiterhin wurden die Parameter derart manipuliert, dass zwar für die weitere Evaluation gültige Werte ermittelt werden können, jedoch kein einfacher Rückschluss auf die tatsächlichen Kosten für den Stahlbau möglich ist.

<sup>4</sup>Diese Ergänzung dient primär der Reduktion der Lösungszeit der Optimierung. Es wird unterstellt, dass die Doppeltief-Parametrisierung eines Regalbediengerätes keinen Einfluss auf die Fahreigenschaften des Fördermittels hat. Die zusätzliche Umlagerzeit für  $\chi^*$  kann daher in der gleichen Iteration bestimmt werden wie für ein einfachtiefes Regal.

**Tabelle 6.7:** Betrachtete Regalbediengeräte und deren Parameter

$l$	$o$	$R_o^{a_x}$	$R_o^{a_y}$	$R_o^{s_x}$	$R_o^{s_y}$	$R_o^{t_{z1}}$	$R_o^{t_{z2}}$	$R_o^l$	$R_o^c$	$R_o^{c2}$
1	1	1	1	3	1	4	8	1	110.000 GE	115.000 GE
	2	1,5	1,5	2	4	3	7	1	130.000 GE	135.000 GE
	3	1,5	1,5	2	4	3	7	2	140.000 GE	150.000 GE
	4	2	2	3	6	2	6	1	150.000 GE	155.000 GE
	5	2	2	3	6	2	6	2	160.000 GE	170.000 GE
2	1	0,5	0,5	2	0,5	10	14	1	130.000 GE	135.000 GE
	2	0,5	0,5	3	0,6	7	10	1	140.000 GE	145.000 GE
	3	0,5	0,5	3	0,6	7	10	2	150.000 GE	160.000 GE
	4	0,8	0,8	4	2	7	10	1	160.000 GE	165.000 GE
	5	0,8	0,8	4	2	7	10	2	170.000 GE	180.000 GE
3	1	0,5	0,5	2	0,5	10	14	1	200.000 GE	205.000 GE
	2	0,5	0,5	3	0,6	7	10	1	250.000 GE	255.000 GE
	3	0,5	0,5	3	0,6	7	10	2	270.000 GE	280.000 GE
	4	0,8	0,8	4	2	7	10	1	280.000 GE	285.000 GE
	5	0,8	0,8	4	2	7	10	2	300.000 GE	310.000 GE

**Tabelle 6.8:** Reduzierte Bestandsanforderungen für die Gestaltung eines Lagers ohne Beachtung der dynamischen Heterogenität der Lagergüter

$l$	$\check{K}$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$
1	13008	642	437
2	6134	427	326
3	3336	160	89

Die optimale Lösung für diesen Grenzfall (eine Zone) lässt sich anhand Modell (5.98a) bestimmen, indem für jeden Ladungsträger, ausgehend von einer approximierten Gassenanzahl, so lange einzelne Gassen entfernt werden, bis entweder keine weitere Kostenreduktion resultiert oder keine gültige Lösung mehr gefunden wird. Die optimale Regalhöhe-zu-Regalbediengerät-Kombination wird für jede Iteration mit Modell (5.92a) ermittelt. Die gefundene Lösung für dieses vereinfachte Optimierungsmodell ist in Tabelle 6.9 zusammengefasst und in Abbildung 6.40 visualisiert. Es resultiert ein Lager mit elf Gassen, wobei die Gassen für schwere Güter und Kleinladungsträger mit Doppellastaufnahmen ausgerüstet sind. Es zeigt sich darüber hinaus, dass keine Gasse als doppeltief definiert wurde. Dies lässt sich durch den hohen geforderten Umschlag für jeden Ladungsträgertyp erklären. Wollte man die beiden verbleibenden Gassen fusionieren, wäre

**Tabelle 6.9:** Ergebnisse der Optimierung ohne Längenbeschränkung ohne Zonierung

$n$	$l$	$G_{n,o,y}^c$	$o$	$R_o^l$	$G_n^{ \Downarrow }$	$G_{n,o,y}^u$	$x$	$y$	$\chi_n^*$
1	1	340.692,31	5	2	125	128	42	20	0
2	1	340.692,31	5	2	125	128	42	20	0
3	2	186.919,42	15	2	270	284	59	28	0
4	2	186.919,42	15	2	270	284	59	28	0
5	2	186.919,42	15	2	270	284	59	28	0
6	2	186.919,42	15	2	270	284	59	28	0
7	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
8	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
9	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
10	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
11	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
12	3	184.444,51	9	1	125	128	35	15	0
		2.535.729,37							

kein Regalbediengerät aus Tabelle 6.7 in der Lage, die benötigte Anzahl Fahrspiele durchzuführen. Die Gesamtkosten der Lösung belaufen sich auf 2.535.729,37 GE.

Um eine Entlastung der einzelnen Gassen zu forcieren, wird in einem zweiten Testfall eine Restriktion eingeführt, welche die maximale Gassenlänge  $x$  auf 40 m beschränkt. Bei sonst gleichen Bedingungen resultiert das in Abbildung 6.41 dargestellte Lagerlayout. Insbesondere der Bereich für Schwerlastgüter, welcher in der ersten Lösung deutlich länger ausgefallen ist, wird von dieser Restriktion beeinflusst. Da einzelne Gassen in der ersten Lösung bereits die maximale Bauhöhe ( $y = 20$ ) aufweisen, muss sich zwangsläufig eine Reduktion der verfügbaren Kapazität und damit des benötigten Umschlags einstellen. Während die Artikel in den anderen Lagerbereichen durch eine höhere Bauform zu höheren Kosten umverteilt werden können, muss für den Schwerlastbereich eine neue Gasse gebildet werden und eine Umverteilung des Umschlags erfolgen. Die sich ergebenden Lösungsparameter der Optimierung nach dem oben beschriebenen Vorgehen sind in Tabelle 6.10 zusammengefasst. Das resultierende Layout ist in Abbildung 6.41 visualisiert. Für das Palettenlager und das Kleinteilelager kann aufgrund der geringen Verkürzung der Regalzeilen eine alternative Regalform realisiert werden, die mit gleicher Fördertechnik bedient werden kann, jedoch vom kostenoptimalen Aufbau abweicht und somit nur zu geringfügig höheren Kosten führt. Das Schwerlastlager hingegen muss nun auf zusätzliche Gassen verteilt werden, um die benötigte Kapazität aufzunehmen. Für die Länge von 40 m können maximal  $x = 26$  Ladungsträger in einer Zeile gelagert werden, es folgt eine maximale Kapazität von  $20 \cdot 26 = 520$  Ladungsträgern pro Regal beziehungsweise 1040 Ladungsträgern pro einfachtiefe Gasse. Es müssen daher mindestens vier einfachtiefe

Gassen gebildet werden. Allein für die günstigste Fördertechnik fallen für eine einfachtiefe Lösung mit vier Gassen Kosten in Höhe von 800.000 GE an. Durch die Optimierung werden stattdessen drei doppeltiefe Gassen mit wesentlich niedrigerem Aufbau realisiert, was einschließlich Stahlbau zu Kosten von 931.799,22 GE führt. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die eingeführte Restriktion zwar höhere Gesamtkosten von 2.817.959,84 GE erfordert, jedoch durch die Bildung doppeltiefer Gassen günstiger ist als ein Layout mit ausschließlich einfachtiefen Gassen.

**Tabelle 6.10:** Ergebnisse der Optimierung mit Längenbeschränkung ohne Zonierung

$n$	$l$	$G_{n,o,y}^c$	$o$	$R_o^l$	$G_n^{ \mathbb{J} }$	$G_{n,o,y}^u$	$x$	$y$	$\chi_n^*$
1	1	310.599,74	3	2	83	84	26	11	1
2	1	310.599,74	3	2	83	84	26	11	1
3	1	310.599,74	3	2	83	84	26	11	1
4	2	191.025,47	15	2	270	292	48	34	0
5	2	191.025,47	15	2	270	292	48	34	0
6	2	191.025,47	15	2	270	292	48	34	0
7	2	191.025,47	15	2	270	292	48	34	0
8	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
9	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
10	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
11	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
12	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
13	3	187.009,79	9	1	125	130	32	16	0
		2.817.959,84							

### 6.4.3 Bildung optimaler Zonen im heterogenen Lager

Um die Leistungsfähigkeit zonierter Gassen bestimmen zu können, muss zunächst eine Zuordnung der Artikelgruppen zu Lagerpositionen gebildet werden. Da das in Abschnitt 5.2.1.2 formal beschriebene Modell sich aufgrund der nichtlinearen Eigenschaften der Fahrzeitberechnung nicht ohne Weiteres lösen lässt und eine vollständige Enumeration zeitaufwendig ist, wird zunächst ein effizientes Verfahren zur Lösung von Modell (5.49) vorgestellt (siehe Algorithmus 6.2).<sup>5</sup> Dazu werden in einem Initialisierungsschritt für jedes Feld  $(x, y)$  und jede Gruppe  $m$  die resultierenden Gewichte ermittelt. Um im Folgenden einen schnellen Zugriff auf die Gewichte zu erlauben, wird für jede Artikelgruppe ein Stapel<sup>6</sup> erzeugt, in welchem die Gewichte sowie die assoziierten Felder abgelegt werden.

<sup>5</sup>Vgl. [LBK14, S. 4].

<sup>6</sup>Siehe [Cor09, S. 232 f.].



---

**Algorithmus 6.2 :** Zuordnung von Artikelgruppen einer Gasse zu Lagerfächern (Zonierung)

---

**Eingabe :** Artikelgruppen der Gasse  $G_{n,m}$ , Dimensionen  $x$  und  $y$

**Ausgabe :** Zuordnung der Artikelgruppen  $Y_{G_{n,m},(x,y)}$

---

```

1 Initialisierung:
2  $G[] \leftarrow \text{new KeyValuePair}<\text{Stack}<\text{double}>,\text{KeyValuePair}<\text{int},\text{int}>>[m];$ 
3 for  $i \leftarrow 0$  to  $(m - 1)$  do
4   for  $j \leftarrow 0$  to  $(x - 1)$  do
5     for  $k \leftarrow 0$  to  $(y - 1)$  do
6        $G[i].\text{Key}.Push(w(G_{n,i}, j, k));$  // Gewichtung für Feld bestimmen...
7        $G[i].\text{Value}.Key \leftarrow j;$  // ...und Koordinaten erhalten
8        $G[i].\text{Value}.Value \leftarrow k;$ 
9     end
10  end
11  Sort  $G[i]$  by  $G[i].\text{Key}$ ; // Struktur absteigend nach Gewichtung sortieren
12 end
13 Zuordnung:
14 while  $!(Y_{G_{n,m},(x,y)} = 1, \forall x, y)$  do
15    $i_{\max} \leftarrow \arg \max_{0 \leq i \leq I} (G[i].\text{Key}.Peek());$ 
16    $\text{current} \leftarrow G[i_{\max}].\text{Key}.Pop();$ 
17   if  $Y_{G_{i,m},(x,y)} = 0, \forall i$  then // Feld nicht zugeordnet
18     // Feld mit höchstem Kennwert  $i_{\max}$  zuordnen
19      $Y_{G_{i_{\max},m},(G[i_{\max}].\text{Value}.Key, G[i_{\max}].\text{Value}.Value)} = 1;$ 
20   end
21 end

```

---

Jeder Stapel wird daraufhin absteigend sortiert. Das am höchsten belastete Feld jeder Gruppe befindet sich folglich an oberster Stelle des Stapels. Die Zuordnungsoperation stellt dann sukzessive für alle Felder feste Zuordnungen zu der jeweils besten Gruppe her. Hierzu wird so lange die höchstbewertete Gruppe mit ihrem zugehörigen Feld festgelegt, bis alle Felder belegt sind.

Zur Veranschaulichung resultierender Zonenformen bei unterschiedlicher Positionierung der Übergabepunkte wird ein generisches Szenario mit gleichmäßigen Abmaßen und heterogenem Artikelverhalten gebildet. Es werden quadratische Einheitsfelder (Länge = Höhe = 1 m) und Fahrgeschwindigkeiten mit  $1\text{ m/s}$  und unendlicher Beschleunigung in einem quadratischen Regal unterstellt, um Randeffekte auszuschließen. Die verwendeten Artikelgruppen sind in Tabelle 6.11 zusammengefasst. Für einen Testfall (f) wird zusätzlich ein ungleichmäßiges Abgangs- und Ankunftsverhalten der Artikelgruppen unterstellt. Die angepassten Artikelgruppen folgen den Werten in Tabelle 6.12.

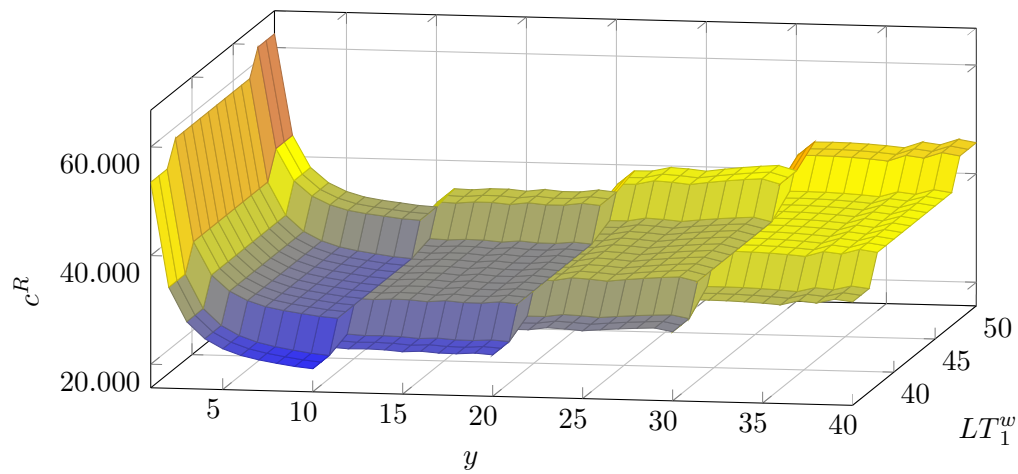
**Tabelle 6.11:** Artikelgruppen für die Zonenbildung mit gleichmäßigem Ein- und Ausgangsverhalten

$K$	$\check{K}$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$
$C_1$	1225	100	100
$C_2$	1225	50	50
$C_3$	1225	10	10
$C_4$	1225	1	1

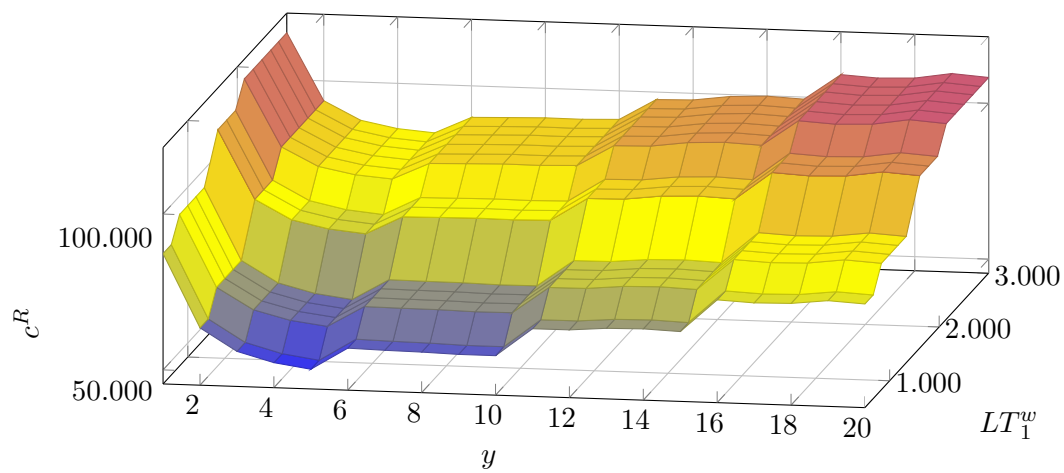
**Tabelle 6.12:** Artikelgruppen für die Zonenbildung mit ungleichmäßigem Ein- und Ausgangsverhalten

$K$	$\check{K}$	$E_K^\downarrow$	$E_K^\uparrow$
$C_1$	1225	75	125
$C_2$	1225	75	25
$C_3$	1225	15	5
$C_4$	1225	1	1

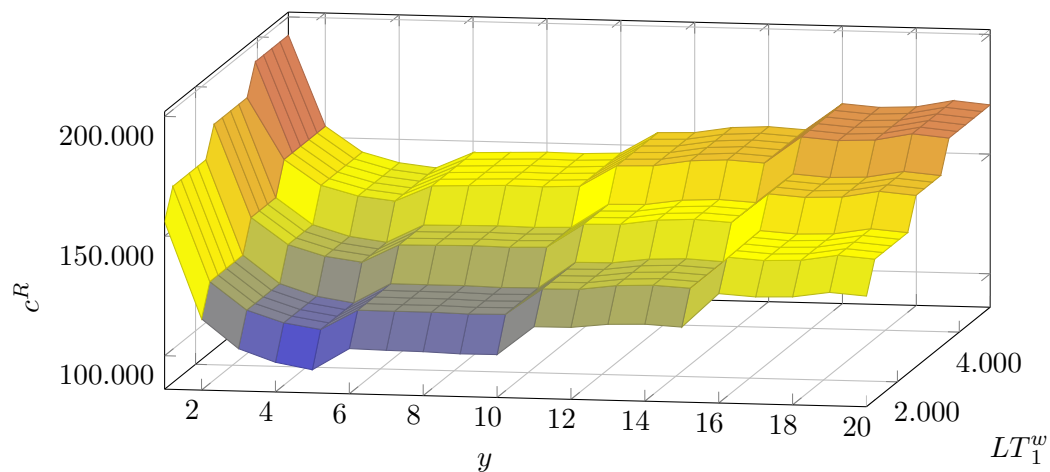
Die Ergebnisse einer nach Algorithmus 6.2 durchgeführten Zonierung sind in Abbildung 6.42 dargestellt. Es lässt sich feststellen, dass die von Ashayeri et al. und Lipolt & Blunck eingesetzten Approximationen der Zonen auf Basis von rechteckigen Zonen bei Problemstellungen korrekt sind, welche einen zusammenliegenden Übergabepunkt für den Artikelein- und -ausgang aufweisen (Fall a und b). Liegen die Übergabepunkte auf unterschiedlichen Regalseiten (Fall c und d), werden die Bereiche zwischen den Übergabepunkten den Positionen an den Regalecken vorgezogen, um sowohl bei Ein- wie auch Auslagerungen möglichst kurze Fahrzeiten zu ermöglichen. Dieser Effekt ist besonders ausgeprägt, wenn die Übergabepunkte zusätzlich in unterschiedlicher Höhe geplant werden (Fall d). Liegen die Übergabepunkte vertikal versetzt an der gleichen Regalfrent (Fall e und f), zeigt sich ebenfalls eine Abweichung von der häufig angenommenen rechteckigen Zonenform. Während die Fälle a–e ein gleichmäßiges Ein- und Ausgangsverhalten antizipieren, zeigt Fall f für den ungleichmäßigen Umschlagsfall Unregelmäßigkeiten, die sich nicht trivial über geometrische Formen approximieren lassen. Da die Bildung der Zonen algorithmisch vergleichsweise schnell realisierbar ist, ist dieses Vorgehen einer geometrischen Approximation vorzuziehen.



(a) Kleinteilelager

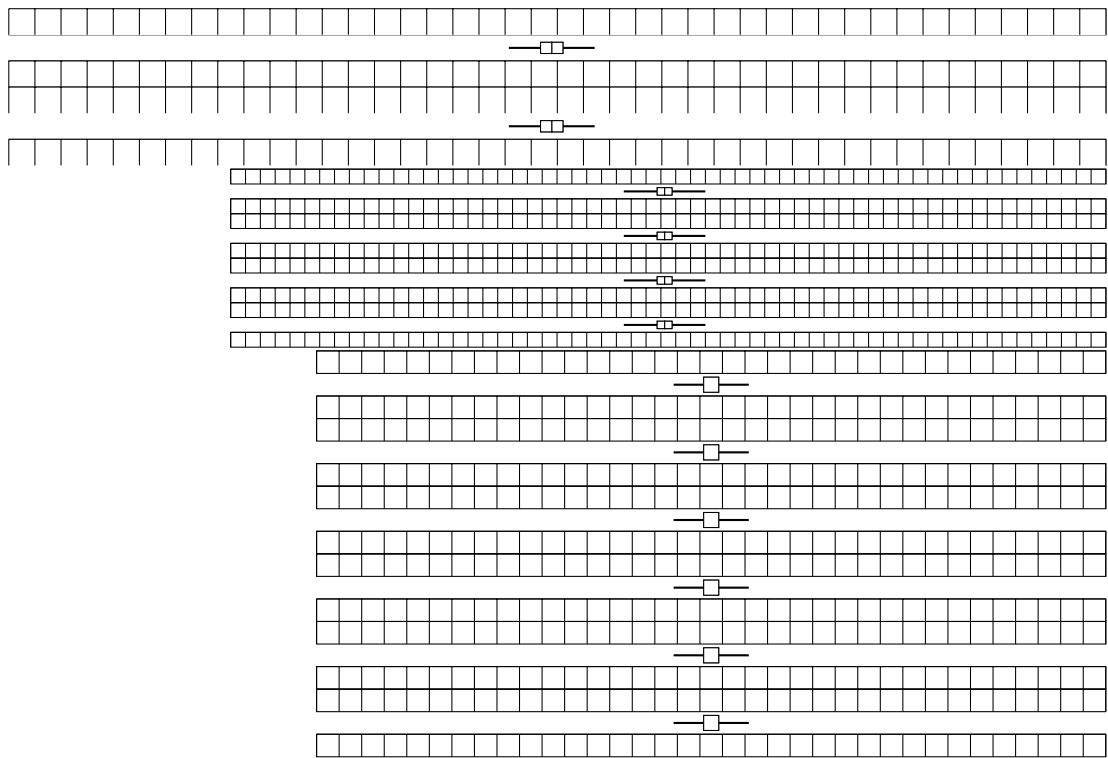


(b) Palettenlager

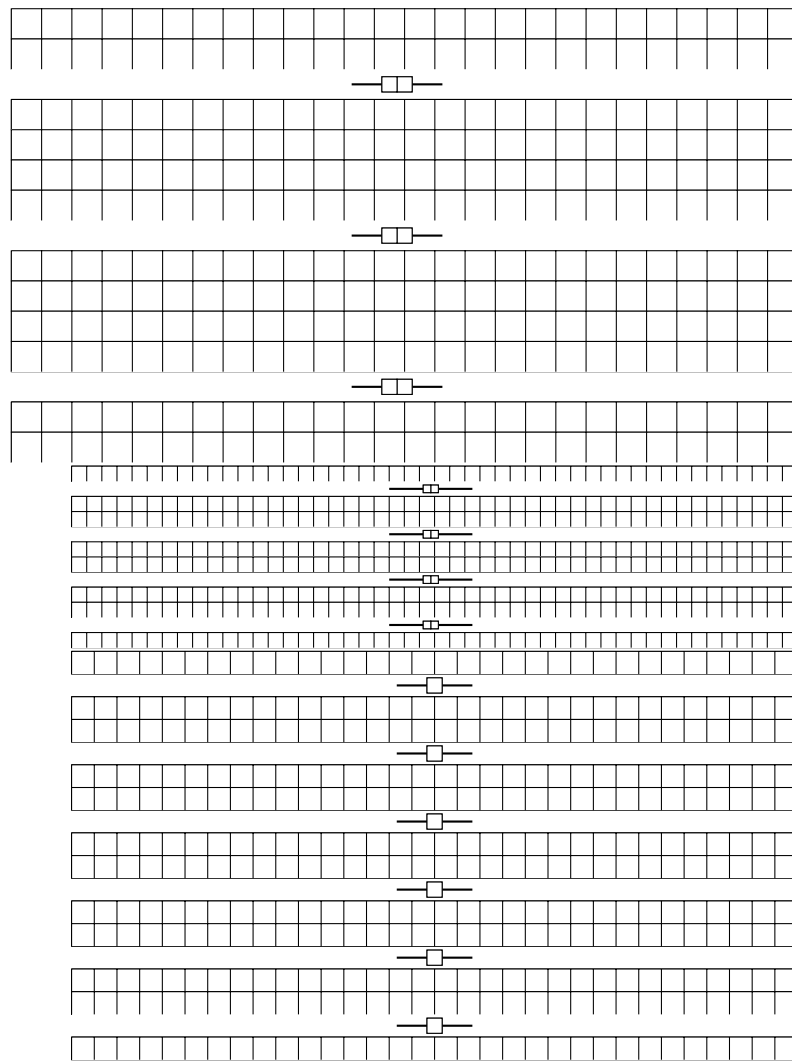


(c) Schwerlastlager

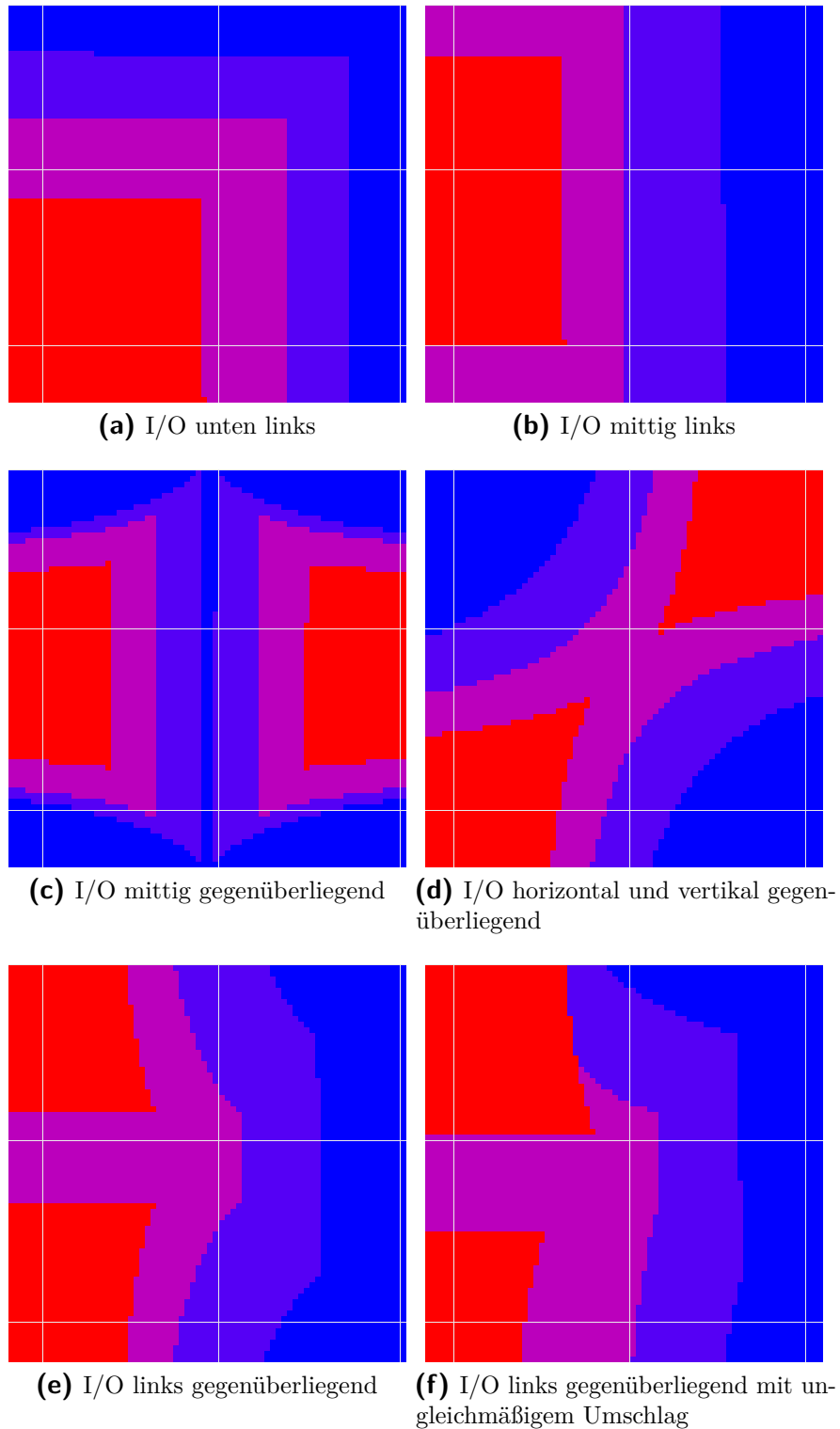
**Abbildung 6.39:** Ermittelte Kosten  $c^R$  für den Regalbau in Abhängigkeit des Artikelgewichtes  $LT^w$  und der Höhe des Regals in Ladungsträgereinheiten  $y$  für Kleinteilregale, Palettenregale und Schwerlastregale



**Abbildung 6.40:** Lösung der Optimierung ohne Längenrestriktion ohne Zonierung



**Abbildung 6.41:** Lösung der Optimierung unter Längenrestriktion der Gassen auf 40 Meter ohne Zonierung



**Abbildung 6.42:** Nach Algorithmus 6.2 resultierende Zonen für ein Einheitsregal bei unterschiedlicher Positionierung der Übergabepunkte

### 6.4.4 Ermittlung der Querfahrzeiten

Auf Basis der nach Algorithmus 6.2 bestimmten Zonen ist im Weiteren die in Abschnitt 5.2.1.3 vorgestellte Berechnung der Querfahrzeit  $R_{(i_1, j_1), (i_2, j_2)}^\uparrow$  zwischen zwei Feldern  $(i_1, j_1)$  und  $(i_2, j_2)$  zu bestimmen. Dies ist insbesondere bei Gassen mit vielen Feldern eine rechenintensive und damit zeitaufwendige Aufgabe. Da die Querfahrzeit zwischen zwei gegebenen Feldern unabhängig von den Fahrzeiten zu allen anderen Feldern ist, kann diese Berechnung durch eine Parallelisierung der Operationen beschleunigt werden. Im Folgenden wird ein Ansatz dargestellt, der die Berechnung der Querfahrzeiten durch eine parallele Architektur beschleunigt. Während ein gängiger Prozessor nicht mehr als acht Recheneinheiten besitzt und daher nicht mehr als  $8^7$  Rechenoperationen zur gleichen Zeit erfolgen können, verfügen aktuelle Grafikkarten teilweise über mehr als  $3000^8$  unabhängige Recheneinheiten.<sup>9</sup> Aufgrund ihres eingeschränkten Befehlssatzes eignet sich Grafikkhardware aber nicht für jede Rechenoperation. Da die Bestimmung der Fahrzeiten nur aus grundlegenden mathematischen Operationen besteht, ist eine hochgradige Parallelisierung dieser Aufgabe möglich. Die Architektur von Grafikprozessoren (GPU) unterscheidet sich, wie in Abbildung 6.43 dargestellt, von der Architektur gewöhnlicher Prozessoren (CPU), deren Rechenkernen Arbeitspakete (Threads) direkt zugewiesen werden.

Ein Thread auf einer GPU ist immer einem Block zugeordnet, welcher wiederum eindeutig mit einem Grid assoziiert ist. Seien die Eigenschaften, die für eine eindeutige Zuordnung einer Aufgabe notwendig sind, in einem Tupel  $T$  zusammengefasst.  $T_i$  bezeichnet die Kennung der Aufgabe innerhalb seines Blocks,  $T_b$  die Kennung des Blocks innerhalb des Grids. Um zu bestimmen, wie viele Aufgaben nebenläufig durchgeführt werden, sind zusätzlich die Größen Anzahl Threads pro Block  $T_{|i|}$  und Anzahl Blocks pro Grid  $T_{|b|}$  gegeben.

$$T = \langle T_i, T_b, T_{|i|}, T_{|b|} \rangle \quad (6.1)$$

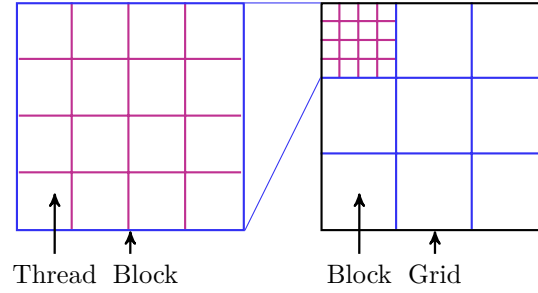
Da in jedem Thread die eindeutige Kennungen der übergeordneten Ebenen ermittelt werden kann, lässt sich der Ablauf eines einzelnen Arbeitspaketes, wie in Algorithmus 6.3<sup>10</sup> dargestellt, berechnen. Jeder einzelne Thread bestimmt die mittlere Spielzeit von einem Feld ( $f$ ) zu allen anderen Feldern ( $i$ ) und mittelt die Werte nach Zonen. Da  $T_{|i|} \cdot T_{|b|}$  Threads parallel arbeiten, werden anschließend die Querfahrzeiten des Feldes  $f + T_{|i|} \cdot T_{|b|}$  ermittelt. Die resultierende Matrix mit den Fahrzeiten zwischen jedem Feld

<sup>7</sup>Vgl. [Int16].

<sup>8</sup>Vgl. [Nvi16].

<sup>9</sup>Bei den Werten handelt es sich um gängige Hardware im Privat- und Bürobereich. Spezialisierte Hardware und Serverhardware kann diese Werte durch Kombination mehrerer Prozessoren oder Grafikkarten bei Weitem übertreffen.

<sup>10</sup>Vgl. [LBK14, S. 5].



**Abbildung 6.43:** Architektur einer Grafikkarte für nebenläufige Aufgaben

und jeder Zone lässt sich schließlich in die gewünschte Form der Fahrzeiten zwischen Zonen überführen:

$$R_{m_1, m_2}^{\updownarrow} = \left( \sum_{(i,j) \in \mathcal{G}_{m_1}^F} R_{(i,j), m_2}^{\updownarrow} \right) \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_{m_1}^F|} \quad (6.2)$$

Tabelle 6.13 zeigt zum Vergleich die Dauer der Berechnung der Quersfahrzeiten auf einem Prozessor<sup>11</sup> und auf einer Grafikkarte<sup>12</sup>. Zur Bewertung der Zeiten wurden Regale mit  $T_i$  Feldern erzeugt, die Regalform wird immer mit einer Höhe von  $y = 100$  Ladungseinheiten und Vielfachen von 100 für die Länge gebildet. Zusätzlich stellen die mit \* markierten Testfälle quadratische Regalformen dar. Es wurden alle Kombinationen möglicher Fahrten in der Regalfront bestimmt und die Mittelwerte  $R_{m_1, m_2}^{\updownarrow}$  für jede Zone-zu-Zone-Kombination gebildet. Die Feldanzahl wurde bewusst groß gewählt, um die Berechnungsgeschwindigkeit auch bei großen Lagern mit sehr kleinen Ladungseinheiten und damit sehr vielen unterscheidbaren Fachkombinationen zu untersuchen. Der Algorithmus wurde bei einer Laufzeit von über 5 Minuten terminiert, da eine Anwendung im Rahmen der Gesamtoptimierung unter so langen Berechnungszeiten als nicht zielführend erachtet wird. Es lässt sich feststellen, dass die Berechnung der Quersfahrzeiten mittels der Grafikkarte um Faktor 40–50 schneller ist als die Lösung der Aufgabe auf dem Hauptprozessor. Mit den resultierenden Laufzeiten von wenigen Millisekunden für realistische Regalgrößen ist das vorgestellte parallelisierte Verfahren geeignet, um als Subroutine der Layoutoptimierung eingesetzt zu werden.

<sup>11</sup>Verwendete CPU: Intel(R) Xeon(R) E3-1230 V3, 4 Kerne @ 3300MHz.

<sup>12</sup>Verwendete GPU: NVIDIA(R) GeForce(R) GTX 660 Ti, 1344 Recheneinheiten @ 915MHz.



**Algorithmus 6.3 :** Parallelisierte Distanzberechnung

**Input :** Objekt mit Threadinformationen  $T$ , Zuordnung zwischen Feldern und Gruppen  $Y_{G_{n,i},(j,k)}$ , Zuordnung einer Feldkennung zu horizontalen ( $x[]$ ) und vertikalen ( $y[]$ ) Positionskoordinaten

**Output :** Spielzeiten zwischen je einem Feld und allen Gruppen  $R_{(x,y),m}^{\updownarrow}$

```

1  $f \leftarrow T_i + T_b \cdot T_{|b|}$ 
2 while  $f < (x \cdot y)$  do
3   for  $m \leftarrow 1$  to  $M$  do
4      $t \leftarrow 0$ 
5     for  $i \leftarrow 1$  to  $x \cdot y$  do
6       if  $Y_{G_{n,m},(x[f],y[f])} \neq 1 \vee i = f$  then
7         continue
8       end
9        $t \leftarrow t + R_{(x[f],y[f]),(x[i],y[i])}^{\updownarrow}$ 
10    end
11     $R_{(x[f],y[f]),m}^{\updownarrow} \leftarrow t/|G_m^F|$ 
12  end
13   $f \leftarrow f + (T_{|i|} \cdot T_{|b|})$ 
14 end

```

**Tabelle 6.13:** Laufzeitvergleich der parallelisierten Zonenbestimmung auf CPU (4 Kerne) und GPU (1322 Kerne)

$ T_i $	$t_{T_i}^{GPU}$ in ms	$t_{T_i}^{CPU}$ in ms
10.000*	52	2.108
20.000	167	8.422
30.000	361	19.036
40.000	628	33.753
40.000*	584	33.490
50.000	1.145	52.765
60.000	1.435	75.769
70.000	2.120	107.811
80.000	3.008	142.528
90.000	3.453	172.839
90.000*	3.178	172.839
100.000	4.507	213.305
110.000	5.148	264.087
120.000	6.320	310.636
130.000	7.795	/
140.000	8.560	/

### 6.4.5 Spielzeitermittlung im zonierten Lager

Anhand der Querfahrzeiten zwischen den Zonen können die Spielzeiten für die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellten Fahrmodelle ermittelt werden. Hier erfolgt analog zum vorangehenden Abschnitt eine Anwendung des Verfahrens auf ein Einheitsregal mit den oben vorgestellten Parametern, um allgemeingültige Aussagen bei wechselnden Rahmenbedingungen treffen zu können. So werden der Regalwandparameter  $b$ , die Lagertiefe (einfach und doppeltief), die Position der Übergabepunkte, die Zonenanzahl, die Anzahl der Lastaufnahmemittel und die Beschleunigung des Regalbediengerätes variiert. Es wird nur die reine Fahrzeit betrachtet, Übergabezeiten und Totzeiten wirken sich als fixe Faktoren gleichermaßen auf alle Graphen aus und sind daher von der Untersuchung ausgenommen. Für jeden Testfall wird die Spielzeit für eine Einteilung in eine (blaue Graphen) bis zu vier (rote Graphen) Zonen und für Regalwandparameter  $0,02 \leq b \leq 8$  bestimmt, um festzustellen, ob sich höhere Umschlagswerte unter Zonierung realisieren lassen und in wiefern sich der Regalwandparameter auf die Umschlagsleistung auswirkt. Es werden jeweils Fälle mit den Fahrstrategien Einzelspiel, kombiniertes Spiel und Mehrfachspiel mit zwei Lastaufnahmemitteln untersucht.

Abbildung 6.44 zeigt die Ergebnisse für das beschriebene Szenario bei einem einzelnen Übergabepunkt in der linken unteren Ecke der Gasse. Es zeigt sich, dass die Zonierung zu deutlichen Leistungssteigerungen führt. Analog zu den Ergebnissen von Rosenblatt & Eynan ist kein Abfall der Leistung bei der Erhöhung der Zonenanzahl festzustellen. Ebenso führt erst eine starke Abweichung ( $b < 0,5 \vee b > 2$ ) vom analog zu Zaerpour et al. optimalen ( $b = 1$ ) Regalwandparameter zu starken Leistungseinbußen. Da nur die reinen Fahrzeiten betrachtet werden, lässt sich im doppeltiefen Lager lediglich eine geringfügige Umschlagssenkung erkennen.<sup>13</sup> In Abbildung 6.44a wird antizipiert, dass das Regalbediengerät ohne Zeitverlust auf die höchste Geschwindigkeit beschleunigen kann. Der Einfluss der Beschleunigung lässt sich im Vergleich zu Abbildung 6.44b bewerten, in welcher ein hoher Beschleunigungsparameter von  $R^{ax} = R^{ay} = 1m/s^2$  zugrunde gelegt ist. Festzuhalten ist, dass bei bereits schnellem Beschleunigen nur ein geringer Leistungszuwachs zu einer weiteren Verbesserung des Beschleunigungsverhaltens erwartet werden kann. Die Auswirkung der Beschleunigung fällt bei einer doppeltiefen Betrachtung bereits geringfügig ins Gewicht. In Abbildung 6.45a wird die Beschleunigung des Regalbediengerätes auf  $R^{ax} = R^{ay} = 0,1m/s^2$  reduziert. In diesem Fall ist ein deutlicher Leistungsabfall (von  $110^{LE}/h$  auf  $80^{LE}/h$  im jeweils besten Fall) erkennbar. Ebenso erhöhen sich die Umschlagseinbußen bei einer Doppeltiefgestaltung des Lagers.

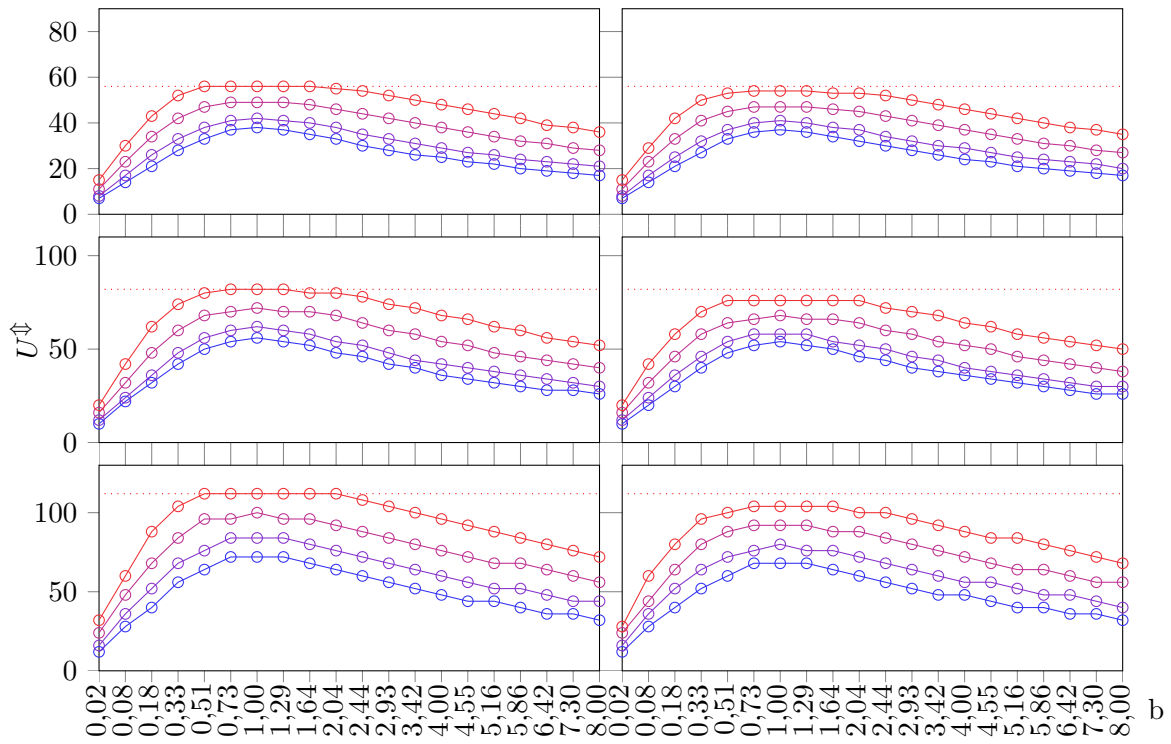
In Testfall 4–6 wird eine Beschleunigung von  $R^{ax} = R^{ay} = 1m/s^2$  definiert und die Auswirkung einer Trennung und Verschiebung des Übergabepunktes untersucht. So zeigt

<sup>13</sup>Die Umschlagsleistung eines doppeltiefen Lagers wird durch die längeren Gabelspielzeiten bei zweifachtiefen Operationen weiter reduziert. Da diese Operationen nicht abhängig von den betrachteten Variablen sind, wird diese Eigenschaft unterschlagen und nicht in den Abbildungen wiedergegeben.

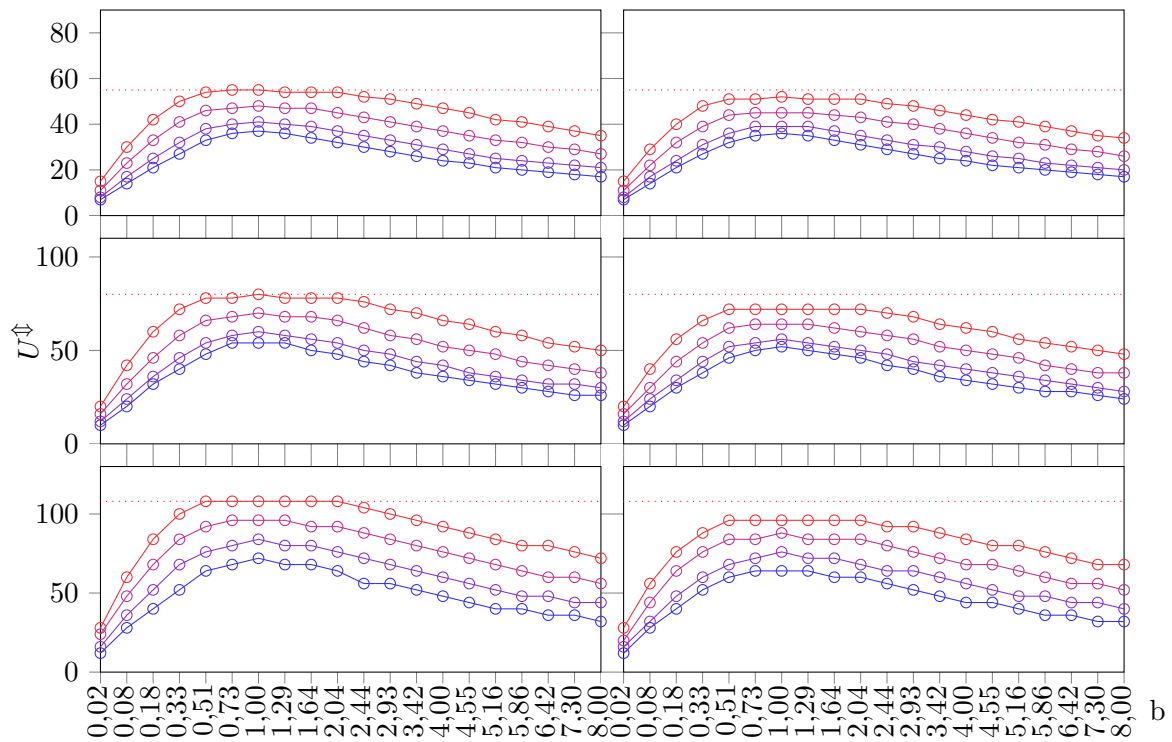
Abbildung 6.45b die Auswirkung einer Vertikalverschiebung des Übergabepunktes in die Mitte einer Regalfront (analog zu Abbildung 6.42b). Es zeigt sich, dass eine Verlagerung des Übergabepunktes durch die verkürzten horizontalen Fahrten zu deutlich besseren Umschlagswerten führt. Ebenso lässt sich feststellen, dass die optimale Bauform des Regales nicht mehr bei  $b = 1$  liegt, sondern in den Bereich  $b < 1$  verschoben wird. Diese Eigenschaft ist insbesondere bei Einzelspielen erkennbar und reduziert sich durch die Querfahrten in kombinierten Spielen und Mehrfachspielen, da der relative Anteil der Fahrten zu den Übergabepunkten kleiner wird. Der Einfluss einer Doppeltiefgestaltung ist mit den vorherigen Ergebnissen vergleichbar. Im Fall mit Mehrfachspielen wird deutlich, dass auch die Anzahl der Zonen einen Einfluss auf den optimalen Wert von  $b$  hat.

Trennt man die Übergabepunkte in einen Eingang und einen Ausgang auf gegenüberliegenden Fronten der Gasse (siehe Abbildung 6.42c), behält jedoch die Positionierung in der vertikalen Mitte bei, reduziert sich der Vorteil einer Zonierung deutlich (siehe Abbildung 6.46a). Der leistungsoptimale Regalwandparameter verschiebt sich weiter zugunsten eines hohen Regals. Weiterhin ist festzustellen, dass ab einem Regalwandparameter von  $b = 1$  keine Leistungssteigerung mehr durch die Zonierung erreicht wird, da der Vorteil jeder Einlagerung mit einer kurzen Strecke durch eine Auslagerung mit einer hohen Fahrzeit negiert wird. Wie im Fall zuvor führen Querfahrten zu einer Verschiebung des optimalen Regalwandparameters. Verlegt man die Übergabepunkte zusätzlich auf gegenüberliegende Ecken an verschiedenen Regalfronten (siehe Abbildung 6.42d), lassen sich durch eine Zonierung so gut wie keine Leistungssteigerungen mehr realisieren, wie in Abbildung 6.46b deutlich wird. Der optimale Regalwandparameter liegt durch die Lage der Übergabepunkte an Gassenecken wieder bei  $b = 1$ .

Zusammenfassend lässt sich erkennen, dass es kaum möglich ist, allgemeingültige Aussagen über die leistungsoptimale Regalform zu treffen. Sobald der Übergabepunkt sich nicht mehr an einer Ecke der Gasse befindet, verschiebt sich die optimale Regalform in Abhängigkeit der Lage der Übergabepunkte, der Anzahl der Zonen und der betrachteten Fahrstrategie. Ein Optimierungsmodell, welches den Anspruch einer Gültigkeit für verschiedene Ausprägungen hat, muss demnach entweder dedizierte Approximationsmodelle für jeden möglichen Fall unterscheiden oder wie in dieser Arbeit eine Berechnung der Spielzeiten in Abhängigkeit der gewählten Parameter durchführen. Weiterhin lässt sich festhalten, dass eine Zonierung des Lagers leistungssteigernd wirkt, solange die Übergabepunkte nicht an gegenüberliegenden Regalfronten positioniert sind. Eine doppeltiefe Gestaltung des Regals hat nur einen geringfügigen Einfluss auf die Fahrzeiten im Lager. Dies muss insofern relativiert werden, als die Gabelspielzeiten bei doppeltiefen Operationen deutlich größer sind als bei ausschließlich einfachtiefen Bewegungen und die Leistung des doppeltiefen Lagers weiter reduzieren.

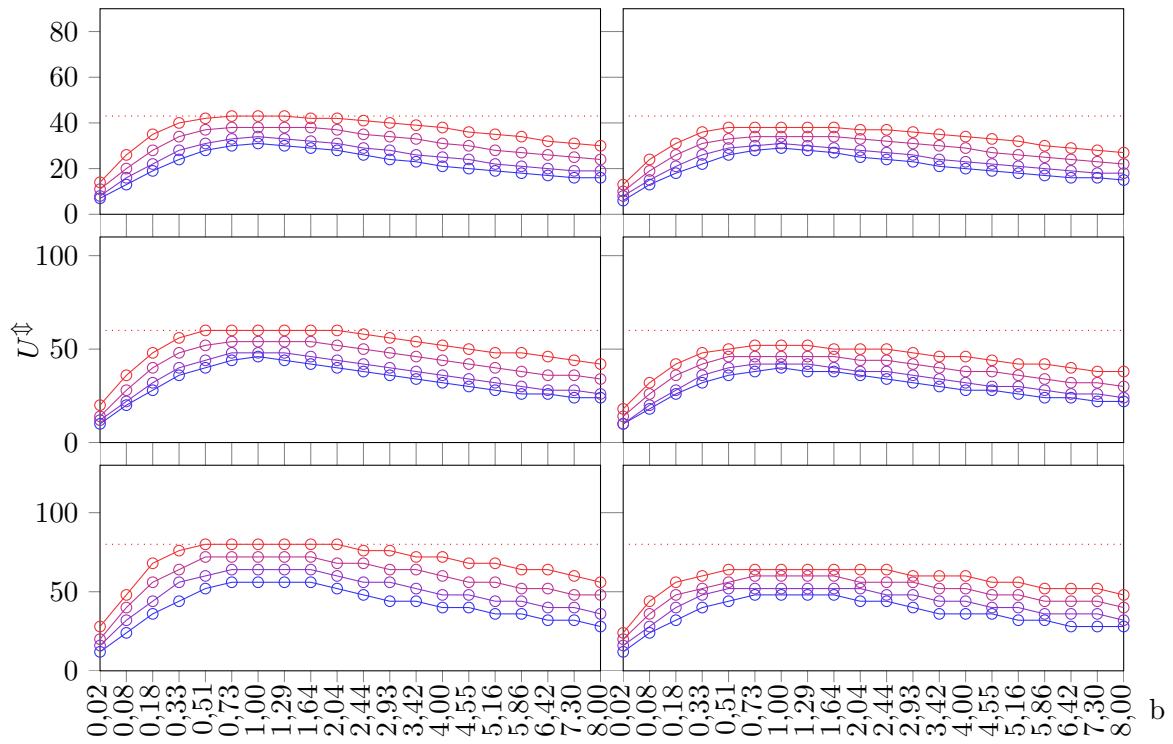


(a)  $R^{a_x} = R^{a_y} = \infty$ , Übergabeposition links unten an einer Regalfront

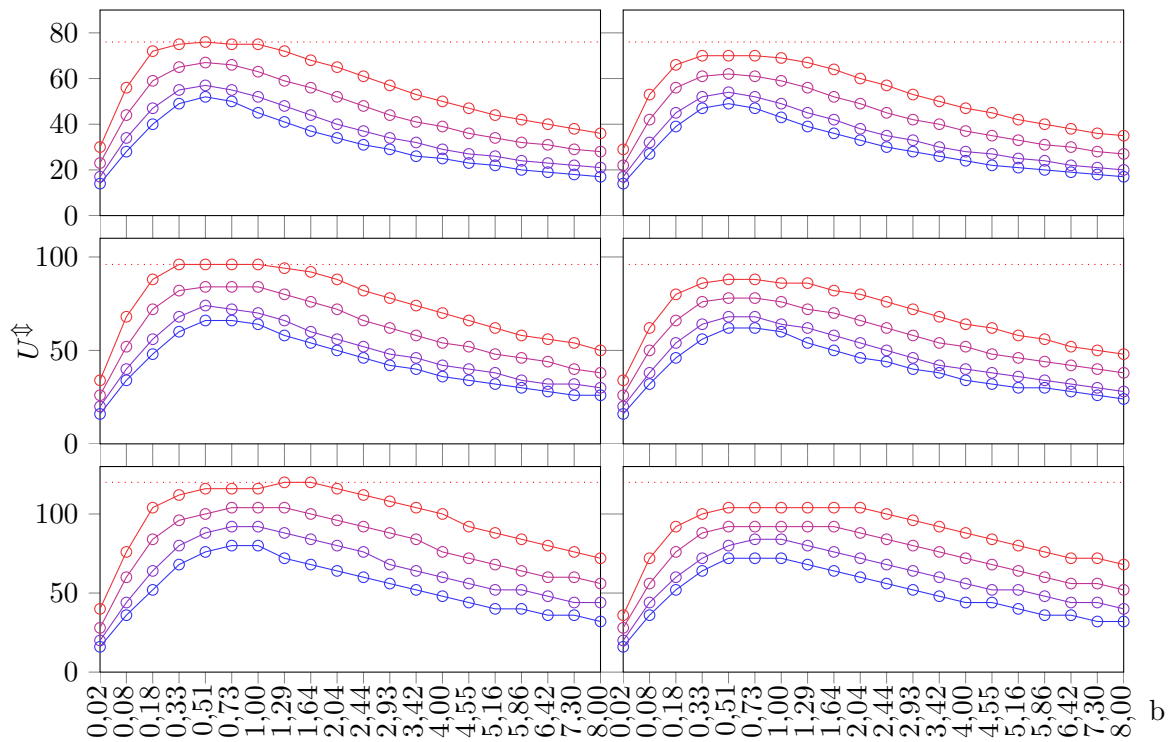


(b)  $R^{a_x} = R^{a_y} = 1$ , Übergabeposition links unten an einer Regalfront

**Abbildung 6.44:** Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter  $b$  (1/3)

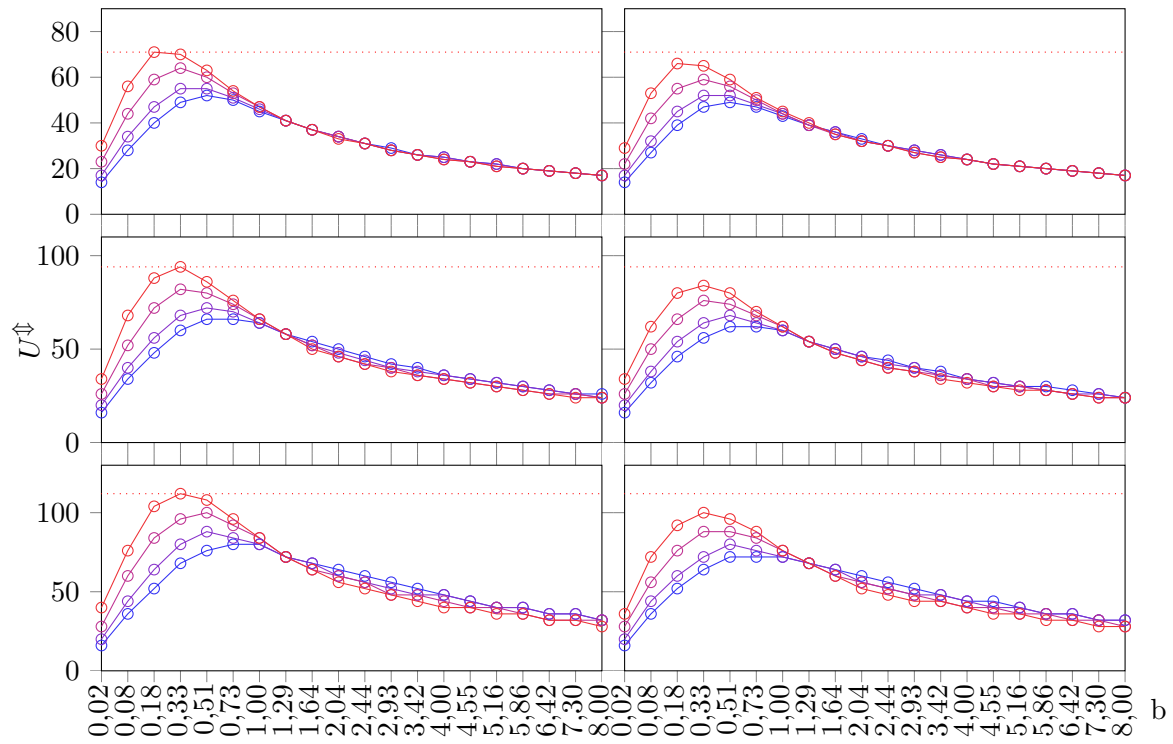


(a)  $R^{a_x} = R^{a_y} = 0,1$ , Übergabeposition links unten an einer Regalfront

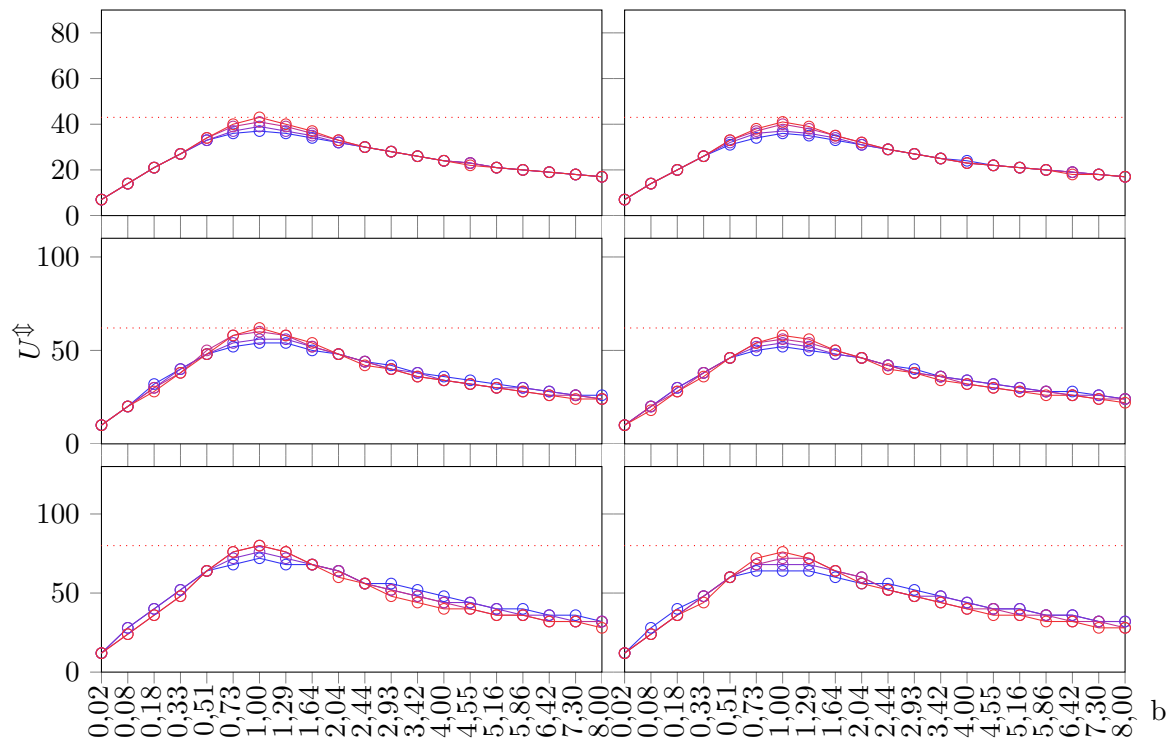


(b)  $R^{a_x} = R^{a_y} = 1$ , Übergabeposition mittig an einer Regalfront

**Abbildung 6.45:** Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter  $b$  (2/3)



(a)  $R^{a_x} = R^{a_y} = 1$ , Übergabeposition an den Außengrenzen einer Regalfront



(b)  $R^{a_x} = R^{a_y} = 1$ , Übergabeposition mittig an gegenüberliegenden Regalfronten

**Abbildung 6.46:** Ermittelte Leistungsgrenzen für verschiedene Zonierungen und verschiedene Wandparameter  $b$  (3/3)

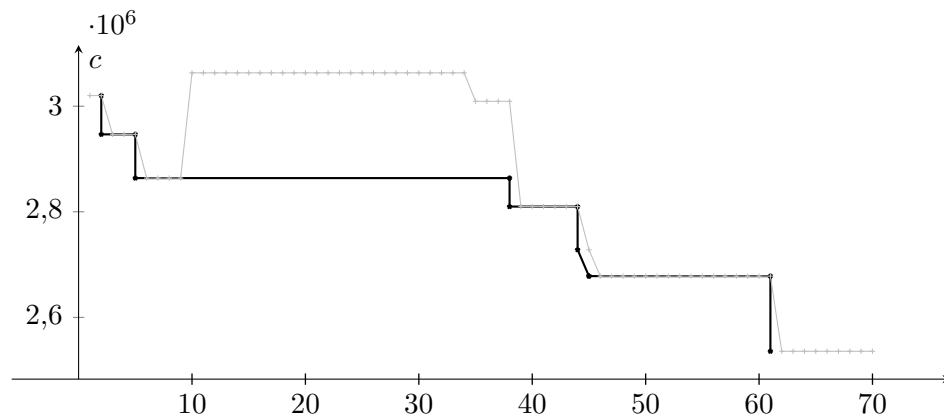
### 6.4.6 Realisierung der Heuristik für ungleichmäßige Gassenbelastung

Führt man die vorangehenden Modelle zusammen, lässt sich für das beschriebene Szenario eine Layoutplanung unter Berücksichtigung der dynamischen Heterogenität der Artikel durchführen. Unter Verwendung der in Abschnitt 5.2.6 beschriebenen Heuristik werden für die beiden oben dargestellten Szenarien (mit und ohne Beschränkung der Gassenlänge) heterogene Lagerlayouts gebildet und mit den homogenen Lösungen verglichen.

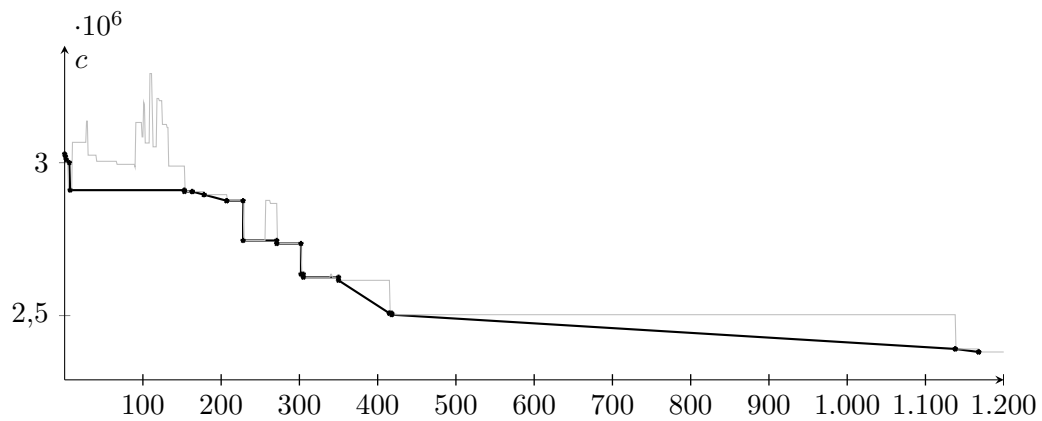
Das Verhalten der Heuristik ohne Längenbeschränkung der Gassen ist in Abbildung 6.31 dargestellt. Bereits nach 62 Iterationen der Heuristik ist eine Lösung gefunden, die sich auch nach 1000 weiteren Iterationen nicht verbessert. Der schwarze Graph repräsentiert hierbei die gefundenen lokalen Optima, welche das bis dahin gefundene Gesamtergebnis verbessern, während der graue Graph alle gültigen Lösungen der Heuristik wiedergibt. Es zeigt sich, dass die Heuristik nach der Initialisierung zunächst eine Entscheidung trifft und akzeptiert, welche die Kosten erhöht, anstatt sie zu reduzieren. Die weitere Suche führt jedoch im Verlauf zu global besseren Lösungen als der in der Initialisierung gefundenen. Die Heuristik verbessert das Ergebnis von 3.020.150 GE für die Initiallösung zu 2.535.729 GE für die beste gefundene Lösung. Abbildung 6.31 zeigt den Verlauf der Heuristik für die gleiche Problemstellung, jedoch mit einem anderen Initialwert für die Entscheidung, welche Operationen angewendet werden. Es wird deutlich, dass es möglich ist, dass die Heuristik lokale Optima nicht wieder verlässt und somit keine global optimale Lösung findet. Die zweite Instanz des Testfalls führt nach über 1000 Iterationen zu einem Ergebnis mit Kosten in Höhe von 2.380.924 GE.

Das in der zweiten Testinstanz gebildete Lagerlayout ist in Abbildung 6.49 dargestellt. Die Farben der Gassenbereiche geben hierbei den relativen Anteil der Artikelgruppen innerhalb der Gassen an (rot = A-Artikel, pink = B-Artikel, lila = C-Artikel, blau = D-Artikel). Es werden wie im homogenen Fall zwei Gassen für das Schwerlastlager gebildet. Es ist jedoch erkennbar, dass eines der Regalbediengeräte durch die Umverteilung der Artikel mit einem einfachen Lastaufnahmemittel eingesetzt werden kann. Ebenso können im Kleinladungsträgerbereich zwei Regalbediengeräte mit Einfachlastaufnahmen verwendet werden. Das Palettenlager wird durch die Heuristik im heterogenen Fall mit einer Gasse weniger gestaltet, als es im homogenen Fall möglich ist. Vier der dort verwendeten Regalbediengeräte werden mit Doppellastaufnahmemitteln geplant, um die höheren Umschläge zu bewältigen. Die ungleichmäßige Verteilung der Artikel zeigt sich darin, dass in der fünften Gasse des Palettenlagers weniger Leistung benötigt und ein einfaches Lastaufnahmemittel gewählt wird.

Die Form (Länge und Höhe der Gassen) des durch die Heuristik gestalteten Lagers ähnelt der Form des Lagers im homogenen Fall. Da die Form in beiden Fällen durch die gleiche Optimierung gewählt wird, ist dieses Ergebnis nachvollziehbar. Die Heuristik erzielt in erster Linie eine alternative, ungleichmäßige Gassenbelastung und führt somit zum



**Abbildung 6.47:** Verlauf der heuristischen Lösung für ein heterogenes Szenario, erste Instanz



**Abbildung 6.48:** Verlauf der heuristischen Lösung für ein heterogenes Szenario, zweite Instanz

einen zu höheren Umschlagszahlen und zum anderen zu der Möglichkeit, unterschiedliche Regalbediengeräte zu verwenden und damit ungenutzte Leistungsreserven auszunutzen.

Im Vergleich der besten gefundenen Layouts für den homogenen und den heterogenen Fall ist das heterogene Layout 154.804,61 GE oder 6,10 % günstiger als das homogen gestaltete Lager.





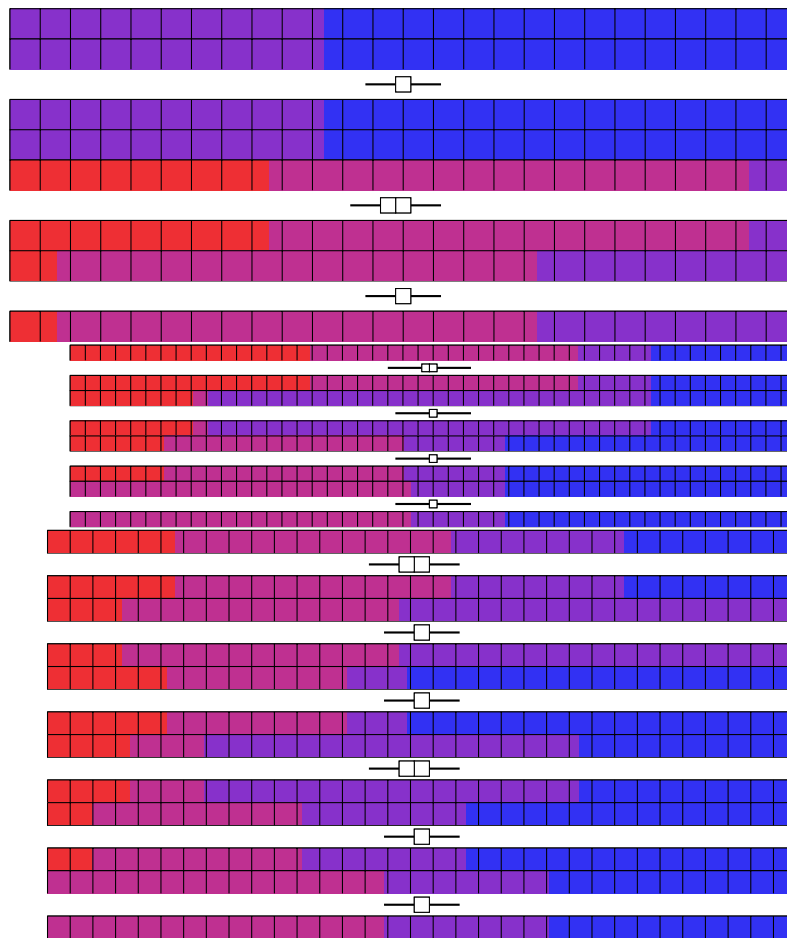
Um die Bildung doppeltiefer Gassen auch für die heuristische Layoutplanung zu forcieren, wird im letzten Testfall erneut eine Restriktion der maximalen Gassenlänge auf  $40m$  eingeführt. Der Verlauf der heuristischen Lösung ist in Abbildung 6.50 dargestellt. Die Heuristik verlässt in diesem Fall das lokale Optimum nur selten zugunsten schlechterer Lösungen. Die beste gefundene Lösung (2.637.843,74 GE) wurde auch durch zehn alternative Instanzen mit anderen Startwerten und längeren Laufzeiten nicht weiter verbessert.

Das beste gefundene heterogene Layout ist in Abbildung 6.51 dargestellt. Die Unterschiede des Regallayouts sind wie im unbeschränkten Fall gering. Es werden zwei doppeltiefe Gasse im Palettenlagerbereich durch eine höherer Gestaltung der Regale einfachtief ausgelegt und können gleichzeitig mit günstigeren Regalbediengeräten geplant werden. Die Langsamläufer des Palettenlagers werden gezielt in einem doppeltiefen Regal zusammengefasst, während die häufiger umgeschlagenen Artikelgruppen in einfachtiefen Regalen gelagert werden. Tabelle 6.15 fasst die Parameter des heterogenen Layouts zusammen. Erneut werden die Gassen sehr unterschiedlich ausgelastet, was zu verschiedenen gewählten Regalbediengeräten führt. Die Lösung für den heterogenen Fall unter Beschränkung der Gassenlänge ist 180.116,10 GE (6,4%) günstiger als das beste gefundene homogene Layout für den gleichen Fall.



$n$	$l$	$G_{n,o,y}^c$	$o$	$R_o^l$	$G_n^{ \Uparrow }$	$G_{n,o,y}^u$	$x$	$y$	$\chi_n^*$
1	1	315.108,93	2	1	65	68	26	17	1
2	1	291.702,98	3	2	119	120	26	17	0
3	1	221.702,98	1	1	64	74	26	17	0
4	2	191.785,36	10	2	301	328	48	35	0
5	2	181.785,36	9	1	295	296	48	35	0
6	2	181.785,36	9	1	282	290	48	35	0
7	2	161.785,36	8	1	199	204	48	35	0
8	3	198.697,90	15	2	158	158	33	16	0
9	3	188.697,90	14	1	140	142	33	16	0
10	3	188.697,90	14	1	133	138	33	16	0
11	3	178.697,90	13	2	120	128	33	16	0
12	3	168.697,90	12	1	107	110	33	16	0
13	3	168.697,90	12	1	93	106	33	16	0

2.637.843,74



**Abbildung 6.51:** Lösung der Optimierung unter Längenrestriktion der Gassen auf 40 Meter mit Zonierung

---

Everything is going to be fine in the end. If it's not fine it's not the end.

---

*(Oscar Wilde)*

## 7 Fazit

Das Ziel dieser Arbeit war die formale Beschreibung eines Konzeptes zur Planung automatischer Lagersysteme unter Berücksichtigung heterogener Eigenschaften der Lagergüter. Der Begriff der Heterogenität wurde als Unterschiedlichkeit der Größe zu lagernder Artikel (statische Heterogenität) und Schwankung des Artikelverhaltens (dynamische Heterogenität) definiert. Die Arbeit umfasst zwei Hauptbestandteile. Zunächst die Bestimmung von Kennzahlen (Dimensionierung), welche die Anforderungen an das zu planende Lager festlegen. Im Zuge der Dimensionierung wurde eine Homogenisierung des Artikelportfolios vorgenommen, um die Komplexität der Ausgangsdaten in möglichst wenigen, jedoch aussagekräftigen Werten zusammenzufassen. Den zweiten Hauptteil der Arbeit bildet die Layoutoptimierung, die auf Basis der ermittelten Kennzahlen eine Suche nach kostenminimalen und ausreichend leistungsfähigen Lagerlayouts durchführt. Hier wurde die dynamische Heterogenität durch eine Zonierung des Lagers bei der Leistungsermittlung aufgegriffen.

### 7.1 Zusammenfassung

Ausgehend von der Annahme, dass für die Dimensionierung des Lagers für jeden Artikel historische Transaktionen vorliegen, welche die Ein- und Auslagerungsoperationen des Artikels beschreiben, wurde eine mathematische Beschreibung zur Ermittlung der Anforderungen an das Lager erarbeitet. Auf Basis dieser Daten wurde zunächst die Wahrscheinlichkeitsverteilung für Bestände des Artikels und für das Artikelverhalten bestimmt. Durch die konsequente Nutzung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist es möglich, die Dimensionierung für parametrisierbare Servicegrade durchzuführen und somit die Kosten für die Vorbereitung auf unwahrscheinliche Lastspitzen zu beziffern. Es wurde ausgeführt, dass es notwendig ist, die Kapazitätsanforderungen an die Fördertechnik des Lagers sowohl getrennt nach ein- und ausgehendem Umschlag als auch nach der umgeschlagenen Menge und der Häufigkeit von Lageroperationen zu bestimmen, da bei der Bildung von Lagereinheiten mit größeren Artikelmen gen Ungleichheiten in den resultierenden Lastspitzen auftreten können. Die statische Heterogenität der Lagerartikel wurde durch eine Assoziation der Artikel zu Ladungsträgern, die dynamische Heterogenität durch die Bildung von Artikelgruppen mit ähnlichem Umschlagsverhalten homogenisiert.

Die Suche nach dem kostenminimalen Lagerlayout lässt sich genauer als die Bestimmung der benötigten Anzahl von Gassen, ihrer Form und ihrer Regalbediengeräte sowie der Verteilung der Artikel auf diese Gassen beschreiben. Da es trivial ist, die Kapazitätsanforderung des Bestands durch Bildung ausreichender Lagerplätze zu erfüllen, stand die Modellierung eines generell anwendbaren Ansatzes zur validen und schnellen Bestimmung der Umschlagsleistung für unterschiedliche Konfigurationen im Vordergrund der Ausarbeitung für die Layoutoptimierung. Insbesondere die Zonierung der Gassen anhand der gebildeten Artikelgruppen verspricht eine Leistungssteigerung des Lagers, führt jedoch dazu, dass gängige Ansätze zur Leistungskalkulation nicht anwendbar sind. Daher wurden allgemeingültige Beschreibungen für die Leistungsberechnung eines zonierten Lagers für einfache und kombinierte Fahrspiele sowie Mehrfachspiele und Fahrkombinationen in doppeltiefen Lagern bei beliebiger Lage der Übergabepunkte entwickelt. Es wurde ein auf einem „Divide and Conquer“-Ansatz basierendes Optimierungsmodell konzipiert, welches für eine Gasse unter Berücksichtigung der Zonierung, der Tiefe des Lagerregals und der Anzahl der zur Verfügung stehenden Lastaufnahmemittel möglicher Regalbediengeräte die kostenoptimale Konfiguration aus der Höhe, der Länge und dem zu verwendenden Regalbediengerät bestimmt. Um eine mögliche Ungleichverteilung der Artikelgruppen auf die Gassen zu berücksichtigen sowie die Anzahl und Doppeltiefe der Gassen zu bestimmen, wurde eine Heuristik auf Basis einer lokalen Suche entwickelt, welche anhand von sechs Operationen kostengünstigere gültige Lösungskombinationen ermittelt.

Die konzipierten Modelle wurden im Rahmen eines Demonstrators umgesetzt und konnten im Rahmen der Evaluierung der Layoutoptimierung im Vergleich zu einem homogenen Lagerlayout eine Kostensenkung von über 6 % realisieren. Weiterhin erlaubt das vorliegende Konzept eine wesentlich schnellere Generierung geeigneter Lösungen als der in der Praxis häufig angewendete Ansatz, iterativ Näherungsmodelle zur Leistungsschätzung und Simulationen zur genauen Bestimmung der Umschlagsleistung einzusetzen, und berücksichtigt bereits in frühen Planungsphasen den Kostenaspekt.

## 7.2 Grenzen der Arbeit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellt ein Rahmenwerk zur integrierten Planung von automatischen Lagern dar, kann jedoch nicht den Anspruch erheben, eine Lösung für jedes Problem zu liefern. Die Evaluation der Dimensionierung hat gezeigt, dass die beschriebene Weise, Kennzahlen für langperiodische Betrachtungen zu entwickeln, für kleine Artikelmen gen zu ungenauen Ergebnissen führt. Eine Erweiterung, die den Aufbau dieser Verteilungen ohne Informationsverlust beschreibt, verspricht hier eine Verbesserung. Da Lager für einen langfristigen Horizont geplant werden, ist eine Untersuchung der Datensätze auf Trends sinnvoll. Eine formale Erweiterung der verwendeten Verteilungen mit Trendinformationen und die Analyse von Ausgleichseffekten gegenläufiger Artikelrends sind eine

offene Aufgabe. Zusätzlich ist es denkbar, weitere operative Strategien in die Betrachtung einzubeziehen. So kann beispielsweise eine vorgelagerte Bündelung von Bedarfen gleicher Artikel unterstellt werden, welche zu einer geringeren Transaktionshäufigkeit mit höheren Mengen und somit zu selteneren Fahrspielen führt.

Analog kann eine Sequenzierungsstrategie der Fahrspiele im Rahmen der Layoutplanung zur Reduktion der auftretenden Querfahrzeiten führen. Ebenso kann eine Sequenzierung der ein- und ausgehenden Bewegungen für getrennte Übergabepunkte zu Leistungssteigerungen führen, da die Querfahrt zwischen den Übergabepunkten seltener durchgeführt wird. Insbesondere für zonierte Lager ist keine Arbeit bekannt, welche die Auswirkung einer Sequenzierung der Lageraufträge für unterschiedliche Fälle adäquat bewertet.

Neben der in dieser Arbeit unterstellten Form der Lagerung gibt es in der Praxis eine Vielzahl alternativer Gestaltungselemente, für die Erweiterungen konzipiert werden können. So lassen sich mehrere Regalbediengeräte in einzelnen Gassen oder einzelne Regalbediengeräte für mehrere Gassen einsetzen. Die unterstellte Regalform, in der ausschließlich Ladungseinheiten der gleichen Größe gelagert werden, kann um Modelle erweitert werden, in denen Ladungseinheiten unterschiedlicher Höhe kombiniert werden. Die Anzahl der Übergabepunkte jeder Gasse wurde in dieser Arbeit auf je eine Position für den Eingang und den Ausgang oder einen gemeinsamen Übergabepunkt beschränkt. Weitere Schnittstellen erfordern eine grundsätzliche Erweiterung des Konzeptes, da nun für jeden Artikel und Ladungsträger für jede Schnittstelle der Umschlag differenziert bestimmt werden muss.

Ein weiterer offener Ansatz ist es, das Wechselspiel aus Lagerbereich und Vorzone monetär zu bewerten. Eine Untersuchung, inwiefern eine Vergrößerung des Pufferbereiches in der Vorzone einen Ausgleich von Lastspitzen für die Bedientechnik des Lagers und somit eine günstigere Konfiguration erlaubt, ist vielsprechend. Die Vielzahl möglicher Konfigurationsvarianten für das Layout und die Bedientechnik der Vorzone eröffnet hier ein weites Feld neuer Problemstellungen, die es zu erforschen gilt.





## Literaturverzeichnis

- [AB99] ANILY, S. ; BRAMEL, J.: Approximation algorithms for the capacitated traveling salesman problem with pickups and deliveries. In: *Naval Research Logistics* (1999) Nr. 6, S. 654–670
- [AF09] ARNOLD, D. ; FURMANS, K.: *Materialfluss in Logistiksystemen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [AfA00] BUNDESMINISTERIUM DER FINANZEN: *AfA-Tabelle für die allgemein verwendbaren Anlagegüter: (AfA-Tabelle AV)*. 15.12.2000
- [AFI08] ARNOLD, D. ; FURMANS, K. ; ISERMANN, H.: *Handbuch Logistik*. 3. Aufl. Springer-Verlag, 2008
- [AG85] ASHAYERI, J. ; GELDERS, L. F.: Warehouse design optimization. In: *European Journal of Operational Research* 21 (3 1985), S. 285–294
- [AGW85] ASHAYERI, J. ; GELDERS, L. ; WASSENHOVE, L. van: A microcomputer-based optimization model for the design of automated warehouses. In: *International Journal of Production Research* 23 (1985) Nr. 4, S. 825–839
- [AHBW01] ASHAYERI, J. ; HEUTS, R. ; BEEKHOF, M. ; WILHELM, M. R.: *On the Determinations of Class-Based Storage Assignments in AS/RS having two I/O Locations*. 2001
- [AHH07] AISSAOUI, N. ; HAOUARI, M. ; HASSINI, E.: Supplier selection and order lot sizing modeling: A review. In: *Computers & operations research* 34 (2007) Nr. 12, S. 3516–3540
- [AHV<sup>+</sup>02] ASHAYERI, J. ; HEUTS, R. M. ; VALKENBURG, M. ; VERAART, H. C. ; WILHELM, M. R.: A geometrical approach to computing expected cycle times for zonebased storage layouts in AS/RS. In: *International Journal of Production Research* 40 (17 2002), S. 4467–4483
- [AK85] APPELT, G. ; KRAMPE, H.: *Stückgutlagerung*. Verlag Technik, 1985
- [And29] ANDLER, K.: *Rationalisierung der Fabrikation und optimale Losgröße: Kurt Andler*. R. Oldenbourg, 1929

- [Anu06] ANUPINDI, R.: *Managing business process flows: Principles of operations management*. 2. ed., Pearson internat. ed. Pearson Prentice Hall, 2006
- [Bau85] BAUER, P.: *Planung und Auslegung von Palettenlagern*. Bd. 2. Springer-Verlag, 1985
- [BC09] BAKER, P. ; CANESSA, M.: Warehouse design: A structured approach. In: *European Journal of Operational Research* 193 (2 2009), S. 425–436
- [BDNN06] BRAHIMI, N. ; DAUZERE-PERES, S. ; NAJID, N. M. ; NORDLI, A.: Single item lot sizing problems. In: *European Journal of Operational Research* 168 (2006) Nr. 1, S. 1–16
- [BGK<sup>+</sup>02] BODNER, D. A. ; GOVINDARAJ, T. ; KARATHUR, K. N. ; ZERANGUE, N. F. ; MCGINNIS, L. F.: *A Process Model and Support Tools for Warehouse Design*. 2002
- [BKRS10] BICHLER, K. ; KROHN, R. ; RIEDEL, G. ; SCHÖPPACH, F.: *Beschaffungs- und Lagerwirtschaft: Praxisorientierte Darstellung der Grundlagen, Technologien und Verfahren*. 9. Aufl. Gabler, 2010
- [Böh10] BÖHLE, C.: *Eine theoretische und praktische Herleitung eines Verfahrens für die kostenminimale Koordination von Lieferanten und Logistikdienstleistern zur Belieferung lieferantengesteuerter Lager*. Dissertation. Universität Paderborn, 2010
- [BT02] BAUMGARTEN, H. ; THOMS, J.: *Trends und Strategien in der Logistik: Supply chains im Wandel, Ergebnisse 2002*. Verbum, 2002
- [BW84] BOZER, Y. A. ; WHITE, J. A.: Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems. In: *IIE Transactions* 16 (4 1984), S. 329–338
- [BZ99] BERG, J. d. ; ZIJM, W.: Models for warehouse management: Classification and examples. In: *International Journal of Production Economics* 59 (1999) Nr. 1–3, S. 519–528
- [CDT13] COMPAGNO, L. ; D'URSO, D. ; TRAPANI, N.: Designing an Optimal Shape Warehouse. In: *Advances in Production Management Systems. Competitive Manufacturing for Innovative Products and Services*. Bd. 398. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013, S. 248–255
- [CG96a] CORMIER, G. ; GUNN, E. A.: Simple models and insights for warehouse sizing. In: *Journal of the Operational Research Society* (1996), S. 690–696
- [CG96b] CORMIER, G. ; GUNN, E. A.: On coordinating warehouse sizing, leasing and inventory policy. In: *IIE Transactions* 28 (2 1996), S. 149–154

- [CKV13] CELEBI, M. E. ; KINGRAVI, H. A. ; VELA, P. A.: A comparative study of efficient initialization methods for the k-means clustering algorithm. In: *Expert Systems with Applications* 40 (2013) Nr. 1, S. 200–210
- [CM99] CHALASANI, P. ; MOTWANI, R.: Approximating Capacitated Routing and Delivery Problems. In: *SIAM Journal on Computing* 28 (1999) Nr. 6, S. 2133–2149
- [Cor09] CORMEN, T. H.: *Introduction to algorithms*. 3rd ed. MIT Press, 2009
- [Cor09b] CORBAT, P.: *Logistik in Vertriebsunternehmen*. Books on Demand, 2009
- [CWL95] CHANG, D.-T. ; WEN, U.-P. ; LIN, J. T.: The impact of acceleration/deceleration on travel-time models for automated storage/retrieval systems. In: *IIE Transactions* 27 (1995) Nr. 1, S. 108–111
- [DA90] DANGELMAIER, W. ; AUGUSTIN, M.: Planung mit System: Bewertung und Planung von Lagersystemen mit dem PC. In: *Lagertechnik* 91 14 (1990) Nr. Dezember 1990, S. 34–40
- [Dan01] DANGELMAIER, W.: *Fertigungsplanung: Planung von Aufbau und Ablauf der Fertigung; Grundlagen, Algorithmen und Beispiele*. 2. Aufl. Springer-Verlag, 2001
- [Dan09a] DANGELMAIER, W.: *Theorie der Produktionsplanung und -steuerung. Im Sommer keine Kirschpralinen?* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [Dan09b] DANNE, C.: *Assessing the Cost of Assortment Complexity in Consumer Goods Supply Chains by Reconfiguration of Inventory and Production Planning Parameters in Response to Assortment Changes*. Dissertation. Universität Paderborn, September 2009
- [DeP07] DEPUY, G. W.: *Multiple Shuttle ASRS Systems with Acceleration/Deceleration Considerations*. 2007
- [DIN15512] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (DIN): *Ortsfeste Regalsysteme aus Stahl – Verstellbare Palettenregale – Grundlagen der statischen Bemessung*. DIN-Norm. 1.09.2010
- [DIN15878] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (DIN): *Ortsfeste Regale aus Stahl – Begriffe*. DIN-Norm. 19.06.2010
- [EGM04] ELDEMIR, F. ; GRAVES, R. J. ; MALMBORG, C. J.: New cycle time and space estimation models for automated storage and retrieval system conceptualization. In: *International Journal of Production Research* 42 (22 2004), S. 4767–4783

- [Ehr97] EHRMANN, H.: *Logistik*. Kiehl, 1997
- [ER94] EYNAN, A. ; ROSENBLATT, M. J.: Establishing zones in single-command class-based rectangular as/rs. In: *IIE Transactions* 26 (1 1994), S. 38–46
- [Fan96] FANG, D.: *Entwicklung eines wissensbasierten Assistenzsystems für die Planung von Lagersystemen*. Dissertation. Universität Dortmund, 1996
- [FD04] FISCHER, W. ; DITTRICH, L.: *Materialfluß und Logistik. Potentiale vom Konzept bis zur Detailauslegung*. 2. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004
- [FEM9101] EUROPÄISCHE VEREINIGUNG DER FÖRDER- & LAGERTECHNIK (FEM): *FEM 9101: Storage and retrieval S/R machines – Definitions*. FEM-Norm. 1982
- [FEM9851] EUROPÄISCHE VEREINIGUNG DER FÖRDER- & LAGERTECHNIK (FEM): *FEM 9851: Performance Data of S/R Machines – Cycle Times*. FEM-Norm. June 2003
- [Fis84] FISCHER, W.: Spieldauer-Berechnung für Unstetigförderer Teil II: Regalförderfahrzeuge. In: *Fördern und Heben* 1984 (34[6] 1984), S. 470–474
- [Gar97] GARLOCK, P.: *Berechnung der Umschlagleistung von Regalförderfahrzeugen mit parallel ablaufenden Positionierungen der Lastaufnahmemittelachsen*. Dissertation. Technische Universität Graz, 1997
- [Gau07] GAUKLER, G.: *Supply Chain Concepts: Double Marginalization and Risk Pooling*. 2007
- [GAU11] GÜNTNER, W. A. ; ATZ, T. ; ULBRICH, A.: *Integrierte Lagersystemplanung*. 2011
- [GGM07] GU, J. ; GOETSCHALCKX, M. ; MCGINNIS, L. F.: Research on warehouse operation: A comprehensive review. In: *European Journal of Operational Research* 177 (1 2007), S. 1–21
- [GGM10] GU, J. ; GOETSCHALCKX, M. ; MCGINNIS, L. F.: Research on warehouse design and performance evaluation: A comprehensive review. In: *European Journal of Operational Research* 203 (3 2010), S. 539–549
- [GHS77] GRAVES, S. C. ; HAUSMAN, W. H. ; SCHWARZ, L. B.: Storage-retrieval interleaving in automatic warehousing systems. In: *Management Science* 23 (1977) Nr. 9, S. 935–945
- [GJC01] GOH, M. ; JIHONG, O. ; CHUNG-PIAW, T.: Warehouse sizing to minimize inventory and storage costs. In: *Naval Research Logistics* 48 (4 2001), S. 299–312

- [GKS08] GÜNTHER, W. A. ; KRAUL, R. ; SANLADERER, S.: *Konfigurationsauswahl für automatische Lagersysteme: Forschungsbericht*. TUM, fml, Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik, 2008
- [GKS92] GRAY, A. E. ; KARMARKAR, U. S. ; SEIDMANN, A.: Design and operation of an order-consolidation warehouse: Models and application. In: *European Journal of Operational Research* 58 (1 1992), S. 14–36
- [GL07] GUO, S.-M. ; LIU, T.-P.: Performance analysis of single shuttle and twin shuttle AS/RS. In: *2007 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*. 2007, S. 763–767
- [Gla08] GLASS, M.: *Schnellläuferstrategien in Lagern und Dynamische Zonierung*. Dissertation. TU Dresden, 2008
- [GMR12] GAMBERI, M. ; MANZINI, R. ; REGATTIERI, A.: Analytical and Numerical Modeling of AS/RS Cycle Time in Class-Based Storage Warehousing. In: *Warehousing in the Global Supply Chain*. Springer London, 2012, S. 261–283
- [GRR08] GANESH, M. ; RAGHUNATHAN, S. ; RAJENDRAN, C.: The value of information sharing in a multi-product supply chain with product substitution. In: *IIE Transactions* 40 (2008) Nr. 12, S. 1124–1140
- [GT11] GÜNTHER, H.-O. ; TEMPELMEIER, H.: *Produktion und Logistik*. 9th. Springer-Verlag, 2011
- [Gud10] GUDEHUS, T.: *Logistik: Grundlagen – Strategien – Anwendungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Gud73] GUDEHUS, T.: *Grundlagen der Kommissioniertechnik: Dynamik der Warenverteil- und Lagersysteme*. Girardet, 1973
- [Har13] HARRIS, F. W.: How Many Parts to Make at Once. In: *Operations Research* 38 (1990) Nr. 6, S. 947–950
- [Has02] HASSAN, M. M.: A framework for the design of warehouse layout. In: *Facilities* 20 (2002) Nr. 13/14, S. 432–440
- [Hei98] HEIDENBLUT, V.: Einflussfaktoren zur Bestimmung der Lagerkapazität. In: *Fördern und Heben* 9 (1998) Nr. 48, S. 664–666
- [HL90] HWANG, H. ; LEE, S. B.: Travel-time models considering the operating characteristics of the storage and retrieval machine. In: *International Journal of Production Research* 28 (10 1990), S. 1779–1789
- [HLLL04] HUR, S. ; LEE, Y. H. ; LIM, S. Y. ; LEE, M. H.: A performance estimation model for AS/RS by M/G/1 queuing system. In: *Computers & Industrial Engineering* 46 (2 2004), S. 233–241

- [HMSW87] HAN, M.-H. ; MCGINNIS, L. F. ; SHIEH, J. S. ; WHITE, J. A.: On sequencing retrievals in an automated storage/retrieval system. In: *IIE Transactions* 19 (1 1987), S. 56–66
- [HSG76] HAUSMAN, W. H. ; SCHWARZ, L. B. ; GRAVES, S. C.: Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. In: *Management Science* 22 (6 1976), S. 629–638
- [Hud98] HUDOCK, B.: Warehouse space and layout planning. In: *The Warehouse management handbook*. 2nd ed. Tompkins Press, 1998, S. 229–253
- [Int16] INTEL CORPORATION: *Intel CPU Vergleich*. 2016. URL: <http://ark.intel.com/de/compare/88194,91167,91163,88192,91497,88967,88969,88970,90426,90615,88972,88195,88200,88201,88196> (besucht am 08.01.2016)
- [JD08] JANS, R. ; DEGRAEVE, Z.: Modeling industrial lot sizing problems. A review. In: *International Journal of Production Research* 46 (6 2008), S. 1619–1643
- [Jin05] JINXIANG GU: *The forward reserve warehouse sizing and dimensioning problem*. Georgia Institute of Technology. Dissertation. School of Industrial and Systems Engineering, 2005
- [JMO16] JOTHI, R. ; MOHANTY, S. K. ; OJHA, A.: On Careful Selection of Initial Centers for K-means Algorithm. In: *Proceedings of 3rd International Conference on Advanced Computing, Networking and Informatics: ICACNI 2015, Volume 1* (2016), S. 435–445
- [JtSN07] JÜNEMANN, R. ; TEN HOMPEL, M. ; SCHMIDT, T. ; NAGEL, L.: *Materialflusssysteme: Förder- und Lagertechnik*. 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007
- [Jün70] JÜNEMANN, R.: *Beitrag zur Planungsmethode des Stückgutlagers in Industrie- und Handelsunternehmen*. Dissertation. TU Berlin, 1970
- [Jün89] JÜNEMANN, R.: *Materialfluß und Logistik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989
- [KA90] KRAMPE, H. ; APPELT, G.: *Transport, Umschlag, Lagerung*. Fachbuchverlag VEB, 1990
- [KKS13] KLAUS, P. ; KILLE, C. ; SCHWEMMER, M.: *TOP 100 in European Transport and Logistics Services: Market Sizes, Market Segments and Market Leaders in the European Logistics Industry*. 2011/2012. DVV Media Group, 2013
- [Koe07] KOETHER, R.: *Technische Logistik*. 3. Aufl. Hanser, 2007

- [Kos12] KOSTRZEWSKI, M.: The procedure of warehouses designing as an integral part of the warehouses designing method and the designing software. In: *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 2012 (2012), S. 535–543
- [KP94] KESERLA, A. ; PETERS, B. A.: Analysis of dual-shuttle automated storage/retrieval systems. In: *Journal of Manufacturing Systems* 13 (1994) Nr. 6, S. 424–434
- [KP95] KOUVELIS, P. ; PAPANICOLAOU, V.: Expected travel time and optimal boundary formulas for a two-class-based automated storage/retrieval system. In: *International Journal of Production Research* 33 (10 1995), S. 2889–2905
- [Kra11] KRAUL, R.: *Ersatzmodelle für die Leistungsbewertung von automatischen Lagersystemen*. Dissertation. Technische Universität München, 2011
- [Kri05] KRIEG, G.: *Neue Erkenntnisse zu Andlers Losgrößenformel*. Arbeitspapier, Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt. 2005
- [KSG84] KETTNER, H. ; SCHMIDT, J. ; GREIM, H.-R.: *Leitfaden der systematischen Fabrikplanung*. Hanser, 1984
- [LB01] LIPPOLT, C. R. ; BLUNCK, S.: Zonenbildung in Hochregallagern bei beliebiger Lage der Übergabestellen am Regalrand. In: *Operations Research Proceedings 2000*. Bd. 2000. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001, S. 322–327
- [LBK14] LAUCK, S. ; BOXNICK, S. ; KOPECKI, L.: Applying GPU programming to obtain average AS/RS performance in optimal zoned aisles. In: *2014 Asia-Pacific World Congress on Computer Science and Engineering (APWC on CSE)*. 2014, S. 1–9
- [LBK15] LAUCK, S. ; BOXNICK, S. ; KOPECKI, L.: Analyzing Supply Chain Nodes in Heterogeneous Environments Based on Transaction Data with Respect to Independent Item Behavior. In: *International Journal of Advances in Computer Science and Its Applications Volume 5 Issue 1* (2015), S. 41–45
- [LBPŠ12] LERHER, T. ; BOROVINŠEK, M. ; POTRČ, I. ; ŠRAML, M.: A multi-objective optimization approach for designing automated warehouses. In: *12th International Material Handling Research Colloquium – 2012* (12 2012)
- [Lee97] LEE, H. F.: Performance analysis for automated storage and retrieval systems. In: *IIE Transactions* 29 (1 1997), S. 15–28
- [Lev74] LEVY, J.: The optimal size of a storage facility. In: *Naval Research Logistics Quarterly* 21 (2 1974), S. 319–326

- [Lip03] LIPPOLT, C. R.: *Spielzeiten in Hochregallagern mit doppeltiefer Lagerung*. Dissertation. Universität Karlsruhe, 2003
- [Löd08] LÖDDING, H.: *Verfahren der Fertigungssteuerung: Grundlagen, Beschreibung, Konfiguration*. 2., erw. Aufl. Springer-Verlag, 2008
- [LR05] LANGEVIN, A. ; RIOPEL, D.: *Logistics Systems: Design and Optimization*. Springer-Verlag, 2005
- [LŠ12] LERHER, T. ; ŠRAML, M.: Designing Unit Load Automated Storage and Retrieval Systems. In: *Warehousing in the Global Supply Chain*. Springer London, 2012, S. 211–231
- [LS97] LEE, H. F. ; SCHAEFER, S. K.: Sequencing methods for automated storage and retrieval systems with dedicated storage. In: *Computers & Industrial Engineering* 32 (2 1997), S. 351–362
- [LŠBP13] LERHER, T. ; ŠRAML, M. ; BOROVINŠEK, M. ; POTRČ, I.: Multi-objective optimization of automed storage and retrieval systems. In: *Annals of the Faculty of Engineering Hunedoara-International Journal of Engineering* 11 (1 2013), S. 187–194
- [LSPT10] LERHER, T. ; SRAML, M. ; POTRC, I. ; TOLLAZZI, T.: Travel time models for double-deep automated storage and retrieval systems. In: *International Journal of Production Research* 48 (11 2010), S. 3151–3172
- [Mac67] MACQUEEN, J. B.: Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations. In: *Proceedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* 1967 (1967) Nr. 1, S. 281–297
- [Mal00] MALMBORG, C. J.: Interleaving models for the analysis of twin shuttle automated storage and retrieval systems. In: *International Journal of Production Research* 38 (2000) Nr. 18, S. 4599–4610
- [Mal01] MALMBORG, C. J.: Rule of thumb heuristics for configuring storage racks in automated storage and retrieval systems design. In: *International Journal of Production Research* 39 (3 2001), S. 511–527
- [Mar04] MARTIN, H.: *Transport- und Lagerlogistik: Planung, Aufbau und Steuerung von Transport- und Lagersystemen*. 5. Aufl. Vieweg, 2004
- [Mar99] MARTIN, J. F.: *Improving the Layout of a Warehouse at the Cost Guard Aircraft Repair*. 1999
- [Mat14] MATERIALFLUSS · MARKT: *Anwenderstatistik Hochregallager*. 2006-2014. URL: <http://markt.materialfluss.de/anwenderstatistik/lager-und-kommissioniertechnik/> (besucht am 26.07.2015)



- [Mer14] MERTENS, P.: *Prognoserechnung*. Physica-Verlag HD, 2014
- [MM97] MELLER, R. D. ; MUNGWATTANA, A.: Multi-shuttle automated storage/retrieval systems. In: *IIE Transactions* 29 (10 1997), S. 925–938
- [MNV09] MAHAJAN, M. ; NIMBHORKAR, P. ; VARADARAJAN, K.: The Planar k-Means Problem is NP-Hard. In: *WALCOM: Algorithms and Computation*. Bd. 5431. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009, S. 274–285
- [MT84] MELTER, R. A. ; TOMESCU, I.: Metric bases in digital geometry. In: *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 25 (1984) Nr. 1, S. 113–121
- [Nah97] NAHMIA, S.: *Production and operations analysis*. 3rd ed. Irwin/McGraw-Hill, 1997
- [NS07] NENDEL, K. ; SCHUMANN, M.: Ermittlung der Umschlagleistung von Hochregallagern unter Berücksichtigung lagerorganisatorischer Rahmenbedingungen. In: *Logistics Journal nicht-referierte Veröffentlichungen* (2007)
- [Nvi16] NVIDIA GMBH: *NVIDIA Geforce Desktop Grafikkarten*. 2016. URL: <http://www.nvidia.de/object/geforce-desktop-graphics-cards-de.html> (besucht am 08.01.2016)
- [Oes11] OESER, G.: *Methods of Risk Pooling in Business Logistics and Their Application*. Dissertation. Europa-Universität Viadrina, 2011
- [Oes12a] OESER, G.: A Framework for Risk Pooling in Business Logistics. In: *Advanced Studies in Supply Chain Management* (2012), S. 159–193
- [Oes12b] OESER, G.: A Framework for Risk Pooling in Business Logistics. In: *Supply Management Research 2*. Gabler Verlag, 2012, S. 153–193
- [OG98] OSER, J. ; GARLOCK: Technology and throughput of double-deep multi-shuttle. In: *Progress in Material Handling Research* 1998 (5 1998), S. 409–423
- [Par99] PARK, B. C.: Optimal dwell point policies for automated storage/retrieval systems with dedicated storage. In: *IIE Transactions* 31 (10 1999), S. 1011–1113
- [Paw13] PAWELLEK, G.: *Ganzheitliche Fabrikplanung. Grundlagen, Vorgehensweise, EDV-Unterstützung*. Springer-Verlag, 2013
- [PB11] PIEPENBURG, A. ; BRUNS, R.: Ermittlung von Leistungsgrenzen verschiedener Lagerstrategien unter Berücksichtigung zentraler Einflussgrößen. In: *Logistics Journal Proceedings* (2011)

- [PFF06] PARK, B. C. ; FOLEY, R. D. ; FRAZELLE, E. H.: Performance of mini-load systems with two-class storage. In: *European Journal of Operational Research* 170 (1 2006), S. 144–155
- [Pfo10] PFOHL, H.-C.: *Logistiksysteme. Betriebswirtschaftliche Grundlagen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Pfo97] PFOHL, H.-C.: *Informationsfluß in der Logistikkette: EDI – Prozeßgestaltung – Vernetzung. 12. Fachtagung der Deutschen Gesellschaft für Logistik e. V.* Erich Schmidt Verlag, 1997
- [PFWF03] PARK, B. C. ; FOLEY, R. D. ; WHITE, J. A. ; FRAZELLE, E. H.: Dual command travel times and miniload system throughput with turnover-based storage. In: *IIE Transactions* 35 (2003) Nr. 4, S. 343–355
- [Pre89] PRESS, W.: *Numerical Recipes in Pascal (First Edition): The Art of Scientific Computing*. 1. Cambridge University Press, 1989
- [PW89] PARK, Y. H. ; WEBSTER, D. B.: Modelling of three-dimensional warehouse systems. In: *International Journal of Production Research* 27 (6 1989), S. 985–1003
- [QK08] QUADT, D. ; KUHN, H.: Capacitated lot-sizing with extensions. A review. In: *JOR* 6 (1 2008), S. 61–83
- [RCB10] RUSHTON, A. ; CROUCHER, P. ; BAKER, P.: *The handbook of logistics & distribution management*. 4th ed. Kogan Page, 2010
- [RE89] ROSENBLATT, M. J. ; EYNAN, A.: Note-Deriving the Optimal Boundaries for Class-Based Automatic Storage/Retrieval Systems. In: *Management Science* 35 (12 1989), S. 1519–1524
- [RM01] RIZK, N. ; MARTEL, A.: *Supply chain flow planning methods: a review of the lot-sizing literature*. Working paper: Université Laval Canada and Centor. 2001
- [Röt01] RÖTTGER, J.: *Beitrag zur durchgängigen rechnergestützten Planung und Visualisierung von Lageranlagen mit Palettenregalen*. Bd. 2. Shaker, 2001
- [Row93] ROWLEY, J.: *The principles of warehouse design*. 1. ed., reprinted. Bd. 4. Inst. of Logistics, 1993
- [RRK89] ROLL, Y. ; ROSENBLATT, M. J. ; KADOSCH, D.: Determining the size of a warehouse container. In: *International Journal of Production Research* 27 (10 1989), S. 1693–1704

- [RRS<sup>+</sup>00] ROUWENHORST, B. ; REUTER, B. ; STOCKRAHM, V. ; VAN HOUTUM, G. J. ; MANTEL, R. J. ; ZIJM, W.: Warehouse design and control: Framework and literature review. In: *European Journal of Operational Research* 122 (3 2000), S. 515–533
- [RS95] RANDHAWA, S. U. ; SHROFF, R.: Simulation-based design evaluation of unit load automated storage/retrieval systems. In: *Computers & Industrial Engineering* 28 (1 1995), S. 71–79
- [Run10] RUNKLER, T.: *Data Mining: Methoden und Algorithmen intelligenter Datenanalyse*. Vieweg+Teubner Verlag, 2010
- [RV09] ROODBERGEN, K. J. ; VIS, I. F.: A survey of literature on automated storage and retrieval systems. In: *European Journal of Operational Research* 194 (2 2009), S. 343–362
- [Sah10] SAHLING, F.: Einordnung und Klassifizierung von Problemen der Losgrößenplanung. In: *Mehrstufige Losgrößenplanung bei Kapazitätsrestriktionen*. Gabler, 2010, S. 3–18
- [SB95] SARKER, B. R. ; BABU, P.: Travel time models in automated storage/retrieval systems: A critical review. In: *International Journal of Production Economics* 40 (2-3 1995), S. 173–184
- [Sch08] SCHUMANN, M.: *Zur Bestimmung der Umschlagleistung von Hochregallagern unter besonderer Berücksichtigung der Lagerorganisation*. Dissertation. TU Chemnitz, 2008
- [Sch11] SCHÖNSLEBEN, P.: *Integriertes Logistikmanagement. Operations und Supply Chain Management innerhalb des Unternehmens und unternehmensübergreifend*. 6., bearbeitete und erw. Aufl. Springer-Verlag, 2011
- [Sch12] SCHÄFER, S.: *Alles aus einer Hand. Effizienzsteigerung mit System für Lager, Betrieb und Werkstatt*. Auszug aus dem Hauptkatalog 2012 – Kapitel D. 2012
- [Sch68] SCHAAB, W.: *Technisch-wirtschaftliche Studie über die optimalen Abmessungen automatischer Hochregallager unter besonderer Berücksichtigung der Regalförderzeuge*. P. Lang, 1968
- [Sch88a] SCHNEIDER P.: Rechnergestützte Lagerplanung mit Simulation und Kostenvergleich. In: *Fördern und Heben* 1988 (1988) Nr. 38, S. 322–330
- [Sch88b] SCHNEIDER P.: Rechnergestützte Lagerplanung – Simulation und Kostenvergleich als Teilprogramme. In: *dhf Internationale Fachzeitschrift für Förder-, Lager- und Transporttechnik* 1988 (1988) Nr. 10, S. 44–47

- [Sch98] SCHRÖTER, N.: Optimierungspotentiale erkennen und nutzen – Teil 1. In: *Fördern und Heben* 1998 (1998) Nr. 48, S. 566–569
- [See06] SEEMÜLLER, S.: *Durchsatzberechnung automatischer Kleinteilelager im Umfeld des elektronischen Handels*. Dissertation. TU München, 2006
- [SGH78] SCHWARZ, L. B. ; GRAVES, S. C. ; HAUSMAN, W. H.: Scheduling policies for automatic warehousing systems: simulation results. In: *AIIE transactions* 10 (1978) Nr. 3, S. 260–270
- [Six96] SIXT, M.: *Dreidimensionale Packprobleme: Lösungsverfahren basierend auf den Meta-Heuristiken Simulated Annealing und Tabu-Suche*. P. Lang, 1996
- [SML94] SARKER, B. R. ; MANN, L. ; LEAL DOS SANTOS, JOSE R. G.: Evaluation of a class-based storage scheduling technique applied to dual-shuttle automated storage and retrieval systems. In: *Production Planning & Control* 5 (1994) Nr. 5, S. 442–449
- [SPP98] SILVER, E. A. ; PYKE, D. F. ; PETERSON, R.: *Inventory management and production planning and scheduling*. 3. ed. Wiley, 1998
- [SSLH91] SARKER, B. R. ; SABAPATHY, A. ; LAL, A. M. ; HAN, M.-H.: Performance evaluation of a double shuttle automated storage and retrieval system. In: *Production Planning & Control* 2 (3 1991), S. 207–213
- [St10] SCHMIDT, T. ; TEN HOMPEL, M.: *Warehouse Management: Organisation und Steuerung von Lager- und Kommissioniersystemen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Tal93] TALLON, W. J.: The impact of inventory centralization on aggregate safety stock: the variable supply lead time case. In: *Journal of Business Logistics* 14 (1993) Nr. 1, S. 185
- [TB98] THONEMANN, U. W. ; BRANDEAU, M. L.: Optimal Storage Assignment Policies for Automated Storage and Retrieval Systems with Stochastic Demands. In: *Management Science* 44 (1 1998), S. 142–148
- [Tem06] TEMPELMEIER, H.: *Bestandsmanagement in Supply Chains*. 2. Aufl. Books on Demand, 2006
- [Ter94] TERSINE, R. J.: *Principles of inventory and materials management*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1994
- [tH08] TEN HOMPEL, M. P. D. ; HÖMBERG, K. D.-I.: Übersicht analytischer Berechnungsverfahren in Kommissioniersystemen. In: *Beiträge zu einer Theorie der Logistik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008, S. 392–408

- [Tom98] TOMKINS, J. A.: The Challenge of Warehousing. In: *Warehouse space and layout planning*. Tompkins Press, 1998, S. 1–18
- [TWBF96] TOMPKINS, J. A. ; WHITE, J. A. ; BOZER, Y. A. ; FRAZELLE, E. H.: *Facilities Planning*. 2. Aufl. Wiley, 1996
- [VDI2385] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (VDI): *VDI 2385 – Leitfaden für die materialflußgerechte Planung von Industrieanlagen*. VDI-Norm. Dezember 1989
- [VDI2411] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (VDI): *VDI 2411 – Begriffe und Erläuterungen im Förderwesen*. VDI-Norm. Juni 1970
- [VDI3561] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (VDI): *VDI 3561 (1989-05-00) – Testspiele zum Leistungsvergleich und zur Abnahme von Regalförderzeugen*. VDI-Norm. 1973
- [VDI3564] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE(VDI): *VDI 3564 – Empfehlungen für Brandschutz in Hochregalanlagen*. VDI-Norm. November 2009
- [VDI3633] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (VDI): *VDI 3633 – Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen (Begriffe)*. VDI-Norm. Dezember 2013
- [vG00] VAN DEN BERG, JEROEN P. ; GADEMAN, A.: Simulation study of an automated storage/retrieval system. In: *International Journal of Production Research* 38 (6 2000), S. 1339–1356
- [VK12] VAHRENKAMP, R. ; KOTZAB, H.: *Logistik: Management und Strategien*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2012
- [VTV12] VASILI, M. R. ; TANG, S. H. ; VASILI, M.: Automated Storage and Retrieval Systems: A Review on Travel Time Models and Control Policies. In: *Warehousing in the Global Supply Chain*. Springer London, 2012, S. 159–209
- [Wan10] WANNENWETSCH, H.: *Integrierte Materialwirtschaft und Logistik: Beschaffung, Logistik, Materialwirtschaft und Produktion*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- [Wat96] WATERS-FULLER, N.: The benefits and costs of JIT sourcing: A study of Scottish suppliers. In: *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* 26 (1996) Nr. 4, S. 35–50
- [Web09] WEBER, R.: *Lageroptimierung: Bestände – Abläufe – Organisation – Datenqualität – Stellplätze*. Bd. 693. Expert, 2009

- [Web12] WEBER, J.: *Logistikkostenrechnung: Kosten-, Leistungs- und Erlösinformationen zur erfolgsorientierten Steuerung der Logistik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012
- [Wen74] WENDEL, H. R.: VDI-Richtlinie 3561 richtig lesen. In: *Fördern und Heben* 1974 (24 1974), S. 1052–1054
- [WF71] WHITE, J. A. ; FRANCIS, R. L.: Normative Models for Some Warehouse Sizing Problems. In: *AIIE Transactions* 3 (1971) Nr. 3, S. 185–190
- [Wis09] WISSER, J.: *Der Prozess Lagern und Kommissionieren im Rahmen des Distribution Center Reference Model (DCRM)*. Dissertation. Universität Karlsruhe, 2009
- [XSYH14] XU, X. ; SHEN, G. ; YU, Y. ; HUANG, W.: Travel time analysis for the double-deep dual-shuttle AS/RS. In: *International Journal of Production Research* (2014), S. 1–17
- [YD13] YU, Y. ; DE KOSTER, RENÉ B. M.: On the suboptimality of full turnover-based storage. In: *International Journal of Production Research* 51 (6 2013), S. 1635–1647
- [YS96] YOON, C. S. ; SHARP, G. P.: A structured procedure for analysis and design of order pick systems. In: *IIE Transactions* 28 (5 1996), S. 379–389
- [ZBDK13] ZILCH, K. ; BECKMANN, K. J. ; DIEDERICH, C. J. ; KATZENBACH, R.: *Bauwirtschaft und Baubetrieb*. Bd. 2. Springer-Verlag, 2013
- [ZDY13] ZAERPOUR, N. ; DE KOSTER, RENÉ B. M. ; YU, Y.: Storage policies and optimal shape of a storage system. In: *International Journal of Production Research* 51 (23-24 2013), S. 6891–6899
- [Zol96] ZOLLINGER, H. A.: Planning, evaluating and estimating storage systems. In: *Progress in Material Handling Research* 1996 (1996), S. 651–663
- [Zsc64] ZSCHAU, U.: *Technisch-wirtschaftliche Studie über die Anwendbarkeit von Stapelkränen im Lagerbetrieb*. Franzen, 1964