dung in der Grundschule, in: Die Grundschule 4/1971, S. 4—11, S. 7f.
[4] *Dröge, F.:* Positionen und Perspektiven der Medienerziehung, in: medien + erziehung 2/1976, S. 90—93, S. 92.
[5] *Schwarz, R.:* Schule und Massenmedien, in: Schwarz, R. (Hrsg.): Manipulation durch Massenmedien — Aufklärung durch Schule? Stuttgart 1974, S. 1—20, S. 19.
[6] *Maspfuhl, R.:* Medienanalyse und Schüleröffentlichkeit, in: Mitteilungen des Bundes deutscher Kunsterzieher, 3/1976, S. 32—34, S. 32.
[7] *Ehmer, H. K.:* Stellungnahme zum Thesenpapier: „Medienpädagogik" — was ist das? in: medien + erziehung 2/1976, S. 93—96, S. 94.
[8] ders., ebd.
[9] ders., ebd.
[10] „Das Bekanntmachen mit gesellschaftlicher Wirklichkeit und den in ihr enthaltenen Problemen wird nun besonders kompliziert, wenn der Schüler diese Wirklichkeit nicht mehr unmittelbar erfahren kann; wenn er — und das ist zumeist der Fall — zum Erkennen der Wirklichkeit auf Informationen, etwa Presse, Funk und Fernsehen, angewiesen ist."
Engelhardt, R.: a.a.O., in: Die Grundschule 4/1971, S. 4
[11] *Klein, F. / Müller-Egloff, P.:* Zeitungsfibel oder Ich mach' mir meine Zeitung selbst, Weinheim 1975, S. 2 und vgl. *Lohrer, K.:* Vergessenes Medium Tageszeitung, in: Blätter für Lehrerfortbildung 6/1974, S. 214—219, S. 214.
[12] Es wurden folgende Fragen gestellt, wobei außer bei Frage 5 Antwortmöglichkeiten vorgegeben waren:
1. Wird bei dir zu Hause regelmäßig eine Tageszeitung gelesen?
2. Wenn du bei der ersten Frage „ja" angekreuzt hast: welche Tageszeitung wird oder welche Zeitungen werden bei dir zu Hause gelesen?
3. Liest du selbst manchmal in der Zeitung?
4. Wenn du in der Zeitung liest, welche Zeitung liest du dann?
5. Was liest du in der Zeitung?
[13] „Die (auch) im Bereich der ästhetischen Erziehung ansatzweise mögliche Verbindung von theoretischer und praktischer Arbeit zur Herstellung sinnvoller, d. h. brauchbarer, Bedürfnisse befriedigender Produkte und Prozesse unter einem verhältnismäßig geringen Selektionsdruck ist deshalb für den Erziehungsprozeß so wichtig und zu sichern, weil sie Elemente lebendiger, normaler, also nicht schulisch verzerrter Lern- und Arbeitsprozesse enthalten kann, die zur Entfaltung der selbständigen, selbstbewußten Persönlichkeit unverzichtbare Voraussetzung sind."
Beck, J.: Das ästhetische Lernen und die Bedingungen der Institution Schule, in: *Dunkel/Jentzsch* (Hrsg.): Ästhetische Erziehung und gesellschaftliche Realität, Ravensburg 1976, S. 19, zit. nach: Hamburger Lehrerzeitung 11/1978, S. 24.
[14] *Beck, G.:* Medien und politisch soziales Lernen, in: Arbeitskreis Grundschule e.V.: Mediengebrauch in der Grundschule, Frankfurt/M. 1977, S. 49—60, S. 54.
[15] vgl. dies., ebd., S. 53—55

Analyse der Ergebnisse eines Sachrechentests am Ende des 4. Schuljahrs, Teil 3

Von *Peter Bender* in Neuss

Teil 1 und Teil 2 enthielten:

A5 Auf einem Bahnhof fahren zur gleichen Zeit zwei Züge ab. Sie fahren in entgegengesetzte Richtungen. Der eine fährt pro Stunde 80 km, der andere fährt pro Stunde 60 km. Wie weit sind die beiden Züge nach 1½ Stunden Fahrzeit voneinander entfernt? 357 (=32%S) +, 659 (=59%S) —, 104 (=9%S) o

Typ: Vervielfältigung zweier Größen mit anschließender Addition; bzw. zuerst Addition und anschließend Vervielfältigung, da gleicher Faktor (Zeit für beide Züge gleich). Zu verstehen usw. ist: s. Abb. 6, S. 227

(a) Durch ihre Bewegung legen die beiden Züge jeder eine Strecke zwischen sich und dem Bahnhof zurück; dabei ist der Bahnhof gemeinsamer Anfangspunkt beider Strecken. (Geometrisches Verständnis)

(b) Diese Strecken werden umso größer, je länger die Züge unterwegs sind. „Fahrzeit" bedeutet: die gesamte Zeit, in der die Züge unterwegs sind. (math. Wissen, Sachwissen, umgangssprachliche Kompetenz)

(c) „Fährt pro Stunde..." heißt: In jeder Sekunde, die der 1. (2.) Zug unterwegs ist, legt er 80 km (60 km), in Stundenbruchteilen entsprechend kürzere Strecken zurück. (math. Wissen aus Sachwissen)

(d) Es ist aber nicht nach der Entfernung der Züge vom Bahnhof gefragt, sondern nach der Entfernung voneinander. (Zielauffassung; beachten der Wendung ‚voneinander')

(e) „Sie fahren in entgegengesetzte Richtungen" bedeutet, daß zur Entfernung des 1. Zugs vom Bahnhof die des 2. Zugs vom Bahn-

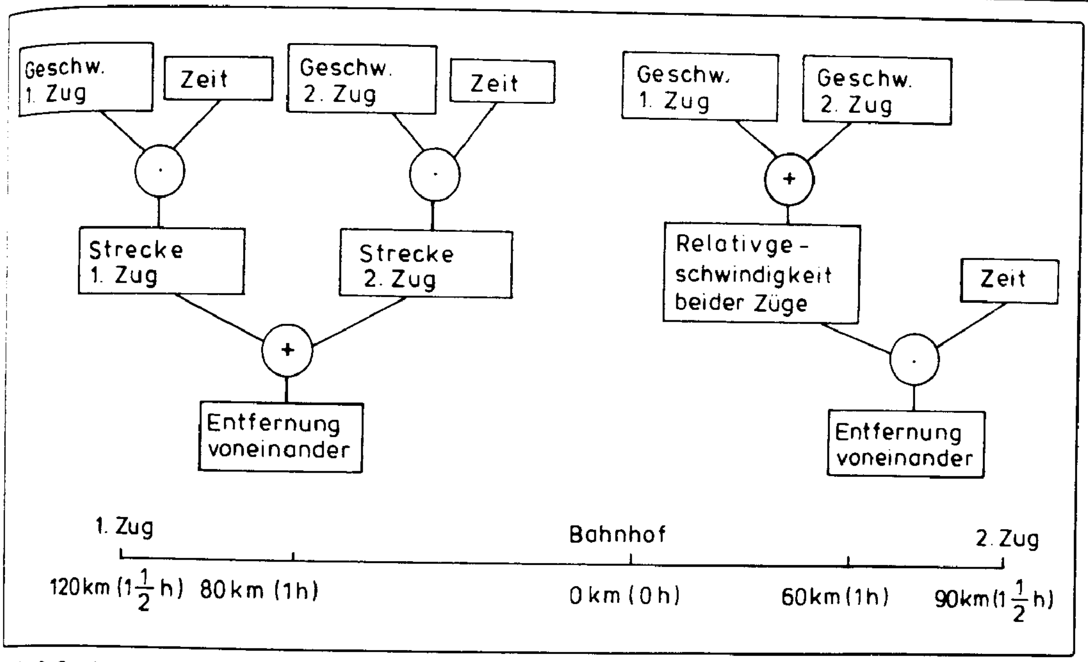


Abb. 6: Strukturbild von A5

hof hinzugezählt werden muß. (Umdeutung der umgangssprachlichen Wendung in eine math. Operation; dabei ist zu beachten, daß ‚entgegengesetzt' hier Addition nach sich zieht)
(f) Jede der in der Fahrzeit durchfahrenen beteiligten Strecken setzt sich aus der in 1 h und der in ½ h durchfahrenen zusammen. (Umdeutung von 1½ h in einen zusammengesetzten Operator: Mathematisierung)

(g) Rechnen: 80 km:2 = 40 km 60 km:2 = 30 km
80 km + 40 km = 120 km 60 km + 30 km = 90 km
120 km + 90 km = 210 km
Oder: 80 km + 60 km = 140 km 140 km:2 = 70 km
140 km + 70 km = 210 km
(der zweite Lösungsweg ist begrifflich schwieriger, weil es hier keinen Ruhepunkt als Anfang der zu berechnenden Strecken gibt (Bahnhof))

Lösung	30	20	120 u. 90	140	1800	70	12600	230	4800	10
Vork.	166	67	36	16	14	14	13	11	8	6
%F	25	10	5	2	2	2	2	2	1	1

Tab. 11: Häufigste Fehllösungen bei A5

Etwa 56 Schüler haben Skizzen angefertigt (davon waren 8 (= 14%) inkorrekt und führten auch zur falschen Lösung); 36 (= 64%) der Schüler mit Skizzen lösten die Aufgabe richtig.
Wie befürchtet nehmen die Fehler aufgrund von Differenzenbildung (314 (= 48%F)) den Löwenanteil ein. Eine Ursache sind wohl falsche Assoziationen mit dem Wort ‚entgegengesetzt' oder auch mit anderen Aufgaben, wo zu berechnen ist, welcher der beiden Züge weiter vom Bahnhof entfernt ist.
Der zweite Hauptfehler ist das Außerachtlassen oder Verfälschen der Fahrzeit: Entweder werden die Zahlenwerte direkt aus dem Text entnommen und damit eine 1stündige Fahrzeit unterstellt, oder 1½ wird als ½ gelesen und eine ½stündige Fahrzeit angenommen bzw. die Verarbeitung wird nicht abgeschlossen (Rdviii), es unterbleibt die Addition der Werte für ½ zu denen für 1.
Weiterhin geben 63 (= 10%F) Schüler für jeden Zug einen eigenen Wert an, weil sie wohl das Wort ‚voneinander' vor ‚entfernt' außer Acht gelassen haben (Rdv). Dies kommt bezeichnenderweise nicht vor bei den Schülern, die die Multiplikation mit 1½ nicht durchgeführt haben, denn dann wären ja die Zahlen des Textes direkt in die Antwort zu übernehmen gewesen, und das kann ja wohl bei einer Aufgabe nicht sein!

1800; 12600 und ähnliche Werte sind Differenz und Summe aus 80·90 und 60·90 (Stundenweg mal Minuten); insgesamt tauchen solche und ähnliche Fehler 77mal (= 12%F) auf, darunter 8mal die Multiplikation mit 130 (1h30min). Möglicherweise sehen diese Schüler nur die Multiplikation mit 1½ (und nicht die Addition) als Alternative und scheuen sich vor dieser oder akzeptieren sie gar nicht. Tatsächlich bereitet diese Multiplikation Schwierigkeiten: 1½ · 80 = 96 (2mal), bzw. 112 · 80 = 89,60, bzw. 84, bzw. 80,40, bzw. 80½ und die entsprechenden Werte für 60 (je 1mal). Überraschend selten (im Vergleich zu A3) 80 + 30 (7mal), noch seltener 60 + 40 (3mal). 4800 ist das Produkt aus 80 und 60, ebenso 480, 48,00, 4,800 (insgesamt 16mal). Hier sind willkürliche Operationen mit Zahlenwerten aus dem Text durchgeführt. Recht häufig ist die Antwort keine Entfernung sondern eine Zeit (25mal (= 4%F)), etwa ‚2h 10min voneinander entfernt' (3mal) u. ä. Der Begriff der Fahrzeit scheint nicht immer einer Zeitspanne zugeordnet zu sein, sondern bei manchen eine Fahrstrecke zu bedeuten (9mal explizit). Oder auch: „210 km und 3 h Fahrzeit sind sie nach 1½ h voneinander entfernt."

A5-typische Fehler(-ursachen)
— Subtraktion statt Addition der Fahrstrecken (Rdiii) ca. 50%F
— Entfernung beider Züge vom Bahnhof angegeben (Rdv) ca. 10%F

— Fahrstrecke pro Stunde als Gesamtfahrstrecke (Rdv) ca. 20%F
— Unverständnis gegenüber ,1½ Stunden' (Rb) ca. 20%F

B3 Die Weihnachtsferien begannen am 23. 12. 1977. Das war der erste Ferientag. Sie endeten am 8. 1. 1978. Das war der letzte Ferientag. Wie lange dauerten die Weihnachtsferien? 179 (= 16%S) +, 892 (= 80%S) —, 49 (= 4%S) o
Abzählaufgabe (oder: mehrere Subtraktionen mit Sortenverwandlung von Zeiträumen); Typ: Zwei Tagesdaten sind gegeben, die Länge der Zeitspanne zwischen ihnen ist gesucht (mit Monats- und Jahresüberschreitung; der Tag mit dem Anfangsdatum ist mitzuzählen). Zu verstehen usw. ist:
(a) „Weihnachtsferien" bezeichnen eine Zeitspanne (in Tagen). (Sachwissen)
(b) Diese Zeitspanne ist durch die Angabe des ersten und des letzten Tages bestimmt. (Sachwissen)
(c) Kenntnis des Kalenders, insbesondere Anzahl der Tage im Dezember, Bedeutung der Datum-Schreibweise usw. (Sachwissen)
(d) Die Länge der Zeitspanne ist gesucht. (Zielerfassung)
(e) Sie ist die Anzahl aller in der Zeitspanne liegenden Tage, und diese Zahl kann durch Abzählen ermittelt werden. (Mathematisierung durch Operationalisierung der Aufgabe)
(f) ,Rechnen': Durchzählen. Oder: Die Tage im Dezember (9) und die im Januar (8) zählen und die beiden Zahlen addieren (17).
(g) Alternative (die für größere Zeiträume ökonomischer ist): Für jeden Monat separat die Zahl der Ferientage durch Subtraktion ermitteln: Im Dezember dauern die Ferien vom 23. bis zum 31., im Januar dauern die Ferien vom 1. bis zum 8. Von den 31 Dezembertagen gehören 22 nicht zu den Ferien, von den ersten 8 Januartagen gehören 0 nicht zu den Ferien.
Also im Dezember 31 Tage — 22 Tage = 9 Tage,
und im Januar 8 Tage — 0 Tage = 8 Tage,
zusammen 17 Tage.
Oder: Vom 31. Dezember bis zum 39. Dezember (= 8. Januar; 39 = 31 + 8) weiterzählen, dann subtrahieren: 39—22 = 17.

Lösung	16	15	2Wochen	18	3Wochen	8	9	31	39	15. 11. Tage
Vork. %F	506 57	136 15	21 2	21 2	13 1	10 1	6 1	5 1	5 1	4 0,4

Lösung	26	1 Mon 15 Tage
Vork. %F	4 0,4	3 0,3

Tab. 12: Häufigste Fehllösungen bei B3

273 der Schüler, die 16 angegeben haben, haben (verständlicherweise) nur den Zahlenwert (ohne Ausrechnung) hingeschrieben, bei 82 kann aus der Rechnung (8 + 8 o. ä.) nicht entnommen werden, ob sie beim Dezember 31 Tage angenommen haben, bei 136 dagegen läßt sich dies feststellen: 4 (= 3%) haben 30, 132 (= 97%) haben 31 Tage angenommen, und deren Fehler ist durch die Subtraktion 31—23 entstanden. Dies läßt den Rückschluß zu, daß auch fast alle anderen Schüler mit der Lösung ,16' (und die mit ,17' sowieso) dem Dezember 31 Tage zumessen. Bei der Lösung ,15' sieht es anders aus: Von den 31 ,erkennbaren' Lösungen haben 11 (= 35%) ,31' und 20 (= 65%) ,30' angenommen. Eine vorsichtige Hochrechnung läßt den Schluß zu, daß mehr als 90 % aller Schüler 31 Tage anzunehmen. In zwei Klassen hatte der Lehrer auch die Lösung ,16' als korrekt gewertet mit der Begründung, die Schüler hätten mit Zinstagen gerechnet (in diesen Klassen etwa 50 % der Schüler). Nach dem oben dargestellten statistischen Befund und nach allen pädagogischen Erfahrungen ist dies unwahrscheinlich, es sei denn, in diesen Klassen wäre erst kurz zuvor über Zinsen (und Zinstage) (im 4. Schuljahr?) gesprochen worden. Aber auch dann müssen die entsprechenden Antworten als inkorrekt bezeichnet werden, da die Begriffe ,Ferien-' und ,Zinstage' verschieden sind: Die Schüler hätten einen abwegigen Begriff angewendet (Rb).
Zahlreiche Lehrer lehnten diese Aufgabe als sogenannte Fang-Aufgabe (nicht wegen der 31 Tage im Dezember, sondern wegen des Verleitens zur falschen Subtraktion 31—23) ab. — Nun ist diese Aufgabe ja keineswegs gekünstelt; sie verwendet noch nicht einmal erfundene Zahlen. Solchen Fragen, und zwar auch und gerade in dieser (scheinbar!) irreführenden Form, begegnet man immer wieder einmal: Wie viele Kopien fallen an, wenn aus einem Buch die Seiten 18—24 kopiert werden sollen? (7). Weitere Beispiele sind etwa bei *Zitterbart* (1976/1977), S. 153f, zu finden. Die ,Fang-Eigenschaft' solcher Aufgaben ist daher eher ein Grund *dafür*, sie im Unterricht zu behandeln und auch einmal zu testen, wie sie beherrscht werden.
Die Tage sind öfters in Wochen umgerechnet; manchmal wird die Zeit direkt in Wochen angegeben. Daraus resultiert ein Gutteil der Lösungen ,2 Wochen': Zweimal 8 Tage sind 2 Wochen; ein Schüler schließt direkt weiter: 14 Tage. Ein anderer zieht von den 16 Tagen 2 Sonntage ab (die er sowieso frei hätte). Die 18 setzt sich, soweit erkennbar, aus 2mal 9 zusammen, möglicherweise: die erste 9 abgezählt von 23 bis 31 und die zweite 9 dann im Kurzschluß vielleicht so: von 23 bis 31 sind es 8 (fälschlich subtrahiert), man muß aber 1 mehr nehmen (wie sich durch Abzählen ergibt); von 1 bis 8 sind es auch 8 (direkt abgelesen; jedenfalls korrekt), also auch 1 mehr (ein Beispiel für Interferenz von Strategien). Bei ,3 Wochen' handelt es sich wohl um Schätzungen bzw. Rundungen. ,8', ,31' und ,39' sind Ergebnisse nicht abgeschlossener Informationsverarbeitung (Rdviii). Bei ,9' ist womöglich nur bis zum 1. 1. gerechnet, da ja damit die Klippe der Monatsüberschreitung überwunden ist (ebenfalls Rdviii). Ursachen für ,26' sind nicht erkennbar. Insgesamt 65 (= 7% F) Schüler haben dezimal mit dem vollen Datum gerechnet, etwa:

23.12.1977	23.12.1977	23.12.	2312
+8. 1.1978	−8. 1.1978	−8. 1.	− 81
31.13.3955	31.9999	15.02 Tage	2231

und antworten „dauern 15 Wochen 1 Tag", „dauern 31. 13. Tage", „dauern 15. 11.", „bis zum 31. 13. 3955" oder knapp „15. 10. 9999", da ein solches Ergebnis für die Dauer der Weihnachtsferien doch zu seltsam erscheint. Auch die Lösung 23—8 = 15 gehört in diesen Zusammenhang (31mal (= 3%F)): Es werden Zahlen aus dem Text willkürlich miteinander verknüpft. Vielen Schülern ist jedoch offenbar nicht wohl beim Subtrahieren von Tagesdaten. Bei den 408 Lösungen ‚17', ‚16', ‚15' mit irgendeiner schriftlichen Rechnung ist in 70 (= 17%) Fällen eine Pfeilschreibweise benutzt, etwa 23. 12. $\xrightarrow{17}$ 8. 1., und in 28 (= 7%) Fällen gezählt, d. h. alle Tage aufgeschrieben, davon jedoch nur 20 korrekt, da in vieren dieser Zählreihen der 31. 12. und in vieren der 23. 12. fehlt. Die explizite Subtraktion mit 22 führen 10 Schüler aus (einmal: „Von 22 bis 31 fehlen 9."), die dann auch alle die richtige Lösung erzielen.

Vier Schüler sprechen von Sommerferien, einer rechnet sogar mit den zugehörigen Daten. Etwa 10 Schüler meinen, „die Weihnachtsfeier dauert 1 Tage".

B3-typische Fehler(-ursachen)

- falsche Subtraktion von Ordinalzahlen ((Rb), Rc)) über 80%F
- dezimales Rechnen mit Kalenderdaten ca. 10%F
- 30 Tage im Dezember (Rb) ca. 5%F
- 8 Tage = 1 Woche

B4 Ein rechteckiger Tisch ist 1 m lang und 0,70 m breit. Darauf liegt eine rechteckige Tischdecke. Die Tischdecke hängt an allen Seiten des Tisches 20 cm über. Wie lang ist der ganze Rand der Tischdecke? 56 (= 5%S) +, 1008 (= 90%S) —, 56 (= 5%S) o

Typ: Vervielfältigung und Addition von Strecken (Größen); die Faktoren müssen durch geometrische Betrachtungen gewonnen werden. Zu verstehen usw. ist:

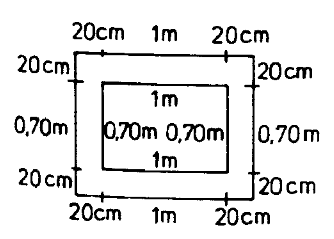


Abb. 7: Plan von Tischdecke und Tisch

(a) „Rechteckig" kennzeichnet eine Form: Ein Viereck (mit vier Seiten) und lauter rechten Winkeln (math. Wissen bzw. Sachwissen)

(b) „Tisch" bedeutet die Oberseite des Tischs (die genauere Bezeichnung ‚Tischoberseite' hätte eher Verwirrung gestiftet und unterblieb deshalb). (Sachwissen und umgangssprachliche Kompetenz)

(c) Länge und Breite sind die Längen zweier (nicht einander gegenüberliegender) der vier Seiten des Rechtecks. (math. Wissen)

(d) Das Rechteck ist durch Angabe von Länge und Breite ‚bestimmt', insbesondere sind die Längen aller vier Seiten bekannt, weil gegenüberliegende Seiten gleichlang sind. (math. Wissen; Raumanschauung)

(e) 1 m und 0,70 m sind Längenmaße. (Wissen über Größen)

(f) Die Tischdecke ist größer als der Tisch, sie liegt auf dem Tisch und hängt an allen vier Seiten ein Stück herunter, und zwar je 20 cm weit. (Raumanschauung; umgangssprachliche Kompetenz) (hier liegt eine echte Schwierigkeit darin, daß die Decke, wenn sie auf dem Tisch liegt, nicht wie in Abb. 8f eng anliegend herunterhängt, sondern an den Ecken Falten schlägt und $20 \cdot \sqrt{2}$ cm weit herunterhängt)

(g) „Rechteckige Tischdecke" bedeutet: Wenn sie flach auf dem Fußboden o. ä. ausgebreitet ist, hat sie die Form eines Rechtecks (Raumanschauung)

(h) Der Rand der Tischdecke besteht aus den vier Seiten des Rechtecks, das die ausgebreitete Tischdecke darstellt. (geom. Wissen; zugleich Idealisierung)

(i) Gesucht ist die Länge dieses Randes als Summe der vier Seitenlängen. (Zielerfassung; math. Wissen; Umdeutung eines geometrischen Sachverhalts in einen arithmetischen)

(j) Aus den Größen des Tischs lassen sich die der Decke folgendermaßen berechnen: 4 Personen heben die auf dem Tisch liegende Decke gleichzeitig an den vier Ecken an, so daß sie in einer Ebene liegt. Dann werden Tisch- und Deckenrechteck miteinander verglichen. (Raumanschauung)

(k) Am besten fertigt man sich nun eine Zeichnung der beiden Rechtecke in der mittels der Vorstellung in (j) erzeugten Lage an. (Zeichnerische Modellbildung)

(l) Jede der vier Seiten des Tischrechtecks ist an jedem ihrer beiden Enden um je 20 cm zu verlängern. (Umdeutung des Überhängens in eine arithmetische bzw. geometrische Operation)

(m) 20 cm = 0,20 m. (Sachwissen über Größen (Strecken))

(n) Rechnen: 1 m + 2 · 0,20 m = 1,40 m
0,70 m + 2 · 0,20 m = 1,10 m

(o) Es gibt an der Decke zwei Seiten von 1,40 m Länge und zwei Seiten von 1,10 m Länge. (math. Wissen, Raumanschauung)

(p) Rechnen: Länge des Rands:
2 · 1,40 m + 2 · 1,10 m = 5 m

Bei 29 (= 52%R) der richtigen Lösungen befindet sich eine Zeichnung während insgesamt 128 (= 12%L) Zeichnungen vorliegen. Besonders erfolgreich sind die Zeichnungen, wo an den äußeren Rand gleich die richtigen Längen geschrieben sind (Abb. 8a; 5 (= 100%) Richtige) oder die zusätzlichen Breiten ähnlich wie in Abb. 8b oder 8c eingezeichnet sind (8 (= 100%) Richtige); weniger erfolgreich solche, wo an alle vier Seiten ‚20 cm' geschrieben ist (ähnlich Abb. 8d) oder wo nur ein Rechteck eingezeichnet ist

Lösung	0,80 m	4,20 m	3,40 m	1,20 m × 0,90 m	2,50 m	2,10 m	1,40 m × 1,10 m
Gesamt	202	143	90	41	39	36	29
%F	20	14	9	4	4	4	3
Rand	152	141	82		35	35	
Decke	14			41	1		29
hängt ü.	31		2				
Tisch	1	2					
Stellen	4		6		3	1	

Lösung	68 m	14 m	1,90 m	3,60 m	4,60 m	0,90 m	1,20 m	3,80 m	0,60 m
Gesamt	22	21	19	12	11	11	10	9	8
%F	2	2	2	1	1	1	1	1	1
Rand	7	14	17	10	11	6	6	9	5
Decke		1	2			2	3		1
hängt ü.	6					3	1		2
Tisch									
Stellen	9	6		2					

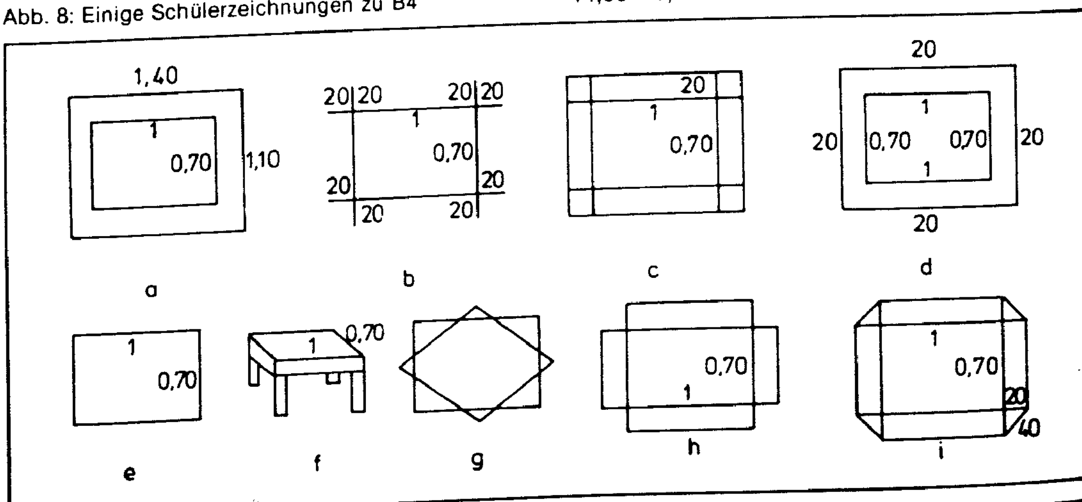
Lösung	0,50 m	1,40 m	1,50 m	2,22 m	1,42 m	1,70 m
Gesamt	8	7	7	6	6	5
%F	1	1	1	1	1	0,5
Rand	3	2	6	4	4	4
Decke		5		1	1	1
hängt ü.						
Tisch	4		1			
Stellen	1			1	1	

Tab. 13: Häufigste Fehllösungen bei B4 (die Angaben sind nach den Schülerantworten differenziert, etwa nach „der Rand", „die Decke", „der Tisch ist...lang", „hängt...über"; ‚Stellen' bedeutet: dieselbe Zahlenfolge mit anderem dezimalen Wert)

(Abb. 8e kommt nur bei Fehllösungen vor, und zwar 16mal (von 22) ‚3,40 m', aber wenigstens sind die Seitenpaare doppelt gerechnet worden). 2mal (in einer Klasse) wurden Zeichnungen wie in Abb. 8f und je 4mal wie in 8g und 8h angefertigt. Ein Schüler erhält aus Abb. 8i die richtige Lösung. Sein Vorgehen habe ich als korrekt gewertet. Die Zeichnungen wie in Abb. 8g und 8h zeugen von den Schwierigkeiten bei der Raumanschauung, nämlich sich die normalerweise mit Falten auf dem Tisch teils liegende, teils hängende Decke ganz eben vorzustellen. Auch ein Sachverhalt wie in Abb. 8f läßt eigentlich gar keine ebene Lage für die Tischdecke zu. Wie viele Schwierigkeiten müssen erst die Schüler gehabt haben, die keine Skizzen angefertigt haben. Das Vorkommen von Skizzen ist stark klassenabhängig. In zwei Klassen ist die Zahl korrekter Lösungen so hoch und sind diese Lösungen so ordentlich und untereinander gleichartig, daß zu vermuten ist, daß hier ein gewisses Training auf diese Aufgabe hin stattgefunden hat. Zur Interpretation der Fehllösungen:

‚0,80 m', ‚68 m', ‚14 m': Viele dieser Schüler gehen von einem anderen als dem geometrischen Randbegriff aus (evtl. (Rb)); für sie ist der Rand die über die Tischoberseite hinausragende (herabhängende) Fläche der Decke. 0,80 m ist dann die Gesamtbreite der vier Randstücke, auch häufig durch „hängt über" angedeutet. $2 \cdot (0{,}7 + 1) \cdot 20 = 68$ ergibt die Gesamtfläche des Randes (in geeigneten Maßeinheiten) (jedoch ohne die vier Quadrate in den Ecken, was den Schülern nicht auffällt; vgl. auch Abb. 8h). Bei $14{,}00 = 0{,}70 \cdot 20$ ist die Fläche nur für eines die-

Abb. 8: Einige Schülerzeichnungen zu B4



ser vier Stücke berechnet. Natürlich ist den Schülern nicht bewußt, daß sie eine Fläche berechnen. Auch die 2mal vorkommende Antwort „3,40 m lang und 0,20 m breit" beruht auf dieser Interpretation des Randes.

‚4,20 m', ‚1,20 m; 0,90 m', ‚2,10 m' usw.: Zu jeder Rechteckseitenlänge des Tischs wird nur einmal 20 cm addiert, da (besonders bei ‚4,20 m') die Decke an vier Seiten je 20 cm übersteht (evtl. (Rdv)).

‚3,40 m', ‚1,70 m': Hier liegt möglicherweise folgende Begriffsbildung vor (Rb): Als Rand der Tischdecke wird die Faltlinie am Rand der Tischplatte, also dieser selbst aufgefaßt. Für diese Interpretation sprechen die Werte der Schüler mit Zeichnungen wie in Abb. 8e und 8f (nämlich jeweils 3,40 m).

Angabe von Länge und Breite: In Analogie zu üblichen Aufgaben aus diesem Themenkreis, d. h. unvollständige Informationsverarbeitung (Rdviii).

‚2,50 m', ‚2,10 m', ‚1,90 m', ‚1,70 m' usw.: Umfang ist Summe aus einfacher Breite und Länge.

‚68 m', ‚14 m', ‚2,22 m', ‚1,42 m': Die unterschiedlichen Maßeinheiten bei den Zahlenangaben im Text sind nicht beachtet. Z. B. ergibt sich 68 als Produkt aus Metern und Zentimetern, oder „2,22 m = 2 · 0,70 m + 4 · 0,20 m + 2 · 1 m", wobei die Kommazahlen bei der schriftlichen Addition so geschrieben werden, als ob sie kein Komma hätten.

‚1,90 m', ‚3,80 m', ‚3,60 m': Die 20 cm werden in zu geringer Anzahl addiert, nämlich pro 2 oder sogar pro 4 Rechteckseiten nur einmal. Diese Schüler sind von einer Vorstellung von den räumlichen Verhältnissen noch weit entfernt. Sie haben lediglich bedacht, daß die 20 cm aus dem Text noch irgendwie addiert werden müssen (geht schon in Richtung (Rdvii)).

‚0,90 m', ‚1,40 m', ‚1,20 m': Diese Größen bezeichnen die Länge (Breite) der Decke. Entweder wird dies in der Antwort auch so ausgedrückt oder aber unter dem Rand wird nur eine Seite des Rechtecks verstanden.

‚0,50 m', ‚1,50 m': Entstehen aus Subtraktion von 20 cm. In den Antworten werden diese Maße oft auf den Tisch bezogen, was die Vermutung nahelegt, daß die Schüler die gegebenen Maße für die der Tischdecke halten und daraus die für den Tisch bzw. die Faltlinie berechnen wollen (evtl. Rdiii). Allerdings enthalten diese Ergebnisse weitere Mängel, z. B. sind 20 cm jeweils nur einmal abgezogen.

‚4,60 m', ‚0,60 m': Arithmetische Fehlertechniken; es hätte sich 4,20 m bzw. 0,80 m ergeben müssen.

B4-typische Fehler(-ursachen)

— anderer Begriff von Rand als der geometrische
— für jede Seite nur einmal 20 cm addiert (Raumvorstellung, Rb))
— Länge und Breite, aber nicht Umfang angegeben (Rdviii)
— nur halber Umfang angegeben (Raumvorstellung, (Rb))
— Maßeinheiten nicht beachtet (Rb)
— 20 cm unabhängig von geometrischen Verhältnissen addiert (Rb)

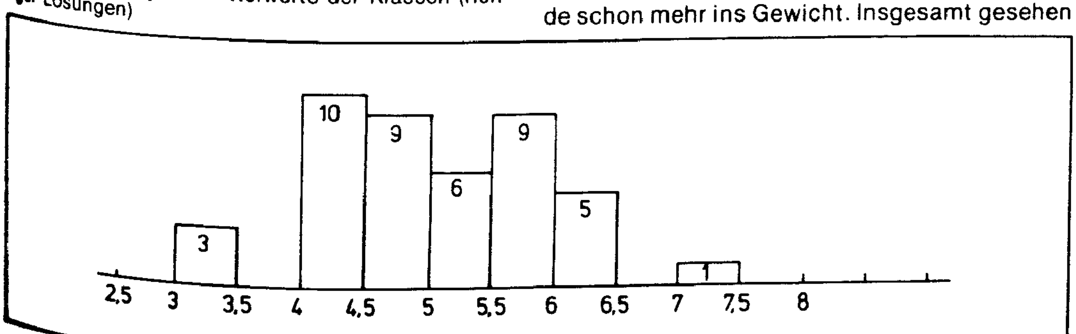
3.4. Aufgabenübergreifende Aspekte

Eine Würdigung des Gesamtergebnisses des Tests hängt natürlich von den persönlichen Vorstellungen darüber ab, was Viertklässler leisten können sollten. Ganz so ernst, wie sie seinerzeit *Kühnel* gesehen hat und wie sie in mancher pauschalen Kritik auch heute noch beschrieben wird, ist die Lage wohl nicht. Immerhin haben trotz scharfer Korrektur mit jeweils nur den beiden Alternativen + und — 666 (= 59%S) Schüler die Hälfte der möglichen Punktzahl erreicht. Bei der Analyse der Einzelergebnisse sieht dieses Bild eher besser aus. Erwähnenswert sind insbesondere A4 (Jungen und Mädchen) mit 69% + und A5 (Züge), eine Aufgabe aus einem Eignungstest für Höhere Schulen (AZN), mit 32% +.

In Tab. 1 sind die statistischen Ergebnisse auch nach Geschlechtern differenziert: Die Mädchen schneiden etwas schlechter ab. Einen ähnlichen Befund, jedoch mit etwas kleinerer Differenz, hatte auch *Mitschka* (1971, S. 55ff) erhalten. „Wahrscheinlich ist nur ihr Interesse geringer, und das rührt von der Rolle her, die dem Mädchen in der Gesellschaft zugewiesen wird" (S. 56). Bemerkenswert ist, daß allein in Aufgabe A4 (Jungen und Mädchen in einer Klasse) die Mädchen besser abschneiden. Dies hat möglicherweise auch seine Ursache in der gesellschaftlichen Rolle der Mädchen.

Die Mittelwerte der erreichten Punktzahlen streuen bei den 43 Klassen von 7,45; 6,34; 6,33; 6,20; 6,08; 6,05 (sechs besten Werte) bis 4,04; 4,04; 4,04; 3,44; 3,21; 3,15 (sechs schlechtesten Werte). Wie Abb. 9 zeigt, stechen drei Klassen nach unten und eine nach oben besonders ab. Die restlichen Klassen liegen zwischen 4 und 6,5 Punkten scheinbar dicht beieinander. Man muß jedoch beachten, daß diese Punktzahlen Mittelwerte sind. Dann fallen diese Unterschiede schon mehr ins Gewicht. Insgesamt gesehen

Abb. 9: Verteilung der Mittelwerte der Klassen (richtiger Lösungen)



besteht doch ein erhebliches Gefälle, dessen Ursachen zu untersuchen sich bestimmt lohnen würde.

Im folgenden möchte ich noch einige Beobachtungen notieren, die die Aufgaben allgemein und den Test insgesamt betreffen. Z. T. sind diese Beobachtungen in den einzelnen Aufgaben schon angedeutet.

Fehlertechniken aus dem arithmetischen Bereich finden sich nicht nur in den Aufgaben B5 und B1, sondern in allen anderen auch. Nur treten sie dort gegenüber den besprochenen Fehlern in der relativen Zahl und auch von der Zielsetzung des Tests aus gesehen in der Bedeutung zurück. Die Lösungswege, die, von den Testkonstrukteuren her, auf der Hand liegen, enthalten kaum arithmetische Schwierigkeiten; aber sobald ein Schüler von ihnen abweicht, begibt er sich in die Gefahr des Verrechnens. Dies ist sicher einer der Gründe, warum Schwächen in der, global gesprochen, Sachauffassung und -mathematisierung einerseits und im Rechnen andererseits oft gemeinsam auftreten.

Erwähnenswert sind etwa vereinzelt aufgetretene Mängel in der Behandlung von Divisionsresten (z. B. in A1: „2000 DM:12 = 166R8 = 166,08 DM"; in A2: „10:4 = 2 + 2 = 4" oder „ = 22"; in A4 extrem: „29:2 = 14R1 = 14,1 Jungen") oder bei stellengerechter Addition von Größen in Dezimaldarstellung mit gleichen oder verschiedenen Benennungen (in B4: ‚0,70 m + 1 m = 0,71 m"; aber „0,70 m + 20 cm = 0,90 m").

In den Stoffschwerpunkten dieses Tests ‚Größen' und ‚Brüche' kann man noch keine allzu reifen Leistungen erwarten. Zu diesen Themenbereichen haben die Grundschüler ja bis jetzt nur erste Erfahrungen gemacht. Die Ergebnisse speziell von A2 zeigen, daß ein beweglicher Umgang mit Brüchen meist noch nicht möglich ist. Dagegen bereitet das Rechnen in einzelnen Größenbereichen (auch bei Zeiten in Stunden und Minuten) weniger Schwierigkeiten, und der disziplinierte Gebrauch von Benennungen bei vielen Schülern (und zwar meistens korrekt) erlaubt die Vermutung, daß zumindest die Notation bei Rechnungen mit Größen an den Schulen geübt wird. Sobald allerdings mehrere Größenbereiche zugleich beteiligt sind, werden die Erfolge geringer.

Ein Fehler ganz besonderer Art ist bis jetzt nicht angesprochen worden: Der Antwortsatz mit falschem Zahlenwert trotz richtigen Werts bei der Ausrechnung (im Test ca. 60mal (= 0,56%L)). Hier liegen wohl Ursachen der Art (Rdvi; Störungen des Kurzzeitgedächtnisses) oder (Ra; affektiv-situationsspezifische) vor.

Bei einfachen Aufgaben kann man manchmal Komplizierungen durch die Schüler beobachten: In B1 ist die Stunde mit 24 Minuten (statt 60) gerechnet, in B2 ist das Zählwerk des km-Zählers auf Meter ausgedehnt bzw. es werden andere Zahlen als 1 subtrahiert. Dies sind wohl nicht gezielte Abwandlungen. Aber auch bewußte Komplizierungen treten auf, vor allem als Folge entsprechender Einschleifübungen im Unterricht, aber auch der Anweisung auf den Arbeitsblättern („Rechne und antworte hier:"), der Hinweise der Lehrer, die Rechnungen und Gedanken schriftlich zu fixieren, und des grundsätzlichen Charakters von Sachrechenaufgaben, zum Rechnen aufzufordern: Da subtrahieren Schüler in B2 schriftlich 1 oder dividieren in A1 schriftlich (mit allen Nullen) 2000 durch 2, aber bezeichnenderweise nur die, die das Gehalt als Jahresgehalt interpretieren und für die daher die Aufgabe wohl zu anspruchslos ist. Oder gewisse Rechenschritte werden (überflüssigerweise) hingeschrieben, etwa in B3: ‚8 + 8'; oder in A3: „Wir fragen:.... Wir rechnen: 120 DM. Wir antworten: ...." (falsches Ergebnis); und A2 (Kakaoflaschen) und A4 (Jungen und Mädchen) enthalten viele Beispiele, wo einem Ergebnis noch eine schriftliche Rechnung hinterhergeliefert wird.

In diesen Zusammenhang gehören auch Probe und Überschlag. So bedeutsam beide, besonders der Überschlag, für jede arithmetische Aktivität auch sind, ihr Wert im Sachrechnen ist doch begrenzt: Den Schülern, die in B5 die Kosten eines Wagens mit 9 · 108000 DM = 972000 DM veranschlagt haben, hätte auch die Probe (972000:9 = 108000) und der Überschlag (10 · 100000 = 1000000) nichts genützt; sie haben ja richtig gerechnet, ihr Fehler liegt woanders. Die wenigen Proben, die bei dem Test durchgeführt sind, sind denn auch auf richtige und falsche Antworten gleichmäßig verteilt.

Über die Wirkung des in einigen Klassen eingeführten schriftlichen Lösungsschemas („Wir wissen: ... Wir fragen: ... Wir antworten: ...") läßt sich nichts sagen, ebensowenig über den Erfolg der Methode, den Zusammenhang dreier Größen in einem Relationsdiagramm darzustellen: Solche Diagramme sind vor allem bei A2 zu sehen, richtige und falsche. Ergiebiger als ein solcher statischer, innermathematischer Relationengraph wäre eine Darstellung der Sachsituation oder des Lösungsplans in einem Diagramm. Prompt scheinen sich lediglich die zeichnerischen Darstellungen in B4 (Tischdecke) und z. T. in A5 (Züge) deutlich günstig auszuwirken. Es ist jedoch fraglich, ob die Zeichnung für den Durchblick durch den Sachverhalt oder ob dieser für sie eine Voraussetzung ist; vermutlich besteht eine Wechselwirkung. Und in vielen Klassen scheint es bis jetzt versäumt worden zu sein, diesen Wechselwirkungsprozeß bei den Schülern zu initiieren; Zeichnungen wurden nämlich nur in wenigen Klassen, dann aber von der Mehrzahl der Schüler angefertigt.

Recht unterschiedlich, und zwar von Klasse zu Klasse, aber auch innerhalb einzelner Klassen ist das Niveau des ‚Anschriebs' (und der Rechtschreibung, Bsp.: „Tischtege"). Besonders A4 (Jungen und Mädchen) verleitet zu einer Kette „29—3 = 26:2 = 13 + 3 = 16", weil da nicht schriftlich (untereinander) gerechnet werden braucht. Es kommt aber auch „72:60 = 12" oder „301090—1 = 301091" (falsches Operationszeichen) vor. In diesem Feld ist noch einiges zu tun.

Nach diesen mehr methodischen und mathematikbezogenen Erwägungen noch einige *grundsätzlichere Anmerkungen:* Die Mehrzahl der Schüler hat wohl mit der Mehrzahl der Aufgaben etwas anzufangen gewußt, d. h. die Situationen werden durchschaut, eine Fragestellung

erfaßt, Bedingungen analysiert, ein Handlungsplan aufgestellt und ausgeführt — dies alles nur nicht in jedem Fall und vor allem nicht in jedem Fall korrekt.
Von den Fehlerursachen im Informationsprozeß wäre vielleicht besonders das Nichtabschließen der Informationsverarbeitung zu erwähnen (neben dem wohl geläufigeren Nichtberücksichtigen von relevanten Bedingungen): Dies tritt besonders dann auf, wenn zur Erlangung gewisser Ergebnisse, meist zweier Größen, bereits einiges an Anstrengung eingesetzt worden und die Ermittlung der Lösung dann nur noch ein kleiner Schritt ist (in fast jeder Aufgabe, besonders in A4: nach der Zahl der Mädchen wird nicht mehr die Zahl der Jungen ausgerechnet; in A5: die Entfernungen der Züge werden nicht addiert; in B4: Länge und Breite der Tischdecke werden angegeben, jedoch nicht die Gesamtlänge des Randes). Maßnahmen gegen diese Erscheinungen sind vor allem im methodischen Bereich anzusiedeln (etwa Aufsplitterung der Frage, optische Hilfen usw.); diese Maßnahmen müssen sich aber letztendlich auch überflüssig machen.
Aber besonders die beiden folgenden Fehlerursachen haben sich als verantwortlich für aufgetretene Fehllösungen gezeigt:
(Fi) bei manchen Begriffen ein Abweichen vom üblichen Verständnis bzw. ungenügende Ausbildung (Rb) (oft eine Sache der persönlichen Entwicklung und des weiteren Unterrichts),
(Fii) der Drang, den Sachverhalt sofort auf ein geläufiges, einfaches Rechenschema zurückzuführen (Rc) (weil die Aufgaben ja zur Mathematik gehören und Mathematik sich nach wie vor in erster Linie als Rechnen darstellt).
Diese Ursachen hängen mit zahlreichen Ursachen bei Informationsaufnahme und -verarbeiten beim Sachrechnen eng zusammen und werden von diesen verstärkt.

4. Konsequenzen?

Was kann man gegen diese Hauptursachen (Fi) und (Fii) tun?
Zu F(i): Eine Konsequenz kann nicht darin bestehen, solche Fachtermini wie ‚pro Arbeitsstunde', ‚Monatsgehalt', ‚Fahrzeit' oder Wendungen wie ‚voneinander entfernt' oder ‚der km-Zähler zeigt davor' kindertümelnd umschreiben zu wollen oder solche Probleme wie die Zählung der Ferientage im Unterricht von den Kindern fernzuhalten. Das würde einmal die Texte aufblähen, unübersichtlich machen und nur neue Quellen für Mißverständnisse schaffen. Ein zweiter, viel wichtigerer Grund verbietet diese Konsequenz: Der Mathematikunterricht mit dem Sachrechnen steht auch im Dienste der Umwelterschließung, und das heißt speziell: die Schüler sind an die Auseinandersetzung mit solchen unverstandenen Begriffen oder scheinbaren ‚Fallen' heranzuführen. Unterricht ist immer auch Sprach- und Sachunterricht, und wo, wenn nicht im Mathematikunterricht können solche Begriffe und Probleme, die eng mit Zahlen verknüpft sind, erworben bzw. bezwungen werden (eventuell fächerübergreifend).
Eine zu enge Sicht des Mathematikunterrichts (bei Lehrern, Schülern und Gesellschaft) als Rechenunterricht ist letzten Endes auch für (Fii) verantwortlich. Abhilfe könnte auch hier eine stärkere Orientierung an der umwelterschließenden Funktion des Mathematikunterrichts schaffen. Für das Sachrechnen heißt das: Noch intensivere Hinwendung zur Sachsituation und Abkehr vom eingekleideten Zahlenrechnen (das an anderer Stelle durchaus wertvoll sein mag). Das bedeutet keineswegs, daß die Einbindung solcher Sachsituationen in kleinere Sachaufgaben aufgegeben werden müßte, sondern daß dem ‚Schema-Rechnen' ein Ende gemacht wird. Möglichkeiten sind vor allem in den Aufgaben A2, A4, B3, B4 und in zahlreichen Vorschlägen in der Literatur aufgezeigt. Im Zuge solcher Auseinandersetzungen mit der Sache erwerben die Schüler auch ein Gespür für realistische Situationen, insbesondere für Größenordnungen, und werden in Zukunft mißtrauisch, wenn sich bei ihrer Rechnung ein Jahresgehalt von 3000 DM oder ein Neuwagenpreis von 1200 DM oder 972000 DM ergibt. Dann sind sie auch in der Lage, schon vorher eine Schätzung vorzunehmen, und schon einen Schritt weit von der Strategie weg, sich möglichst rasch auf Rechenoperationen zurückzuziehen.