

Research and instruction in mathematics through problem solving in grades 7-12

Session 2

- 2.1 Piet Verstappen (SLO Enschede, Niederlande):
Developmental research on paper and in action. Cooperation between teachers and researches in the SLO-project „Mathematics 12-16“
- 2.2 Leone Burton (London, Großbritannien):
Working with teachers to implement a problem solving approach with pupils aged 9-13 years

Session 3

- 3.1 Gerd v. Harten (Bielefeld, Bundesrepublik Deutschland):
Research and teacher training: co-operative development of teaching materials for stochastics in grades 5-6
- 3.2 Guy Brousseau (Bordeaux, Frankreich):
L'enseignement de l'énumération: Etude, dans le cadre de la théorie des situations et du contrat didactique, de deux problèmes pratiques et fondamentaux

Session 4

Plenumsdiskussion der sechs Vortragenden unter Leitung von B. Christiansen.

Ausgangspunkt der Fragestellung der Gruppe war die These, daß Theorie, Forschung und Praxis zusammengehören, daß aber die Herstellung und Durchführung einer systematischen Kooperation zwischen Theorie und Praxis ein eigenständiges theoretisches Problem ist, bei dem noch viele Fragen zu klären sind. Dies zeigte einerseits die Diskussion in dieser Studiengruppe, ist aber auch die Erfahrung vieler unterschiedlicher Curriculumpjekte. Die erste Frage, an der sich große Auffassungsunterschiede zeigten, ist die Beziehung zum Praktiker, zum Lehrer. Wird er als Reformsubjekt angesehen, an dem neue Unterrichtsformen, veränderte Inhalte und moderne Auffassungen von Mathematik scheitern, oder eher als erfahrener Praktiker, der unterrichtspraktische Vorstellungen in das Projekt einbringt? Die erstgenannte Beziehung stand bei den Projekten zum „Problem Solving“, von denen berichtet wurde (L. Burton, M. Kontowski), im Vordergrund; beim Projekt über „Stochastik“ (G. von Harten), in dem zwar auch der Unterrichtsinhalt für die beteiligten Lehrer meist neu war, wurde eher von der letztgenannten ausgegangen.

Ein weiterer Diskussionspunkt war die Frage der Identität oder Nichtidentität von Lehrer und Forscher. Hierzu wurde einerseits der Standpunkt vertreten, daß der Lehrer im Klassenraum von einer theoretischen Position agiert (L. Burton), andererseits wurden sehr klar die unterschiedlichen Perspektiven herausgestellt (G. Brousseau, P. Verstappen). Zwar kann dieselbe Forschung und Unterricht machen, jedoch nicht zur gleichen Zeit, da es unmöglich ist, Entscheidungen in Unterrichtssituationen zu treffen, die gleichermaßen angemessen sind für eine Forschungsperspektive und eine auf eine jeweilige Klasse bzw. Schüler bezogene konkrete Unterrichtsperspektive.

Von dieser Position ausgehend wurde klar, daß es für die Zusammenarbeit von Forscher und Lehrer besonderer Mittel bedarf, die in der Lage sind, die unterschiedlichen Perspektiven so aufzunehmen, daß ein gemeinsames Arbeiten am gleichen Gegenstand mit Nutzen für beide mittlerer Reichweite werden. Solche Konzepte vorgestellt und spielten in der Diskussion eine große Rolle. E. Wittmann hat hier die Philosophie der „teaching units“ vorgetragen, die er als eine sinnvollere Antwort auf die bekannte Frage betrachtet, wie ein Lehrer sich ein effektivi-

ves theoretisches Repertoire für den Unterricht aneignet, als die geläufigen gegensätzlichen Antworten: durch Praxis oder durch Theorie. G. von Harten stellte das Konzept des „Aufgabensystems“ vor, das zusammen mit H. Steinbring für die kooperative Zusammenarbeit mit Lehrern im Rahmen der Einführung der Stochastik im Lehrplan der Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen entwickelt wurde. G. Brousseau erläuterte, wie die beiden theoretischen Konzepte des „didaktischen Kontrakts“ und der „didaktischen Situation“ die Praxis unterstützen und erklären können.

Trotz sehr unterschiedlicher organisatorischer Rahmenbedingungen wurde deutlich, daß sich aus den Vorträgen viele Anknüpfungspunkte durch ähnlich gelagerte Probleme ergaben. Erfreulich ist weiter, daß Einigkeit mit dem Hauptorganisator, B. Christiansen, besteht, die Diskussion dieser Gruppe fortzuführen. Ein ausführlicher Bericht über die Arbeit der Gruppe ist von B. Christiansen verfaßt worden (vgl. [2]).

Die auf dem Kongreß und der Minikonferenz begonnene Arbeit beider Studiengruppen soll ein Beginn für weitere Vorhaben sein. Für 1985 ist ein Treffen vorgesehen, das von G. Brousseau, B. Christiansen, Th. Romberg, H.-G. Steiner und D. Wheeler vorbereitet wird.

Literatur

- [1] STEINER, H.-G.; BALACHEFF, N. u. a.: Theory of mathematics education (TME) ICME 5 - Topic Area and Miniconference: Adelaide, Australia, August 24-30, 30-31, 1984. - IDM Bielefeld, 1984 (Occasional Paper; Nr. 54)
- [2] CHRISTIANSEN, B.: Topic Area: Research and Teaching. Report 1984. - Erscheint in: Proceedings der ICME V, Adelaide

Gerd von HARTEN, Heinz STEINBRING, IDM Bielefeld

The teaching of geometry

Das Programm dieser Study Group lautete: „Der Geometrieunterricht war in den letzten Jahren Gegenstand zahlreicher Diskussionen. In der Arbeitsgruppe wird ein Überblick über die Stellung der Geometrie im Schulcurriculum und über geometriedidaktische Aktivitäten aus jüngster Zeit gegeben“ (Übers. vom Verf.). Dazu hatte man vier Vorträge angekündigt, für die zusammen ein Zeitraum von 90 Minuten vorgesehen war:

„A review of developments in the teaching of geometry since ICME 4“ von Walter Bloom, Australien (zugleich Organisator der Gruppe),

„Geometry for the mathematically more able with emphasis on the lower secondary school“ von Nathan Hoffman, Australien,

„A new look at the child's conception of space - Piaget revisited“ von Izzie Weinzwig (USA),

„The teaching of geometry in South Korea“ von Hi-Se Yu (Südkorea).

So ansprechend dieses Programm erscheint, so sehr war man vom tatsächlichen Verlauf der Sitzung enttäuscht; und im nachhinein stellt sich doch die Frage, nach welchen Kriterien eigentlich der Organisator und dann die Vorträge ausgewählt wurden.

Bloom erklärte nämlich in aller Offenheit, daß er Fachmathematiker sei und sich in der Geometriedidaktik nicht so gut auskenne, seines Wissens sich aber in den letzten

vier Jahren auf diesem Gebiet sowieso nicht viel getan habe, so daß sein Vortrag ausfalle.

Sodann wurde kurz die Frage diskutiert, ob gleich zwei oder drei Vorträge stattfinden würden, da Hi-Se Yu sich noch nicht in Adelaide gemeldet hatte. Nachdem festgestellt war, daß er sich auch nicht im Auditorium befand, begannen die beiden verbliebenen Referenten ihre (auch in dieser – sonst nur Hauptvorträgen zustehenden – Länge offenbar wohl vorbereiteten) Vorträge von je ca. 40 Minuten.

Hoffman verkündete zunächst seine Vorstellungen von der Zielsetzung des Geometrieunterrichts, etwa im Stil von z. B. Holland (1979), Kirsch (1980), Bender (1983) u. ä. Wichtig ist für ihn der Aspekt der Lehre vom realen Raum, und damit die Behandlung der euklidischen Geometrie. Die Eigenart der von ihm angesprochenen Schülerpopulation berücksichtigt er dadurch, daß er mehr und schwierigere Sätze beziehungsreicher durchnimmt, wie er an seinem Paradebeispiel des Neunpunktekreises vorführt: Nicht die weitverbreiteten sog. Beweise („sog.“, weil ohne axiomatische Basis bzw. Verständnis für eine solche), die Schritt für Schritt ohne erkennbaren roten Faden, ohne Höhepunkte und ohne die Kennzeichnung von Nebensächlichkeiten als solche abgearbeitet werden, sind für Hoffman das Wesentliche an solchen Sätzen, sondern ihre Einbettung in andere, allgemeinere Sachverhalte, Beziehungen zu anderen Sätzen, Variation der beteiligten Daten, Beweideuten usw.

Hier erhebt sich allerdings die Frage, wieso diese Art der Behandlung geometrischer Sätze nur für mathematisch Begabtere vorgesehen sein sollte, und überhaupt: Im Vortrag fehlte jegliche Problematisierung, etwa: Wer sind überhaupt die mathematisch Begabteren? Wie können sie identifiziert werden? Wie weit soll ihre Sonderbehandlung gehen? Soll ihre freie intellektuelle Kapazität gerade mit mehr Geometrie ausgelastet werden? In welche theoretischen Überlegungen ist Hoffmans Konzeption eingebettet? Wo gibt es vergleichbare ‚Projekte‘ mit welchen Ansätzen und Ergebnissen? Wie sehen übrigens Hoffmans Ergebnisse aus? Wie wirkt ein solcher Unterricht eigentlich auf mittelmäßig Begabte? Usw.

Hoffman schilderte halt, wie er als gestandener Schullehrer und Geometer den Geometrieunterricht für die mathematisch Begabteren anlegt. (Sind das vielleicht gerade diejenigen, die dem Unterricht folgen können?) Er begibt sich in die Nähe von den sattsam bekannten Veröffentlichungen von elementargeometrischen Miniaturen, die mit der Etikettierung als Unterrichtsvorschlag gerechtfertigt werden, oder von Berichten von Lehrern, wie weit sie in einer gewissen Zeitspanne mit dem Stoff gekommen seien, ohne sich darum zu kümmern, wie dieser von den Schülern aufgenommen worden ist.

Man muß Hoffman jedoch zugute halten, daß er seine Vorschläge tatsächlich selbst unterzucht und auch klar zum Ausdruck bringt, daß sie nur für Begabtere geeignet sind. Hätte er allerdings den Begabten-Aspekt ganz außen gelassen und seine Vorstellungen an nabeliegenden, einfacheren Sätzen erläutert, wäre wohl ein ansprechender Vortrag über Rechtfertigung, Ziele und Sichtweisen von Geometrie(unterricht) mit inhaltlichen Folgerungen entstanden – für die westdeutsch-österreichische Geometriedidaktik vielleicht keine großen Erkenntnisgewinne, aber Teilnahme an der Diskussion darstellend, und für den ‚Rest der Welt‘, wo solche Analysen weniger im Schwange sind, eventuell durchaus etwas Neues.

Der Titel von Weinzeigs Referat ist insofern etwas irreführend, als es nicht um die geometrische Begrifflichkeit des Kindes ging, gar um neueste, Piaget überwindende Erkenntnisse darüber, sondern um die Begrifflichkeit bei Piaget und einer sich allzu unkritisch auf ihn berufenden Geometriedidaktik. Aus der Sicht des Mathematikers analysierte Weinzeig das Fehlverständnis mathematischer Begriffe (wie ‚Struktur‘, ‚topologisch‘, ‚projektiv‘ oder ‚Transformation‘), wie es bei Piaget und zahlreichen Autoren nach ihm auftrat oder aber im jeweiligen Leser durch unklare Verwendung erzeugt wurde:

Für diese Analyse ist die mathematische Sichtweise deswegen gerechtfertigt, weil Piaget an die Kraft der mathematischen Wurzeln seiner Begriffe geglaubt hat und vor allem weil er der Bourbakisierung des Mathematikunterrichts Vorschub geleistet hat, wo die Begriffe dann doch wieder ausschließlich mathematisch (oft bis hinab auf die Schüler ebene) gebraucht werden. Vor allem kritisierte Weinzeig den „Topologie“unterricht in der Grundschule (s. a. Schipper 1981) und den Abbildungsgeometrieunterricht (s. a. Bender 1982).

Die wenigen Minuten, die für die Diskussion der beiden Vorträge und des Generalthemas noch blieben, wurden leider im wesentlichen von einem älteren Lehrer aus den USA eingenommen, der sich darüber erbot, daß er hier von Leuten ohne Schulerfahrung belehrt werde, und dem Gehörten als Unterrichtsmaxime entgegensetzte, der Schüler müsse „fun“ haben. Dieser Verlauf veranlaßte den Sitzungsleiter, auf ein rasches Ende zu drängen, so daß einem Teilnehmer nur noch der Hinweis darauf blieb, daß man z. B. über den Einfluß des Computers auf den Geometrieunterricht hätte diskutieren können.

Literatur

- BENDER, P.: Abbildungsgeometrie in der didaktischen Diskussion. – In: ZDM 14 (1982), 9–24.
 BENDER, P.: Zentrale Ideen der Geometrie für den Unterricht der Sekundarstufe I. – In: BzM 1983. Bad Salzdetfurth, 1983, S. 8–17.
 HOLLAND, G.: Das Beweisen geometrischer Sätze in der Sekundarstufe I unter verschiedenen Aspekten von Geometrie. – In: DdM 7 (1979), 104–119.
 KIRSCH, A.: Zur Mathematik-Ausbildung der zukünftigen Lehrer – im Hinblick auf die spätere Praxis des Geometrieunterrichts. – In: JMD 1 (1980), 229–256.
 SCHIPPER, W.: Untersuchungen zur Stellung der Topologie im geometrischen Anfangsunterricht. – Bad Salzdetfurth, 1981.
 Peter BENDER, Kassel

International study group for the psychology of mathematics education

In vier Sitzungen stellte die Gruppe PME (Psychology of Mathematics Education) Ziele, Methoden, methodologische Probleme, Forschungsergebnisse vor. Sie standen unter den Themen:

1. Worüber kann uns die Arbeit von Schülern Aufschluß geben?
2. Entwicklung der Konzepte von Schülern
3. Konflikt und Veränderung (kognitiver Strukturen) beim Lernen
4. Die Natur des mathematischen Denkens.

Nach einer Einführung und Vorstellung von Referenten durch den Präsidenten der Gruppe PME, Kevin Collis, Hobart (Tasmania) gab der bisherige Präsident, Gérard Vergnaud (Paris), die Termine und Themen zu den jeweiligen Terminen bekannt.

L. Streefland (Utrecht) wandte sich dem Problem der Gewinnung von Hypothesen zu und führte an Hand einzel-