

Peter BENDER, Kassel

Zur sachmathematischen Kompetenz der Viertklässler

Der Sachmathematik-Test am Ende der Grundschulzeit von 1983 (von H. Winter und mir; ausführlich analysiert in MUP 1985) wurde 1984 mit einer (natürlich) neuen Population und leicht variierten Antwortmöglichkeiten im Multiple-Choice-Verfahren wiederholt. Es nahmen wieder 45 Schulklassen mit 889 Schülern (1983: 988) teil, fast alle aus dem Regierungsbezirk Arnsberg (und gut verteilt über diesen), dessen sozio-geographische Struktur die der BRD recht gut wiederspiegelt.

Die mittlere Zahl richtiger (akzeptabler) Antworten bei 13 Fragen ging von 6,94 (im Jahr 1983) auf 5,64 (1984) zurück. Dies ist nicht die Folge des Populationswechsels: Fast 2/3 der Schüler gehören zu solchen Schulen, die in beiden Jahren am Test teilgenommen haben; und diese Schulen liegen insgesamt beidesmal ziemlich genau auf dem Gesamtniveau, so daß man davon ausgehen kann, daß die Fluktuation der Schulen sich nicht auswirkte. Auch ist die Schülergeneration von 1984 nicht schlechter als die von 1983, was sich an denjenigen Aufgaben zeigt, an denen nichts verändert wurde. Die Punktrückgänge lassen sich recht genau lokalisieren: Sie treten auf vor allem bei Aufg. 5, 10 und 12, wo zwecks Verbesserung der Reliabilität offensichtlich falsche und selten gewählte Antwortmöglichkeiten durch korrekter wirkende ersetzt wurden.

Dies zeigt die geringe Aussagekraft absoluter Ergebniszahlen bei Multiple-Choice-Tests. Im Vergleich einzelner Gruppen dagegen erweisen sich die Unterschiede als ausgesprochen stabil: Die Jungen erzielen in beiden Jahren (um knapp 5%) bessere Ergebnisse (mit Irrtumswahrscheinlichkeit  $p < 5\%$  jeweils) als die Mädchen und die deutschen Kinder (um ca. 15%) bessere als die ausländischen ( $p < 0,1\%$ ). Allerdings weichen die Verteilungen 1984 etwas stärker von der Normalverteilung ab: Während 1983 durchweg  $\chi^2 \leq 7$  (bei 6 - 8 Freiheitsgraden) ist, ist die Verteilung der Mädchen 1984 mit  $\chi^2 = 21$  linkssteil (da der Durchschnitt 1984 recht niedrig ist und die Mädchen bei den niedrigen Punktzahlen wie 1983 stärker vertreten sind), und dies wirkt sich auch auf die Verteilung der deutschen und die aller Kinder aus.

Im folgenden wird der Test wiedergegeben. Die Schüler bearbeiteten ihn anonym und machten lediglich einige persönliche Angaben für die Statistik. Um Mehrfachantworten zu vermeiden, waren nicht Aussagen anzukreuzen, sondern der Kennbuchstabe der "richtigen" in ein Kästchen einzutragen (was keine Probleme bereitete). Bei jeder Möglichkeit sind der Prozentsatz der Nennung sowie signifikante ( $p < 5\%$ ) Unterschiede zwischen Jungen (j, falls häufiger) und Mädchen (m) bzw. Deutschen (d) und Ausländern (a) vermerkt (Doppelbuchstabe, falls  $p < 1\%$ ):

1. Wie hoch ist heute das Porto für einen normalen Brief? -  
10 Pf (0), 40 Pf (4), 60 Pf (24 j), 80 Pf (69 m), 1 DM (1 aa), 2 DM (1).

2. Wie schwer ist ungefähr ein erwachsener Mann? - 10 kg (0), 75 kg (87), 1000 g (2), 75 Pfund (7), 2 dz (2), 1 t (0).
3. Wie hoch ist ungefähr ein normales Zimmer? - 25 cm (0 aa), 1,20 m (3), 1,50 m (10 aa), 1,60 m (15 mm), 250 cm (62 jj dd), 5 m (10 m).
4. Wie viele Einwohner hat die Bundesrepublik Deutschland? - 10 000 (2 m), 60 000 (3), 1 600 000 (18), 16 Millionen (12 m), 60 Millionen (44 jj), 1 Milliarde (16).
5. Wie viele Schultage hat ungefähr ein Jahr? An wie vielen Tagen etwa mußt du also in einem Jahr in die Schule gehen? - 50 Tage (2 m aa), 120 Tage (9), 220 Tage (37 jj d), 300 Tage (36 mm d), 365 Tage (11 aa), 400 Tage (4 a).
6. Wenn du jeden Tag 10 DM in die Spardose legen könntest, nach wieviel Jahren ungefähr würden dann 100.000 DM in der Spardose sein? - 1 Jahr (6 aa), 2 Jahre (10), 5 Jahre (14), 10 Jahre (21), 30 Jahre (17), 100 Jahre (28).
7. Petra wurde im Jahre 1973 geboren, und Karin wurde im Jahre 1974 geboren. Was ist dann auf jeden Fall richtig?  
- Karin muß genau 12 Monate jünger sein als Petra (39 a), Karin muß mindestens 12 Monate jünger sein als Petra (43 m d), Karin kann 25 Monate jünger sein als Petra (5 a), Karin kann 16 Monate jünger sein als Petra (11).
8. Inge kauft im Bäckerladen ein: 6 Brötchen, das Stück zu 25 Pf. und 1 Brot, das 2 DM kostet. Sie zahlt mit einem 5-DM-Stück. Wieviel Geld erhält sie zurück? - Bei welchem Buchstaben steht der richtige Rechenweg? -  $6 \cdot 0,25$  DM + 2 DM - 5 DM (42 j), 5 DM -  $6 \cdot 0,25$  DM - 2 DM (38), 5 DM - 25 Pf - 2 DM (11 a),  $6 \cdot 0,25$  DM (5 a), 5 DM - 0,31 DM - 2 DM (2 a).
9. Du willst eine kleine Portion Eis aus 2 Bällchen kaufen. Der Eismann hat 5 Sorten: Erdbeer, Brombeer, Vanille, Zitrone, Schokolade. Da hast du viele Wahlmöglichkeiten, z.B. - beide Bällchen Vanille, - 1 Bällchen Erdbeer, 1 Bällchen Zitrone, usw. Wie viele Wahlmöglichkeiten hast du? - 5 (27 aa), 7 (4), 10 (18 j), 15 (21 mm d), 20 (11 j), 25 (17 d).
10. Viele Leute reisen mit dem Flugzeug, obwohl Flugzeuge doch abstürzen können. Bei einer Befragung gaben Leute die folgenden Antworten. Welche überzeugt dich am meisten?  
- A "Flugzeugabstürze passieren sehr selten." (51 j d), B "Ich bin bis jetzt immer wieder gut gelandet." (24 mm), C "Ich fliege nur mit modernen Flugzeugen, da kann nichts passieren." (4), D "Ich fliege nur bei schönem Wetter, da muß alles gut gehen." (16), E "Ich bin ein Glückspilz." (3 j).
11. Es fängt an zu regnen. Es sind erst einige Tropfen gefallen. Du schaust auf 2 Pflastersteine vor dir und be-

("Schultage" in Aufg. 5, "Wahlmöglichkeit" in Aufg. 9 und "Muster" in Aufg. 11). Ihre Raumvorstellung (Aufg. 12) ist relativ gut, ihre Alltagserfahrungen sind weitgehend denen der Deutschen vergleichbar. Die Schule zeigt bei ihnen etwas weniger Wirkung sowohl in der Bildung als auch in der Verbildung (z.B. könnte das von ihnen signifikant häufiger gewählte Netz B in Aufg. 13 das einer realen Schachtel sein, wo zwei Rechtecke aufeinander zu kleben sind). Beim Raten haben sie sich diesmal weniger auf extreme Werte verlegt als 1983.

Überraschend groß ist der Einfluß des Grads der Standardisierung bei den Angaben: In Aufg. 2 wird "75 kg" signifikant häufiger gewählt als 1983 "70 kg"; in Aufg. 3 "1,50 m" signifikant häufiger als 1983 "150 cm", und "250 cm" schneidet unerwartet schwach ab; in Aufg. 4 ist "1 600 000" wesentlich häufiger als "16 Millionen", während 1983 "16 000 000" doppelt so häufig wie "1 600 000" war.

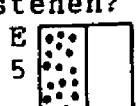
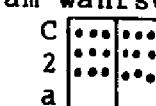
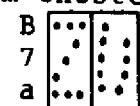
In Aufg. 12 ähnelt der gedrungene Grundriß A offenbar dem Schrägbild am besten, und die Seitenrisse werden nicht berücksichtigt.

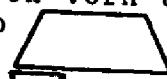
In Aufg. 10 haben die Antwortmöglichkeiten B, C und D folgende Aussagen von 1983 ersetzt: "Ich kenne das Flugzeug, das ist hervorragend; ich bin absolut sicher, daß alles gut gehen wird." und "Heute ist schönes Wetter, da kann gar kein Unglück in der Luft passieren.", Aussagen, die sich auf ein singuläres Ereignis beziehen, nämlich den einmaligen Flug. Die neuen Äußerungen dagegen beziehen sich auf eine Reihe von Ereignissen, was sie in der Tat überzeugender macht.

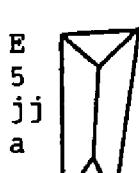
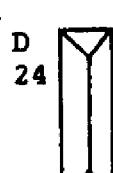
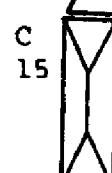
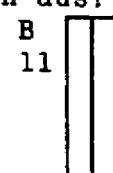
Die Lieblingsfächer (Mehrfachnennungen möglich, aber nicht die Regel): Sport 299, Mathematik 255, Sachunterricht 130, Kunst 107, Deutsch/Sprache 65, Musik 42, Nadelarbeit 25, Religion 21, ... Auch wenn man an der Beliebtheit des Fachs 'Mathematik' Abstriche macht (da die Befragung im Mathematikunterricht stattfand), so fällt doch auf, wie selten Deutsch gewählt wird. Die Durchschnittspunktzahl 5,26 der Deutsch-Liebhaber ist deutlich ( $p=6\%$ ) schlechter als die der anderen, die der Kunst-Freunde (5,14) sogar mit  $p<1\%$  schlechter als die der anderen. Hier deutet sich bereits eine Kluft zwischen Geistes- und Naturwissenschaften an. Selbstredend sind die Mathematik-Anhänger mit 5,94 signifikant ( $p<0,5\%$ ) besser als die anderen. Für die durchschnittlichen Mathematiknoten gelten ähnliche Relationen: Mathematik-Anhänger 2,66; Alle 2,99; Kunst-Freunde 3,15; Deutsch-Liebhaber 3,52.

Der hier nahegelegte Zusammenhang zwischen Punktzahl bei diesem Test und Mathematiknote ist jedoch gering: Korrelationskoeffizient  $r=-0,4$ . Wertet man diesen Zusammenhang klassenweise aus, dann ist sogar  $r=-0,16$  zwischen den Durchschnittsnoten und -punktzahlen der 45 Klassen. Der Notendurchschnitt einer Klasse in Mathematik sagt also nichts über die sachmathematische Kompetenz ihrer Schüler aus, jedenfalls soweit sie hier abgetestet wird (und wohl erst recht nichts über ihren darüber hinaus gehenden Teil).

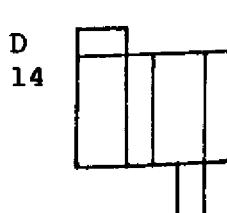
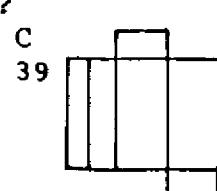
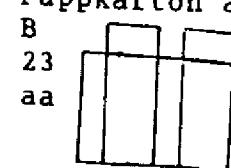
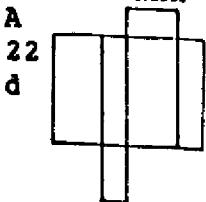
obachtet das Tropfenmuster. Hier sind einige Beispiele von Mustern, die entstehen könnten. Welche Art von Muster wird am ehesten, am wahrscheinlichsten entstehen?



12. Dieses Zelt  sieht von vorn und von hinten so  aus und von der Seite so  . Wie sieht es von oben gesehen aus?



13. Eine Schachtel  wird so weit aufgeschnitten, daß man den Pappkarton platt auf den Tisch legen kann. Wie sieht dann der Pappkarton aus?



Die Begründung für die Auswahl der Fragen und eine ausführliche Interpretation der Ergebnisse von 1983 finden sich in "Bender, P.: Zum mathematischen Alltagswissen unserer (deutschen und ausländischen) Kinder am Ende der Grundschulzeit. In: MUP 1985". Diese Ergebnisse wurden im Grundsatz und in vielen Einzelheiten 1984 bestätigt. Sie werden im folgenden kurz dargestellt zusammen mit einigen neuen Erkenntnissen:

Mit der Ausbildung des Größenbegriffs kann man zufrieden sein. Näherungskalkulationen sind unsicheres Terrain, Kombinatorik-Aufgaben kaum bekannt. Mindestens ein aller-elementarster Wahrscheinlichkeitsbegriff ist - wohl unabhängig von schulischer Belehrung - vorhanden. Mit dem Transfer zwischen dreidimensionaler Geometrie hapert es. Der mathematische Aspekt dominiert selbst bei diesem Typ von Aufgaben manchmal noch den Sachaspekt (In Aufg. 3 wird oft kein Bezug von der eigenen Körpergröße über die von Erwachsenen und die Höhe einer Tür zur Zimmerhöhe hergestellt; in Aufg. 5 werden oft die Ferientage nicht berücksichtigt; in Aufg. 9 sind die Multiplikationsergebnisse "20" und "25" häufig, usw.).

Mit aller Zurückhaltung könnte man konstatieren, daß bei den Jungen das geometrische, das praktische, das kurzsinnige und bei den Mädchen das algebraische und das sorgfältige Element etwas stärker ausgeprägt sind.

Die Ausländer sind im Durchschnitt 5 Monate älter als die Deutschen. Sie neigen noch leichter (als die Gesamtheit sowieso schon) zum Fehlverständnis sprachlicher Ausdrücke