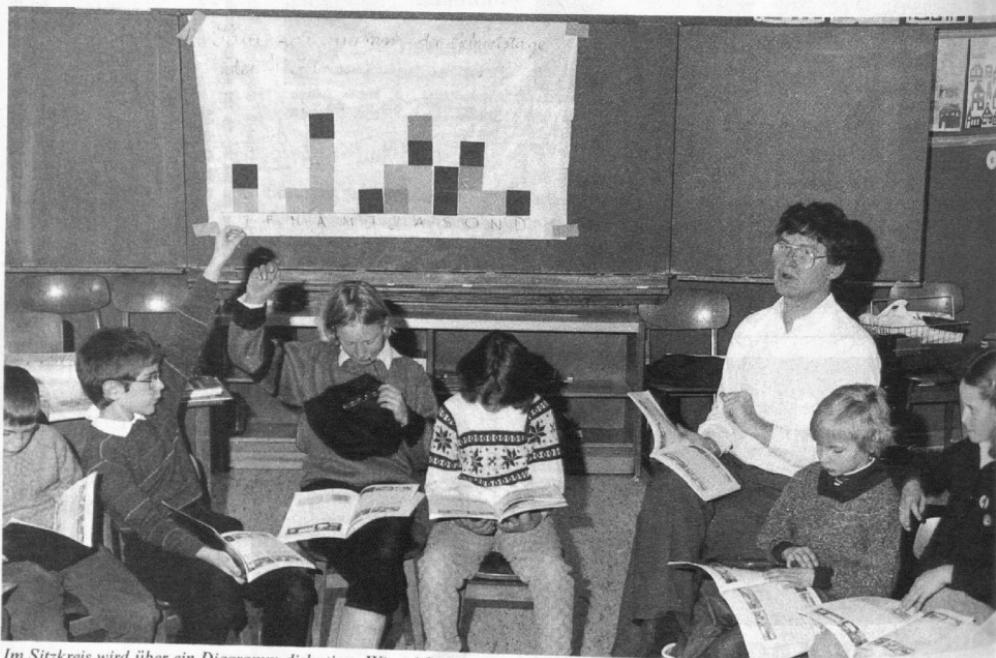


Peter Bender

Wie verteilen sich die Schultage auf die Monate?

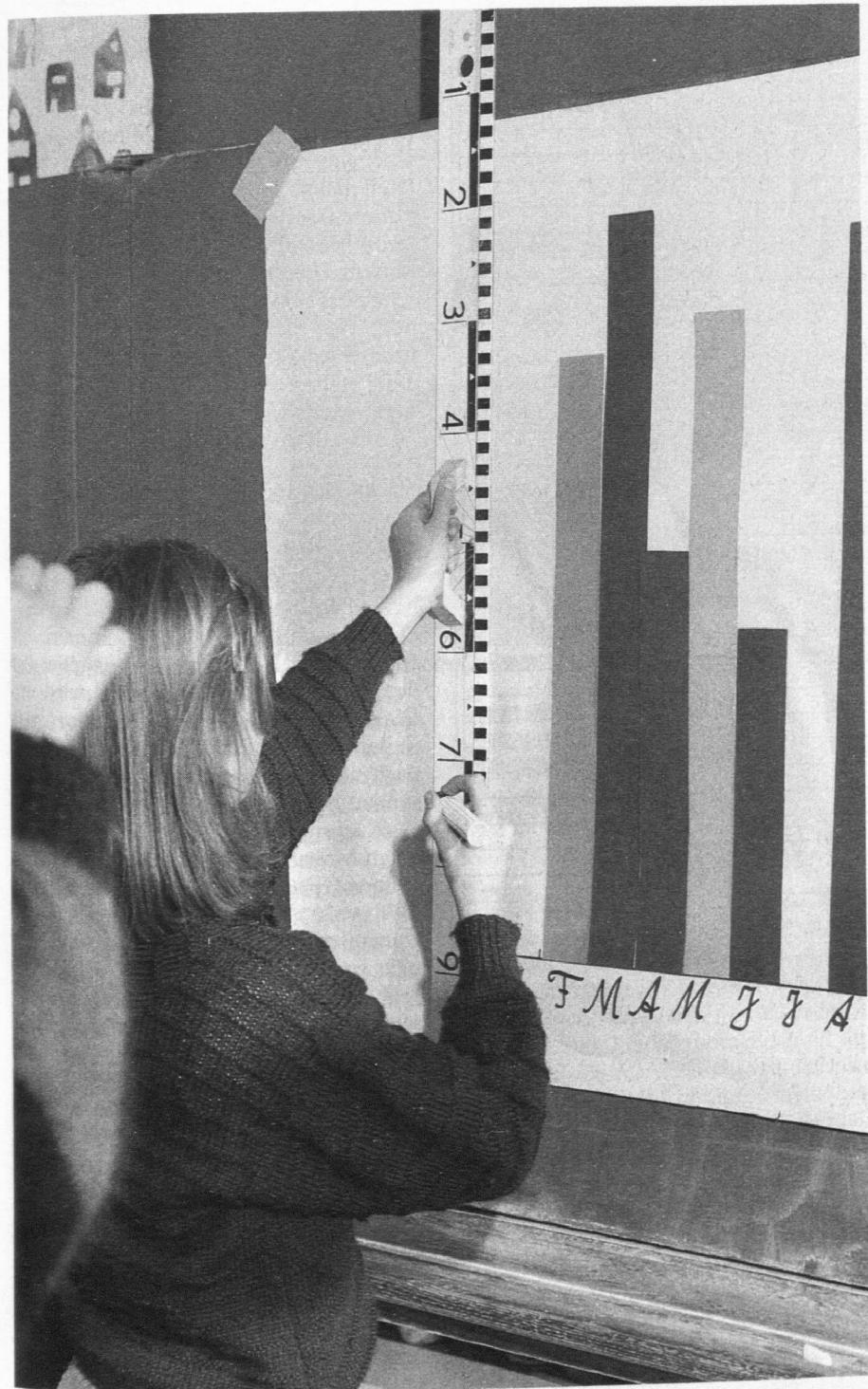
Ein Säulendiagramm wird erstellt



Im Sitzkreis wird über ein Diagramm diskutiert: Wieviel Schultage im Monat?

Der Begriff ‚Sachrechnen‘ sollte zu ‚Sachmathematik‘ erweitert werden, um die enge Bindung an die Arithmetik zu konterkarieren. Im Unterricht der allgemeinbildenden Schule steht die Sachmathematik (i. w. S.) im Dienste zweier Herrinnen: der Mathematik und der Sache. Zum einen soll sie, frei nach dem Variationsprinzip, in Form von Einkleidungen mathematischer Begriffe, Verfahren usw. das **Lernen von Mathematik** befördern. Zum anderen hat sie die Funktion, die in Frage stehende Sache zu klären und damit zur **Umwelterschließung**, wie **Heinrich Winter** das nennt, beizutragen.

Auch z. B. das Mathematisieren, gemeinhin als Verbindung zwischen beiden Herrinnen gesehen, ist bei genauer Betrachtung durchweg jeweils einer der beiden zugeordnet: Es kommt auf das Bewußtsein dessen an, der ein Problem einbringt (Lehrer), und derer, die es bearbeiten (Schüler), ob es dem Mathematiklernen oder der Umwelterschließung dient. Selbst wenn beide Pole zugleich auftreten, so treten sie eben als Pole auf. – Dieses Lehrer-Bewußtsein lässt sich nicht so einfach objektivieren, aber Schüler spüren im allgemeinen sehr genau, worauf es ‚ankommt‘, und auch für den Beobachter von außen gibt es Hinweise in Hülle und Fülle.



Aufbau des Säulendiagramms: große Lineale sind hilfreich

Weltweit (zumindest auf der Nordhalbkugel) läßt sich in den Schulstufen von der Primarstufe bis hin zur S II eine klare Dominanz der Mathematik bei der Zielrichtung von Sachaufgaben feststellen.

Für diese Dominanz gibt es eine ganze Hierarchie von Ursachen:

- Schule an sich ist praxisfern;
- ein auf die Mathematik konzentriertes Curriculum ist in vielerlei Hinsicht bequemer zu konstruieren, zu lehren und zu lernen;
- in ihrem eigenen Lebenslauf haben die meisten Lehrenden selbst keine für sie relevanten, nicht-trivialen Sachprobleme mit Mathematik gelöst;

- die Mathematik hat eher allgemeinbildenden Charakter als irgendwelche praktischen Sachprobleme;
- überhaupt macht das Image des Schulfaches „Mathematik“ eine explizite Rechtfertigung etwa in Form von echten Anwendungen scheinbar überflüssig;
- realistische, gehaltvolle Sachsituationen liegen oft außerhalb des Interessen-, Relevanz- und Zugänglichkeitsbereichs der Mehrzahl der Schüler, besonders in der Primarstufe;
- in solchen Sachsituationen spielen die mathematischen Aspekte, auch wenn sie unverzichtbar sind, häufig eine unbedeutende Rolle;
- zugleich scheint das Lernen von

Mathematik aber eine intensive und ausschließliche (es geht ja gerade um das Abstrahieren von den besonderen Umständen des Einzelfalls!) Hinwendung zu erfordern, auch wenn es seinen Ausgang von praktischen Problemen nimmt;

- hinzukommt die Organisation des Schulbetriebs in Fächern, im 45-Minuten-Takt, mit Fachlehrern, insbesondere oberhalb der Primarstufe.

Die Problematik ist keineswegs auf die Mathematikdidaktik beschränkt, sondern von grundsätzlicher, pädagogischer Natur. Allerdings haben sich großangelegte pädagogische Entwürfe (Arbeitsschul-Bewegung, Projekt-Orientierung u. v. a.) aus den verschiedenen Gründen hier nicht durchgesetzt.

So gilt es, wenigstens in dem Rahmen, den das Schulsystem formal und faktisch bietet, den Gedanken der Umwelterschließung zu fördern, auch wenn dieser Ansatz aus einer idealistischen Perspektive unzulänglich erscheint. Dazu habe ich einige Prinzipien entwickelt*, die einem z. T. vielleicht trivial vorkommen, die aber erst einmal verwirklicht sein wollen:

- Weckung *intellektuellen* Interesses an einem Sachproblem bei den Schülern (anstelle persönlicher Betroffenheit, die sowieso selten zu erreichen ist und sich dann gewiß nicht auf die sachmathematische Struktur eines Problems richtet) und bei mir als Lehrer;
- Ehrlichkeit bezüglich der Ziele und Absichten mir selbst und den Schülern gegenüber (z. B.: geht es um Umwelterschließung oder um das Üben von Mathematik?);
- breite Allgemeinbildung des Lehrers; Durchschau in politische, wirtschaftliche, soziale, technische, berufsweltliche, natürliche Zusammenhänge, auch im regionalen Bereich;
- Aufweichen der starren Fixierung auf ein „Ergebnis“ (i. e. S.), Abkoppeln der Sachmathematik von der engen Bindung an die Arithmetik, Visualisierung des Sachverhalts, nachträgliche Reflexion des Lösungswegs usw.

Ich möchte nun keineswegs dafür plädieren, daß der Mathematikunterricht sich ganz und gar dem Aspekt der Umwelterschließung unterzuordnen habe, aber ein, zumindest im Hintergrund, durchgängiges Prinzip sollte diese schon sein; und es pro Schuljahr einmal explizit zu verwirklichen, erscheint mir zu wenig. Auch der Charakter des folgenden Projekts wird vielleicht dadurch verfälscht, daß es als isolierter Versuch durchgeführt und beschrieben worden ist.

Fortsetzung nächste Seite ▶

* Siehe dazu P. Bender: Der Primat der Sache im Sachrechnen. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 16, 140-147 (1985), dort auch weitere Hinweise auf Literatur.

OKTOBER	NOVEMBER	DEZEMBER
1 Do	1 So	1 Di
2 Fr	2 Mo Allerheiligen	2 Mi
3 Sa	3 Di	3 Do
4 So Erntedankfest	4 Mi	4 Fr
5 Mo 41. Woche	5 Do ☽	5 Sa ☽
6 Di	6 Fr	6 So 2. Advent/Nikolaustag
7 Mi ☽	7 Sa	7 Mo 50. Woche
8 Do	8 So	8 Di
9 Fr	9 Mo 46. Woche	9 Mi
10 Sa	10 Di	10 Do
11 So	11 Mi Martinstag	11 Fr
12 Mo 42. Woche	12 Do	12 Sa
13 Di	13 Fr ☽	13 So ☽ 3. Advent
14 Mi ☽	14 Sa	14 Mo 51. Woche
15 Do	15 So Volkstrauerntag	15 Di
16 Fr	16 Mo 47. Woche	16 Mi
17 Sa	17 Di	17 Do
18 So	18 Mi Buß- und Betttag	18 Fr
19 Mo 43. Woche	19 Do	19 Sa
20 Di	20 Fr	20 So ☽ 4. Advent
21 Mi	21 Sa ☽	21 Mo 52. Woche
22 Do ☽	22 So Totensonntag	22 Di Winteranfang
23 Fr	23 Mo 48. Woche	23 Mi
24 Sa	24 Di	24 Do Heiliger Abend
25 So	25 Mi	25 Fr 1. Weihnachtstag
26 Mo 44. Woche	26 Do	26 Sa 2. Weihnachtstag
27 Di	27 Fr	27 So ☽
28 Mi	28 Sa ☽	28 Mo 53. Woche
29 Do ☽	29 So 1. Advent	29 Di
30 Fr	30 Mo 49. Woche	30 Mi
31 Sa Reformationstag	31 Do	31 Do Silvester

Ausschnitt aus einem Kalender des laufenden Jahres

Unterrichtseinheit (3./4. Schj.): Wie verteilen sich die Schultage auf die Monate?

Den Schülern wird ein Kalender des laufenden Jahres vorgelegt, wie er für Arbeitnehmer und -geber praktisch ist: Auf Vorder- und Rückseite eines steifen Kartons sind sämtliche Tage des Jahres übersichtlich abgedruckt, die arbeitsfreien Tage farblich herausgehoben und für jeden Monat die Zahl der Arbeitstage angegeben. Da können nun Urlaubs- und sonstige Abwesenheitstage eingetragen werden, aber auch Termine aller Art, z. B. wann ein bestimmter Auftrag fertig sein muß.

Die Schüler müssen zuerst einmal für sich die Fülle von Information verarbeiten, die sich ihnen bietet, und insbesondere die Bedeutung der Symbole, vor allem der verschiedenen Zahlenreihen, entschlüsseln. Die Authentizität des Materials bringt es mit sich, daß auch Fragen auftreten, die vom eigentlichen Thema „Schultage“ wegführen, z. B. eine Übersicht über die deutschen Messestädte und die Bedeutung der Messen oder der Verlauf der Mondphasen, eingebettet in die Entstehung von Tag und Nacht und der Jahreszeiten**.

Bewußt formuliere ich keine Leitfragen o. ä., sondern die Schüler bilden einen Sitzkreis und beschreiben und erläutern, was auf dem Kalender zu sehen ist. An-

hand gewisser Kontrollaufgaben, die die Schüler oder ich stellen, wird das Verständnis für die Symbole und Zahlenreihen erarbeitet bzw. gesichert: „Welcher Wochentag ist der 7. Juli?“; „Der wievielte Tag im Jahr ist der 25. Mai?“; „Was ist jeweils die letzte Zahl bei den drei vorkommenden Zahlenreihen (ohne nachzusehen!)?“ – 31 (31. Dezember), 53 (53. Woche; wieso eigentlich 53?), 365 (365. Tag); „Wer kann am schnellsten die Wochentage aufzählen?“ – Modimidofrsaso; „Zählt die Monate auf!“; „Wie kann man sich merken, welche Monate lang und welche kurz sind?“ – Knöchel der beiden Fäuste; „In welchem Monat sind die meisten, in welchem die wenigsten Arbeitstage?“; „Woher kommen die Unterschiede in den einzelnen Monaten?“; „Wie viele Arbeitstage gibt es im ganzen Jahr?“; „Was muß man davon noch abziehen?“; „Warum sind die Urlaubstage auf dem Kalender nicht eingetragen?“; „Wie ist das mit den Schultagen?“ – hierfür brauchen wir noch die Ferientermine.

** Dabei ist bei der Erprobung im 4. Schuljahr das Symbol für den Neumond als „hinter Wolken verdeckt“ beschrieben und diese Beschreibung von anderen Schülern aufgenommen worden: Allerdings handelt es sich hier m. E. nicht um den naiven Glauben, daß der Kalender voraus sage, an welchen Tagen (und nur an diesen!) der Mond von Wolken bedeckt sei, sondern eben eine Beschreibung der Schraffur des Symbols. – Dies wäre einmal eine genauere Untersuchung wert.

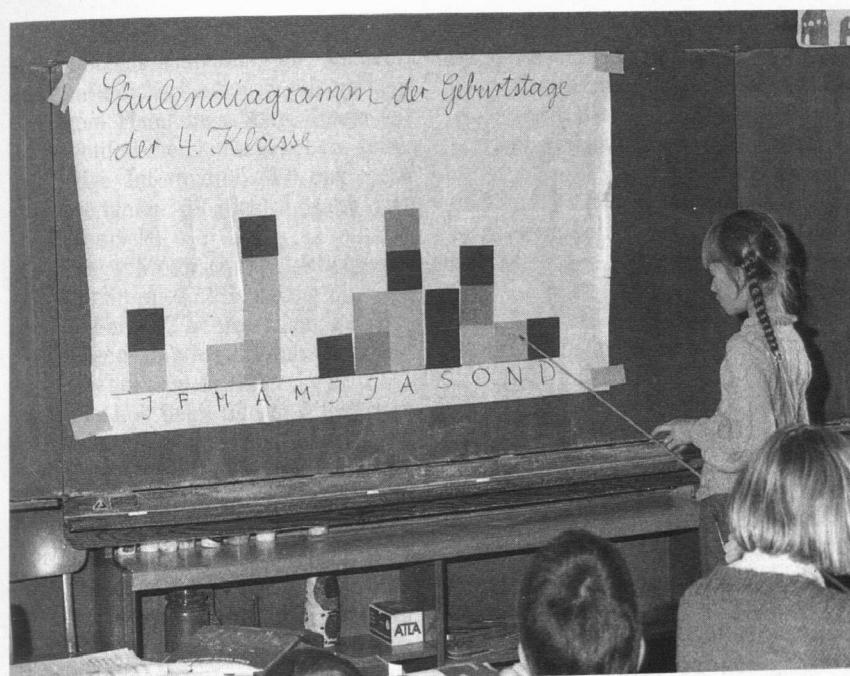
Je weniger die Schüler solche Gespräche gewohnt sind und je mehr der Lehrer sich zurückhält, desto mehr werden Geduld und Ausdauer aller Beteiligten strapaziert, und nach ca. 20 Minuten ist der Übergang zu handfesteren Schüler-Aktivitäten fällig: Jeder Schüler (bzw. zwei zusammen) soll für einen (oder mehrere) der zwölf Monate die Zahl der Schultage ermitteln. Hier handelt es sich zwar um eine scheinbar primitive Abzähl-Aufgabe, aber immerhin müssen die Ferientermine, die in der Form „22. 12. 86–10. 1. 87“ usw. an der Tafel stehen, erst einmal richtig interpretiert und auf dem Kalender übertragen werden. – Die Ergebnisse werden dann auf der Tafel zusammengestellt.

Anschließend schlage ich vor, die Verteilung der Schultage auf die Monate in einem Säulendiagramm darzustellen, wenn dieser Vorschlag nicht aus den Reihen der Schüler kommt. Dies setzt die Bekanntschaft mit solchen Diagrammen voraus, die ich folgendermaßen herstelle: Vor der Behandlung des Kalenders wird ein Diagramm der Verteilung der Geburtstage in der Klasse auf die Monate erarbeitet – nach einer Idee, die ich bei Jürgen Floer gefunden habe.

Ausgangspunkt ist die Frage „In welchem Monat haben bei euch die meisten Kinder Geburtstag?“ und die Bedingung „Wir wollen das herausbekommen, ohne zu zählen“. Daß diese Bedingung hier nicht so recht motiviert ist, halte ich für unproblematisch. Die Bedeutung der anschaulich gegebenen Säulenhöhen wird ja im weiteren Verlauf sinnfällig, und zunächst handelt es sich für die Schüler um eine spannende Aufgabe. Auch daß die horizontale Achse mit ihren Einträgen (ein Monat pro Dezimeter) auf einem Streifen Makulatur vorgegeben ist, erscheint mir angemessener, als diese Vorgehensweise aus den Schülern herauszukitzeln.

Jedes Kind erhält ein Quadrat aus farbigem Karton mit der Seitenlänge 10 cm (diese Quadrate kann man – vorher – auch künstlerisch gestalten lassen) und klebt es über seinem Monat auf die Achse. Hier muß die Bedeutung der Abkürzungen für die Monatsnamen verstanden werden, insbesondere darf März nicht mit Mai und Juni nicht mit Juli verwechselt werden, und es ist zu überlegen, was zu tun ist, wenn ein Monat schon durch einen anderen Schüler besetzt ist: auf dem Plakat ein Stockwerk höher gehen und nicht etwa das bereits vorhandene Quadrat überkleben (warum nicht?). Bei der abschließenden Diskussion, in welchen Monaten die meisten, in welchen die wenigsten, in welchen gleichviele Geburtstage liegen, usw., ist darauf zu achten, daß die Schüler tatsächlich mit den Höhen argumentieren und nicht die Quadrate zählen, und in diesem Zusammenhang ist auch der Begriff der Säule einzuführen.

Dennoch – verursacht durch die Art



„In welchem Monat haben bei euch die meisten Kinder Geburtstag?“

der Herstellung und verstkt durch die unterschiedlichen Farben der Quadrate oder gar eine etwaige grafische Gestaltung – flt es vielen Schülern schwer, Säulen zu sehen, und es empfiehlt sich, nun noch einmal ein fertiges Diagramm aus dem Schulbuch oder auf einem Arbeitsblatt zu betrachten, wobei dann auch Zahlen ins Spiel kommen (Temperaturen, Schülerzahlen; weniger günstig zunst: Einwohnerzahlen großer Stde, da diese noch Rundung erfordern).

Zurück zu den Schultagen: Am einfachsten ist es, wenn die Klassenstre 25 Schüler beträgt; dann hat man für jeden Monat ein Paar und zur Vorbereitung des Diagramms (Achse mit den Monaten zeichnen) noch einen Schüler. Ansonsten müssen die Arbeitsaufträge entsprechend anders verteilt werden (z. B. kann der Lehrer den Monat mit 0 Tagen selbst übernehmen: Juli in Hessen, August in Rheinland-Pfalz).

„Wie hoch machen wir denn die Säulen?“ Der spontane Vorschlag lautet durchweg „1 cm für jeden Schultag“. Ein Schüler hat hier eingewandt, daß man dann die verschiedenen Höhen zu schlecht unterscheiden könne, und ein anderer hat daraufhin direkt „3 cm pro Tag“ vorgeschlagen. – Mit solchen Überlegungen kann man im Normalfall nicht rechnen, und man muß eventuell auf das Geburtstage-Diagramm verweisen, wo ja die Einheit 10 cm betrug. Folgender Argumentationsstrang ist jedenfalls zu erarbeiten: Für jeden Tag ist dasselbe Maß zu nehmen (klar). Je grer das Maß, desto übersichtlicher wird das Diagramm (innerhalb gewisser Grenzen). Das Maß darf aber nur so groß sein, daß auch noch der Monat mit den meisten Tagen auf das Plakat paßt. „Wie hoch ist das Plakat?“ (Makulatur-Rollen haben eine Standardbreite

von 87 cm.) Ein Schüler mit den Abstand von der (waagerechten) Monats-Achse zum oberen Rand zu 80 cm. In einem Monat kommen höchstens 23 Schultage vor. Also nimmt man für jeden Schultag 3 cm, weil $3 \text{ cm} \cdot 23 = 69 \text{ cm}$ und $4 \text{ cm} \cdot 23 = 92 \text{ cm}$ ist.

Der nächste Schritt ist nun die Herstellung der Säulen. Hierfür sind Streifen aus farbigem Karton mit der (willkürlichen) Breite von 5 cm und einheitlichen Lgen von 30 cm, 40 cm, 50 cm, 60 cm und 70 cm vorbereitet. Die Aufgabe der Schüler ist nun: die He der Säule für ihren Monat auszurechnen, sich einen passenden (den kürzesten, in dem ihre Säule noch enthalten ist) Streifen herauszusuchen und diesen zurechtschneiden. Da muß gemessen werden, und zwar sinnvollerweise nicht die He der ganzen Säule, sondern deren Differenz zur Le des ausgesuchten Streifens, z. B. für den Dezember mit seinen 14 Schultagen: $3 \text{ cm} \cdot 14 = 42 \text{ cm}$ und $42 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$, also 8 cm. Dies ist an beiden Seiten des Streifens zu markieren, die beiden Marken sind durch einen geraden Strich mit dem Lineal zu verbinden, und entlang diesem Strich ist zu schneiden.

Die fertigen Säulen müssen nun richtig aufgeklebt werden. Bei der abschließenden Diskussion des Diagramms taucht die Frage auf, wie man aus der He der Säulen ohne umständliches Messen die reprentierten Zahlen erkennen kann. Die Beantwortung bleibt einer nächsten Stunde im Zusammenhang mit den Begriffen „parallel“ und „senkrecht“ bzw. „lotrecht“ vorbehalten.

Man beachte, daß die für die Herstellung des Säulendiagramms erforderlichen Rechnungen nicht das Zentrale sind, sondern die praktische Optimierung: nämlich optimale Nutzung des vorhandenen Plat-

zes für das Diagramm und der vorhandenen Streifen für die Säulen.

Zusammenfassende Übersicht

Geeignet ist die Einheit ab dem 3. Schuljahr. Ich habe sie in einem schwächeren 3. und einem stärkeren 4. Schuljahr erprobt. Im 4. Schuljahr traten keine Probleme auf, und die Schüler waren mathematisch eher etwas unterfordert. Für das 3. Schuljahr erwies sich die Diskussion des Kalenders als zu lang, und das Gros der Schüler schien mir für die Optimierungs-Problematik nicht mehr aufnahmefig. Das kann man bei besserer Kenntnis der Klasse aber abschzen.

In beiden Klassen waren die Schüler vom Unterricht angetan, und zwar ausdrücklich nicht vom Gespräch über den Kalender, sondern von der (gemeinsamen) Herstellung des Diagramms.

An Material wird benoigt: Für jedes Kind und den Lehrer je ein Kalender; für jedes Kind je ein $10 \times 10 \text{ cm}$ -Quadrat aus Karton; Streifen aus Karton in ausreichender Anzahl (5 cm breit und in passender Le, etwa 40 cm, 50 cm, 60 cm und 70 cm); zwei Streifen Makulatur (87 cm breit und ca. 1 m bzw. 1,50 m lang; Filzstift; Maßstab (1 m lang); Krepp-Klebstreifen (zum Aufhen der Makulatur); für die Hand der Kinder: Schere, Klebstoff, Maßstäbe (Lineal), Schreibmaterial wie üblich.

Die 1,50-m-Makulatur ist vor Beginn des Unterrichts bereits aufgehängt, und eine waagerechte Achse ist eingezeichnet und in zwölf Abschnitte zu je 10 cm eingeteilt, unter die die Anfangsbuchstaben der Monate geschrieben sind. Auf der Tafel stehen (zunst verdeckt) die Ferientermine des Jahres 1987.

Verlaufs-Übersicht:

Diagramm der Geburtstage: Jedes Kind soll ein Quadrat aufkleben. Wichtig: Nicht mit Zahlen, sondern mit Sulenhen argumentieren.

Diskussion des Kalenders (im Sitzkreis). Von da aus Problemstellung: Übersicht über die Verteilung der Schultage auf die Monate.

Diagramm der Schultage. In Zweiergruppen (o. .) Zahlen für die Monate berechnen, Säulen herstellen und aufkleben; dabei optimale Ausnutzung des Raums für das Diagramm und der vorgelegten Kartonstreifen für die Säulen diskutieren.

Weiterführung: Weitere Diagramme zeichnen und vor allem lesen; dabei lotrechte Skalen entwickeln.