

Peter Bender (Paderborn, BRD)

## WAS NÜTZT DER COMPUTER IM GEOMETRIEUNTERRICHT?

**Abstract:** If structuring the students' spatial environment and exploring the usefulness of this structure is an aim of geometry teaching, then the computer with its screen, keyboard and mouse is not an adequate medium to do so. With the graphical systems now available, drawings in the plane can be done rather easily, and students can observe geometrical properties of these drawings. But at the same time the involvement of the computer (Geometric Supposers, Logo based systems etc) prevents the students from thinking about plausible reasons for these properties. The Cabri Geometer seems to be the first educational graphical system to allow continuous operations on the screen, thus supporting the students' functional thinking.

Seit leistungsfähige Grafiksysteme auch auf Kleincomputern zugänglich sind, wird die Frage des C-Einsatzes im Geometriunterricht (GU der Pflichtschule) zunehmend aktuell. Dies kann man in zweierlei Hinsicht zunächst begrüßen: Zum einen droht ja nach wie vor eine Kürzung des Mathematikunterrichts, zumindest des klassischen, und da insbesondere der Geometrie, zugunsten informatischer Inhalte; und eine Durchdringung dieses Unterrichts mit C-Aktivitäten könnte solchen Tendenzen (in einer Art Appeasement-Politik) die Spitze nehmen. Zum anderen sind selbstverständlich auch die Talente des C daraufhin zu untersuchen, ob mit ihnen die Ziele des GU besser zu erreichen oder gar zu ändern sind.

Ich gehe von der Legitimierung des GU mit folgenden Zielen aus: Strukturierung der räumlichen Umwelt und Erforschung der Nutzbarkeit dieser Struktur, Erwerb von Raumanschauungsvermögen, Argumentations-, Problemlösefähigkeit u.ä. und gewisser kulturell-philosophischer Einsichten.

Es mag in der historischen Situation unumgänglich sein, daß viele einschlägige Veröffentlichungen hauptsächlich Stoffanalysen darstellen, wo der C selbst (i.w.S., z.B. Programmierkonzepte u.ä.) den Unterrichtsinhalt ausmacht. - Aller-

dings erkennt man zunehmend (etwa im Falle der Geometrie), daß vor der Arbeit mit dem C bereits eine gewisse Begrifflichkeit durch die Schule ausgeprägt sein müsse und daß diese Arbeit nur mit bereits vorhandenen, genuin räumlichen Erfahrungen fruchtbar sein könne.

Für die folgende Diskussion setze ich den geometriedidaktisch und softwareergonomisch zugleich orientierten Übersichtsartikel von Schumann (1988) voraus und kann daher einige Fragen grundsätzlicher Natur diskutieren.

#### Grundsätzliche, fächerunabhängige Einwände

Neben dem Auto ist das Fernsehen die kulturverändernde 'Erungenschaft' der Moderne, und zwar - im Gegensatz zum teuren Auto - zunehmend auch in der Dritten Welt. Demgegenüber wird der Einfluß des C (wohlgemerkt: auf die Kultur; nicht auf Verwaltung, Militär, Wirtschaft, Wissenschaft und Politik) von vielen Teilnehmern an der didaktischen Diskussion überschätzt, insbesondere was Eigenaktivität und Kreativität der Nutzer betrifft. Wer nicht gerade Spieler, Hacker oder als Lehrer (i.w.S.) Verfasser von Arbeitsblättern und anderen Texten ist, für den ist der C durchweg ein öder Fortsetzung der Fernseh-Bilderwelt.

Wenn dem so ist, so der Zyniker, dann kann man den C ja früh und umfangreich in die Schule einführen, seine Talente nutzen und den Schülern zugleich den Spaß daran verderben. In der Tat: Man weiß wenig über längerfristige erfolgreiche C-Nutzung in der Schule unter alltäglichen Bedingungen; und eine anfängliche Faszination, wenn die Bildschirmwelt in die Schule eingebracht wird, weicht bei vielen Schülern bald einer gewissen Ernüchterung spätestens dann, wenn sie nach dem Kennenlernen des Mediums mit raschen Erfolgserlebnissen feststellen, daß sie den Anstrengungen des Begriffs in der jeweiligen Disziplin doch nicht aus dem Weg gehen können, jedenfalls wenn ihnen der Lehrer es nicht erspart.

Leider unterliegen auch Didaktiker und Lehrer der Suggestion, daß der C einen essentiellen Anteil an den Grundbegriffen, -methoden und merkenntnissen dieser Disziplinen hätte und daß er das Eindringen essentiell erleichtern würde. Dies trifft aber nur für die Informatik zu, und schon in der Mathematik tun sich sinnvolle Einsatzmöglichkeiten m.E. erst gegen Ende der SI auf.

Das Argument der Berufsvorbereitung ist hier auch nicht zugkräftig: Für die überwältigende Mehrheit der werktätigen Bevölkerung wird die C-Nutzung zukünftig auf einem dermaßen simplen Niveau stattfinden, daß durch die allgemeinbildende Schule über eine informationstechnische Grundbildung hinaus keine intensivere Vorbereitung erforderlich und nutzbringend ist. Gefordert von (beruflichen und betrieblichen) Ausbildern sind vielmehr Raumanschauungsvermögen und ähnliche Fähigkeiten, die der C nicht nur nicht ersetzen kann, sondern eher verkümmern läßt. Außerdem hat das Bildungssystem über den Auftrag der Berufsvorbereitung hinaus weitere wichtige Bildungs- und Erziehungsaufgaben, z.B. ein kulturelles und gesellschaftliches Gegengewicht gegen die Bildschirmwelt zu schaffen, und zwar nicht weil diese grundsätzlich von Übel wäre, sondern weil sie nicht die Welt ist, aber das Image verbreitet, die Welt zu sein. - Eine ähnliche Gefahr besteht bei den konventionellen Vermittlungsprinzipien 'Lehrer' und 'Buch' ersichtlich nicht,

#### **Die Illusion des selbständigen Arbeitens mit dem Computer**

Der C-Bildschirm wird gern als komfortables Zeichenblatt dargestellt, auf dem der Schüler selbständig: schnell, genau, bequem und viel: zeichnen und messen könne. Mit der Selbständigkeit ist es jedoch auf den verschiedenen Ebenen nicht so weit her:

Das globale Lernen mit dem C betreffend: Da hat sich inzwischen wohl doch eine gewisse Skepsis durchgesetzt gegenüber der Utopie eines Lernens ohne Schule, Lehrer und kanoni-

sches Curriculum, nur mit dem C; - zumal dieser selbst ja auch ein riesiges, von irgendjemand programmiertes Curriculum wäre.

Lokales Lernen (etwa Explorieren einer geometrischen Situation mit dem C) betreffend: Viele Analysen leiden an Didaktiker-Zentrismus, d.h. es werden (implizit) beim Schüler Interessen, Vorwissen, Erfahrungen, Strategien und Fragestellungen unterstellt, die der Didaktiker von sich selbst kennt. (Das hat man auch bei herkömmlichen Vorschlägen.)

Aktivitäten am Gerät betreffend: Hier lassen sich in der Tat Motivations- und Lerneffekte beobachten, wenn Schüler z.B. selbst Zeichnungen 'programmieren'. Es darf aber nicht die Frage verdrängt werden, wie weit sich diese Effekte überhaupt auf die Geometrie und nicht den C beziehen und wie gewichtig auf Dauer gerade der Anteil des C an etwaigen Lernfortschritten in der Geometrie ist.

#### Potentielle Auswirkungen auf räumliche Erfahrungen

Jedenfalls ist der Bildschirm von der räumlichen Wirklichkeit mit ihrer Dreidimensionalität und ihren praktischen Anwendungsmöglichkeiten noch weiter entfernt als Zeichenpapier, das man wenigstens knicken, zerschneiden und kleben kann usw. Und es zeigt sich eine Tendenz, daß das zarte Pflänzchen 'Realitätsbezug im GU', das in den letzten Jahren mühsam aufgepäppelt wurde, nun wieder beschritten wird. Wofür eigentlich?

Wofür brauche ich den Schnell-, Genau-, Bequem- und Vielzeichner und -messer? Doch wohl nicht, um den Schülern die primären kognitiven und sinnlichen Erfahrungen beim Zeichnen von großen und kleinen Kreisen, langen und kurzen geraden Linien usw. usf. mit und ohne Gerät zu nehmen. Auch wenn man diese Erfahrungen nicht für sooo wichtig hält, so wird man doch spätestens beim Messen auf die Auseinandersetzung mit der Umwelt verwiesen: Eine Tischfläche kann man

zwar ausmessen, indem man abzählt, wie viele Exemplare eines C draufpassen; aber wenn man den C nicht gerade so verwendet, nützt er nicht allzu viel bei der Ausbildung von Standardgrößen, dem Prinzip des Messens oder Maßverfahren.

Der Aufbau des Bildschirms ist realitätswidrig: Er besteht aus endlich vielen Punkten; und das ist für jedermann sichtbar, da alle Figuren, insbesondere auch die Linien, sich aus Quadranten zusammensetzen und je nach Neigung gegen den Bildschirmrand höchst unterschiedlich aussehen, wodurch beim Raum die Isotropie und bei den Figuren eine etwaige Homogenität gestört ist. Löthe (1987) meint zwar, daß Kinder damit keine Probleme hätten. Dies setzt aber ausgiebige, im GU gelenkte Erfahrungen außerhalb des Bildschirms voraus. Außerdem müßte man doch erst untersuchen, was für eine Formenwelt sich da mittelfristig ausbildet.

Struve (1987) hat darauf hingewiesen, daß die Bildschirm-Geometrie eine ganz andere als die euklidische ist. Dem hat man, nicht ganz unberechtigt, entgegen gehalten, daß die Zeichenblatt-Geometrie ebenfalls eine andere ist, nämlich die natürliche Geometrie Hjelmslevs, und daß eben beidesmal gewisse Idealisierungsleistungen erforderlich seien. M.E. sind diese aber am Bildschirm erheblich aufwendiger, insbesondere in Anbetracht der 'großporigen' C-Systeme, die da noch in absehbarer Zukunft auf dem Markt sein werden. Auch wenn dieser Mangel grundsätzlich behobbar ist, so ist er doch ein Indiz für eine  $\alpha$ -geometrische Prioritätssetzung.

Allerdings kann er auch positiv gewendet werden, indem der Bildschirm z.B. als Metapher zur Unterstützung der Punktmengen-Auffassung herangezogen wird: Nicht die Punkte bewegen sich, sondern ihr Zustand gefärbt zu sein. Dies gilt für den kompletten Bildschirm, d.h. auf diese Weise kommt die ganze Ebene in den Blick. Darüber hinaus lassen sich leicht nicht-kontinuierliche Veränderungen bewerkstelligen, etwa als Grundlage für eine abbildungsgeometrische Begrifflichkeit (so man diese für wichtig hält).

### **Die Bedeutung kontinuierlicher Operationen für den Geometrieunterricht, der Cabri Geometer**

Diese leichte Manipulierbarkeit und spurenlose Veränderbarkeit hat allerdings keine Entsprechung in der Realität oder auch nur auf dem Zeichenblatt. Ja, sogar in der menschlichen Vorstellung laufen solche Operationen grundsätzlich als stetige Veränderungen an partiell starren Körpern ab (Klieme 1987). Ob der C hier Abhilfe schaffen und den Geometrie-Lernenden von der Stetigkeits-Krücke befreien kann, ist zu bezweifeln, da die Erfahrungen mit der als kontinuierlich erlebten Umwelt primär und wohl dominant sind.

Außerdem erscheint mir diese sogenannte Befreiung eher unnötig bis nachteilig: Auch auf der Basis realer Bewegungsvorstellungen kommt man ohne Verlust an begrifflicher Schärfe beliebig weit, man bleibt stets in Tuchfühlung mit der Realität, und für funktionale Betrachtungen sind sie unersetztlich (s. Bender 1989).

Da tut sich ja dann ein anderes Talent des C auf: Die Darstellung stetiger Veränderungen. Der Film, auch der Video-Film, konnte nie, auch nur ansatzweise, im GU Fuß fassen - wegen der Schwerfälligkeit in Organisation und inhaltlichem Ablauf. Da gibt es beim C, etwa mit der Maus-Technik, ganz andere Möglichkeiten, und ein erstes Grafiksystem für den GU macht sie sich zunutze: Der Cabri Geometer von Laborde (s. Schumann in diesem Band).

Dies ist m.E. der erste Beitrag der C-Technik, der den GU wirklich voranbringen könnte; jedenfalls kann er (jedoch alles in der Ebene) funktionale Betrachtungen unterstützen, ebene Ortslinien erzeugen, dadurch Konstruktionen und Sätze finden helfen und sogar Begründungen anbahnen. Eine ergiebige Nutzung setzt jedoch eine gewisse Vertrautheit mit Geometrie voraus, und es stellt sich das Problem des Zeitaufwands, zumal zu besorgen ist, daß bei Installation des

Cabri Geometer die ebene Konstruktions-Geometrie (wieder) überhandnimmt.

Vor allem aber sind beweiskräftige Argumentationen letztlich doch in statischen Situationen zu führen. Das spricht dafür, einen Bewegungsablauf mit einer (nicht zu langen) Folge von simultan dargebotenen Standbildern zu repräsentieren. Dabei macht man sich einerseits die größere Flexibilität des menschlichen Hirns zunutze, das die Standbilder (in der Vorstellung) stetig zu verbinden hat, zum anderen trainiert man diese Vorstellungskraft, sprich: das Raumanschauungsvermögen. C-Animation kann dieses auf den Weg bringen helfen, hat sich dann aber, zumindest partiell, quasi überflüssig zu machen.

#### **Die Geometric Supposers, Relativierung ihres Nutzens**

Die Geometric Supposers von Schwartz & Yerushalmy (1985) erzeugen (nicht-simultan) Folgen von Standbildern, indem in das System eingegebene Konfigurationen durch Knopfdruck von einem Zufallsgenerator mit veränderten Maßen beliebig oft erneuert werden (mit allerlei technischem Komfort, aber auch mit technisch-begrifflichen Unzulänglichkeiten). Einen kleinen Einfluß auf die Parameter hat der Nutzer doch: Er kann spitz-, recht-, stumpfwinklige oder gleichschenklige Dreiecke wählen, ansonsten folgen aber die Bilder willkürlich aufeinander.

Die erklärte Hoffnung lautet: Wenn Vermutungen über gewisse Eigenschaften von Konfigurationen aufgetaucht sind, so kann man diese schnell an vielen Beispielen Überprüfen. Allerdings haftet diesem Vermuten eine gewisse Oberflächlichkeit an, weil zwischen den einzelnen Bildern nur schwache bis keine Beziehungen hergestellt werden. Außerdem ist das Vermuten von Sätzen nur ein kleiner Ausschnitt des Geometrie-Curriculums, der m.E. seinen Wert erst im Zusammenhang mit dem Beweisen bzw. Begründen gewinnt. (Es mag sein, daß man

im US-amerikanischen GU häufig schon froh ist, wenn wenigstens das Vermuten geleistet wird).

Der C fördert diese Weiterführung nicht gerade, wie z.B. der Vorschlag der Autoren zur Behandlung der Dreieckswinkelmaßsumme zeigt: "Es mag dahinstehen, ob hier überhaupt eine sinnvolle Beweis-Aufgabe vorliegt. Wenn jedenfalls der Geometric Supposer für viele Dreiecke die Winkelmaßsummen ermittelt hat, dann besteht infolge der Genauigkeit des C und seinem Image des Unfehlbaren bestimmt kein Beweisbedürfnis mehr (natürlich existiert beim Cabri Geometer sowie bei vielen herkömmlichen Vorschlägen dieselbe Gefahr).

Eigenhändiges Zeichnen und Messen dagegen kann auch bei umfangreichen Aufgaben nützlich sein, indem es stärkeren und schwächeren Schülerh Phasen kognitiver Entlastung, Muße zur detaillierteren Beschäftigung und die Möglichkeit der Rei-fung von Problemen bietet.

#### Zum Programmieren als Essenz der Begriffsbildung

Während die Nutzung des C als komfortables Zeichen- und Meß-Werkzeug sinnvollerweise menü-gesteuert vor sich geht, gibt es auch kommando-getriebene Ansätze, in denen Programmieren ein wichtiger Bestandteil geometrischer Betätigung und Begriffsbildung ist: Dies gilt vor allem für diverse Varianten der Logo-Philosophie: Zwar ist das Papertsche Original mit seinen pädagogischen und psychologischen Aussagen unzulänglich (s. Bender 1987), aber inzwischen gibt es leistungsfähigere Systeme, die nach Abstrich ihrer informatischen Dominanz durchaus diskutabel sind.

Besonders interessant ist der Aspekt, daß die Programm-Modulen (zum Zeichnen der geometrischen Formen) die eigentlichen Begriffe und die Zeichnungen eher Protokolle sind (s. Löthe 1987). Dies erinnert an die gute, alte Konstruktionsbeschreibung, aber auch an das Prinzip der operativen Begriffsbildung im Sinne von Bender & Schreiber (1985), nach

dem die Essenz geometrischer Begriffe aus Handlungsanweisungen und Herstellvorschriften besteht, als welche man auch Programme für den C auffassen kann. Allerdings fehlen der Programmier-Geometrie zwei wesentliche Komponenten: Die Ausrichtung an Zweckhaftigkeits- und Funktions-Überlegungen und der prinzipielle Anspruch auf Realisierung und Gebrauch geometrischer Formen. Dieses Fehlen verleiht der Programmier-Geometrie einen gewissen Anstrich von Beliebigkeit (wie bei der Neuen Mathematik seinerzeit).

C-Programme sind zwar handfester als etwa Symmetriegruppen; die ihnen zugewiesene Rolle liegt aber auch im Trend der Ent-Geometrisierung des GU in den letzten dreißig Jahren, die diesem nicht gut getan hat. Wenn man aber auf der Programm-Ebene arbeiten möchte, dann lassen sich Fragen bearbeiten wie: Wann sind zwei Modulen äquivalent (äquivalent bis auf Ähnlichkeit, bis auf Orientierung)? Wie beeinflussen Zahl und Art der Parameter den Begriffsumfang und -inhalt? Was passiert, wenn überall 'links' und 'rechts' oder 'vorwärts' und 'rückwärts' oder beide Befehlstypen zugleich vertauscht werden? – Wie mit solchen Programmen als mathematischen Objekten umzugehen ist, liegt allerdings keineswegs auf der Hand, und es lässt sich kaum verhindern, daß Schüler doch an der Zeichnung und nicht am Programm argumentieren (s. z.B. den Bericht von Paetzold & Pilz 1988).

#### Computer im Geometrieunterricht als Anwendungsbeispiel für die informationstechnische Grundbildung

Wenn etwa ab dem 9. Schuljahr eine hinreichend breite begriffliche Basis vorhanden ist und sich Fragestellungen eröffnen, die einen mehr als sporadischen C-Gebrauch sinnvoll machen, oder ein zweiter Durchgang aus der Perspektive des Programmierens vorgesehen ist, wird möglicherweise Zeitmangel den Einsatz auf den Status eines Anwendungsbeispiels im Rahmen der informationstechnischen Grundbildung reduzieren. Dies erscheint mir nicht nur nicht schlimm, sondern sehr wohl angemessen, zumal die zur Rechtfertigung einer intensiven

siveren Verwendung des C'm.E. erforderliche Erstellung eines globalen Geometrie- (oder noch allgemeineren) Curriculums mit konkreten fachlichen Zielen, Identifizierung des spezifischen Beitrags des Computers zu deren Erreichung, und zwar in typischen Unterrichts- und nicht in Didaktiker-Situationen, sowie einer Abwägung der Palette der Nachteile dieses Beitrags - noch lange nicht geleistet ist.

### Literatur

Bender, Peter (1987): Kritik der Logo-Philosophie. In: Journal für Mathematikdidaktik 8, 3-103

Bender, Peter (1989): Anschauliches Beweisen im Geometrie-Unterricht - unter besonderer Berücksichtigung von (stetigen) Bewegungen bzw. Verformungen. In: Hermann Kautschitsch & Wolfgang Metzler (Hrsg.): Anschauliches Beweisen. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, Stuttgart: Teubner, 95-145

Bender, Peter & Alfred Schreiber (1985): Operative Genese der Geometrie. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, Stuttgart: Teubner

Klieme, Eckhard (1987): Bildliches Denken: Kongnitionspsychologische Modelle und didaktische Strategien. In: Hermann Kautschitsch & Wolfgang Metzler (Hrsg.): Medien zur Veranschaulichung von Mathematik. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, Stuttgart: Teubner, 43-67

Löthe, Herbert (1987): Benders Kritik und die Wirkung. In: Journal für Mathematikdidaktik 8, 315-319

Paetzold, Claus & Eva Pilz (1988): Mit dem Igel durch das Haus der Vierecke. In: Klaus-Dieter Graf (Hrsg.): Computer in der Schule 2. Stuttgart: Teubner, 35-57

Schumann, Heinz (1988): Der Computer als Werkzeug zum Konstruieren im Geometrieunterricht. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 20, 248-263

Schumann, Heinz (in diesem Band): Neue Möglichkeiten des Geometrielerbens durch interaktives Konstruieren.

Schwartz, Judah L. & Michael Yerushalmy (1985): The Geometric Supposer: Triangles. Pleasantville: Sunburst

Struve, Horst (1987): Probleme der Begriffsbildung in der Schulgeometrie - Zum Verhältnis der traditionellen Euklidischen Geometrie zur "Igelgeometrie". In: Journal für Mathematikdidaktik 8, 257-276