Rechner verstärken die Trivialität von Kalkülen, aber sie trivialisieren nicht gehaltvolle Begriffe — Das Beispiel des effektiven Zinssatzes

Peter Bender, Paderborn

Wie schon der gewöhnliche Taschenrechner wird auch der Computer, sei es über das Programmieren, sei es über Software, gewisse Veränderungen des Mathematikunterrichts mit sich bringen. Allerdings vermag ich keine revolutionären Umwälzungen zu erkennen; vielmehr werden jetzt gewisse Inhalte (tiefgehender, in realistischeren Kontexten oder überhaupt erst) zugänglich (z. B. bewegliche Figuren in der Geometrie und Kurvenscharen in der Analysis, der effektive Zinssatz, Differenzengleichungen), ohne daß sich deswegen der Charakter des Mathematikunterrichts grundsätzlich wandelt.

Angefangen vom Einspluseins im 1. Schuljahr bis hin zum infinitesimalen Denken in der Oberstufe ist eine Haupt-Aktivität im Mathematikunterricht die Bildung von Begriffen, wozu auch Übungen, Vernetzungen mit anderen Begriffen, praktische Anwendungen usw. gehören. Dabei kann der Computer häufig erst an später Stelle seine Talente entfalten, und eine Verfrühung kann kontraproduktiv wirken (Simulation vs. Befragung der Natur selbst; Ableitungs-Kalkül vs. infinitesimales Denken; Suggestion der Wahrheit eines Satzes vs. Begründung).

Daraus möchte ich z. B. die globale Konsequenz gezogen haben, daß er für das Lernen von Mathematik u. ä. nicht vor dem 8./9. Schuljahr eingesetzt wird (etwas anderes mag für Textverarbeitungssysteme usw. gelten), auch wenn sein Anteil am Curriculum dann geringer ist, als es vielleicht seiner Bedeutung in einschlägigen Bereichen der Lebenswelt entspricht.

Bei aller Hochschätzung des Prinzips der Lebenswelt-Orientierung: Zur Erfüllung ihres Erziehungs-, Bildungs- und Ausbildungs-Auftrags muß die Schule anders als die Lebenswelt sein, auch wenn sie sich (positiverweise) an dieser orientiert. Wenn z. B. SII-Schüler mit der Substitutions-Regel Integrale ausrechnen, so ist der Klassenraum doch kein Rechen-Kontor, das Dienstleistungen für eine Sternwarte erbringt, wie das im Mittelalter üblich war, und das dann heutzutage selbstverständlich durch eine Software wie DERIVE™ (o. ä.) zu ersetzen wäre.

Es geht doch darum, den Integral*begriff* auszubilden. Ein Begriff besteht eben nicht nur aus einer mathematischen Definition, sondern hat (bzw. sollte für die Schüler erhalten) eine viel weitere erkenntnistheoretische Aura, und im Dienste einer solchen Begriffsbildung stehen derartige Übungen (im Ansatz auch die berüchtigten Kurvendiskussionen), und nicht etwa im Dienste einer Automatisierung.

In unserem Analysis-Unterricht, bis in die Leistungskurse hinein, und im gesamten Mathematikunterricht überhaupt, haben solche Übungen aber oft noch eine Funktion auf ganz anderer Ebene:
Von Lehrern und Schülern werden sie bewußt als eine Form einfacher intellektueller Betätigung (i. w. Anwendung von Regeln) gesehen, mit der bei vielen Schülern der Mißerfolg bei der Bildung grundlegender Begriffe kaschiert bzw. kompensiert wird.

Auch bezüglich dieser Funktion des Unterrichts ist nicht zu erkennen, wie der Einsatz etwa von DERIVE da Abhilfe schaffen könnte. Die Konsequenz muß vielmehr lauten, daß die Grundvorstellungen und Grundverständnisse der Schüler viel sorgfältiger aufgebaut werden müssen.

DERIVE (o. ä.) sollen sie auch kennenlernen, und zwar einmal um seiner selbst willen, in Fortsetzung der informationstechnischen Grundbildung, zum anderen aber auch im Rahmen fortgeschrittener inner- oder außermathematischer Anwendungen, bei denen es nicht mehr so sehr auf die Ausbildung von Grundbegriffen ankommt.

Zur Illustrierung der Thesen, die ich in der Überschrift formuliert und in der Einleitung angedeutet habe, möchte ich Ihnen nun ein ganz anderes Beispiel, nämlich den

- **Begriff des effektiven Zinssatzes**

vorstellen.

Das ist ein interessantes Thema für das 10. bis 11. Schuljahr. Ich habe es an der Fachhochschule mit Studenten und in der Lehrerfortbildung mit Haupt- und Realschullehrern behandelt. In diesen Schularten (in der Hauptschule sowieso nur im A-Kurs) ist es allerdings nicht so weit durchführbar, wie ich es Ihnen jetzt darstelle.

Ich werde dabei weder Gelegenheiten suchen, wo man den Computer einsetzen kann, noch solche, wo man ihm aus dem Weg gehen kann, sondern jeweils die Mittel (Papier, Bleistift, Taschenrechner, Computer – und zwar das Rechenblatt) verwenden, die mir in der Situation des Klassenraums und der eines betroffenen gebildeten Laien (das ist ja der Ziel-Status der allgemeinbildenden Schule) angemessen erscheinen.

Besonders verblüffend an dem Begriff des effektiven Zinssatzes ist, daß selbst Bankkaufleute ihn nicht nur nicht berechnen können (was bei der komplizierten Formel gemäß der Preisangabenverordnung (PAngV) nicht zu verwundern braucht) und ihn immer aus Tabellen ablesen müssen, sondern noch nicht einmal die einfachen Prinzipien durchschauen, die seiner Definition unterliegen. Nicht nur geisteswissenschaftliche Vertreter unserer Berufs- und Kulturwelt kokettieren mit ihrer mathematischen Ignoranz, sondern auch solche, die von Berufs wegen viel mit Zahlen zu tun haben.

Die Beschäftigung mit dem effektiven Zinssatz steht also auch im Dienste des Abbaus dieser verbreiteten Haltung zur Mathematik. Ohne daß man sehr weit ausholen muß, kann dabei auch eine Menge über unser Wirtschaftsleben und damit über unsere Gesellschaft gelernt werden. *Hiermit* erfüllt der Mathematikunterricht seine Aufgabe der Aufklärung (und Emanzipation), und erst in zweiter Linie mit dem Lernziel, daß die Schüler bei einem vorgelegten Geldgeschäft den effektiven Zinssatz ausrechnen können.

Für viele Schüler hat der Begriff aktuell noch keine Relevanz, auch wenn sie jetzt schon einmal einen Ratenkauf tätigen, etwa ein Fernsehgerät für 1299 DM kaufen, das in 12 Monatsraten zu je 116 DM (mit einem effektiven Zinssatz von 14,07 %) abbezahlt werden kann. Er wird regelmäßig erst dann bedeutungsvoll, wenn Darlehen einen Familienhaushalt richtig belasten (z. B. beim Hausbau) oder mit Geldanlagen Geld verdient werden soll.

Zinsen sind *Miete für geliehenes Geld*, so wie man auch für Wohnraum oder Videokassetten Miete zahlen muß. Ihre Höhe hängt von der Größe der Mietsache und von der Zeitdauer ab. Geld ist insofern ein Sonderfall, als die Mietsache und die Miete von derselben Größenart sind. Oft wird nach einer Periode die Miete nicht gezahlt, sondern der Mietsache zugeschlagen und ab dann mitvermietet (Kapitalisierung der Zinsen), d. h. es sind dann von den Zinsen wieder Zinsen zu zahlen (Zinseszinsen).

Man kann zu dieser Erscheinung unseres Wirtschaftssystems, daß Geld sich ohne weiteres Zutun vermehrt, stehen, wie man will – man sollte, wenn man nun einmal in und mit diesem System mit wenig Aussichten auf Änderung lebt, sie aber durchschauen und sie nicht ignorieren wie das klassische an-ökonomische gymnasiale Bildungsideal.

Es kommt selten vor, daß man zwei Finanzierungs-Möglichkeiten direkt ansehen kann, welche günstiger ist. Aus durchaus ehrenwerten steuer- oder banktechnischen oder geschäftlichen Gründen, aber auch zum Zwecke der Verschleierung der wahren Kreditkosten verkomplizieren die Banken gerne die Bedingungen:

Da gibt es *Abgeld*, *Provision*, *Gebühren*, *unterjährige Zins-Kapitalisierung*, *unterjährige Zahlweise*, *Prämie* u. ä., so daß man mit dem regelmäßig genannten nominalen Zinssatz und diesen Bedingungen zwar ausrechnen kann, wann man was zu zahlen hat, daß dieser aber als Wirtschaftlichkeits-Maß nicht in Frage kommt, weil er alle diese verteuernden Bedingungen eben nicht erfaßt.

Dieser Verschleierung hat der Gesetzgeber mit der PAngV einen Riegel vorgeschoben, mit der er festsetzte, daß, wer einer Privatperson einen Kredit gewährt, dieser den effektiven Jahreszinssatz nennen muß, und zwar seit 1981 bei Konsumentenkrediten und seit 1985 i. w. bei Krediten aller Art. Zugleich hat er vorgeschrieben, welche Kosten dabei einzubeziehen sind (z. B. nicht eine Zwangs-Versicherung, weil diese doch eine eigene Leistung darstellt), und vor allem, nach welcher Methode dieser effektive Zinssatz zu berechnen ist.

Während die daraus abgeleitete Formel aber völlig ungenießbar ist, ist die zugrundeliegende Methode auf sehr vernünftigen Prinzipien aufgebaut; und dies liefert die Rechtfertigung, sich mit ihr zu befassen, und nicht etwa, weil sie in dieser Verordnung steht und inzwischen banküblich ist.

Ich persönlich plädiere auch dafür, den effektiven Zinssatz genau mit diesen Prinzipien auf alle Arten von Geldgeschäften anzuwenden, auch wenn ich der Kreditgeber bin (z. B. wenn ich Geld spare), oder wenn die Versicherung von mir einen 5%-igen Aufschlag verlangt, wenn ich nicht jährlich im voraus, sondern quartalsweise die Prämie zahle: Sie stellt mir praktisch die Jahresprämie als Darlehen zu Verfügung, das ich in vier Raten vorschüssig mit einem effektiven Zinssatz von 14,04 % (auch in Niedrigzins-Zeiten!) abzahle.

Erstes Prinzip

Ermittle, ausgehend von den Bedingungen des Geldgeschäfts, genau, zu welchen Zeitpunkten und mit welchen Beträgen *Zahlungen* zu leisten sind, insbesondere, wann das Darlehen erledigt ist, also die *Laufzeit*.

Dabei bedeutet 'Zahlung' der Übergang eines Geldbetrags aus dem Verfügungsbereich des einen in den des anderen Geschäftspartners. Nur dieser sog. **Zahlungsstrom** (cash flow) ist interessant. Als was die Zahlungen deklariert werden (Zinsen, Tilgung, Gebühren, Provision), mag zwar steuerlich eine Rolle spielen, nicht aber für die Ermittlung des effektiven Zinssatzes. Ebensowenig sind irgendwelche Buchungen relevant, die die Bank auf dem Konto vornimmt, wenn sie sich nicht als Zahlungen aus dem einen in den anderen Verfügungsbereich niederschlagen.

Dies ist das sog. **Vergiß-Prinzip**, an dem man eisern festhalten muß, auch wenn man zwischendurch zweifelt, ob man nicht doch noch irgendetwas zusätzlich berücksichtigen müßte.

Gleich ein etwas komplizierteres

- **Beispiel**

  10 TDM, 90 % Auszahlung, 8 % Zins, Zinskapitalisierung nach jedem Quartal, Zinszahlung immer am Jahresende, nach 10 Jahren Ablösung des Darlehens durch einen Bausparvertrag über 10 TDM, Kontogebühr jährlich im voraus 15 DM.

  Jedes Vierteljahr werden also 2 % auf der Basis von jahresanfänglich 10015 DM belastet; am Jahresende lautet das Kapital 10015*1,024 = 10840,56 DM; die jährliche Zahlung beträgt daher 840,56 DM, der Zahlungsstrom für die 10 Jahre

  (-9000 ; 9 mal 840,56 ; 10840,56)

  und der effektive Zinssatz 10,04 %.

Zweites Prinzip

Für den Zahlungsstrom ist nun zu fragen: Welcher über die ganze Laufzeit *konstante Zinssatz* unterliegt diesem wohl?

Dabei ist der *Idealfall* in folgender Weise anzunehmen: Die Zinsen werden immer erst mit Ablauf eines vollen Jahres kapitalisiert.

Solange man nur Zahlungsströme betrachtet, bei denen Zahlungen ausschließlich an Jahresenden stattfinden, wird der Jahres-Anfangsbestand immer jährlich voll verzinst.

- **Beispiel**

  Ein Darlehen über 8000 DM wird mit 12 % verzinst, und es erfolgen jährliche Rückzahlungen in Höhe von 2160 DM.

Jahr	Anfangs-bestand	Zinsen	Zahlung	Tilgung
1	-8000	-960	2160	1200
2	-6800	-816	2160	1344
3	-5456	-654,72	2160	1505,28
4	-3950,72	-474,09	2160	1685,91
5	-2264,81	-271,78	2160	1888,22
6	-376,59	-45,19	421,78	

Mit solchen Tilgungsplänen (sozusagen Protokolle der Entwicklung des Kontos) erhält man für jeden Zeitpunkt den aktuellen Stand des Geldgeschäfts.

Die **Fragestellung des effektiven Zinssatzes** lautet nun:

> *Wenn der Zahlungsstrom gegeben ist,*
>
> etwa (-8000; 5 mal 2160) (was bedeutet, daß das Geschäft mit diesen Zahlungen nach 5 Jahren erledigt ist, d. h. daß beim Tilgungsplan der Anfangsbestand im Jahre 6 gerade 0 ist),
>
> *welcher Zinssatz war dann unterstellt?*

Offenbar muß er kleiner als 12 % sein, da ja bei ihm die Zahlungen zum Ausgleich reichen, während bei 12 % höhere Raten erforderlich gewesen wären, damit keine Restschuld von 377 DM entsteht. Nun probiert man einmal mit 7 % (dieser Wert erscheint plausibel, weil für 8000 DM insgesamt $5 \cdot 2160 = 10800$ DM zurückgezahlt werden, also 2800 DM Zinsen, also jährlich 560 DM Zinsen, also 7 %): Dann ergibt sich aber ein Guthaben von 1201 DM nach 5 Jahren. Dieser Zinssatz ist also zu niedrig angesetzt; denn bei ihm hätten niedrigere Raten ausgereicht, um die Restschuld nach 5 Jahren auf 0 zu bringen.

Dies ist auch plausibel: Ich habe ja die Zinsen nicht für ein Darlehen von 8000 DM über 5 Jahre lang gezahlt, sondern wegen der zwischenzeitlichen Tilgung hatte ich durchschnittlich nur etwa 4800 DM zur Verfügung, und dafür habe ich 2800 DM Zinsen gezahlt.

Man muß nun zwischen 7 % und 12 % probieren und kommt schließlich zu einem Einschachtel-Verfahren, mit dem man in wenigen Schritten den effektiven Zinssatz zu 10,9162 % ermittelt. *Genau diese Iteration ist die Stelle, wo der Computer unabdingbar wird*:

Sinnvollerweise verwendet man hier das **Rechenblatt**, etwa so:

	A	B
1	y	0
2	-8000	+B1*A$1+A2
3	2160	.
4	2160	.
5	2160	.
6	2160	.
7	2160	.

$y = 1+x$ ist der *Zinsfaktor* (= 1 + *Zinssatz*), der Parameter. In Spalte A steht der Zahlungsstrom, und zwar in Zeile n die Zahlung zum Zeitpunkt n-2; in Spalte B der Endstand des Kontos im Jahr n-2, nämlich *Endstand des Vorjahrs * Zinsfaktor + Zahlung in diesem Jahr.* '.' bedeutet 'Kopieren vom Feld darüber': /c

Die Steuerung der Iteration nimmt man von Hand vor, legt eine Tabelle mit y und B7 an und ermittelt das jeweils neue y mit dem Taschenrechner. Mit ENGEL meine ich, daß sich eine automatische Steuerung der Iteration nicht lohnt, und man hat bei manueller Steuerung noch den Vorteil, daß man nicht die Intervallmitten nehmen muß und somit schneller zum Ziel kommt.

Wenn man stärker an informatischen Inhalten, etwa gerade an der automatischen Steuerung interessiert ist, kann man auch ein kleines Programm schreiben, wie ZIEGENBALG das vorgeschlagen hat.

Einerseits betont ZIEGENBALG den Vorteil des Verzichts auf den algebraischen Formalismus. Andererseits meine ich, daß bei dem intellektuellen Anspruch des effektiven Zinssatzes (er soll nämlich nicht nur berechnet, sondern auch verstanden werden!) etwas Algebra kein Hindernis ist, aber zur Klärung beiträgt und weitere Begriffsfelder eröffnet. Die Entwicklung des Kontos läßt sich auch so beschreiben:

$$((((-8000y+2160)y+2160)y+2160)y+2160)y+2160$$

Dies ist bei gegebenem Zinsfaktor der Endstand nach 5 Jahren, und daß das Geschäft nach 5 Jahren erledigt sein soll, bedeutet, daß dieser Term 0 zu setzen ist, wodurch eine Bestimmungsgleichung für y entsteht. Faßt man den Term als Funktion in y auf, so hat man deren Nullstelle(n) zu bestimmen, und es lassen sich interessante Fragen nach Eindeutigkeit und Existenz anschließen. Im Vergleich zum ausmultiplizierten Term

$$-8000y^5+2160y^4+160y^3+2160y^2+2160y+2160$$

läßt sich der obige bekanntlich ökonomischer auswerten, während dieser sich leichter analysieren läßt.

Auch dieser ist inhaltlich interpretierbar:

Man kann die 6 Zahlungen quasi auf sechs einzelnen Konten separat aufzinsen und fügt sie erst am Schluß zusammen. Einen deutlichen Vorteil hat der Computer noch: Die Beträge müssen nicht gleich sein; dem Rechenblatt ist es egal, wie die Einträge in Spalte A lauten.

Mit Algebra erhält man dagegen (bei Gleichheit)

$$2160 \cdot (y^4 + y^3 + y^2 + y + 1) = 2160 \cdot \frac{y^5 - 1}{y - 1}$$

(endliche geometrische Reihe) und kann die Gleichung zu

$$y^5 \cdot (1{,}27 - y) = 0{,}27$$

(endliche geometrische Reihe) verkürzen und sie damit gerade noch so einer Iteration mit dem Taschenrechner zugänglich machen – ein Vorgehen, das man mit dem Computer nicht nötig hat.

● Drittes Prinzip

Bei sehr vielen Geldgeschäften finden *Zahlungen innerhalb der Laufzeitjahre* statt, z. B. bei Konsumenten-Krediten häufig monatlich. Solche Zahlungen sind zunächst bis zum Jahresende, also kürzer als ein Jahr, *einfach* und ab dann normal weiter zu verzinsen.

12 Zahlungen zu je 100 DM immer am Monatsende haben also beim Zinssatz x am Jahresende folgenden Wert:

Termin der Zahlung	Wert am Jahresende
30.1.	$100 \cdot (1 + \frac{11}{12} \cdot x)$
30.2.	$100 \cdot (1 + \frac{10}{12} \cdot x)$
...	...
30.11.	$100 \cdot (1 + \frac{1}{12} \cdot x)$
30.12.	$100 \cdot (1 + \frac{0}{12} \cdot x) = 100$
Summe	$100 \cdot (12 + \frac{1}{12} \cdot (11{+}10{+}...{+}1{+}0) \cdot x) =$ $100 \cdot (12 + \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2} \cdot x) =$ $100 \cdot (12 + 5{,}5 \cdot x) =$ $1200 + 550 \cdot x$

Man kann hier einfach mit dem Taschenrechner rechnen, aber mit etwas begrifflichem Aufwand (arithmetische Reihe) auch auf ihn verzichten. Der erhaltene Wert wäre nun in den Zahlungsstrom einzutragen. Durch das Auftreten des Zinssatzes x würde dieser aber seine ursprüngliche Bedeutung, nur reine Zahlungen an Jahresenden zu enthalten, verlieren, sachlich unhandlich werden und didaktisch abschrecken.

Der springende Punkt hier ist, daß man innerjährige Zahlungen durch zwei Zahlungen am Jahresanfang und -ende ersetzen kann (**Aufspalt-Verfahren**). Auf diese Art und Weise wird ein Zahlungsstrom z. B. mit monatlichen Zahlungen in einen gleichwertigen umgewandelt mit lauter jährlichen Zahlungen und damit der obigen Analyse zugänglich gemacht.

Diese erhebliche Vereinfachung ist in der Fachliteratur nicht bekannt und konnte daher in der Didaktik bisher nicht genutzt werden.

Eine Zahlung Y, die um die Zeitspanne t $(0 \le t \le 1)$ vor dem Jahresende stattfindet, hat dann einen Wert von $Y \cdot (1 + t \cdot x)$. Das ist genauso viel wie der Wert der beiden Zahlungen $t \cdot Y$ am Jahresanfang und $(1 - t) \cdot Y$ am Jahresende zusammen, nämlich

$$t \cdot Y \cdot (1 + x) + (1 - t) \cdot Y = Y \cdot (1 + t \cdot x).$$

Für meine 12 Zahlungen zu je 100 DM bedeutet das:

Termin	Anteil 1.1.	Anteil 30.12.
30.1.	$\frac{11}{12} \cdot 100$	$\frac{1}{12} \cdot 100$
30.2.	$\frac{10}{12} \cdot 100$	$\frac{2}{12} \cdot 100$
...	...	...
30.12.	0	$\frac{12}{12} \cdot 100$
Summe	$\frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2} \cdot 100 =$ $5{,}5 \cdot 100$	$\frac{1}{12} \cdot \frac{13 \cdot 12}{2} \cdot 100 =$ $6{,}5 \cdot 100$

Mit einer ähnlichen Rechnung wie oben ermittelt man also, daß 12 monatliche nachschüssige Zahlungen von je 100 DM ersetzt werden können durch eine Zahlung von

550 DM am Jahresanfang und 650 DM am Jahresende. Sind die Zahlungen nicht gleichmäßig, muß man umständlicher rechnen. In der Praxis ist das aber so gut wie nie der Fall. Jedenfalls kann man auf diese Art leicht jedes beliebige Geldgeschäft umwandeln in ein gleichwertiges mit lauter jährlichen Zahlungen; und damit ist die Berechnung des effektiven Zinssatzes vereinheitlicht, und man muß nicht mehr zwischen Annuitäten-Darlehen und Ratenkredit unterscheiden. Sowohl das Finden als auch das Verstehen des Aufspalt-Verfahrens basieren auf einfachsten algebraischen Umformungen und nicht auf einem Computer-Kalkül.

- **Beispiel**

  Bei dem Darlehen über 8000 DM seien nun statt Jahresraten von 2160 DM Monatsraten von 2160:12 = 180 DM zu zahlen. Dann ermittelt sich der Zahlungsstrom von Hand mit dem Taschenrechner zu

  (-8000 + 5,5·180; 4mal 6,5·180 + 5,5·180; 6,5·180)
  = (-8000+5,5·180; 4mal 2160; 2160-5,5·180)
  = (-7010; 4mal 2160; 1170).

Er unterscheidet sich vom obigen Zahlungsstrom dadurch, daß ein einziger Betrag, nämlich 5,5·180, von ganz hinten nach ganz vorne verlegt ist, wodurch der effektive Zinssatz natürlich steigt, und zwar auf 13,3105 %, was man wieder mit dem Rechenblatt ermittelt.

Viertes Prinzip

Ist die *Laufzeit nicht ganzjährig*, ist also die letzte Zinsperiode kürzer als ein Jahr, dann wird der Anfangsbestand dieser letzten Periode entsprechend kürzer verzinst und unterjährige Zahlungen entsprechend auf Periodenanfang und -ende verteilt.

Dies macht die Formel in der PAngV erst so richtig kompliziert und macht auch bei dem hier vorgestellten Ansatz Extra-Betrachtungen nötig.

- **Beispiel**

  2500 DM sollen 30 Monate lang mit je 100 DM zurückgezahlt werden.

  Zahlungsstrom:
  $(-2500+550;\ 650+550;\ 650+250;\ 350)_{2,5}$
  $= (-1950;\ 1200;\ 900;\ 350)_{2,5}$

(Der Index weist auf die kürzere letzte Periode hin). Auf dem Rechenblatt muß dann in der letzten Spalte nicht `B3*y+A4` , sondern `B3*y'+A4` mit $y' = (y-1)/2 + 1$ genommen werden. Ergebnis hier: 15,7739 %.

Ich resümiere:

Die Stärke dieses Ansatzes liegt darin, daß der effektive Zinssatz nicht als geschlossener algebraischer Ausdruck, sondern, seinem Wesen entsprechend, algorithmisch behandelt wird.

Der **globale Algorithmus** lautet:

> von den Bedingungen des Geldgeschäfts mit dem *Vergiß-Prinzip* (und bei innerperiodischen Zahlungen zusätzlich mit dem *Aufspalt-Verfahren)* zum *Zahlungsstrom* und von da iterativ zum *effektiven Zinssatz*

Dabei könnte man an vielen Stellen den Computer einsetzen; aber ich erinnere daran, daß der Klassenraum kein Rechen-Kontor ist, das der Bank Tabellen für den effektiven Zinssatz zur Verfügung zu stellen hätte, sondern daß es darum geht, die Begrifflichkeit an verschiedenartigen Beispielen auszubilden und einzuüben.

Sowohl beim algorithmischen Vorgehen als auch beim Auswerten der geschlossenen Formel ist der *Computer* unabdingbar zur Durchführung der Iteration, und insofern *macht er das Thema erst dem Unterricht wirklich zugänglich.*

Aber die Begrifflichkeit wird durch ihn keinen Deut trivialer.

Literatur

BENDER, Peter: Ein Zugang zur Finanzmathematik für den Bürgergebrauch. In: Der Mathematikunterricht, 35(1989) Heft 6, 4-27, (dort auch weitere Literaturhinweise).