Eine Prüfung von Inhalten und inhaltsbezogenen Zielen für einen gymnasialen Mathematikunterricht bei breiter Verfügbarkeit des Computers

Peter Bender, Paderborn

Im Vortrag wurden zwei größere Komplexe angesprochen:

1. Die Aufnahme genuin informatischer Inhalte in den Unterricht;
2. Wirkungen des Computereinsatzes im Mathematik-Unterricht.

1. Ursprünglich waren es vor allem Mathematikdidaktiker und -lehrer, die Fragen des Computereinsatzes in der Schule diskutierten. In diesen Kreisen hat man inzwischen einen gewissen Konsens gefunden, der auf einen mehr oder weniger gemäßigten Computereinsatz etwa im Mathematikunterricht hinausläuft. Daneben bildet sich allmählich eine eigenständige Informatikdidaktik heraus, die man damit charakterisieren könnte, daß ihre Vertreter ein Pflichtfach 'Informatik' für die allgemeinbildende Schule fordern, zumindest im Sekundarbereich II. Unterstützt werden sie von Institutionen wie dem VDI, der GI oder dem Fakultätentag 'Informatik', die dabei auch berufsständische Interessen verfolgen, wie das z.B. Felix Klein vor knapp 100 Jahren für die Mathematik getan hat (Mehrtens 1990). Allzu viele informatik-'didaktische' Verlautbarungen sind denn auch allzu stark am Fach und seinem Paradigma 'Computer' orientiert. Oft fehlt es an einer echten Hinwendung zur Didaktik, zur Pädagogik, zu den Schülern. Stattdessen hat man den Eindruck, daß für viele Autoren 'die' Schüler (potentielle) Informatikstudenten sind und didaktische Probleme sich daher (?) nicht stellen. Immerhin wird die Erfordernis einer Rechtfertigung gesehen und zu realisieren versucht.

Ein wichtiger Legitimationsstrang ist soziologisch orientiert: Für die informations- (und gar kommunikations-) technische Grundbildung (ITG bzw. IKG) werden Inhalte vorgeschlagen wie "Chancen, Grenzen und Mißbrauch des Computers" mit "Auswirkungen des Computers auf X " (für X ist ein Thema aus den Bereichen 'Ökonomie', 'Handel', 'Produktion', 'Recht', 'Verwaltung', 'Verkehr', 'Politik', 'Technik', 'Gesellschaft', 'Wissenschaft', 'Militär' usw. einzusetzen). - Viele dieser publizierten Analysen kranken jedoch daran, daß sie wesentliche gesellschaftliche Einflußgrößen ausblenden und sich allzu sehr auf die technologische Seite konzentrieren. Bei der Transformierung in die allgemeinbildende Schule bleibt dann erst recht die Tatsache auf der Strecke, daß 'die' Schülerinnen und Schüler i.a. viel zu wenig über die gesellschaftlichen Zusammenhänge und über jedes einzelne X wissen, als daß sie die Chancen, Grenzen, Mißbrauchsmöglichkeiten des Computers und seine Auswirkungen auf X angemessen einordnen könnten.

Der Fakultätentag 'Informatik' (1993) wiederum hält die bisherige Konzeption der ITG gerade deswegen für verfehlt, weil sie die fachinformatische Seite zu wenig berücksichtigt. Zur Rechtfertigung eines Pflichtfachs 'Informatik' im allgemeinbildenden Sekundarbereich II führt er in "Empfehlungen" aus, daß vielmehr für "die verantwortliche ... Benutzung ... informationsverarbeitender Systeme" erforderlich ist, daß "die wichtigsten Leitideen zur Strukturierung, Spezifizierung, Algorithmisierung und Realisierung vermittelt werden" müssen, "wie sie bei der Problemlösung mit Methoden der Informatik typisch sind ..., angereichert um konstruktive und verifizierende Vorgehensweisen".

Infolge der Akzentuierung ihres fachorientierten Kerns kann die Informatikdidaktik einer Auseinandersetzung mit der Schulmathematik nicht aus dem Weg gehen, zumal nur diese in Frage kommt, wenn aus den Rippen des Kanons der Schulfächer Stunden für ein neues Pflichtfach geschnitten werden müßten. Dabei befindet sich die Informatikdidaktik auf einer dauernden Gratwanderung zwischen Anlehnung an die Mathematik und ihre Didaktik und Absetzung von diesen. Die Anlehnung ist das Ergebnis der derzeit verbreiteten Personalunion bei den Vertretern der beiden Fächer in der Schule, der historisch späten Ablösung der Informatik von der Mathematik und beider Ähnlichkeit in Forschungsinhalten, -methoden und -anwendungen als Wissenschaften von den abstrakten Strukturen und als Bezugswissenschaften für viele andere. Die Schulmathematik mit ihrer scheinbar unantastbaren Existenzberechtigung, ihren scheinbar selbstverständlichen, oft fachorientierten Arbeitsparadigmen und ihren offensichtlichen Schwächen, was den Erfolg bei den Schülern und sichtbare Relevanz betrifft, erhält hierdurch die Stellung einer großen Schwester, der man nacheifert und von der man sich zugleich emanzipieren muß.

Diese Emanzipation gelang weder um 1970, als man sich in Informatikdidaktik und -unterricht mit den damals schon nicht mehr zentralen Fragen von Hardware und Boolescher Algebra befaßte, noch um 1980, als man vor allem auf die "Vertrautheit mit Algorithmen und ihrer Programmierung" (Gunzenhäuser 1982) setzte. Unbeschadet der Behandlung auch nicht-klassischer Themen wie 'Suchen und Sortieren', 'Turm von Hanoi', 'Räuber-Beute-Systeme' u.ä. war offenbar, daß die einschlägigen Ziele und Inhalte wie Problemanalysen, Modellbildungen und ein wenig Programmieren eigentlich im Mathematikunterricht gut aufgehoben waren.

Es wurde zwar vielfach die Anreicherung des Mathematikunterrichts mit informatisch ausgerichtete Zielen und Ideen angeregt (Beck 1980, Dörfler 1984, Knöß 1989, Löthe 1992 u.v.a.); in der Schulmathematik bewegte sich jedoch wenig. Außerdem entsprach eine solche Anbindung nicht dem Selbstverständnis der Informatik und ihrer Didaktik, so daß die Forderung nach einem eigenständigen Pflichtfach 'Informatik' bestehen blieb.

Mögliche Inhalte eines solchen Schulfaches hat Schwill (1993) mit einem weit aufgefächerten, hierarchisch strukturierten Katalog "fundamentaler Ideen" umrissen. Er hat zwar erklärt, was er unter 'fundamental' verstehen will, aber nicht hinreichend genau, was eine Idee sein soll. Hier möchte ich mich an Schreibers richtungsweisende Arbeit (1983) halten und die dort explizierten Kriterien für universelle Ideen 'Weite' (logische Allgemeinheit), 'Fülle' (vielfältige Verkörperung inner- und außerhalb einer Disziplin) und 'Sinn' (Verankerung in der Lebenswelt) anlegen. Da haben viele Stichworte des Schwillschen Katalogs auf allen Ebenen eher den Charakter von inhaltlichen Verkörperungen fundamentaler Ideen denn von Ideen selbst, und die Ideen wiederum sind überwiegend wohlbekannte universelle Ideen der Mathematik (Algorithmus, Iteration/Rekursion, Reduktion, Modularität, Repräsentation, Optimalität usw.).

[In der Diskussion zum Vortrag wurde die Meinung ausgesprochen, daß man keinen Gegensatz zwischen den Fächern aufbauen solle, indem man Ideen für ein Fach (gemeint war die Mathematik) reklamiert. Diese Kritik stellt die Tatsachen insofern auf den Kopf, als es 'die' Informatikdidaktik ist, die universelle Ideen der Mathematik genuin als die ihren vereinnahmen möchte. Selbst wenn man hier den Grundlagencharakter der Mathematik für die Informatik bestreitet, so kommt man nicht an ihrem historischen Primat vorbei, auch und gerade dann nicht, wenn man die Geschichte der Informatik bei Leibniz oder bei den Babyloniern anfangen läßt.]

Wenngleich die Informatik in ihrer praktischen Bedeutung eine universalistische Tendenz wie die Mathematik hat, so ist ihre epistemologische Rolle als Grundlagenfach eine ganz andere:

Wenn der forschende Mediziner bei seinen Tests das 5%-Signifikanzniveau, der Bankkaufmann bei den Darlehensbedingungen den effektiven Zinssatz von 14,72%, der Astronom die jährliche Verschiebung der Äquinoktien um 50 Bogensekunden verstehen will, muß er neben seinem Fach die zugrundeliegende Mathematik verstehen; denn diese ist Teil jener Begriffe. Dies gilt nicht für die zweifellos auch involvierte Informatik.

Diese erkenntnistheoretisch sekundäre - keineswegs zweitrangige! - Rolle der Informatik in Wissenschaft, Technik und Gesellschaft spiegelt sich in praktischen und prinzipiellen Schwierigkeiten eines genuinen Informatikunterrichts wieder, jedenfalls wenn man mit Claus (1980) "die Unterschiede zwischen Informatik und Mathematik ... im wesentlichen in den Anforderungen der Praktischen Informatik begründet" (S.66) sieht und akzeptiert, daß deren Paradigmen 'Sprache', "algorithmisches Denken und strukturiertes Vorgehen ... erst bei Problemen ab einer gewissen Größenordnung Bedeutung" (S.62) erlangen. Diese Erfordernis von Komplexheit der zu bearbeitenden Probleme relativiert den allgemeinbildenden Charakter und die intellektuelle Zugänglichkeit der informatisch akzentuierten Ideen und Inhalte (abgesehen von kognitiven Schwierigkeiten im Umfeld von Begriffen wie Rekursion; s. Bender 1988). Einerseits gehören solche Probleme (wie z.B. aus den Empfehlungen der Gesellschaft für Informatik 1993, S.VIIIf) eher in die Berufsausbildung. Wenn man aber an eine inhaltsunabhängige kognitive Fähigkeit 'Problemlösen' im Auge hat, dann sollte man bedenken, daß die Problemlösedidaktik innerhalb der Mathematikdidaktik bisher ausgesprochen magere Erfolge zeitigte und eigentlich nichts dafür spricht, daß sie nun unter dem Dach der Informatik bei der Mehrheit der Schüler erfolgreicher wäre.

Wenn dann noch die Praktische, oder gar die Theoretische Informatik mit einem gewissen Anspruch an Theorie und Systematik behandelt werden sollen, dann ist die Mehrzahl auch der SII-Schüler überfordert wegen

- der Abstraktheit der Begriffe;
- dem Zwang zum exakten Formulieren auf verschiedenen Sprach-Ebenen und zum Formalismus, der in der Mathematik weniger ausgeprägt ist;
- der Anwendungs-Ferne;
- der schwierigen und abstrakten Struktur- und Grundlagenmathematik, die für diese Behandlung Voraussetzung ist.

Man studiere einmal den Katalog mathematischer Inhalte, der nach Baumann (1990) für den Informatikunterricht bereitgestellt werden müßte: Das geht von Aussagen- und Prädikatenlogik über Kalküle, formale Sprachen und Automaten bis zu Grundlagenfragen wie Entscheidbarkeit und Berechenbarkeit. Wie aus der Zeit der Neuen Mathematik bekannt sein sollte, ist die allgemeinbildende Schule mit solchen Inhalten bei weitem überfordert, geschweige denn mit den darauf aufbauenden informatischen Ideen.

Es ist m.E. auch ein Trugschluß, daß die Existenz des Computers diese Abstraktheit und Unzugänglichkeit mildern und die Informatik anschaulich und handgreiflich machen würde. Dieses Argument trifft vielleicht auf einen konkreten Algorithmus zu, den man, etwa in Basic, Pascal, Logo oder Prolog, programmiert und dessen Ablauf man verfolgt. Aber dieses Paradigma würde eine starke Reduktion der modernen Informatik darstellen, und die neuere Didaktik möchte folgerichtig seine Bedeutung für den Unterricht erheblich relativieren. Die moderne Informatik verhält sich hierbei zum Computer ähnlich wie die axiomatische euklidische Geometrie zum Anschauungsraum, die zwar als dessen Modell konzipiert ist, sich aber völlig unabhängig von diesem gemacht hat.

Der mehrfache Paradigmenwechsel in kurzer Zeit ist zwar ein eindrucksvoller Beleg für die der Informatik und damit ihrer Didaktik innewohnenden Dynamik, stellt aber zugleich den allgemeinbildenden Charakter der jeweils aktuellen Begriffe in Frage und bringt erhebliche praktische Probleme mit sich, wenn nämlich z.B. permanent mit veralteten Lehrplänen und Schulbüchern gearbeitet werden muß.

Ich schlage daher vor,

a. *kein eigenes Pflichtfach 'Informatik' einzurichten*, sondern

b. *Informatik wie andere Anwendungen der Mathematik zu behandeln* (so auch tendenziell Weigand 1993, Hischer 1994 u.a.), d.h. zu prüfen, welche Inhalte in den Mathematikunterricht aufgenommen werden können und sollen und diese dann dort, so weit nötig und möglich, mit zu lehren.

c. *Jeder Mathematiklehrer* sollte im Rahmen seines Mathematikstudiums für die Sekundarbereiche I und II *eine informatische Grundausbildung erhalten.*

d. *Im Mathematikunterricht sollte der Computer mit folgenden Möglichkeiten eingesetzt werden: Computer-Algebra-System; Graphik-System, und zwar beweglich und dreidimensional; Taschenrechner; Textsystem; eine einfache Programmiersprache zum Schreiben von Zehnzeilern für simple Algorithmen; Tabellenkalkulation als komfortablere, aber beschränkte Programmierumgebung; Simulationsprogramme; usw.*

e. *Für den zeitaufwendigen Umgang mit dem Computer sollte der Mathematikunterricht zusätzliche Stunden erhalten.*

2. Ganz unabhängig von irgendwelchem Computereinsatz müssen wir uns fragen, was unsere Schüler etwa ab der Bruchrechnung in der Arithmetik, Funktionenlehre, Algebra, Geometrie, Stochastik, Analysis, Linearen Algebra wirklich verstehen und an komplexeren Aufgaben selbständig lösen können. Offensichtlich müßten sich die Lehrer mehr Zeit nehmen für den Aufbau angemessener Grundvorstellungen und Grundverständnisse (Bender 1991) von mathematischen Grundbegriffen (Funktion, Grenzwert, Wahrscheinlichkeit, Linearkombination, infinitesimales Denken, stochastisches Denken, algorithmisches Denken usw.). Für solche Begriffsbildungen ist nach meinem Dafürhalten eine starke Lehrerführung erforderlich, und das Vorhandensein eines großen Monitors, der von der ganzen Klasse beobachtet werden kann, ist m.E. noch wichtiger als die Ausstattung eines jeden Schülers mit einem eigenen PC (s.a. Wynands 1992).

Es sind gerade die Visualisierungsmöglichkeiten, mittels deren der Computer das Lernen unterstützen kann; in der Analysis z.B.: das Funktionenmikroskop nach Kirsch (1979) zur Untersuchung von Glattheit; graphische Ableitung mittels Differenzenquotienten; Richtungsfelder mit Kurvenscharen als anschaulicher Zugang zu Differentialgleichungen (Tall & West 1992); usw. - Allerdings wird infolge solcher Realisierungen mit scheinbarer optischer Perfektion und einer überwältigenden Anzahl von Beispielen den Schülern der Sinn von

- Grenzwertbildungen sowie der Unterscheidung zwischen Grenzwert und Annäherung,
- logischen Analysen und wenigstens lokalem Ordnen (im Sinne Freudenthals 1963)

noch weniger einleuchten; und infinitesimales Denken (das Fundament für die komplette Analysis) oder gar deduktives Denken (als eine typische mathematische Arbeitsweise) werden erst recht auf der Strecke bleiben. Ohne diese ist aber eine computerbetonte Numerik, wie sie in letzter Zeit favorisiert wird, in der Gefahr, zum bloßen Rechnen zu degenerieren.

Mit der Verfügbarkeit von elektronischen Rechnern setzt(e) sich die Einsicht in die eigentlich von vielen Kollegen schon immer beschworene Überflüssigkeit zahlreicher mathematischer Fertigkeiten als solchen endlich in breiteren Kreisen durch: Mechanisiertes schriftliches Grundrechnen bis hin zu Wurzelziehen, komplizierte Termumformungen, ausgedehnter Ableitungskalkül, raffinierte geschlossene Integrale u.a. Insbesondere das Vorhandensein von Computer-Algebra-Systemen wie Derive hat eine aufgeregte Diskussion nicht zuletzt vor dem Hintergrund der reduktionistischen Frage "Warum soll man etwas lernen, wenn eine verfügbare Maschine es besser und schneller kann?" ausgelöst (s. Hischer 1992, 1993).

Mit dieser Frage tut sich ein ganz oberflächliches Bild von Schule auf (wie es z.B. von den Meinungsmachern bei den Zeitschriften 'Focus' und 'Spiegel' gepflegt wird). - Ein Klassenzimmer ist kein Rechenkontor, in dem die Insassen für ein Ingenieurbüro, eine Wissenschaftlergruppe oder eine Bank alles mögliche ausrechnen, so wie es das vom Altertum bis in die Neuzeit für Staatsverwaltung, Kaufleute und später Astronomen gab. Die Schule bereitet ihre Schüler doch nicht auf den Beruf des Rechners vor. Eine Kurvendiskussion z.B. wird zwar auch für - meist gekünstelte - Anwendungsaufgaben 'gebraucht', aber eigentlich aus ganz anderen Gründen und mit anderen Zielen behandelt: Es geht um das Anwenden, Üben und Vertiefen des Ableitungsbegriffs, der wiederum wesentlicher Bestandteil infinitesimalen Denkens ist, und z.B. um die universelle mathematische Idee der Charakterisierung: Der Graph eines Polynoms n-ten Grades steht schon auf ganz $\mathbb{R}$ fest, wenn man nur an $n+1$ Stellen gewisse Eigenschaften bzw. Werte kennt. Solche Erkenntnisse werden nur gewonnen, wenn man die Begrifflichkeit eigen'köpfig' durchdringt (vielleicht das lineare Gleichungssystem an dieser Stelle nicht unbedingt), und nicht, indem man sich vom Computer-Algebra-System bloß ein dann nichtssagendes Ergebnis holt. Umgekehrt wird ein Schuh daraus: für die Bedienung eines solchen Systems ist dieses eigenköpfige Lernen und Üben Voraussetzung.

Unstreitig wurden und werden aber die genannten Inhalte im faktischen Unterricht allzu häufig auf Fertigkeiten reduziert. - Wir alle wissen, daß ein wesentlicher Grund darin liegt, daß diese bei der breiten Masse der Oberstufenschüler die Obergrenze ihrer Leistungsfähigkeit im Mathematikunterricht darstellen, jedenfalls mit dessen (u.a. wegen Zeitmangels infolge m.E. falscher Prioritätensetzung) ungenügender Ausbildung von adäquaten Grundvorstellungen und Grundverständnissen etwa zum Grenzwertbegriff (vgl. Schönwald 1993). Das ist nicht erst heute so mit über 30%, sondern galt tendenziell auch schon zu früheren Zeiten mit nur 7% Abiturienten in einem Geburtsjahrgang. - Es besteht häufig ein stilles Einverständnis zwischen Lehrer und Mehrheit der Schüler: Von diesen wird kein wirkliches Verständnis erwartet, und von jenem irgendwann einmal keine Erklärungen mehr, die man wirklich verstehen könnte. Da kommen Kalküle, und zwar letztlich auf SI-Niveau (Andelfinger 1990), gerade recht, um beiden Seiten äußerliche Erfolgserlebnisse zu ermöglichen, insbesondere in gut geübten Klausuren. Diese Beobachtungen beziehen sich wohlgemerkt auf die breite Mehrheit und keineswegs nur auf die schwachen Schüler. Jedoch auch gute Schüler können nicht am laufenden Band neue Probleme lösen und neue Begriffe bilden; sie benötigen ebenso Routineaufgaben und Muße, um einerseits mit dem Umfeld eines Begriffs vertraut zu werden und um andererseits sich immer wieder intellektuell zu regenerieren. Man stelle sich außerdem einmal vor, die Schüler müßten für jede Kleinigkeit im Fertigkeitsbereich ein Computer-Algebra-System bemühen.

Zu solchen Routineaufgaben kann durchaus das Programmieren gehören. Diese Einordnung setze ich dezidiert gegen die verbreitete Auffassung von der automatisch verständniserzeugenden Potenz des Programmierens. Nach meiner Einschätzung kann man nämlich zu vielen Begriffen und Verfahren ohne Verständnis lauffähige Programme erstellen. Ein primitives Beispiel ist das Heron-Verfahren zur iterativen Berechnung der Quadratwurzel einer positiven Zahl z. Die Iteration

$a_{n+1} = (a_n + z/a_n)/2$ (mit $a_0>0$ beliebig) kann ich programmieren, ohne zu wissen, wieso sie eigentlich funktioniert.

Über weite Strecken des Mathematikunterrichts empfiehlt es sich also nicht, Inhalte zu eliminieren, weil ein Computer zur Verfügung steht, der sie besser "kann" (Zeichnen mit Zirkel und Lineal, Termumformungen, Integralrechnung usw.). Dies gilt auch für einschlägige Haus-, Schulübungen oder Klausuren. Aus Schnegelbergers (1992) interessanter Untersuchung folgt jedenfalls nichts anderes. Wer hindert mich, für gewisse Zeiten die Benutzung des Computers auszuschließen? - Für eine gründliche Diskussion dieses ganzen Fragenkomplexes möchte ich auf die überzeugende Analyse einer weiteren Teilgruppe des genannten Arbeitskreises in der GDM verweisen (Körner 1993).

Ein anderer mathematischer Inhalt, bei dem dem Computer gern revolutionäre Potenz zugesprochen wird, ist das Beweisen (s. Horgan 1993). - Tatsächlich hat die Beweis-'Kompetenz' des Computers für die Mathematik noch keinen wirklich neuen Beweis gebracht (so Andrew J. Wiles, der kürzlich den Fermatschen Satz bewiesen hat, in Horgan, S.93), wenn man von der Durchmusterung endlich vieler Fälle wie beim Vierfarbensatz absieht. So etwas kann und soll auch einmal in der Schule vorkommen, z.B. das illustrative, aber fachlich isolierte Beispiel von Hinz (1989): Die Zahlen 1, 2, 145, 40585 sind die einzigen natürlichen Zahlen, die gleich der Summe der Fakultäten ihrer Dezimalziffern sind. Zum Beweis überlegt man sich zunächst, daß jede Zahl, die den Satz erfüllt, kleiner als 2.000.000 ist, und läßt dann den Computer diese 2.000.000 Fälle kontrollieren.

So wenig ein Klassenzimmer ein Rechenkontor ist, so wenig ist es ein mathematisches Institut; und ein Beweis wird dort nicht deshalb geführt, damit dann ein Satz endlich bewiesen ist. Ebenso lautet leider das Motiv in den seltensten Fällen, bei einem Schüler echte Zweifel an der Gültigkeit einer Aussage auszuräumen. Vernünftigerweise glauben Schüler gern den Autoritäten 'Lehrer' und 'Lehrbuch', wie übrigens auch alle Mathematiker. Es geht vielmehr darum, mit anschaulichen und plausiblen, wohlgemerkt: zwingenden, Begründungen und nicht mit logischem Formalismus einen Bereich zu ordnen (lokal im Sinne Freudenthals 1963 u.a.), Beziehungen herzustellen und Zusammenhänge dem gesunden Menschenverstand zugänglich zu machen. Beweise sind also neben Kalkülen oder Computerprogrammen eine weitere, anspruchsvollere Variante der Durcharbeitung eines Begriffsumfeldes.

Die Konstruktion eines lokalen Beweis-'Experten', etwa auf der Basis der Kongruenzsätze der euklidischen Geometrie, wäre ebenfalls ein solches Durcharbeiten, jedoch weit über Schulniveau. Den Ertrag des Umgangs eines Schülers mit dem fertigen Experten sehe ich eher in einem disziplinierteren (keineswegs: selbständigeren) Arbeitsstil (wenn denn der Schüler die Ausdauer hat) und in besseren Kontrollmöglichkeiten durch den Lehrer. Dies erinnert an eine elektrische Eisenbahn, bei der Planung und Aufbau viel interessanter als das anschließende Herumfahren sind.

Den Beitrag des Computers zum Beweisen sehe ich eher in der Unterstützung der Satzfindung, indem er rasch viele Beispiele, Gegenbeispiele, Sonderfälle und Übergänge generiert und visualisiert. Zu warnen ist aber wieder vor der Illusion, daß die Schüler dieses Explorieren mit Hilfe des Computers i.w. selbständig durchführen könnten. Es hat sich gezeigt, u.a. bei den Geometric Supposers oder bei der Logo-Geometrie, daß erhebliche Vorgaben und detaillierte Aufträge durch den Lehrer erforderlich sind. Darüber hinaus birgt diese Tätigkeit die Gefahr, daß das vom Computer gelieferte Material so eindrucksvoll ist, daß keine Zweifel an der Wahrheit der in Frage stehenden Vermutungen aufkommen und jegliches Beweisbedürfnis verkümmert, zumal die erforderlichen Begründungsschritte oft ganz anderer Natur sind: Wenn der Computer für viele Dreiecke eine Winkelsumme von 180 Grad ausweist, dann hat man noch lange keine Beweisidee.

Überhaupt wird m.E. das experimentelle Arbeiten als modernes Paradigma für die Schulmathematik überschätzt. Hier ist wieder eine Stelle, wo der Berufsmathematiker oder -informatiker nicht von seinen Interessen und Fähigkeiten und denen seiner Studenten auf die der meisten Schüler schließen sollte. Selbstredend ist es ein didaktischer und pädagogischer Wert an sich, wenn Schüler eigenhändig Aktivitäten des Computers veranlassen; aber es bedarf intensiver, auch relativierender, Anleitung (so auch Burkhardt & Fraser 1992), damit das Experimentieren nicht zum Herumprobieren degeneriert und das Denken sich nicht auf das Wahrnehmen der erzeugten Muster reduziert.

Diese Einwände gelten auch und gerade für eine Software wie den Cabri Geometer, die mir persönlich gut gefällt. Endlich kann man einmal Figuren nach Herzenslust affin manipulieren, d.h. kontinuierlich bewegen und verzerren, und dabei funktionales Denken im besten Sinn üben. Zugleich sollte sich der Cabri Geometer aber wiederum selbst überflüssig machen, weil die Schüler Raumvorstellungsvermögen entwickeln sollen, d.h. lernen, sich diese Zusammenhänge in der Bewegung ohne die Krücke des Computers vorzustellen. Gewiß, bei mancher kompliziert zu generierenden Ortslinie ist auch für den Kenner der Computer eine wichtige Hilfe für die Analyse. Vielleicht sind es gerade diese Möglichkeiten, die uns am Cabri Geometer so begeistern. Wir müssen uns aber davor hüten, unsere Schüler damit zu traktieren, denn, wie Wynands es einmal treffend ausgedrückt hat: "Erst wenn man schon fast alles weiß, kann man den Computer wirklich nutzen."

Die Existenz von Geometrie-Software, auch bzw. gerade wenn sie keine kontinuierlichen Bewegungen und Verzerrungen zuläßt, könnte Anlaß geben, einen erneuten Versuch zu starten, die Abbildungsgeometrie im Unterricht des Sekundarbereichs I zu etablieren: Es lassen sich nämlich leicht Beziehungen aller Art zwischen Ur- und Bildfiguren ohne begriffstörende stetige Übergänge herstellen. Jedoch wäre damit nur eine der vielen kognitiven Hürden vor der Abbildungsgeometrie abgebaut. Insbesondere die mit dieser einhergehende Algebraisierung und Entgeometrisierung der Geometrie ist nach wie vor ein erhebliches mentales Hindernis für die Schüler, so daß ich einem solchen neuen Versuch, wenn ihn denn jemand ernsthaft erwägt, ebenfalls keine Erfolgschancen einräume.

Der Computer aktualisiert aber eine alte Forderung an den Geometrieunterricht, nämlich diesen dreidimensional und lebensweltbezogen zu gestalten, - damit eine zunehmende Zahl von Laiennutzern (vorwiegend in ihrer Berufstätigkeit) die zunehmenden graphischen Möglichkeiten des Computers tatsächlich nutzen können wird. Er kann zwar inzwischen sogar zur Dreidimensionalität einen gewissen Beitrag leisten (s. Schumann 1993, Doorman & v.d. Kooij 1992). Weite Bereiche der Lebenswelt liegen jedoch letztlich jenseits seines Horizonts.

Anmerkung: Wegen Beschränkung der Vortragszeit und des Druckumfangs war leider weder eine umfassende Behandlung des Themas, noch eine differenzierte Berücksichtigung der Vielfalt der Positionen in Informatik- und Mathematikdidaktik möglich.

Literatur:

Andelfinger, Bernhard (1990): LehrerInnen- und LernerInnenkonzepte im Analysisunterricht. In: Der Mathematikunterricht 36, Heft 3, 29-44

Baumann, Rüdeger (1990): Didaktik der Informatik. Stuttgart: Klett

Beck, Uwe (1980): Ziele des zukünftigen Informatikunterrichts sind Ziele des Mathematikunterrichts. In: Journal für Mathematik-Didaktik 1, 189-197

Bender, Peter (1988): Valeur didactique des techniques récursives en programmation. In: Colette Laborde (Hrsg.): Acte du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique à Marseille-Luminy, 16.-21.11.1986. Grenoble: La Pensée Sauvage, 257-265

Bender, Peter (1991): Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen - ein tragendes didaktisches Konzept für den Mathematikunterricht - erläutert an Beispielen aus den Sekundarstufen. In: Helmut Postel, Arnold Kirsch & Werner Blum (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen. Festschrift für Heinz Griesel. Hannover: Schroedel, 48-60

Bruns, Martin, Frank Förster, Wilfried Herget, Horst Hischer, Henning Körner, Manfred Pruzina, Bernard Winkelmann & Klaus P. Wolff (1994): Stellungnahme zur Forderung des "Fakultätentages Informatik", Informatik als obligatorisches Fach in der Sekundarstufe II einzurichten. Erscheint in: Horst Hischer (Hrsg.): Mathematikunterricht und Computer - neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Hildesheim: Franzbecker

Burkhardt, Hugh & Rosemary Fraser (1992): An Overview. In: Cornu & Ralston 1992, 1-10

Claus, Volker (1980): Was ist Informatik und Abgrenzungen zur Mathematik. In: Willibald Dörfler & Helmut Schauer (Hrsg.): Wechselwirkungen zwischen Informatik und Mathematik. München & Wien: Oldenbourg, 40-77

Cornu, Bernard & Anthony Ralston (Hrsg.) (1992): The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching. Science and Technology Education. Unesco Document Series 44. Paris: Unesco, 7 Place de Fontenoy, 75352 Paris 07 SP

Doorman, L.M. & H.v.d. Kooij (1992): Using the Computer in Space Geometry. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 24, 191-196

Dörfler, Willibald (1984): Fundamentale Ideen der Informatik und Mathematikunterricht. In: ÖMG-Didaktikreihe Heft 10, 19-40

Fakultätentag 'Informatik' (1993): Empfehlungen zum Schulfach Informatik (Sek. II) und zur Ausbildung von Informatik-Lehrkräften. Passau: Universität, Prof. Dr. F. Brandenburg, Fakultät Mathematik und Informatik, 94030 Passau

Freudenthal, Hans (1963): Was ist Axiomatik, und welchen Bildungswert kann sie haben? In: Der Mathematikunterricht 9, Heft 4, 5-29

Gesellschaft für Informatik (1993): GI-Empfehlungen für das Fach Informatik in der Sekundarstufe II allgemeinbildender Schulen. In: Log in 13, Heft 3, Beilage

Gunzenhäuser, Rul (1982): Bildungs- und Richtziele des Informatikunterrichts. In: Log in 2, Heft 4, 61-62

Hinz, Andreas (1989): Mathematische Beweise mit dem Computer. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 42, 4-6

Hischer, Horst (Hrsg.) (1992): Mathematikunterricht im Umbruch? Hildesheim: Franzbecker

Hischer, Horst (Hrsg.) (1993): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Hildesheim: Franzbecker

Hischer, Horst (1994): Mathematikunterricht und Computer: Perspektiven. Erscheint in: Mathematik in der Schule 32

Horgan, John (1993): Der Tod des Beweises & Ein prachtvoller Anachronismus. In: Spektrum der Wissenschaft, Dezember 1993, 88-101

Kirsch, Arnold (1979): Ein Vorschlag zur visuellen Vermittlung einer Grundvorstellung vom Ableitungsbegriff. In: Der Mathematikunterricht 25, Heft 3, 25-41

Knöß, Petra (1989): Fundamentale Ideen der Informatik im Mathematikunterricht. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag

Körner, Henning (1993): Neue Bildungsziele durch den Computer? In: Hischer 1993, 18-23

Löthe, Herbert (1992): Was "trivialisieren", was "komplizieren" informatische Methoden in der Schulmathematik? In: Hischer 1992, 21-24

Mehrtens, Herbert (1990): Moderne Sprache Mathematik. Frankfurt: Suhrkamp

Schnegelberger, Maren (1992): Zum Einfluß symbolverarbeitender Software auf den Analysisunterricht - Analyse von Abiturklausuren und empirische Befunde. In: Hischer 1992, 68-72

Schönwald, Hans G. (1993): Zu: Quo vadis Analysis-Unterricht? In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 46, 501-503

Schreiber, Alfred (1983): Bemerkungen zur Rolle universeller Ideen im mathematischen Denken. In: mathematica didactica 6, 65-76

Schumann, Heinz (1993): Zum aktuellen Stand des computerunterstützten Geometrieunterrichts. In: Mathematik in der Schule 31, 53-58

Schwill, Andreas (1993): Fundamentale Ideen der Informatik. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 25, 20-31

Tall, David & Beverly West (1992): Graphic Insight into Mathematical Concepts. In: Cornu & Ralston 1992, 117-123

Weigand, Hans-Georg (1993): Überlegungen zum Verhältnis von Mathematik- und Informatikunterricht. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 46, 428-432

Wynands, Alexander (1992): Was mir an MathCAD und DERIVE (nicht) gefällt. In: Hischer 1992, 65-67

Ziele und Inhalte eines zukünftigen Mathematikunterrichts an Gymnasien

Wolfgang Ebenhöh, Oldenburg

1. Drei Gesichter der Mathematik

Mathematik hat ganz verschiedene Gesichter: Zum einen gilt sie als schwer und unzugänglich. Sie erscheint als ungeheures Gebäude komplizierter, verschachtelter Theorien, unangreifbar, weil gepanzert mit messerscharfen Definitionen und Theoremen. Auch Experten kennen sich nur in kleinen Teilbereichen aus. Ganz anders ist die ästhetische Seite. Schöne, klare und tiefe Gedankengänge können viele Menschen erreichen und erfreuen. Das dritte Gesicht der Mathematik zeigt ihre unglaubliche Nützlichkeit und Anwendbarkeit. Damit durchdringt sie unsere moderne Welt und ermöglicht sie erst, sie ist nicht wegdenkbar. Ihre Entwicklung in den letzten 200 Jahren ist eine der größten Kulturleistungen, wenn nicht gar die größte Kulturleistung der westlichen Welt.

Trotzdem ist Mathematik eher ungeliebt, sie wird oft mißachtet oder sogar verachtet. Einen wesentlichen Teil der Schuld trägt die Schule, die den jungen Menschen ein Zerrbild der Mathematik liefert, das sie ihr Leben lang herumtragen. Wagenschein nennt es die Tragik des Mathematikunterrichts, er spricht von der "Verzweiflung, die denjenigen fassen muß, der sowohl die Mathematik kennt als auch die Kinder, und die Ernte des mathematischen Schulunterrichts vor sich sieht". Auch die Lehrer sind Opfer, da ihr Unterricht durch Schulbücher und Richtlinien bestimmt ist und ihr Blick durch eine inadäquate Lehrerausbildung verstellt wurde.

2. Zwei Globalfehler im Schulunterricht

Mathematikunterricht war schon immer eine besondere Aufgabe, aber heute ist sie noch schwerer geworden. Es ist sehr leicht, Fehler zu machen:

- Ein schlechtes Konzept betont zu sehr den Turmcharakter der Mathematik. Die Schüler werden eine lange steile Leiter hochgescheucht, und bei jeder verschlafenen Sprosse droht endgültiger Absturz. Einstieg ist immer nur von unten möglich.

Die Richtlinien sollten den Unterricht in ganz andere Richtungen lenken. Die Schüler sollten erfahren, daß es viele Zugänge zur Mathematik gibt. Die unglaubliche Vielfalt von mathematisch orientierten Denksportaufgaben läßt auf ein breit gestreutes, aber oft verschüttetes Interesse am mathematischen Denken schließen. Sie zu nutzen ist leider noch immer pädagogisches Neuland. Es gehört zum Wesen der Mathematik, daß aus leicht verständlichen Begriffen, leicht verständliche aber überraschend schwer zu beantwortende Fragen gestellt werden können, die tief in mathematische Zusammenhänge hineinführen. Der Schüler kann durch eine solche Frage auf den Beginn einer Spur gesetzt werden, er wird dann zum tätigen Forscher.

- Verwerflich wird der Mathematikunterricht, wenn er teilweise aus Rezeptvermittlung besteht. Für solchen Unterricht werden zwei Alibis genannt: die Anwendbarkeit der Rezepte und die mangelnde Abstraktionsfähigkeit vieler Schüler.
- Tatsächlich machte die Automatisierung mathematischen Denkens in den letzten Jahrzehnten die Mathematik zur modernsten Wissenschaft und leitete eine Revolution des Denkens ein. Dabei wurde das Denken nicht überflüssig, sondern der Denkende erhielt neue Hilfsmittel, wie der Reisende in der Neuzeit Eisenbahn und Flugzeug erhalten hat.