
Die Kunde vom Beweis der Fermatschen Vermutung als persönliche Fallstudie zum Thema „Mathematik und Öffentlichkeit“

Klaus D. Bierstedt

THEOREM (A. Wiles, 1993). *If E is a semistable elliptic curve defined over Q , then E is modular.*

KOROLLAR (Fermatscher Satz, 1637). *Für $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, gibt es keine natürlichen Zahlen x, y, z mit $x^n + y^n = z^n$.*

Am 23. Juni 1993 gegen 10.30 h verkündete Andrew Wiles, 40-jähriger britischer Mathematiker und Professor in Princeton (USA), im Newton-Institut in Cambridge (England) der Fachwelt, daß er den Beweis von „Fermat’s Last Theorem (FLT)“ vollendet habe. Einige Anwesende hatten dies kommen sehen und Fotoapparate mitgebracht. Die Begeisterung war groß; ein Bild von diesem Ereignis ging später um die Welt. Luiz Figueiredo setzte sich an den Computer und schrieb Freunden eine e-Mail, die auf ein News-Netz kopiert wurde. Am gleichen Tag machte uns im Fachbereich 17 (Mathematik/Informatik) der Universität-Gesamthochschule Paderborn jemand auf eine der Nachrichten aufmerksam. Es hieß dort:

We received a message along the following lines, from a well known number theorist: Andrew Wiles [of Princeton University] just announced, at the end of his 3rd lecture here [at the Newton Institute in Cambridge], that he has proved Fermat’s Last Theorem. He did this by proving [a large part of the Taniyama-Weil conjecture for elliptic curves] that every semistable elliptic curve over Q (i.e. square-free conductor) is modular. The curves that Frey writes down, arising from counterexamples to Fermat, are semistable and by work of Ribet they cannot be modular, so this does it. [It has been known for several years, by work of Frey and Ribet, that this implies Fermat’s Last Theorem.] It’s an amazing piece of work.

Ein kurzes Suchen im Netz brachte dann eine Skizze zutage, die Ken (Kenneth) Ribet aus Berkeley selbst geliefert hatte. Sein Schreiben begann wie folgt:

I imagine that many of you have heard rumours about Wiles’s announcement a few minutes ago that he can prove Taniyama’s conjecture for semistable elliptic curves over Q . This case of the Taniyama conjecture implies Fermat’s Last Theorem in view of the result that I proved a few years ago. (I proved that the ‘Frey elliptic

curve' constructed from a possible solution to Fermat's equation cannot be modular, i.e., satisfy Taniyama's Conjecture. On the other hand, it is easy to see that it is semistable.) ...

The method of Wiles borrows results and techniques from lots and lots of people. To mention a few: Mazur, Hida, Flach, Kolyvagin, yours truly, Wiles himself (older papers by Wiles), Rubin ...

Auch Karl Rubin (Ohio State University), der 1992 den Cole-Preis in Algebra der American Mathematical Society (AMS) erhalten hatte, war bei den Vorträgen von Wiles in Cambridge anwesend. Auf dem Umweg über Ohio erreichte uns in Paderborn am nächsten Tag ein längerer Überblick über den Beweis (mit der zu Anfang angegebenen Formulierung des Theorems), den Rubin für die „Math Newsgroup“ dort verfaßt hatte. Es sprach nach unserer Meinung nun wirklich alles dafür, daß die Fermatsche Vermutung endlich bewiesen war. Professor G. Frey (Essen) hatte nämlich im Paderborner Kolloquium für Mathematik und Informatik am 15.12. 1992 einen sehr schönen Vortrag über „Die Höhenvermutung für elliptische Kurven und ihre Konsequenzen“ gehalten und dabei erklärt, daß die Fermatsche Vermutung die leichteste (aber vielleicht nicht die „vernünftigste“) einer Reihe von anderen Vermutungen sei, daß die sog. A-B-C-Vermutung eine „effektive“ Version des Satzes von Faltings zur Lösung der Mordell-Vermutung liefern würde und daß schließlich diese A-B-C-Vermutung von der Höhenvermutung für elliptische Kurven impliziert werde.

Wenn man von der Lösung eines über 350 Jahre alten, bedeutenden mathematischen Problems erfährt, ist dies ein wichtiger Augenblick im Leben eines Mathematikers. So wie Untersuchungen gezeigt haben, daß viele sich heute noch genau daran erinnern, was sie taten, als sie erstmals von der Ermordung John F. Kennedys hörten, so mag in Zukunft festgestellt werden, daß Mathematiker und Mathematikerinnen genaue Erinnerungen an den 23. oder 24.6. 1993 behalten haben, obwohl natürlich der Stellenwert beider Ereignisse für die breite Öffentlichkeit völlig verschieden war.

Da ich gerade mit den Vorbereitungen für die erste gemeinsame Tagung von AMS und DMV (Deutsche Mathematiker-Vereinigung) in Heidelberg (1.-3.10. 1993) befaßt war, lag es nahe zu überlegen, ob man nicht Wiles für einen Vortrag dort gewinnen könne. Daher wandte ich mich an den zuständigen Sekretär der AMS, Robert Fossum (University of Illinois), und fragte, ob er ebenfalls dieser Meinung sei. Fossum antwortete bald, daß er gerade vor wenigen Tagen die Meinung gehört habe, schon längere Zeit sei in der Mathematik kein großer Satz mehr bewiesen worden – und nun dies! Die „New York Times“ habe am Tag nach der Ankündigung von Wiles die Nachricht vom Beweis von FLT auf der Titelseite gebracht. Eine ähnliche Mail hatte ich auch Herrn Cuntz in Heidelberg gesandt, einem weiteren Mitglied des Programmkomitees für die DMV-AMS-Tagung. Er meinte, in Heidelberg habe man ebenfalls schon die Idee gehabt, Wiles zur Tagung einzuladen. Dale Husemoeller sei gerade zu Gast, kenne Wiles sehr gut und werde versuchen, ihn zu erreichen.

Jetzt schickte ich die e-Mail vom Beweis der Fermatschen Vermutung an mehrere Partner auf der ganzen Welt. Die Reaktionen waren interessant. José Bonet aus Valencia (Spanien), der gerade Ann Arbor (Michigan) besuchte, schrieb zurück, daß er glücklicherweise die betreffende Nummer der „New York Times“ gekauft habe. Denny Gulick (University of Maryland, College Park) erzählte, daß ihn sein Nachbar, ein Rechtsanwalt im Ruhestand, noch vor 7 Uhr morgens auf einen entsprechenden Artikel auf Seite 15 der „Washington Post“ hingewiesen habe. Pedro Paúl aus Sevilla berichtete, auch die große spanische Zeitung „El País“ habe eine Notiz auf der ersten Seite gebracht. Seán Dineen aus Dublin (Irland) meinte lapidar: „We got the news on TV

last night. I always knew it was true.“ Im News-Netz meldete sich ein Witzbold von der Princeton University: „The proof cannot be correct, because, according to ‘Star Trek: The Next Generation’, Fermat’s Last Theorem was still unproven in their time, so, in particular, it cannot be proven this century. Q.E.D.“

Da man die Fermatsche Vermutung nun wirklich jedem verständlich machen kann (dachte ich), gab es selten eine so gute Gelegenheit, der Öffentlichkeit klarzumachen, daß Mathematik keine „tote“ Wissenschaft ist (wie man vielerorts zu glauben scheint), sondern fähig, jahrhundertealte Probleme zu lösen, und gleichzeitig aktuell genug, sich den Erfordernissen der heutigen Welt zu stellen. In Deutschland hatte man zu diesem frühen Zeitpunkt aber weder in Zeitungen etwas über Fermat und Wiles gelesen, noch hatten Radio und Fernsehen darüber berichtet. Ich fragte mich, ob die DMV da helfen könne, und schrieb in diesem Sinne an M. Grötschel, den Vorsitzenden der DMV, mit einem Kommentar, daß sich hierzulande die Tatsache, daß die Grundidee zum Beweis auf den Essener Frey zurückgeht, bestimmt gut der Presse gegenüber „verkaufen“ lasse. Die Reaktion war ein wenig reserviert: „Ich habe vom ‘Beweis’ des Fermatschen Satzes ebenfalls gehört. Es ist etwas schwierig, auf eine derartige Ankündigung zu reagieren, da Fermats Letzter Satz einfach schon zu oft ‘bewiesen’ wurde.“ Nun war ich mir aber einerseits sicher, daß der Beweis von Wiles zumindest keine groben Schnitzer enthielt, und vertrat andererseits die Meinung, daß eine einigermaßen vernünftige Pressemeldung über Mathematik dem Fach sicher nicht schaden könne. (Wenn man ein paar Wochen später melden müßte, daß vielleicht doch eine Beweislücke entdeckt worden sei, so wären dies dann insgesamt zwei interessante Meldungen über Mathematik – und je mehr Neuigkeiten aus diesem Bereich erscheinen, um so besser.) Grötschel gab meine Anregung an Herrn Vollrath (Würzburg) von der Pressestelle der DMV weiter. Kurz darauf kopierte er mir eine Bemerkung des früheren Vorsitzenden der DMV, W. Scharlau aus Münster, der sich wie folgt geäußert hatte: „Was bisher über den Fermatschen Satz bekannt wurde, sieht sehr vertrauenerweckend aus. Es gibt aber einige technische Punkte in dem Beweis, die zweifellos sorgfältig und in Ruhe überprüft werden sollten. Ich denke, daß in zwei, drei Wochen die Sache geklärt ist.“ Herr Vollrath meldete sich später telefonisch und sagte u.a., daß die Meldung von FLT und Wiles über den Ticker von dpa gegangen sei.

Der „Berliner Tagesspiegel“ berichtete schon am Sonntag korrekt über die Lösung der Fermatschen Vermutung, die „Süddeutsche“ ließ sich bis zum 1. Juli Zeit, brachte dann aber eine ausgezeichnete Darstellung der Lage (Verfasser: Wolfgang Blum). Bereits am Montag nach dem Ereignis enthielt der „Spiegel“ einen zweiseitigen Artikel zum Thema, der offenbar z.T. auf einem Interview mit Frey beruhte und in dessen Überschrift, „Le Monde“ aus Paris folgend, der Beweis von FLT mit dem Griff nach dem Heiligen Gral verglichen wurde. Außerdem hatte sich der Spiegel-Redakteur große Mühe gegeben nachzurechnen, daß $3^2 + 4^2 = 5^2$, aber $3^3 + 4^3 \neq 5^3$. (Das hielt ich für sehr naiv...) Am gleichen Tag wie die „Süddeutsche“ schrieb der von Mathematikern sonst geschätzte Thomas v. Randow in der „Zeit“ unter dem Untertitel „Eigentlich ein Witz“: „Nun hat die liebe Seele Ruh’... Mehr als 300 Jahre lang haben ganze Heerscharen von Mathematikern und Zahlenpuzzlern vergeblich nach einem Beweis für dieses Kuriosum gefahndet... Es ist wissenschaftlich betrachtet auch keineswegs von großer Bedeutung, eher ein Witz, wie der Berliner Zahlentheoretiker Eduard Kummer vor hundert Jahren befand... Die moderne Mathematik verdankt ihre Existenz zum großen Teil dem Bestreben, Fermats Geheimnis zu lüften.“ Auch wenn hier Teile des Artikels weggelassen sind, welche die Sache in einem besseren Licht erscheinen lassen, so fragt man sich danach doch: Ist denn ein großer Teil der modernen Mathematik „eigentlich ein Witz“? Da kommt sich ein Mathematiker zweifelsohne

„veräppelt“ vor – und zieht es vor, als Gralsritter zu erscheinen! Natürlich war Fermats Behauptung für viele von uns kurios, und es gab lange gar keine Ansatzpunkte zu einer Lösung. Doch durch die „verblüffende, äußerst einfache Verbindung“ mit der Theorie der elliptischen Kurven, die Frey 1986 entdeckt hatte und die dann von Ribet 1987 „tragfähig gemacht wurde“ (Spiegel), hatte sich die Lage ja grundlegend geändert.

Das erinnert fatal an den Beweis der Bieberbachschen Vermutung Mitte der 80' er Jahre. Wenn manche Mathematiker doch nur den Mund gehalten hätten, statt laut zu erklären, es wäre besser gewesen, diese Vermutung sei ungelöst geblieben – und wenn schon, dann hätte sie jemand anders lösen sollen (gemeint war vom Sprecher wohl: z.B. ich) als Louis de Branges, der ja „dem äußersten Rand der wissenschaftlichen Gemeinschaft zuzurechnen“ sei. Auch bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und anderen forschungsfördernden Institutionen in Deutschland ist man solch harte Worte über ganz vernünftige Mathematiker und ihr Werk schon gewohnt. Nirgendwo sonst wird so scharf und arrogant wie in der Mathematik geurteilt, heißt es. Man schreibe nicht einfach (wie in anderen Fächern), ein Forschungsprojekt sei ja vielleicht noch gut, aber es gäbe bessere, sondern lasse sofort verlauten, das gesamte Gebiet, aus dem dieses Projekt stamme, sei längst überholt, und man solle lieber gar nichts tun, als mit so etwas Zeit und vor allem Geld zu vergeuden. Kein Wunder bei solchen Äußerungen, daß bei Anträgen, die Mathematiker in Konkurrenz mit Wissenschaftlern anderer Fächer stellen, typischerweise wenig Geld für mathematische Projekte zur Verfügung gestellt wird, jedenfalls viel weniger, als es der Bedeutung der Mathematik entsprechen würde.

Aber zurück zur Kunde vom Beweis der Fermatschen Vermutung. Ich brachte sie auch in meinen beiden Vorlesungen (Funktionentheorie II, Analysis II). Bei der Funktionentheorie (mit guten Studierenden) war das Interesse groß, bei der Analysis (mit leider wesentlich niedrigerem Niveau der Hörer und Hörerinnen) interessierte es nur wenige. (Allerdings war es in der letzten Stunde vor einer Klausur vielleicht auch nicht der „richtige“ Zeitpunkt.) Der nächste Schritt an die „Öffentlichkeit“ brachte mich in Schwierigkeiten. Ein paar Sekretärinnen im Paderborner Fachbereich schauten irritiert drein, als ich mit der „brisanten Nachricht aus der Welt der abstrakten Mathematik“ ankam. Natürlich erzählte ich zunächst die Geschichte vom Juristen (Anwalt in Toulouse) und mathematischen Autodidakten Pierre de Fermat (1601–1665), der den nach ihm benannten Großen Fermatschen Satz um 1637 an den Rand eines Buches (Bachets „Diophantus“) schrieb mit der Bemerkung: „Ich habe für diese Behauptung einen wahrhaft wunderbaren Beweis entdeckt, doch ist dieser Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen.“ Ich sprach darüber, daß Fermat unbestreitbare Verdienste bei der Entwicklung der analytischen Geometrie und der Differential- und Integralrechnung gehabt habe, daß aber Mathematikhistoriker nachgewiesen zu haben glaubten, daß Fermat keinen gültigen Beweis seiner spektakulären zahlentheoretischen Vermutung gefunden hatte. Danach habe es viele Versuche gegeben, und manche Autoren seien nicht davon zu überzeugen gewesen, daß auch ihre Bemühungen einer genauen Überprüfung nicht standhielten. (Das war vor allem der Fall, nachdem der Göttinger Professor P. Wolfkehl 1905 einen Preis in Höhe von 100.000 Mark aussetzte. Danach wurde in Göttingen stets ein Assistent damit beauftragt, die unweigerlich auftretenden Fehler in den „Lösungen“ des Fermatschen Satzes zu finden.) Der „berühmte“ Gerd Faltings, von dem ich den Sekretärinnen schon vorher einmal erzählt hatte, als er als erster Deutscher die Fields-Medaille, den „mathematischen Nobel-Preis“, erhielt, hätte damals – „quasi als Abfallprodukt“ (Süddeutsche) zu seinem Beweis der Vermutung von Mordell – immerhin gezeigt, daß es für festes $n \geq 3$ höchstens endlich viele Lösungen der Gleichung $x^n + y^n = z^n$ geben könne, aber da keine „effektive“ Schranke ange-

geben werden konnte, sei es unmöglich gewesen, sich einfach an den Computer zu setzen und alle übrigen Fälle nachzurechnen. Nun sei endlich erwiesen, daß gar keine Lösung existiere! Ich verglich diese Errungenschaft der heutigen Mathematik mit „handfesteren“ Ereignissen und hielt sie für bedeutender als die erste Mondlandung. Am Ende führte ich sogar die naive Rechnung des Spiegel-Autors vor. Aber trotz aller Bemühungen, die epochale Entdeckung verständlich zu machen, kam nur meine Begeisterung über die Sache 'rüber. Unser Prodekan, ein Mann aus der praktischen Informatik, meinte ebenfalls, ihn könne das nicht vom Sockel hauen. Ein anderer Informatiker sagte gar: „Wenn die Mathematiker nichts Wichtigeres zu tun haben...“ Mein Weltbild kam erst wieder (halbwegs) in Ordnung, als glücklicherweise ein (im wahrsten Sinne des Wortes „ausgezeichneter“) theoretischer Informatiker im Fachbereich (fast) ebenso begeistert war wie ich.

Bis zum nächsten Internationalen Mathematiker-Kongreß in Zürich (Sommer 1994) bleibt genügend Zeit, alle Einzelheiten des Beweises zu prüfen. Wenn alles stimmt, darf man gespannt sein, ob Wiles dann unter den Preisträgern bei der Verleihung der Fields-Medaillen auftaucht. Sein Alter von (über) 40 Jahren würde dies ja, streng genommen, verbieten. Es wäre aber dem Bild, das die Mathematik in der Öffentlichkeit bietet, sehr zuträglich, wenn man in diesem Fall einmal bereit wäre, über den eigenen Schatten zu springen.

P.S. Am 27. April 1993 sprach Professor C. Deninger (Münster) im Kolloquium für Mathematik und Informatik in Paderborn über „Hinweise auf einen cohomologischen Zugang zur analytischen Zahlentheorie“. In seinem wunderschönen Vortrag machte er die Riemannsche Vermutung plausibel und skizzierte eine neue Idee, wie man sie vielleicht beweisen könne. Nehmen wir einmal an, auch diese alte Vermutung sei endlich gelöst. Ob es dann der mathematischen Gemeinschaft gelingt, der Öffentlichkeit klarzumachen, was es für die Welt bedeutet? Aber sicher wird zu diesem Zeitpunkt wieder jemand der Presse erzählen, all das sei nicht so bedeutend oder, schlimmer noch: Die Mathematiker seien nun vollends arbeitslos geworden, da nichts Wichtiges zu lösen übrigbliebe...