Hartmut Spiegel

Das „Würfelzahlenquadrat" – Ein Problemfeld für arithmetische und kombinatorische Aktivitäten im Grundschulmathematikunterricht

1. Einleitung

1.1. Übersicht

In dem Aufsatz wird nach einigen einleitenden Bemerkungen zum Verhältnis zwischen Arithmetikunterricht und Reform des Mathematikunterrichts ein einfaches arithmetisches Spiel für den Grundschulmathematikunterricht vorgestellt. Es wird erläutert, welche mathematischen Erfahrungen bzw. Gesetze Kinder im Zusammenhang mit dieser Spielsituation gewinnen bzw. anwenden können und gezeigt, welche Problemstellungen sich an das Spiel anschließen können. Die meisten davon wurden vom Autor mehrfach im Unterricht erprobt.

1.2. Der Arithmetikunterricht und die Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule

Man übertreibt sicherlich nicht, wenn man feststellt, daß der Arithmetikunterricht bisher ein Stiefkind der Reform gewesen ist, zumindest so wie sie praktiziert wurde. Das ist nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, daß in der Lehrerfortbildung in der Regel das Schwergewicht bei den neuen Inhalten lag, oder wenn man den arithmetischen Teil des in Rheinland-Pfalz (und wohl auch anderswo) z. Zt. meistbenutzten Lehrganges betrachtet. Von daher kann wohl auch das bei Lehrern weitverbreitete Mißverständnis erklärt werden, die Reform bedeute nur die Aufnahme neuer Inhalte in den Lehrplan (was bedeuten würde, daß sie durch die KMK-Beschlüsse vom Dezember 1976 weitgehend wieder abgeschafft ist).

Aber häufig sind Lehrer auch dann, wenn sie wissen, daß nicht so sehr die neuen Inhalte, sondern neue Ziele und neue Methoden den Kern der Konzeption des neuen Mathematikunterrichts ausmachen, der Meinung, daß diese Ziele und Methoden im Bereich des Arithmetikunterrichts nicht (oder nicht so gut) zum Tragen kommen können.

Vor dieser Gefahr hat Fricke schon 1968 gewarnt. Er schreibt in [1]:

> „Bei der Realisierung dieser notwendigen und begrüßenswerten Erneuerung des Rechenunterrichts der Grundschule zeichnen sich jedoch auch Gefahren ab, die rechtzeitig erkannt werden sollten. Eine davon betrifft die traditionellen Rechenstoffe und ihre drohende Vernachlässigung und vor allem ihre Isolierung vom Prozeß der Mathematisierung. Es besteht die Tendenz, das eigentliche Rechnenlernen als leider notwendiges Übel zu betrachten, für das „die traditionellen Methoden" gerade gut genug sind, als eine Vermittlung technischer Fertigkeiten, die von der Modernisierung unberührt bleibt."

Diese Ausführungen haben unveränderte Gültigkeit. Und es wird wahrscheinlich noch einige Zeit vergehen, bis das nachstehende Zitat von Kirsch (siehe [2]) eine zutreffende Beschreibung für den Tag für Tag tatsächlich gehaltenen Mathematikunterricht ist:

„An seine Stelle (also an die Stelle des herkömmlichen Rechenunterrichts. Zusatz vom Verfasser) ist ein Unterricht getreten, in dem die Kinder nicht nur „rechnen“ lernen, sondern *in Verbindung damit* (Hervorhebung vom Verfasser) vielfältige intellektuelle Grundtätigkeiten ausüben, wie klassifizieren, ordnen, vergleichen, zuordnen. Ziele eines solchen Unterrichts sind neben Rechenfertigkeit und Rechenfähigkeit der Schüler die Entwicklung von Kombinationsvermögen und Fähigkeit zum Argumentieren ...“

Wie schon Fricke spricht auch Kirsch (ebenfalls in [2]) – nach einem Hinweis auf die keineswegs befriedigenden Ergebnisse herkömmlichen Rechenunterrichts – von der mit der Reform intendierten „Mathematisierung“:

„Man erhofft nun heute bessere Ergebnisse von einer Mathematisierung des Unterrichts, also davon, daß man nicht nur auf das Rechnen im engeren Sinne zielt, sondern auf die Ausbildung von Fähigkeiten, wie sie schon in der Grundschule angestrebt werden: Fähigkeiten zum Argumentieren und Schlußfolgern, zum Formulieren und Prüfen von Vermutungen ...“

Während gewisse Arten falsch verstandener Mathematisierung – z. B. das Bemühen, den Kindern frühzeitig eine Fachsprache anzudrillen, oder die einseitige Betonung des Zugangs zu den natürlichen Zahlen über das Kardinalzahlmodell – langsam wieder von der Bildfläche verschwinden, ist es nach wie vor nötig, Unterrichtsbeispiele zu entwickeln, die es den Lehrern ermöglichen, auch im Arithmetikunterricht mathematische Denk- und Arbeitsweisen von Anfang an aufzubauen und das Kind schon frühzeitig die Mathematik erleben zu lassen: als eine Tätigkeit, als eine bestimmte Art der Auseinandersetzung mit der Umwelt bzw. abstrakten Sachverhalten und last not least als einen Bereich, in dem man selbstständig Entdeckungen machen kann.

Eine Fülle von Anregungen zur Verwirklichung dieses Zieles stammt von Winter (vgl. [4; 6]), dessen Katalog allgemeiner Lernziele (vgl. [5] oder [7]) das aufzählt, was oben mit „mathematische Denk- und Arbeitsweisen“ umschrieben ist. Reichhaltiges Material findet man auch in dem neuen Buch von Müller und Wittmann ([3]). Der nachstehend vorgestellte Problemkreis ist als weiterer Baustein für das zu errichtende Gebäude gedacht.

2. Beschreibung des Spiels

2.1. Das Würfelzahlenquadrat und sein „Wert“

Ein Würfelzahlenquadrat (im folgenden mit WZQ bezeichnet) ist – in mathematischer Terminologie ausgedrückt – eine 2×2 Matrix (d. h. ein quadratisches Schema mit 2 Zeilen und 2 Spalten) über der Menge der Würfelzahlen, d. h. der Zahlen 1 bis 6 (Beispiel siehe Fig. 1). Einem WZQ kann man in folgender Weise eine Zahl, seinen „Wert“ w zuordnen:

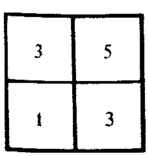

Fig. 1

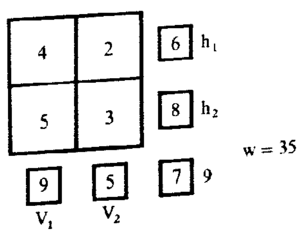

Fig. 2

Er ist die Summe der Zeilensummen, Spaltensummen und der Hauptdiagonalsumme.

(Der Wert von $\begin{matrix}ab\\cd\end{matrix}$ ist also $w = h_1 + h_2 + v_1 + v_2 + q$ mit $h_1 = a + b$, $h_2 = c + d$, $v_1 = a + c$, $v_2 = b + d$, $q = a + d$. Siehe Fig. 2.)

Um sich mit der Situation vertraut zu machen, sollte der Leser folgende Aufgabe lösen: Man erfinde ein WZQ mit dem Wert 37.

Von den möglichen Lösungsstrategien soll eine angegeben werden: Da 37 etwa in der Mitte zwischen dem kleinstmöglichen (10) und dem größtmöglichen (60) Wert liegt, kann man ja versuchsweise 4 in jedes Feld schreiben. Dann läßt sich auch der Wert leicht ausrechnen: $5 \cdot 8 = 40$. Da er zu hoch ist, kann man versuchsweise die Zahl rechts oben um 1 verkleinern. Der Wert erniedrigt sich um 2. Verkleinert man die Zahl links oben um 1, wird der Wert um 3 kleiner und man hat den gewünschten Wert 37.

Wie aber, wenn wir 39 als Wert vorgegeben hätten? Eine Lösung $\left(\text{ausgehend von } \begin{matrix}44\\44\end{matrix}\right)$ erhält man durch Hintereinanderschaltung zweier solcher Operationen: Vergrößerung um 1 rechts oben, Verkleinerung um 1 links oben.

Lösung: $\begin{matrix}35\\44\end{matrix}$.

(Zusatzfrage: Gibt es zu jedem Wert zwischen 10 und 60 ein WZQ?)

2.2. Exkurs: Operatives Prinzip

Diese Art des Vorgehens illustriert einen wichtigen Aspekt des für den Grundschulmathematikunterricht so wichtigen „operativen Prinzips" und dessen hohen heuristischen Wert. Das operative Prinzip will – vereinfacht gesagt – einen flexiblen Umgang mit Operationen zur Lösung mathematischer Probleme fördern. Dazu ist es wichtig, daß man weiß, welche Eigenschaften bzw. Relationen durch die Operation verändert werden und welche nicht. Im aufgeführten Beispiel wurde untersucht, welche *Veränderung* eine Operation hervorruft und dieses Wissen ausgenutzt.

Beispiele dafür, daß Operationen *nichts verändern*, sind die für das operative Rechnen so wichtigen Invarianzeigenschaften von Summe und Differenz: $a + b = (a + n) + (b - n)$; $a - b = (a \pm n) - (b \pm n)$, die man für solche Schlüsse benutzen kann: Weil $4 + 4 = 8$ ist, ist $5 + 3 = 8$. Weil $10 - 5 = 5$ ist, ist $9 - 4 = 5$. Eine systematische Untersuchung und Ausnutzung solcher Zusammenhänge wird in der von Wittmann vorgeschlagenen erweiterten Fassung des operativen Prinzips gefordert (vgl. [7]):

„Es ist darauf hinzuarbeiten, daß die aus Handlungen (durch Verinnerlichung) erwachsenden Operationen sich in Gruppierungen organisieren, und daß das Verhalten von Eigenschaften, Relationen und Funktionen bei Operationen beobachtet wird gemäß der Frage: „Was geschieht mit ..., wenn ...?"

Weitere Beispiele für diese Art des Vorgehens und seine Zweckmäßigkeit finden sich an anderer Stelle dieses Aufsatzes. Das für die Mathematik typische dabei ist – um es etwas salopp auszudrücken –, daß man sich viel Rechnerei ersparen kann, wenn man vorher etwas nachdenkt.

2.3. Die Spielregel

Zwei Kinder spielen zusammen. Jedes hat einen Spielplan mit einer Vierfeldertafel. Sie würfeln abwechselnd insgesamt 4 × (d. h. jedes Kind 2 ×) mit einem Würfel und tragen jeweils beide die gewürfelte Zahl in ein noch freies Feld ihrer Tafel ein. Das Kind, dessen WZQ den größten Wert hat, bekommt einen Punkt. (Fig. 3)

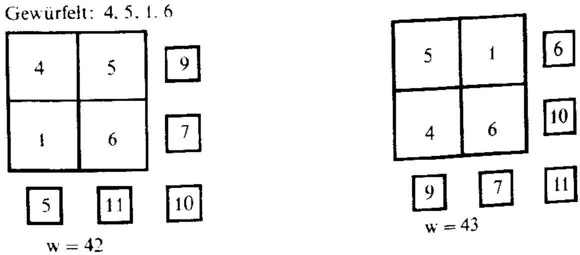

Fig. 3

3. Mathematische Aspekte des Spiels

Es handelt sich – wie der Leser sicherlich bemerkt hat – um eine Kombination aus Glücks- und Strategiespiel.

Die Strategie, die die Kinder entdecken können, besteht darin, möglichst große Zahlen in der „Diagonale“ unterzubringen, denn – so lautete eine Begründung sinngemäß – „diese Zahlen kommen beim Addieren dreimal dran, während die anderen nur zweimal drankommen“. Mathematisch wird dieser Sachverhalt beschrieben durch:

$$w = 3(a + d) + 2(b + c).$$

(Ein Hinweis auf diese Strategie lieferte ja auch schon die Untersuchung, wie sich der Wert bei Änderung einzelner Zahlen verhält.)

Einen Überblick über das Meinungsspektrum von Drittklässlern bezüglich einer Strategie geben die nachstehend zitierten schriftlichen Antworten auf die Frage: „Ist das Spiel nur ein Glückspiel oder gibt es einen Trick, mit dem man viele Punkte bekommen kann?“, die den Kindern nach kurzer Spielerfahrung gestellt wurde.

Markus: Es ist ein Trick, die größte Zahl ist links oben und die zweitgrößte Zahl unten rechts und die anderen zwei Zahlen irgendwo.

Thomas: Es gibt einen Trick. Die größte Zahl kommt oben links.

Thorsten: Man versucht, die Zahlen möglichst dicht zusammen um die höchste Zahl zu kriegen.

Dagmar: Es gibt einen Trick. Ich weiß ihn aber noch nicht.

Iris: Indem man die Zahlen so einsetzt, daß man die größere zuerst und die kleinere zuletzt.

Susanne: Es ist ein Glücksspiel.

Aber auch Kinder, die die Strategie noch nicht entdecken (können), können im Zusammenhang mit dieser Spielsituation mathematische Erfahrungen und Gesetze gewinnen bzw. anwenden. Um welche handelt es sich dabei?

a) Man kann entdecken, daß $h_1 + h_2 = v_1 + v_2$ ist und daher den Wert (zwecks Vergleich mit dem Wert des Partners) gemäß der Termdarstellung $w = 2(h_1 + h_2) + q$ ausrechnen.

b) Bei der Suche nach der Begründung für den o.a. Sachverhalt ($h_1 + h_2 = v_1 + v_2$), kann man bemerken, daß $h_1 + h_2 = v_1 + v_2 = s$ ist, wobei s die Summe der vier gewürfelten Zahlen ist, die ja für die beiden WZQ's gleich ist (Fig. 3), d.h. für den Wertevergleich braucht man nur die Diagonalsummen zu vergleichen, denn es ist $w_I = 2s + q_I$, $w_{II} = 2s + q_{II}$, also $w_I < w_{II} \Leftrightarrow q_I < q_{II}$.

(Der Zusammenhang des hierbei benutzten Monotoniegesetzes, das übrigens schon Kinder im 1. Schuljahr intuitiv bei passenden Situationen verwenden mit dem operativen Prinzip ist klar: Es ist die Antwort auf die „operative Frage": „Was geschieht mit der Größenbeziehung zweier Zahlen, wenn ich zu beiden dieselbe Zahl addiere oder subtrahiere.)

c) Das Monotoniegesetz kann auch noch auf eine andere Art – ohne Kenntnis des angesprochenen Zusammenhangs – benutzt werden, um die Werte zu vergleichen, ohne sie auszurechnen: Es können immer mindestens vier Summanden durch paarweisen Vergleich „gekürzt" werden, so daß der Vergleich zweier Summen von 5 Summanden auf den von 2 Zahlen zurückgeführt werden kann.

(Eine Begründung für diesen Sachverhalt zu geben, ist eine reizvolle Aufgabenstellung für den Mathematikunterricht einer höheren Stufe.)

4. Gezielte Aufgabenstellungen zum Spiel

Es dürfte durch die bisherigen Ausführungen schon deutlich geworden sein, welche vielfältigen Möglichkeiten zu eigenen Erfahrungen diese Spielsituation bietet und welche Möglichkeiten im Hinblick auf Argumentationsfähigkeit und Kreativität.

Nun hängt es von der Klassenstufe und von der Art des bisherigen mathematischen Unterrichts ab, ob Kinder in der Lage sind, die oben angesprochenen Zusammenhänge zu entdecken und auszunutzen, zu verbalisieren, zu erklären.

Daher soll ein weiterer Vorzug dieser Spielsituation angesprochen werden. Er liegt darin, daß sie eine Vielfalt von sich anschließenden Aufgabenstellungen ermöglicht, die

- die Aufmerksamkeit der Kinder auf die genannten Zusammenhänge lenken können,
- bei denen die Kinder Zusammenhänge, die sie erkannt haben, systematisch ausnutzen können und
- die geeignet sind, sowohl zur Förderung der eingangs erwähnten allgemeinen Lernziele als auch zur Förderung der Rechenfertigkeit beizutragen.

Beispiele für solche Aufgabenstellungen werden im folgenden angegeben.

Sie sind zum Teil in Form kurzer Fragen abgefaßt; die endgültige Formulierung bzw. Art und Reihenfolge der Präsentation hängt von den Lernvoraussetzungen der Klasse ab. Es sind zum Teil auch recht schwierige Aufgaben dabei. Bei vielen Aufgaben kann die

Verwendung von Zahlenkärtchen hilfreich sein, mit denen die Kinder die Lösung durch systematisches Probieren finden können. Statt WZQ wird der im Unterricht entstandene Ausdruck „Zahlenfeld“ verwendet.

Die 1. Aufgabenstellung bezieht sich auf die Untersuchung (Ordnen und Vergleichen) vorgegebener Zahlenfelder zu einer Zahlenkombination:

Aufgabe 1:

Hier siehst Du, wie sechs Kinder die Zahlen 1, 2, 4, 6 in ihr Feld eingetragen haben.

Bärbel	Doris	Christa	Emil	Fritz	Anton
12	41	64	21	62	26
64	62	21	46	14	41

a) Ordne die Kinder nach dem Wert ihrer Felder!

b) Suche noch andere Zahlenfelder mit den Zahlen 1, 2, 4, 6, die den gleichen Wert wie das von Anton haben? (Variante: Vorgegebene nach Wertgleichheit sortieren)

c) Worin unterscheiden sich (bzw. worin nicht) zwei Zahlenfelder, die den gleichen Wert haben?

Die 2. Aufgabenstellung ist etwas offener insofern, als nur die Zahlenkombination fest vorgegeben ist.

Aufgabe 2:

Gewürfelt wurde 1, 3, 5, 6 (2, 4, 4, 6)

a) Versuche, möglichst viele verschiedene Zahlenfelder zu diesen Zahlen zu finden! (Wie viele gibt es?)

b) Suche Zahlenfelder mit möglichst großem (kleinem) Wert!

c) Wie viele mit möglichst großem Wert gibt es?

d) Finde ein Feld, das den Wert 37 hat!

e) Wieviel verschiedene Werte kannst Du zu diesen Zahlen bekommen?

Die Aufgaben 2a) und 2e) ermöglichen Vorerfahrungen zu kombinatorischen Begriffsbildungen: Permutationen ohne bzw. mit Wiederholung bei a), Anzahl der 2-elementigen Teilmengen einer 4-elementigen Menge bei e). Das WZQ kann Ausgangspunkt von Fragestellungen zu jeder der kombinatorischen Grundaufgaben sein: Anzahl aller verschiedenen Zahlenfelder (Variationen mit Wiederholung, keine Zahl doppelt: ohne Wiederholung); Anzahl der verschiedenen würfelbaren Kombinationen (mit und ohne Wiederholung).

Lösungen dreier Kinder zu einer Aufgabe vom Typ 2a) zeigt Figur 4. Jede dieser eigenständigen Lösungen läßt eine Klassifizierung sichtbar werden, wobei die Kinder früher oder später auch innerhalb der Klassen geordnet haben (S. 302).

In Figur 5 ist wiedergegeben, wie unter Verwendung eines die Zusammenhänge unterstreichenden Schemas Aufgabe 2d) ohne Verwendung eines Textes gestellt wurde. Eine Aufgabe dieses Typs eignet sich auch als Ausgangspunkt für die Untersuchung der unter

1	2	1	4	1	6	1	4
4	6	2	6	4	2	6	2
1	2	1	6	2	6	2	6
6	4	2	4	4	1	1	4
2	4	2	4	2	1	2	1
6	1	1	6	6	4	4	6
4	1	4	1	4	2	4	2
6	2	2	6	1	6	6	1
4	6	4	6	6	1	6	1
1	2	2	1	4	2	2	4
6	2	6	2	6	4	6	4
1	4	4	1	2	1	1	2

a) Yvonne

1	4	6	2	4	6	2	4
6	2	4	1	1	2	1	6
1	6	6	2	4	6	2	4
4	2	1	4	2	1	6	1
1	4	6	4	4	1	2	6
2	6	2	1	2	6	1	4
1	6	6	1	4	1	2	6
2	4	4	2	6	2	4	1
1	2	6	4	4	2	2	1
4	6	1	2	6	1	4	6
1	2	6	1	4	2	2	1
6	4	2	4	1	6	6	4

b) Thomas

1	2	2	1	1	2	2	1
4	6	4	6	6	4	6	4
4	6	6	4	4	6	6	4
1	2	1	2	2	1	2	1
1	4	4	1	1	4	4	1
2	6	2	6	6	2	6	2
2	6	6	2	2	6	6	2
1	4	1	4	4	1	4	1
1	6	6	1	1	6	6	1
2	4	2	4	4	2	4	2
2	4	4	2	2	4	4	2
1	6	1	6	6	1	6	1

c) Klaus

Fig. 4

2a), 2e) angesprochenen Fragen, wenn man sie so stellt, daß sie unlösbar ist, d. h. mit Angabe eines Wertes, zu dem es kein Zahlenfeld mit diesen Zahlen gibt. (Dabei gibt es zwei Möglichkeiten: Der Wert liegt innerhalb oder außerhalb des Intervalls zwischen dem kleinst- und größtmöglichen Wert zu diesen Zahlen.)

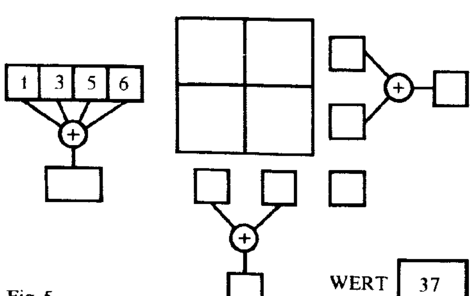

Fig. 5

Die Antwort auf Frage 2e) führt zu weiteren Fragen, die in Aufgabe 3 formuliert sind:

Aufgabe 3:

a) Kann man immer zu vier verschiedenen Zahlen 6 Felder mit 6 verschiedenen Werten finden?

b) Gib Zahlen an, zu denen es nur 5 (4, 3, 2, 1) verschiedene Werte gibt!

Weitere Aufgabentypen lassen sich durch systematische Variation der jeweiligen Vorgaben finden – einem bei vielen Problemen anwendbaren Verfahren. So kann man beim WZQ beispielsweise die vier „Komponenten"

1. K: eine Kombination von vier Würfelzahlen
2. s: die Summe der vier Zahlen aus K
3. q: die Summe der Hauptdiagonalzahlen
4. w: der Wert des WZQ

unterscheiden und bei der Aufgabenstellung Art und Anzahl der gegebenen „Komponenten" variieren.

Untenstehend ein Ausschnitt aus einer Übersichtstabelle möglicher Aufgabentypen, bei denen jeweils 2 der vier Komponenten vorgegeben sind.

	K	s	q	w
1.	x			x
2.	x		x	
3.		x	x	
4.		x		x
5.			x	x

Erläuterung der Tabelle:
Der zu Zeile 1 der Tabelle gehörende Aufgabentyp (Zahlenkombination und Wert gegeben) ist durch die o.a. Aufgabe 2d) repräsentiert. (Fig. 5)

Aufgaben zur 2. 3. 4. 5. Zeile siehe Figuren 6, 7, 8, 9.

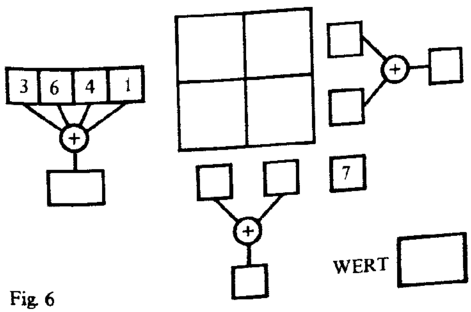

Fig. 6

DdM 4, 1978 (296–306)

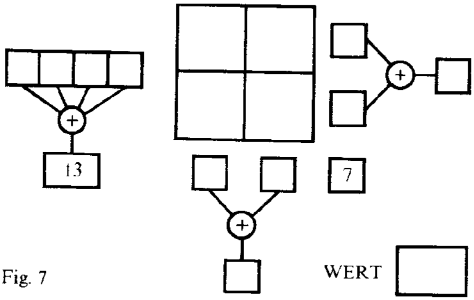

Fig. 7

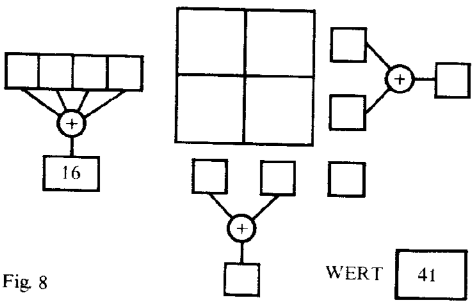

Fig. 8

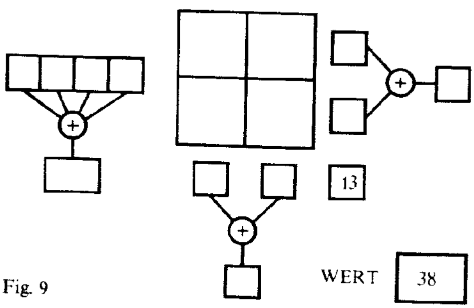

Fig. 9

Beschränkt man die Vorgaben nicht nur auf die oben betrachteten Komponenten, sondern bezieht auch die Teilsummen mit ein, dann erhält man Aufgaben wie in Figur 10 dargestellt.

Aufgabe 4:

Schreibe die Zahlen 1, 2, 4, 5 so in die vier großen Felder, daß es zu den Zahlen paßt, die schon dastehen. Ergänze auch die anderen freien Felder.

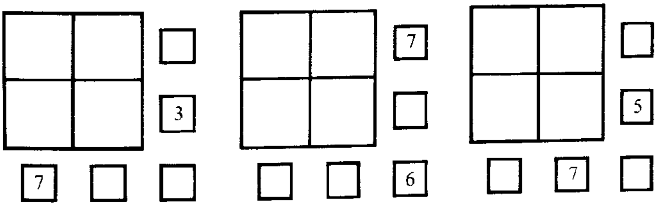

Fig. 10

5. Variationen der Spielregel

Ein nicht ganz unberechtigter Einwand zu dem bisher Dargestellten könnte lauten, daß für Kinder, mit denen man die unter Aufgaben 1–3 genannten Fragestellungen bearbeiten kann, die immer notwendigen arithmetischen Operationen (Niveau: Ende 1. – Mitte 2. Schuljahr) schon beherrschen, so daß zur Übung der Rechenfertigkeit kein Beitrag geleistet wird. Dem kann abgeholfen werden durch eine Variation der Spielregeln.

Man sollte ohnedies immer, wenn man Spiele im Mathematikunterricht einsetzt, die Kinder auch auffordern, Variationen der Spielregeln zu erfinden und zu erproben (im Hinblick auf das Lernziel Kreativität bzw. die Einsicht, daß solche Regeln veränderbare Konventionen sind). Variationen können sich beziehen auf Anfangsregeln (z. B. Größe und Struktur des Spielplans, Sorten und Anzahl der Spielsteine, Anzahl der Spieler), Verfahrensregeln (zulässige Spielzüge, Dauer und Ende des Spieles), Gewinnregeln. Natürlich kann der Lehrer auch selbst Varianten vorschlagen.

Einige mögliche Varianten sollen genannt werden:

Anfangsregel: 3×3 Spielfeld

Verfahrensregel: Doppelwurf und beliebige Verwendung der gewürfelten Zahlen als Ziffern einer zweistelligen Zahl

Gewinnregel: a) Die 5 „Randzahlen“ für die Ermittlung des Wertes sind das Produkt bzw. die absolute Differenz der zwei zugehörigen „Feldzahlen“.

(Hierbei ist es interessant, die Situationen zu den verschiedenen Spielregeln auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu untersuchen)

b) beliebige Vorwahl eines Wertes; Würfeln der ganzen Kombination; die Zahlen so einsetzen, daß der erreichte Wert möglichst nahe beim vorgewählten Wert liegt.

(Anmerkung: Der Wert des WZQ läßt sich für die angegebenen Varianten der Regel formal einheitelich beschreiben. Bezeichnet man die Felderzahlen in der naheliegenden Weise mit x_1, x_2, x_3, x_4, so ist $w = \sum_{i<j} f(x_i, x_j) - f(x_2, x_3)$, wobei f Summe, Produkt oder absolute Differenz ist. Die Strategie für die letztgenannte Regel läßt sich daraus leicht ablesen: Die Zahlen müssen so eingetragen werden, daß $|x_2 - x_3|$ minimal ist.)

6. Schlußbetrachtung

Abschließend soll noch einmal festgehalten werden, worin meines Erachtens der Wert des angesprochenen Problemkreises liegt. Er liegt darin,

- daß mit ihm gleichzeitig verschiedene Zielsetzungen verfolgt werden können: Rechenfertigkeit, kombinatorische Fähigkeiten (dabei Grundtechniken wie: klassifizieren, ordnen) und allgemeine Lernziele wie: Kreativität und Argumentationsfähigkeit
- daß er zur gleichen einfachen Grundsituation eine Fülle von Fragestellungen unterschiedlichster Schwierigkeiten zuläßt mit dem Vorteil, daß alle Fragestellungen den Kindern – soweit ihnen die Grundsituation erst einmal vertraut ist – ohne großen Aufwand an Text und Symbolen nahegebracht werden können (und somit einen Beitrag leistet zur Lösung des Problems der inneren Differenzierung)
- daß es naheliegende Variationen der Spielregel gibt, wobei die Kinder die Chance haben, auch selbst welche zu finden und zu untersuchen.

Anschrift des Verfassers: Dr. Hartmut Spiegel, Pfälzerstr. 6, 6520 Worms 21.

Eingangsdatum: 22. 8. 1977.

Literatur

[1] Fricke, A.: Operative Lernprinzipien im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Fricke, A. u. H. Besuden: Mathematik-Elemente einer Didaktik und Methodik. Stuttgart 1970, S. 79–116.
[2] Kirsch, A.: Über Ziele der „neuen Mathematik" in der Schule. In: WPB 26 (1974), Heft 4, S. 155–164.
[3] Müller, G. u. E. Wittmann: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Wiesbaden 1977.
[4] Winter, H.: Über den Nutzen der Mengenlehre für den Arithmetikunterricht in der Grundschule. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1972, Teil 2. Hannover 1973, S. 161–192.
[5] Winter, H.: Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule. In: Beiträge zum Lernzielproblem. Ratingen 1972, S. 67–95.
[6] Winter, H.: Steigerung arithmetischer Fähigkeiten (Teil I, Teil II). In: Die Grundschule 6 (1974), Heft 8, S. 416–427, Heft 9, S. 470–477.
[7] Wittmann, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig [4]1976.