Zahlenkenntnisse von Kindern bei Schuleintritt (1)

Von *Hartmut Spiegel* in Worms

1. Einstieg

Man kann annehmen, daß der Unterricht eines Lehrers umso besser sein wird, je mehr er als Antwort auf die Frage „Welche einschlägigen Vorerfahrungen, Vorkenntnisse und allgemeine Voraussetzungen bringen die Schüler mit und wo bieten sich demgemäß Ansatzpunkte?" (vgl.: [3] S. 134) bezüglich des geplanten Themas weiß und dieses Wissen bei der Unterrichtsplanung berücksichtigt.

Dies ist im Mathematikunterricht in der Regel dann kein Problem, wenn der Lehrer eine Klasse schon länger unterrichtet und es sich um ein Thema handelt, für das die Voraussetzungen während des voraufgegangenen Unterrichts erarbeitet wurden. Anders sieht es aus, wenn im Mathematikunterricht des 1. Schuljahrs zum ersten Mal Zahlen Unterrichtsgegenstand sind.

Genau aus diesem Anlaß heraus wurden vom Autor 12 Aufgabenblätter zur Erhebung von Vorkenntnissen zu Zahlen zusammengestellt (5 Aufgabentypen gehen auf die Arbeit [1] von *Floer* und *Schipper* zurück, deren Lektüre der Autor wertvolle Anregungen verdankt) und von mehreren Lehrern und ihm selbst zu Beginn der Schuljahre 76/77 und 77/78 erprobt. Diese Blätter sowie Ergebnisse der Erhebung werden im folgenden vorgestellt und kommentiert. Da es sich um einen pragmatisch orientierten Ansatz handelt, wird die von *Müller* und *Wittmann* konstatierte Lücke in der Forschung: „An einer systematischen Untersuchung der Vorerfahrungen über Zahlen, die Kinder in die Schule mitbringen, fehlt es leider immer noch" (vgl. [2] S. 170) durch diese Arbeit nicht geschlossen.

2. Die Aufgabensammlung

2.1. Grenzen und Ziele

Die Aufgabensammlung soll dem Lehrer die Möglichkeit geben, einige Informationen darüber zu erhalten, welche *Vorkenntnisse (Lernvoraussetzungen) zu Zahlen* die ihm zu unterrichtenden Erstkläßler mitbringen.

Damit diese Erhebung von Vorkenntnissen von jedem Lehrer unter normalen Bedingungen durchgeführt werden kann, ist eine starke inhaltliche Beschränkung notwendig. Das ergibt sich durch die Begrenzung des Umfangs (Zeitbedarf) und die Aufgabenform (Unmöglichkeit der Einzelbefragung).

Daher sind durch die Aufgaben weder alle im ersten Arithmetikunterricht anzustrebenden Fähigkeiten abgedeckt, noch erfassen sie die ganze Reichhaltigkeit der Zahlvorstellungen und Zahlerfahrungen, mit denen Kinder in die Schule kommen können.

(Es ist im wesentlichen nur der kardinale Aspekt der Zahlen angesprochen. Es fehlen z. B. die Aspekte: Numerierung, Iteration, Größenbezeichnung). Es wird auch keine psychologische Diagnose bezüglich des Entwicklungsstandes „des Zahlbegriffs" der Kinder angestrebt.

Die *Auswertung der Lösungen* kann dem Lehrer lediglich helfen, eine Antwort auf die Frage zu finden: „Welche Fähigkeiten in bezug auf *bestimmte* zum Thema Zahlen gehörende Lernziele, wie sie für das erste Halbjahr des ersten Schuljahres gewöhnlich formuliert werden, besitzen die Kinder schon?"

2.2. Beschreibung der Aufgaben

Die Aufgabenblätter sind im Anhang wiedergegeben. Jedes Blatt enthält mehrere Teilaufgaben. Das Kind trägt die Lösung ein, indem es
— eine bestimmte Anzahl Striche in ein freies Feld zeichnet (Aufgabenblätter 1, 7, 11),
— eine von mehreren Figuren ankreuzt (Aufgabenblätter 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10),
— Ziffern einkreist (Aufgabenblätter 9, 12).

Mit Ausnahme der Blätter 8, 10, 12, bei denen es nicht erforderlich zu sein schien, ist am Kopf jedes Blattes eine vollständig gelöste Aufgabe des gleichen Typs abgedruckt, anhand derer der Lehrer die Aufgabenstellung und die Art der Lösung erläutert. (Ein anderes — und wohl besseres — Vorgehen ist es, wenn der Lehrer an der Tafel oder am Overhead-Projektor den Kindern die Musteraufgabe präsentiert und vor ihren Augen löst).

Folgende *Leistungen* gehören zu den einzelnen Aufgaben:

Gruppe 1 (ohne direkten Bezug zu Zahlenbezeichnungen)

1. Genau so viele Striche zeichnen, wie eine zeichnerisch gegebene Menge Figuren hat (6, 5, 7).

2. Aus 3 Ketten diejenige heraussuchen, die genau so viele Perlen wie eine vorgegebene hat (5, 7, 6).

3. Aus 3 Punktmustern das heraussuchen, das genau so viele Punkte wie ein vorgegebenes hat (4, 6, 5).

4. Aus 2 Figurenmengen diejenigen heraussuchen, die weniger Elemente hat (6/7, 6/5, 8/7).

5. Aus 3 Kringelmengen die heraussuchen, die genau einen Kringel mehr als die vorgegebene Menge hat (3/4, 5/6, 4/5).

6. Aus 3 Ketten diejenige heraussuchen, die weniger Perlen hat als die vorgegebene.

Gruppe 2 (Fähigkeiten bezüglich gesprochener und geschriebener Zahlbezeichnungen)
7. Zu einem gesprochenen Zahlwort die entsprechende Anzahl Striche malen (6, 5, 7, 9, 8).
8. Aus 3 Kringelmengen diejenige heraussuchen, die genau so viele Kringel hat, wie das gesprochene Zahlwort angibt (6, 7, 9, 8).
9. Aus 3 geschriebenen Ziffern diejenige heraussuchen, die die Zahl einer gegebenen Kringelmenge bezeichnet (2, 5, 4).
10. Aus 3 Figurenmengen diejenige heraussuchen, die genau so viel Figuren hat, wie die geschriebene Ziffer angibt (3, 5, 2, 4).
11. So viele Striche malen, wie eine geschriebene Ziffer angibt (4, 2, 6, 5, 7).
12. Aus 3 Ziffern diejenige heraussuchen, die dieselbe Zahl bezeichnet, wie das gesprochene Zahlwort (3, 4, 6, 1, 5, 2).

Ein *schwieriger Punkt* bei der Durchführung der Erhebung ist die Wortwahl bei der Ansage der Aufgaben. Einerseits soll den Kindern vollkommen klar sein, worin ihre Aufgabe besteht, andererseits haben manche noch große Schwierigkeiten, verbale Anweisungen in die verlangte Handlung umzusetzen. Häufig beobachtete Fehler waren z. B. bei Aufgabe 1, daß die Kinder die Plättchen (Bauklötze) nachmalen wollten oder bei Aufgabe 2 die Kette auf der linken Seite angekreuzt haben. Bei Aufgabe 5 wurde häufig der Kreis mit den meisten Kringeln (statt der mit genau einem mehr) angekreuzt, wobei zweifelhaft ist, ob es sich jeweils um inhaltliche oder um Auffassungsschwierigkeiten handelte. Bei Auswahlaufgaben (3 aus 1) wurde das Kreuz gelegentlich immer genau an die Stelle gesetzt, wo es bei der Musteraufgabe hingehörte.

Der Ansagetext sollte möglichst einfach und kurz und dem Sprachverständnis der Kinder angepaßt sein. Da es sich um eine Erhebung individueller Lernvoraussetzungen handelt und nicht um einen normierten Test, dessen Ergebnisse mit statistischen Methoden weiterverarbeitet werden, sind keine verbindlichen Ansagetexte vorgegeben. Als Beispiel seien mögliche und sicherlich verbesserungsfähige Ansagetexte zu den Aufgaben 1, 4, 9 angegeben:
Aufgabe 1: Oben siehst Du auf der einen Seite Bauklötze gemalt und auf der anderen Seite Striche. Es sind genausoviele Striche wie Bauklötze. Mach es bei den anderen Aufgaben auch so: Male in den leeren Kasten immer so viele Striche, wie es Bauklötze sind.
Aufgabe 4: Oben siehst Du zwei Kästen mit Bauklötzen. Dort, wo mehr Bauklötze drin sind, ist ein Kreuz. Mach es bei den anderen Aufgaben genauso: Schau, in welchem von beiden Kästen mehr Klötze sind und mach ein Kreuz darunter.
Aufgabe 9: Oben siehst Du einen Kasten mit Kugeln darin. Darunter sind drei Zahlen geschrieben. Eine sagt, wieviele Kugeln in dem Kasten sind. Um diese Zahl ist ein Kreis gemalt. Mach es bei den anderen Aufgaben auch so. Male einen Kreis um die Zahl, die sagt, wieviel Kugeln in dem Kasten sind.

Ein nicht wünschenswerter Ansagetext ist der folgende zu Aufgabe 1: „Zähle die Plättchen und male dann ebensoviele Striche..." Natürlich ist damit beschrieben, was die meisten Kinder ohnedies bei der Bearbeitung der Aufgabe tun, aber es soll ja gerade auch festgestellt werden, ob und inwieweit die Kinder das Zählen benutzen, um zu einer Menge eine gleichmächtige herzustellen.

Um zu verhindern, daß die Kinder Schwierigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgaben haben, weil ihnen die Art der Aufgabenstellung und ihre Bearbeitung nicht vertraut ist, wurden zusätzlich drei Aufgabenblätter konstruiert (Aufgabenblätter 13, 14, 15 im Anhang).

Diese dienen der *Gewöhnung der Kinder* an die Art der Aufgabenstellung und können am Tage vor der Bearbeitung der „Zahlenkenntnis-Blätter" eingesetzt werden.

Die Kinder bekommen die Aufgabe,
— von drei Bauklötzen (Plättchen) denjenigen anzukreuzen, der genauso aussieht wie der vorgegebene,
— von zwei Kästen denjenigen anzukreuzen, in dem die kleineren Bauklötze liegen,
— einen Kreis um die Figur zu malen, die der Lehrer nennt (z. B.: Mond, Männchen, runder Klotz).

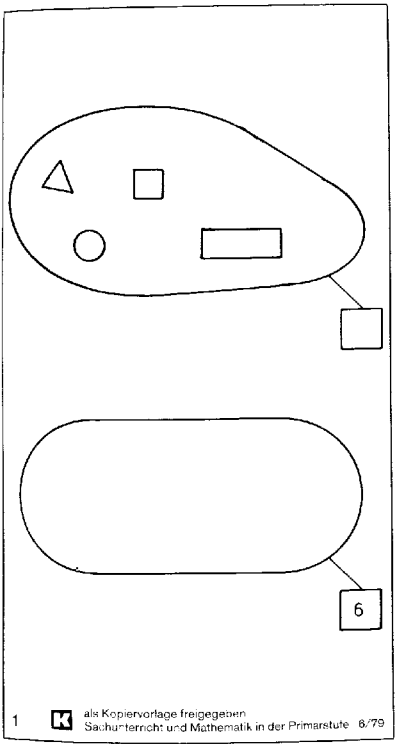
2.3. Zur Auswahl der Aufgaben

2.3.1. Die Aufgaben 1—6
Die Gruppe der Aufgaben 1—6 hat keinen direkten Bezug zu Zahlenbezeichnungen, wenn auch die Technik des Zählens die am meisten verwendete Methode ist, die die Kinder bei der Lösung benutzen. Die *Lernziele* aus dem Lehrplan von Rheinland-Pfalz, die diesen Aufgaben zugeordnet werden können, lauten:
1. entscheiden können, ob vorgegebene Mengen gleichmäßig sind,
2. Zahlen ihrer Größe nach vergleichen und ordnen können (Entwicklung aus dem Vergleich von Mengen oder Stäben).

Die Aufgaben 1—3 beziehen sich auf *Gleichmächtigkeit,* wobei der konstruktive Aspekt der Aufgabe 1 in der Lernzielformulierung nicht enthalten ist. Aufgaben 4—6 beziehen sich auf die *Relation „mehr bzw. weniger Elemente als" bei Mengen* mit der speziellen Variante in Aufgabe 5 (Nachfolgerbeziehung).

2.3.2. Die Aufgaben 7—12
Die korrespondierenden *Lernziele* zu diesen Aufgaben, wie sie in jedem Lehrplan stehen, sind:
1. die Anzahl der Elemente einer Menge angeben (ggfs. aufschreiben),
2. Mengen von gegebener Elementeanzahl bilden.

Dazu finden sich in den Schulbüchern in der Regel zwei Aufgabentypen (Abb. 1).
Die 6 Aufgabentypen 7—12 sind das *Ergebnis folgender Analyse:* Zahlen können bezeichnet werden durch Mengenbilder (M), Ziffern (ZF), gesprochene Zahlwörter (ZA) und geschriebene Zahlwörter (Abb. 2). Da die wenigsten Kinder bei Schuleintritt lesen bzw. schreiben können, kann



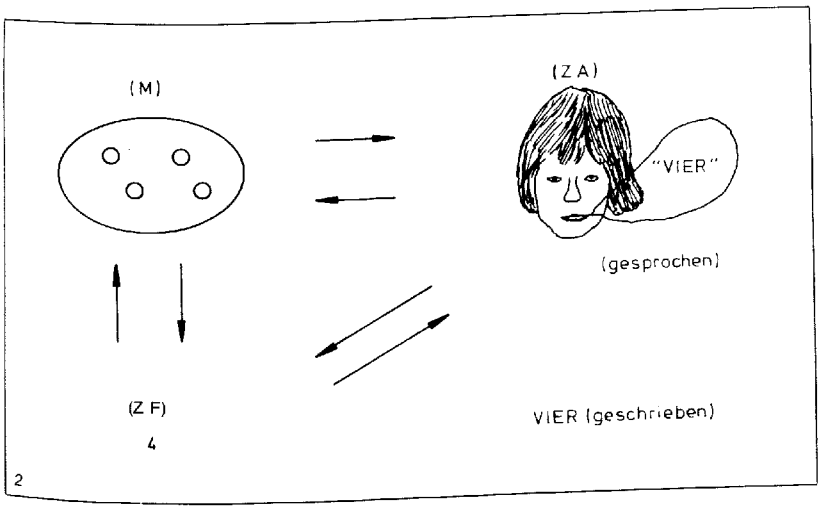
1 als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

die zuletzt angesprochene Möglichkeit außer acht gelassen werden. Aus den übrigen drei Möglichkeiten kann man sechs Paare bilden, denen spezielle Fähigkeiten entsprechen: So bedeutet z. B. M—ZF (in der Abbildung ein Pfeil) die Fähigkeit, die Anzahl der Elemente einer Menge in Form einer geschriebenen Ziffer anzugeben. Bei jeder dieser Fähigkeiten können noch zwei Teilfähigkeiten unterschieden werden: Konstruieren (k), aus einer Auswahl das Richtige auswählen (a). Beispiel: ZA—M—k bezeichnet die Fähigkeit, eine Menge zu zeichnen, mit der Mächtigkeit, die durch ein gesprochenes Zahlwort vorgegeben wird. ZA—M—a bezeichnet die Fähigkeit, aus mehreren Mengen die auszuwählen, deren Mächtigkeit durch ein gesprochenes Zahlwort vorgegeben wird.

Die Analyse führt also auf *zwölf Teilfähigkeiten*. Daß am Ende nur sechs Aufgabentypen übrigbleiben, liegt daran, daß folgende aus naheliegenden Gründen entfallen: M—ZA—a, M—ZA—k, ZF—ZA—a, ZF—ZA—k, da es eine Gruppenprüfung ist; M—ZF—k und ZA—ZF—k, da vermutet wurde, daß so wenig Schulanfänger diese Fähigkeit haben, als daß es sich lohnte, sie abzudecken. *Den Aufgaben 7—12 entsprechen nun folgende Fähigkeiten:*
7: ZA—M—k, 8: ZA—M—a, 9: M—ZF—a, 10: ZF—M—a, 11: ZF—M—k, 12: ZA—ZF—a.

Zu bemerken ist noch, daß nicht alle Aufgabentypen die gleichen Zahlenmengen betreffen. Bei den geschriebenen Ziffern wurde eher die kleinen Zahlen zugrunde gelegt. Bei den gesprochenen Zahlwörtern wurden die Zahlen von 5—9 (bzw. 6—9) verwendet.

Teil 2 bringt die Ergebnisse einer Erhebung in 8 Klassen.



2

Literatur

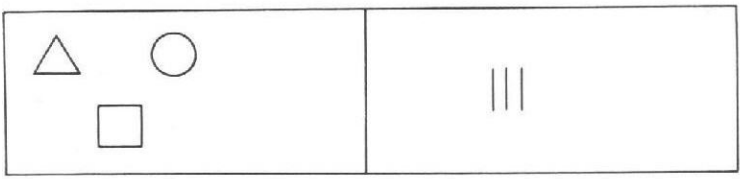
[1] *Floer, J. / Schipper, W.:* Kann man spielend lernen? Eine Untersuchung mit Vor- und Grundschulkindern zur Entwicklung des Zahlenverständnisses, in: Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule (3) 1975, Heft 5, S. 241—252

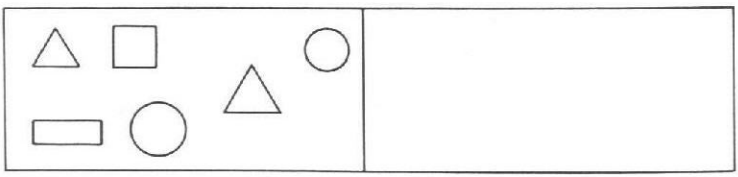
[2] *Müller, G. / Wittmann, E.:* Der Mathematikunterricht in der Primarstufe — Ziele, Inhalte, Prinzipien, Beispiele, Wiesbaden 1977 (Vieweg)

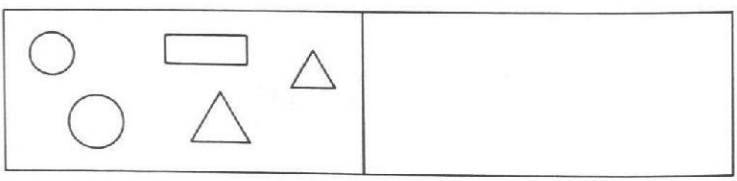
[3] *Wittmann, E.:* Grundfragen des Mathematikunterrichts, Braunschweig 1976[4]

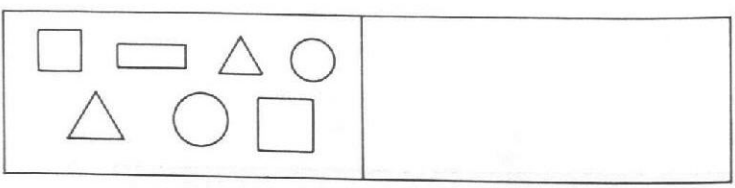
(Fortsetzung folgt)

Aufgabenblatt 1



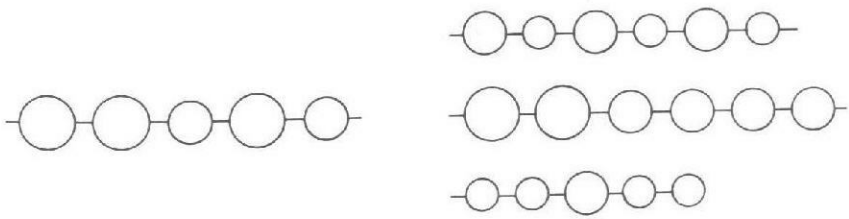


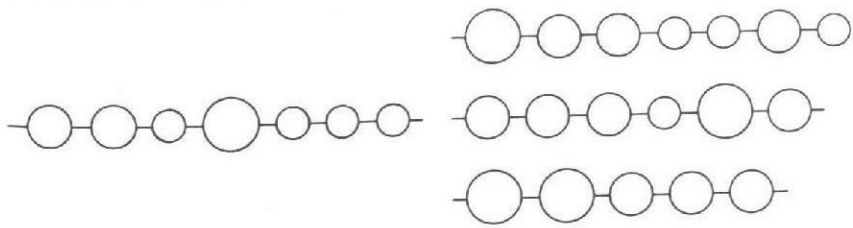


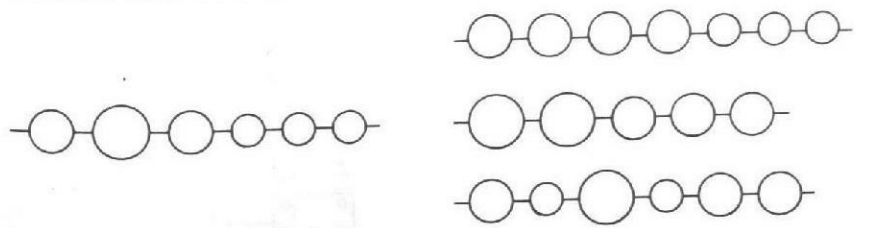


K als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 2

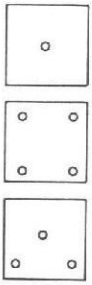




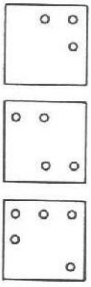


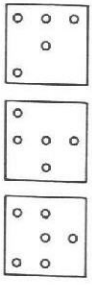
K als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

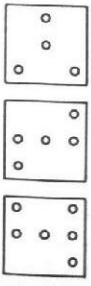
Aufgabenblatt 3



X

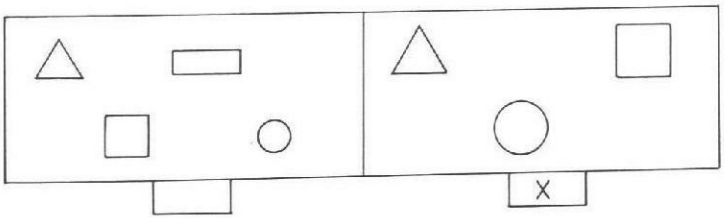


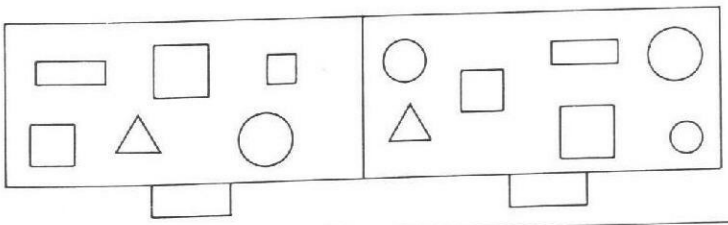


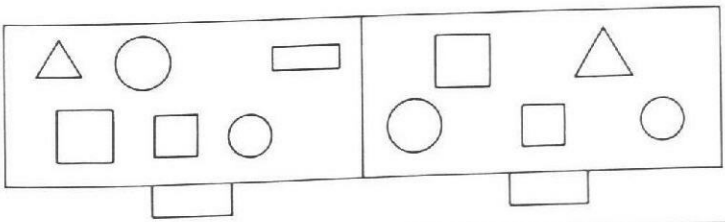


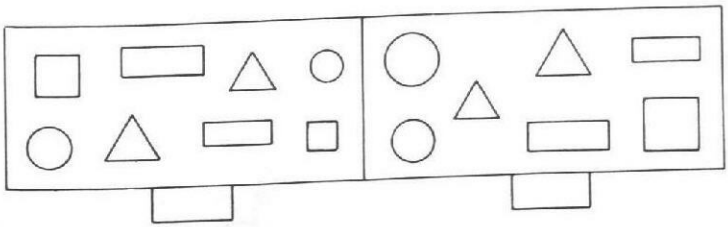
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 4



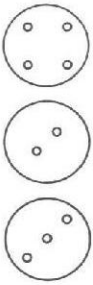




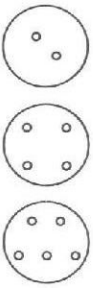


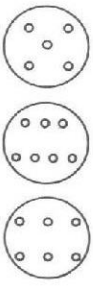
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

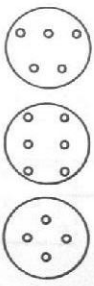
Aufgabenblatt 5



X

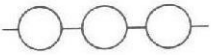


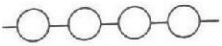


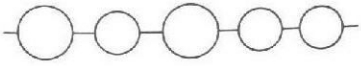


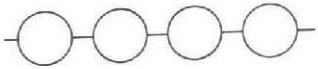
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

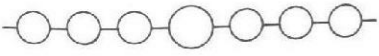
Aufgabenblatt 6

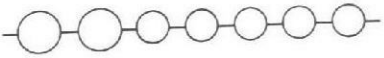


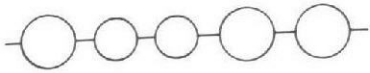


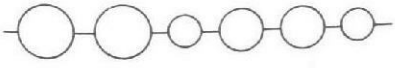


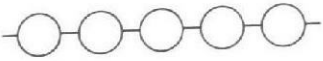


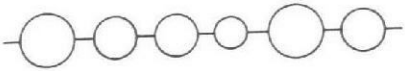




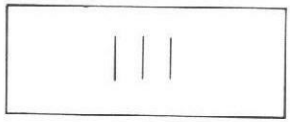






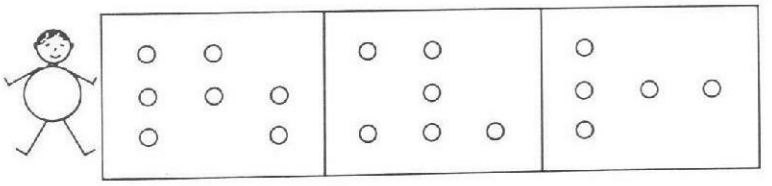


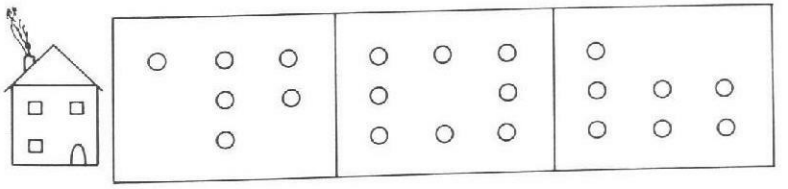
Aufgabenblatt 7

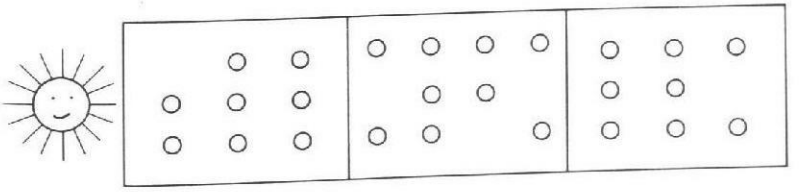


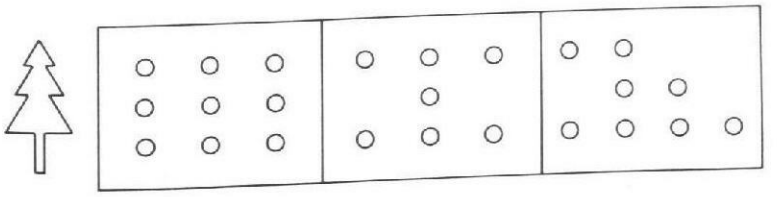
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 8



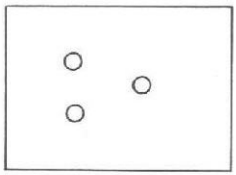




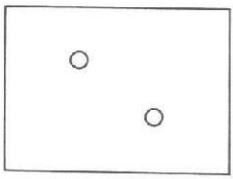


als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 8/79

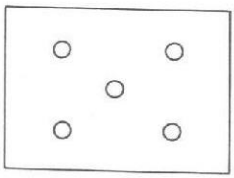
Aufgabenblatt 9



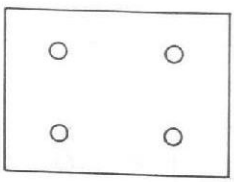
2 7 (3)



7 2 1



6 8 5

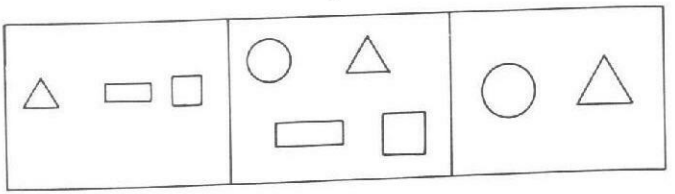


4 6 3

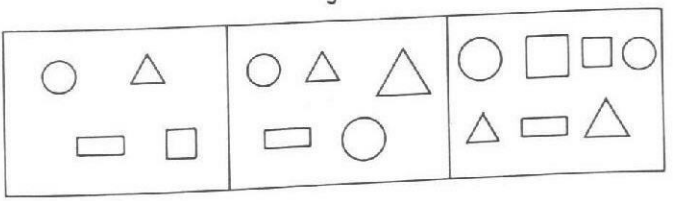
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 10

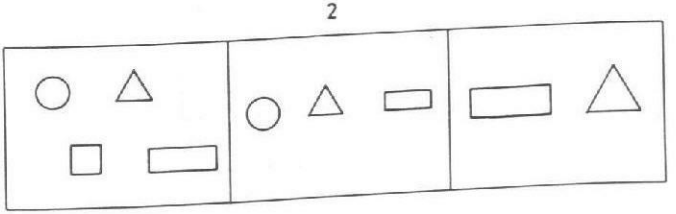
3



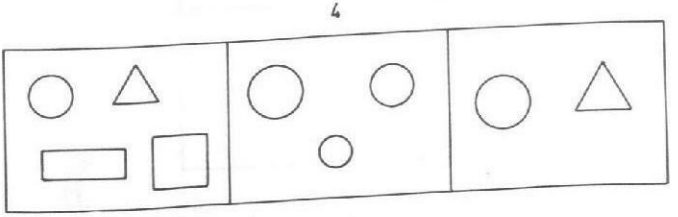
5



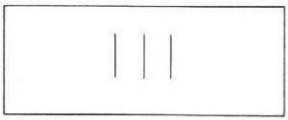
2



4



Aufgabenblatt 11

3 

4

2

6

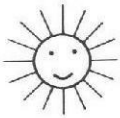
5

7

Aufgabenblatt 12

2 5 3

4 6 7



3 8 6

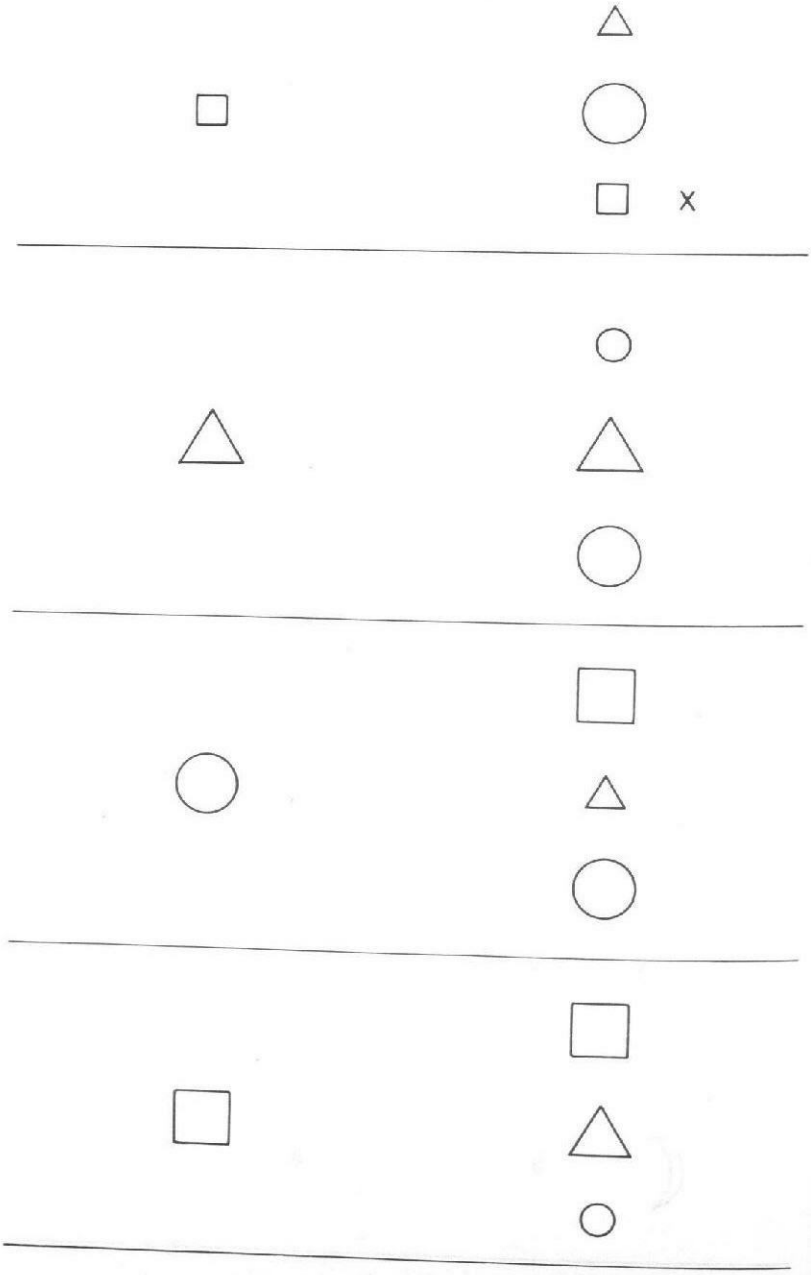
7 1 2

5 3 6

3 2 8

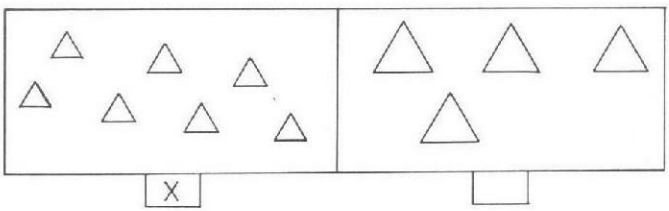
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

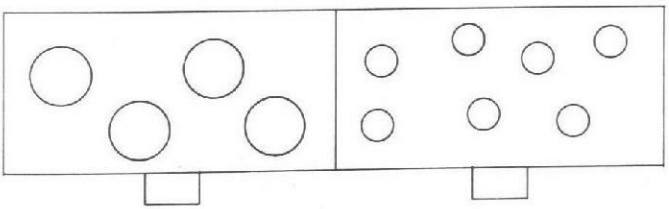
Aufgabenblatt 13

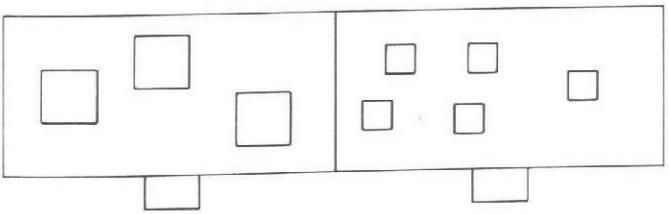


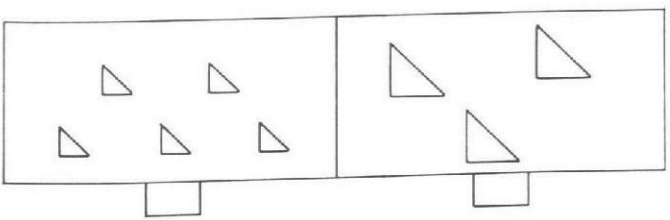
als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 14



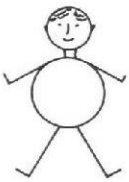


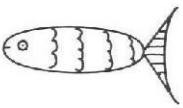


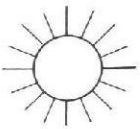


als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79

Aufgabenblatt 15







als Kopiervorlage freigegeben
Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 6/79