fähr 9jährigen Jungen darüber, ob Kinder dieses Alters bereits ohne Begleitung Erwachsener ins Schwimmbad gehen können).
Als dritte Möglichkeit bieten sich Zeitungsmeldungen über Badeunfälle an.
Die Schüler dürfen sich zunächst frei äußern. Aus dem Unterrichtsgespräch wird die Problemstellung erarbeitet und an die Tafel geschrieben.
Wie müssen wir uns beim Baden verhalten, um Gefährdungen zu vermindern oder auszuschließen?
Anschließend werden an Hand der Abbildungen die einzelnen Aspekte besprochen. Die Reihenfolge sollte sich dabei an den Vorschlägen der Kinder orientieren. Die Abbildungen (Folie einsetzen) dienen der optischen Unterstützung. Die Sprech-, Denkblasen regen zum Nachdenken an und aktivieren durch den teilweise provokativen Inhalt die Mitarbeit der Kinder. Es ist darauf zu achten, daß die Kinder ihre Aussagen so weit wie möglich begründen. Der Lehrer ergänzt fehlende Informationen und schreibt in Stichworten an der Tafel mit.
Folgende Punkte sollten zur Sprache kommen:
— Zurechtlegen der Badesachen.
Was muß mitgenommen werden? Was hat im Schwimmunterricht nichts zu suchen?
— Wann/wieviel soll gegessen werden? (Abb. 1, Abb. 8)
— Benutzen der sanitären Anlagen! (Abb. 2)
— Duschen vor dem Betreten des Schwimmbeckens! (Abb. 3)
— Verlassen des Wassers, wenn man friert. (Abb. 4, Abb. 17)
— Ins Wasser springen! (Abb. 5/Abb. 6)
— Rennen am Beckenrand! (Abb. 7)
— Ein Krampf! Was tun? (Abb. 9)
— Das ist kein Scherz! (Abb. 10, Abb. 12, Abb. 13)
— Sind Schwimmhilfen gefährlich? (Abb. 4)
— Kann Sonnenbaden schaden? (Abb. 17, Abb. 18)
— Einschätzung des eigenen Leistungsvermögens (Abb. 23)
— Verhalten bei einem Gewitter! (Abb. 22)
— Verhalten an fremden Gewässern! (Abb. 19, Abb. 20, Abb. 21, Abb. 24)
Besteht keine Möglichkeit, im Freien zu baden, genügen die Abbildungen auf den Vorlagen 2 und 3. Abschließend wird der Text auf Vorlage 1 gelesen und dem Tafeltext zugeordnet. Als Hausaufgabe schneiden die Schüler die Abbildungen aus, kleben sie auf und schreiben die passende Regel daneben.

Mathematik

Zur Situation des Mathematikunterrichts in der Primarstufe

Tendenzen, Probleme, Perspektiven

Von *Hartmut Spiegel* in Paderborn

Vorbemerkung: Bei dem nachfolgend abgedruckten Text handelt es sich um ein redaktionell überarbeitetes aber im wesentlichen unverändert gelassenes Manuskript für einen Hauptvortrag auf der Bundestagung für Didaktik der Mathematik im März 1982 in Klagenfurt. Da die vom Kultusminister in Baden-Württemberg per Erlaß verfügte „Abschaffung der Mengenlehre" zu diesem Zeitpunkt noch nicht stattgefunden hatte, wird diese Tatsache im Text weder erwähnt noch direkt kommentiert. Er entbehrt also einer gewissen Aktualität. Andererseits gewinnt er im Zusammenhang mit der Diskussion über die Vorgänge in Baden-Württemberg neue Aktualität insofern, als er einen Beitrag dazu liefert und sich z. B. insbesondere aus ihm ablesen läßt, wie wenig die diesbezüglichen Anweisungen oder Äußerungen aus dem Hause des Kultusministers von Baden-Württemberg mit den sich in der fachdidaktischen Diskussion der letzten Jahre herausgebildeten Grundvorstellungen vom Kern der Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule zu tun haben. Daß sie sich trotzdem auf die Weiterverbreitung und Weiterentwicklung dieser Reformideen — gelinde gesagt — nachteilig auswirken werden, wird kaum verhindert werden können.

0. Einleitung

„Die Reform wird weitgehend als gescheitert betrachtet, man kehrt in der Schulpraxis *weitgehend zum Rechenunterricht zurück.*" *(W. Sprockhoff,* März 1981 [18])
„2. Klasse Rechenstunde. *Zahlen kommen nicht vor.* Ich kann nur staunen." *(M. Runte-Plewnia,* November 1981, Fernsehfilm der ARD)
Wenn es sich auch bei den o. a. Zitaten um zwei scheinbar widersprüchliche Kennzeichnungen der Situation des Mathematikunterrichts in der Grundschule handelt, so können doch beide — insbesondere wenn man den Zusammenhang, aus dem sie gerissen sind, mit hinzunimmt — den sich in letzter Zeit mehrenden Äußerungen hinzugerechnet werden, die vom Scheitern der Reform reden, d. h. vom Scheitern der sogenannten „Neuen Mathematik", die ab Schuljahr 1972/73 — also vor knapp 10 Jahren — in allen Bundesländern verbindlich eingeführt wurde. Und seit Sommer 1981 kann man solche Äußerungen stützen mit dem Verweis auf den schon veröffentlichten ab Schuljahr 1982/83 gültigen bayerischen Lehrplan. Diese Tatsache sowie der in Gang befindliche Prozeß der Lehrplanrevision in anderen Bundesländern fordern eine Standortbestimmung seitens der Fachdidaktik

heraus: eine Standortbestimmung, die einerseits Veränderungen und Entwicklungen der Reformvorstellungen im Bereich der fachdidaktischen Diskussion kennzeichnet, andererseits aber auch deutlich macht, *an welchen Zielvorstellungen der Reform nach wie vor festgehalten werden sollte* und in welchen Punkten eine Weiterentwicklung der derzeitigen Konzepte nötig ist. Eine solche Standortbestimmung — einschließlich einer kritischen Auseinandersetzung mit einigen Beiträgen aus der jüngeren didaktischen Diskussion — möchte ich in meinem Vortrag vornehmen. Eine zentrale Rolle wird dabei der Begriff „Wissenschaftsorientierung" spielen. Mein Vortrag gliedert sich in folgende Abschnitte:

1. Wissenschaftsorientierung und Reformdiskussion
2. Die Orientierung an „Mathematik als Produkt"
3. Die Orientierung an „Mathematik als Tätigkeit"
4. Ursachen für die Diskrepanz zwischen Anspruch und Wirklichkeit
5. Probleme der gegenwärtigen Unterrichtspraxis
6. Schlußbemerkungen

1. Wissenschaftsorientierung und Reformdiskussion

Das zentrale Anliegen der Reform, die ‚Wissenschaftsorientierung', wird in der öffentlichen Diskussion zunehmend als ein negatives Merkmal und als Grund ihres Fehlschlagens angeführt.

1. Beleg: Dem Heft 4/1981 der Zeitschrift „Grundschule" konnte man entnehmen, daß die Landesregierung in Baden-Württemberg eine „Entrümpelung" der Lehrpläne beschlossen hat, deren Grundlage die Kritik an deren „Verwissenschaftlichung" ist.

2. Beleg: „Sie sollen kindgemäß lernen, aber es wird ihnen eine wissenschaftsbezogene Bildung verordnet" (Zitat aus: „Hilflos, Lustlos, Abgeschlafft", Fernsehfilm der ARD am 4. 11. 81).

Mit dem letztgenannten Zitat will die Autorin des Films auf einen von ihr konstatierten inneren Widerspruch hinweisen, aufgrund dessen die Reform zum Scheitern verurteilt ist. Daraus ergibt sich die Forderung „back to basics", die nicht explizit ausgesprochen wurde, aber deutlich herauszuhören war. Daß diese Tendenz in der Praxis schon durchgeschlagen ist, hat *Sprockhoff* in seinem Vortrag auf der Bundestagung für Didaktik der Mathematik 1981 festgestellt (vgl. das Eingangszitat aus [18]).

Aber seine Ausführungen wurden von vielen Zuhörern nicht nur als eine Beschreibung, sondern auch als Legitimation einer solchen Tendenz verstanden, mit der einschränkenden Voraussetzung — und das war das Hauptanliegen dieses Vortrages —, daß durch das Zurückschlagen des Pendels nicht ein methodisches Niveau erreicht werden darf, das noch unter dem liegt, das vor dem Beginn der Reform bestand. („Orientierungslosigkeit im ‚Neuen Rechenunterricht'", „Mathematisierung des Rechenunterrichts konsolidieren").

Es entstand der Eindruck, daß neuerdings auch im Bereich der Fachdidaktik das zentrale Anliegen der Reform — die Wissenschaftsorientierung — und damit die Reform selbst — aufgegeben werde.

Denn was *Sprockhoff* unter *„Mathematisierung des Rechenunterrichts"* versteht, ist — wie er selbst sagt — *nur ein Teil des ursprünglichen Programms* und m. E. auch nur ein Teil des Programms, an dem man festhalten sollte. Er meint damit das Erarbeiten und Anwenden mathematischer Beziehungen und ihre Nutzbarmachung für das Erreichen der Ziele des Rechenunterrichts. Es handelt sich um eine Forderung, die schon vor dem Reformbeschluß von 1968 bestand und von diesem unabhängig ist. Nichtsdestotrotz ist sie heute noch aktuell und wird vielfach nicht genügend berücksichtigt. Als Illustration dieser Aussage möge folgende Episode dienen: Zwei Kinder, eines davon Schüler des 4. Schuljahres, haben ein Spiel gespielt, bei dem man Pfeile auf eine Scheibe wirft und je nach der Position, in der sie auftreffen, 25, 50, 75, 100, 125 bzw. 150 Punkte erhält. Nach 20 Durchgängen entstand folgende Liste:

H: 25, 25, 125, 50, 100, 100, 125, 75, 25, 125, 75, 75, 150, 25, 150, 150, 25, 125, 75, 125

A: 75, 75, 100, 25, 75, 50, 150, 75, 125, 75, 125, 50, 125, 100, 100, 50, 125, 25, 100, 125

Nun wollten sie wissen, wer von beiden mehr Punkte hat, und suchten Hilfe bei einem Erwachsenen. Daß einem Kind des 4. Schuljahres, obwohl es diese Aufgabe prinzipiell lösen können müßte, die Summation zu mühselig erscheint, sei ihm zugestanden. Als einen Erfolg einer „Mathematisierung des Rechenunterrichts" würde ich es in diesem Fall ansehen, wenn die Kinder aufgrund ihrer im Mathematikunterricht gewonnenen Erfahrungen und Erkenntnisse folgendes naheliegende Verfahren benutzt hätten: Man streiche jeweils bei Kindern paarweise gleiche Punktzahlen weg, so lange es geht. Der Vergleich der Summe der übrigbleibenden Zahlen ist um einiges leichter — insbesondere, wenn man noch die Tatsache nutzt, daß es sich nur um Vielfache von 25 handelt.

Welches sind nun aber die der Reform von 1968 eigentümlichen Aspekte von Wissenschaftsorientierung?

In den KMK Empfehlungen von 1976 wurde als eine Kennzeichnung der Empfehlungen von 1968 angegeben, daß „die *fachliche Kontinuität des Mathematikunterrichts* für alle Schularten und Schulstufen zum Grundsatz erhoben" wurde.

Damit ist einerseits zwar der entscheidende Unterschied zwischen traditionellem Rechenunterricht und dem modernisierten Mathematikunterricht angegeben, andererseits ist die Formulierung aber so allgemein, daß sie von sehr unterschiedlichen Konzeptionen zur Rechtfertigung benutzt werden kann. Solche Konzeptionen können danach unterschieden werden, welcher Aspekt von Mathematik als Wissenschaft als der angesehen wird, der für die geforderte Kontinuität wesentlich ist. Was meine ich hier mit „Aspekte der Mathematik als Wissenschaft"? Ich beziehe mich auf die bekannte Unterscheidung zwischen *Mathematik als Produkt* (Orientierung an Mathematik als „Wissenschaft von den formalen Systemen", Baby-Bourbaki) und *Mathematik als Tätigkeit* (die sich spezifischer kognitiver Strategien und geistiger Grundtechniken bedient).

2. Die Orientierung an „Mathematik als Produkt"

Die Orientierung an „Mathematik als Produkt" oder „Mathematik als Wissenschaft von den formalen Systemen" war wesentliches Kennzeichen der Reform in ihrer Anfangszeit.
Dies wird z. B. deutlich durch ein Zitat aus dem vielfach zitierten UNESCO-Report der ISGML, der die Reformdiskussion in Deutschland wesentlich beeinflußt hat. Dort ist von „Betonung der Struktur" die Rede und wörtlich heißt es: „Man denkt jetzt über die Verbesserung des grundlegenden Unterrichts auf elementarem Niveau nach, damit Schüler der Grundschule sich besser auf die neuen Strukturen der Hochschulerziehung einstellen können" (zitiert nach [21], S. 26).
Die Folge dieses Nachdenkens war *Veränderung alter Inhalte und Aufnahme neuer Inhalte.* Es kam zu einer Reihe von Fehlentwicklungen, durch die der Mathematikunterricht in der Grundschule einen von Formalismus und Begriffsfülle geprägten Charakter bekam. Diese Fehlentwicklungen haben zu der heftigen und häufig überzogenen, z. T. aber auch berechtigten Kritik an der Reform in der Öffentlichkeit geführt und es zum Schaden der Sache Kritikern ermöglicht, einen Widerspruch zwischen Wissenschaftsorientierung und Kindgemäßheit zu konstruieren.
Zwei Beispiele, die inzwischen der Vergangenheit angehören, seien beiläufig erwähnt und nicht weiter kommentiert:

1. Multiplikation und kartesisches Produkt

Bekanntlich gab es Lehrgänge, in denen die Multiplikation natürlicher Zahlen über das kartesische Produkt *eingeführt* wurde. Dieses Verfahren wurde von *Schlechtweg,* der nach einer Bemerkung von *Neunzig* ([19], S. 20) der Urheber dieses Vorschlags ist, wie folgt begründet: „Es wird diese allgemeine Definition des Produktes ungewohnt sein; sie ist das Ergebnis tiefgründiger mathematischer Untersuchungen des ausgehenden vorigen Jahrhunderts. Die wissenschaftliche Hochschule hat die Aufgabe, sie für die Bildung unserer Kinder nutzbar zu machen, wenn wir sie nicht bilden wollen auf einer Kulturstufe, die vor der Entstehung der Mengenlehre im vorigen Jahrhundert existierte." ([14], S. 47).

2. Gruppenbegriff im Mathematikunterricht der Grundschule

Zu diesem Thema ein Zitat aus einem Aufsatz von Simm über Kriterien zur Beurteilung von Schulbüchern: „denn man urteilt gewiß nicht falsch, wenn man die heutige Mathematik in weiten Bereichen als Strukturtheorie bezeichnet. Schulbände, die unsere Kinder in die heutige Mathematik einführen sollen, erfüllen deshalb ihre Aufgabe nicht, wenn sie auf die Darstellung und Anwendung von mathematischen Strukturen verzichten" ([15], S. 292).
Im Zusammenhang mit dieser Art von Wissenschaftsorientierung wird häufig *Bruner* erwähnt, der — wie *Schipper* in [22] schreibt — „ein an der Struktur des Gegenstandes orientiertes Lernen als wichtiges innerfachliches Transferprinzip herausgestellt hat."
Doch mit der Berufung auf *Bruner* kann weder gerechtfertigt werden, daß die Reihenfolge der Themen im Unterricht sich ausschließlich an einer fachsystematischen Reihenfolge orientiert, noch kann damit eine im Zuge der Reform anzutreffende frühzeitige Explizierung von Begriffen gerechtfertigt werden. Es wird dabei, und darin bestand ein großer Teil der Fehler in der Vergangenheit, die andere Forderung *Bruners* außer Acht gelassen: Mathematik im Anfangsunterricht mit *unbedingter intellektueller Redlichkeit* zu lehren, aber mit dem *Nachdruck auf dem intuitiven Erfassen und Gebrauchen* der grundlegenden Ideen.
Was eine Berücksichtigung dieser Forderung für den Bereich der sogenannten strukturellen Leitbegriffe „Menge", „Relation" konkret bedeuten kann, sollen folgende Beispiele illustrieren:

1. **Nicht:** frühe Erarbeitung und Symbolisierung der Begriffe Menge, Teilmenge, Vereinigungsmenge, Schnittmenge, Gleichheit von Mengen.
Sondern: Schaffung vielfältiger Problemsituationen im Zusammenhang mit dem Schema der gleichzeitigen Sortierung nach zwei Merkmalen.
2. **Nicht:** Explizite Einführung des kartesischen Produktes.
Sondern: Fähigkeit fördern, geeignete Situationen mit Hilfe von Baumdiagrammen oder Tabellen darzustellen und die Produktregel anzuwenden.
3. **Nicht:** Eigenschaften von Äquivalenzrelationen thematisieren.
Sondern: Fähigkeit fördern, situationsangemessene Klassifizierungen zur Lösung von Problemen zu verwenden.

Die unter „Nicht" aufgeführten Fehler in der Vergangenheit können auch so beschrieben werden: Das, was Hintergrundwissen des Lehrers sein sollte, wurde zum Gegenstand des Unterrichts.
Warum ich hier auf diese allseits bekannten Dinge eingehe, hat zwei Gründe:
1. Man muß die Lehrer in Schutz nehmen vor solchen Vorwürfen, wie man sie in einem jüngst ([25], S. 33) erschienenen Buch von *Neunzig* nachlesen kann: „Allerdings waren mit dem Versuchsstadium und der Reform auch negative Begleitumstände verbunden, indem Lehrer Inhalte und Notationsformen im Mathematikunterricht verwandten, die eine Überforderung für die Schüler darstellten. Andere wiederum trafen eine einseitige Auswahl aus den möglichen und geeigneten Stoffgebieten und weiteten diese zu

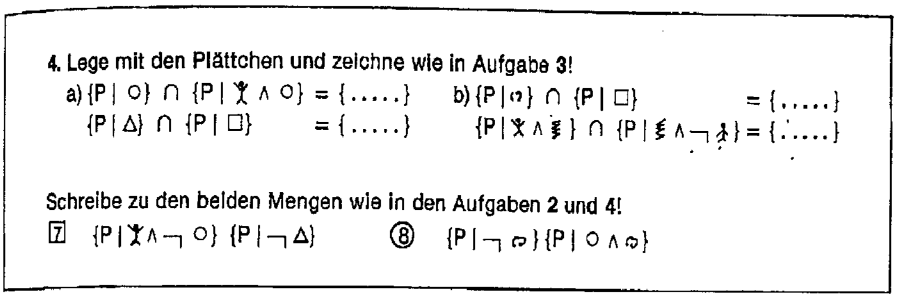


Abb. 1

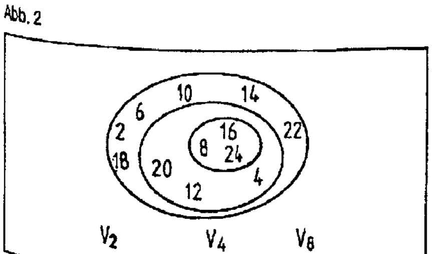
sehr aus." Wie man sich durch Inspektion einschlägiger Schulbuchwerke leicht überzeugen kann, haben auch deren Herausgeber ihren Teil dazu beigetragen. (Man vergleiche z. B. [34], S. 55; siehe Abb. 1.)

2. Häufig wird so getan, als gehörten die diesbezüglichen Unzulänglichkeiten der Vergangenheit an.
An einigen Beispielen möchte ich zeigen, daß dies nicht der Fall ist.

1. Mengensprache, Mengenverknüpfungen, Relationen

In diesem Bereich ist nach wie vor ein problematischer, mißverständlicher oder falscher Umgang mit Fachbegriffen oder -symbolen festzustellen, der zu fehlerhafter Begriffsbildung oder mindestens zu Schwierigkeiten beim Aufbau adäquater Begriffsvorstellungen führen dürfte. So wird z. B. in Lehrbüchern der Begriff *Teilmenge* auf eine Art eingeführt, daß die Vorstellung naheliegt, es handele sich um eine Eigenschaft, die Mengen besitzen können oder nicht, und nicht um einen Relationsbegriff. Oder im Unterricht wird das Wort „Menge" so benutzt, daß es für die Schüler einen von einer eiförmigen Linie umgrenzten Platz bezeichnet, auf den man Plättchen legt: „Lege das Plättchen in die Menge" (so auch gelesen im Lehrerhandbuch eines neu erschienenen Werkes).
Das Thema „Vielfachenmengen" scheint für Lehrbücher eher Stoff für neue Routineaufgaben zu liefern, als daß es als Möglichkeit genutzt wird, bei den Kindern strukturelle Einsichten anzubahnen oder offene bzw. differenzierende Aufgaben zu stellen. Abgesehen davon findet man erhebliche Mängel in der Darstellung, die zu einem regelrechten Verwirrspiel führen können. Ein typisches Beispiel — zu finden auf den Seiten 10, 11 in [33], 4. Schuljahr — soll etwas eingehender besprochen werden: Ausgehend von der in Abb. 2 wiedergegebenen Darstellung, bei der das Zeichen „V_8" sowie die innerste Linie blau und das Zeichen „V_4" sowie die mittlere Linie rot abgedruckt sind, werden folgende Aufgaben formuliert: „9. Umfahre die Vielfachenmengen und schreibe auf: V_2 = {___}, V_4 = {___}, V_8 = {___}. 10. V_4 ist Teilmenge von V_2, In Zeichen: $V_4 \subseteq V_2$. Prüfe nach: $V_8 \subseteq V_4$, $V_8 \subseteq V_2$."
Bedeutet — wie allgemein üblich — V_x die Menge der Vielfachen von x, so lernen die Kinder in

Abb. 2



Aufgabe 10 falsche Begründungen für richtige Sachverhalte. Erinnert sich aber ein Kind noch — was i. a. nicht zu befürchten ist — an seinen Unterricht im 3. Schuljahr, wo es gelernt hat, zwischen „32" und „V_8" das Zeichen „∈" zu setzen muß es die Behauptung $V_8 \subseteq V_2$ für falsch halten, nicht nur weil 32 nicht Element von V_2 im Sinne der Aufgabe 9 ist, sondern weil es gelernt hat (vgl. [33] 3. Schuljahr, S. 45), daß V_x der Name für die Menge der ersten 10 Vielfachen von x ist. Ob es wohl dann den feinen Unterschied in der Formulierung der Aufgabe 1 auf S. 11 bemerkt: „Schreibe zu jeder Menge die ersten zehn Zahlen auf. V_9 = {___} V_{20} = {___} ..." und nun weiß, daß jetzt auch V_2 plötzlich sehr viel mehr (oder vielleicht doch nur 10?) Elemente als auf der vorhergehenden Seite hat? Ich fürchte nein, denn der Lehrer wird sicherlich als Lösung V_9 = {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90} zulassen. Aber welches der beiden Zeichen ∈, ∉ muß dann in Aufgabe 2 zwischen „V_{15}" und „465"?
Zu guter letzt noch einen Tafelanschrieb in einem 4. Schuljahr (Herbst 1981): „A ∩ B = Schnittmenge; {A geschnitten mit B → gehören zu A und zu B}" Ein Kollege fand eine passende Bezeichnung hierfür: Zeichensalat!
Auch die Pfeildiagramme für *Relationen* werden häufiger dazu benutzt, einen den Schülern bekannten Sachverhalt auf eine weitere Art darzustellen als dazu, solche wie z. B. in Arbeiten von *Gnirk* [4] und *Winter* [19] aufgezeigten Möglichkeiten kognitiver Förderung und Differenzierung zu nutzen.
In dem Buch „Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule" [28], eine Pflichtlektüre für jede(n), die (der) in der Grundschule Mathematik unterrichtet, ist der verfehlte Umgang mit diesen Themen so beschrieben: „,Mengen' stehen vielleicht für das Umgehen mit Venn-Diagrammen zur Lösung von Pseudo-Problemen; ,Graphen' bedeuten vielleicht eine formalisierte Routine, um Relationen zu illustrieren. Wäre dies die Bedeutung, die die Wörter in der Praxis tragen, so wollten wir keines von ihnen. Wir identifizieren keinen dieser Begriffe mit der formalen Behandlung, die wir in der Mehrzahl der Lehrbücher finden" ([28], S. 12).

2. Thematisierung der Begriffe, Aussage, Aussageform

Hierbei handelt es sich um ein „Erbstück" der logischen Grundlage der Gleichungslehre im gymnasialen Unterricht. Als Beispiel seien angeführt die Seiten 60—62 im Band für das 3. Schuljahr des Schulbuchwerkes [31]. Diese enthalten eine m. E. überflüssige frühzeitige Explizierung der o. a. Begriffe mit Sätzen (Merksätzen?) wie: „Jedes Element der Grundmenge, das zu einer richtigen Aussage führt, heißt Lösung der Aussageform". Auf der gleichen Linie liegt ein Aufsatz von *Becker* [3], während man bei *Winter* [19] Unterrichtsvorschläge nachlesen kann, die stärker auf ein intuitives Erfassen grundlegender Ideen abzielen.

3. Der „pränumerische Vorkurs"

Damit ist die allgemein übliche Themenfolge zu Beginn des ersten Schuljahres gemeint:

— Dinge und ihre Eigenschaften
— Mengenbildung
— Mächtigkeitsvergleiche
— Einführung der Kardinalzahlen

Auch bei der Konzeption dieses Lehrgangsteils spielte der fachlich-strukturelle Begründungszusammenhang — natürlich neben anderen Begründungen — eine Rolle. Das zeigt z. B. folgende Formulierung aus dem Vortrag „Neue Ansätze zur Didaktik der Mathematik in der Grundschule", den *Bauersfeld* auf der Osnabrücker Tagung 1967 hielt: „Im Aufbau der modernen Mathematik steht das „Rechnen mit Zahlen" bereits unter den verwickelteren Strukturen. Zu ihren Voraussetzungen gehören u. a. Grundbegriffe wie „Menge" und „Aussage", bestimmte Äquivalenz- und Ordnungsrelationen, logische Verknüpfungen, Teile der Mengenalgebra. Könnte diese gegenstandstheoretische Hierarchie nicht auch in pädagogisch-psychologischer Hinsicht, d. h. für den Aufbau der Einsicht des Kindes bedeutsam sein?" ([2], S. 6f).

Ich erwähne dieses Thema deshalb, weil die Zweckmäßigkeit der Anordnung und des Aufbaus dieser Lehrgangsteile zunehmend in Zweifel gezogen wird. Eine ausführliche Analyse dazu hat *Schipper* erarbeitet. Sie ist in [12] nachzulesen.

4. „Richtiger Gebrauch des Gleichheitszeichens"

Mathematisch unkorrekter Gebrauch des Gleichheitszeichens in der traditionellen Rechendidaktik — wie z. B. in sogenannten Kettengleichungen: $3+4=7+3=10+5=15$ — führte zu Bemühungen, Einführung und Umgang mit dem Gleichheitszeichen so zu gestalten, daß die Kinder von Anfang an eine statische Auffassung entwickeln, d. h. eine Gleichung als ein sprachliches Glied auffassen, bei dem links und rechts vom Gleichheitszeichen Namen für dieselbe Zahl stehen. Eine dynamische Interpretation, d. h. das Lesen des Gleichheitszeichens als „Ergibt-Zeichen" oder anders ausgedrückt: Die Aufgabe-Ergebnis-Lesart sollte verhindert werden. Der Fehler in der Argumentation zu diesem Thema bestand m. E. darin, daß gefolgert wurde: Da Kettengleichungen nicht zugelassen sind, muß die dynamische Interpretation unterbunden werden. Die Praxis hat nun gezeigt, daß es — aus naheliegenden Gründen — unrealistisch ist, zu erwarten, man könne gleich von Anfang an bei Grundschulkindern den abstrakten Gleichheitsbegriff im Sinne der algebraischen Interpretation erzeugen. Einiges dazu kann man in [7] nachlesen. Auch *Griesel* stellt in [5], S. 31 fest, daß es nicht kindgemäß ist, eine Gleichung als eine Aussage zu interpretieren, bei der auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens Namen für dieselbe Zahl stehen. Würde man daran festhalten, die dynamische Interpretation als unzulässig zu betrachten, ergäbe sich zwangsläufig die Konsequenz, auf das Gleichheitszeichen zu verzichten — eine Konsequenz, die theoretisch möglich, aber sicher nicht sinnvoll ist. Es ist doch auch nicht sinnvoll, von den vielen Interpretationsmöglichkeiten, die doch gerade den Vorzug dieser Schreibweise ausmachen, willkürlich welche auszuschließen. Solche Interpretationsmöglichkeiten sind z. B.:

— Wenn Adam 3 Meerschweinchen und 4 Hamster hat, Eva aber 7 Fische, dann haben beide genausoviele Tiere.
— Wenn Eintracht Frankfurt vom 3. Tabellenplatz um 4 Plätze zurückfällt, dan steht sie auf dem 7. Tabellenplatz.
— Wenn es erst um 3 Grad wärmer und dann noch einmal um 4 Grad wärmer geworden ist, ist es insgesamt um 7 Grad wärmer geworden.

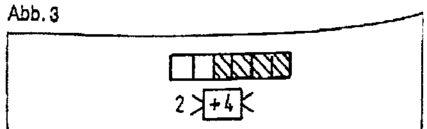
Es geht doch gerade darum, den Kreis der Situationen, der durch eine Gleichung erfaßt wird, möglichst breit anzulegen.

In diesem Zusammenhang möchte ich noch eine kurze Bemerkung zu Problemen mit der Operatorschreibweise machen. *Griesel* schreibt in [5], S. 31 „Ihre methodische Bedeutung besteht einmal darin, daß sie eine dynamische Interpretation des Rechenvorgangs zulassen, also eine sachadäquate Beschreibung der Tätigkeit des Rechnens liefern".

Ziel ist also, daß die Kinder die Operatorschreibweise mit anderen Vorstellungen verbinden (die oft mit dem Wort „Operatordenkweise" bezeichnet werden) als die Gleichungsschreibweise. Das ist nach meinen Beobachtungen kaum der Fall. Kinder und Lehrer haben eher die Vorstellung, hier werde nur eine neue Schreibweise für die gleichen Aufgaben eingeführt, die man früher anders aufschrieb. Das ist auch nicht verwunderlich, denn in den „Maschinen", die für die Operatoren stehen, wird in der Regel nur Mengenvereinigung praktiziert, und für diesen Sachverhalt hat man die Gleichungsschreibweise, so daß eine neue eigentlich überflüssig erscheint. Diese Auffasung wird durch Darstellung in Schulbüchern (z. B. [29], S. 63) eher noch unterstützt (siehe Abb. 3).

Auf Alternativen zu diesem Vorgehen, die von anderen und mir selbst entwickelt wurden, kann ich an dieser Stelle nicht eingehen.

Abb. 3



Zusammenfassend kann festgehalten werden: In Bezug auf die Orientierung an „Mathematik als Wissenschaft von den formalen Systemen" haben im Laufe der Reform Lernprozesse der Didaktiker stattgefunden. Nichtsdestotrotz gibt es heute noch „Erbstücke", die einer Weiterentwicklung bedürfen. Die positiven Möglichkeiten der Orientierung an den sogenannten strukturellen Leitbegriffen sollten unter Beachtung der Forderung nach intellektueller Redlichkeit und dem Nachdruck auf dem intuitiven Erfassen grundlegender Ideen verstärkt genutzt werden.

3. Orientierung an Mathematik als Tätigkeit

Dieser Bestandteil der Wissenschaftsorientierung — oder: der Mathematisierung — des Unterrichts betrifft nicht in erster Linie die Inhalte, sondern die Art und Weise, wie sich das Lernen im Mathematikunterricht vollzieht. Insofern scheint mir auch die Bezeichnung „Wissenschaftsorientierung auf der Seite des Lernens" passend zu sein. Dieses Anliegen war Teil der Reformkonzeption von *Dienes* und wurde in der sich anschließenden fachdidaktischen Diskussion als wesentlicher und unverzichtbarer Bestandteil der Reform artikuliert. Aber es ist auch der Reformaspekt, bei dem die Diskrepanz zwischen Theorie und Praxis am größten ist und bezüglich dessen man wohl mit Recht von einem (zumindest vorläufigen) Scheitern der Reform sprechen kann.

Worum geht es im einzelnen?

Versucht man das, was in Publikationen, Lehrplänen und Lehrerhandbüchern zu diesem Thema steht, überblicksweise zu beschreiben, so findet man im wesentlichen drei zwar nicht voneinander unabhängige, doch trennbare Einzelaspekte vor, die durch folgende Stichworte beschrieben werden können:

1. *Betonung der Eigentätigkeit und der Eigenaktivität* (betrifft: Art und Ausmaß der Aktivität des Schülers.)

Mit **Eigentätigkeit** ist hier gemeint, was auch „konstruktives Operieren mit konkreten Material" genannt wird, während **Eigenaktivität** sich nicht unbedingt auf solche Manipulationen beschränkt, sondern auch geistige Aktivität in Form „aktiver Assimilations- und Akkommodationsversuche" sein kann. Beides gemeinsam ist beschrieben z. B. durch das bekante „I do, and I understand" oder: Mathematik ist kein Zuschauersport.

2. *Abkehr vom Frontalunterricht* (Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit, betrifft: Unterrichtsorganisation)

3. *„Kind als Forscher", Entdeckendes Lernen* (betrifft: Art des Umgangs mit Mathematik überhaupt)

Man findet diese Aspekte z. B. in folgenden Zitaten:

1. *Dienes* schreibt in seinem Buch: „Aufbau der Mathematik": „Es wird wahrscheinlich nötig sein, die gegenwärtige Methode des Schulunterrichts mit dem Lehrer in zentraler Machtposition fast völlig aufzugeben und durch individuelles Lernen oder Lernen in kleinen Gruppen zu ersetzen... Ich glaube, daß es möglich ist, auf allen Stufen des Mathematiklernens eine voll schöpferische Lernsituation herzustellen" ([20], S. 26). Er wendet sich damit gegen den Klassenunterricht, die — wie er sagt — „am meisten verbreitete Art des Mathematikunterrichts ..., in dem der Lehrer die maßgebliche Informationsquelle darstellt".

2. In den „Fernbriefen zur Weiterbildung der Grundschullehrer" von *Görner* und *Röhrl* heißt es: „Ein Unterricht, der Kinder nicht darüber belehren will, was andere gedacht haben, sondern die Kinder immer wieder in Situationen führt, wo nichts hilft als nur das eigene Denken, muß sich weitgehend der Form des Frontalunterrichts entheben — Denken läßt sich nicht auf Kommando! — und zu einem Arbeiten in Kleingruppen übergehen, in die der Lehrer nur zeitweise — nicht, um zu kontrollieren, sondern als Partner — tritt." ([22], S. 3)

3. Ein weiteres Zitat, in dem die Position, die dieser Art von Wissenschaftsorientierung zugrundeliegt, sehr eindrucksvoll beschrieben wird, findet sich im Vorwort des schon erwähnten Buches „Modell für den Mathematikunterricht in der Grundschule" ([28]).

Dort steht z. B. „Die Mathematik existiert nur im Intellekt. Jeder, der sie erlernt, muß sie daher nachempfinden bzw. neu gestalten. In diesem Sinn kann Mathematik nur erlernt werden, indem sie geschöpft wird. Wir glauben nicht, daß ein klarer Trennstrich gezogen werden kann zwischen der Tätigkeit des forschenden Mathematikers und der eines Kindes, das Mathematik lernt. Das Kind hat andere Hilfsmittel und andere Erfahrungen, aber beide sind in den gleichen schöpferischen Akt einbezogen. Wir möchten betonen, daß die Mathematik, die ein Kind beherrscht, tatsächlich sein Besitz ist, weil das Kind diese Mathematik durch persönliche Handlung entdeckt hat" (a. a. O., S. 8).

Und schließlich: „Es ist klar, daß wir mit dem Begriff ‚moderne Mathematik' eher eine Haltung der Mathematik gegenüber verbinden als eine Liste von speziellen mathematischen Themen" (a. a. O., S. 11).

Im Mittelpunkt dieser Zitate steht der dritte der oben aufgeführten Aspekte, der der eigentliche Kern der „Wissenschaftsorientierung im Bereich des Lernens" ist und dessen Berücksichtigung folgendes bedeutet: *Schon Kinder sollen Gelegenheit haben, Mathematik als einen Bereich zu erleben, in dem man selbständig Entdeckungen machen und mit verschiedensten Strategien auch in zunächst unübersichtlichen Situationen selbst zu gesicherten Ergebnissen kommen kann.* Es soll damit ein Beitrag geleistet werden zur Förderung des Vertrauens in die Kraft des eigenen Denkens, ein Gefühl, das im Zusammenhang mit Mathematikunterricht auch heute nicht so häufig anzutreffen ist.

Aus den Zitaten wird auch klar, daß der Grund für die in 1. und 2. geforderte „neue Lernorganisation", die „neue Unterrichtspraxis" und das „neue Lehrerverhalten" (wie *Griesel* bzw. *Kirsch* sich in ihren Beschreibungen der Reform ausdrücken) nicht nur in pädagogischen Zielsetzungen, psychologischen Theorien sowie dem Wunsch nach Verbesserung der Methoden (*Freudenthal* in: „Mathematik als pädagogische Aufgabe": „Nacherfundene Kenntnisse und Fähigkeiten werden besser verstanden und eingeprägt als solche, die weniger aktiv erworben wurden.") zu suchen ist — Dinge, die auch schon im traditionellen Rechenunterricht eine Rolle spielten —, sondern diese Forderungen („neue Unterrichtspraxis") sind eine Folge neuer Ziele des Mathematikunterichts, die dem 3. Aspekt zuzurechnen sind.

Daher ist es auch nicht angemessen, bestimmte methodische Vorgehensweisen isoliert von anderen Aspekten zu betrachten und zu beurteilen, so wie *Neunzig* das in seinem Aufsatz: „Wie effektiv sind Unterrichtsmethoden?" (vgl. [10]) getan hat. Er stellt dort — natürlich nur bezogen auf die Unterrichtseinheit in den untersuchten Klassen — eine leichte Überlegenheit von — wie er selbst sagt — „kinderfeindlichen" Methoden fest. (Es geht dabei um den Vergleich zwischen „Lehrform 1: Partnerarbeit — Lernmaterial — Arbeitskarten" und „Lehrform 2: Klassenunterricht — Einzelarbeit".)

Darüberhinaus wird der Aufsatz dadurch noch zu einem Ärgernis, daß *Neunzig* — was man im Rahmen einer wissenschaftlich geführten Diskussion eigentlich erwarten könnte — nichts darüber sagt, ob und wie sich die Ergebnisse seiner Untersuchungen mit solchen Aussagen vereinbaren lassen, wie z. B. folgende Passage im Lehrerheft zu Band 1 seines Schulbuches „Wir lernen Mathematik": „Es wäre zwecklos, Kindern dieser Altersstufe, mathematische Begriffe **lehren** zu wollen. Wenn man ihnen dagegen vielfältiges Lernmaterial zur Verfügung stellt, können sie sich fast spielerisch Einsichten in mathematische Beziehungen erwerben ... Dafür ist es uns ein besonderes Anliegen, Möglichkeiten zu schaffen, daß die Kinder aus ihren Erfahrungen lernen" (vgl. [32], Lehreranleitung 1. Schuljahr, S. 5).

Der Aufsatz von *Neunzig* ist Teil einer sich verstärkenden Tendenz, von einem zentralen Reformanliegen, daß eine geänderte Auffassung von der Rolle des Lehrers impliziert, stillschweigend Abschied zu nehmen. Sichtbar wird diese Tendenz auch anderswo: In der Lehreranleitung von *Görner/Nestle:* „Eins Zwei Drei ..., Mathematik im 1. Schuljahr" steht: „Bezüglich des methodischen Vorgehens wird durch das Unterrichtswerk nichts festgelegt. Es kann zum Beispiel ohne weiteres so damit gearbeitet werden, wie dies vor der Reform weit verbreitet war, nämlich frontal." (Vgl. [30]. Es sollte ergänzt werden: „und heute noch weit verbreitet ist".) Der Gerechtigkeit halber sei gesagt, daß die Autoren in den weiteren Ausführungen für andere Unterrichtsformen plädieren. Dennoch kann das Zitat von Lehrern als Legitimation für eine problematische Praxis verstanden werden.

Auch die von *Sprockhoff* in seinem eingangs erwähnten Vortrag propagierte stärkere Betonung der Prinzipien

— von der sorgfältigen methodischen Stufung des Lernprozesses und

— der Isolierung der Schwierigkeiten

kann — wenn sie mißverstanden wird — zu einer Lernorganisation führen, die fatale Folgen haben kann. (So kann man z. B. immer wieder beobachten, daß eine gemäß oben genannter Prinzipien gestaltete Thematisierung des Zehnerübergangs oder auch der „sorgfältig gestufte" Aufbau des Hunderterraumes sowohl für leistungsschwache als auch für leistungsstarke Schüler eher eine Zumutung bedeutet.)

Die *Gefahren,* die mit einer zu starken Betonung dieser Prinzipien verbunden sind, werden in „Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule" so formuliert:

„Wir glauben weiter, daß ein Unterricht, der das Lernen durch Zerlegen in kleine isolierte Schritte zu vereinfachen sucht, den Kindern nicht hilft, sondern ihnen nur Steine in den Weg legt. Sie benötigen die allgemeinen Techniken und Strategien der Mathematik viel stärker als die Fähigkeit, auf leichte Fragen fehlerlos zu antworten. Es wird ihnen viel genommen, wenn Exaktheit in einem winzigen Bereich der ganze Erfolg ihres Lernens ist" (a. a. O., S. 9).

Wichtiger als die globale Anwendung dieser Prinzipien wird für den Unterricht vielmehr sein, daß der Lehrer sensibel dafür ist, zu welchem Zeitpunkt und bei welchem Kind eine Isolierung von Schwierikgieten eine methodische Hilfe ist.

4. Ursachen für die Diskrepanz zwischen Anspruch und Wirklichkeit

Daß die Diskrepanz zwischen Anspruch (sofern er noch besteht) und Wirklichkeit im Mathematikunterricht der Grundschule so groß ist — und zwar insbesondere im Bereich der „Wissenschaftsorientierung auf der Seite des Lernens" —, verwundert nicht, wenn man nachliest, was an Voraussetzungen, d. h. notwendigen Bedingungen für die Realisation der Reformideen alles formuliert worden ist. Keine dieser Bedingungen ist bis zum heutigen Tage wirklich *durchgängig* erfüllt. Nicht einmal die, von der man es inzwischen erwarten dürfte, und die die Kultusminister in ihren „Empfehlungen zur Arbeit in der Grundschule" vom 2. 7. 1970 formuliert haben: „Zu den äußeren Voraussetzungen für eine Lösung der gestellten Aufgaben gehört die Beschränkung der Gruppenfrequenzen auf höchstens 25 Kinder. Die Zielsetzung zwingt zu weitgehender Differenzierung und Individualisierung." Es ist zwar von allen Bedingungen diejenige, die inzwischen am weitestgehenden erfüllt ist, andererseits zeigt die Praxis, daß eine notwendige Bedingung nicht immer eine hinreichende ist. Ein weiterer Bedingungskomplex ist der der Lehrerqualifikation, Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. In der Einleitung des Tagungsbandes der Osnabrücker Tagung 1967 schreibt Frau *Viet:* „... denn ohne sorgfältige Ausbildung *aller* Lehrer, die Rechnen und Raumlehre bzw. Mathematik unterrichten — gleichgültig in welcher Altersstufe — scheint eine Modernisierung des Unterrichts von vornherein zum Scheitern verurteilt zu sein."

Es ist bekannt, daß diese Bedingung bis heute in mehrfacher Hinsicht nicht erfüllt ist. Erstens unterrichten noch heute bzw. heute wieder viele Lehrer ohne entsprechende Ausbildung Mathematik in der Grundschule. Zweitens hat es zwar hinsichtlich der Fortbildung zu Beginn der Reform erhebliche Anstrengungen in diesem Bereich gegeben, aber ihr Ergebnis war sowohl in den Augen der Lehrer als auch von der Warte der Didaktiker unbefriedigend. Eine Grundschullehrerin, die die Bedeutung der angestrebten Änderungen erkannt hatte und ihren „Schnellkurs" entsprechend unzufrieden war,

drückte mir gegenüber ihre Unzufriedenheit in einem gar nicht so unpassenden Vergleich so aus: „Wenn man im Zuge der Ostverträge Unterricht in russischer Sprache in der Grundschule verbindlich gemacht hätte, wäre man auch nicht auf die Idee verfallen, so wie bei der Neuen Mathematik, die Lehrer in ein paar Nachmittagskursen darauf vorzubereiten."
Der immer wieder beklagte Mangel dieser Zusatzausbildung bestand in einer vorwiegenden Orientierung an den neuen Inhalten bzw. auch starker Fixierung auf bestimmte Lehrbücher. Auf die besondere Problematik der Lehrerfortbildung hat *Bauersfeld* in seinem Aufsatz „Mathematik in der Grundschule" (vgl. [1]) schon 1969 hingewiesen, wo er schrieb,

– daß die mathematischen Grundkenntnisse der Lehrer aufzufüllen seien,
– daß sich aber vor allem ihr Bild vom Schulehalten ändern müsse,

was nicht mit Kurzkursen im Stil der Lehrerfortbildung, mit Lektüre allein oder durch verbale Belehrung geleistet werden könne.
Die Autoren von „Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule" (selbst Lehrer!) gehen noch weiter: „Wir glauben nicht, daß ein Lehrer wirksam Mathematik unterrichten kann ohne Erfahrung in mathematischer Arbeit" ([28], S. 11).
Ob die mathematische Hochschulausbildung zukünftiger Grundschullehrer in der Vergangenheit immer passende Erfahrungen dieser Art ermöglicht hat, soll hier nicht weiter erörtert werden.

5. Probleme der gegenwärtigen Unterrichtspraxis

Der letzte Abschnitt meines Vortrages ist überschrieben mit „Probleme der gegenwärtigen Unterrichtspraxis". Ich möchte drei von *Lehrern* am häufigsten genannte Probleme ansprechen sowie etwas zu Problemen aus dem Blickwinkel von *Beobachtern* sagen.

Hinsichtlich des ersten Punktes (Lehrerprobleme) beziehe ich mich auf Ergebnisse einer Befragung von Niedersächsischen Lehrern durch *Radatz* ([11]) sowie auf Diskussionsbeiträge von Lehrern während einer Tagung über Lehrplanrevision in NRW Ende Oktober 1981 in Münster.

Die *von Lehrern am häufigsten genannten Probleme* betreffen
– Stoffülle
– Übung
– Differenzierung.

Daß sich die vorgetragene Kritik fast ausschließlich auf Schulbücher bezieht, liegt nicht nur daran, daß in der Befragung von *Radatz* danach gefragt wurde, sondern es hängt auch damit zusammen, daß der Unterricht stärker als wünschenswert durch Schulbücher gesteuert wird. Hiermit ist ein weiteres Problem bei der Umsetzung der Reformvorstellungen angesprochen: Die Fähigkeit des Lehrers, sich weitgehend von der Bindung an ein Schulbuch zu lösen, ist — wie man auch in der einschlägigen Reformliteratur nachlesen kann (vgl. [8]) — eine wesentliche Voraussetzung für einen Mathematikunterricht im Sinne der Reformvorstellungen. Da diese Voraussetzung weithin nicht erfüllt ist, werden an Schulbücher Anforderungen gestellt, die sie aus prinzipiellen Gründen gar nicht erfüllen können. Überspitzt formuliert lauten diese Anforderungen so: Schulbücher sollen garantieren, daß *jeder* (also auch der nicht entsprechend ausgebildete) Lehrer *nur* mit Verwendung des Schulbuches einen guten Unterricht für *alle* Kinder macht. Manche Lehrerkritik an Schulbüchern dürfte diese nicht einlösbare Forderung als Hintergrund haben.

Insofern haben die drei oben angesprochenen Probleme viel mit enger Bindung an Schulbücher zu tun. Das wird z. B. sichtbar beim Problem der Stoffülle, zu dem sich ein Lehrer auf der Tagung in Münster sinngemäß so äußerte: „Wenn man sich ans Buch hält, ist es zu viel. Beim Lehrplan ist das nicht so". Diese Äußerung bestätigt, daß die Unterrichtspraxis stärker durch Schulbücher als Lehrpläne bestimmt wird.
Nun kann man das Problem Stoffülle damit noch nicht abtun. Zwar sind die Aussagen dazu widersprüchlich („Die Klagen über Stoffülle häufen sich" [11]; „Stellungnahme und Erfahrungsberichte haben gezeigt, daß Korrekturen an der Grundkonzeption nicht erforderlich sind", Hessische Rahmenrichtlinien 1976), aber andererseits steht zweifelsfrei fest, daß die Reform eine Stoffvermehrung mit sich gebracht hat (und zwar nicht nur in Gestalt neuer zusätzlicher Inhalte sondern auch in Gestalt neuer Darstellungsformen und Veranschaulichungshilfen (vgl. [13])). Diese Stoffvermehrung wurde für verantwortbar gehalten, weil man glaubte, daß aufgrund verbesserter Methoden sowie einer Neuakzentuierung der Ziele des Rechenunterrichts ein erheblich geringerer Zeitaufwand für das Rechnen — *Bauersfeld* spricht z. B. von der Hälfte des bisherigen Aufwandes (vgl. [27], S. 35) — erforderlich sei. Diese Hoffnungen waren wohl überzogen und haben sich in der Breite nicht erfüllt.
Dennoch stehe ich Stoffülle-Klagen außerordentlich skeptisch gegenüber. Da es auch Gegenbeispiele gibt, d. h. Klassen und Lehrer, in denen dieses Problem — gemessen am Lehrplan — nicht auftauchte, ist klar, daß Stoffülle nicht absolut gesehen werden kann, sondern immer nur relativ zu den verwerteten Arbeitsweisen und Methoden. Stoffülle kann auch ein Gespenst sein, das erscheint, weil man daran glaubt — konkret: Empfindet der Lehrer Zeitdruck, wird er sich am Anfang für Dinge, die Zeit benötigen, zu wenig Zeit lassen, mit der Folge, daß entscheidende Defizite auch später durch vermehrtes Üben nicht behoben werden können.
Stoffülle kann u. a. erzeugt werden durch
– ungeeignete Unterrichtsorganisation
(z. B. Probleme, die mit Frontalunterricht verbunden sind; oder: die Lehrerin nutzt die Phase der Stillarbeit nicht zu individueller Förderung, sondern korrigiert Hefte)
– zu frühes und intensives Behandeln bestimmter Themen
(Bsp.: Verfahren des Zehnerübergangs im 1. Schuljahr. Zwang zu normierter Darstellung oder normiertem Vorgehen auch da, wo es nicht sinnvoll ist; Versuch, neue Begriffe, neue Ver-

fahren zu üben und üben, „bis es sitzt" (*Sorger*))
— zu spätes Einsetzen bestimmter Themen
(Bsp.: Zu langer pränumerischer Vorspann; zu starke Einschränkung des benutzten Zahlbereiches oder auch der Operationen; Kinder können mehr Mathematik, als sie normgerecht aufschreiben oder verbalisieren können)
— unnütze Aktivitäten
(Bsp.: hoher Zeitaufwand bei zeichnerischen Aktivitäten; sinnloses Abschreiben)
— Ignorieren von Vorkenntnissen bei den Kindern

Die Klagen über Stoffülle sind schon deshalb ernstzunehmen, weil der Selbsthilfe der Lehrer in der Regel Themenbereiche zum Opfer fallen, die zum Kernbestand der Reform gehören, wie z. B. Themen geometrischer Natur. An diesen Stellen wird deutlich, daß der Anspruch, die Qualifikation der Lehrer in der Breite zu verbessern, nicht aufgegeben werden darf. In dem Bericht von *Radatz* u. a. ([11]) steht: „Curricularunterrichtsrelevante Bemühungen können nur wirksam werden, wenn sie bei der Kompetenz bzw. ‚dem Bild von Unterricht' der Lehrer ansetzen, zumindest muß die Praxis mit ihren Rahmenbedingungen zur Kenntnis genommen werden". Das sollte aber nicht bedeuten, die Praxis mit ihren Rahmenbedingungen als feste Größe zu akzeptieren, sondern *höchstens*, eine Annäherung durch sinnvollen Wandel auf *beiden* Seiten zu versuchen. Auf der Seite der Curricula müßte z. B. überlegt werden, ob man an der jetzigen Form der Behandlung nichtdezimaler Stellenwertsysteme festhalten sollte, die so, wie sie praktiziert wird, vermutlich nicht die mit ihr verknüpften Hoffnungen einlöst (vgl. z. B. [6]).

Das Thema **„Übung"** ist der oben an zweiter Stelle genannte Problembereich aus der Sicht der Lehrer. Auch hier werden Schulbücher kritisiert wegen eines zu geringen Aufgabenangebots. Doch nur durch eine höhere Anzahl von abgedruckten Aufgaben lassen sich die Probleme zum Thema „Übung" nicht lösen. Folgende Punkte sollten in diesem Zusammenhang beachtet werden:

1. Kopfrechnen und andere Übungsformen, die nicht an die Benutzung schriftlichen Materials gebunden sind, sind Selbstverständlichkeiten, die nicht erst über Schulbücher transportiert werden müßten.
2. Ursachen für erhöhten Übungsbedarf können auch sein:
— methodische Fehler beim Aufbau von Begriffen und Operationen
— ungünstige Plazierung eines Themas in Lehrplan oder Lehrbuch
In diesem Fall bringt eine Erhöhung des Übungsanteils nicht unbedingt einen größeren Erfolg.
3. Ein möglichst großer Übungsanteil sollte differenziert angeboten werden, d. h. angepaßt an den Übungsbedarf des betreffenden Schülers. Das setzt natürlich auch einen verstärkten Einsatz der Fehlerdiagnose heraus, ein Bereich, in dem der Lehrer seitens der Didaktik heute schon eine stärkere Unterstützung erhält (vgl. [26]).
4. Es sollte verstärkt die Möglichkeit genutzt werden, die in folgender Passage des NRW-Lehrplans erwähnt ist. Dort steht: „Von besonderer Bedeutung sind Übungen, die an einer übergeordneten Fragestellung orientiert sind (immanente Wiederholung, Überlernen), etwa: Auf wieviele Arten kann man 92 als Summe von zwei Primzahlen darstellen? Hier wird zur Addition geübt, aber es wird dabei ein bestimmtes Ziel verfolgt. Die neue Didaktik hat eine Fülle interessanter Übungsformen entwickelt; das reine „Päckchenrechnen" ist die fragwürdigste Übungsform". (In diesem Lehrplan ist das Thema Üben besonders hervorgehoben.) In der seit 1973 erschienenen didaktischen Literatur finden sich vielfältige Anregungen zum Üben in diesem Sinne (vgl. [16], [17], [24]).

Auch das Problem der **inneren Differenzierung** im Mathematikunterricht der Grundschule läßt sich nicht allein durch fein abgestufte Aufgabenplantagen mit drei verschiedenen Markierungen im Schulbuch lösen. Wichtiger wäre es, das in der Literatur schon vorhandene Angebot an offenen Aufgaben den Lehrern bekannt zu machen. Mit offenen Aufgaben sind Aufgaben gemeint, bei denen offen ist, wieviele Lösungen es gibt, und die verschiedene und unterschiedlich anspruchsvolle Lösungsmöglichkeiten besitzen. Sinnvolle Differenzierung setzt weiterhin die Fähigkeit des Lehrers voraus, Standardaufgabenstellungen in verschiedenen Richtungen zu variieren, um so in der aktuellen Unterrichtssituation bei Bedarf flexibel reagieren zu können. Aber es gibt in der Literatur durchaus noch einen Bedarf an sinnvollen Differenzierungsangeboten. Eine vollständige Rezeptologie darf man jedoch nicht erwarten.

Soweit die kurzen Bemerkungen zu lehrerseits geäußerten Problemen. Fachdidaktiker könnten sicherlich viel wirksamer als bisher Probleme des alltäglichen Unterrichts beurteilen und zu ihrer Lösung beitragen, wenn sie die Möglichkeit besäßen, umfassende eigene Beobachtungen in ganz alltäglichem Unterricht durchzuführen, um Informationen über Probleme, Schwierigkeiten, Fehler und Erfolge von Schülern und Lehrern direkt und nicht auf verschiedene Weisen gefiltert zu erhalten. Soweit ich das beurteilen kann, gibt es solche Möglichkeiten nicht. Indirekte Einblicke lassen vermuten, *daß es viele vielleicht bekannte aber auch unbekannte Einzelbeispiele unangemessener Unterrichtspraxis gibt, durch die mehr verdorben wird, als durch noch so ausgeklügelte methodische Konzepte in Schulbüchern wieder gut gemacht werden kann.*

Das betrifft z. B. den *Umgang mit Fehlern*. Ein drastisches Beispiel kann man bei *John Holt* [23], S. 110 nachlesen: „Die Kinder hatten einige Multiplikationsaufgaben ausgerechnet und lasen aus ihren Heften die Ergebnisse vor. Alles ging glatt, bis ein Kind, sofort nachdem ein anderes seine Lösung gesagt hatte, sich meldete. „Was ist, Jimmy?" fragte die Lehrerin mit jenem leisen Unterton in der Stimme, der besagte, daß diese Unterbrechung eigentlich nicht nötig sei. „Ich hab' eine andere Lösung," sagte Jimmy, „Ich hab' ..." —, aber ehe er noch ausreden konnte, sagte die Lehrerin: „Nun, Jimmy, niemand möchte falsche Lösungen hören." Jimmy sagte dann kein Wort mehr."

Diese Episode dürfte kein Einzelfall sein. Doch wichtig wäre hier eine umfassende Be-

standaufnahme und Klassifizierung, gewissermaßen ein Sündenregister, mit dem man sich auch in der ersten und zweiten Ausbildungsphase auseinandersetzen sollte.
Ein weiteres für die Unterrichtspraxis, aber insbesondere für die von ihr betroffenen Kinder und Eltern außerordentlich wichtiges Thema, das aber von der Fachdidaktik bisher — soweit ich das übersehe — sträflich vernachlässigt worden ist, sind die *Hausaufgaben*. Auch hier ist die Praxis häufig so, daß Unterstützung seitens der Eltern auch bei Kindern, die durchschnittliche Leistungen zeigen, allzu oft notwendig ist. Was die „heimlichen Nachhilfelehrer der Nation" — wie Eltern in dem Zusammenhang oft genannt werden — übrigens häufig auch gegen die erklärte Absicht von Lehrern leisten, wurde spätestens offenkundig bei dem Mengenlehre-Fiasko. Daß dann aber per Erlaß nur Hausaufgaben in „Mengenlehre" untersagt wurden, war entweder inkonsequent oder ein Zeichen dafür, daß Mithilfe von Eltern bei anderen Hausaufgaben nicht unerwünscht war. Zumindest tragen Probleme bei Hausaufgaben und daraus möglicherweise resultierende Konflikte mit den Eltern keinesfalls zu einer positiven Haltung gegenüber der Mathematik bei. In punkto Hausaufgaben sollte auch seitens der *Fach*didaktik versucht werden, zu klären, ob und unter welchen Bedingungen im Mathematikunterricht der Grundschule Hausaufgaben erwünscht, nützlich oder schädlich sind.

6. Schlußbemerkungen

Im ganzen gesehen ist die Situation des MU in der Grundschule keineswegs zufriedenstellend. Aber angesichts der von *Günter Grass* so formulierten Einsicht „Der Fortschritt ist eine Schnecke" sollte man in längeren Zeiträumen denken und nicht heute schon von einem Scheitern der Reform sprechen.
Wie kann im Laufe der nächsten Zeit eine Verbesserung erreicht werden?
Neue Patentrezepte gibt es hierfür nicht. Nach einem Jahrzehnt des großen Aufbruchs (und vieler didaktischer Eintagsfliegen) bedarf es mühevoller und vielleicht nicht so spektakulärer Kleinarbeit, um das Vertrauen der Lehrer in die Vernunft der Didaktiker wiederzugewinnen und zu verhindern, daß im Zuge eines Pendelausschlags in die andere Richtung das Kind mit dem Bade ausgeschüttet wird. Von besonderer Bedeutung — und damit greife ich nur alte Vorschläge wieder auf — scheint mir nach wie vor eine breitere und einen längeren Zeitraum umfassende Arbeit in der Lehrerfortbildung zu sein, bei der Lehrer und Didaktiker voneinander lernen können. (Man vergleiche beispielsweise den Umfang der Lehrerfortbildung in Dänemark.)
Eine Curriculumentwicklung mit Blick auf den Markt (sprich: Absatzzahlen von Schulbüchern) kann — wenn nicht gleichzeitig die Weiterentwicklung der Lehrerqualifikation sichergestellt wird — kaum zu Fortschritten führen.
Ich möchte meinen Vortrag über die Situation des MU in der Grundschule schließen mit *zwei Äußerungen von Betroffenen* — also Kindern — über ihren Unterricht:
Annike (2. Schuljahr, 12. Woche): „Ich finde das ganz gemein, Frau Kleinschritt läßt uns nur Plus- und Minusaufgaben rechnen. Im ersten Schuljahr bei Frau Schön durften wir auch Mal-Aufgaben rechnen. Heute durften die, die fertig waren, selber Aufgaben erfinden und rechnen. Peter hatte auch Mal-Aufgaben dabei. Als Frau Kleinschritt das gesehen hat, hat sie gesagt, er darf das nicht und alle Mal-Aufgaben durchgestrichen."
Holger (4. Schuljahr, 8. Woche): „Das blöde ist: Bei Textaufgaben muß man immer die Rechenart benutzen, die man gerade geübt hat. Dabei wäre es für mich viel leichter, es anders zu machen".

Literatur

Aufsätze
[1] *Bauersfeld, H.:* Mathematik in der Grundschule, in: Die Deutsche Schule *9* (1969), S. 543—552
[2] *Bauersfeld, H.:* Neue Ansätze zur Didaktik der Mathematik in der Grundschule, in: Zum Mathematikunterricht in der Hauptschule, Hannover 1968, S. 5—19
[3] *Becker, G.:* Beispiele zur Vorbereitung der Gleichungslehre in der Grundschule, in: Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule *1* (1973), Heft 4, S. 170—177
[4] *Gnirk, H.:* Ein Beispiel aus dem modernen Grundschulmathematikunterricht: „Relationen", in: *Neunzig, W.* (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht in den Klassen 1—6, München, 1972, S. 5—18
[5] *Griesel, H.:* Tradition und Fortschritt im Mathematikunterricht der Grundschule, in: *Epping, J.* (Hrsg.): Praxis des Mathematikunterrichts I, Braunschweig 1978 (Westermann), S. 24—34
[6] *Hennes, Cl.; Schmidt, S.; Weiser, W.:* Effekte der Behandlung nichtdezimaler Stellenwertsysteme im Mathematikunterricht der Grundschule — eine empirische Untersuchung, in: DdM *4* (1979), S. 318—328
[7] *Kieran, C.:* Concepts associated with the equality symbol, in: Educational studies in mathematics *12* (1981), S. 317—326
[8] *Lauter, J.:* Kriterien zur Arbeit mit dem Lehrbuch im Mathematikunterricht der Grundschule, in: Das Schulbuch, Aspekte und Verfahren zur Analyse, Ratingen 1973, S. 270—278
[9] *Neunzig, W.; Altmann, L.:* Einfürhung der Multiplikation, in: *Neunzig, W.* (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht in den Klassen 1—6, München 1972, S. 19—48
[10] *Neunzig, W.:* Wie effektiv sind Unterrichtsmethoden?, in: *Bodendiek* (Hrsg.): Zwischenbilanz, Freiburg 1978, S. 127—137
[11] *Radatz, H.* u. a.: Zum Mathematikunterricht an Grundschulen. Ergebnisse einer Lehrerbefragung. Bericht aus dem Fachbereich Erziehungswissenschaften — Didaktik der Mathematik — Univ. Göttingen 1981
[12] *Schipper, W.:* Stoffauswahl und Stoffanordnung im mathematischen Anfangsunterricht, in: JMD *3* (1982), Heft 2, S. 91—120
[13] *Schipper, W.; Hülshoff, A.:* Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? Zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10; unveröffentlichtes Manuskript
[14] *Schlechtweg, H.:* Gesichtspunkte der Mengendiskussion im Erstunterricht der Volksschule, in: *Meyer, E.* (Hrsg.): Mathematik in den ersten Schuljahren, Stuttgart 1968
[15] *Simm, G.:* Kriterien fachdidaktischer Art für die Beurteilung von Schulbüchern, in: Das Schulbuch, Aspekte und Verfahren zur Analyse, Ratingen 1973, S. 286—298
[16] *Spiegel, H.:* Das „Würfelzahlenquadrat". Ein Problemfeld für arithmetische und kombinatorische Aktivitäten im Grundschulmathematikunterricht, in: Didaktik der Mathematik *6* (1978), Heft 4, S. 296—306
[17] *Spiegel, H.:* „Zauberschlangen": Übung zur Arithmetik einmal anders, in: Monatshefte für die Unterrichts — Die Scholle *47* (1979), Heft 7, S. 524—533
[18] *Sprockhoff, W.:* Wieder Rechnen statt Mathematik in der Grundschule?, in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1981, Hannover 1981

[19] *Winter, H.:* Vorbereitung der Gleichungslehre (1), (2): in: Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule *3* (1975), Heft 6, S. 296—307, Heft 7, S. 346—361

Bücher

[20] *Dienes, Z. P.:* Aufbau der Mathematik, Freiburg 1965

[21] *Dienes, Z. P.; Golding, E. W.:* Methodik der modernen Mathematik, Freiburg 1970

[22] *Görner, A.; Röhrl, E.:* Mathematikunterricht auf der Primarstufe — Fernbriefe zur Weiterbildung der Grundschullehrer, Stuttgart 1971

[24] *Müller, G.; Wittmann, E.:* Der Mathematikunterricht in der Primarstufe, Braunschweig 1977

[25] *Neunzig, W.:* Mathematikunterricht 1—4, München 1981

[26] *Radatz, H.:* Fehleranalysen im Mathematikunterricht, Braunschweig 1980

[27] *Schwarz, E.* (Hrsg.): Materialien zum Mathematikunterricht in der Grundschule. Beiträge zur Reform der Grundschule, Band 13, Frankfurt 1972

[28] *Wheeler, D. H.* (Hrsg.): Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule, Stuttgart 1970

Schulbuchwerke

[29] *Griesel, H.; Sprockhoff, W.:* Welt der Mathematik, 1.—4. Schuljahr, Hannover 1978

[30] *Görner, A.; Nestle, F.:* Eins, Zwei, Drei, ..., Mathematik im 1. (2., 3., 4.) Schuljahr, Freiburg 1979

[31] *Hestermeyer, W.* u. a.: Mathematik, 1.—4. Schuljahr, Bochum o. J.

[32] *Neunzig, W.; Sorger, P.:* Wir lernen Mathematik, 1.—4. Schuljahr, Freiburg 1971

[33] *Oehl, W.; Palzkill, L.:* Die Welt der Zahl-Neu, Hannover 1976

[34] *Sprockhoff, W.:* Welt der Mathematik, 1.—4. Schuljahr, Hannover 1970

Möglichkeiten des Spracherwerbs im Mathematikunterricht

Von *Anton Ottmann* in Dielheim

1. Grundsätzliche Bemerkungen

Bei der mathematischen Begriffsbildung ist wie bei jeder anderen Begriffsbildung von sprachfähigen Menschen „Sprache" (besser: Umgangssprache) als Übermittler von Informationen beteiligt. Daneben spielen aber nichtsprachliche Handlungen (z. B. Längenvergleich durch Nebeneinanderlegen zweier Stäbe) ebenso eine gewichtige Rolle wie eigene Symbole (z. B. mathematische Operationszeichen), die in eine Fachsprache münden.

In den folgenden Ausführungen, die sich im wesentlichen auf den Grundschulbereich beziehen, geht es aber nicht um mathematische Begriffsbildung, über die es eine umfangreiche Literatur gibt, sondern um Möglichkeiten des Spracherwerbs und der Sprachschulung *im und durch* Mathematikunterricht. Es geht also nicht um den Stellenwert der Sprache (Umgangssprache) bei der mathematischen Begriffsbildung, sondern umgekehrt um die Frage, ob und ggfs. wie der Mathematikunterricht einen Beitrag zur sprachlichen Begriffsbildung leisten kann. Dazu müssen vorab zwei Positionen geklärt werden:

1. Es wird nicht behauptet, daß „Mathematik" schlechthin solche Funktionen beinhalte, so wie pauschalisiert oft behauptet wird, „Mathematik erzieht zum logischen Argumentieren" oder „zum genauen Sprechen". Es geht hier um den Mathematik*unterricht*, also um gezielte Maßnahmen, die der Lehrer einsetzt, um ggfs. sprachliche Ziele mitzurealisieren.

2. Sprachbildung ist *ein* Aspekt von Mathematikunterricht, den es punktuell zu verfolgen gilt. Es ist nicht beabsichtigt, den Eindruck zu vermitteln, als ob Mathematikunterricht ausschließlich oder immer begleitend zu fachlichen Zielsetzungen auch sprachlich genützt werden sollte. Es würden dann solche Kinder wieder abgeschreckt werden, denen man über den Mathematikunterricht sprachliche Aspekte vermitteln möchte, da sie sprachliche Schwierigkeiten haben und gerade deshalb den „reinen" Sprachunterricht ablehnen.

Dem Mathematikunterricht wurden schon immer von Mathematikdidaktikern allgemeine sprachliche Zielsetzungen zugesprochen (siehe *Lange* 1975). In die Moderne Mathematik setzte man diesbezüglich besondere Erwartungen. So wurde von *Picker* (1971 und 1974) behauptet und in einem Schulversuch nachgewiesen, daß „sprachlogische Fähigkeiten" ...,, stärker entwickelt werden" (*Picker* 1974, S. 468). *Bauersfeld* (1970, S. 33) stellt fest, daß „die elementaren Denk- und Sprachleistungen von Kindern, in Versuchsklassen, in denen mit naiven Mengenbegriffen umgegangen wird, sich ungewöhnlich gesteigert haben".

Nach Meinung des Autors sind die geschilderten *sprachlichen Erfolge* weniger auf die Einführung neuer Inhalte, sondern auf die Anwendung neuer Unterrichtsmethoden (freie Kommunikation wird erleichtert) und auf die gezielte Beachtung sprachlicher Ziele (beschreiben, begründen, erklären) zurückzuführen (siehe *Ottmann* 1980[2]). Es gibt bisher keine Langzeituntersuchung über die Wirkung von Mathematikunterricht allgemein oder unter Verwendung bestimmter Inhalte und Methoden in Richtung Sprache. Man findet auch wenige Unterrichts- und Aufgabenvorschläge hierzu auf der Feinlernzielebene.

Konkrete Beispiele kann man umfangreichen eigenen Untersuchungen und Schulversuchen bei ausländischen Schülern (*Ottmann* 79, 80 und 79/80/82) entnehmen, die u. a. unter der Zielsetzung standen, mit Hilfe und über den Sachunterricht (hier Mathematik) zur Sprachschulung beizutragen und zwar zum freien Sprechen ebenso wie zum Lesen und Schreiben. In allen Versuchen wurden nicht gezielte Begriffe der Mengen- und Strukturenlehre vermittelt. Ele-