

Entdeckungen mit Spiegelkarten

Was der Spiegel kann und was er nicht kann

Unterrichtsvorschlag für das 3. bis 6. Schuljahr
von Hartmut Spiegel

Die Spiegelkarten vermitteln den Schülern bewusste Erfahrungen von Gesetzmäßigkeiten bei der Achsenspiegelung. Die Aufgabe besteht im wesentlichen darin, zu untersuchen, ob die Figuren der verschiedenen Karten von einem Spiegel aus einer vorgegebenen Ausgangsfigur erzeugt werden können. Da oftmals nur geringfügige Abweichungen darüber entscheiden, ob der Spiegel dies leisten kann oder nicht, fordern die Karten zu besonders sorgfältiger Beobachtung heraus. Differenzierendes Vorgehen wird insbesondere dadurch ermöglicht, daß Schüler mit unterschiedlich anspruchsvollen Lösungsstrategien – z. B. auch ohne Spiegel-Serien von Karten verschiedenen Schwierigkeitsgrades bearbeiten.

Lernen Sie die Spiegelkarten kennen

Gehen Sie selbst einmal auf Entdeckungsreise: Nehmen Sie einen kleinen rechteckigen Spiegel zur Hand, stellen ihn (die Spiegelebene senkrecht zur Papierebene) in verschiedenen Positionen auf oder neben die auf S. 15 oben links abgebildete Figur (vgl. auch Bild 1) und drehen und verschieben Sie den Spiegel ein wenig. Die Bilder, die Sie sehen, sind alles achsensymmetrische Figuren, die durch die Vereinigung eines Teils der Ausgangsfigur (oder der ganzen) mit dem Spiegelbild zustandekommen.

Nach dieser Vorbereitung können Sie nun die Aufgaben in Angriff nehmen, um die es hier geht: Auf den Seiten 15 und 16 sind neun Serien Spiegelkarten abgebildet (Auf der Seite 15 in Originalgröße, auf der anderen Seite verkleinert). Jede Serie enthält eine Musterkarte, auf der die Ausgangsfigur abgebildet ist, und sieben weitere Karten, auf denen Figuren zu sehen sind (wir nennen sie Zielfiguren), die mit Hilfe des oben beschriebenen Verfahrens aus der Ausgangsfigur erzeugt werden können (Karten, die „gehen“ und die „nicht gehen“; von „Karten“ ist die Rede, weil das Material im Unterricht gut handhabbar ist, wenn die Figuren auf einzelnen Pappkarten (z. B. der Größe 6,5×9 cm) vorliegen.) Auf die Lage der Figuren relativ zum Kartenrand soll es nicht ankommen (Die Karten mit der Nr. 5 in der Serie „Läufer“ und der Serie „Tasse“ sind also welche, die „gehen“).

Untersuchen Sie nun selbst, welche Karten jeweils „gehen“ und welche „nicht gehen“. Aber seien Sie vorsichtig: Bei einer nur oberflächlichen Inspektion können Sie leicht



Bild 1

in eine der aufgestellten Fallen geraten. (Zur Kontrolle hier die Nummern der Karten, die jeweils „nicht gehen“: Sicherheitsnadel 2,4,5,7; Läufer 1,3,4,7; Bügel 1,2,4,7; Tasse 1,3,4,6; Autos und Flugzeug 1,3,4,7; Besteck 1,2,5,7; Mann und Frau 2,4,5; Scheren 2,3,5,7; Schrauben 1,3,4,6)

Ich denke, daß Sie sich nach diesen ersten eigenen Erfahrungen vorstellen können, daß die Arbeit mit diesem – oder ähnlichem, nach gleichen Prinzipien konstruiertem – Material eine fruchtbare Ergänzung der üblichen Aktivitäten zum Thema „Achsen Spiegelung und Symmetrie“ in der Primarstufe oder Sekundarstufe I ist. Im folgenden können Sie Näheres über die Herkunft der diesem Material zugrundeliegenden Idee, seine Konstruktionsprinzipien, sowie unterricht-

liche Erfahrungen, Möglichkeiten und Absichten erfahren.

Die Spiegelkarten sind eine Variante des Materials „Mirror-Cards“, das vor etwa 20 Jahren von Marion Walter in den USA entwickelt wurde (vgl. hierzu: WALTER 1966; ALBERTI u. a. 1974). Während der vergangenen acht Jahre konnte ich im Rahmen von Schulpraktika beobachten, welche Anregung und Faszination für die beteiligten Kinder, Studierenden und erfahrenen, anfänglich eher etwas zurückhaltenden Lehrkräfte von dem Material ausging und welche fruchtbare Arbeit es ermöglichte. Die Überlegungen, was zur Verbreitung dieser Idee hierzulande getan werden könne, führten zu den Serien von Spiegelkarten in Form von Kopiervorlagen, von denen ein Teil hier abgebildet ist.

Die in Bild 2 wiedergegebenen Karten der „Marienkäfer“-Serie (Originalgröße je 10 cm × 15 cm) gehören zu den Mirror-Cards. Auf Bild 3 sieht man die Kinder während einer Unterrichtsstunde mit ihnen arbeiten. Zur Illustration folgt ein Protokollauszug aus dieser Stunde, der natürlich viel ausblendet, aber doch Beispiele dafür liefert, wie Kinder des 3. Schuljahres auf Nachfragen der Lehrerin ihre Einsichten formulierten.

Lehrerin: „Habt ihr alle eure Karten geordnet, dann wollen wir vergleichen.“

Karte a) Christian: „Kann man nicht spiegeln. Wenn man sich morgens im Spiegel sieht, sieht man sich auch nicht von hinten.“

Karte b) Felix: „Kann man. Hier ist es genau umgekehrt. Der Marienkäfer sieht sich im Spiegel von vorne.“

Karte c) Florian: „Es geht.“ Florian zeigt die Spiegelachse.

Karte d) Alexandra: „Es geht.“ Die Lehrerin: „Meike, warum geht es?“

Meike: „Der eine geht nach links, der andere nach rechts.“

Karte e) Christian: „Kann man nicht. Aus einem kann man nur zwei machen. Mit zwei Spiegeln geht es auch nicht.“

Karte f) Florian: „Es geht.“ Florian setzt den Spiegel an.

Karte g) Felix: „Kann man nicht spiegeln. Die Marienkäfer müssten in die gleiche Richtung sehen.“

Karte h) Meike: „Es geht.“ Alexandra: „Einer steht höher, müssten nebeneinander stehen.“

2 Konstruktion von Spiegelkarten

Als nächstes möchte ich an Hand der abgebildeten Karten des „Marienkäfer“-Sets und der Serien der Spiegelkarten die Konstruktionsprinzipien erläutern. Daraus ergeben sich auch schon Hinweise auf Lernerfahrungen, die Schüler bei der Arbeit mit den Karten machen können.

Unter den Zielfiguren gibt es achsensymmetrische und nicht achsensymmetrische. Daß eine Zielfigur, die achsensymmetrisch ist, dennoch „nicht geht“, kann auf zweierlei Weise erreicht werden:

1) Die Hälfte der Zielfigur ist nicht Teil der Ausgangsfigur; Beispiele hierfür sind: Marienkäfer c); Bügel Nr. 2,7; Tasse Nr. 3; Autos und Flugzeug Nr. 1,3,4; Besteck Nr. 5; Schrauben Nr. 3.

2) Die Hälfte der Zielfigur ist zwar Teil der Ausgangsfigur, läßt sich von ihr aber nicht „abtrennen“; Bsp.: Mann und Frau Nr. 5 (Manche Kinder und Erwachsene haben dies auch für Läufer Nr. 6 und Tasse Nr. 7 vermutet).



Bild 2

Bei der Konstruktion nicht achsensymmetrischer Zielfiguren wurde darauf geachtet, daß sie nicht schon durch flüchtiges Hinsehen als solche identifiziert werden können und daher sofort ausgesondert werden. Bei ihnen wurde mit Hilfe folgender Möglichkeiten eine gewisse Nähe zur Achsensymmetrie erzeugt:

① Die Zielfigur besteht aus zwei Teilen, die durch eine Punktspiegelung (Drehung um 180 Grad) aufeinander abgebildet werden können, d. h. sie ist punktsymmetrisch: Beispiele: Marienkäfer g), i); Läufer Nr. 1,7; Tasse Nr. 6; Autos und Flugzeug Nr. 7; Scheren Nr. 2,7.

② Die Zielfigur besteht aus zwei Teilen, die durch eine Verschiebung oder Schubspiegelung aufeinander abgebildet werden können; Beispiele für Verschiebung: Marienkäfer a); Bügel Nr. 4; Besteck Nr. 7; Beispiele für Schubspiegelung: Marienkäfer h); Läufer Nr. 3 (Nur symmetrische Ausgangsfiguren können so gespiegelt werden, daß die Bilder

aussehen, als seien sie senkrecht zur Symmetrieachse verschoben oder um einen Drehpunkt auf der Symmetrieachse gedreht (vgl. z. B. Marienkäfer j) und f). Die Karten Schere Nr. 5 und Nr. 3 sind auf diesem Hintergrund zu sehen: Nur weil die Schere nicht symmetrisch ist, „gehen“ sie nicht.



Hartmut Spiegel,
Arnold-Schlüter-Weg 33,
4790 Paderborn ist
Professor für Didaktik
der Mathematik an der
Universität Paderborn

③ Die Symmetrie ist nur in kleinen Details gestört. Einfache Beispiele: Tasse Nr. 4; Besteck Nr. 1,2; Mann und Frau Nr. 2,4. Ein wichtiges Detail ist die Orientierung: Die Störung der Symmetrie besteht dann darin, daß die vermeintlich spiegelbildliche Hälfte nicht seitenverkehrt zur anderen Hälfte der Zielfigur ist. Wichtige Beispiele hierfür sind die Karten: Schrauben Nr. 1,4; Scheren Nr. 3,5; Bügel Nr. 1,4. An diesen Beispielen wird auch eine Besonderheit der vorgestellten Spiegelkarten gegenüber den Mirror-Cards deutlich: Unsymmetrien von Objekten und Anordnungen aus der Umwelt werden eingebracht, damit sie bewußt gemacht und thematisiert werden können.

3 Argumente für den Einsatz von Spiegelkarten

Zu den Anliegen des Geometrieunterrichts gehört es, Kindern auch schon vor der formalen und systematischen Behandlung der Achsenspiegelung im 7. Schuljahr (also in der Grundschule und der Orientierungsstufe) Erfahrungen und Einsichten zum Phänomen der Achsensymmetrie zu ermögli-

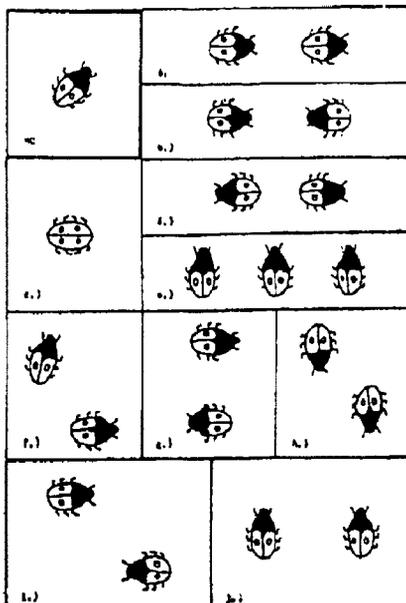


Bild 3: Die Serie Marienkäfer der Mirror-Cards von Marion Walter

Spiegelkarten im Unterricht

chen. Mit Hilfe der Spiegelkarten können Kinder auch schon ohne hohe Anforderungen an feinmotorische Fähigkeiten, wie sie für das Anfertigen von Zeichnungen nötig sind, vielfältige solche Erfahrungen machen. Insbesondere provozieren die Aufgabenstellungen einen Umgang mit dem Spiegel, durch den – besser als durch andere Aufgaben – die Gesetzmäßigkeiten der Achsen Spiegelung bewußt gemacht werden können: Bei den Versuchen, bestimmte Zielfiguren zu erreichen, können Grundschul Kinder erfahren

■ was der Spiegel nicht kann: Unsymmetrische Figuren so abbilden, daß es aussieht, als seien sie verschoben oder gedreht; Winkel und Abstände bzw. die relative Lage zwischen Teilfiguren einer Figur ändern; die Orientierung einer Figur unverändert lassen

■ und was der Spiegel kann: Symmetrische Figuren so abbilden, daß sie aussehen wie vorher oder so, als seien sie verschoben oder gedreht (im Gegensatz zu unsymmetrischen); Dinge seitenverkehrt wiedergeben.

Gleichzeitig liefert die Arbeit mit den Karten einen Beitrag zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens: Während der Arbeit antizipieren die Kinder mehr und mehr im Kopf Positionen von Teilfiguren in Abhängigkeit von der Lage des Spiegels oder prüfen Figuren auf Symmetrie, che sie – sofern sie es noch für nötig halten – den Spiegel einsetzen.

Im Unterricht mit älteren Kindern kann die Arbeit mit den Karten zum Anlaß genommen werden, Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Verschiebung, Drehung und Spiegelung herauszuarbeiten und das unterschiedliche Verhalten symmetrischer und unsymmetrischer Figuren bei solchen Abbildungen zu analysieren. Schließlich kann Kindern aller Altersstufen Vorkommen und Grund von Symmetrie bzw. Abweichung von Symmetrie in der Umwelt an Beispielen bewußt gemacht werden. Soweit zu den inhaltlichen Aspekten.

Als nicht an den speziellen Inhalt gebundene Argumente für die Arbeit mit den Spiegelkarten können die folgenden angeführt werden:

- Sie lösen eine hohe Motivation aus und fördern die Eigenaktivität der Schüler.
- Sie ermöglichen die Erfahrung, daß spontane Vermutungen nicht immer sorgfältiger Überprüfung standhalten und daher einer solchen immer bedürfen.
- Sie regen die Auseinandersetzung der Schüler untereinander an und zwingen sie so zu einer für den anderen verständlichen Argumentation.
- Sie ermöglichen differenzierendes Vorgehen: Die Schüler können unterschiedlich schnell und auch mit unterschiedlich anspruchsvollen Lösungsstrategien (z. B. ohne Spiegel) Serien verschiedenen Schwierigkeitsgrades bearbeiten.

Die Spiegelkarten bieten die Möglichkeit, das von Müller und Wittmann vorgeschlagene Unterrichtskonzept praktisch umzusetzen. Danach besteht die Hauptaufgabe der Lehrerin darin, „*Kindern Probleme verständlich zu machen, ihnen einen experimentellen Zugang zur Bearbeitung dieser Probleme zu eröffnen und sie bei ihren Forschungen pädagogisch sinnvoll anzuleiten.*“ Als Einstiegsaktivität bietet sich an, die Karten mit den Ausgangsfiguren auszugeben und die Kinder mit dem Spiegel auf Entdeckungsreise gehen zu lassen. Im Anschluß an diese Phase, die die Kinder nur ungern beenden, können dann die Karten mit den Zielfiguren ausgegeben werden – entweder Serie für Serie nacheinander oder mehrere Serien gleichzeitig an einem Gruppentisch zum Tauschen nach der Bearbeitung. Zur Not, mit älteren Kindern eher als mit jüngeren, können die Blätter mit den Zielfiguren in der hier abgedruckten Größe benutzt werden; besser ist es, wenn sie in Originalgröße vorliegen und zerschnitten sind: Dann können sie sortiert werden nach „geht“ oder „geht nicht“.

Wichtig ist auch, daß die Karte mit der Ausgangsfigur frei beweglich zur Verfügung steht, damit sie neben den Karten mit den Zielfiguren in die richtige Position für einen direkten Vergleich gebracht werden kann. Der Schwierigkeitsgrad erhöht sich auf ein für fortgeschrittene Schüler angemessenes Niveau, wenn keine separaten Karten für die Ausgangsfiguren zur Verfügung stehen, wenn die Vorlagen nur in der abgebildeten Größe benutzt werden und wenn keine Spiegel benutzt werden dürfen. Ihre Ergebnisse – die sie miteinander vergleichen sollten – können die Kinder durch Sortieren festhalten oder durch Notieren der Nummern der Karten, die „nicht gehen“ (einschließlich evtl. einer schriftlichen Angabe der Gründe; je nach Fähigkeit der Schüler sollte auch akzeptiert werden, wenn sie angeben, was geändert werden muß, damit es geht).

Für einen gemeinsamen Vergleich im Klassenverband eignen sich dann Folien für die Overheadprojektion, die man mit Hilfe der Vorlagen herstellen kann. Wie weit man in der Analyse, der Formulierung von Begründung oder der Erarbeitung einer Lösungsstrategie geht, hängt vom Stand der Klasse und den speziellen Zielen ab. Will man z. B. darauf hinaus, daß den Schülern bewußt wird, daß nur symmetrische Figuren „Lösungsfiguren“ sein können, kann man ihnen verschiedene symmetrische und nicht symmetrische Figuren vorgeben und die Frage stellen, für welche von ihnen man eine Musterkarte zeichnen kann, mit Hilfe derer sich die vorgegebene Figur erzeugen läßt.

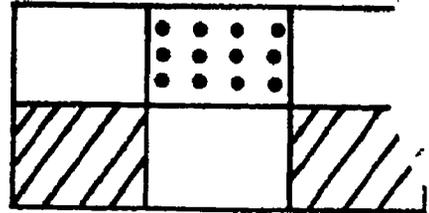


Bild 4: Muster einer Ausgangsfigur zur Herstellung von Spiegelkarten durch die Schüler.



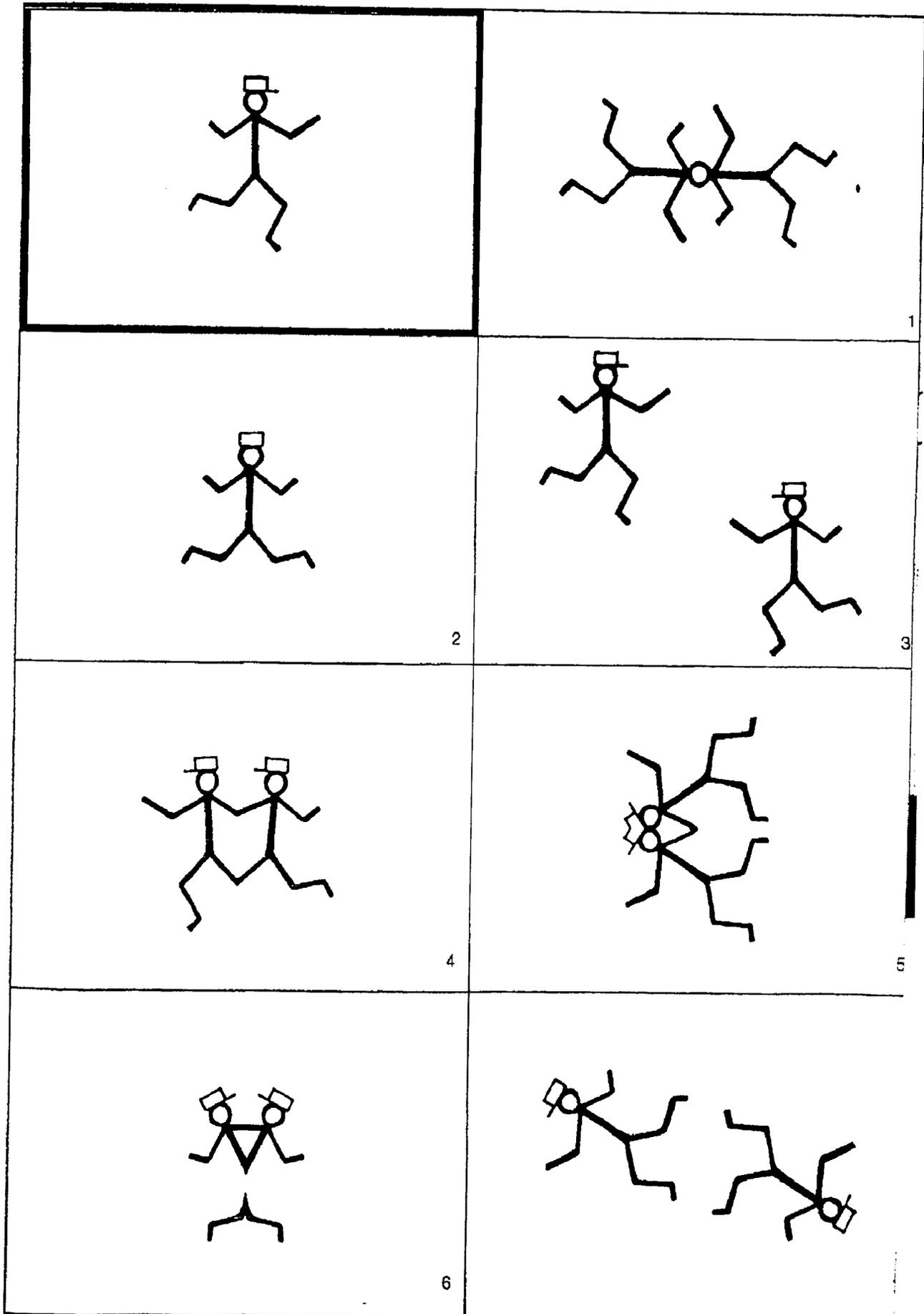
Bild 5

Abschließend soll auf eine weitere Aufgabenstellung hingewiesen werden, die sich in unserem Unterricht als eine fruchtbare Ergänzung der Arbeit mit den Karten erwies: Die eigene Herstellung einer Serie. Die Kinder bekamen ein Blatt kariertes Papier vorgelegt. Links oben war die in Bild 4 wiedergegebene Musterkarte eingezeichnet. Außerdem enthielt das Blatt sieben freie Felder. In diese Felder sollten die Kinder nun selbsterfundene Figuren, welche „die gehen“ und welche „die nicht gehen“, malen. Hinsichtlich der Zeichengenauigkeit wollten wir uns damit zufrieden geben, wenn die Kinder Freihandzeichnungen anfertigten. Um ihnen die Aufgabenstellung und das Anspruchsniveau zu verdeutlichen, wurde ihnen ein selbst gezeichnetes „Musterlösungsblatt“ zu einer ähnlichen Musterkarte gezeigt. Das Ergebnis dieser konstruktiven Tätigkeit, die den Kindern sehr viel Spaß machte, ließ erkennen, daß sie in der vorausgegangenen Arbeit gewonnene Einsichten schon aktiv umsetzten.

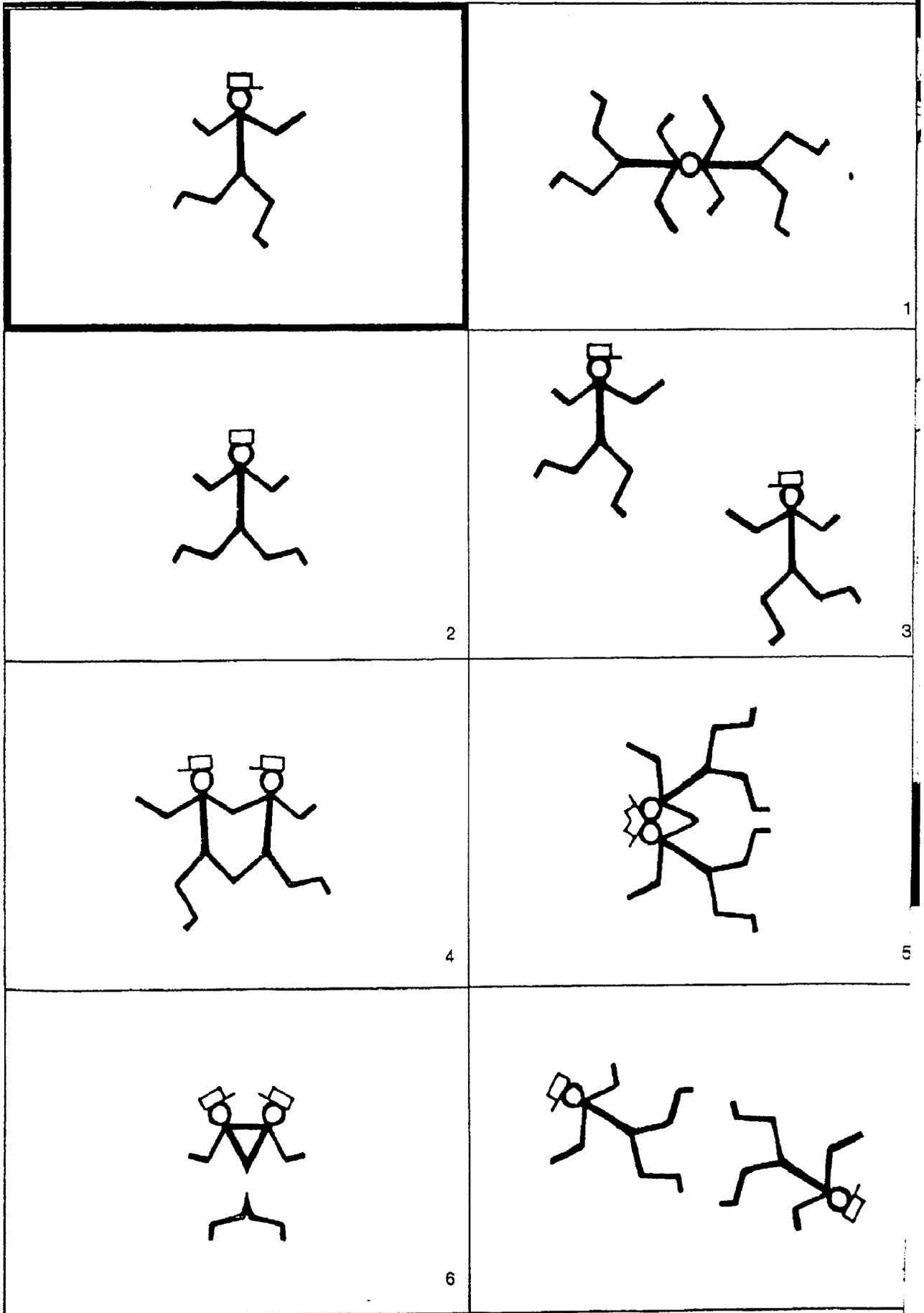
Literatur

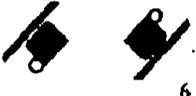
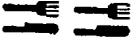
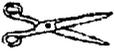
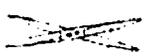
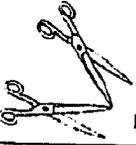
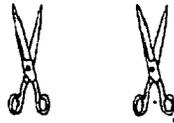
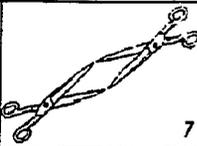
- ALBERTI, D., u. a.: Teachers guide for Mirror Cards. New York (Mc Graw-Hill) 1974 (Das Originalmaterial „Mirror-Cards“ wird vertrieben von MC Graw-Hill Book Co., New York, London [Best.-Nr. 18418] zusammen mit der o. z. Begleitschrift [ISBN 0-07-018524-7]).
- MÜLLER, G.; WITTMANN, E.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe, Braunschweig (Vieweg) 1977.
- WALTER, M.: An Example of Informal Geometry: Mirror Cards. In: The Arithmetic Teacher 13 (1966), S. 448-452 (abgedruckt auch in: ALBERTI u. a. 1974).

Läufer



Läufer

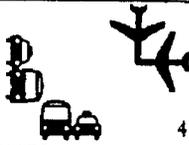


Tasse	
	 1
	 3
	 5
	 7
Besteck	
	 1
	 3
	 5
	 7
Schere	
	 1
	 3
	 5
	 7

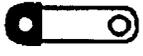
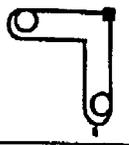
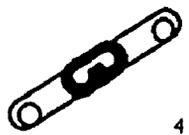
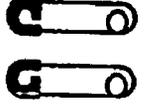
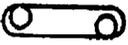
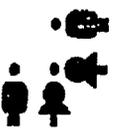
Die auf dieser Seite verkleinerten Spiegelkarten konnten aus Platzgründen nicht im Originalformat wiedergegeben werden. Sie sind als Arbeitsheft gesondert erhältlich bei der

Pädagogika Zentrale
Im Brande 15
3016 Seelze.

Hartmut Spiegel
Spiegelkarten
Best.-Nr. 932235 DM 2,-

Autos und Flugzeug	
	  1
 	 3
	 5
	 7

Schrauben	
	 1
	 3
	 5
	 7

Sicherheitsnadel	
	 1
	 3
	 5
	 7
Mann und Frau	
	 1
	 3
	 5
	 7
Bügel	
	 1
	 3
	 5
	 7