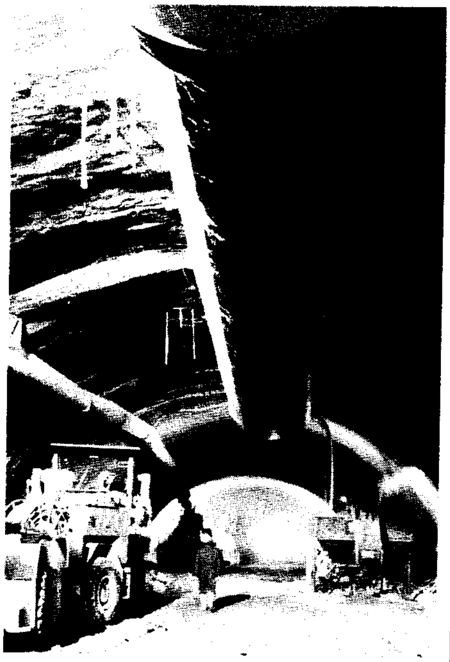

Foto: DB

"Intercity-Tempo" beim Tunnelbau – Sachmathematik mit dem Taschenrechner in Klasse 4

von Hartmut Spiegel

Eine mit Zahlen gespickte Zeitungsmeldung über den Bau des bisher längsten Eisenbahntunnels Deutschlands ist Ausgangspunkt einer Unterrichtsreihe im 4. Schuljahr, über die in dem Artikel berichtet wird. Episoden aus dem Unterricht werden dokumentiert und kommentiert. Besonders wird darauf eingegangen, welche Rolle hierbei die Einbeziehung des Taschenrechners spielt, ohne den viele interessante Rechnungen im Unterricht praktisch nicht durchführbar wären.

Einleitung

Fast täglich enthält die Zeitung Meldungen, die man im Mathematikunterricht als interessantes und aktuelles Material zur Förderung und Übung der Sachrechenfähigkeit verwenden kann. Im Frühjahr 1986 stieß ich auf einen mit allerlei Zahlen gespickten Bericht über die Tunneldurchschlagung des Landrückentunnels im Verlauf der Bundesbahnneubaustrecke Hannover – Würzburg. Er war überschrieben mit: "In nur drei Jahren elf Kilometer durch Höhenzug der Rhön gebohrt. Längster Bahntunnel Deutschlands im Intercity-Tempo fertiggestellt." und enthielt eine Reihe von Sach- und Zahlenangaben, die mich reizten, ihn zum Ausgangspunkt einiger Mathematikstunden zu machen, bei denen ich auch den Taschenrechner einsetzen wollte. Über Erfahrungen, die ich bei drei solchen Stunden gemacht habe, möchte ich im folgenden berichten.

Bemerkungen zum Einsatz des Taschenrechners (TR)

In der einschlägigen Literatur kann man inzwischen eine Vielfalt didaktisch sinnvoller Einsatzmöglichkeiten für den TR im Mathematikunterricht der Grundschule finden (vgl. z. B. Lörcher u. Rümmele 1986). Der neueste Grundschullehrplan des Landes NRW erlaubt auch seine Verwendung und ermöglicht damit, in den Mathematikunterricht vermehrt Sachprobleme mit realistischen oder großen Zahlen einzubringen, deren rechnerische Bearbeitung mit den gewöhnlichen Verfahren einen zu großen Zeitaufwand erfordern würde. Dadurch ergeben sich neue Möglichkeiten für die Förderung der Sachrechenfähigkeit. Der Unterricht, über den ich hier berichte, diente u. a. der Erprobung solcher Möglichkeiten. Anzumerken ist noch, daß durch zwei vorangegangene Stunden sichergestellt war, daß auch die Kinder, die über diese Fähigkeit nicht schon verfügten, mit dem TR umgehen konnten.

Der Zeitungsartikel

Der Originalartikel war sehr lang, enthielt komplexe sprachliche Wendungen und auch eine Reihe von Zahlenangaben, auf die ich im Rahmen dieses Unterrichtsprojektes nicht eingehen wollte. Ich habe ihn stark gekürzt und mit Schneiden, Kleben und photomechanischem Vergrößern zu einem DIN A4 Arbeitsblatt umgestaltet (s. S. 23).

Vorbemerkungen zur Konzeption

Ich hatte mir für den Unterricht einige gezielte Impulse und Nachfragen überlegt, der Rest sollte sich aber daraus ergeben, wie die Schüler reagierten. Das führte dazu, daß wir, abgesehen von dem von mir geplanten Längenvergleich von alter und neuer Trasse, im wesentlichen über Geschwindigkeiten arbeiteten.

Episoden aus der dreistündigen Unterrichtseinheit

1. Stunde

Ich beginne, indem ich den Schülern mitteile, daß ich ihnen einen Zeitungsartikel zu lesen gebe, von dem ich annähme, daß er für sie interessant sei. Nach fünf Minuten beginnen wir das Gespräch darüber, zunächst mit umgedrehtem Blatt, um zu sehen, was im Gedächtnis haften geblieben ist. Im folgenden werden einige Gesprächsausschnitte wiedergegeben(siehe Kasten).

Auf eine entsprechende Frage nennen die Kinder anschließend Gründe für einen solchen Tunnelbau. Dabei wird herausgestellt, daß die neue Trasse kürzer und weniger kurvenreich ist als die alte, sowie möglicherweise weniger Steigungen aufweist. Wir stellen fest, daß wir mit Hilfe der Karte die Streckenlängen ermitteln können. Hierzu erhalten die Kinder als Hausaufgabe, herauszufinden, wieviel mm die alte und neue Strecke auf der Abbildung lang sind. Der Arbeitsauftrag am Ende der Stunde, sich in die Rolle einer Lehrerin zu versetzen und Textaufgaben zu diesem Artikel zu erfinden, bereitet den Kindern große Schwierigkeiten.

Kommentar:

Das Gespräch mit den Kindern in dieser Stunde hatte u. a. den Zweck, herauszufinden, welche Zahlenangaben ihr Interesse wecken, wie sie sie auffassen und welche Unklarheiten und Fragen für sie nach der Lektüre eines Textes noch offen sind. Es ergaben sich Gelegenheiten über Sinn und Technik des Rundens zu sprechen, darüber, was bestimmte Zahlenangaben bedeuten und durch welche mathematischen

Operationen sie ggf. zustandekommen. Um erst einmal Material zu sammeln, habe ich nicht von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, an einzelnen Stellen selbst weiterführende Fragen zu stellen, die Anlaß zu einer Übung der Rechenfähigkeit hätten sein können. Angeboten hätte sich z. B., im Rückschluß die gesamte verbrauchte Biermenge auszurechnen, durch Umrechnungen in Anzahlen von Flaschen, Kästen, Höhe eines entsprechenden Kastenstapels oder Anzahl der zum Transport benötigten Lastwagen sich eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Menge zu verschaffen, den Bierverbrauch pro Tag auszurechnen und diese Zahl für eine Abschätzung zu Hilfe zu nehmen, wieviel Arbeiter etwa an der Baustelle beschäftigt waren. Bei den meisten dieser Aufgaben wird die Division benötigt und erfahrungsgemäß treten bei Textaufgaben dieser Art die größten Schwierigkeiten auf – gerade wenn es sich um größere Zahlen handelt. Eine Ursache dafür ist sicherlich auch die mangelnde Praxis im Umgang mit solchen Aufgaben, zu der ja auch nicht genügend Zeit ist, wenn man alles schriftlich rechnen will. Außerdem muß man dann auf realistische Zahlen verzichten, die in der Regel auf Dezimalzahlen führen. Aber auch mit diesen kann man durchaus in einer vorläufigen Weise umgehen: Was spricht dagegen, sie naiv in Gebrauch zu nehmen und sie ggf. soweit zu runden, daß sie vor dem Verständnishorizont der Kinder interpretierbar sind? Beispiele hierfür finden sich im Bericht über die folgenden beiden Stunden.

Abschließend noch eine Auswahl weiterer möglicher Fragen. Bei etwas mehr Erfahrung mit der Aufgabenstellung: "Erfinde selbst Sachaufgaben!", hätten die Kinder einige davon auch selbst gefunden.

- Wieviele Stunden wurde gearbeitet?
- Wieviel Meter Tunnel wurde an einem Tag gebaut?
- Wieviel Zentimeter Tunnel wurden in einer Stunde gebaut?
- Wieviel kostet ein Meter Tunnel?
- Wie lange fährt ein Zug durch den Tunnel, wenn er mit Tempo 200 km/h fährt?[2]

Susanne: Die bauen einen Tunnel. Der ist 10..?..
Dirk: 10 780 m.
Daniela: 327 km.
...
L: Laßt uns das Blatt umdrehen und nachgucken!
Manuela: 11 km.
L: 10 780 m und 11 km, wie verträgt sich das?
Bettina: Das haben die aufgerundet! 780 ist über 500. Deshalb wird aufgerundet.
...
Michael: Pro laufendem Meter haben die Arbeiter 23 l Gerstensaft getrunken.
(Stefanie erklärt, daß 'pro laufendem Meter' gleichbedeutend ist mit 'je Meter'.)
S: 'die Arbeiter' oder 'ein Arbeiter'?
L: Da steht: 'die Arbeiter'. – Was meint ihr, wie die das herausgefunden haben?
Ulf: Zusammengerechnet, wieviel insgesamt benötigt wurde und zum Schluß durch 10 780 geteilt.
L: 23 wird wahrscheinlich auch wieder eine gerundete Zahl sein.
...
L: Tempo 200?
S: Ich glaube, das ist die Schnelligkeit.
L: Wie schnell ist denn das? – Da kann ich mir noch nichts drunter vorstellen.
S: 200 m.
S: 200 Stundenkilometer.
S: 200 km pro Stunde.
L: Was meint ihr denn zu der ganz fettgedruckten Überschrift?
S: Die meinen damit, daß er schnell fertig geworden ist.
L: Was heißt denn 'Intercity'?
S: Der schnellste Zug der Welt.
S: Nein, von Deutschland.
L: Ein Intercity fährt zwischen 110 und 120 Kilometer in der Stunde.[1] Was heißt denn das, wenn man es ganz wörtlich nimmt?
S: In einer Stunde wurden 110 km Tunnel gebaut.

2. Stunde

Das Stichwort 'der schnellste Zug der Welt' hatte mich animiert, das neueste Guiness-Buch der Rekorde mit in den Unterricht zu bringen. Ich schlug die entsprechende Seite auf und schrieb an die Tafel:

Schnellste Züge:
TGV Paris – Lyon 270 km/h Spitze

L: Wenn man sich vorstellen will, wie schnell das ist, ...?
S: Man muß umrechnen.
L: Was denn?
S: Wie schnell er in einer Minute fährt.
L: Wie rechnet man das?
S: 270 : 60

Die Schüler rechnen auf dem Taschenrechner, ich selbst präsentiere zum Vergleich kurz danach die Rechnung auf dem Overheadprojektor[3]. Die Interpretation des Ergebnisses 4,5 als 4,5 km/Min bereitet keine Schwierigkeiten. Spontan wird eine weitere Division durch 60 vorgeschlagen, deren Ergebnis als '75 Meter in der Sekunde' von einem Kind mitgeteilt wird.

Während es hier noch keine Probleme mit Dezimalzahlen gibt, wird es gleich etwas kniffliger:

Der Tafelanschrieb ist von mir inzwischen so ergänzt worden:

Schnellste Züge:
TGV Paris – Lyon 270 km/h Spitze
0,075 km/Sek
Maglev Versuchsfahrt 517 km/h

Die Schüler rechnen mit dem TR und erhalten: 8,6166666.

Marco interpretiert: 8 km 616 m 66 cm 6 mm.

Ich stelle diese Interpretation so an der Tafel dar:

8,616 66 6 6 km/Min
m cm mm

Es bleibt die Frage, was mit der letzten '6' ist. Als Lösung schlägt ein Schüler vor, eine 6 zu den 66 cm zu addieren. Hierauf weiß ich spontan nur zu antworten, daß dies nicht den Regeln entspricht, nach denen der TR vorgeht, die aber die Schüler noch nicht kennen können. Wir lassen die Frage offen und greifen den Vorschlag von Katrin auf, noch einmal durch 60 zu teilen. Das Ergebnis 0,1436111 wird sofort als etwa 143 m in einer Sekunde interpretiert, was für unsere Zwecke ja auch völlig ausreicht.

Kommentar

Das Auftreten von Dezimalzahlen zu einem Zeitpunkt, an dem der Dezimalbegriff den Schülern noch nicht zur Verfügung steht, stellt natürlich ein gewisses Problem dar. Es ist der Preis, den man zahlt, wenn man in die Sachmathematik authentische und keine zurechtgemachten Zahlenangaben einbringt und in dieser Weise mit ihnen umgeht. Doch m. E. spricht nichts dagegen, sie im Vorfeld der systematischen Erarbeitung da, wo sie auftreten, naiv in Gebrauch zu nehmen und erste Interpretationsversuche zu unternehmen. Nähern sich die Kinder nicht in ähnlicher Weise vor allem Unterricht den natürlichen Zahlen oder den negativen Zahlen?

Im zweiten Teil der Stunde wurden dann die von den Schülern mit Bindfaden oder Lineal ermittelten Meßergebnisse der Hausaufgabe gesammelt und verglichen. Erwartungsgemäß streuten sie bei der alten kurvenreichen Strecke mehr als bei der neuen relativ geraden Trasse. Als Werte für die Berechnung der tatsächlichen Länge nahmen wir 156 mm (alte Trasse) und 121 mm (neue Trasse). Da Schüler auch schon ausgemessen hatten, daß 32 mm auf der Karte 10000 m in Wirklichkeit sind, lag die Frage nahe, welches die zu 1 mm gehörende Entfernung ist. Mit den von den Schülern vorgeschlagenen Rechnungen 10000 m : 32 = 312,5 m und 312,5 m · 156 erhielten wir dann 48750 m für die alte Trasse und analog 37812,50 m für die neue, die damit etwa 11 km kürzer ist. Zum Ende der Stunde bleibt mir dann gerade noch Zeit für die Bemerkung, daß diese Zahl nur zufällig mit der ungefähren Tunnellänge übereinstimmt.[4]

3. Stunde

Die lebhafte Mitarbeit der Schüler gab mir das Gefühl, daß ich mit den Umrechnungen von Geschwindigkeiten von km/h auf m/sec ihr Interesse getroffen hatte und ermutigte mich daher, das Thema an einem für sie wichtigen Beispiel zu vertiefen. Ich kam gerade von einer Gerichtsverhandlung über einen Verkehrsunfall mit einer elfjährigen Radfahrerin, der möglicherweise bei geringerem Tempo des beteiligten Autofahrers hätte vermieden werden können. Ich erzählte davon und schlug vor, auszurechnen, wieviel m ein Autofahrer bei verschiedenen Geschwindigkeiten während der angenommenen Reaktionszeit von 1 sec zurücklegt. Daß hierzu dividiert werden muß, war nach der voraufgegangenen Stunde keine Frage mehr. Die zweimalige Division von 50000 m durch 60 ergab das Ergebnis 13,888888, dessen Interpretation manchen Kindern noch Schwierigkeiten machte: 13 km wurde schnell verworfen und in Erinnerung an die letzte Stunde einigten wir uns dann darauf, 13 m und 88 cm bzw. 13,88 m als Ergebnis zu nehmen. Die Kontrollrechnung 13,88 · 60 · 60 ergab 49968 (Meter) also einen Fehler von 32 Meter in einer Stunde, was gut zu der Bemerkung von Marco paßte, daß der Autofahrer ja nicht genau 50 km/h fahren könne.[5]

Etwas Zeit brauchten wir für die Klärung der Frage, warum die zweimalige Division durch 60 durch eine Division durch 3600 und nicht – wie von einem Kind vorgeschlagen – durch eine Division durch 120 (60 + 60) ersetzt werden kann. Bei der Umrechnung von 61 km/h in m/sec merkten die Kinder dann, daß (61000 : 60) : 60 sich in der letzten Stelle von 61000 : 3600 unterscheidet. Hier mußte ich mich mit einem Hinweis darauf begnügen, daß dies daher kommt, daß der TR beim Rechnen mit solchen Zahlen ähnlich vorgeht wie wir, wenn wir statt mit 13,888888 mit 13,88 rechnen und daher Abweichungen auftreten. Als Ergebnis erhielten wir noch 16,94 m/sec für 61 km/h und 22,22 m/sec für 80 km/h (so schnell war angeblich das Auto gefahren, das den Hund eines Schülers angefahren hatte).

Zum Schluß der Stunde kam ich noch einmal auf den Zeitungsartikel zurück: Ich wollte mit Hilfe der dort gemachten Angaben mit den Schülern das tatsächliche durchschnittliche Vortriebstempo des Tunnels (Intercity-Tempo!) berechnen. Zunächst berechneten wir als Anzahl der Gesamtarbeitsstunden 24480 (340·3·24). Dabei wurden Fehler, die Schüler bei Lösungsvorschlägen machten, von anderen bemerkt und korrigiert. Als nächstes schlug dann Manuela vor, 10780 durch 24480 zu teilen. Bevor wir diese Rechnung tatsächlich durchführten, machten wir uns die Berechtigung dieses Vorgehens an einem Beispiel mit kleineren Zahlen klar: Wenn 180 m in 3 Stunden gebaut werden, wieviel sind es dann in einer Stunde? Bei der anschließenden Rechnung stellte sich das 'Intercity-Tempo' des Tunnelbaus als eine Geschwindigkeit von 44 cm pro Stunde heraus.

Schlußbemerkung

Die Beschäftigung mit dem Zeitungsartikel und den sich daran anschließenden Fragen und natürlich das Rechnen mit dem TR motivierten die Kinder sehr. Dabei konnten mit den Kindern Sachzusammenhänge rechnerisch so erschlossen werden, wie es in dieser Form ohne TR nicht möglich gewesen wäre. Durch die Entlastung vom mühseligen Rechnen konnten sie ihre volle Konzentration jeweils der Frage zuwenden, welche Operation angemessen ist und wie die Ergebnisse zu interpretieren sind. Es sind natürlich rund um diesen Artikel noch viele andere Unterrichtsverläufe denkbar, je nachdem, wieviel Zeit man sich dafür nehmen möchte und was für die Kinder oder den Lehrer wichtig und interessant ist. In einem von Studentinnen für ein Praktikum geplanten Unterricht zu diesem Artikel wurde z. B. in der ersten Stunde ein vergröberter Landkartenausschnitt zur Diskussion gestellt. Die Kinder hatten Gelegenheit, selbst den Kurvenreichtum der alten Trasse zu entdecken sowie die Tatsache, daß ein geradlinigerer Streckenverlauf einen Tunnelbau notwendig machen würde. Anschließend wurden sie angeregt, sich selbst einige Fragen zu überlegen, die vor Beginn des Tunnelbaus geklärt werden müssen. Dabei tauchten dann auch einige Fragen auf, zu denen sich im Zeitungsartikel Angaben fanden, z. B.: Wie lange wird der Tunnelbau dauern? Wie viele Arbeiter sind nötig? Wieviel Dynamit wird gebraucht? Wieviel Geld kostet der Tunnel? Erst danach wurden sie mit dem Artikel konfrontiert, den sie dann mit einem gut vorbereiteten Verständnishintergrund zur Kenntnis nahmen. Zum Schluß dieser Unterrichtseinheit zeigten wir den Kindern dann noch Dias vom Tunnelbau, die wir von der DB bekommen konnten.

[1] Damit ist natürlich die durchschnittliche Reisegeschwindigkeit gemeint.

[2] Diese Frage kann natürlich verschieden aufgefaßt werden. In der Regel wird sie so verstanden werden, als hieße sie: Wie lange dauert für einen Reisenden die Fahrt durch den Tunnel? oder: Wie lange braucht die Lok vom Anfang bis zum Ende des Tunnels? Ob es sinnvoll ist, diese durchaus interessanten Feinheiten zu thematisieren, hängt von der Klasse und der Situation ab.

[3] Für diesen Zweck gibt es einen TR, dessen Display man mit Hilfe eines Overheadprojektors auf eine Leinwand projizieren kann.

[4] Es wäre gut gewesen, wenn die Frage, welche Angabe an dieser Stelle sinnvoller wäre, nämlich 48750 m oder gerundet 49 km bzw. 37812,50 m oder 38 km, auch noch thematisiert worden wäre.

[5] Auch an dieser Stelle hätte sich – anknüpfend an die Bemerkung von Marco – eine Thematisierung des Zusammenhangs zwischen der Genauigkeit der vorliegenden Daten und der sinnvollen Rechengenauigkeit angeboten, also z. B. auszurechnen, welchen Fehler man macht, wenn man 14 m/sec als Ergebnis nimmt, und sich darüber zu informieren, ob dieser noch im Rahmen der Meßungenauigkeit liegt. Solche Betrachtungen sollten dann aber nur fallbezogen durchgeführt werden und nicht schon auf allgemeine Regeln abzielen.

Literatur

G.A. Lörcher und H. Rümmele, "Mit Taschenrechnern rechnen, üben und spielen", Grundschule 18 (1986) Heft 4, S. 36–39

H. Spiegel, „Von Nutzen des Taschenrechners im Arithmetikunterricht der Grundschule", in: P. Bender (Hrsg.), Mathemetikdidaktik: Theorie und Praxis. Cornelsen, Berlin 1988