Hartmut Spiegel

Was und wie Kinder zu Schulbeginn schon rechnen können –

Ein Bericht über Interviews mit Schulanfängern

„*Meine Kinder sind alle Genies!*" – erzählte voller Begeisterung eine Erstklasslehrerin aus Illinois, USA, meiner dort an der Universität arbeitenden Kollegin Cheryl Lubinski. 19 Jahre hatte diese Lehrerin schon Kinder im 1. Schuljahr unterrichtet, doch so etwas hatte sie noch nie erlebt. Was war geschehen?

Es war keine „neue Sorte" Kinder, die sie zu Beginn dieses Schuljahres vor sich hatte. Sie hatte „nur" im Rahmen eines Seminars bei Frau Lubinski Genaueres darüber erfahren, welche erstaunlichen Rechenfähigkeiten man bei Schulanfängern schon finden kann. Mit diesem Wissen im Hinterkopf hatte sie auch den Kindern in ihrer eigenen Klasse schon zu Beginn des Unterrichts Aufgaben gegeben, die im Schulbuch noch gar nicht vorgesehen waren: einfache Textaufgaben zur Addition und Subtraktion, aber auch schon etwas verwickeltere wie: „Mary hatte einige Murmeln. 5 davon schenkte sie Andy und 7 behielt sie übrig. Wie viele hatte sie vorher?" Und sie stellte fest, daß auch viele ihrer Kinder keine Schwierigkeiten hatten, diese Aufgaben zu lösen und dabei zum Teil auch originelle, selbst erfundene Strategien benutzten.

Warum erzähle ich Ihnen das? Eltern wissen es manchmal, Lehrerinnen und Schulbuchautoren scheinen es häufig nicht zu wissen oder nicht zu berücksichtigen – die Tatsache nämlich, daß nicht wenige Kinder schon über viele Rechenfähigkeiten und -fertigkeiten verfügen, die Gegenstand des Unterrichts im 1. Schuljahr sind. Ich selbst wollte es auch genauer wissen und interviewte zu diesem Zweck im Herbst 1990 *vor und während der ersten Schulwochen* 19 Kinder einer *ersten* Grundschulklasse und zeichnete diese Interviews mit einer Videokamera auf. Dabei erlebte ich u. a.

– *wie Lucy argumentiert, daß drei und zwei fünf sind, weil ja drei und drei sechs sind,*

– *wie Britta herausfindet, daß 2 + 6 = 8 ist, weil ja 4 + 4 = 8 ist und man aus 2 + 6 4 + 4 machen kann, indem man die zwei zur vier macht und dadurch aus der sechs auch eine vier wird,*

– *wie Tim 9 für 6 + 3 ausrechnet: „Jedenfalls habe ich mal ausgerechnet, wieviel 6 und 4 sind, das sind 10 und darum habe ich das ein bißchen anders gerechnet."*

In diesem Artikel werde ich über die Teile dieser Interviews und ihre Ergebnisse berichten, die das *Rechnen* betreffen. Ich möchte Sie damit anregen, auch bei *Ihren Schulanfängern* herauszufinden, was diese schon an rechnerischem Vorwissen mitbringen, und Ihnen Mut machen, von den ausgetretenen Pfaden kleinschrittigen Fortschreitens im Rechenlehrgang abzuweichen und mehr dem Rechnung zu tragen, was Kinder schon mitbringen.

Zum Hintergrund und zur Vorgeschichte der Interviews

Kinder kommen nicht als „tabula rasa" in die Schule, als leeres Blatt, das nun von der Lehrerin mit den Kulturtechniken Lesen, Schreiben und Rechnen „beschriftet" wird. Im Laufe der Vorschulzeit – praktisch seit ihrer Geburt – erwerben sie durch aktive Auseinandersetzung mit ihrer Umwelt mehr und mehr an Wissen und Fähigkeiten. Ohne daß sie systematisch unterwiesen werden – wenn auch mit Hilfe gelegentlicher Anregungen und Hinweise – erschließen sie sich etwa ab Beginn des vierten Lebensjahres auch schon einen Teil der Welt der Zahlen. Einiges von dem, was dabei herauskommt, ist allgemein bekannt: Sehr viele Schulanfänger können die Reihe der Zahlworte schon ziemlich weit aufsagen, sie können aber auch schon Mengen im Bereich bis 20 sicher abzählen und kennen auch die Zahlzeichen (Ziffern und zweistellige Zahlen). Was allgemein nicht so bekannt ist und hierzulande in der jüngeren Vergangenheit nicht in dem Maße untersucht wurde, wie die Zählfähigkeit und die Kenntnis der Zahlen, ist Art und Ausmaß der *Rechenfähigkeit* der Schulanfänger. Bisher mußte sich die Fachdidaktik in diesem Punkt auf Forschungsberichte aus dem angelsächsischen Sprachraum stützen. Aus diesem Grunde war eine solche Untersuchung hierzulande eigentlich überfällig, und so war es für mich ein Glück, daß *Tim* in die Schule kam. Ich kenne *Tim* – ein Sohn von Nachbarn – und seine Entwicklung seit seiner Geburt recht gut, sah mit Interesse, welche Fähigkeiten im Umgang mit Zahlen er schon in der Vorschulzeit entwickelte und faßte den Plan, einen Teil dieser Fähigkeiten vor seinem Schuleintritt mittels eines Videointerviews zu erkunden und zu dokumentieren. Durch sein Verhalten und seine Antworten wurde ich so neugierig, daß ich den Wunsch bekam und auch realisierte, *alle* Kinder der Klasse, in die er ging, zu interviewen – unter ihnen auch vier der fünf lern-, geistig- und sprachbehinderten Kinder, die im Rahmen des Schulversuches zur Integration in dieser Klasse mit unterrichtet werden. Die Interviews entsprangen also im wesentlichen reiner Neugier, festzustellen, ob die Kompetenz von Tim ein seltener Fall war oder ob unter den Kindern der Klasse noch mehr dieser Art zu beobachten war.

Zur Konzeption der Interviews

Die Interviews wurden in Anlehnung an die „klinische Methode" des Psychologen *Jean Piaget* (vgl. *Wittmann* 1982) durchgeführt. Ein wichtiges Merkmal dieser Methode ist, daß man nicht einem starren, bei allen Kindern gleichbleibenden Frageschema (standardisiertes Interview) folgt, sondern Nachfragen und neue Aufgaben sich auch danach richten, wie das Kind reagiert hat. Diese Methode erschien mir deswegen angemessen, weil es mir nicht darum ging, statistisch verwertbare Ergebnisse zu erzeugen, sondern im Rahmen von Fallstudien einen Einblick in das prinzipiell mögliche und – bezogen auf das untersuchte Kollektiv – auch tatsächlich vorhandene Fähigkeitsspektrum – wozu auch die ganz individuellen Strategien der Kinder gehören – zu erhalten.

Die etwa halbstündigen Interviews bestanden aus folgenden 4 Abschnitten:

1. Zählen (im Sinne von: Zahlwortreihe aufsagen)

1.1 von 1 beginnend, Unterbrechung bei ca. 34
1.2 von 86 beginnend, Ziel: bis über 100 hinaus
1.3 rückwärts von 6 an (bzw. je nach vorher gezeigter Leistungsfähigkeit von größeren Zahlen – z. B. 12) ggf. „Geht es nach 1 noch weiter?"
1.4 „mit Lücken", d. h. jede zweite Zahl, mit 1 beginnend, Unterbrechung zwischen 10 und 20
mit 2 beginnend, Unterbrechung wie oben

2. Zahlzeichen

2.1 Ziffern lesen
2.2 zweistellige Zahlbezeichnungen bis 20 lesen
2.3 zu einem angesagten Zahlwort (Für eine Zahl zwischen 10 und 20) das zugehörige Zahlsymbol aus Ziffernkärtchen legen

3. „Schachtelaufgaben" (sprachfreie Aufgaben zum additiven Rechnen)

4. Rechengeschichten (Textaufgaben zum additiven Rechnen)

Im folgenden gehe ich nur auf die Konzeption des *3. und 4. Abschnitts* ein: Die dort gestellten Aufgaben resultierten aus folgenden Überlegungen: Schulanfänger können im allgemeinen die Operationszeichen noch nicht lesen. Mündlich gestellte Fragen wie: „Wieviel ist drei plus vier?" setzen die Kenntnis der entsprechenden Terminologie („plus") voraus und selbst die Frage: „Wieviel ist drei und vier?" muß vom Kind erst noch gedeutet werden. Daher sind andere Vorgehensweisen notwendig. Ich habe von zwei ganz unterschiedlichen Möglichkeiten Gebrauch gemacht:

Bei der **ersten** – *den Schachtelaufgaben* – ist kaum Sprache im Spiel. Mit ihrer Hilfe hat *Hughes* (Vgl. Hughes 1986) schon bei Vierjährigen festgestellt, daß sie mit kleinen Zahlen rechnen können. Die *Grundaufgabe zur Addition* sieht so aus: Dem Kind wird eine Anzahl von Klötzen gezeigt (z. B. 5) und es wird gefragt, wie viele es sind. Dann werden die Klötze unter einer Schachtel verborgen. Mit einer weiteren Anzahl von Klötzen (z. B. 3) wird das Gleiche gemacht. Dann wird das Kind gefragt, wie viele Klötze sich jetzt insgesamt unter der Schachtel befinden. Da es die Klötze nicht sehen kann, kann es sie nicht zählen, sondern muß im Kopf – oder mit den Fingern – rechnen.

Die *Grundaufgabe zur Subtraktion* geht analog, wobei es zwei sinnvolle Varianten gibt (die zweite wurde meines Wissens erstmals von mir benutzt): In beiden Fällen weiß das Kind, wie viele Klötze am Anfang unter der Schachtel liegen. Dann wird eine bestimmte Anzahl von Klötzen herausgenommen. Im *ersten* Fall

darf das Kind sehen, wie viele herausgenommen werden und muß nun ausrechnen, wie viele noch darunter sind. Im *zweiten* Fall darf es sehen, wie viele übrig sind und muß sagen, wie viele herausgenommen wurden. Letzteres entspricht in formaler Beschreibung der Gleichung: $a - x = b$.

Die **zweite** Möglichkeit, die ich benutzt habe (4. Abschnitt des Interviews), ist die, den Kindern *mündlich Textaufgaben* zur Addition und Subtraktion zu stellen. Von den vielen möglichen unterschiedlichen Aufgabensorten habe ich – aus Zeitgründen – nur 6 einfache Grundtypen ausgewählt. Z. B.: Toni hat 5 Autos, der Papa schenkt ihm noch 2 dazu, wie viele hat er dann? (einfache Addition, formal: $5 + 2 = x$); aber auch: Toni hat 5 Autos, wie viele braucht er noch, daß er 8 hat? (formal: $5 + x = 8$); oder: Fine schenkt Toni 4 Bonbons. Dann hat sie noch 7. Wie viele hatte sie vorher? (formal: $x - 4 = 7$) *Alle* 6 Aufgabentypen, die man erhält, wenn man in den Gleichungen $a + b = c$ bzw. $a - b = c$ die Unbekannte an jedem der drei möglichen Plätze unterbringt, habe ich benutzt – also auch Aufgaben zu: $x + a = b$, $a - b = x$, $a - x = b$.

Ausgewählte Beispiele für Vorgehensweisen der Kinder

Im folgenden schildere ich einige Episoden aus den Interviews, die einen Einblick in interessante Strategien und Fehler der Kinder ermöglichen.

Beispiele zu den Schachtelaufgaben

Britta begründet, daß 5 Klötze daliegen, weil es **2** und **3** sind.

Lina stellt sich die **8** mit nur 3 Fingern dar ($5 + 3 = 8$).

Andrea löst **8 + 5** richtig mit **13.** Sie hat das Ergebnis durch Weiterzählen erhalten und erklärt, daß sie dabei fünfmal auf den Schachtelrand geguckt hat. **2 + 7** löst sie, indem sie von 7 zwei weiterzählt.

Lina ermittelt **12** als das Ergebnis von **7 + 5.** Sie zählt auch weiter von 7 und benutzt dabei die 5 Finger ihrer einen Hand als Referenzmenge.

Lucy erhält **13** für **9 + 2.** Ihre Erklärung: Nach 10 kommt doch 13.

Raphael berechnet zu **7 + 5** das Ergebnis **14.** Wie kommt er darauf? Er erinnert sich – fälschlich – daß vorher $8 + 3 = 13$ war und läßt erkennen, daß er von dort aus über $8 + 5 = 15$ („noch 2 dazu, das sind 15 und das waren ja noch 2 dazu, wie bei der 3") zu $7 + 5 = 14$ gekommen ist.

Jana legt sich die 9 hingelegten Klötze in einer 4 + 4 + 1 Anordnung hin. Auf Nachfrage, wie sie dann **5** als Ergebnis von **9 - 4** erhalten hat, gibt sie eine Erklärung ab, die darauf schließen läßt, daß sie die entsprechende Operation am Vorstellungsbild der vorher von ihr strukturierten Menge vorgenommen hat. **12 - x = 7** löst sie durch Weiterzählen von 7 bis 12, wobei sie mit den Fingern auf den Tisch tippt und ein wenig Schwierigkeiten hat, gleichzeitig mitzuzählen, daß sie fünfmal tippt.

Beispiele zu den Textaufgaben

I: „Der Papa schenkt der Fine 3 Bonbons, dann hat sie **8.** Wieviel hatte sie vorher?"

Tim: – nach einer halben Minute – „**5** – (auf Nachfrage:) Ich habe bei 8 angefangen zu zählen, rückwärts."

I: „Fine hat **5** Pferde, sie möchte aber **8** haben. Wieviel braucht sie noch?"

Andrea antwortet mit **3.** Vermutlich hat sie – ausgehend von der plötzlich auf den Tisch gelegten vollen Hand – von 5 weiter bis zur 8 gezählt – vielleicht unter Zuhilfenahme der Vorstellung der Finger.

I: „Fine hat **9** Pferde, **5** davon schenkt sie dem Toni. Wieviel hat sie übrig?"

Als ***Andrea*** mit Hilfe von Klötzen die Lösung **4** erklären will, nimmt sie 5 Klötze und ergänzt diese dann um 4 auf 9.

I: „Fine hat 7 Pferde. Sie schenkt dem Toni welche. Dann hat sie noch 3. Wie viele hat sie weggeschenkt?"

Aus der Erklärung von ***Andrea*** geht hervor, daß sie sich über $4 + 4 = 8$ die Zerlegung $4 + 3 = 7$ und damit die Lösung **4** erschlossen hat.

Die verwendeten Strategien

Im folgenden stelle ich die beobachteten *Typen von Strategien* zusammen:

– Es fiel auf, daß – wie Britta – viele Kinder schon zwecks Anzahlbestimmung *spontan rechneten* (3 + 2 = 5; 3 + 3 = 6). Häufig hatte man den Eindruck, daß die Kinder von sich aus das Stück-für-Stück-Zählen als minderwertige Vorgehensweise einschätzten und es intelligenter machen wollten.
– Beim Ermitteln der Ergebnisse waren folgende Vorgehensweisen zu beobachten:
• Benutzen auswendig verfügbarer Zahlensätze
• Zählen (Zahlenreihe im Kopf; vorgestellte Objekte; Finger; Klötze)
– Weiterzählen (beim Addieren)
– Rückwärtszählen (beim Subtrahieren)
– Ergänzen durch Weiterzählen (beim Subtrahieren oder beim Lösen von a - x = c)
• operatives Rechnen
– 2 + 6 = 8, weil 4 + 4 = 8
– 2 + 3 = 5, weil 3 + 3 = 6
– 7 + 5 = 14, weil 8 + 3 = 13

Zum Anteil richtig gelöster Aufgaben
Je weiter ich mit der Durchführung meiner Interviews gekommen war, desto mehr überraschte mich das durchgängig hohe Leistungsniveau dieser Kindergruppe. In Zahlen sieht das so aus: Den 15 nichtbehinderten Kindern wurden insgesamt 363 Aufgaben (71 mit Zehnerübergang) gestellt, 193 „Schachtelaufgaben" und 170 Textaufgaben. Etwa drei Viertel haben sie auf Anhieb richtig gelöst und zwar annähernd jeweils denselben Anteil bei den Schachtelaufgaben und den Textaufgaben. Natürlich kann hieraus kein Schluß auf die diesbezüglichen Fähigkeiten von Schulanfängern im allgemeinen gezogen werden, da die verwendete Befragungsmethode (nicht standardisierte klinische Interviews) dies nicht erlaubt. Ein solcher Schluß wäre auch nicht möglich, wenn andere Methoden verwendet worden wären, weil die Stichprobe zu klein und die Auswahl der Kinder nicht repräsentativ war. Aber die Zahl bedeutet zumindest, daß **diese** 15 Kinder von Aufgaben, die Gegenstand des Unterrichts im 1. Schuljahr sind, schon 75 % mühelos lösen konnten, als sie in die Schule kamen.

Was nützt diese Untersuchung anderen Lehrerinnen?

Welche Bedeutung hat nun diese Untersuchung einer einzelnen Schulklasse für alle anderen Lehrerinnen, die diese speziellen Kinder nicht vor sich haben, wenn sie doch keine quantiativen, statistisch aussagekräftigen Ergebnisse hat?

Zunächst hat sie – durch die besondere Form der Dokumentation möglich – eine sehr praktische Bedeutung für die Lehreraus- und -weiterbildung, was bestätigt wurde durch vielfältige eigene Erfahrungen und die zunehmende Nachfrage aus anderen lehrerausbildenden Institutionen nach Kopien (die aber nicht herausgegeben werden können). Da jede Lehrerin sowieso ganz individuelle Kinder und nicht statistische Durchschnittskinder vor sich hat, nutzt ihr eine bloße Information über durchschnittlich zu erwartende Fähigkeiten von Kindern weniger, als detaillierte Angaben darüber, mit welchen Fähigkeiten sie bei ihren eigenen Kindern zunächst grundsätzlich rechnen muß und wie *sie sie ermitteln* kann. Die produzierten Videos bieten die Möglichkeit, eine Reihe von Kindern bei der Auseinandersetzung mit arithmetischen Problemen sehr gut zu beobachten und so einen wertvollen Einblick in mögliche mathematische Denk- und Arbeitsweisen von Kindern überhaupt zu gewinnen. Der Zweck der Analyse dieses Materials zusammen mit angehenden oder praktizierenden Lehrerinnen in Lehrveranstaltungen an der *Universität Paderborn* und anderen Hochschulen und in Lehrerfortbildungsveranstaltungen – wie schon vielfach geschehen – ist daher nicht, den Eindruck zu erwecken, alle oder die meisten Kinder verfügten über Fähigkeiten, die dort zu beobachten sind. Vielmehr geht es darum, sie anzuregen und zu befähigen, *sensibler auf die Fähigkeiten der Kinder in der eigenen Klasse zu achten* und dann den Unterricht möglichst gut drauf abzustimmen. Nach dem Studium dieser Dokumente ist klar, daß weder diesen speziellen Kindern noch überhaupt Kindern irgendeiner Klasse ein Unterricht gerecht werden wird, der ihnen gleich- und kleinschrittig Seite für Seite einen „Schulbucheinheitsbrei" vorsetzt und in dem z. B. (wie tatsächlich vorgekommen) erst nach dem ersten Drittel des ersten Schuljahrs offiziell die Zahl 7 „eingeführt" wird. Vielmehr benötigen sie Lernangebote, die ihnen ermöglichen, sich von Anfang an auf der *Basis ihrer individuellen Vorkenntnisse* den Zahlenraum bis mindestens 20 weiter zu erobern.

Ich hoffe aber, daß die Leserinnen dieses Textes auch ohne die Möglichkeit, die Videos zu sehen, durch das Berichtete nachdenklich werden und sich ermutigt fühlen, die im letzten Abschnitt zusammengestellten Anregungen aufzugreifen.

Schlußfolgerungen und Anregungen

1. Es gibt (nicht wenige) Kinder bei denen Quantität und Qualität der *Vorkenntnisse weit über dem Niveau* liegen, bei dem übliche Schulbücher ansetzen. Da diese in den wenigsten Fällen Resultat systematischer Unterweisung sind, weist diese Tatsache auf die Wirksamkeit der selbstbestimmten nicht organisierten Lernprozesse hin, die vor Beginn der Schule ablaufen, und unterstützt damit das Bild vom Kind als Baumeister der eigenen Erkenntnis, dem nicht so sehr Wissen vermittelt werden muß, sondern für das Anregungen geschaffen werden müssen, das eigene Wissen möglichst selbständig weiterzuentwickeln.
2. Die Unterschiede zwischen einzelnen Schülern sind schon zu Schulbeginn sehr groß. Es kann nicht darum gehen, diese dadurch zu nivellieren, daß man Vorkenntnisse ignoriert und dadurch Kindern Lernchancen und Lernmotivation nimmt. Wichtig ist, *sensibel für mögliches Vorwissen zu werden* und so viel wie möglich herauszufinden, was die einzelnen Kinder schon können.
3. Der Unterricht sollte daher nicht gleichschrittig nach dem Schulbuch, Seite für Seite, vorgehen. Er sollte sich auch nicht *überwiegend* damit befassen, Kinder formalsprachliche Mathematik lesen und schreiben zu lehren, die sie inhaltlich schon beherrschen (Mathematik als erste Fremdsprache!) und ihnen auch nicht die Möglichkeit zum Rechnen vorenthalten, bis sie gelernt haben, mit den Symbolen umzugehen. Daher sollte *mündliches Rechnen* (Rechengeschichten) *von Anfang an* gepflegt werden. Weiterhin gehört zu einem Unterricht, der die Vorkenntnisse der Kinder ernst nimmt, ein *ganzheitlicher Einstieg*, also die Möglichkeit für die Kinder, den ganzen Zwanzigerraum von Anfang an zu erkunden (nicht für alle in kleinen Etappen).
4. Den Kindern sollte möglichst *wenig vorgeschrieben* werden, wie sie zu denken, zu rechnen und ihre Lösungen aufzuschreiben haben. Fehlern sollte so viel wie möglich so nachgegangen werden, so daß der Anteil richtigen Denkens, der sich häufig hinter ihnen verbirgt, offenkundig werden kann.
5. Zusammenfassend lassen die Beobachtungen und die Schlußfolgerungen daraus eine konsequentere Umsetzung der Konzeption des *aktiv entdeckenden Lernens in allen Grundschulklassen* wünschenswert erscheinen.
6. Den politisch Verantwortlichen sei ins Stammbuch geschrieben, daß dies nur möglich ist bei entsprechenden Arbeitsbedingungen (z. B. hinreichend kleine Klassen, gute Ausstattung, angemessenes Stundendeputat) und einer qualifizierten Ausbildung der Lehrerinnen. Die jüngsten Beschlüsse der Kultusminister weisen bedauerlicherweise genau in die entgegengesetzte Richtung. □

Literatur
Hughes, M.: Children and number. Oxford 1986
Wittmann, E.Chr.: Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern. Braunschweig 1982
Wittmann, E.Chr. und Müller, G.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Teil 1. Stuttgart 1990