

Zur Situation des Mathematikunterrichts in der Primarstufe -  
Tendenzen, Probleme, Perspektiven \*)

\*) stark gekürzte Fassung eines Manuskripts für einen 60-minütigen Vortrag

0. Vorbemerkungen

In der letzten Zeit mehren sich die Äußerungen über ein Scheitern der Reform des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Der neue - ab Schuljahr 1982/83 gültige - bayerische Lehrplan kann zur Stützung solcher Aussagen herangezogen werden. Dadurch wird eine Standortbestimmung notwendig, die einerseits Veränderungen und Entwicklungen der Reformvorstellungen kennzeichnet, andererseits aber auch deutlich macht, an welchen Zielvorstellungen der Reform nach wie vor festgehalten werden sollte und in welchen Punkten eine Weiterentwicklung der derzeitigen Konzepte nötig ist. Im Vortrag soll eine solche Standortbestimmung vorgenommen werden, in der der Bezug zum Reformanliegen "Wissenschaftsorientierung" im Mittelpunkt steht.

1. Wissenschaftsorientierung und Reformdiskussion

Mit dem Satz: "Sie sollen kindgemäß lernen, aber es wird ihnen eine wissenschaftsbezogene Bildung verordnet" weist die Autorin des Films "Hilflos, Lustlos, Abgeschlafte" (gesendet von der ARD am 4.11.81) auf den von ihr konstatierten Widerspruch zwischen Kindgemäßheit und Wissenschaftsorientierung hin. Daraus ergibt sich die Forderung "back to basics", die nicht explizit ausgesprochen wurde, aber deutlich herauszuhören war. Daß diese Tendenz in der Praxis schon durchgeschlagen hat, hat Sprockhoff in [15] festgestellt. Aber seine Ausführungen wurden von vielen Zuhörern nicht nur als eine Beschreibung, sondern auch als Legitimation einer solchen Tendenz verstanden und es entstand der Eindruck, daß neuerdings auch im Bereich der Fachdidaktik das zentrale Anliegen der Reform - die Wissenschaftsorientierung - und damit die Reform selbst - aufgegeben werde. Denn was Sprockhoff unter "Mathematisierung des Rechenunterrichts" (die es zu konsolidieren gelte) versteht, ist - wie er selbst sagt - nur ein Teil des ursprünglichen Programms und m.E. auch nur ein Teil des Programms, an dem man festhalten sollte. Es ist damit das Erarbeiten und Anwenden mathematischer Beziehungen gemeint und ihre Nutzbarmachung für das Erreichen der Ziele des Rechenunterrichts. Diese Forderung bestand



großer Teil der Fehler in der Vergangenheit, die andere Forderung Bruners außer Acht gelassen: Mathematik im Anfangsunterricht mit unbedingter intellektueller Redlichkeit zu lehren, aber mit dem Nachdruck auf dem intuitiven Erfassen und Gebrauchen der grundlegenden Ideen. Was eine Berücksichtigung dieser Forderung für den Bereich der sogenannten strukturellen Leitbegriffe "Menge", "Relation" konkret bedeuten kann, sollen folgende Beispiele illustrieren:

Nicht	Sondern
frühe Erarbeitung und Symbolisierung der Begriffe Menge, Teilmenge, Vereinigungsmenge, Schnittmenge, Gleichheit von Mengen	Schaffung vielfältiger Problemsituationen im Zusammenhang mit dem Schema der gleichzeitigen Sortierung nach zwei Merkmalen
Explizite Einführung des kartesischen Produktes	Fähigkeit fördern, geeignete Situationen mit Hilfe von Baumdiagrammen oder Tabellen darzustellen und die Produktregel anzuwenden
Eigenschaften von Äquivalenzrelationen thematisieren	Fähigkeit fördern, situationsangemessene Klassifizierungen zur Lösung von Problemen zu verwenden

Die auf der linken Seite aufgeführten Fehler in der Vergangenheit können auch so beschrieben werden: Das, was Hintergrundwissen des Lehrers sein sollte, wurde zum Gegenstand des Unterrichts.

Warum ich hier auf diese allseits bekannten Dinge eingehe, hat zwei Gründe: Erstens muß man die Lehrer in Schutz nehmen vor Vorwürfen, die darauf hinauslaufen, sie seien an den Fehlentwicklungen schuld. (nachzulesen in [8], S. 33) Wie man sich durch Inspektion einschlägiger Schulbuchwerke leicht überzeugen kann, haben auch deren Herausgeber ihren Teil dazu beigetragen.

Zweitens wird häufig so getan, als gehörten die diesbezüglichen Unzulänglichkeiten der Vergangenheit an. An einigen Beispielen möchte ich zeigen, daß dies nicht der Fall ist.

### 1. Mengensprache, Mengenverknüpfungen, Relationen

- a) Beispiel aus dem Unterricht (Tafelanschrieb in einem 4. Schuljahr, Herbst 1981):  $A \cap B = \text{Schnittmenge}$ , {A geschnitten mit B  $\rightarrow$  gehören zu A und B}
- b) Beispiel aus einem Lehrbuch (vgl. [10] S. 10/11): Abgesehen von erheblichen Mängeln der Darstellung ist die Bildung von Schnittmengen von Vielfachmengen eher ein neuer Routine-Aufgabentyp, als eine Möglich-

keit, bei den Kindern strukturelle Einsichten anzubahnen oder offene bzw. differenzierende Aufgaben zu stellen.

In [16] S. 12 ist der verfehlt Umgang mit diesen Themen so beschrieben: "Mengen" stehen vielleicht für das Umgehen mit Venn-Diagrammen zur Lösung von Pseudo-Problemen; "Graphen" bedeuten vielleicht eine formalisierte Routine, um Relationen zu illustrieren. Wäre dies die Bedeutung, die die Wörter in der Praxis tragen, so wollten wir keines von ihnen. Wir identifizieren keinen dieser Begriffe mit der formalen Behandlung, die wir in der Mehrzahl der Lehrbücher finden."

## 2. Thematisierung der Begriffe: Aussage, Aussageform

Beispiel: S. 60-62 in [5].

## 3. Der "pränumerische Vorkurs"

Damit ist die allgemein übliche Themenfolge zu Beginn des ersten Schuljahres gemeint: Dinge und ihre Eigenschaften, Mengenbildung, Mächtigkeitsvergleiche, Einführung der Kardinalzahlen.

Daß auch hier der fachlich-strukturelle Begründungszusammenhang eine Rolle spielte, zeigt folgende Formulierung aus [1] (S. 6f): "Im Aufbau der modernen Mathematik steht das "Rechnen mit Zahlen" bereits unter den verwickelteren Strukturen. Zu ihren Voraussetzungen gehören u.a. Grundbegriffe wie "Menge" und "Aussage", bestimmte Äquivalenz- und Ordnungsrelationen, logische Verknüpfungen, Teile der Mengenalgebra. Könnte diese gegenstandstheoretische Hierarchie nicht auch in pädagogisch-psychologischer Hinsicht, d.h. für den Aufbau der Einsicht des Kindes bedeutsam sein?" Eine ausführliche Analyse zu diesem Thema kann man in [12] nachlesen.

## 4. "Richtiger Gebrauch des Gleichheitszeichens"

Erfahrungen in der Praxis deuten darauf hin (vergl. auch [6]), daß es unrealistisch ist zu erwarten, man könne schon von Anfang an bei Grundschulkindern einen abstrakten Gleichheitsbegriff im Sinne der algebraischen Interpretation erzeugen und die "Aufgabe-Ergebnis-Deutung" einer Gleichung wie  $3 + 4 = 7$  verhindern. Eine solche Deutung widerspricht auch nicht einem "korrekten Gebrauch des Gleichheitszeichens." Hinsichtlich

der den dynamischen Aspekt des Rechenvorgangs wiedergebenden Operator-schreibweise hat sich gezeigt, daß das übliche "Maschinenmodell" nicht verhindert, daß Kinder und Lehrer meinen, es werde nur eine neue Schreibweise für die gleichen Aufgaben eingeführt, die man vorher anders aufschrieb.

Resümee: In Bezug auf die Orientierung an "Mathematik als Wissenschaft von den formalen Systemen" haben im Laufe der Reform Lernprozesse der Didaktiker stattgefunden. Nichtsdestotrotz gibt es heute noch "Erbstücke", die einer Weiterentwicklung bedürfen. Die positiven Möglichkeiten der Orientierung an den sogenannten strukturellen Leitbegriffen sollten unter Beachtung der Forderung nach intellektueller Redlichkeit und dem Nachdruck auf dem intuitiven Erfassen grundlegender Ideen verstärkt genutzt werden.

### 3. Orientierung an Mathematik als Tätigkeit

Bei diesem Bestandteil der Wissenschaftsorientierung handelt es sich um eine "Wissenschaftsorientierung im Bereich des Lernens", denn er betrifft nicht in erster Linie die Inhalte, sondern die Art und Weise, wie sich das Lernen im Mathematikunterricht vollzieht. Dieses Anliegen war Teil der Reformkonzeption von Dienes und wurde in der sich anschließenden fachdidaktischen Diskussion als wesentlicher und unverzichtbarer Bestandteil der Reform artikuliert. Aber es ist auch der Reformaspekt, bei dem die Diskrepanz zwischen Theorie und Praxis am größten ist und bezüglich dessen man wohl mit Recht von einem (zumindest vorläufigen) Scheitern der Reform sprechen kann. Man kann drei zwar nicht voneinander unabhängige, doch trennbare Einzelaspekte unterscheiden, die durch folgende Stichworte beschrieben werden können:

1. Betonung der Eigentätigkeit und der Eigenaktivität (betrifft: Art und Ausmaß der Aktivität des Schülers.)
2. Abkehr vom Frontalunterricht: (betrifft: Unterrichtsorganisation)
3. "Kind als Forscher", Entdeckendes Lernen (betrifft: Art des Umgangs mit Mathematik überhaupt)

Man findet diese Aspekte z.B. in folgenden Textstellen: [ 2 ] S. 26, [ 4 ] S. 3.

Sehr eindrucksvoll wird die Position, die dieser Art von Wissenschafts-

orientierung zugrundeliegt, im Vorwort von [16] beschrieben:

"Die Mathematik existiert nur im Intellekt. Jeder, der sie erlernt, muß sie daher nachempfinden bzw. neu gestalten. In diesem Sinn kann Mathematik nur erlernt werden, indem sie geschöpft wird. Wir glauben nicht, daß ein klarer Trennstrich gezogen werden kann zwischen der Tätigkeit des forschenden Mathematikers und der eines Kindes, das Mathematik lernt. Das Kind hat andere Hilfsmittel und andere Erfahrungen, aber beide sind in den gleichen schöpferischen Akt einbezogen. Wir möchten betonen, daß die Mathematik, die ein Kind beherrscht, tatsächlich sein Besitz ist, weil das Kind diese Mathematik durch persönliche Handlung entdeckt hat." (a.a.O. S. 8) "Es ist klar, daß wir mit dem Begriff "moderne Mathematik" eher eine Haltung der Mathematik gegenüber verbinden als eine Liste von speziellen mathematischen Themen." (a.a.O. S. 11)

Im Mittelpunkt dieser Zitate steht der dritte der oben aufgeführten Aspekte, der der eigentliche Kern der "Wissenschaftsorientierung im Bereich des Lernens" ist und dessen Berücksichtigung bedeutet: Schon Kinder sollen Gelegenheit haben, Mathematik als einen Bereich zu erleben, in dem man selbständig Entdeckungen machen und mit verschiedensten Strategien auch in zunächst unübersichtlichen Situationen selbst zu gesicherten Ergebnissen kommen kann. Es soll damit ein Beitrag geleistet werden zur Förderung des Vertrauens in die Kraft des eigenen Denkens, ein Gefühl, das im Zusammenhang mit Mathematikunterricht auch heute nicht so häufig anzutreffen ist. Aus den Zitaten wird auch klar, daß der Grund für die in 1. und 2. geforderte neue Lernorganisation, die neue Unterrichtspraxis und das neue Lehrerverhalten nicht nur in pädagogischen Zielsetzungen, psychologischen Theorien sowie dem Wunsch nach Verbesserung der Methoden zu suchen ist - Dinge, die auch schon im traditionellen Rechenunterricht eine Rolle spielten, - sondern diese Forderungen ("neue Unterrichtspraxis") sind eine Folge neuer Ziele des Mathematikunterrichts, die dem 3. Aspekt zuzurechnen sind. Daher ist es auch nicht angemessen, bestimmte methodische Vorgehensweisen isoliert von anderen Aspekten zu betrachten und zu beurteilen, so wie Neunzig das in [9] getan hat. Dieser Aufsatz deutet auf eine sich verstärkende Tendenz hin, von einem zentralen Reformanliegen, das eine geänderte Auffassung von der Rolle des Lehrers impliziert, stillschweigend Abschied zu nehmen. Sichtbar wird diese Tendenz z.B. auch in [3] (Lehreranleitung 1. Schuljahr): "Bezüglich des methodischen Vorgehens wird durch das Unterrichtswerk nichts festgelegt. Es kann zum Beispiel ohne weiteres so damit gearbeitet werden, wie dies vor der Reform weit verbreitet war, nämlich frontal." Auch die von Sprockhoff in seinem eingangs erwähnten Vortrag propagierte stärkere Betonung der

Prinzipien "von der sorgfältigen methodischen Stufung des Lernprozesses" und "der Isolierung der Schwierigkeiten" kann - wie ich selbst häufig beobachten konnte - zu einer Lernorganisation führen, die fatale Folgen haben kann. (Bsp. Zehnerübergang, Erschließung des Hunderterraumes). Wichtig für den Unterricht wird vielmehr sein, daß der Lehrer sensibel dafür ist, zu welchem Zeitpunkt und bei welchem Kind eine Isolierung von Schwierigkeiten eine methodische Hilfe ist.

#### 4. Ursachen für die Diskrepanz zwischen Anspruch und Wirklichkeit

Keine der in vielen Publikationen angegebenen notwendigen Bedingungen für eine Realisation der Reform ist bis heute durchgängig erfüllt, beispielsweise: Gruppenfrequenz höchstens 25 Kinder; sorgfältige Ausbildung aller Lehrer, die Mathematik unterrichten. Ohne die vielfältigen Bemühungen zur Lehrerfortbildung zu Beginn der Reform geringzuschätzen, muß festgehalten werden, daß deren Ergebnis - aus verständlichen Gründen - in der Regel unbefriedigend war.

#### 5. Probleme der gegenwärtigen Unterrichtspraxis

Die von Lehrern am häufigsten genannten Probleme (vgl. [11]) betreffen: Stofffülle, Übung, Differenzierung. Diese Probleme haben viel mit der zu hohen Leitfunktion der Schulbücher zu tun, die allein nicht garantieren können, daß jeder (also auch der nicht entsprechend ausgebildete) Lehrer nur mit Verwendung des Schulbuchs einen guten Unterricht für alle Kinder macht. (Bsp.: Lehreräußerung zum Problem der Stofffülle: "Wenn man sich ans Buch hält, ist es zu viel. Beim Lehrplan ist das nicht so.")

Zum Thema Stofffülle: Die Stoffvermehrung im Zuge der Reform wurde für verantwortlich gehalten, weil man glaubte, daß aufgrund verbesserter Methoden sowie einer Neuakzentuierung der Ziele des Rechenunterrichts ein erheblich geringerer Zeitaufwand für das Rechnen erforderlich sei. Diese Hoffnungen waren wohl überzogen und haben sich in der Breite nicht erfüllt. Dennoch sollten Stofffülle-Klagen nicht unkritisch akzeptiert werden. Da es Klassen und Lehrer gibt, in denen dieses Problem - gemessen am Lehrplan - nicht auftaucht, ist klar, daß Stofffülle nicht absolut gesehen werden kann, sondern immer nur relativ zu den verwendeten Arbeitsweisen und Methoden. Stofffülle kann auch ein Gespenst sein, das erscheint, weil man daran glaubt - konkret: Empfindet der Lehrer Zeitdruck,

wird er sich am Anfang für Dinge, die Zeit benötigen, zu wenig Zeit lassen, mit der Folge, daß entstehende Defizite auch später durch vermehrtes Üben nicht behoben werden können. Stofffülle kann außerdem erzeugt werden durch: ungeeignete Unterrichtsorganisation, zu frühes und intensives Behandeln bestimmter Themen, zu spätes Einsetzen bestimmter Themen, unnütze Aktivitäten, Ignorieren von Vorkenntnissen bei den Kindern. Ernst zu nehmen sind die Klagen über Stofffülle schon deshalb, weil der Selbsthilfe der Lehrer in der Regel Themenbereiche zum Opfer fallen, die zum Kernbestand der Reform gehören, wie z.B. Themen geometrischer Natur.

Zum Thema "Übung": Durch eine höhere Anzahl von abgedruckten Aufgaben lassen sich die Probleme zum Thema "Übung" nicht lösen. Folgende Punkte sollten in diesem Zusammenhang beachtet werden:

1. Kopfrechnen und andere Übungsformen, die nicht an Benutzung schriftlichen Materials gebunden sind, sind Selbstverständlichkeiten, die nicht erst über Schulbücher transportiert werden müßten.
2. Ursachen für erhöhten Übungsbedarf können auch sein: methodische Fehler beim Aufbau von Begriffen und Operationen, ungünstige Platzierung eines Themas in Lehrplan oder Lehrbuch. In diesem Fall bringt eine Erhöhung des Übungsanteils nicht unbedingt einen größeren Erfolg.
3. Ein möglichst großer Übungsteil sollte differenziert angeboten werden, d.h. angepaßt an den Übungsbedarf des betreffenden Schülers.
4. Es sollte verstärkt die Möglichkeit genutzt werden, Übungen an einer übergeordneten Fragestellung zu orientieren. (vgl. [7], [13], [14])

Zum Thema: innere Differenzierung: Dieses Problem läßt sich nicht allein durch fein abgestufte Aufgabenplantagen mit drei verschiedenen Markierungen im Schulbuch lösen, sondern das in der Literatur schon vorhandene Angebot an offenen Aufgaben muß den Lehrern bekannt gemacht werden. Weiterhin setzt sinnvolle Differenzierung die Fähigkeit des Lehrers voraus, Standardaufgabenstellungen in verschiedenen Richtungen zu variieren. Aber es gibt durchaus noch Bedarf an sinnvollen Differenzierungsangeboten.



Diese und andere Probleme des alltäglichen Unterrichts könnten Fachdidaktiker sicherlich viel wirksamer beurteilen und zu ihrer Lösung beitragen, wenn sie die Möglichkeit besäßen, umfassende eigene Beobachtungen in ganz alltäglichem Unterricht durchzuführen. Solche Möglichkeiten gibt es kaum. Indirekte Einblicke lassen vermuten, daß es viele vielleicht bekannte aber auch unbekanntere Einzelbeispiele unangemessener Unterrichtspraxis gibt, durch die mehr verdorben wird, als durch noch so ausgeklügelte methodische Konzepte in Schulbüchern wieder gut gemacht werden kann. Das betrifft insbesondere den Umgang mit Fehlern im Unterricht sowie die Hausaufgaben. Hier sollte seitens der Fachdidaktik versucht werden, zu klären ob und unter welchen Bedingungen im Mathematikunterricht der Grundschule Hausaufgaben erwünscht, nützlich oder schädlich sind.

#### 6. Schlußbemerkungen

Für eine kurzfristige Verbesserung der keineswegs zufriedenstellenden Situation des Mathematikunterrichts in der Primarstufe gibt es keine Patentrezepte. Langfristig gesehen scheint eine intensiviertere Arbeit in der Lehrerfortbildung, in der Lehrer und Didaktiker voneinander lernen können, unabdingbar zu sein.

Zum Schluß seien - ohne weiteren Kommentar - zwei Äußerungen von Kindern über ihren Mathematikunterricht wiedergegeben:

Annike (2. Schuljahr, 12. Woche): "Ich finde das ganz gemein, Frau Kleinschritt läßt uns nur Plus- und Minusaufgaben rechnen. Im ersten Schuljahr bei Frau Schön durften wir auch Mal-Aufgaben rechnen. Heute durften die, die fertig waren, selber Aufgaben erfinden und rechnen. Peter hatte auch Mal-Aufgaben dabei. Als Frau Kleinschritt das gesehen hat, hat sie gesagt, er darf das nicht und alle Mal-Aufgaben durchgestrichen."

Holger (4. Schuljahr, 8. Woche): "Das blöde ist: Bei Textaufgaben muß man immer die Rechenart benutzen, die man gerade geübt hat. Dabei wäre es für mich viel leichter, es anders zu machen."

## Literatur

- [ 1 ] Bauersfeld, H.: Neue Ansätze zur Didaktik der Mathematik in der Grundschule. In: Zum Mathematikunterricht in der Hauptschule, Hannover 1968, S. 5-19
- [ 2 ] Dienes, Z.P.: Aufbau der Mathematik, Freiburg 1965
- [ 3 ] Görner, A.; Nestle, F.: Eins, Zwei, Drei, ..., Mathematik im 1. (2., 3., 4.) Schuljahr, Freiburg 1979
- [ 4 ] Görner, A.; Röhrl, E.: Mathematikunterricht auf der Primarstufe - Fernbriefe zur Weiterbildung der Grundschullehrer, Stuttgart 1971
- [ 5 ] Hestermeyer, W. u.a.: Mathematik, 1.-4. Schuljahr, Bochum o.J.
- [ 6 ] Kieran, C.: Concepts associated with the equality symbol. in: Educational studies in mathematics 12 (1981) S. 317-326
- [ 7 ] Müller, G.; Wittmann, E.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe, Braunschweig 1977
- [ 8 ] Neunzig, W.: Mathematikunterricht 1-4, München 1981
- [ 9 ] Neunzig, W.: Wie effektiv sind Unterrichtsmethoden? in: Bodendiek (Hrsg.) Zwischenbilanz, Freiburg 1978, S. 127-137
- [10] Oehl, W.; Palzkill, L.: Die Welt der Zahl-Neu, Hannover 1976ff
- [11] Radatz, H. u.a.: Zum Mathematikunterricht an Grundschulen. Ergebnisse einer Lehrerbefragung. Bericht aus dem Fachbereich Erziehungswissenschaften - Didaktik der Mathematik - Universität Göttingen 1981
- [12] Schipper, W.: Stoffauswahl und Stoffanordnung im mathematischen Anfangsunterricht, erscheint in: Journal für Mathematikdidaktik
- [13] Spiegel, H.: Das "Würfelzahlenquadrat". Ein Problemfeld für arithmetische und kombinatorische Aktivitäten im Grundschulmathematikunterricht. in: Didaktik der Mathematik 6 (1978) Heft 4, S. 296-306
- [14] Spiegel, H.: "Zauberschlangen": Übung zur Arithmetik einmal anders. in: Monatshefte für die Unterrichtspraxis - Die Scholle 47 (1979) Heft 7, S. 524-533
- [15] Sprockhoff, W.: Wieder Rechnen statt Mathematik in der Grundschule? in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1981, Hannover 1981
- [16] Wheeler, D.H. (Hrsg.): Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule, Stuttgart 1970